Acerca de este libro

Esta es una copia digital de un libro que, durante generaciones, se ha conservado en las estanterías de una biblioteca, hasta que Google ha decidido escanearlo como parte de un proyecto que pretende que sea posible descubrir en línea libros de todo el mundo.

Ha sobrevivido tantos años como para que los derechos de autor hayan expirado y el libro pase a ser de dominio público. El que un libro sea de dominio público significa que nunca ha estado protegido por derechos de autor, o bien que el período legal de estos derechos ya ha expirado. Es posible que una misma obra sea de dominio público en unos países y, sin embargo, no lo sea en otros. Los libros de dominio público son nuestras puertas hacia el pasado, suponen un patrimonio histórico, cultural y de conocimientos que, a menudo, resulta difícil de descubrir.

Todas las anotaciones, marcas y otras señales en los márgenes que estén presentes en el volumen original aparecerán también en este archivo como testimonio del largo viaje que el libro ha recorrido desde el editor hasta la biblioteca y, finalmente, hasta usted.

Normas de uso

Google se enorgullece de poder colaborar con distintas bibliotecas para digitalizar los materiales de dominio público a fin de hacerlos accesibles a todo el mundo. Los libros de dominio público son patrimonio de todos, nosotros somos sus humildes guardianes. No obstante, se trata de un trabajo caro. Por este motivo, y para poder ofrecer este recurso, hemos tomado medidas para evitar que se produzca un abuso por parte de terceros con fines comerciales, y hemos incluido restricciones técnicas sobre las solicitudes automatizadas.

Asimismo, le pedimos que:

+ *Haga un uso exclusivamente no comercial de estos archivos* Hemos diseñado la Búsqueda de libros de Google para el uso de particulares; como tal, le pedimos que utilice estos archivos con fines personales, y no comerciales.

+ *No envíe solicitudes automatizadas* Por favor, no envíe solicitudes automatizadas de ningún tipo al sistema de Google. Si está llevando a cabo una investigación sobre traducción automática, reconocimiento óptico de caracteres u otros campos para los que resulte útil disfrutar de acceso a una gran cantidad de texto, por favor, envíenos un mensaje. Fomentamos el uso de materiales de dominio público con estos propósitos y seguro que podremos ayudarle.

+ *Conserve la atribución* La filigrana de Google que verá en todos los archivos es fundamental para informar a los usuarios sobre este proyecto y ayudarles a encontrar materiales adicionales en la Búsqueda de libros de Google. Por favor, no la elimine.

+ *Manténgase siempre dentro de la legalidad* Sea cual sea el uso que haga de estos materiales, recuerde que es responsable de asegurarse de que todo lo que hace es legal. No dé por sentado que, por el hecho de que una obra se considere de dominio público para los usuarios de los Estados Unidos, lo será también para los usuarios de otros países. La legislación sobre derechos de autor varía de un país a otro, y no podemos facilitar información sobre si está permitido un uso específico de algún libro. Por favor, no suponga que la aparición de un libro en nuestro programa significa que se puede utilizar de igual manera en todo el mundo. La responsabilidad ante la infracción de los derechos de autor puede ser muy grave.

Acerca de la Búsqueda de libros de Google

El objetivo de Google consiste en organizar información procedente de todo el mundo y hacerla accesible y útil de forma universal. El programa de Búsqueda de libros de Google ayuda a los lectores a descubrir los libros de todo el mundo a la vez que ayuda a autores y editores a llegar a nuevas audiencias. Podrá realizar búsquedas en el texto completo de este libro en la web, en la página `http://books.google.com`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

Stanford University Libraries
3 6105 000 721 857

STANFORD·VNIVERSITY·LIBRARY

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Physikalische Zeitschrift

Begründet von **E. Riecke** und **H. Th. Simon**

vereinigt mit dem

Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik

begründet von **Johannes Stark**

Herausgegeben von

Prof. Dr. P. Debye, in Zürich

Prof. Dr. F. Harms in Würzburg

und

Prof. Dr. R. Seeliger

in Greifswald

FÜNFUNDZWANZIGSTER JAHRGANG

1924

Mit sechs Tafeln

Verlag von S. Hirzel in Leipzig

1924

Digitized by Google

330094

HARVARD LIBRARY

Digitized by Google

Autoren- und Sachregister.

Abkürzungen: (B.) = Besprechung, (T.) = Tagesereignisse, (N.) = Naturforscherversammlung, (Z.-B.) = Zusammenfassende Berichte.

Seite

A.

Abbe: Grundzüge der Theorie der optischen Instrumente nach —, v. S. Czapski u. O. Eppenstein (B.) 691
Abbildungsfehler: Reizschwellenwert, Irradiation und — des menschlichen Auges, v. G. Jaeckel . . 13
Adsorptionskräfte: Über die elektrische Natur der —, v. W. Tarasoff. (Mitteilung I) 369
Adsorptionsmanometer: Über die Erzeugung, Erhaltung und Messung höchster Vakua (die Extremvakuumpumpe, das —), v. M. A. Schirmann (N.) 631
Aerodynamik, v. R. Fuchs u. L. Hopf. (B.) . . 143
Aerodynamische Versuchsanstalt: Ergebnisse der — zu Göttingen, Lfrg. 1 u. 2, v. L. Prandtl. (B.) 308
Aggregate: Der elektrische Leitungswiderstand künstlicher und natürlicher —, v. K. Lichtenecker. 169, 193, 225
— Zur Frage über den elektrischen Widerstand metallischer —, v. W. Esmarch. 484
Aluminium: Zur Theorie des Funkenspektrums des —, v. F. J. v. Wisniewski. 477
Analysenwagen: Über eine neue Reitersicherung für — und Präzisionswagen, v. Sartoriuswerke . . 587
Analysis: Kompendium der höheren —, v. O. Schlömilch. (B.) 285
Anding, E., Über eine endliche Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Gravitation 183
Anregungsfunktion Stoßleuchten, Wiedervereinigungsleuchten und —, v. R. Seeliger. 56
Anregungsstoß: Die Erhaltung des Impulses beim — und Ionisierungsstoß, v. G. Joos u. H. Kulenkampff 257
Astronomie für Alle, v. R. Henseling. (B.) . . 309
Astronomischer Kalender für 1924. (B.) 336
Asymmetrie: Über die — der Entladung von Röntgenelektronen, v. W. Seitz. (N.) 546
Atmosphäre: Eine Elektrodynamik der Vorgänge in der —, v. Fr. Kaftan. Vorläufige Mitteilung 114
— — Bemerkungen hierzu, v. F. Schindelhauer 281
— Die durchdringende Strahlung in der —, v. W. Kohlhörster. (B.) 690
— Über die Ionisation der —, v. A. Gockel. (N.) 646
Atmosphärenschichten: Das Nordlichtspektrum und die höheren —, v. L. Vegard. (N.) 685
Atombau: Eigenschaften chemischer Verbindungen und —, v. K. Fajans. (N.) 596
Atome: Bausteine der —, v. H. Greinacher. (B.) 288
Atommomente: Neue Untersuchungen über magnetische — und Richtungsquantelung, v. W. Gerlach. (N.) 618
Atomphysik: Konstanten der —, v. W. A. Roth u. K. Scheel. (B.) 24
Atomtheorie des festen Zustands, v. M. Born. (B.) 312

Seite

Atomzertrümmerung: Über —, v. H. Pettersson u. G. Kirsch. (N.) 588
Auerbach, F., Entwicklungsgeschichte der modernen Physik. (B.) 68
— — Bemerkung hierzu, v. F. Auerbach . . . 307
— Tonkunst und bildende Kunst vom Standpunkte des Naturforschers, Parallelen und Kontraste. (B.) 367
— — Berichtigung 416
Auge: Reizschwellenwert, Irradiation und Abbildungsfehler des menschlichen —, v. G. Jaeckel . . 13
Axiomatik der relativistischen Raum-Zeit-Lehre, v. H. Reichenbach. (B.) 463

B.

Badereu, E., Über die durch Kationenstöße aus Platin ausgelösten Elektronenströme im Hochvakuum 137
Ballistik, v. Th. Vahlen. (B.) 21
— — Bemerkungen dazu, v. C. Cranz. 188
— — Entgegnung, v. G. v. Gleich. 191
Bandenspektra: Über Intensitätsanomalien bei —, v. R. Mecke. (N.) 597
Bangert, K., Maße der Elektrotechnik. (B.) . . 536
Barkhausen, H. u. G. Lewicki, Die Empfänglichkeit des Ohres für nicht sinusförmige Töne (N.) 537
Becquerelstrahlen: Zur Verfärbung und Lumineszenz durch —, v. K. Przibram. (N.) 640
Benedickseffekt: Der — im Vakuum, v. E. Rumpf 400
Benndorf, H., Bezeichnung der elektrischen Maßeinheiten 60
Bennewitz, K., Über elastische Nachwirkung, elastische Hysteresis und innere Reibung 417
— — Bemerkung dazu, v. H. Jordan 579
Berek, M., Demonstration einiger Photogramme zur Theorie der optischen Abbildung. (N.) . . . 689
Beugungsinterferenz: Eine eigentümliche —, v. K. Noack. (Diese Zeitschr. **24**, 495—500, 1923.)
— — Bemerkung dazu, v. E. Maey 17
— — Schlußwort dazu, v. K Noack 18
Birkemeyer, W., Über den Bildungswert der Mathematik. (B.) 168
Blaschke, W., Vorlesungen über Differentialgeometrie. (B.) 336
Bloch, B. M., siehe H. Rausch von Traubenberg 607
Block, W., Handbuch der Technischen Meßgeräte. (B.) 368
Bogenlinien: Bericht über den Dopplereffekt von — und Funkenlinien, v. H. Krefft. (Z. B.) . . 352
— — Berichtigung 464
Bogenspektrum: Das — von Natrium, v. F. J. v. Wisniewski. 480
Bongards, H., Messungen des Gehalts der Luft an radioaktiven Zerfallsprodukten vom Flugzeug aus. (N.) 679

Digitized by Google

Seite

Born, A., Isostasie und Schweremessung (B.) . . 142
— **M.**, Der Aufbau der Materie. (B.) 71
— Die Relativitätstheorie Einsteins. (B.) 167
— Atomtheorie des festen Zustand. (B.) 312
Boussinesq, J., Cours de physique mathématique. (B.) 285
Brambach: Messung des Emanationsgehaltes der radioaktiven Quellen in — und Oberschlema, v. P. Ludewig 280
— — Berichtigung 336
Brand, W., Der Kugelblitz. (B.) 286
Brockhaus, Handbuch des Wissens. (B.) . . . 22
Brom: Über die photochemische Sensibilisation der Maleinesterumlagerung durch —, v. J. Eggert. 19
Brownsche Bewegung: Abhandlungen über die — und verwandte Erscheinungen, v. M. v. Smoluchowski. (B.) 143
Brünn: Technische Hochschule. 75jähriges Bestehen. (T.) 48
Buchloh, W., Vakuumuntersuchungen 166
Buchwald, E., Das Korrespondenzprinzip. (B.) . 48
Burger, H. C. u. L. S. Ornstein, Die Polarisation des Resonanzlichts 298

C.

Cassiusscher Purpur: Die chemische Natur des —, v. A. Huber. 45
Cermak, P., Über die Tonbildung in luftdurchströmten Röhren 121
Chemische Technologie: Lehrbuch der — und Metallurgie, v. B. Neumann. (B.) 608
Chemisches Wörterbuch, v. H. Remy. (B.) . . . 576
Cieli: Nei —, v. P. Maffi. (B.) 536
Courant, R. u. S. Hilbert, Methoden der mathematischen Physik. (B.) 691
Courvoisier, L., Bemerkungen zu dem Artikel von Hans Kienle „Kosmische Refraktion". . . . 187
— — Erwiderung, v. H. Kienle 306
— Noch einmal „Kosmische Refraktion" 391
Courvoisier-Effekt und Einstein-Effekt, v. A. Kopff 95
Cranz, C., Erwiderung auf einige Bemerkungen des Herrn v. Gleich 188
— — Entgegnung, v. G. v. Gleich 191
Czapski, S. u. O. Eppenstein, Grundzüge der Theorie der optischen Instrumente nach Abbe. (B.) 691

D.

Daecke, H., Mathematisch-statistische Untersuchungen über die Subelektronen. (N.) 624
Debye, P., Osmotische Zustandsgleichung und Aktivität verdünnter starker Elektrolyte 97
— **u. E. Hückel**, Bemerkungen zu einem Satze über die kataphoretische Wanderungsgeschwindigkeit suspendierter Teilchen 49
Debye: Über Verdünnungsgesetze und Verteilung starker Elektrolyte nach der Theorie von —, v. Ph. Gross u. O. Halpern 393
Debye-Scherrer-Diagramm: Röntgenspektrographische Untersuchungen über das Wesen der Quellung bei einigen Substanzen, welche ein — geben, v. J. R. Katz u. H. Mark 431
Depolarisation: Über die — des Lichtes durch Suspensionen kristalliner und nichtkristalliner Teilchen, v. O. Groll 233
— — Bemerkungen hierzu, v. W. König 238
Dessau, B., Lehrbuch der Physik. II. (B.) . . 391
Dessauer, F., Zur Therapie des Karzinoms mit Röntgenstrahlen. (B.) 256
Deutsche Glastechnische Gesellschaft, Tagung vom 28. November 1924 in Dresden. (T.) 576
Dielektrizitätskonstanten guter Leiter, v. R. Fürth. (N.) 676

Seite

Differentialgeometrie: Vorlesungen über —, v. W. Blaschke. (B.) 336
Differenzenrechnung, v. N. E. Nörlund. (B.) . . 488
Diffusionstheorie der positiven Säule, v. W. Schottky. (N.) 635
Dispersion und Extinktion von seismischen Oberflächenwellen und der Aufbau der obersten Erdschichten, v. B. Gutenberg. (Vorläufige Mitteilung) 377
Dopplereffekt: Bericht über den — von Bogen- und Funkenlinien, v. H. Krefft. (Z. B.) 352
— — Berichtigung 464
Durchbruchfeldstärke: Elektrische — von Gasen, v. W. O. Schumann. (B.) 535
Durchmesserbestimmung: Bemerkung zur Theorie der — von Sternen mittels Interferometers, v. R. Gans 335
Dynamik: Graphische —, v. F. Wittenbauer (B.) 392

E.

Effekt: Zur Theorie des lichtelektrischen —, v. F. Kirchner. 303
Eggert, J., Über die photochemische Sensibilisation der Maleinesterumlagerung durch Brom . . . 19
Eingitterröhre: Über Vergleichung von Kapazitäten mittels einer —, v. K. Gorbatscheff. . . . 485
Einstein; Die Relativitätstheorie —, v. M. Born. (B.) 167
— Kant und —, v. A. C. Elsbach. (B.) . . . 464
Einstein, A., Vier Vorlesungen über Relativitätstheorie. (B.) 167
Einstein-Effekt: Courvoisier-Effekt und —, v. A. Kopff 95
Eisen: Das thermoelektrische Verhalten des reinen — an seinen Umwandlungspunkten, v. A. Goetz. (N.) 562
Elektrochemie nichtwäßriger Lösungen, v. P. Walden (B.) 310
Elektrodenlose Entladungen, v. G. Mierdel. (Z. B.) 240
Elektrodynamik: Eine — der Vorgänge in der Atmosphäre, v. F. Kaftan. (Vorläufige Mitteilung) . 114
— — Bemerkung hierzu, v. F. Schindelhauer . 281
Elektrolyte: Osmotische Zustandsgleichung und Aktivität verdünnter starker —, v. P. Debye . . 97
— Theorie der Löslichkeitsbeeinflussung bei starken —, v. O. Schärer. 145
— Molekulargrößen von — in nichtwäßrigen Lösungsmitteln, v. P. Walden. (B.) 287
— Über Verdünnungsgesetze und Verteilung starker — nach der Theorie von Debye, v. Ph. Gross u. O. Halpern 393
— — Berichtigung 488
— Beitrag zur Kenntnis des sogenannten anomalen Verhaltens starker —, v. O. E. Frivold . . . 465
Elektrolytlösungen: Die Oberflächenspannung verdünnter —, v. C. Wagner 474
Elektron: Bemerkungen über Serienspektren, an deren Emission mehr als ein — beteiligt ist, v. H. Wentzel 182
Elektronen: Zerstreuung der Röntgenstrahlen durch freie —, v. K. Försterling 313
— Ionen und —, v. H. Greinacher. (B.) . . . 416
Elektronenstoß: Bemerkung über die Anregung der Wasserstoffspektren durch —, v. R. Seeliger u. M. Wendt 160
Elektronenstrom: Zur Theorie des — bei der Stoßionisation, v. L. Heis. 25
— — Berichtigung 72
Elektronenströme: Über die durch Kationenstöße aus Platin ausgelösten — im Hochvakuum v. E. Badereu 137
— und Ionenströme, v. J. Zenneck. (B.) . . . 416
Elektrostatik: Die analytische Behandlung der Fundamentalprobleme der —, v. K. Hillebrand . . 8
Elektrotechnik: Sinusrelief und Tangensrelief in der —, v. F. Emde. (B.) 311
— Maße der —, v. K. Bangert. (B.) 536

Digitized by Google

Seite

Elemente: Über die K-Anregungsgrenze der leichten —, v. F. J. v. Wisniewski 297
Elsbach, A. C., Kant und Einstein. (B.) . . . 464
Emde, F., Sinusrelief und Tangensrelief in der Elektrotechnik. (B.) 311
Energieverteilungsgesetz: Das Maxwell-Boltzmannsche Geschwindigkeits- und — in der Relativitätstheorie, v. E. Kretschmann 162
Eppenstein, O. u. S. Czapski, Grundzüge der Theorie der optischen Instrumente nach Abbe. (B.) 691
Erdbebenkunde: Geologische, physikalische und angewandte —, v. A. Sieberg. (B.) 648
Erde: Die Klimate der —, v. W. Köppen. (B.) . 286
Erdschichten: Dispersion und Extinktion von seismischen Oberflächenwellen und der Aufbau der obersten —, v. B. Gutenberg. (Vorläufige Mitteilung) 377
Erdstrombeobachtungen im Gebirge, v. V. Obergguggenberger. (N.) 682
Esmarch, W., Zur Frage über den elektrischen Widerstand metallischer Aggregate 484
Ewald, P. P., Kristalle und Röntgenstrahlen. (B.) 120
Extinktion: Dispersion und — von seismischen Oberflächenwellen und der Aufbau der obersten Erdschichten, v. B. Gutenberg. (Vorläufige Mitteilung) 377
Extremvakuumpumpe: Über die Erzeugung, Erhaltung und Messung höchster Vakua (die —, das Adsorptionsmanometer), v. M. A. Schirmann. (N.) 631

F.

Fajans, K., Eigenschaften chemischer Verbindungen und Atombau. (N.) 596
Faserdiagramm: Röntgenspektroskopische Untersuchungen über das Wesen der Quellung bei Substanzen, die ein — geben, v. J. R. Katz . . . 321
Fermi, E., Über die Existenz quasi-ergodischer Systeme 166
Festigkeitslehre: Grundzüge der —, v. A. u. O. Föppl. (B.) 284
— Aufgabensammlung zur — mit Lösungen, v. R. Haren. 3. Aufl. (B.) 308
Flugzeug: Messungen des Gehalts der Luft an radioaktiven Zerfallsprodukten vom — aus, v. H. Bongards. (N.) 679
Flugzeugaufstiege: Luftelektrische Untersuchungen bei —, v. A. Wigand. (N.) 684
Flüssigkeiten: Theorie der Bestimmung der Kapillarkonstanten der — durch die Methode der Ringabreißung, v. I. I. Tichanowsky 299
— Über das Verhältnis der spezifischen Wärmen c_p/c_v für —, v. T. Isnardi 439
— Die erzwungene Doppelbrechung der amorphen — im Zusammenhange mit der molekularen Gestalt, v. D. Vorländer u. R. Walter (N.) . 571
Föppl, A. u. O., Grundzüge der Festigkeitslehre. (B.) 284
Försterling, K, Zerstreuung der Röntgenstrahlen durch freie Elektronen 313
Foucaultscher Pendelversuch: Zur Demonstration des —, v. F. Harms 96
Franke, H., Über eine eigenartige Meßdifferenz bei der Prüfung von Röntgenschutzstoffen. Berichtigung 24
Fraenkel, A., Einleitung in die Mengenlehre. (B.) 309
Frivold, O. E., Beitrag zur Kenntnis des sogenannten anomalen Verhaltens starker Elektrolyte . . . 465
Fuchs, R. u. L. Hopf, Aërodynamik. (B.) . . 143
Funkenlinien: Bericht über den Dopplereffekt von Bogen- und —, v. H. Krefft. (Z. B.) 352
— — Berichtigung 464
Funkenpotential: Über — und Kathodenfall, v. H. Stücklen. (Z. B.) 401

Seite

Funkenspektrum: Zur Theorie des — des Aluminiums, v. F. J. v. Wisniewski 477
Fürth, R., Über spontane Schwankungen in der Physik 111
— Dielektrizitätskonstanten guter Leiter. (N.) . . 676

G.

Gans, R., Bemerkung zur Theorie der Durchmesserbestimmung von Sternen mittels des Interferometers 335
Gase: Elektrische Durchbruchfeldstärke von —, v. W. O. Schumann. (B.) 535
— Über eine Methode zur experimentellen Bestimmung eines Widerstandsgesetzes kleiner Kugeln in —, v. J. Mattauch. (N.) 620
Gasentartung und freie Weglänge, v. E. Schrödinger 41
Genthe, K. u. A. Wigand, Zur Präzisierung der Sichtmessung 212
— Die Messung der vertikalen Sicht 263
Gerlach, E., Vorführung eines neuen Lautsprechers. II. (N.) 675
Gerlach, W., Neue Untersuchungen über magnetische Atommomente und Richtungsquantelung. (N.) 618
Geschwindigkeit: Ein einfacher Demonstrationsversuch der direkten Messung der — von Kathodenstrahlen, v. F. Kirchner 302
Geschwindigkeitsgesetz: Das Maxwell-Boltzmannsche — und Energieverteilungsgesetz in der Relativitätstheorie, v. E. Kretschmann 162
Glastechnische Tagung in Berlin. (T.) 192
— — in Dresden. (T.) 576
v. Gleich, G., Entgegnung auf die hauptsächlichsten Bemerkungen des Herrn Cranz 191
Gleichgewichte: Lehrbuch der heterogenen —, v. G. Tammann. (B.) 310
Glimmstrom: Der gegenwärtige Stand der Theorie des —, v. R. Holm. (Z. B.) 497
Gockel, A., Bemerkungen zum täglichen und jährlichen Gang des Potentialgefälles und des luftelektrischen Vertikalstromes 381
— Über die Ionisation der Atmosphäre. (N.) . . 646
Gorbatscheff, K., Über Vergleichung von Kapazitäten mittels einer Eingitterröhre 485
Goethe und die Physik, v. W. Wien. (B.) . . . 288
Goetz, A., Das thermoelektrische Verhalten des reinen Eisens an seinen Umwandlungspunkten. (N.) 562
Graf, H., Zur qualitativen Untersuchung und Demonstration von Linsenfehlern 489
Graetz, L., Lehrbuch der Physik. (B.) 141
— Zu der Besprechung meines „Lehrbuch der Physik, 5. Aufl." durch Herrn Hans Küstner. 401
Gravitation: Über eine endliche Fortpflanzungsgeschwindigkeit der —, v. E. Anding . . . 183
Grebe, L., Über den Energieverbrauch bei der Luftionisation durch Röntgenstrahlen verschiedener Wellenlänge. (N.) 599
Greinacher, H., Bausteine der Atome. (B.) . . 288
— Ionen und Elektronen. (B.) 416
Grimsehl, E., Lehrbuch der Physik. (B.) . . . 141
Groll, O., Über die Depolarisation des Lichtes durch Suspensionen kristalliner und nichtkristalliner Teilchen 233
— — Bemerkungen hierzu, v. W. König 238
Groß, Ph. u. O. Halpern, Über Verdünnungsgesetze und Verteilung starker Elektrolyte nach der Theorie von Debye 393
— — Berichtigung 488
Gruhn, K., Elektrotechnische Meßinstrumente. (B.) 192
Günther, P., Tabellen zur Röntgenspektralanalyse. (B.) 692
Gutenberg, B., Dispersion und Extinktion von seismischen Oberflächenwellen und der Aufbau der obersten Erdschichten. (Vorläufige Mitteilung.) 377

Digitized by Google

H.

Seite

Haas, A., Einführung in die theoretische Physik. I. 3. u. 4. Aufl. (B.) 308
Haber, F., Fünf Vorträge aus den Jahren 1920 bis 1923. (B.) 576
Hagenbach, A., Der elektrische Lichtbogen. (B.) 367
Hahn, K., Mathematische Physik. (B.) 309
— Grundriß der Physik. (B.) 488
Halleffekt und Thermokraft, v. P. Raethjen . . . 84
— Über den — des lichtelektrischen Primärstromes bei isolierenden Kristallen, v. H. Lenz 435
Halpern, O. u. Ph. Groß, Über Verdünnungsgesetze und Verteilung starker Elektrolyte nach der Theorie von Debye 393
— — Berichtigung 488
Hammer, W. u. H. Pychlau, Über die Einwirkung eines longitudinalen elektrischen Feldes auf α-Strahlen des Radium F 585
Haren, R., Aufgabensammlung zur Festigkeitslehre mit Lösungen. 3. Aufl. (B.) 308
Harms, F., Zur Demonstration des Foucaultschen Pendelversuchs 96
Heis, L., Zur Theorie des Elektronenstromes bei der Stoßionisation 25
— — Berichtigung 72
— Ein Manometer hoher Empfindlichkeit 326
Helium: Zur Theorie des —, v. F. J. v. Wisniewski 135
Henseling, R., Astronomie für Alle. (B.) . . . 309
Hertzsche Wellen: Kinematographische Darstellung —, v. J. Tuma. (N.) 601
Hevesy, G. v. u. F. Paneth, Lehrbuch der Radioaktivität. (B.) 47
Hilbert, S. u. R. Courant, Methoden der mathematischen Physik. (B.) 691
Hillebrand, K., Die analytische Behandlung der Fundamentalprobleme der Elektrostatik 8
Himmelpolarisation: Der Polychroïsmus der —, v. I. I. Tichanowsky 390
— — Bemerkung dazu, v. M. A. Schirmann . . 584
Hirsch, R. v., Einwirkung des Magnetfeldes auf die Polarisation des Kanalstrahlenlichtes . . . 333
Hoffmann, G., Über die Bedeutung der Labilisierung bei der elektrometrischen Messung kleiner Elektrizitätsmengen 6
Höhenstrahlung: Die durchdringende —, v. A. Wigand 445
Holm, R., Der gegenwärtige Stand der Theorie des Glimmstroms. (Z. B.) 497
Holtsmark, J., Über die Verbreiterung von Spektrallinien. II. 73
Holtzmann, M., Eine neue Methode zur Bestimmung der Temperatur des Taupunktes . . 443
Hopf, L. u. R. Fuchs, Aërodynamik. (B.) . . 143
Huber, A., Die chemische Natur des Cassiusschen Purpurs 45
Hückel, E., Die Kataphorese der Kugel 204
— u. **P. Debye**, Bemerkungen zu einem Satze über die kataphoretische Wanderungsgeschwindigkeit suspendierter Teilchen. 49
Hydraulik: Graphische —, v. A. Schoklitsch. (B.) 575
Hysteresis: Über elastische Nachwirkung, elastische — und innere Reibung, v. K. Bennewitz . . 417
— — Bemerkung dazu, v. H. Jordan 579

I.

Integration: Numerische —, v. Fr. A. Willers. (B.) 48
Intensitätsanomalien: Über — bei Bandenspektra, v. R. Mecke. (N.) 597
Interferometer: Bemerkung zur Theorie der Durchmesserbestimmung von Sternen mittels des —, v. R. Gans 335
Invarianten: Einleitung in die Theorie der — linearer Transformationen auf Grund der Vektorenrechnung, v. E. Study. (B.) 167
Ionen und Elektronen, v. H. Greinacher. (B.) . 416
Ionenströme: Elektronen- und —, v. J. Zenneck. (B.) 416
Ionisierungsstoß: Die Erhaltung des Impulses beim Anregungs- und —, v. G. Joos u. H. Kulenkampff 257
Irradiation: Reizschwellenwert, — und Abbildungsfehler des menschlichen Auges, v. G. Jaeckel . 13
Isnardi, T., Über das Verhältnis der spezifischen Wärmen c_p/c_v für Flüssigkeiten 439
Isostasie und Schweremessung, v. A. Born. (B.) . 142

J.

Jaeckel, G., Reizschwellenwert, Irradiation und Abbildungsfehler des menschlichen Auges . . 13
Jaeger, G., Theoretische Physik. (B.) 24
Jarre, H. u. E. Pohle, Methodik der Röntgentiefentherapie vom physikalischem Standpunkt. (B.) . 608
Joos, G., Der Einfluß eines Magnetfeldes auf die Polarisation des Resonanzlichts 130
— — Nachtrag dazu 298
— — Bemerkung dazu, v. L. S. Ornstein u. H. C. Burger 298
— Über die Durchlässigkeit von Quarzglas . . . 376
— Zur Polarisation des Resonanzlichts 400
— u. **H. Kulenkampff**, Die Erhaltung des Impulses beim Anregungs- und Ionisierungsstoß 257
Jordan, H., Über elastische Nachwirkung, elastische Hysteresis und innere Reibung 579
Judin, E., Apparat zur Bestimmung der Vergrößerung der Mikroskope 495

K.

K-Anregungsgrenze: Über die — der leichten Elemente, v. F. J. v. Wisniewski 297
Kaftan, Fr., Eine Elektrodynamik der Vorgänge in der Atmosphäre. Vorläufige Mitteilung . . 114
— — Bemerkung hierzu, v. Fr. Schindelhauer . 281
Kalähne, A., Dem Andenken an Georg Quincke. 649
Kalkspat: Elektrizitätsleitung in Steinsalz und — bei hohen Temperaturen, v. F. v. Rautenfeld. (N.) 602
Kaluza, Th., Zur Relativitätstheorie. (N.) . . . 604
Kanalstrahlen: Über Asymmetrien in der Intensitätsverteilung des von — ausgesandten Lichtes, v. H. Rausch von Traubenberg. (N.) . . . 606
— Über das Verhalten des Leuchtens von — bei ihrem Übergang aus einem elektrischen Felde in einen feldfreien Raum, v. H. Rausch von Traubenberg. (N.) 607
Kanalstrahlenlicht: Einwirkung des Magnetfeldes auf die Polarisation des —, v. R. v. Hirsch . 333
Kant und Einstein, v. A. C. Elsbach. (B.) . . . 464
Kapazitäten: Über Vergleichung von — mittels einer Eingitterröhre, v. K. Gorbatscheff . . . 485
Kapillarkonstanten: Theorie der Bestimmung der — der Flüssigkeiten durch die Methode der Ringabreißung, v. I. I. Tichanowsky 299
Kar, K. C., Über „spontane Schwankungen" in der Physik. II. 397
Kara-Michailova, E., Quantitative optische Unterscheidung von α- und H-Teilchen. (N.) . . . 595
Karzinom: Zur Therapie des — mit Röntgenstrahlen, v. F. Dessauer. (B.) 256
Kathodenfall: Über Funkenpotential und —, v. H. Stücklen. (Z. B.) 401
Kathodenstrahlen: Über die Strahlung von Oxyden, hervorgerufen durch intensive —, v. K. Teucke 115
— Ein einfacher Demonstrationsversuch der direkten Messung der Geschwindigkeit von —, v. F. Kirchner 302
Kationenstöße: Über die durch — aus Platin ausgelösten Elektronenströme im Hochvakuum, v. E. Badereu 137

Digitized by Google

Seite

Kataphorese: Die — der Kugel, v. E. Hückel . . 204
Katz, J. R., Röntgenspektroskopische Untersuchungen über das Wesen der Quellung bei Substanzen, die ein Faserdiagramm geben 321
— Die Bedeutung der Röntgenspektrographie für die Quellungsprobleme 659
— u. **H. Mark**, Röntgenspektrographische Untersuchungen über das Wesen der Quellung bei einigen Substanzen, welche ein Debye-Scherrer-Diagramm geben 431
Kayser, H. u. H. Konen, Handbuch der Spektroskopie. VII. Erste Lieferung. (B.) 307
Kerékjártó, B. v., Vorlesungen über Topologie. (B.) 285
Kienle, H., Kosmische Refraktion 1
— — Berichtigung 72
— — Bemerkung dazu, v. L. Courvoisier . . . 187
— — Erwiderung, v. H. Kienle 306
Kirchner, F., Ein einfacher Demonstrationsversuch der direkten Messung der Geschwindigkeit von Kathodenstrahlen 302
— Zur Theorie des lichtelektrischen Effekts . . . 303
Kirsch, G. u. H. Pettersson, Über Atomzertrümmerung. (N.) 588
Koch, Karl Richard v. †, v. E. Warburg. . . . 577
Kohlhörster, W., Die durchdringende Strahlung in der Atmosphäre. (B.) 690
Konen, H. u. H. Kayser, Handbuch der Spektroskopie. VII. Erste Lieferung. (B.) 307
König, W., Ergänzende Bemerkungen zu einer Arbeit des Herrn Groll. 238
Konstanten der Atomphysik, v. W. A. Roth u. K. Scheel. (B.) 24
Kopff, A., Courvoisier-Effekt und Einstein-Effekt . 95
Koppel, I., Die Metalle und ihre Verbindungen. (B.) 120
Köppen, W., Die Klimate der Erde. (B.) . . . 285
Korrespondenzprinzip: Das —, v. E. Buchwald. (B.) 48
Kosmische Refraktion, v. H. Kienle 1
— — Berichtigung 72
— — Bemerkungen dazu, v. L. Courvoisier . . 187
— — Erwiderung, v. H. Kienle. 306
Kraftarten und Bewegungsformen, v. M. Möller. (B.) 167
Krefft, H., Bericht über den Dopplereffekt von Bogen- und Funkenlinien (Z. B.) 352
— — Berichtigung 464
Kretschmann, E., Das Maxwell-Boltzmannsche Geschwindigkeits- und Energieverteilungsgesetz in der Relativitätstheorie 162
Kristalle: Anhang zu meiner Arbeit: „Über die Oberflächenenergie der — und die Kristallformen, v. M. Yamada 52
— und Röntgenstrahlen, v. P. P. Ewald. (B.) . . 120
— Über den Hall-Effekt des lichtelektrischen Primärstromes bei isolierenden —, v. H. Lenz 435
Kristallformen: Anhang zu meiner Arbeit: „Über die Oberflächenenergie der Kristalle und die —", v. M. Yamada 52
— Über die — und die Kristallgitter, v. M. Yamada 289
Kristallgitter: Über die Kristallformen und die —, v. M. Yamada 289
Kugelblitz: Der —, v. W. Brand. (B.) 286
Kugeln: Über eine Methode zur experimentellen Bestimmung eines Widerstandsgesetzes kleiner — in Gasen, v. J. Mattauch. (N.) 620
— Kinematographische Messungen der Fallbewegung von — in zäher Flüssigkeit, auch in nächster Nähe einer Wand, v. H. Liebster und L. Schiller. (N.) 670
Kulenkampff, H. u. G. Joos, Die Erhaltung des Impulses beim Anregungs- und Ionisierungsstoß 257

L.

Labilisierung: Über die Bedeutung der — bei der elektrometrischen Messung kleiner Elektrizitätsmengen, v. G. Hoffmann 9

Seite

Ladenburg, R., Die Grundlagen der Quantentheorie und ihre experimentelle Prüfung. (B.) . 256
Lau, E., Über die Frage der Feinstruktur ausgewählter Spektrallinien. (Z. B.) 60
Lautsprecher: Vorführung eines neuen —. I., v. W. Schottky. (N.) 672
— — II., v. E. Gerlach. (N.) 675
Leitfähigkeitsmessungen an Marmor, v. G. Stetter . 441
Leitungswiderstand: Der elektrische — künstlicher und natürlicher Aggregate, v. K. Lichtenecker. 169, 193, 225
Lenz, H., Über den Hall-Effekt des lichtelektrischen Primärstromes bei isolierenden Kristallen . . . 435
Lewicki, G. u. H. Barkhausen, Die Empfindlichkeit des Ohres für nicht sinusförmige Töne. (N.) 537
Lewis, G. N. u. M. Randall, Thermodynamics and the free Energy of Chemical Substances. (B.) 70
Lewitsky, M., Ein Versuch von den kurzen elektrischen zu den langen Wärmewellen überzugehen Vorläufige Mitteilung 107
Licht: Über die Drehung der Polarisationsebene des — in Flüssigkeiten durch ein magnetisches Feld, v. M. Sende u. G. Wiarda 278
— Über die Depolarisation des — durch Suspensionen kristalliner und nichtkristalliner Teilchen, v. O. Groll 233
— — Bemerkungen hierzu, v. W. König 238
Lichtbogen: Der elektrische —, v. A. Hagenbach. (B.) 367
Lichtemission: Über die — der geschichteten Entladung, v. R. Seeliger u. J. Ókubo 337
Lichtenecker, K., Der elektrische Leitungswiderstand künstlicher und natürlicher Aggregate. 169, 193, 225
—, Die Temperatur-Widerstands-Funktion metallischer Leiter. (N.) 550
— — Berichtigung 608
— Über eine Analogie im Verhalten leitender und nichtleitender Mischkörper 666
Lichtstrahlen: Über das thermische Gleichgewicht zwischen — und Schallstrahlen, v. E. Schrödinger 89
Liebster, H. u. L. Schiller, Kinematographische Messungen der Fallbewegung von Kugeln in zäher Flüssigkeit, auch in nächster Nähe einer Wand. (N.) 670
Lindau, P. u. R. Mecke, Über den Bau der zweiten positiven Gruppe der Stickstoffbanden 277
Linsenfehler: Zur qualitativen Untersuchung und Demonstration von —, v. H. Graf 489
Lithium: Die p- und d-Terme des —, v. F. J. v. Wisniewski 330
Löslichkeitsbeeinflussung: Theorie der — bei starken Elektrolyten, v. O. Schärer 145
Lösungen: Elektrochemie nichtwäßriger —, v. P. Walden. (B.) 310
Ludewig, P., Messung des Emanationsgehaltes der radioaktiven Quellen in Brambach und Oberschlema 280
— — Berichtigung 336
Luft: Messungen des Gehalts der — an radioaktiven Zerfallsprodukten vom Flugzeug aus, v. H. Bongards. (N.) 679
Luftelektrische Untersuchungen bei Flugzeugaufstiegen, v. A. Wigand. (N.) 684
Luftionisation: Über den Energieverbrauch bei der — durch Röntgenstrahlen verschiedener Wellenlängen, v. L. Grebe. (N.) 599
Lumineszenz: Zur Verfärbung und — durch Becquerelstrahlen, v. K. Przibram. (N.) 640
Lutz, C. W., Zum Saitenelektrometer neuer Form 282

M.

Maey, E., Bemerkungen zu dem Manuskript: Eine eigentümliche Beugungsinterferenz, v. K. Noack. 17
— Schlußwort dazu, v. K. Noak 18

Digitized by Google

Seite

Maffi, P., Nei Cieli. (B.) 536
Magnetfeld: Der Einfluß eines — auf die Polarisation des Resonanzlichts, v. G. Joos 130
— — Nachtrag dazu 298
— — Bemerkung dazu, v. L. S. Ornstein u. H. C. Burger 298
— Einwirkung des — auf die Polarisation des Kanalstrahlenlichtes, v. R. v. Hirsch 333
Maleinesterumlagerung: Über die photochemische Sensibilisation der — durch Brom, v. J. Eggert 19
Malsch, I. u. M. Wien, Über den Temperaturkoeffizienten elektrolytischer Widerstände bei Erwärmung durch ganz kurze Stromstöße. (N.) . 559
Manometer: Ein — hoher Empfindlichkeit, v. L. Heis 326
Mark, H. u. J. R. Katz, Röntgenspektrographische Untersuchungen über das Wesen der Quellung bei einigen Substanzen, welche ein Debye-Scherrer-Diagramm geben 431
Marmor: Leitfähigkeitsmessungen an —, v. G. Stetter 441
Marx, E., Röntgenstrahlen, Radium und die Materie. (B.) 691
Massenwirkungsgesetz: Über das — in ionisierten Systemen, v. W. Wessel 270
Maßeinheiten: Bezeichnung der elektrischen —, v. H. Benndorf 60
Materie: Der Aufbau der —, v. M. Born. (B.) . . 71
—, Röntgenstrahlen, Radium und die —, v. E. Marx. (B.) 691
Mathematik: Über den Bildungswert der —, v. W. Birkemeyer. (B.) 168
Mathématique: Théorie — des phénomènes thermiques produits par la radiation solaire, v. M. Milankovitch. (B.) 192
Mattauch, J., Über eine neue Methode zur experimentellen Bestimmung eines Widerstandsgesetzes kleiner Kugeln in Gasen. (N.) 620
Maxwell-Boltzmannsches Geschwindigkeits- und Energieverteilungsgesetz: Das — in der Relativitätstheorie, v. E. Kretschmann 162
McKready, K., Sternbuch für Anfänger. (B.) . . 311
Mécanique: La — nouvelle, v. H. Poincaré. (B.) 692
Mecke, R., Über Intensitätsanomalien bei Bandenspektra. (N.) 597
— u. **P. Lindau**, Über den Bau der zweiten positiven Gruppe der Stickstoffbanden 277
Mengenlehre: Einleitung in die —, v. A. Fraenkel. (B.) 309
Meßgeräte: Handbuch der Technischen —, v. W. Block. (B.) 368
Meßinstrumente: Elektrotechnische —, v. K. Gruhn. (B.) 192
Messungen: Kinematographische — der Fallbewegung von Kugeln in zäher Flüssigkeit, auch in nächster Nähe einer Wand, v. H. Liebster u. L. Schiller. (N.) 670
Metalle: Die — und ihre Verbindungen, v. I. Koppel. (B.) 120
Metallische Leiter: Die Temperatur-Widerstands-Funktion —, v. K. Lichtenecker. (N.) . . . 550
— — Berichtigung 608
Metallographie: Lehrbuch der —, v. G. Tammann. (B.) 256
Metallurgie: Lehrbuch der chemischen Technologie und —, v. B. Neumann. (B.) 608
Mierdel, G., Elektrodenlose Entladungen. (Z. B.) 240
Mikroskope: Apparat zur Bestimmung der Vergrößerung der —, v. E. Judin 495
Milankovitch, M., Théorie mathématique des phénomènes thermiques produits par la radiation solaire. (B.) 192
Mischkörper: Über eine Analogie im Verhalten leitender und nichtleitender —, v. K. Lichtenecker 666

Seite

Molekulardurchmesser: Die Berechnung des — aus Verdampfungswärme und Oberflächenspannung, v. H. Sirk. (N.) 545
Molekularverbindungen: Organische —, v. P. Pfeiffer. (B.) 286
Möller, M., Kraftarten und Bewegungsformen. (B.) 167
Müller, H., Die Zerreißfestigkeit des Steinsalzes . 223
Musik: Die mathematischen und physikalischen Grundlagen der —, v. I. Peters. (B.) 464

N.

Nachwirkung: Über elastische —, elastische Hysteresis und innere Reibung, v. K. Bennewitz . . . 417
— — Bemerkung dazu, v. H. Jordan 579
Natrium: Das Bogenspektrum von —, v. F. J. v. Wisniewski 480
Neumann, B., Lehrbuch der chemischen Technologie und Metallurgie. (B.) 608
Noack, K., Eine eigentümliche Beugungsinterferenz. Bemerkung dazu, v. E. Maey 17
— Schlußwort dazu 18
Nordlichtspektrum: Das — und die höheren Atmosphärenschichten, v. L. Vegard. (N.) . . . 685
Nörlund, N. E., Differenzenrechnung. (B.) . . 488

O.

Oberflächenenergie: Anhang zu meiner Arbeit: „Über die — der Kristalle und die Kristallformen", v. M. Yamada 52
Oberflächenspannung: Die — verdünnter Elektrolytlösungen, v. C. Wagner. 474
— Die Berechnung des Molekulardurchmessers aus Verdampfungswärme und —, v. H. Sirk. (N.) 545
Oberflächenwellen: Dispersion und Extinktion von seismischen — und der Aufbau der obersten Erdschichten, v. B. Gutenberg. (Vorläufige Mitteilung.) 377
Oberguggenberger, V., Erdstrombeobachtungen im Gebirge. (N.) 682
Oberschlema: Messung des Emanationsgehaltes der radioaktiven Quellen in Brambach und —, v. P. Ludewig. 280
— — Berichtigung 336
Ohr: Die Empfindlichkeit des — für nicht sinusförmige Töne, v. H. Barkhausen u. G. Lewicki. (N.) 537
Ökubo, J. u. R. Seeliger, Über die Lichtemission der geschichteten Entladung 337
Optische Abbildung: Demonstration einiger Photogramme zur Theorie der —, v. M. Berek. (N.) 689
Optische Instrumente: Grundzüge der Theorie der — nach Abbe, v. S. Czapski u. O. Eppenstein. (B.) 691
Ornstein, L. S. u. H. C. Burger, Die Polarisation des Resonanzlichts 298
Osmotische Zustandsgleichung und Aktivität verdünnter starker Elektrolyte, v. P. Debye 97
Oxyde: Über die Strahlung von —, hervorgerufen durch intensive Kathodenstrahlen, v. K. Teucke 115

P.

Paneth, F. u. G. v. Hevesy, Lehrbuch der Radioaktivität. (B.) 47
Peters, I., Die mathematischen und physikalischen Grundlagen der Musik. (B.) 464
Pettersson, H. u. G. Kirsch, Über Atomzertrümmerung. (N.) 588
Pfeiffer, P., Organische Molekülverbindungen. (B.) 286
Phosphoreszenzemission: Über den Einfluß des Grundmaterials auf die —, v. R. Tomaschek. (N.) 643

Digitized by Google

Seite

Physik: Theoretische —, v. G. Jaeger. (B.) . . 24
— Entwicklungsgeschichte der modernen —, v. F. Auerbach. (B.) 68
— — Bemerkung dazu, v. F. Auerbach. . . . 307
— Über spontane Schwankungen in der —, v. R. Fürth 111
— — v. L. Graetz. (B.) 141
— Zu der Besprechung meines „Lehrbuch der — — Lehrbuch der —, v. E. Grimsehl. (B.) . . 141
— Goethe und die —, v. W. Wien. (B.) . . . 288
— Einführung in die theoretische —. I 3. u. 4. Aufl., v. A. Haas. (B.) 308
— Mathematische —, v. K. Hahn. (B.) 309
— — v. B. Dessau. II. (B.) 391
— Über „spontane Schwankungen" in der —. II., v. K. C. Kar. 397
5. Aufl." durch Herrn Hans Küstner, v. L. Graetz 401
— Methoden der mathematischen —, v. R. Cou- — Grundriß der —, v. K. Hahn. (B.) 488
rant u. S. Hilbert. (B.) 691
Physique: Cours de — mathématique, v. J. Boussinesq. (B.) 285
Planck, M., Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung. (B.) 72
Plotnikow, J., Eine Bemerkung zu der Arbeit der Herren Thiel und Ritter über die Schmelzbarkeit des Kohlenstoffs usw. 239
Pohle, E. u. H. Jarre, Methodik der Röntgentiefentherapie vom physikalischen Standpunkt. (B.) 608
Poincaré, H., La mécanique nouvelle. (B.) . . 692
Polarimeter: Beiträge zur Theorie des — Martens, v. I. I. Tichanowski 482
Polarisationsebene: Über die Drehung der — des Lichtes in Flüssigkeiten durch ein magnetisches Feld, v. M. Sende u. G. Wiarda 278
Polychroismus: Der — der Himmelspolarisation, v. I. I. Tichanowsky 390
— — Bemerkung dazu, v. M. A. Schirmann . . 584
Potentialgefälle: Bemerkungen zum täglichen und jährlichen Gang des — und des luftelektrischen Vertikalstromes, v. A. Gockel. 301
Prandtl, L., Ergebnisse der Aërodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen. Lfrg. 1 u. 2. (B.) . 308
Präzisionswagen: Über eine neue Reitersicherung für Analysen- und —, v. Sartoriuswerke 587
Primärstrom: Über den Hall-Effekt des lichtelektrischen — bei isolierten Kristallen, v. H. Lenz 435
Przibram, K., Zur Verfärbung und Lumineszenz durch Becquerelstrahlen. (N.) 640
Pychlau, H. u. W. Hammer, Über die Einwirkung eines longitudinalen elektrischen Feldes auf α-Strahlen des Radium F 585

Q.

Quantentheorie: Die Grundlagen der — und ihre experimentelle Prüfung, v. R. Ladenburg. (B.) 256
Quarz: Geschmolzener, blasenfreier —, eine geschichtliche Richtigstellung, v. M. v. Schwarz. 374
Quarzglas: Über die Durchlässigkeit von —, v. G. Joos. 376
Quasi-ergodische Systeme: Über die Existenz —, v. W. Urbański 47
— — v. E. Fermi 166
Quellung: Röntgenspektroskopische Untersuchungen über das Wesen der — bei Substanzen, die ein Faserdiagramm geben, v. J. R. Katz. 321
— Röntgenspektroskopische Untersuchungen über das Wesen der — bei einigen Substanzen, welche ein Debye-Scherrer-Diagramm geben, v. J. R. Katz u. H. Mark 431
Quellungsprobleme: Die Bedeutung der Röntgenspektrographie für die —, v. J. R. Katz . . . 659

Seite

Quincke, Georg: Dem Andenken an —, v. A. Kalähne 649

R.

Radioaktivität: Lehrbuch der —, v. G. v. Hevesy u. F. Paneth. (B.) 47
Radium: Röntgenstrahlen, — und die Materie, v. E. Marx. (B.) 691
Radium F: Über die Einwirkung eines longitudinalen elektrischen Feldes auf α-Strahlen des —, v. W. Hammer u. H. Pychlau 585
Raethjen, P., Halleffekt und Thermokraft . . . 84
Randall. M. u. G. N. Lewis, Thermodynamics and the free Energy of Chemical Substances. (B.) 70
Raum: Die realistische Weltansicht und die Lehre vom —, v. E. Study. (B.) 168
Raum-Zeit-Lehre: Axiomatik der relativistischen —, v. H. Reichenbach. (B.) 463
Rausch von Traubenberg, H., Über Asymmetrien in der Intensitätsverteilung des von Kanalstrahlen ausgesandten Lichtes. (N.) 606
— Über das Verhalten des Leuchtens von Kanalstrahlen bei ihrem Übergang aus einem elektrischen Felde in einen feldfreien Raum. (N.) . 607
Rautenfeld, F. v., Elektrizitätsleitung in Steinsalz und Kalkspat bei hohen Temperaturen. (N.) . 602
Refraktion: Kosmische —, v. H. Kienle 1
— — Berichtigung 82
— — Bemerkung dazu, v. L. Courvoisier . . . 187
— — Erwiderung, v. H. Kienle 306
— Noch einmal „Kosmische —", v. L. Courvoisier 391
Reibung: Über elastische Nachwirkung, elastische Hysteresis und innere —, v. K. Bennewitz . . 417
— — Bemerkung dazu, v. H. Jordan 579
Reichenbach, H., Axiomatik der relativistischen Raum-Zeit-Lehre. (B.) 463
Reizschwellenwert, Irradiation und Abbildungsfehler des menschlichen Auges, v. G. Jaeckel . . . 13
Relativitätstheorie: Die — Einsteins, v. M. Born. (B.) 167
— Das Maxwell Boltzmannsche Geschwindigkeits- und Energieverteilungsgesetz in der —, v. E. Kretschmann 162
— Vier Vorlesungen über —, v. A. Einstein. (B.) 167
— Zur —, v. Th. Kaluza. (N.) 604
Remy, H, Chemisches Wörterbuch. (B.) 576
Resonanzlicht: Der Einfluß eines Magnetfeldes auf die Polarisation des —, v. G. Joos 130
— — Nachtrag dazu 298
— — Bemerkung dazu, v. L. S. Ornstein u. H. C. Burger. 298
— Zur Polarisation des —, v. G. Joos. 400
Ricci-Kalkül: Der —, v. J. A. Schouten. (B.) . . 391
Richtungsquantelung: Neue Untersuchungen über magnetische Atommomente und —, v. W. Gerlach. (N.) 618
Ringabreißung: Theorie der Bestimmung der Kapillarkonstanten der Flüssigkeiten durch die Methode der —, v. I. I. Tichanowsky . . . 299
Röntgenelektronen: Über die Asymmetrie der Entladung von —, v. W. Seitz. (N.) 546
Röntgenspektralanalyse: Tabellen zur —, v. P. Günther. (B.) 692
Röntgenspektrographie: Die Bedeutung der — für die Quellungsprobleme, v. J. R. Katz 659
Röntgenspektroskopische Untersuchungen über das Wesen der Quellung bei Substanzen, die ein Faserdiagramm geben, v. J. R. Katz. 321
Röntgenstrahlen: Zur Therapie des Karzinoms mit —, v. F. Dessauer. (B.) 256
— Zerstreuung der — durch freie Elektronen, v. K. Försterling 313
— Über den Energieverbrauch bei der Luftionisation durch — verschiedener Wellenlängen, v. L. Grebe. (N.) 599

Digitized by Google

Seite

Röntgenstrahlen, Radium und die Materie, v. E. Marx. (B.) 691
Röntgentiefentherapie: Methodik der — vom physikalischen Standpunkt, v. E. Pohle u. H. Jarre. (B.) 608
Roth, W. A. u. **K. Scheel**, Konstanten der Atomphysik. (B.) 24
Rothe, H., Einführung in die Tensorrechnung. (B.) 487
Rüdenberg, R., Elektrische Schaltvorgänge und verwandte Störungserscheinungen in Starkstromanlagen. (B.) 464
Rumpf, E., Der Benedickseffekt im Vakuum . . 400

S.

Saitenelektrometer: Zum — neuer Form, v. C. W. Lutz 282
— Zu dem Lutzschen — neuer Form, v. Th. Wulf 109
Sartoriuswerke: Über eine neue Reitersicherung für Analysen- und Präzisionswagen 587
Säule: Wandströme und Theorie der positiven —, v. W. Schottky 342
— Diffusionstheorie der positiven —, v. W. Schottky. (N.) 635
Schallstrahlen: Über das thermische Gleichgewicht zwischen Licht- und —, v. E. Schrödinger . 89
Schaltvorgänge: Elektrische — und verwandte Störungserscheinungen in Starkstromanlagen, v. R. Rüdenberg. (B.) 464
Schärer, O., Theorie der Loslichkeitsbeeinflussung bei starken Elektrolyten 145
Scheel, K. u. **W. A. Roth**, Konstanten der Atomphysik. (B.) 24
Schiller, L., Neue Versuche zum Turbulenzproblem. (N.) 541
— — Berichtigung 608
— u. **H. Liebster**, Kinematographische Messungen der Fallbewegung von Kugeln in zäher Flüssigkeit, auch in nächster Nähe einer Wand. (N.) . 670
Schindelhauer, F., „Zur Elektrodynamik der Vorgänge in der Atmosphäre" des Herrn Fr. Kaftan 281
Schirmann, M. A., Bemerkung zur Veröffentlichung I. I. Tichanowsky, „Der Polychroismus der Himmelspolarisation" 584
— Über die Erzeugung, Erhaltung und Messung höchster Vakua (die Extremvakuumpumpe, das Adsorptionsmanometer). (N.) 631
Schlömilch, O., Kompendium der höheren Analysis. (B.) 285
Schoklitsch, A., Graphische Hydraulik. (B.) . . 574
Schottky, W., Wandströme und Theorie der positiven Säule 342
— Diffusionstheorie der positiven Säule. (N.) . . 635
— Vorführung eines neuen Lautsprechers. I. (N.) 672
Schouten, J. A., Der Ricci-Kalkül. (B.) . . . 391
Schrödinger, E., Gasentartung und freie Weglänge —, Über das thermische Gleichgewicht zwischen Licht- und Schallstrahlen 41 89
Schultz, P. A., Über ein einfaches Hilfsmittel bei der Strahlentherapie. (N.) 573
Schumann, W. O., Elektrische Durchbruchfeldstärke von Gasen. (B.) 535
Schwarz, M. v., Geschmolzener, blasenfreier Quarz, eine geschichtliche Richtigstellung 374
Schweremessung: Isostastie und —, v. A. Born. (B.) 142
Schwingungen: Über ein System, das auf gedämpfte — anders reagiert als auf ungedämpfte, v. J. Zenneck 441
Seeliger, R., Stoßleuchten, Wiedervereinigungsleuchten und Anregungsfunktion 56
— u. **J. Ókubo**, Über die Lichtemission der geschichteten Entladung 337
— u. **M. Wendt**, Bemerkung über die Anregung der Wasserstoffspektren durch Elektronenstoß. . 160
Seitz, W., Über die Asymmetrie der Entladung von Röngenelektronen (N.) 546

Seite

Selbstinduktion: Über Spulen mit veränderlicher — für Mittelfrequenz, v. H. Winter-Günther u. J. Zenneck 210
Sende, M. u. **G. Wiarda**, Über die Drehung der Polarisationsebene des Lichtes in Flüssigkeiten durch ein magnetisches Feld 278
Sensibilisation: Über die photochemische — der Maleinesterumlagerung durch Brom, v. J. Eggert 19
Serienspektren: Bemerkungen über —, an deren Emission mehr als ein Elektron beteiligt ist, v. G. Wentzel 182
Sicht: Über die Messung der vertikalen —, v. A. Wigand u. K. Genthe 263
Sichtmessung: Zur Präzisierung der —, v. A. Wigand u. K. Genthe 212
Sieberg, A., Geologische, physikalische und angewandte Erdbebenkunde. (B.) 648
Sinusrelief und Tangensrelief in der Elektrotechnik, v. F. Emde. (B.) 311
Sirk, H., Die Berechnung des Molekulardurchmessers aus Verdampfungswärme und Oberflächenspannung. (N.) 545
Smoluchowski, M. v., Abhandlungen über die Brownsche Bewegung und verwandte Erscheinungen. (B.) 143
Spektrallinien: Über die Frage der Feinstruktur ausgewählter —, v. E. Lau. (Z. B.) 60
— Über die Verbreiterung von — II. v. J. Holtsmark 73
Spektroskopie: Handbuch der Spektroskopie. VII, Erste Lieferung, v. H. Kayser u. H. Konen. (B.) 307
Spulen: Über — mit veränderlicher Selbstinduktion für Mittelfrequenz, v. H. Winter-Günther u. J. Zenneck 210
Starkstromanlagen: Elektrische Schaltvorgänge und verwandte Störungserscheinungen in —, v. R. Rüdenberg. (B.) 464
Steinsalz: Die Zerreißfestigkeit des —, v. H. Müller 223
— Elektrizitätsleitung in — und Kalkspat bei hohen Temperaturen, v. F. v. Rautenfeld. (N.) 602
Stellenvermittlung für promovierte Physiker und Werkstätten der physikalischen und physikalisch-technischen Richtung bei der Fachgemeinschaft deutscher Hochschullehrer der Physik. (T.) . . 144
Stereochemie, v. E. Wedekind. (B.) 487
Sternbuch für Anfänger, v. K. Mc Kready. (B.) . 311
Sterne: Bemerkung zur Theorie der Durchmesserbestimmung von — mittels des Interferometers, v. R. Gans 335
Stetter, G., Leitfähigkeitsmessungen an Marmor . 441
Stickstoffbanden: Über den Bau der zweiten positiven Gruppe der —, v. R. Mecke u. P. Lindau 277
Stoßionisation: Zur Theorie des Elektronenstromes bei der —, v. L. Heis 25
— — Berichtigung 72
Stoßleuchten, Wiedervereinigungsleuchten und Anregungsfunktion, v. R. Seeliger 56
α-Strahlen: Über die Einwirkung eines longitudinalen elektrischen Feldes auf — des Radium *F*, v. W. Hammer u. H. Pychlau 585
β-Strahlen: Zur Theorie der primären —, v. H. Th. Wolff 348
Strahlentherapie: Über ein einfaches Hilfsmittel bei der —, v. P. A. Schultz. (N.) 573
Strahlung: Die durchdringende — in der Atmosphäre, v. W. Kohlhörster. (B.) 690
Stromstöße: Über den Temperaturkoeffizienten elektrolytischer Widerstände bei Erwärmung durch ganz kurze Stromstöße, v. J. Malsch u. M. Wien. (N.) 559
Strömungsäther: Schwingungen elastischer Art im krättefreien —, v. O. Wiener. (N.) 552
Stücklen, H., Über Funkenpotential und Kathodenfall. (Z. B.) 401

Digitized by Google

Seite

Study, E., Einleitung in die Theorie der Invarianten linearer Transformationen auf Grund der Vektorenrechnung. (B.) 167
— Die realistische Weltansicht und die Lehre vom Raume. (B.) 168
Subelektronen: Mathematisch-statistische Untersuchungen über die —, v. H. Daecke. (N.) . . . 624
System: Über ein —, das auf gedämpfte Schwingungen anders reagiert, als auf ungedämpfte, v. J. Zenneck 441

T.

Tammann, G., Lehrbuch der Metallographie. (B.) 256
—, Lehrbuch der heterogenen Gleichgewichte. (B.) 310
Tangensrelief: Sinusrelief und — in der Elektrotechnik, v. F. Emde. (B.) 311
Tarassoff, W., Über die elektrische Natur der Adsorptionskräfte. (Mitteilung I.) 369
Taupunkt: Eine neue Methode zur Bestimmung der Temperatur des —. v. M. Holtzmann 443
α- und *H*-Teilchen: Quantitative optische Unterscheidung von —, v. E. Kara-Michailova. (N.) 595
Temperaturkoeffizient: Über den — elektrolytischer Widerstände bei Erwärmung durch ganz kurze Stromstöße, v. J. Malsch u. M. Wien. (N.) . . 559
Temperatur-Widerstands-Funktion: Die — metallischer Leiter, v. K. Lichtenecker. (N.) 550
— — Berichtigung 608
Tensorrechnung: Einführung in die —, v. H. Rothe. (B.) 487
d-Terme: Die *p*- und — des Lithiums, v. F. J. v. Wisniewski 330
p-Terme: Die — und *d*-Terme des Lithiums, v. F. J. v. Wisniewski 330
Teucke, K., Über die Strahlung von Oxyden, hervorgerufen durch intensive Kathodenstrahlen 115
Thermodynamics and the free Energy of Chemical Substances, v. G. N. Lewis u. M. Randall. (B.) 70
Thermokraft: Halleffekt und —, v. P. Raethjen . 84
Tichanowsky, I. I., Theorie der Bestimmung der Kapillarkonstanten der Flüssigkeiten durch die Methode der Ringabreißung 299
— Der Polychroismus der Himmelspolarisation . 390
— — Bemerkung dazu, v. M. A. Schirmann . . 584
— Beiträge zur Theorie des Polarimeters Martens . 482
Tomaschek, R., Über den Einfluß des Grundmaterials auf die Phosphoreszenzemission. (N.) . . 643
Tonbildung: Über die — in luftdurchströmten Röhren 121
Töne: Die Empfindlichkeit des Ohres für nicht sinusförmige —, v. H. Barkhausen u. G. Lewicki. (N.) 537
Tonkunst und bildende Kunst vom Standpunkte des Naturforschers, Parallelen und Konstraste, v. F. Auerbach. (B.) 367
— — Berichtigung 416
Topologie: Vorlesungen über —, v. B. v. Kerékjártó. (B.) 285
Transformationen: Einleitung in die Theorie der Invarianten linearer — auf Grund der Vektorenrechnung, v. E. Study. (B.) 167
Tuma, J., Kinematographische Darstellungen Hertzscher Wellen. (N.) 601
Turbulenzproblem: Neue Versuche zum —, v. L. Schiller. (N.) 541
— — Berichtigung 608

U.

Urbański, W., Über die Existenz quasi-ergodischer Systeme 47

Seite

V.

Vahlen, Th., Ballistik. (B.) 21
— — Bemerkungen dazu, v. C. Cranz 188
— — Entgegnung, v. G. v. Gleich 191
Vakua: Über die Erzeugung, Erhaltung und Messung höchster — (die Extremvakuumpumpe, das Adsorptionsmanometer), v. M. A. Schirmann. (N.) 631
Vakuumuntersuchungen, v. W. Buchloh 166
Valentiner, S., Vektoranalysis. (B.) 224
Vegard, L., Das Nordlichtspektrum und die höheren Atmosphärenschichten. (N.) 685
Vektoranalysis, v. S. Valentiner. (B.) 224
Verdampfungswärme: Die Berechnung des Molekulardurchmessers aus — und Oberflächenspannung, v. H. Sirk. (N.) 545
Verdünnungsgesetze: Über — und Verteilung starker Elektrolyte nach der Theorie von Debye, v. Ph. Groß u. O. Halpern 393
— — Berichtigung 488
Verein deutscher Ingenieure: Hauptversammlung in Hannover. (T.) 312
Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte, Innsbruck, vom 21.—27. September 1924 . . . 282
Vertikalstrom: Bemerkungen zum täglichen und jährlichen Gang des Potentialgefälles und des luftelektrischen —, v. A. Gockel 381
Vogtherr, K., Betrachtungen über die Zeit und Zeitmessung 609
Vorländer, D. u. R. Walter, Die erzwungene Doppelbrechung der amorphen Flüssigkeiten im Zusammenhange mit der molekularen Gestalt. (N.) 571

W.

Wagen: Über eine neue Reitersicherung für Analysen- und Präzisionswagen, v. Sartoriuswerke . . . 587
Wagner, C., Die Oberflächenspannung verdünnter Elektrolytlösungen 474
Walden, P., Molekulargrößen von Elektrolyten in nichtwäßrigen Lösungsmitteln. (B.) 287
— Elektrochemie nichtwäßriger Lösungen. (B.) . 310
Walter, R. u. D. Vorländer, Die erzwungene Doppelbrechung der amorphen Flüssigkeiten im Zusammenhange mit der molekularen Gestalt. (N.) 571
Wanderungsgeschwindigkeit: Bemerkungen zu einem Satze über die kataphoretische — suspendierter Teilchen, v. P. Debye u. E. Hückel 49
Wandströme und Theorie der positiven Säule, v. W. Schottky 342
Warburg, E., Karl Richard von Koch † 577
Wärmen c_p/c_v: Über das Verhältnis der spezifischen — für Flüssigkeiten, v. T. Isnardi 439
Wärmestrahlung: Vorlesungen über die Theorie der —, v. M. Planck. (B.) 72
Wärmewellen: Ein Versuch von den kurzen elektrischen zu den langen — überzugehen, v. M. Lewitsky. Vorläufige Mitteilung 107
Wasserstoffspektren: Bemerkung über die Anregung der — durch Elektronenstoß, v. R. Seeliger u. M. Wendt 160
Wellenlängentabellen for Spectrum Analysis. (B.) . 311
Wedekind, E., Stereochemie. (B.) 487
Weglänge: Gasentartung und freie —, v. E. Schrödinger 41
Weltansicht: Die realistische — und die Lehre vom Raume, v. E. Study. (B.) 168
Wendt, M. u. R. Seeliger, Bemerkung über die Anregung der Wasserstoffspektren durch Elektronenstoß 160
Wentzel, G., Bemerkungen über Serienspektren, an deren Emission mehr als ein Elektron beteiligt ist 182
Wessel, W., Über das Massenwirkungsgesetz in ionisierten Systemen 270

Digitized by Google

Seite

Wiarda, G. u. M. Sende. Über die Drehung der Polarisationsebene des Lichtes in Flüssigkeiten durch ein magnetisches Feld 278
Widerstände: Über den Temperaturkoeffizienten elektrolytischer — bei Erwärmung durch ganz kurze Stromstöße, v. J. Malsch u. M. Wien. (N.). . 559
Widerstandsgesetz: Über eine neue Methode zur experimentellen Bestimmung eines — kleiner Kugeln in Gasen, v. J. Mattauch. (N.) 620
Wiedervereinigungsleuchten: Stoßleuchten, — und Anregungsfunktion, v. R. Seeliger 56
Wien, M. u. J. Malsch, Über den Temperaturkoeffizienten elektrolytischer Widerstände bei Erwärmung durch ganz kurze Stromstöße. (N.) . 559
Wien, W., Goethe und die Physik. (B.) 288
Wiener, O., Schwingungen elastischer Art im kräftefreien Strömungsäther. (N.) 552
Wigand, A., Die durchdringende Höhenstrahlung. (Z. B.) 445
— Luftelektrische Untersuchungen bei Flugzeugaufstiegen. (N.) 684
— u. **K. Genthe,** Zur Präzisierung der Sichtmessung 212
— Über die Messung der vertikalen Sicht 263
Willers, Fr. A., Numerische Integration. (B.) . 48
Winter-Günther, H. u. J. Zenneck, Über Spulen mit veränderlicher Selbstinduktion für Mittelfrequenz 210
Wisniewski, F. J. v., Zur Theorie des Heliums 135
— Über die K-Anregungsgrenze der leichten Elemente 297
— Die p- und d-Terme des Lithiums 330
—, Zur Theorie des Funkenspektrums des Aluminiums 477

Seite

Wisniewski, F. J. v., Das Bogenspektrum von Natrium 480
Wittenbauer, F., Graphische Dynamik. (B.) . . 392
Wolff, H. Th., Zur Theorie der primären β-Strahlen 348
Wörterbuch: Chemisches, v. H. Remy. (B.) . . 576
Wulf, Th., Zu dem Lutzschen Saitenelektrometer neuer Form 109

Y.

Yamada, M., Anhang zu meiner Arbeit: „Über die Oberflächenenergie der Kristalle und die Kristallformen" 52
— Über die Kristallformen und die Kristallgitter . 289

Z.

Zeit: Betrachtungen über die — und Zeitmessung, v. K. Vogtherr 609
Zeitlehre: Axiomatik der relativistischen Raum- — Lehre, v. H. Reichenbach. (B.) 463
Zeitmessung: Betrachtungen über die Zeit und —, v. K. Vogtherr 609
Zenneck, J., Elektronen- und Ionenströme. (B.) 416
— Über ein System, das auf gedämpfte Schwingungen anders reagiert als auf ungedämpfte 441
— u. **H. Winter-Günther,** Über Spulen mit veränderlicher Selbstinduktion für Mittelfrequenz 210
Zerfallsprodukte: Messungen des Gehalts der Luft an radioaktiven — vom Flugzeug aus, v. H. Bongards. (N.) 679

Namensverzeichnis der „Personalien".

Ames, J. S. 392.
Angelico, F. 536.
Angot, A. 168.
Baker, H. B. 24.
Bargellini, G. 608.
Behnke, H. 392.
Behrend, R. 536.
Bellucci, I. 536.
Bennewitz, K. 368.
Berek, M. 440.
Berl, E. 336.
Berndt, G. 336.
Biehl, A., 536.
Braun, H. 536.
Brauns, H. 416.
Brown, C. E. L. † 288.
Bruckmann, A. 24.
Cameron, D. H. 692.
Chadwick, J. 368.
Clowes, F. † 24.
Cockcroft, I. P. 608.
Cohen, J. B. 144. 648.
Collenberg, O. E., 692.
Curtius, Th. 48.
Dains, H. H. † 536.
Danneel, E. 24.
Debye, P. 168.
Dede, L. 368.
Defant, A. 536.
Dieckhoff, E. † 48.
Dietzel, R. 488.
Dobbie, J. J. † 368.
Doetsch, G. 392.
Eggert, J. 392.
Emerson, Wm. † 692.
Escales, R. † 464.
Falkenberg, G. 440.
Faltis, F. 168.
Fehrle, K. † 72.
Findley, A. 692.
Fischer, O. 96.
Fischer, Ph. 692.
Föppl, A. † 416.
Förster, 464.
Forster, A. 144.
Försterling, K. 288.
Franke, A. 144.
Frerichs, G. 368.
Fues, E. 312.
Gabriel, S. † 120.
Gilpin, J. E. † 464.
Ginnings, P. M. 488.
Glazunow, A. I. 72.
Greinacher, H. 464.
Grimm, H. 336.
Grose, M. R. † 224.
Grube, H. 336.
Gutzmer, A. † 224.
de Haas, W. J. 392.
Hahn, O. 224. 336. 692.
v. Halban, H. 96.
Hammerstein, A. 368.
Heis, L. 120.
Helm, C. † 692.
Henri, V. 368. 392.
Herzig, J. † 368.
Heuser, E. 392.
Hieber, W. 392.
Himstedt, F. 168 168.
Hirzel, G. † 224.
Höfer, H. † 72.
v. Hübl, A. 368.
Ingold, Ch. K. 144.
Jansch, G. 368.
Jaumann, G. † 368.
Jette, E. R. 536.
Joos, G. 692.
Juge, I. 48.
Kalischer, S. † 464.
Kamerlingh-Onnes, H. 392.
Kienle, H. 312.
Kippenberger, C. 608.
Knipping, P. 440.
v. Koch, K. R. † 312.
Kopff, A 416.
Krazer, A. 24.
Krollpfeiffer, F. 648
Ku, P. † 224.
Küstner, K. F. 312.
Lacroix, J. B. 488.
Ladenburg, R. 392. 416.
Lamb, H. 24.
Lambourne, H. 648.
Liesegang, R. E., 648.
Mannheim, E. † 368.
Mc Lenann, I. C. 392.
Meitner, L. 336.
Meyer, Franz 312.
Meyer, G. 168.
Mie, G. 168. 440.
Millikan, R. A. 24.
Mita, A. 536.
Morris, F. 392.
de Mouilpied, A. T. 608.
Müller, F. 648.
Murmann, E. 336.
Neben, P. 392.
Neder, L. 312.
Nernst, W. 96.
Oddo, L. 536.
Ostrowski, A. 72.
Otto, C. 536.
Padoa, L. M. 536.
v. d. Pahlen, E. 536.
Palagyi, M. † 368.
Paschen, F. 488.
Pastanogoff, W. † 368.
Philippi, E. 168.
Pohlhausen, E. 692.
Pummerer, R. 488.
Quincke, G. † 24.
Rausch v. Traubenberg, H. 224.
Reihlen, H. 392.
Rheinboldt, H. 96. 312.
Rice, F. 488.
Riede, A. 440.
Rohde, G. 48.
Rolla, L. 648.
Runge, K. 312.
Rutherford, E. 392. 464.
Sadler, S. P. † 48.
Salathe, A. 488.
Schachenmeier, R. 24. 576.
Schaefer, C. 168.
Schafheitlin, P. † 488.
Scheibe, G. 288.
Scherrer, P. 144. 464.
Schilling, B. 440.
Schleiermacher, A. 24.
Schlubach, H. 96.
Schmalfuß, H. 96.
Schmidt, W. 440.
Schrauth, W. 392.
Schumann, W. 464.
Schwaiger, A. 224.
Seeliger, H. v. † 648.
Segre, C. † 368.
Shead, A. C. 648.
Sieberg, L. 120.
Skraup, S. 24.
Spaeth, E. 144.
Stintzing, H. 72.
Stobbe, H. 72.
Szilly, K. † 416.
Täufel, K. 488.
Thoma, H. 392.
Tietze, H. 368.
Valenta, E. 72.
Volkmann, P. 24.
Wagner, J. † 368.
Wagner, K. 336.
Wagner, K. W. 368.
Waldschmidt, E. 392
Wallenberg, G. † 692.
Wavre, R. 392.
Wedard, G. M. 144.
Whitman, J. L. 692.
Wiedemann, E. 96.
Wien, W. 288.
Wintgen, R. 168. 392.
Withrow, I. R. 648.
Zanetti, I. E. 392.

Digitized by Google

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

No. 1. 1. Januar 1924. Redaktionsschluß für No. 3 am 10. Januar 1924. 25. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

H. Kienle, Kosmische Refraktion. S. 1.

G. Hoffmann, Über die Bedeutung der Labilisierung bei der elektrometrischen Messung kleiner Elektrizitätsmengen. S. 6.

K. Hillebrand, Die analytische Behandlung der Fundamentalprobleme der Elektrostatik. S. 8.

G. Jaeckel, Reizschwellenwert, Irradiation und Abbildungsfehler des menschlichen Auges S. 13.

E. Maey, Bemerkungen zu dem Manuskript: „Eine eigentümliche Beugungsinterferenz, von Karl Noack". S. 17.

K. Noack, Schlußwort zu Herrn Maeys Bemerkungen. S. 18.

Vorträge und Diskussionen des deutschen Physikertages in Bonn vom 16.—22 September 1923:

J. Eggert, Über die photochemische Sensibilisation der Malachitgrünumlagerung durch Biom. S. 19.

Besprechungen:

Th. Vahlen, Ballistik. S. 21.

Brockhaus, Handbuch des Wissens. S. 22.

W. A. Roth und K. Scheel, Konstanten der Atomphysik. S. 24.

G. Jaeger, Theoretische Physik. S. 24.

Berichtigung. S. 24.

Personalien. S. 24.

Gesuche. S. 24.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Kosmische Refraktion.

Von Hans Kienle.

Die Ausführungen Hopmanns auf dem Physikertag in Bonn*), denen zufolge die auf den Sonnenfinsternisaufnahmen von 1919 und 1922 festgestellten Ablenkungen der Lichtstrahlen sich fast besser durch Courvoisiers „Kosmische Refraktion" darstellen lassen als durch Einsteins Gravitationseffekt, haben in den Kreisen der Zuhörer einiges Aufsehen erregt und wohl auch eine gewisse Verwirrung hervorgerufen. Es könnte den Anschein erwecken, als seien die Astronomen ständig bemüht, auf der einen Seite Bestätigungen der Relativitätstheorie zu erbringen, die sie auf der anderen Seite selbst wieder diskreditieren durch Aufzeigung von Effekten, welche in der gleichen Weise wirken. Und im vorliegenden Falle hat Hopmann die Verhältnisse so dargestellt, daß der Uneingeweihte — das ist hier der Physiker — den Eindruck gewinnen muß, als handle es sich bei dem „Courvoisier-Effekt" um eine ebenso eindeutig feststehende und astronomisch allgemein anerkannte Tatsache wie etwa die Bewegung des Merkurperihels. Ohne an dieser Stelle mich in weitläufige Einzelheiten zu verlieren, sei im Folgenden nur darzulegen versucht, was es mit dem „Courvoisier-Effekt" für eine Bewandtnis hat, wie weit er als verbürgt angesehen werden und für die Erklärung der auf den Sonnenfinsternisaufnahmen beobachteten Verschiebungen der Sternbilder verantwortlich gemacht werden kann.

Die Idee einer kosmischen Refraktion des Lichtes durch ein interplanetarisches Medium wurde von Courvoisier 1904 zuerst zur Erklärung des vielumstrittenen z-Gliedes der Polhöhenschwankung herangezogen[1]) und bei dieser Gelegenheit bereits von Pannekoek[2]) kritisiert. Inzwischen ist man längst zu der Einsicht gekommen, daß der Ursprung des Kimuragliedes recht wenig „kosmischer", sondern durchaus terrestrischer Natur und zum Teil in der nächsten Umgebung des Beobachters (Saalrefraktion) zu suchen ist. Anschließend an die Ausführungen C.s hat Harzer[3]) die mathematische Theorie einer kosmischen Refraktion entwickelt unter der Voraussetzung eines die Sonne umgehenden ellipsoidisch geschichteten Mediums, für dessen Vorhandensein wir ja gewisse Anzeichen in dem Zodiakallicht haben. Von praktischer Bedeutung ist nur der von Harzer gefundene Brechungsindex des hypothetischen Mediums, der von der Größenordnung 1,000001 sein müßte, wenn Verschiebungen der Sternpositionen in der von C. geforderten Größe herauskommen sollen. Daraus ergeben sich Folgerungen bezüglich der Dichte und des Widerstandes dieses Mediums, die so vollkommen in Widerspruch zu all unseren sonstigen Erfahrungen stehen, daß C. selbst in seiner dem Gegenstand gewidmeten Hauptarbeit[5]) auf eine physikalische Deutung der empirischen Ergebnisse verzichtete und die ursprüngliche Idee nur als „Arbeitshypothese" beibehielt. Zweckmäßigerweise hätte damit auch die Bezeichnung „jährliche oder kosmische Refraktion" fallen und der „Courvoisier-Effekt" unabhängig von der der Refraktionstheorie angepaßten empirischen Formel weiter untersucht werden müssen. Dies ist indessen nicht geschehen und dadurch wurden alle späteren Beobachtungen von einem nicht ganz

*) Siehe diese Zeitschrift **24**, 476, 1923.

Digitized by Google

unvoreingenommenen Standpunkt aus diskutiert.

Das Wesen des „Courvoisier-Effektes", so wie C. selbst ihn in seinen verschiedenen Arbeiten beschreibt, läßt sich kurz dahin präzisieren: Alle Sternpositionen erleiden eine scheinbare, von der Sonne radial nach außen gerichtete und von der Richtung selbst unabhängige Verschiebung, deren Größe als Funktion des sphärischen Abstandes d von der Sonne gegeben ist durch die empirische Formel:

$$r(d) = \varrho\,(1 - \sqrt{\sin d/2}).$$

Die Konstante ϱ hat den Zahlwert 0″,55. In der unmittelbaren Umgebung der Sonne, etwa innerhalb 10°, scheint ϱ größer zu sein.

Die Beobachtungen, auf Grund deren C. zu diesen Feststellungen gelangte, sind absolute Rektaszensions- und Deklinationsbestimmungen von hellen Fixsternen, die bis in die nächste Nähe der Sonne verfolgt werden können; und relative Ortsbestimmungen der Venus in der Nähe ihrer oberen Konjunktion mit der Sonne. Bezeichnet man mit α und δ in gewohnter Weise Rektaszension und Deklination, mit $p_\odot$ den Positionswinkel der Sonne bezüglich des betreffenden Gestirnes, so sind die beobachtbaren Verschiebungen in den beiden Koordinaten gegeben durch:

$$\Delta\alpha \cos\delta_* = -r(d) \sin p_\odot$$
$$\Delta\delta = -r(d) \cos p_\odot$$

Die Abweichungen der beobachteten Rektaszensionen von ihrem mittleren Werte sind also positiv, wenn das Gestirn sich östlich von der Sonne befindet (bei Fixsternen vor, bei Venus nach der Konjunktion), negativ, wenn das Gestirn westlich von der Sonne steht; sie gehen durch Null hindurch im Zeitpunkte der Konjunktion ($\alpha_\odot = \alpha_*$). In Deklination erreichen die Abweichungen ein Maximum bei der Konjunktion und wechseln das Vorzeichen, wenn $\delta_\odot = \delta_*$ wird. Nach diesen allgemeinen Vorbemerkungen wollen wir dazu übergehen, die einzelnen Beobachtungsgruppen zu diskutieren.

1. Absolute Rektaszensionen von Fixsternen. Hier eignen sich in erster Linie die beiden Sterne α-Tauri und α-Leonis, von denen längere Reihen von Tagbeobachtungen bis in möglichste Nähe der Sonne aus Pulkowa und Odessa vorliegen; ihnen fügt C. noch eigene Berliner Beobachtungen hinzu. Bei der Reduktion der Beobachtungen[5]) verfährt C. summarisch in der Weise, daß er monatweise mittelt, nun aber nicht diese Monatsmittel einer Ausgleichung unterwirft, sondern unter Beschränkung auf die der Konjunktion unmittelbar vorangehenden bzw. nachfolgenden beiden Monatsmittel lediglich die Differenzen der Beobachtungen vor und nach der Konjunktion gegen einander bildet und diese, nachdem sie noch mit Hilfe eines angenommenen Wertes für die Parallaxe verbessert wurden, als Wirkung der „jährlichen Refraktion" auffaßt. Berücksichtigt man indessen auch die übrigen Mittel, dann zeigt sich fast durchwegs ein deutlicher systematischer Gang, aber nicht von Jahresperiode, wie es nach C. sein müßte. Bei α-Tauri z. B. schneidet die Kurve der B—R die Zeitachse in den folgenden, von der Konjunktion aus gezählten Punkten:

Pulkowa	1880/84	— 0α,3	0α,0	+ 0α,2
„	1897/02	— 0 ,25	0 ,0	+ 0 ,15
Odessa	1899/03	— 0 ,2	0 ,0	+ 0 ,15

Bei α-Leonis sind die entsprechenden Werte, soweit sich überhaupt eine Gesetzmäßigkeit erkennen läßt:

Pulkowa	1882/84	— 0α,2		+ 0α,05
Odessa	1899/03	— 0,3	— 0,1	+ 0 ,05

In allen Fällen also Anzeichen einer wesentlich kürzeren Periode als ein Jahr ($^1/_3$ bzw. $^1/_2$ Jahr). Die Erscheinung ist teilweise so ausgesprochen, daß man nicht umhin kann, darin die Wirkung eines systematischen Fehlers zu sehen, der erst eliminiert werden müßte, bevor daran gedacht werden kann, die Konstante der „jährlichen Refraktion" aus den Beobachtungen abzuleiten.

Auf die von C. ebenfalls herangezogenen Polsternbeobachtungen braucht hier nicht weiter eingegangen zu werden; einerseits ist wegen des großen und nur in geringem Umfange variablen Sonnenabstandes dieser Sterne die a priori zu erwartende Verschiebung der Positionen nur klein — und kommt auch dementsprechend heraus — andererseits gehen gerade in die Reduktion absoluter Polsternbeobachtungen eine Reihe nur schwer zu eliminierender Größen ein, so daß die „zweifellos reellen Resultate für die systematische Abweichung" nicht viel zur Stütze der Arbeitshypothese beitragen können.

2. Rektaszensionen der Venus in der Nähe ihrer oberen Konjunktion. Im Gegensatze zu den Fixsternbeobachtungen handelt es sich hier nicht um absolute, sondern nur um relative Beobachtungen, in die die ganzen Unsicherheiten des aus Fundamentalsternbeobachtungen abgeleiteten Uhrstandes eingehen. Da nur wenige helle Fundamentalsterne im vollen Tageslichte beobachtet werden können, ist eine ausreichende Kontrolle der täglichen Schwankungen des Uhrganges nicht möglich. Ein Beispiel zur Erläuterung des Gesagten: 1915 wurde Venus gleichzeitig von Mündler in Heidelberg und Kępiński in Berlin beobachtet. Die Tagesbeobachtungen der Fundamentalsterne er-

Digitized by Google

gaben in beiden Fällen erhebliche Korrektionen[7]). Bei den Heidelberger Beobachtungen wurden diese Beobachtungen dann einfach verworfen, weil „die graphische, lineare Interpolation des Uhrstandes für Venus aus diesen Daten sich als zu ungenau erwies". Der weitere Schluß wäre doch nun wohl gewesen, daß man auch bezüglich der Venusbeobachtungen Vorsicht walten lassen müsse; denn warum sollten sie weniger den bei den Fixsternen sich zeigenden Einflüssen systematischer Fehler unterliegen? Statt dessen aber interpoliert C. für Venus die Uhrstände einfach aus den Nachtbeobachtungen der Fundamentalsterne und deutet die sich ergebenden Abweichungen der Venusörter im Sinne der „jährlichen Refraktion". Erfolg: der sehr große Betrag von $+1''{,}10 + 0''{,}29$ für $r(3^0{,}3)$. Die Beobachtungen Kępińskis wurden direkt an die Tagbeobachtungen der Fundamentalsterne angeschlossen mit dem Ergebnis, daß für die hypothetische Refraktion der Betrag von nur $+0''{,}28 + 0''{,}22$ herauskam, dessen mittlerer Fehler übrigens, wie wir gleich noch sehen werden, zu klein angegeben ist. C. schließt: „Dieser geringe Betrag der Abweichung dürfte hauptsächlich auf die nicht hinreichend systematische Anlage der Messungen zurückzuführen sein", während die naturgemäße Folgerung die gewesen wäre, daß die in Heidelberg sich verratenden systematischen Unterschiede zwischen Tag- und Nachtbeobachtungen — das und nichts weiter ist die „kosmische Refraktion" — durch den möglichst strengen Anschluß der Venus an gleichzeitig beobachtete Fixsterne in Berlin in hohem Grade eliminiert wurden.

Bezüglich der Ableitung der Konstanten der „jährlichen Refraktion" aus den $B-R$ sind die gleichen Einwendungen zu machen wie unter 1): es ist nicht zulässig, summarisch vor und nach der Konjunktion zu mitteln, wenn der Verlauf der $B-R$ in seinen Hauptzügen nicht den Voraussetzungen der Arbeitshypothese entspricht. Rechnet man, unter Zugrundelegung mehrerer Mittelwerte, streng nach der oben angegebenen Formel, wobei nach dem Vorgange C.s innerhalb der für die Venus in Betracht kommenden Sonnenabstände r im Mittel konstant genommen wird, dann ergeben sich die folgenden Zahlen, welche den von C. gefundenen[7]) [10]) gegenübergestellt seien:

		Ausgleichung		Courvoisier	
Heidelberg 1915	$r(3^0{,}3) =$	$+1''{,}35$	$\pm 0''{,}25$	$+1''{,}10$	$+0''{,}29$
Pulkowa 1864	4 ,4	0 ,31	0 ,35	0 ,46	0 ,25
Berlin 1907	5 ,0	0 ,49	0 ,44	0 ,84	0 ,26
„ 1915	5 ,4	0 ,21	0 ,27	0 ,28	0 ,22
Heidelberg 1909	6 ,0	0 ,38	0 ,50	0 ,38	0 ,23*)
Berlin 1917	6 ,0	0 ,32	0 ,21	0 ,40	0 ,14

Man erkennt fast durchweg eine Verkleinerung der Werte für r und eine Vergrößerung der mittleren Fehler, die zeigt, daß kaum eine der Zahlen als verbürgt angesehen werden kann. Hervorgehoben sei noch, daß die Beobachtungen so übernommen wurden, wie C. sie mitteilte, und daß lediglich etwas anders gerechnet wurde. Scheidet man den aus den oben angegebenen Gründen auf alle Fälle verfehlten Wert Heidelberg 1915 aus, so folgt aus den übrigen Zahlen rein formal

$$r(5^0{,}5) = +0''{,}31 + 0''{,}14,$$

wobei es dahingestellt sei, ob eine solche Mittelbildung nach Lage der Dinge überhaupt einen Sinn und der sich rechnerisch ergebende Fehler große Überzeugungskraft hat.

3. Absolute Deklinationen von Fixsternen. Die Schwierigkeiten absoluter Deklinationsbestimmungen infolge deren starker Beeinflussung durch die Unsicherheiten in der Berechnung der atmosphärischen Refraktion sind hinreichend bekannt, um gegen alle Schlüsse skeptisch zu stimmen, welche aus dem jahreszeitlichen Gange der $B-R$ gezogen werden. Aus den Diskussionen der letzten Jahre über die „Saalrefraktion" weiß man, welche große Rolle C. selbst dieser Quelle systematischer Verfälschungen der Beobachtungen zuschreibt. Es kann darum auch nicht wundernehmen, wenn aus den älteren Deklinationsbeobachtungen sonnennaher Sterne recht widersprechende Zahlenwerte für die „kosmische Refraktion" sich ergeben, je nach den empirischen Temperaturkorrektionen, welche an die Beobachtungen angebracht werden[4]) [5]). Mehrfach erhält C. sogar negative Werte, die aus den Schlußresultaten nur infolge der vorgenommenen Mittelbildungen verschwinden. Man kann von diesen Beobachtungen auch aus dem Grunde absehen, weil inzwischen einige von C. am Berliner Vertikalkreis angestellte Messungsreihen veröffentlicht wurden[10]), deren Ergebnisse für die Beurteilung des vorliegenden Problems von umso größerer Wichtigkeit sind, als die Beobachtungen ganz

*) Dies ist der von C. durch „teilweise graphische Interpolation" der Uhrstände, also die weniger anfechtbare Methode, gefundene Wert.

Digitized by Google

mit Rücksicht auf den speziellen Zweck angelegt sind. Wir wollen diese Ergebnisse im Folgenden etwas näher beleuchten.

Der Raum des Vertikalkreises ist für Nachtbeobachtungen wohl praktisch frei von Saalrefraktion, dagegen keineswegs am Tage; vor allem, wenn, wie dies hier der Fall war, der Spalt teilweise durch das Sonnensegel geschlossen wird. Um den Einfluß der Unsicherheit der der Refraktionsrechnung zugrunde gelegten Lufttemperaturen zu eliminieren, bestimmt C. empirische Temperaturkorrektionen aus gleichzeitigen Polarisbeobachtungen, die einen deutlichen Gang mit der Jahreszeit aufweisen und sich zwischen $-0^0,5$ und $+1^0,7$ bewegen. Schon die Größe dieser rein empirisch ermittelten Korrektionen der Beobachtungen muß Bedenken erwecken. Bedingen sie doch bei α-Orionis z. B. Korrektionen der beobachteten Zenitdistanzen zwischen $-0'',04$ und $+0'',46$, während die Gesamtamplitude der hypothetischen „jährlichen Refraktion" theoretisch nur $0'',35$ beträgt. Was vor allem aber berechtigt dazu, die im Vertikal des Polaris, d. h. in dem freien nördlichen Teile des Spaltes, gefundenen empirischen Verbesserungen ohne weiteres zu übertragen auf die hinter dem stark bestrahlten Sonnensegel angestellten Beobachtungen von Südsternen? Es ist hier nicht der Ort, zu untersuchen, welche Ergebnisse eine andere Reduktion der Messungen zutage fördern würde; wir wollen vielmehr die $B-R$ C.s ohne Korrektur übernehmen und nur, wie oben bei den Venusbeobachtungen, die Ableitung der Konstanten der „jährlichen Refraktion" neu vornehmen. Denn auch in diesem Falle ist das von C. eingeschlagene Verfahren nicht einwandfrei und gibt kein richtiges Bild von der wirklichen Genauigkeit der Resultate. C. bildet nämlich zunächst aus den $B-R$ in passender Weise Mittelwerte (6 bis 7), gleicht diese dann graphisch aus, entnimmt der Kurve möglichst symmetrisch zur Konjunktion gelegene Werte und unterwirft erst diese (schon einmal ausgeglichenen!) Zahlen einer Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate. Dieses Verfahren widerspricht selbstverständlich dem Grundgedanken der Ausgleichungsrechnung und es ist klar, daß einerseits die gesuchte Konstante dadurch sicher zu groß erhalten wird, weil die ausgleichende Kurve ganz unbewußt im Sinne des zu erwartenden Effektes gezogen wird; und daß andererseits vor allem der formal sich ergebende mittlere Fehler der Unbekannten zu klein ausfällt, weil ja nicht die Originalbeobachtungen dargestellt werden, sondern bereits ausgeglichene Werte. Die Durchführung der Rechnungen mit C.s unausgeglichenen Mittelwerten bestätigt diese Erwartungen, wie aus der folgenden Gegenüberstellung klar zu erkennen ist.

		Ausgleichung		Courvoisier		Formel
β-Geminorum . . .	$r\ (7^0) =$	$+0'',14$	$\pm 0'',21$	$+0'',36$	$\pm 0'',12$	$+0'',41$
α-Orionis	16	0 ,24	0 ,21	0 ,27	0 ,07	0 ,35
α-Aurigae	23	0 ,18	0 ,14	0 ,28	0 ,08	0 ,30
α-Persei	30	0 ,20	0 ,33	0 ,28	0 ,23	0 ,27
β-Ursae maj. . . .	50	0 ,29	0 ,19	0 ,24	0 ,05	0 ,19

Wie man sieht, ist in Wirklichkeit keine der Zahlen verbürgt außer der letzten — wobei es zum mindesten merkwürdig ist, daß der gesuchte Effekt dort am reinsten hervortritt, wo er am kleinsten sein sollte — und ihr Verlauf entspricht keineswegs den Forderungen der Arbeitshypothese, wie sie in den Zahlen der letzten Spalte zum Ausdruck kommen. Was in den Beobachtungen C.s noch an systematischen Fehlern steckt, geht deutlich hervor, wenn man die Messsungen der einzelnen Jahre gesondert betrachtet. Nachstehend gebe ich die graphisch interpolierten Mittelwerte der $B-R$ für die beiden Sterne α-Aurigae und α-Orionis, getrennt für die beiden Jahre 1915 und 1916.

	α-Aurigae		α-Orionis	
	1915	1916	1915	1916
$0^\alpha,30$	$+0'',25$	$+0'',45$	$-0'',25$	$+0'',19$
,40	+0 ,23	+0 ,77	−0 ,32	+0 ,12
,45	+0 ,35	+0 ,30	−0 ,53	+0 ,12
,50	+0 ,35	+0 ,10	−0 ,30	+0 ,13
,60	+0 ,14	+0 ,24	−0 ,13	+0 ,17

Sollten nicht die Beobachtungen von α-Orionis im Jahre 1916, wo sie sich durch einen konstanten Mittelwert vollkommen darstellen lassen, größeres Vertrauen verdienen als die des Jahres 1915, die formal auf $r\ (16^0) = +0'',40 \pm 0'',16$ führten? Und ist es wohl zulässig, Reihen von so widerspruchsvollem Charakter zu vereinigen, ohne vorher die Widersprüche zu beseitigen, die rein zahlenmäßig größer sind als der Effekt der „jährlichen Refraktion"?

4. Deklinationen der Venus in der Nähe ihrer oberen Konjunktion[7, 10]). Wir wollen auch hier wieder die Berechtigung der von C. an die Beobachtungen angebrachten empirischen Korrektionen in vollem Umfange anerkennen und nur die Schlußreduktion, die der Ableitung von r gilt, einer Kritik unter-

Digitized by Google

werfen. C. geht folgendermaßen vor: Die $B-R$ zeigen einen ausgesprochenen Gang mit der Zeit. Es werden nun drei Mittel gebildet, eines, welches die Beobachtungen in unmittelbarer Umgebung der Konjunktion umfaßt und je eines aus den Beobachtungen vor und nach der Konjunktion. Zwischen den beiden äußeren Mitteln wird einfach linear interpoliert auf den Zeitpunkt des mittleren und die Differenz zwischen dem interpolierten und dem beobachteten Wert als Wirkung der „jährlichen Refraktion" aufgefaßt. Ganz abgesehen von dem Verzicht auf eine Erklärung des zeitlichen Ganges der Beobachtungen und den Nachweis der Berechtigung der bloß linearen Interpolation, kann dieses summarische Verfahren hier ebenso wenig gut geheißen werden, wie oben bei den Rektaszensionsbeobachtungen. Gleicht man die $B-R$ streng aus nach der Zeit und dem Faktor der „jährlichen Refraktion", dann erhält man die folgenden Zahlen, im Gegensatz zu den Resultaten C.s.

	Ausgleichung	Courvoisier
1915:	$r\ (3^0{,}6) = -0''{,}34 \pm 0''{,}34$	$+0''{,}62 \pm 0''{,}50$ (beide Libellen)
	$+1\ {,}64 \pm 0\ {,}70$	$+1\ {,}73 \pm 0\ {,}50$ (untere Libelle)
1917:	$r\ (3^0{,}9) = +0\ {,}48 \pm 0\ {,}73$	$+1\ {,}00 \pm 0\ {,}40$

Die Ablesungen an der oberen Libelle sind nach C. nicht ganz zuverlässig. Ob dies aber dadurch ausgeglichen werden kann, daß die beiden Zahlen $0''{,}62$ und $1''{,}73$ zu einem Mittel $1''{,}18 \pm 0''{,}50$ vereinigt werden und dieser Wert als Ausdruck der „jährlichen Refraktion" angesehen werden darf? C. macht noch einen anderen Versuch, indem er das Zeitglied durch ein mit der Zenitdistanz variierendes Glied ersetzt, den zeitlich linearen Gang der Beobachtungen damit auf Fehler in der Berechnung der atmosphärischen Refraktion zurückführend. 1915 sinkt dadurch der Wert für r von $1''{,}19 \pm 0''{,}50$ auf $0''{,}54 \pm 0''{,}70$, während sich 1917 statt des obigen Werte zwischen $+0''{,}36$ und $+3''{,}24$ ergeben. Es dürfte wohl kaum einem Zweifel unterliegen, daß Beobachtungen, die so empfindlich sind gegen das bei der Reduktion eingeschlagene Rechenverfahren, nur von geringer Beweiskraft sein können in einer so diffizilen Angelegenheit. Wollten wir uns derselben Art der Mittelbildung „nach Maßgabe der mittleren Fehler" bedienen, so ergäbe sich als Endresultat der C.schen Venusbeobachtungen der Wert

$$r\ (3^0{,}7) = +0''{.}09 \pm 0''{,}28,$$

d. h. es ist keine „jährliche Refraktion" nachweisbar.

5. Beobachtungen der Venus in der Nähe ihrer unteren Konjunktion. Die Realität der im Vorstehenden diskutierten scheinbaren Verschiebungen der Sternpositionen vorausgesetzt, handelt es sich nun darum, zu entscheiden, ob diese Verschiebungen kosmischen oder terrestrischen Ursprungs sind. Ein Mittel dazu könnten Beobachtungen der Venus in der Nähe ihrer unteren Konjunktion an die Hand geben; denn dann nehmen Sonne und Venus zwar scheinbar am Himmel dieselbe Lage gegeneinander ein wie bei der oberen Konjunktion, während Venus in Wirklichkeit zwischen Sonne und Erde hindurchgeht. Eine Ablenkung der Lichtstrahlen durch ein zirkumsolares Medium müßte also in der unteren Konjunktion in sehr viel geringerem Maße in die Erscheinung treten als bei der oberen Konjunktion, während ein terrestrischer Effekt beide Male in der gleichen Weise sich äußern müßte. Es erwächst indessen hier eine Schwierigkeit, welche es kaum ermöglicht, eine wirkliche Entscheidung der Frage herbeizuführen: Während Venus in oberer Konjunktion im Fernrohr den Anblick eines kleinen, mit verhältnismäßiger Sicherheit einzustellenden Scheibchens darbietet, hat sie in unterer Konjunktion stark wechselnde Sichelgestalt, die jeweils nur einen Rand bzw. die Hörnerspitzen zu beobachten gestattet, zudem vor der Konjunktion den westlichen, nach der Konjunktion den östlichen Rand. Der Betrag der systematischen Verschiebung hängt daher ganz davon ab, welcher scheinbare Durchmesser der Venusscheibe den Reduktionen zugrunde gelegt wird.

Aus älteren Beobachtungsreihen[9]) des Planeten hat C. fast durchgängig negative Werte für r gefunden, im Mittel

$$r\ (12^0) = -0''{,}34 \pm 0''{,}13,$$

und schließt daraus, „daß in diesem Falle jährliche Refraktion nicht nachweisbar" sei. Da C. positive Werte von diesem Betrage und mit prozentual zum Teil sehr viel größeren mittleren Fehlern als verbürgt und für die Theorie sprechend ansieht, bedürfte füglich auch dieser negative Wert einer Erklärung und berechtigt nicht zu dem Schlusse: „ . . . so spricht das . . . negative Zahlenresultat einstweilen dafür, daß es sich . . . um eine zirkumsolare (kosmische) und keine terrestrische Erscheinung handelt". Die inzwischen hinzugekommenen Beobachtungen haben das Bild nicht zugunsten der Theorie einer „kosmischen Refraktion" zu verschieben vermocht. C. fand aus Deklinationsbeobachtungen am Vertikalkreis[12]) den Wert $r\ (11^0) = -0''{,}45 \pm 0''{,}40$, also einen negativen Betrag von durchaus derselben Größe

Digitized by Google

wie die positiven Beträge bei der oberen Konjunktion. Kopffs[11]) Rektaszensionsbeobachtungen ließen, je nach der Wahl des Venushalbmessers, Werte von r (24⁰) zwischen $-0'',15 \pm 0'',29$ und $+0'',83 \pm 0'',30$ zu. Bei den Rektaszensionsbeobachtungen Struves[14]) konnte Kühl zeigen, daß sie sich mit den von ihm auf Grund der „Kontrasttheorie" abgeleiteten Korrektionen wegen systematischer Einstellungsfehler physiologischer Natur vollkommen darstellen lassen ohne „kosmische Refraktion".

6. Zusammenfassung. Überblickt man die einzelnen zur Stützung der Theorie einer „kosmischen Refraktion" herangezogenen Beobachtungsgruppen, so kommt man zu dem Schlusse, daß von einer Bestätigung der „Arbeitshypothese" nicht die Rede sein kann. Weder entspricht der Verlauf der $B-R$ im einzelnen den Forderungen der Hypothese (bezüglich der Periodizität), noch fügen sich die Mittelwerte der die Abhängigkeit vom Sonnenabstande beherrschenden Formel. Die von Hopmann a. a. O. ohne hinreichende Kritik aus Cs Arbeiten zusammengetragenen Zahlen geben ein vollkommen einseitiges Bild von der Genauigkeit, mit der der „Courvoisier-Effekt" durch die Beobachtungen gestützt wird. Auf Grund des bis heute vorliegenden Materials läßt sich nur sagen: In den Meridiankreis-Tagbeobachtungen — nur um solche handelt es sich ja — steckt noch ein systematischer Fehler, der sich darin ausdrückt, daß im Durchschnitt Vormittagsbeobachtungen etwas andere Resultate ergeben als Nachmittagsbeobachtungen*). Saalrefraktion, laterale Refraktionen, instrumentelle und physiologische Fehler, alle mehr oder weniger vom Sonnenstande abhängig, liefern Erklärungsmöglichkeiten genug für die Erscheinung, ohne daß der mindeste Grund dafür vorläge, zu einer „kosmischen" Ursache seine Zuflucht zu nehmen. Der „Courvoisier-Effekt" ist ein durch die Art der Beobachtung (absolute Rektaszensions- bzw. Deklinationsbestimmungen) bedingter systematischer Fehler. Er hat mit den auf den Sonnenfinsternisaufnahmen beobachteten Verschiebungen der Sternpositionen (die durch differentielle Messungen gefunden wurden) nichts zu tun. Es besteht daher keine Veranlassung, die Ergebnisse der Sonnenfinsternisexpeditionen nicht als Bestätigung der Einsteinschen Formel anzuerkennen.

*) Siehe auch [15]).

Literatur.

1) Courvoisier, Kimuras Phänomen und die „jährliche Refraktion" der Fixsterne. Astr. Nachr. **167**, 81—106 (Nr. 3990 91), 1905.

2) Pannekoek-Courvoisier, Kontroverse über 1), Astr. Nachr. **167/168** (Nr. 4008, 4012, 4024, 4031), 1905.

3) Harzer, Über die kosmische Strahlenbrechung. Astr. Nachr. **168**, 261—270 (Nr. 4025), 1905.

4) Jost, Versuch einer Bestimmung der kosmischen Strahlenbrechung am Repsoldschen Meridiankreis der Straßburger Sternwarte. Astr. Nachr. **180**, 377—388 (Nr. 4320), 1909.

5) Courvoisier, Über systematische Abweichungen der Sternpositionen im Sinne einer jährlichen Refraktion. Beob.-Erg. der Kgl. Sternwarte zu Berlin, Nr. 15, 1913.

6) Ross, A Correction to Courvoisier's Yearly Refraction. Astr. Nachr. **196**, 339 (Nr. 4699), 1913.

7) Courvoisier, Resultate aus Ortsbestimmungen des Planeten Venus in der Nähe seiner oberen Konjunktion. Astr. Nachr. **202**, 369—378 (Nr. 4846), 1916.

8) Kępiński, Venusbeobachtungen 1917 am Passageninstrument der Sternwarte Babelsberg. Astr. Nachr. **207**, 175/176 (Nr. 4959), 1918.

9) Courvoisier, Aufforderung zu Meridianbeobachtungen des Planeten Venus in der Nähe seiner unteren Konjunktion. Astr. Nachr. **208**, 163—168 Nr. 4979), 1919.

10) Courvoisier, Neue Untersuchungen über die jährliche Refraktion. Astr. Nachr. **209**, 337—356 (Nr. 5014/15), 1919.

11) Kopff, Rektaszensionsbeobachtungen der Venus bei der unteren Konjunktion 1919. Astr. Nachr. **211**, 193—196 (Nr. 5049), 1920.

12) Courvoisier, Deklinationen des Planeten Venus zur Zeit seiner unteren Konjunktion. Astr. Nachr. **211**, 195—198 (Nr. 5049), 1920.

13) Courvoisier, Jährliche Refraktion und Sonnenfinsternisaufnahmen 1919. Astr. Nachr. **211**, 305—312 (Nr. 5056), 1920.

14) Struve, Rektaszensionsbeobachtungen des Planeten Venus in der unteren Konjunktion 1921 und Anwendung der Kontrasttheorie zur Bestimmung der Irradiation. Astr. Nachr. **215**, 425—430 (Nr. 5158), 1922.

15) Kopff, Bemerkung zur Herleitung der jährlichen Refraktion aus Rektaszensionsbeobachtungen. Astr. Nachr. **219**, 281 (Nr. 5249) 1923.

München, Sternwarte, 12. Dezember 1923.

(Eingegangen 16. Dezember 1923.)

Über die Bedeutung der Labilisierung bei der elektrometrischen Messung kleiner Elektrizitätsmengen.

Von G. Hoffmann.

Denken wir uns Aufladung und Ausschlag eines Elektrometers in zwei Schritte zerlegt: 1. Erteilung einer Ladung (de) bei festgehaltenem Instrument; es entsteht eine Spannungsänderung dv_1

$$dv_1 = \frac{de}{C}, \qquad (1)$$

wo C die Kapazität des Instruments in der augenblicklichen Lage plus Kapazität der angeschlossenen Apparatteile bedeutet. 2. Schwingenlassen des Instruments; es erreicht eine neue Gleichgewichtslage. Infolge der Bewegung sinkt die elektrostatische Energie und das Potential fällt durch Influenz um den Betrag dv_2. Die

Digitized by Google

gesamte Potentialänderung $dv = dv_1 - dv_2$ können wir setzen

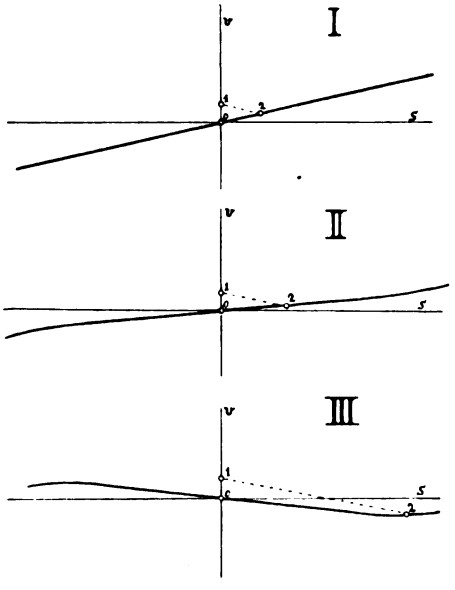
$$dv = \frac{de}{C'}, \qquad \text{wo } C' > C. \tag{2}$$

Der Unterschied zwischen C' und C ist für verschiedene Instrumenttypen sehr verschieden. Zum Beispiel klein beim Fadenelektrometer, weil bei der Bewegung des Fadens die Influenzwirkung gering ist, groß beim Quadrantenelektrometer, da die geladene Nadel bei Drehung sehr erhebliche Influenzladungen hervorruft. Aus diesem Grunde ist das Fadenelektrometer für die Messung kleiner Elektrizitätsmengen dem Quadrantelektrometer überlegen, wenn an den Faden nur eine Versuchsapparatur von wenigen Zentimetern Kapazität angeschlossen zu werden braucht.

Die praktische Benutzungsgrenze beider Elektrometertypen dürfte in folgender Weise gegeben sein:

1. Fadenelektrometer.
   Kapazität: Faden + Versuchsanordnung = 2 cm,
   Voltempfindlichkeit: 1 Skalenteil = 1 mV,
   Ladungsempfindlichkeit: 1 Skalenteil = 2 mVcm = 14000 Elektr.-Quanten.
2. Quadrantelektrometer.
   Kapazität: $C' = 50$ cm,
   Voltempfindlichkeit: 1 Skalenteil = 0,1 mV,
   Ladungsempfindlichkeit: 1 Skalenteil = 5mVcm = 35000 Elektr.-Quanten.

Über diese Grenze hinaus gelangt man nur durch Benutzung der Labilisierung. Erreichen wir durch geeignete Hilfsmittel, daß ein Instrument die durch die Figur angezeigten drei verschiedenen Eichkurven gibt, so können wir, wie wir im Folgenden sehen werden, nur vom Typus III aus die Ladungsempfindlichkeit beliebig hoch steigern. In diesen Kurven sind zusammengehörige Werte von Elektrometerspannung (v) und Skaleneinstellung (s) eingezeichnet. Von der linearen Skala der Zeichnung I gelangen wir bei II zu einer Anordnung, bei der durch Astasierung im mittleren Teil die Spannungsempfindlichkeit beliebig hoch getrieben werden kann (Grenze allein gegeben durch kriechende Einstellung, Inkonstanz der Hilfsspannung usw.), und schließlich zum Kurventypus III, wo im mittleren Teil die Elektrometereinstellung für fest angelegte Potentiale schon labil ist.



Erteilen wir dagegen im Sinne der Ausführungen am Anfang bei festgehaltenem Instrument eine Ladung de und lassen dann das Instrument schwingen, so gelangen wir auf den Figuren von 0 nach 1 und dann unter Sinken des Potentials nach 2. Wir sehen, daß wir bei noch so weit getriebener Spannungsempfindlichkeit stets in einem bestimmten Punkte die Eichkurve treffen werden, daß also der erteilten Ladung nur ein begrenzter Ausschlag entspricht, weil das Potential bei der Bewegung absinkt. Erst wenn wir zu einem Verhalten des Instruments übergehen, das dem Typus III entspricht, kann eine kleine Ladungsänderung einen beliebig großen Ausschlag hervorrufen, wenn nämlich $\frac{dv}{ds}$ negativ und gleich dem Spannungsabfall bei der Bewegung infolge der Influenzwirkung ist. Im Typus III kann also auch die Ladungsempfindlichkeit bis zur Labilitätsgrenze gesteigert werden.

Ein Instrument, das diese verschiedenen Typen von Kurven bei entsprechender Einstellung der Hilfsladung gibt, habe ich vor einigen Jahren[1]) beschrieben. Es schwingt hier ein Flügelsystem, dem die zu messende Ladung zugeführt wird, in einer Dose, an deren beiden Hälften die Hilfsspannung mit entgegengesetzt gleichen Potentialen angelegt wird. Die Benutzung des Gebietes III setzt aber besondere Hilfsapparate voraus. Wenn das Instrument hier an Spannung gelegt werden soll, so muß zunächst das Flügelsystem plus angelegter Apparatur isoliert werden und dann die Hilfsspannung und eine Asymmetrie kompensierende Influenzierungsspannung angelegt werden, weil nur im isolierten Zustand das System im stabilen Gleichgewicht schwingt. Ebenso ist auch Abschaltung aller Spannungen im Gebiet III bei jeder Ab-

1) G. Hoffmann, diese Zeitschr. **13**, 480 u. 1029, 1912; Ann. d. Phys. **42**, 1196, 1913 u. **52**, 665, 1917.

Digitized by Google

leitung des Instruments erforderlich, wo beim gewöhnlichen Elektrometer nur der Erdungskontakt betätigt wird. Daher ist für die bequeme Benutzung dieses Empfindlichkeitsbereichs die Hinzunahme einer speziellen Schaltwippe und eines elektrisch gesteuerten Ableitungskontaktes notwendig, Apparate, die früher erwähnt wurden, die jetzt aber von der das Instrument bauenden Firma[1]) mit ausgeführt werden. Mit diesen Apparaten ist die ganze Bedienung auf eine einfache Druckknopfbetätigung reduziert.

Wie weit in das Labilitätsgebiet hineingegangen werden muß, um eine bestimmte Ladungsempfindlichkeit zu erreichen, hängt ab von der angehängten Apparatur. Im Gegensatz zu dem üblichen Verhalten aller Elektrometer im Gebiet stabiler Potentialeinstellung (I und II) wächst in III die Ladungsempfindlichkeit mit Vergrößerung der angehängten Kapazität. Dies Verhalten ist daraus zu verstehen, daß wachsende Kapazität die Unterschiede von Konstanz der Ladungen und Konstanz der Spannungen gegenüber den Influenzwirkungen des schwingenden Flügels reduziert, und für konstante Spannungen ist das Instrument in III labil. Die wirksame Kapazität des Instruments ist in III negativ. Es ist nützlich, mit Rücksicht auf die Einstellungsgeschwindigkeit mit möglichst geringen angehängten Kapazitäten zu arbeiten. Das Instrument kann jeder angehängten Kapazität angepaßt werden. Hierüber muß auf die früheren Arbeiten und auf die Gebrauchsanweisung[2]) verwiesen werden. Trotzdem die Kapazität des Instruments bei festgehaltenem Flügel etwa 3 cm beträgt, sind mit ihm Ladungsempfindlichkeiten von
1 Skalenteil = 0,14 mVcm = 1000 Elekt.-Quanten
gut zu benutzen[3]).

Die Anwendung der Labilisierung erschließt also ein neues Gebiet der elektrometrischen Messung. In den früheren Publikationen ist zwar auf diese Besonderheit des Instruments deutlich hingewiesen worden, trotzdem ist es aber von verschiedenen Seiten nur im Zustand II verwandt worden, so daß es nicht seine volle Wirksamkeit entfalten konnte.

Sowie die Empfindlichkeit eines Elektrometers für Ladungen eine gewisse Grenze überschreitet, reicht die Isolation der Luft nicht mehr aus. Der Reststrom läßt sich nur dadurch beseitigen, daß das Instrument evakuiert wird. Daher sind auch die oben für Fadenelektrometer und Quadrantelektrometer angegebenen äußersten Empfindlichkeiten praktisch nicht brauchbar, solange diese Instrumente nicht evakuierbar eingerichtet sind. Bei dem von mir angegebenen evakuierbaren Instrument wird das Vakuum so eingestellt, daß einerseits der Reststrom praktisch beseitigt ist, andererseits die Dämpfung der Flügelbewegung eine zweckmäßige Höhe hat.

Königsberg i. P., Physik. Inst.

(Eingegangen 15. Dezember 1923.)

1) E. Leybold's Nachf., Köln a. Rh.

2) Von Herrn Dr. Steinke verfaßt, erscheint demnächst mit den neuen Instrumentserien bei E. Leybold's Nachf. (Köln).

3) Vgl. auch die Registrierkurven, diese Zeitschr. 24, 475, 1923.

Die analytische Behandlung der Fundamentalprobleme der Elektrostatik.

Von K. Hillebrand.

Die von C. Neumann vorgeschlagene und von ihm auch für ebene Kurven durchgeführte Verwendung der sogenannten „Elementarbelegungen“ und „Elementarpotentiale“ geben, in sinngemäßer Übertragung auf den dreidimensionalen Raum, die Möglichkeit, die Grundprobleme der Elektrostatik, Gleichgewichtsverteilungen auf beliebig geformten Leitern, in allgemeiner Weise, wenigstens formal, zu erledigen. Überdies kann die Parameterdarstellung der Oberflächen und die Zuordnung ihrer Punkte zu den sphärischen Koordinaten so gewählt werden, daß Größen und Beziehungen auftreten, die eine sehr einfache geometrische beziehungsweise physikalische Deutung zulassen.

Die ganz allgemein gehaltenen Ausführungen sollen auch Anhaltspunkte dafür geben, welcher Art die einer bestimmten Fläche zugehörenden Funktionen sind, deren Kenntnis die tatsächliche Erledigung der gedachten Probleme durchführen läßt.

Elementarbelegung und Elementarpotentiale.

Es sei $F(x, y, z) = 0$ die Gleichung der Oberfläche eines Leiters, die als eine geschlossene Fläche ohne Unstetigkeiten vorausgesetzt werden soll. Ist ferner

$$\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2 = \frac{1}{H^2},$$

so sind

$$\cos(n, x) = H\frac{\partial F}{\partial x}, \quad \cos(n, y) = H\frac{\partial F}{\partial y},$$

$$\cos(n, z) = H\frac{\partial F}{\partial z}$$

die Richtungskosinusse der Flächennormale.

Dieselbe Fläche sei in der Parameterdarstellung gegeben durch

$$x = f_1(\varrho_1, \varrho_2), \quad y = f_2(\varrho_1, \varrho_2), \quad z = f_3(\varrho_1, \varrho_2),$$

wobei aber ϱ_1 und ϱ_2 die Parameter der

Digitized by Google

Krümmungslinien bedeuten sollen, die demnach auf der Fläche ein Orthogonalsystem bilden, so daß das Linienelement dl auf der Fläche gegeben ist durch

$$dl^2 = H_1^2 d\varrho_1^2 + H_2^2 d\varrho_2^2$$

und das Flächenelement $d\sigma = H_1 H_2 d\varrho_1 d\varrho_2$, wenn

$$H_1^2 = \left(\frac{\partial x}{\partial \varrho_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \varrho_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \varrho_1}\right)^2,$$
$$H_2^2 = \left(\frac{\partial x}{\partial \varrho_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \varrho_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \varrho_2}\right)^2.$$

Die Tangentenrichtungen, die den Krümmungslinien l_1 und l_2 entprechen, sind dann gegeben durch

$$\cos(l_1, x) = \frac{1}{H_1}\frac{\partial x}{\partial \varrho_1}, \quad \cos(l_2, x) = \frac{1}{H_2}\frac{\partial x}{\partial \varrho_2} \text{ usw.}$$

Nun lasse man jedem Punkt $\varrho_1 \varrho_2$ der Fläche einen Punkt der Einheitskugel nach der Gaußschen sphärischen Zuordnung entsprechen, der also durch die sphärischen Koordinaten der Flächennormale in $\varrho_1 \varrho_2$ bestimmt ist. Es finden also zwischen den sphärischen Koordinaten ϑ, φ und den Koordinaten $\varrho_1 \varrho_2$ des Flächenpunktes die Beziehungen statt

$$H\frac{\partial F}{\partial x} = \sin\vartheta\cos\varphi, \quad H\frac{\partial F}{\partial y} = \sin\vartheta\sin\varphi,$$
$$H\frac{\partial F}{\partial z} = \cos\vartheta,$$

wo in den linken Seiten die rechtwinkligen Koordinaten durch ihre Parameterwerte ausgedrückt gedacht sind.

Ist die Fläche überall konvex, was hier weiter vorausgesetzt werden soll, so ist die Beziehung eine eindeutige. Substituiert man die daraus für ϑ und φ folgenden Funktionen von $\varrho_1 \varrho_2$ in die Kugelflächenfunktionen, so erhält man eine Reihe von Funktionen des Ortes auf der Fläche, die analoge Orthogonalitätseigenschaften besitzen wie jene.

Bedeutet $P_{n,m}(\mu)$ die zugeordnete Funktion in der Neumannschen Bezeichnungsweise und setzt man

$$\sqrt{\frac{2n+1}{2\pi}}\sqrt{\frac{(n-m)!}{(n+m)!}}\, P_{n,m}(\cos\vartheta)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} m\varphi = Q_{n,m}(\mu, \varphi), \text{ wo } \mu = \cos\vartheta,$$

so ist

$$\int_0^{2\pi}\int_{-1}^{+1} Q_{n,m} Q_{n',m'}\, d\mu\, d\varphi = \begin{cases}1\\0\end{cases},$$

je nachdem die beiden Funktionen identisch sind oder nicht. Substituiert man für μ und φ die Funktionen in ϱ_1 und ϱ_2 und gehen dadurch die Funktionen $Q_{n,m}$ in $\Pi_{n,m}(\varrho_1, \varrho_2)$ über, so wird das Doppelintegral über in

$$\int_{(\varrho_1)}\int_{(\varrho_2)} \Pi_{n,m}\Pi_{n',m'} D\, d\varrho_1 d\varrho_2,$$

wo D die Funktionaldeterminante

$$D = \begin{vmatrix} \frac{\partial\mu}{\partial\varrho_1} & \frac{\partial\varphi}{\partial\varrho_1} \\ \frac{\partial\mu}{\partial\varrho_2} & \frac{\partial\varphi}{\partial\varrho_2} \end{vmatrix}$$

ist.

Die Orthogonaleigenschaft dieser Funktionen $\Pi_{n,m}$ kann nun in die Form gebracht werden

$$\int_{(S)} \Pi_{n,m}\Pi_{n',m'}\frac{D}{H_1 H_2}\, d\sigma = \begin{cases}1\\0\end{cases},$$

wo die Integration über die ganze geschlossene Fläche S zu erstrecken ist.

Es kann nun gezeigt werden, daß bei der hier gezeigten Zuordnung der im Integral auftretende Orthogonalitätsfaktor

$$\frac{D}{H_1 H_2}$$

nichts andres ist, als das Gaußsche Krümmungsmaß. Es ist, wie man sofort verifizieren kann, auch

$$D = \frac{1}{\cos\vartheta}\begin{vmatrix} \frac{\partial\cos(nx)}{\partial\varrho_1} & \frac{\partial\cos(ny)}{\partial\varrho_1} \\ \frac{\partial\cos(nx)}{\partial\varrho_2} & \frac{\partial\cos(ny)}{\partial\varrho_2} \end{vmatrix}.$$

Aus der Flächentheorie ist aber bekannt, daß, wenn R_1 und R_2 die beiden Hauptkrümmungsradien sind und ϱ_1 und ϱ_2 die Parameter der Krümmungslinien

$$\frac{\partial\cos(nx)}{\partial\varrho_1} = -\frac{\frac{\partial x}{\partial\varrho_1}}{R_1},$$
$$\frac{\partial\cos(ny)}{\partial\varrho_1} = -\frac{\frac{\partial y}{\partial\varrho_1}}{R_1},$$
$$\frac{\partial\cos(nz)}{\partial\varrho_1} = -\frac{\frac{\partial z}{\partial\varrho_1}}{R_1},$$
$$\frac{\partial\cos(nx)}{\partial\varrho_2} = -\frac{\frac{\partial x}{\partial\varrho_2}}{R_2},$$
$$\frac{\partial\cos(ny)}{\partial\varrho_2} = -\frac{\frac{\partial y}{\partial\varrho_2}}{R_2},$$
$$\frac{\partial\cos(nz)}{\partial\varrho_2} = -\frac{\frac{\partial z}{\partial\varrho_2}}{R_2},$$

Digitized by Google

demnach

$$D = \frac{1}{R_1 R_2 \cos\vartheta} \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial \varrho_1} & \frac{\partial y}{\partial \varrho_1} \\ \frac{\partial x}{\partial \varrho_2} & \frac{\partial y}{\partial \varrho_2} \end{vmatrix} = \frac{H_1 H_2}{R_1 R_2 \cos\vartheta} \begin{vmatrix} \cos(l_1 x) & \cos(l_1 y) \\ \cos(l_2 x) & \cos(l_2 y) \end{vmatrix}, \quad \text{oder} = \frac{H_1 H_2 \cos(n z)}{R_1 R_2 \cos\vartheta},$$

$$\text{also} \quad \frac{D}{H_1 H_2} = \frac{1}{R_1 R_2} = K$$

das Gaußsche Krümmungsmaß.

Die Orthogonalitätseigenschaft der Funktionen $\Pi_{n,m}$ ist also gegeben durch

$$\int_{(S)} \Pi_{n,m} \Pi_{n',m'} K \, d\sigma = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}.$$

Analog dem Vorgange C. Neumanns für ebene Kurven („Entwicklung nach Elementarpotentialen", Verhandlungen der Kgl. sächs. Ges. d. Wissensch. zu Leipzig 1878, Math.-phys. Klasse, Bd. 30) sollen nun die Funktionen $K\Pi_{n,m}(\sigma)$ als Belegungen — „Elementarbelegungen" — der Fläche S betrachtet werden, deren Potentiale — „Elementarpotentiale" — im Innen- und Außenraum gegeben sind durch

$$Z_n(i) = \int_{(S)} \frac{K\Pi_n}{r_{i\sigma}} d\sigma \quad \text{und} \quad Z_n(a) = \int_{(S)} \frac{K\Pi_n}{r_{a\sigma}} d\sigma,$$

(Der einfacheren Schreibweise wegen sollen die einzelnen Funktionen Π durch einen einzigen Index charakterisiert werden.)

so daß nach den Orthogonalitätseigenschaften der Funktionen Π die Z_n die Koeffizienten der Entwicklung der reziproken Distanzen $r_{i\sigma}$ und $r_{a\sigma}$ nach den Flächenfunktionen Π_n sind,

$$\frac{1}{r_{i\sigma}} = \sum_n Z_n(i)\,\Pi_n(\sigma), \quad \frac{1}{r_{a\sigma}} = \sum_n Z_n(a)\,\Pi_n(\sigma).$$

Das Selbstpotential der Belegung $\Pi_s(\sigma) \cdot K$

$$Z_n(\sigma) = \int_{(S)} \frac{K(\sigma')\,\Pi_n(\sigma')}{r_{\sigma\sigma'}} d\sigma'$$

kann als stetige Funktion des Ortes auf der Oberfläche ebenfalls nach den Funktionen Π_n entwickelt werden. Es ist

$$Z_n(\sigma) = \sum_k C_{n,k} \Pi_k(\sigma),$$

wo

$$C_{n,k} = \int_{(S)} Z_n(\sigma)\, K(\sigma)\, \Pi_k(\sigma)\, d\sigma.$$

Da demgemäß

$$C_{n,k} = \int_{(S)} \int \frac{1}{r_{\sigma\sigma'}} \Pi_n(\sigma')\,\Pi_n(\sigma)\, K(\sigma')\, K(\sigma)\, d\sigma'\, d\sigma,$$

so ist

$$C_{n,k} = C_{k,n}.$$

Man sieht unmittelbar aus der Beziehung der beiden Funktionsreihen $\Pi(\sigma)$ und $Z(\sigma)$, daß irgendeiner Belegung

$$\varepsilon(\sigma) = K(\sigma) \sum_n c_n \Pi_n(\sigma)$$

das Selbstpotential

$$P(\sigma) = \sum_n c_n Z_n(\sigma)$$

entspricht.

Führt man nun eine dritte Reihe von Flächenfunktionen $X_n(\sigma)$ ein durch die Definition, daß die Orthogonalfunktionen $\Pi_n(\sigma)$ die Selbstpotentiale der Belegung $K(\sigma) X_n(\sigma)$ sein sollen, daß also

$$\Pi_n(\sigma) = \int_{(S)} \frac{K(\sigma') X_n(\sigma')}{r_{\sigma\sigma'}} d\sigma',$$

so wird man auch diese wieder nach den Π_n-Funktionen entwickeln können und hat

$$X_n(\sigma) = \sum_k A_{n,k} \Pi_k(\sigma),$$

wo

$$A_{n,k} = \int_{(S)} X_n(\sigma) \cdot K(\sigma)\, \Pi_k(\sigma)\, d\sigma$$

oder

$$A_{n,k} = \int_{(S)} \int \frac{1}{r_{\sigma\sigma'}} X_k(\sigma')\, X_n(\sigma)\, K(\sigma')\, K(\sigma)\, d\sigma'\, d\sigma,$$

demnach wieder $A_{n,k} = A_{k,n}$.

Es läßt sich sofort einsehen, daß die beiden Funktionsreihen $X_n(\sigma)$ und $Z_n(\sigma)$ im Biorthogonalsystem bilden. Da

$$\int_{(S)} \Pi_n(\sigma)\,\Pi_{n'}(\sigma)\, K(\sigma)\, d\sigma =$$

$$= \int_{(S)} \Pi_n(\sigma) \cdot \sum_k A_{n'k} Z_k(\sigma) \cdot K\, d\sigma =$$

$$= \sum_k A_{n',k} \int_{(S)} \Pi_n(\sigma)\, Z_k(\sigma)\, K\, d\sigma = \sum_k A_{n',k} C_{n,k}$$

ist, so ist unmittelbar ersichtlich, daß zwischen den beiden Koeffizientenreihen der A und C die Beziehungen bestehen

$$\sum_k A_{n'k} C_{n,k} = \begin{cases} 1 & n' = n, \\ 0 & n' \neq n. \end{cases}$$

Nun ist

$$\int_{(S)} Z_n(\sigma)\, X_{n'}(\sigma)\, K\, d\sigma =$$

$$= \int_{(S)} \left(\sum_k C_{n,k} \Pi_k(\sigma)\right) \left(\sum_{k'} A_{n',k'} \Pi_{k'}(\sigma)\right) K\, d\sigma$$

Digitized by Google

wegen der Orthogonalität der Π-Funktionen

$$= \sum_k C_{n,k} A_{n',k}.$$

Es ist daher

$$\int_{(S)} Z_n(\sigma) X_{n'}(\sigma) K d\sigma = \begin{cases} 1 & n' = n, \\ 0 & n' \neq n. \end{cases}$$

Die beiden Funktionsreihen bilden also ein Biorthogonalsystem mit demselben Orthogonalitätsfaktor K der Π-Funktionen.

Die Probleme der Elektrostatik.

Die hier eingeführten, einer bestimmten Flächenart zugehörigen Funktionsreihen und Konstanten geben nun die Möglichkeit, gewisse Fundamentalprobleme der Elektrostatik wenigstens formal lösen zu können.

So läßt sich die Frage nach der Verteilung einer elektrischen Masse auf der Oberfläche eines isolierten Leiters, auf den keine sonstigen elektrischen Massen wirken, unmittelbar erledigen. Man hat dafür jene Flächenbelegung zu ermitteln, die auf der Oberfläche ein konstantes Potential ergibt. Sei diese Belegung $\nu(\sigma)$ in der oben angegebenen Reihenentwicklung

$$\nu(\sigma) = K(\sigma) \sum_n c_n \Pi_n(\sigma),$$

so entspricht dieser das Selbstpotential

$$P(\sigma) = \sum_n c_n Z_n(\sigma).$$

Wegen der Biorthogonalität der Reihen X und Z ist

$$c_n = \int_{(S)} P(\sigma) X_n(\sigma) K \cdot d\sigma.$$

Soll nun $P(\sigma)$ auf der Oberfläche konstant, gleich N, sein, so ist

$$c_n = N \int_{(S)} X_n(\sigma) \cdot K \cdot d\sigma,$$

womit das Problem gelöst erscheint. Die gesuchte Massenverteilung ist also

$$\nu(\sigma) = N K(\sigma) \sum_n \Pi_n(\sigma) \int_{(S)} X_n(\sigma) K(\sigma) d\sigma.$$

Von wesentlicher Bedeutung ist der Umstand, daß — wie auch zu erwarten war — das Krümmungsmaß als Proportionalfaktor auftritt.

Die hier auftretenden Koeffizienten c_n stehen übrigens mit der Reihe der früher benutzten Konstanten in einer sehr einfachen Beziehung. Da $\Pi_0(\sigma)$ nach der Definition dieser Funktionen eine Konstante ist, so ist auch

$$c_n = \frac{N}{\Pi_0} \int_{(S)} X_n(\sigma) \Pi_0(\sigma) K d\sigma = \frac{N}{\Pi_0} A_{n,0},$$

der gesuchte Gleichgewichtszustand demnach gegeben durch die Dichte

$$\nu(\sigma) = \frac{N}{\Pi_0} K(\sigma) \sum_n A_{n,0} \Pi_n(\sigma).$$

Häufig wird als „natürliche" Belegung einer Fläche diese Gleichgewichtsverteilung aber für die Gesamtmasse Eins bezeichnet. Dann tritt noch die Bedingung dazu

$$1 = \int_{(S)} \nu(\sigma) d\sigma = \frac{N}{\Pi_0} \sum_n A_{n,0} \int_{(S)} \Pi_n(\sigma) K d\sigma =$$

$$= \frac{N}{\Pi_0^2} \sum_n A_{n,0} \int_{(S)} \Pi_0(\sigma) \Pi_n(\sigma) K d\sigma = \frac{N}{\Pi_0^2} A_{0,0},$$

daher

$$N = \frac{\Pi_0^2}{A_{0,0}} \text{ und } c_n = \frac{\Pi_0}{A_{0,0}} A_{n,0}.$$

N und die c_n sind also ganz bestimmte für eine vorgelegte Fläche charakteristische Konstante.

Die Verteilung

$$\nu(\sigma) = \frac{\Pi_0}{A_{0,0}} K(\sigma) \sum_n A_{n,0} \Pi_n(\sigma)$$

der Masse Eins auf der Fläche S gibt also auf dieser und im ganzen Innenraum das konstante Potential

$$\frac{\Pi_0^2}{A_{0,0}}.$$

Führt man nun noch für Punkte a des Außenraumes die Reihe der Elementarpotentiale

$$Z_n(a) = \int_{(S)} \frac{\Pi_n(\sigma) K}{r_{a\sigma}} d\sigma$$

ein, so ist das Potential dieser natürlichen Belegung in einem Punkt a des Außenraumes

$$P(a) = \frac{\Pi_0}{A_{0,0}} \sum_n A_{n,0} Z_n(a).$$

Die Probleme, die sich auf die Verteilung der Elektrizitätsmenge auf influenzierten Leitern beziehen, lassen sich mit Hilfe der sogenannten Greenschen Belegung lösen.

Unter der Greenschen Belegung für einen Außenpol α versteht man jene Belegung, die im Innenraum von S und auf S dasselbe Potential ergibt wie die Masse — 1 im Außenpunkt α.

Das Potential dieser Belegung im Außenraum bezeichnet C. Neumann als Greensche Funktion für den Außenraum. Analog wird die Greensche Belegung und Funktion für einen Pol im Innenraum definiert.

Führt man jene Potentialfunktionen $\Pi_n(i)$, bzw. $\Pi_n(a)$ des Innen-, bzw. Außenraumes ein,

Digitized by Google

die auf S die Werte $\Pi_n(\sigma)$ annehmen, die also definiert sind durch

$$\Pi_n(i) = \int_{(S)} \frac{X_n(\sigma)\cdot K}{r_{i\sigma}}\, d\sigma$$

$$\text{und } \Pi_n(a) = \int_{(S)} \frac{X_n(\sigma)\cdot K}{r_{a\sigma}}\, d\sigma,$$

so sind das offenbar die Entwicklungskoeffizienten von $\frac{1}{r_{i\sigma}}$, bzw. $\frac{1}{r_{a\sigma}}$ nach den Flächenfunktionen $Z_n(\sigma)$, denn vermöge der Biorthogonalität der Reihen $X_n(\sigma)$ und $Z_n(\sigma)$ ist

$$\frac{1}{r_{i\sigma}} = \sum_n \Pi_n(i)\, Z_n(\sigma) \text{ und } \frac{1}{r_{a\sigma}} = \sum_n \Pi_n(a)\, Z_n(\sigma).$$

Die Greensche Belegung für einen Außenpol α soll für Punkte i des Innenraumes das Potential $\frac{1}{r_{\alpha i}}$ geben. Nach den charakteristischen Eigenschaften der Potentialfunktionen wird das jene Belegung sein, die auf der Oberfläche die Potentialwerte $\frac{1}{r_{\alpha\sigma}}$ gibt.

Nach dem Früheren ist aber die Belegung, deren Selbstpotential

$$\frac{1}{r_{\alpha\sigma}} = \sum_n \Pi_n(\alpha)\, Z_n(\sigma)$$

ist, gegeben durch

$$\gamma_\alpha(\sigma) = K(\sigma) \sum_n \Pi_n(\alpha)\, \Pi_n(\sigma).$$

Diese Greensche Belegung, die also für den Innenraum die Potentialwerte $\frac{1}{r_{\alpha i}}$ gibt, hat für Punkte a des Außenraums das Potential

$$G_\alpha(a) = \int_{(S)} \frac{\gamma_\alpha(\sigma)\, d\sigma}{r_{a\sigma}} = \sum_n \Pi_n(\alpha) \int_{(S)} \frac{\Pi_n(\sigma) K}{r_{a\sigma}}\, d\sigma,$$

daher

$$G_\alpha(a) = \sum_n \Pi_n(\alpha)\, Z_n(a),$$

und diese Potentialfunktion ist nach der Neumannschen Bezeichnungsweise die Greensche Funktion für den Außenraum.

(Riemann u. a. nennen

$$G_\alpha(a) - \frac{1}{r_{\alpha a}}$$

„Greensche Funktion", also eine harmonische Funktion mit dem Randwert Null und einer Unstetigkeitsstelle α, eine Funktion, die von C. Neumann als „charakteristische Funktion" bezeichnet wird.)

Es folgt unmittelbar, daß auch

$$G_\alpha(a) = \sum_n \sum_{n'} C_{n,n'}\, \Pi_n(\alpha)\, \Pi_{n'}(\alpha) = \sum_n \sum_{n'} A_{n,n'}\, Z_{n'}(\alpha)\, Z_n(a),$$

woraus die Vertauschbarkeit der beiden Argumente ersichtlich ist.

Die Greensche Belegung für einen Pol j des Innenraumes und die entsprechende Greensche Funktion für diesen Raum ist auf dieselbe Weise

$$\gamma_j(\sigma) = K(\sigma) \sum_n \Pi_n(j)\, \Pi_n(\sigma),$$

$$G_j(i) = \sum_n \Pi_n(j) Z_n(i) = \sum_n \sum_{n'} C_{n,n'} \Pi_n(j) \Pi_{n'}(i) = \sum_n \sum_{n'} A_{n,n'} Z_{n'}(j) Z_n(i).$$

Bekanntlich ist die Greensche Belegung $\gamma_\alpha(\sigma)$ nichts anderes als die Dichte jenes Belages, der durch die im Punkt α befindliche Masse — 1 im geerdeten Leiter S influenziert wird.

Das Gesamtpotential im Innenraum

$$\int_{(S)} \frac{\gamma_\alpha(\sigma)\, d\sigma}{r_{i\sigma}} - \frac{1}{r_{i\alpha}}$$

ist nach der Definition von $\gamma_\alpha(\sigma)$ tatsächlich Null. Analoges gilt für $\gamma_j(\sigma)$.

Eine etwas allgemeinere Fassung des Grundproblems der Elektrostatik für isolierte Leiter ergibt sich bekanntlich aus folgender Überlegung.

Die Wirkung der Masse Eins im Punkte α des Außenraumes von S kann ersetzt werden durch die Belegung γ_α auf S. Die Gesamtmasse m_α dieser Belegung ist

$$m_\alpha = \int_{(S)} \gamma_\alpha(\sigma)\, d\sigma = \sum_n \Pi_n(\alpha) \int_{(S)} \Pi_n(\sigma) K\, d\sigma = \Pi_0(\alpha),$$

woraus die physikalische Bedeutung der Funktion $\Pi_0(\alpha)$ erhellt. Die Belegung

$$\varepsilon(\sigma) = \frac{\mu}{\Pi_0(\alpha)}\, \gamma_\alpha(\sigma) + (m - \mu)\, \nu(\sigma),$$

wo $\nu(\sigma)$ die „natürliche" Belegung ist, ergibt eine Gesamtmasse

$$\frac{\mu}{\Pi_0(\alpha)}\, m_\alpha + m - \mu = m$$

und im Potential auf die Punkte i des Innenraumes

$$\frac{\mu}{r_{\alpha i}} + (m - \mu) N.$$

$\varepsilon(\sigma)$ gibt also eine derartige Verteilung der Masse m auf S, daß ihr Potential im Innenraum bis auf eine additive Konstante dasselbe ist, wie das der Masse μ in α.

Es wird somit $\varepsilon(\sigma)$ die Dichte jener Belegung sein, die durch die Masse $-\mu$ in α auf dem isolierten und mit der Masse m geladenen Konduktor S influenziert wird.

Es ist insbesonders die Influenzierung eines neutralen Leiters S durch die Masse $-\mu$ in einem äußeren Punkte α gegeben durch

$$\varepsilon_0(\sigma) = \frac{\mu}{\Pi_0(\alpha)}\, \gamma_\alpha(\sigma) - \mu\, \nu(\sigma).$$

Das Potential der Belegung $\varepsilon(\sigma)$ im Außenraum ist dann

$$\frac{\mu}{\Pi_0(\alpha)}\, G_\alpha(a) + (m - \mu)\, P(a),$$

Digitized by Google

wo $P(a)$ das Potential der natürlichen Belegung im Außenraum ist.

Wie man sieht, hängt die Lösung derartiger elektrostatischer Probleme von der Einführung gewisser Funktionsreihen ab, die der Art der Begrenzungsfläche des Leiters spezifisch angehören. Die Funktionen $\Pi_n(\varrho_1, \varrho_2)$ lassen sich immer herstellen: es handelt sich nur um die Ermittlung der Potentialfunktionen $\Pi_n(p)$ und $Z_n(p)$ für den Innen- und Außenraum.

Sieht man von der ermittelten Abhängigkeit der charakteristischen Größen von der Krümmung der Fläche ab, so hätten diese Entwicklungen nur rein formalen Wert, wenn es nicht für gewisse Flächenfamilien möglich wäre, diese räumlichen harmonischen Funktionen wirklich herzustellen. Dies hängt also mit der Möglichkeit zusammen, Funktionen eines Parameters von $F(x, y, z)$ und der zugehörigen Parameter ϱ_1 und ϱ_2 anzugeben, die der transformierten Laplaceschen Gleichung $\Delta(v) = 0$ in diesen Parametern genügen. Für die Kugel und das Ellipsoid lassen sich bekanntlich solche Funktionen angeben: die räumlichen Kugelfunktionen und die sogenannten Laméschen Produkte. Es gibt nun noch andere Flächengattungen, wie etwa die Dupinschen Zykliden, die ähnliche Lösungsformen zulassen.

Mit diesem Hinweis auf die analytische Durchführbarkeit der gegebenen Entwicklungen soll der beabsichtigte Zweck dieser Mitteilung als erreicht betrachtet werden.

(Eingegangen 15. September 1923.)

Reizschwellenwert, Irradiation und Abbildungsfehler des menschlichen Auges.

Von Georg Jaeckel.

Georg Gehlhoff und H. Schering[1]) haben kürzlich durch eine sorgfältige Untersuchung festgestellt, daß der Reizschwellenwert des menschlichen Auges, d. h. die geringste Flächenhelligkeit des Netzhautbildes, die uns einen Gegenstand wahrnehmbar werden läßt, abhängig ist von der Winkelgröße des leuchtenden Objektes. Dieselbe Frage ist verschiedentlich behandelt worden, von Piper, Loeser, Henius, Fujita (vgl. darüber die auszugsweise Zusammenstellung in Helmholtz' Physiologischer Optik[2])).

Gehlhoff und Schering fanden, daß der Reizschwellenwert für die Zäpfchen der Fovea centralis, wenn man von Objekten von 17,5″ auf Objekte von 60′ Winkelgröße übergeht, auf ungefähr den 2000. Teil abnimmt, und zogen aus ihren Messungen wichtige praktische Schlüsse: z. B., daß die Sichtbarkeit von Lichtsignalen nicht nur von der Flächenhelligkeit, sondern auch von der Größe des Lichtsignals abhängig ist. In einer späteren Arbeit erklärte Gehlhoff[1]) auf Grund dieser Meßreihen die bekannte Tatsache, daß man mit einem Nachtglas im Gelände nachts lichtschwache kleine Objekte wahrnehmen kann, die man mit unbewaffnetem Auge nicht sieht.

Während die erwähnten Arbeiten sich alle mit der Tatsache abfinden, daß der Reizschwellenwert eine Funktion der Winkelgröße ist, und nur diese Beziehung tabellarisch feststellen, setzt sich die folgende Arbeit zur Aufgabe, diese vom physiologischen Standpunkt verwunderliche Tatsache durch die Abbildungsfehler des menschlichen Auges zu erklären. Dabei ergibt sich auch eine einfache Erklärung der Irradiation.

Den Ausgangspunkt der Arbeit bildet die folgende Überlegung:

1. Physiologisch wahrscheinlicher als die Abhängigkeit des Reizschwellenwertes von der Winkelgröße ist, daß die Wahrnehmbarkeit eines Gegenstandes dann beginnt, wenn auf ein Zäpfchen eine ganz bestimmte Mindestlichtmenge fällt; dementsprechend müßte der Reizschwellenwert bei einer ganz bestimmten Flächenhelligkeit auf der Netzhaut erreicht werden und unabhängig von der Winkelgröße des leuchtenden Objektes sein.

2. Daß die erwähnten Autoren ein anderes Versuchsergebnis erhalten, liegt daran, daß sie die Flächenhelligkeit auf der Netzhaut stets für den Fall der idealen, scharfen Abbildung der Lichtquelle berechnen, während sie in Wahrheit infolge der Abbildungsfehler viel geringer ist, zumal bei Objekten kleiner Winkelgröße.

3. Bei der Feststellung des Reizschwellenwertes ist das Auge auf Dunkelheit adaptiert, dier Pupille also maximal geöffnet, bis auf 9 mm Duchmesser. Hierbei müssen die sphärischen, chromatischen und astigmatischen Fehler des Auges ganz besonders hervortreten. Ein Lichtpunkt muß sich als Scheibchen abbilden, dessen Helligkeit nach dem Rande irgendwie abfällt. Bei einem ausgedehnten, gleichmäßig hellen Objekt überlagern sich auf der Netzhaut die unscharfen Abbildungen der einzelnen Objektpunkte derart, daß die Mitte des Bildes am

1) G. Gehlhoff und H. Schering, Zeitschr. f. Beleuchtungswesen **25**, 17, 1919.

2) Helmholtz, Physiolog. Optik, 3. Aufl., Bd. 2, S. 284 (Zusätze von Nagel).

1) G. Gehlhoff, Zeitschr. f. technische Physik 2, 245, 1921.

Digitized by Google

hellsten ist. Deswegen wächst bei gleichbleibender Flächenhelligkeit des Objektes die Flächenhelligkeit des Bildes auf der Netzhautmitte mit der Winkelgröße des Objektes. Nimmt man an, daß sie bei einem Objekt von 60′ Schwinkel 2000 mal so groß ist als bei 17.5″ Schwinkel, so folgt, daß das große Objekt in der Netzhautmitte dieselbe Flächenhelligkeit hervorruft wie ein 17,5″ großes Objekt von 2000 mal größerer Flächenhelligkeit. Um wahrnehmbar zu werden, muß das kleine Objekt also die 2000 fache Flächenhelligkeit haben als das große. Bedenkt man den Einfluß der Abbildungsfehler nicht, und berechnet die Netzhautflächenhelligkeiten für ideale Abbildung, so wird in diesem Falle vorgetäuscht, daß der so errechnete „scheinbare Reizschwellenwert" bei 17,5″ Sehwinkel 2000 mal größer ist als bei 60′ Sehwinkel. Trägt man jedoch den Abbildungsfehlern Rechnung, so läßt sich die von Gehlhoff und Schering festgestellte Abhängigkeit des Reizschwellenwertes vom Sehwinkel vollkommen erklären, und man erhält als „wahren Reizschwellenwert" eine Konstante nämlich den Betrag, dem der „scheinbare Reizschwellenwert" für große Sehwinkel zustrebt.

4. Ohne nun im einzelnen auf die sehr komplizierten Abbildungsfehler des menschlichen Auges einzugehen, wollen wir aus der Art der Abnahme des „scheinbaren Reizschwellenwertes" bei Vergrößerung des Sehwinkels zu erkennen suchen, wie die Flächenhelligkeit bei der unscharfen Abbildung eines Objektpunktes nach dem Rande zu abfällt. Dadurch läßt sich die Gesamtwirkung der Linsenfehler am zweckmäßigsten und einfachsten angeben. Anderseits gibt der so ermittelte Helligkeitsverlauf auch einen Prüfstein für die hier entwickelte Deutung der von Gehlhoff und Schering angegebenen Messungen. Denn die hier aufgestellte Hypothese ist nur haltbar, wenn der errechnete Helligkeitsverlauf bei der Abbildung eines punktförmigen Objektes ein scharfes Maximum in der Mitte des Bildes zeigt, wie man es nach der richtigen Wahrnehmung punktförmiger Lichtquellen zu erwarten hat.

Der radiale Helligkeitsverlauf in der unscharfen Abbildung einer punktförmigen Lichtquelle ergibt sich aus den Gehlhoffschen Zahlen durch die folgende einfache Überlegung:

Seien A und B zwei gleich große und gleich helle Objektelemente, die sich bei scharfer Abbildung in 2 gleich großen Bildelementen, A' und B' der Fovea centralis, des Netzhautzentrums abbilden. Dann kann man bei unscharfer Abbildung — wie sie trotz bester Einstellung infolge der Linsenfehler vorhanden ist — annehmen, daß von dem von A ausgesandten Licht infolge aller Abbildungsfehler ebensoviel nach B' zerstreut wird als von B nach A' gelangt. Ist das leuchtende Element A von einem Kranz von n leuchtenden Elementen B derselben Flächenhelligkeit umgeben (Fig. 1), so wird von A durch Abbildungsfehler ebensoviel nach der Abbildung dieses Kranzes gelangen, wie von diesem Kranz nach A'.

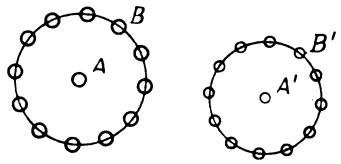


Fig. 1.

Hat man als Objekt also eine Kreisscheibe vom Radius r, und der allerseits gleich großen Flächenhelligkeit h mit dem Mittelpunkt A, als Bild bei scharfer Abbildung eine Kreisscheibe mit dem Radius r' und dem Mittelpunkt A' (Fig. 2), und vergrößert man die

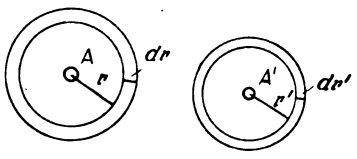


Fig. 2.

erste Scheibe um einen Ring der Breite dr, die Abbildung entsprechend um einen Ring der Breite dr', so gilt analog, daß bei unscharfer Abbildung von diesem Ring $2\pi r \cdot dr$ ebensoviel nach A' gestreut wird als von A nach dem Abbild $2\pi r \cdot dr'$ gestreut wird. Jeder neu hinzukommende Ring schafft also Ersatz für einen Teil des abgestreuten Lichtes, und zwar gerade für soviel als nach seiner Abbildung gelangt.

Je größer also die Kreisscheibe des Objektes wird, desto größer wird die Flächenhelligkeit in A', die asymptotisch dem Wert zustrebt, den sie bei scharfer Abbildung haben müßte, und der theoretisch für $r = \infty$, praktisch aber schon früher erreicht wird. Bezeichnet man daher mit

H_r = wahre Flächenhelligkeit in der Mitte des Bildes bei fehlerhafter Abbildung,

H_∞ = Flächenhelligkeit in der Mitte des Bildes bei scharfer Abbildung derselben Kreisscheibe,

so ist H_r selbstverständlich stets geringer als H_∞ und eine Funktion von r.

Digitized by Google

Die bisher benutzte Wechselbeziehung zwischen den einzelnen Bezirken der Abbildung gilt selbstverständlich nur streng für kleine Bildwinkel von wenigen Graden, was praktisch auch genügt.

Man kann nun H_r aus den Elementarvorgängen der Abbildung der einzelnen Objektpunkte wie folgt berechnen: Das Zentrum des Objektes, das Element F mag sich infolge der Abblldungsfehler abbilden als Element F' mit einer Aureole von nach dem Rande zu abnehmender Flächenhelligkeit $h_{r'}$. Wie oben gezeigt, wird bei dem Objektradius r von der abgestreuten Lichtmenge soviel ersetzt, als innerhalb des Kreises mit dem Radius r' bleibt; daher ist die auf F' entfallende Lichtmenge:

$$H_r \cdot F' = \int_0^{r'} h_{r'} \cdot 2\pi r' \cdot dr',$$

und bei Objektradien r_1 bzw. r_2:

$$H_{r_1} = \frac{1}{F'} \cdot \int_0^{r_1'} h_{r'} \cdot 2\pi r' \cdot dr' \qquad (1)$$

$$H_{r_2} = \frac{1}{F'} \cdot \int_0^{r_2'} h_{r'} \cdot 2\pi r' \cdot dr', \qquad (2)$$

während bei scharfer Abbildung sein müßte:

$$H = H_\infty = \frac{1}{F'} \cdot \int_0^{\infty} h_{r'} \cdot 2\pi r' \cdot dr'. \qquad (3)$$

Bei einem Objektradius r_l hat man also von der bei idealer Abbildung erwarteten Netzhautflächenhelligkeit $H = H_\infty$ infolge der optischen Fehler des Auges nur den Bruchteil

$$\alpha_{r_1} = \frac{H_{r_1}}{H} \qquad (4)$$

der erst für $r_1 = \infty$ gleich 1 wird. Und mit diesem Bruch sind auch alle Gehlhoffschen Werte (Tabelle I) für den Reizschwellenwert zu multiplizieren, wenn man den unbedingt vorhandenen Abbildungsfehlern Rechnung tragen will.

Die von Gehlhoff und Schering angegebenen Reizschwellenwerte werden darum künftighin als „scheinbare Reizschwellenwerte R_1, R_2, . . ." bezeichnet zum Unterschied von dem wahren Reizschwellenwert R. Zwischen ihnen besteht die Beziehung:

$$R = \alpha_1 \cdot R_1 = \frac{H_{r_1}}{H_\infty} \cdot R_1, \qquad (5)$$

$$R = R_\infty. \qquad (6)$$

Die Gehlhoffschen Werte nähern sich diesem Wert asymptotisch, wie aus der Tabelle I ersichtlich:

Tabelle I.

Reizschwellenwert der Zäpfchen der Netzhaut.

Sehwinkel	Flächenhelligkeit des Netzhautbildes in HK/mm²
17,5″	$3{,}23 \cdot 10^{-2}$
30″	$2{,}74 \cdot 10^{-3}$
52,5″	$1{,}49 \cdot 10^{-3}$
62″	$1{,}42 \cdot 10^{-3}$
1′42″	$1{,}21 \cdot 10^{-3}$
2′30″	$6{,}61 \cdot 10^{-4}$
3′	$4\,99 \cdot 10^{-4}$
3′30″	$3{,}95 \cdot 10^{-4}$
5′	$2{,}20 \cdot 10^{-4}$
10′	$6{,}50 \cdot 10^{-5}$
20′	$3{,}86 \cdot 10^{-5}$
30′	$2{,}82 \cdot 10^{-5}$
40′	$1{,}98 \cdot 10^{-5}$
60′	$1{,}44 \cdot 10^{-5}$

Aus dieser Tabelle der „scheinbaren Reizschwellenwerte" läßt sich nun die Abhängigkeit von $h_{r'}$ von r' und vom Sehwinkel gewinnen auf Grund der abgeleiteten Formeln. Es ist nach (5):

$$H_{r_1} = \frac{R \cdot H_\infty}{R_1}; \quad H_{r_2} = \frac{R \cdot H_\infty}{R_2};$$

also nach (1) und (2):

$$H_{r_2} - H_{r_1} = \frac{1}{F'} \cdot \int_{r_1'}^{r_2'} h_{r'} \cdot 2\pi r' \cdot dr'$$

$$= H_\infty \cdot R \cdot \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right).$$

Ist der Unterschied zwischen r_1 und r_2 nicht groß, so daß man $h_{r'}$ in diesem Intervall als konstant annehmen kann $= h_{r_2 r_1}$, so folgt:

$$h_{r_2 r_1} = \frac{R \cdot H_\infty \cdot F'}{\pi \cdot (r'_2{}^2 - r'_1{}^2)} \cdot \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right) = \frac{a}{r'_2{}^2 - r'_1{}^2} \cdot \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right), \qquad (7)$$

wo:

$$a = \frac{R \cdot H_\infty \cdot F'}{\pi} = \text{const (nach (3))}.$$

$H_\infty \cdot F'$ ist die gesamte Lichtmenge, die zur Abbildung gelangt, R ist der Grenzwert, dem der Gehlhoffsche „scheinbare Reizschwellenwert" für große Sehwinkel zustrebt.

An Stelle von r' kann man nun noch den zugehörigen Bildwinkel β' einführen, und für diesen wieder den entsprechenden Sehwinkel β; nach Zusammenfassung aller Konstanten ergibt sich dann:

$$h_{\beta_2 \beta_1} = \frac{c}{\beta_2{}^2 - \beta_1{}^2} \cdot \left(\frac{1}{R_2} \cdot \frac{1}{R_1}\right). \qquad (8)$$

Diese Formel enthält außer der Konstanten c nur die Sehwinkel β_2 und β_1 und die für sie

Digitized by Google

von Gehlhoff und Schering ermittelten zugehörigen Reizschwellenwerte R_2 und R_1. Mit dieser Formel läßt sich aus den Gehlhoffschen Messungen — wofern die entwickelte Erklärung richtig ist — die Intensitätsverteilung in dem Zerstreuungskreis berechnen, der infolge der Abbildungsfehler auch bei bester Einstellung auf einen Lichtpunkt entsteht.

Hierbei ist jedoch zu beachten, daß sowohl die Werte für 17,5″ als auch die Werte für 40′ und 60′ Sehwinkel nicht verwandt werden dürfen: die letzten, weil bei diesem Sehwinkel schon die viel empfindlicheren Stäbchen der Netzhaut bei der Abbildung mitwirken, da die nur Zäpfchen enthaltende Mitte der Netzhaut nur einem Sehwinkel von 30′ entspricht. — Der abnorm hohe Wert für den Reizschwellenwert bei 17,5″ muß ausgeschieden werden, weil bei diesem Sehwinkel bei scharfer Abbildung nicht das ganze Zäpfchen, sondern nur etwa der vierte Teil desselben von Licht erfüllt wird (die anatomisch gemessene Zapfengröße von 2—2,5 μ entspricht etwa 30″ Sehwinkel); da das ganze Zäpfchen nur auf einen Nervenstrang wirkt, so muß zur Erreichung der Wahrnehmbarkeit die Flächenhelligkeit in diesem Bruchteil des Zäpfchens etwa 4mal so groß sein, als wenn das Zäpfchen ganz mit Licht erfüllt ist. — Diese Extremwerte sind also wegen ihrer Unsicherheit in der Tabelle II fortgelassen; dafür aber kann man hinzunehmen, daß für $\beta = 0$ der scheinbare Reizschwellenwert $R_0 = \infty$ sein muß. Die übrigen Werte sind durch graphische Interpolation aus den Gehlhoffschen Werten erhalten (Tabelle II).

Tabelle II.

β	β^2	$\Delta\beta^2$	R	$\frac{1}{R}$	$\Delta\frac{1}{R}$	$h_\beta = \frac{\Delta\frac{1}{R}}{\Delta\beta^2}$
0	0		∞	0		
30″	0,25	0,25	$2{,}74\times10^{-3}$	365	365	1460
60″	1	0,75	$1{,}41\times10^{-3}$	710	345	460
1′30″	2,25	1,25	$1{,}10\times10^{-3}$	909	199	159
2′	4	1,75	$8{,}8\times10^{-4}$	1164	255	146
2′30″	6,25	2,25	$6{,}61\times10^{-4}$	1511	347	154
3′	9	2,75	$4{,}99\times10^{-4}$	2004	493	179
3′30″	12,25	3,25	$3{,}95\times10^{-4}$	2530	526	162
4′	16	3,75	$3{,}20\times10^{-4}$	3125	595	158
4′30″	20,25	4,25	$2{,}65\times10^{-4}$	3770	645	152
5′	25	4,75	$2{,}2\times10^{-4}$	4550	780	164
6′	36	11	$1{,}62\times10^{-4}$	6180	1630	148
7′	49	13	$1{,}22\times10^{-4}$	8200	2020	155
8′	64	15	$9{,}5\times10^{-5}$	10540	2340	156
9′	81	17	$7{,}65\times10^{-5}$	13080	2540	149
10′	100	19	$6{,}5\times10^{-5}$	15400	2320	122
11′	121	21	$5{,}80\times10^{-5}$	17250	1850	188
12′	144	23	$5{,}35\times10^{-5}$	18700	1450	63
13′	169	25	$5{,}01\times10^{-5}$	19960	1260	50
14′	196	27	$4{,}77\times10^{-5}$	21000	1040	38,5
15′	225	29	$4{,}57\times10^{-5}$	21900	900	31,3
16′	256	31	$4{,}40\times10^{-5}$	22740	840	27,1
17′	289	33	$4{,}25\times10^{-5}$	23560	820	24,9
18′	324	35	$4{,}11\times10^{-5}$	24370	810	23,1
19′	361	37	$3{,}38\times10^{-5}$	25150	780	21,0
20′	400	39	$3{,}86\times10^{-5}$	25900	750	19,2
22′	484	84	$3{,}63\times10^{-5}$	27500	1600	19,0
24′	576	92	$3{,}40\times10^{-5}$	29400	1900	20,7
26′	676	100	$3{,}19\times10^{-5}$	31400	2000	20,0
28′	784	108	$3{,}0\times10^{-5}$	33360	1930	18,9
30′	900	116	$2{,}82\times10^{-5}$	35500	2170	18,7

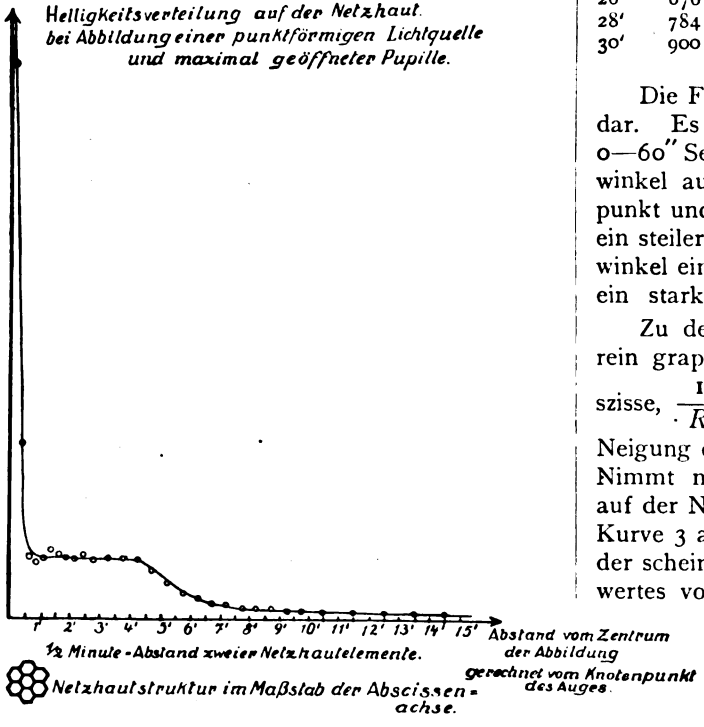


Fig. 3.

Die Fig. 3 stellt das Ergebnis der Rechnung dar. Es ergibt sich im ersten Bereich von 0—60″ Sehwinkel — entsprechend 0—30″ Streuwinkel auf der Netzhaut gerechnet vom Knotenpunkt und der Achse der Augenlinse — zunächst ein steiler Intensitätsabfall, dann bis zu 4′ Streuwinkel ein geringerer Abfall und darauf wieder ein starker Abfall der abgestreuten Intensität.

Zu dem gleichen Ergebnis kann man auch rein graphisch gelangen, wenn man β^2 als Abszisse, $\frac{1}{R}$ als Ordinate aufträgt; dann zeigt die Neigung dieser Kurve an, wie sich h_β verändert. Nimmt man bei Abbildung eines Lichtpunktes auf der Netzhaut eine Helligkeitsverteilung nach Kurve 3 an, so hat man eine einfache Erklärung der scheinbaren Abhängigkeit des Reizschwellenwertes von der Winkelgröße des Objektes.

Das steile Maximum der Streukurve bei $\beta = 0$ läßt schließen, daß wir ein lichtschwaches punktförmiges Objekt zunächst punktförmig mit dem zentral getroffenen Zäpfchen der

Digitized by Google

Fovea centralis sehen werden, da die auf das benachbarte Zäpfchen abgestreute Lichtmenge zu gering ist, um es zu erregen. Wird die Helligkeit der Lichtquelle aber größer, so werden auch benachbarte Zäpfchen gereizt, sobald deren Reizschwellenwert überschritten wird. Wir haben damit eine Erklärung der Irradiation, wie sie Helmholtz der anderen Erklärung, einer Übertragung des Reizes von Nerv zu Nerv bei starken Eindrücken vorzieht. — Jeder Laie wird Fixsterne, die heller sind, als „größer" bezeichnen, und er ist erstaunt, daß Fixsterne im Fernrohr bei stärkster Vergrößerung kleiner aussehen, als beim Betrachten mit unbewaffnetem Auge. Die Erklärung ist hiernach: das Fernrohr führt zwar der Netzhaut eine größere Lichtmenge zu, aber seine kleine Austrittspupille schließt die Randpartien der Augenlinse, denen die schlechte Abbildung zuzuschreiben ist, von der Abbildung aus: deswegen wird die durch Linsenfehler abgestreute Lichtmenge viel geringer sein, Fig. 3 ändert sich derart, daß das Maximum bei Winkel o steiler und dafür die Abszissenachse sehr bald erreicht wird. Die Folge ist, daß trotz der bedeutend größeren auf das Fernrohrobjektiv eingestrahlten Lichtmenge ein viel geringerer Teil der Netzhaut mit mehr als dem Reizschwellenwert bestrahlt wird.

Gerade dieses Beispiel scheint mir eine der stärksten Stützen der hier vertretenen Erklärung der Gehlhoffschen Versuchsergebnisse zu sein. Das Beispiel widerlegt aber auch die andere Erklärung der Irradiation, denn nach ihr müßten die Fixsterne im Fernrohr größer erscheinen, da die Gesamtlichtmenge, die einem Punkte der Netzhaut zugeführt wird, größer ist.

Zusammenfassung.

1. Die von Gehlhoff und Schering experimentell festgestellte Abhängigkeit des Reizschwellenwertes des Auges von der Winkelgröße der betrachteten Lichtquelle wird erklärt durch die Abbildungsfehler des Auges unter der Grundannahme, daß der wahre Reizschwellenwert des Auges konstant ist.

2. Aus den Gehlhoffschen Zahlen wird die Helligkeitsverteilung auf der Netzhaut bei maximal geöffneter Pupille für eine punktförmige Lichtquelle berechnet.

3. Durch diese Abbildungsfehler wird erklärt, daß sehr lichtstarke Objekte breiter erscheinen, als sie sind (Irradiation), und daß Sterne verschieden groß erscheinen, je nachdem, wie hell sie sind.

4. Die Abbildungsfehler werden geringer beim Abblenden der Augenlinse; das erklärt das scheinbare Kleinerwerden der Fixsterne, wenn sie durch ein Fernrohr mit kleiner Austrittspupille betrachtet werden.

Berlin, Physikalisches Institut der Landwirtschaftlichen Hochschule, Juli 1923.

(Eingegangen 6. Dezember 1923.)

Bemerkungen zu dem Manuskript: „Eine eigentümliche Beugungsinterferenz, von Karl Noack". (Diese Zeitschr. 24, 495—500, 1923.)

Von E. Maey.

Zu den von Herrn Noack ausgeführten Beobachtungen und den dazu von ihm gegebenen theoretischen Erklärungen kann ich nur meine volle Zustimmung aussprechen. Wenn ich trotzdem dazu das Wort nehmen muß, so geschieht es, weil Herr Noack glaubt, durch diese Beobachtungen die Theorie des § 2 meiner Arbeit[1]) zu widerlegen. Dieser Versuch beruht aber auf einem Mißverständnis meines § 2.

Es trifft nicht zu, daß ich, wie Herr Noack (S. 496, 2. Abs.) meint, der Ansicht bin, daß das primäre Fransenbild nach der von mir in § 2 dargestellten Art zustande kommt. Ich stimme ihm dagegen durchaus darin bei, es „in erster Linie durch Interferenz der beiden Wellensysteme je einer Seite zu erklären" (S. 499, vorletzter Abs.), d. h. der an dem Blendenrande gebeugten und der an diesem ungebeugt vorbeigehenden Welle. Diese Erklärung habe ich aber für diese Klasse der Interferenzen schon in meinem § 5 gegeben, wenn ich auch dort zur Prüfung durch die Beobachtung die Einstellung der Lupe nicht auf C, sondern aus besonderen Gründen einmal vor C und das andere Mal hinter C wählte. Ferner habe ich seine sekundären Fransenbilder in meinem § 3 theoretisch erklärt und durch die Beobachtung geprüft. Es ist also zweitens auch nicht zutreffend, wie Herr Noack es (S. 496, 1. Abs.) sagt, daß er sich auf den nächstliegenden Fall beschränkt hat, „den ich in § 2 meines Aufsatzes behandelt habe".

Das Fransenbild des § 2 scheint Herr Noack bei seiner letzten Arbeit mit Ausnahme der dunklen Mittellinie nicht von dem des § 3 unterschieden zu haben, und damit sind seine Einwendungen gegen die Theorie meines § 2 hinfällig.

Ich habe dagegen — freilich bei ganz andern Abmessungen der Apparatur — diese besondere Art von Interferenzen beobachtet und konnte

1) Erklärung der Interferenzstreifen bei der objektiven Abbildung des leuchtenden Schirmrandes. Zeitschr. f. d. phys. u. chem. Unterricht. 36, 96. 1923.

Digitized by Google

sie mit Sicherheit von den des § 3 unterscheiden. Ich glaubte in ihnen jene Streifen wiederzuerkennen, die Herr Noack in seiner ersten Arbeit (diese Zeitschr. **23**, 228, 1922) beschreibt. Er sagt unter anderen dort: „Blendet man das nach innen gebeugte Licht ab, indem man die entsprechende Linsenhälfte zudeckt, so verschwinden die Interferenzstreifen im Lichtband[1]), es bleiben aber die äußeren Beugungsfransen und umgekehrt." Daraus muß ich auch jetzt noch schließen, daß nur die letzteren das sind, was Herr Noack in seiner zweiten Arbeit als primäres Fransenbild bezeichnet. Die ersteren aber scheint Herr Noack alle zu den sekundären Fransen zu rechnen. Diese aber liegen doch nur zum Teil im Lichtband. Es scheint mir sehr wahrscheinlich, daß die in Rede stehenden Interferenzen meines § 2 mit den sekundären Fransen des Herrn Noack durch Übereinanderlagerung in einem Bilde vereinigt sind. Insbesondere scheint mir in der ganzen Horizontalreihe mit der Ordnungszahl 1 wegen der abweichend kleinen Größe von Δ (z. B. 7,25 statt 11) diese Linie in meinem § 2, die übrigen nach § 3, 6. Abs. zu gehören. Nach § 2 sollen ja die gemessenen Zwischenräume kleiner sein als die Formel

$$\Delta = \lambda \frac{AC}{AJ}$$

ergibt.

Nach alledem kann ich daran festhalten, daß alle von Herrn Noack gegebenen Beobachtungen mit streifenförmiger Blende sich den von mir theoretisch erklärten Interferenzen bei der Abbildung des leuchtenden Schirmrandes einordnen lassen, und da diese dort in einer erschöpfenden Behandlung aller Kombinationen der auftretenden Lichtwellen gegeben sind, zweifle ich auch nicht daran, daß jene Interferenzen bei anders geformter Blende sich in entsprechender Weise einordnen lassen. Freilich werden die Wellenflächen des an solcher Blende gebeugten Lichtes eine andere Gestalt und damit die Interferenzstreifen andere Abstände erhalten.

Auch folgende beiden Stellen der Besprechung meines § 2 zeigen eine mißverständliche Auffassung desselben. Im Anfang des 2. Abs. (S. 496) sagt Herr Noack: „Das primäre Fransenbild kommt nach Herrn Maeys Ansicht (a. a. O. S. 97) dadurch zustande, daß die Linse L von der leuchtenden Schirmkante S nicht nur ein Bild liefert, sondern mehrere". Ich habe schon oben den Inhalt dieses Satzes als unzutreffend bezeichnet; er enthält aber noch eine weitere Unrichtigkeit: das Wort „mehrere". Daß die Linse mehrere (also doch zu verstehen als getrennte) Bilder liefert, habe ich nirgends gesagt, sondern nur auf die Wirkung der sphärischen Aberration hingewiesen, nach der alle von der Kante S herkommenden Strahlen nicht in einer Bildlinie vereinigt werden. Daher erscheint das Bild bei der Abblendung der zentralen Strahlen verschoben. Aber alle Strahlen bilden doch ein zusammenhängendes, die diakaustische Fläche berührendes Bündel und daher nicht mehrere Bilder. Dieses Wort ist nur geeignet, die von mir gegebene Darstellung zu trüben und den Schein zu erwecken, als ob mehrere getrennte Bilder aufträten. Zu S. 496, 3. Absatz, 2. Satz. Die Punkte zwischen C und D sind durchaus nicht die Mittelpunkte konvergenter Wellen; diese Wellen sind hier zwiefach gekrümmte Flächen, und daher ist das Wort Mittelpunkt zum mindesten nicht eindeutig. Die nächsten Konvergenzpunkte liegen auf der diakaustischen Fläche, die ihre Spitze in B hat. Da die zentralen Strahlen abgeblendet sind, kommen diese nächsten Konvergenzpunkte auf der Mittellinie überhaupt nicht vor. Zwischen C und D divergieren die Wellen schon wieder und die beiden von rechts und links zusammenlaufenden Wellen durchkreuzen sich infolge ihrer verschiedenen Beugung bei S in jedem Punkte zwischen C und D mit dem Phasenunterschied π.

Bonn, 15. Oktober 1923.

(Eingegangen 27. Oktober 1923.)

1) Also eine Mehrzahl, aber wohl wegen der geringen Breite des Lichtbandes geringe Zahl. Diese habe ich für die Interferenzen nach § 2 gehalten.

Schlußwort zu Herrn Maeys Bemerkungen.

Von Karl Noack.

Herr Maey ist der Ansicht, daß die von ihm in § 2 seines Aufsatzes (Zeitschr. f. d. phys. u. chem. Unterricht **36**, S. 97) berechneten Fransen nicht die von mir als „primäre Fransen" bezeichneten sind, daß ich vielmehr jene überhaupt nicht beobachtet und gemessen hätte. Es ist wenig wahrscheinlich, daß mir diese Fransen bei meinen zahlreichen, unter den verschiedensten Bedingungen und mit verschiedenen Linsen angestellten Beobachtungen entgangen sein sollten. Auch halte ich es für ausgeschlossen, daß die hinter kreisförmigen und quadratischen Schirmchen erscheinenden Fransen nach Herrn Maeys Ableitungen in § 5 seines Aufsatzes zu erklären sind. Eine Prüfung, ob diese primären Fransen mit Herrn Maeys Fransen des § 5 identisch sind, ist leider nicht möglich, da seine Ansätze auf Seite 101 und 102 auf diesen Fall nicht anwendbar sind.

Digitized by Google

Ich bedaure lebhaft, die Messungen im Augenblick aus den an anderer Stelle angegebenen Gründen nicht fortsetzen zu können, da solche unter Einhaltung der Voraussetzungen des § 5 vielleicht Aufklärung der Streitfrage bringen könnten.

Daß die ungeschickte Ausdrucksweise vom Vorhandensein „mehrerer Bilder" zwischen C und D Anlaß zu Mißverständnis gegeben hat, bedaure ich. Was ich dort sagen wollte, ist einfach das, daß zur Erklärung der sehr scharfen Interferenzen zwei diskrete scharfe Bilder unerläßlich sind; und gerade in deren Nichtvorhandensein finde ich das noch Unerklärte der Fransen von Herrn Maeys § 2.

(Eingegangen 16. Dezember 1923.)

VORTRÄGE UND DISKUSSIONEN DES DEUTSCHEN PHYSIKERTAGES IN BONN VOM 16.—22. SEPTEMBER 1923.

J. Eggert (Berlin), Über die photochemische Sensibilisation der Maleinesterumlagerung durch Brom. (Nach gemeinsamen Versuchen mit W. Borinski-Berlin[1].))

Wie Wislicenus 1895[2]) entdeckte, scheidet wäßrige Maleinsäurelösung im Sonnenlicht bei Gegenwart von Brom die weniger lösliche Fumarsäure ab. Das Brom, welches sich dabei zum Teil an Fumarsäure unter Bildung von Dibrombernsteinsäure anlagert, spielt bei dem Umlagerungsvorgang:

$$\begin{matrix} H\cdot C\cdot COOH \\ \| \\ H\cdot C\cdot COOH \end{matrix} \rightleftharpoons \begin{matrix} HOOC\cdot C\cdot H \\ \| \\ H\cdot C\cdot COOH \end{matrix} + 7000\ \text{cal}$$

offenbar die Rolle eines Sensibilisators, da es in Mengen zugegen ist, die in keinem stöchiometrischen Verhältnis zu den reagierenden Säuremengen steht, und da es unter Umständen bei dem Prozeß nahezu unverändert bleiben kann, während die Maleinsäureumlagerung fast quantitativ erfolgt. Wir unternahmen es, diesen Vorgang näher zu studieren, weil der Schätzung nach eine ungewöhnlich große Ausbeute der Lichtenergie an chemischem Umsatz vorzuliegen schien, und weil diese Reaktion ein Gegenstück zu der von E. Warburg[3]) untersuchten photochemischen Umwandlung der Säuren ineinander bei Abwesenheit von Brom im ultravioletten Licht darstellt, die etwa in der Größenordnung erfolgt, die das photochemische Äquivalentgesetz fordert.

Um das System für die Untersuchung geeigneter zu machen, studierten wir den Effekt nicht in der von Wislicenus angegebenen Form, sondern verwendeten an Stelle der freien Säuren ihre Äthylester, die sich in jedem Verhältnis mit Tetrachlorkohlenstoff mischen. Die Größe des mit den Wellenlängen 557, 436 und 365 $m\mu$ bekannter Energie beobachteten Umsatzes bestimmten wir auf $\pm 1/2$ Proz. genau mit Hilfe einer thermoanalytischen Methode, indem wir den Schmelzpunkt des sich beim Versuch bildenden Estergemisches nach Entfernung des Broms und des Tetrachlorkohlenstoffes mit Thermoelement und Spiegelgalvanometer ermittelten.

Zu den endgültigen Versuchen wurde eine Menge Maleinester mit einer abgemessenen Menge Tetrachlorkohlenstoff verdünnt, eine bekannte Menge titrierter Brom-Tetrachlorkohlenstofflösung zugefügt, definiert belichtet, analysiert und aus den gewonnenen Zahlen die photochemische Ausbeute φ der absorbierten Energie bestimmt. An dem an anderer Stelle ausführlich wiedergegebenen Zahlenmaterial ergaben sich folgende Eigenschaften der Reaktion:

1. Die Zahl umgesetzter Moleküle dividiert durch die Zahl absorbierter Quanten (die photochemische Ausbeute φ) ist unter Anwendung von blauem Licht (436 $m\mu$) bei 18° im Mittel gleich 565; das Äquivalentgesetz wird also um mehr als zwei Zehnerpotenzen überschritten.

2. Der Umsatz ist der Anzahl absorbierter Quanten, d. h. dem Produkt Lichtintensität mal Zeit proportional.

3. Der Umsatz ist von der Bromkonzentration in den Grenzen 1 : 9 unabhängig.

4. Der Umsatz ist von der Tetrachlorkohlenstoffkonzentration in den Grenzen 1 : 5 unabhängig.

5. Der Umsatz ist der Quantgröße bei ein- und derselben Temperatur proportional; so ist bei 18° für $\lambda = 557\ m\mu$ $\varphi = 429$, für $\lambda = 365\ m\mu$ $\varphi = 684{,}5$ oder mit anderen Worten: die An-

1) Infolge eines Mißverständnisses seitens des Verlags ist der Vortrag in dieser Zeitschrift **24**, 504, 1923 ohne Korrektur des Herrn Verfassers aufgenommen worden und wird deshalb in berichtigter Form nochmals abgedruckt.

2) **Ber. d. sächs. Akad. d. Wiss. 47**, 491, 1895.

3) Ber. d. preuß. Akad. d. Wiss. 1912, S. 960.

Digitized by Google

zahl umgesetzter Moleküle ist proportional der absorbierten Gesamtenergie, gleichgültig in welcher Farbe die Strahlung eingesandt wird (in den angebenenen Grenzen von λ).

6. Die Größe des Umsatzes pro eingestrahlte Calorie wächst exponentiell mit der Temperatur (bei 10^0 Temperaturerhöhung auf das Doppelte).

Die Deutung dieser Erscheinungen kann bisher nicht ohne Widerspruch gegeben werden. Sicher scheint zu sein, daß weder der Tetrachlorkohlenstoff, noch der Fumarester, noch das inaktive Brom an der Reaktion teilnimmt; denn der Vorgang ist von der Konzentration aller drei Molekülgattungen unabhängig. Der Prozeß dürfte sich demnach folgendermaßen abspielen: Primär wird das Licht vom Brom absorbiert; das aktivierte Brom lagert darauf die Maleinestermoleküle um. Da die Isomerenumwandlung in der untersuchten Richtung exotherm, also von der instabilen in die stabile Form erfolgt, ist nicht verwunderlich, daß eine lange Kette von Elementarvorgängen auftritt. Die vom Brom im Einzelprozeß hergegebene Energie hat mithin den Charakter einer Auslösungsarbeit, die so oft verteilt werden kann, als der Energievorrat reicht: bei der Absorption eines großen Quants (Ultraviolett) beobachtet man zahlenmäßig mehr Umwandlungen als bei der Aufnahme eines kleinen Quants (Grün). — Die Temperaturabhängigkeit des Vorganges ist man zunächst geneigt, im Anschluß an Krüger[1]) und Goldschmidt[2]) dahin zu deuten, daß das aktivierte Brommolekül nicht jedes ihm begegnende Maleinestermolekül umlagert, sondern nur solche, die eine bestimmte kritische Energie besitzen. Nach Maxwell wächst die Konzentration solcher Individua zwar in der Tat exponentiell mit der Temperatur. Gegen diese Deutung spricht indessen, daß bei der gleichen Temperatur keine Abhängigkeit des Effektes von der Maleinesterkonzentration zu beobachten ist. Aus den Versuchen ist daher zu schließen, daß das Maleinestermolekül selbst bei verschiedenen Temperaturen — unabhängig von der Esterkonzentration — einer Anregungsenergie verschiedener Größe bedarf. Und zwar: bei tiefer Temperatur ist der nötige Umlagerungsanstoß exponentiell kleiner als bei hoher. Eigenartig bleibt freilich, daß in jedem Falle die vom Brom gelieferte Anregungsarbeit klein ist gegenüber der kinetischen Energie des Moleküls; diese ist so unwirksam, daß eine spontane Umwandlung des Esters selbst bei ca. 200^0 C noch nicht erfolgt.

Diese Vorstellungen über den Ablauf der Reaktion enthalten ein schweres Bedenken, das uns auch Prof. Franck-Göttingen in der Diskussion entgegenhielt. Nach dem bisher bekannt gewordenen Verhalten aktivierter Systeme im Gaszustande sind Atome und Moleküle, die sich im angeregten (Bohrschen) Zustand befinden, nicht imstande, den Zusammenstoß mit anderen Teilchen zu überdauern. Die vorliegende Erklärung schließt im Gegensatz hierzu ein, daß viele Begegnungen stattfinden können, bis ein wirksamer Stoß an Maleinester erfolgt, mithin noch einige Größenanordnungen mehr an Zusammenstößen stattfinden müssen, bis die anfänglich aufgenommene Energie in Gestalt von Auslösungsarbeit an das instabile Isomere vollständig verteilt ist. Abgesehen ferner davon, daß sich die Lebensdauer des Bohrschen Zustandes dadurch zu bedenklich großen Werten ergibt, wird man schließlich zu der Annahme gedrängt, daß die Teilbeträge der abgegebenen Auslösungsenergie eine wenig wahrscheinliche Quantgröße besitzen.

Ähnliche Deutungen, wie die oben geschilderte, sind andererseits für sehr verwandte Erscheinungen — bei anderen Systemen[1]) in Gegenwart von Halogenen gegeben worden; auch für diese Erklärungen gelten die ausgesprochenen Bedenken.

Die einzige Basis, die der Verfasser nach einer gemeinschaftlichen Besprechung (Eggert, Franck, Hertel, Nernst, Noddack, Polanyi) über die noch nicht gelösten Fragen für möglich hält, ist diese: das Halogen muß befähigt sein, die primär aufgenommene Energie so zu stabilisieren, daß das aktivierte Molekül eine große Anzahl von Zusammenstößen über lange Zeiträume überdauern kann. Wie ein solcher Mechanismus zu denken ist, bleibt bisher unklar.

Gegen einen Zerfall des Brommoleküls in seine Atome, eine an sich zunächst sehr plausible Annahme der Energiestabilisierung, spricht einerseits die Unabhängigkeit des Effektes von der Bromkonzentration und andrerseits die Tatsache, daß wäßrige Maleinsäurelösung, die Bromionen (Bromkalium) enthält, beim Elektrolysieren, d. h. bei der elektrochemischen Bildung von Bromatomen, keine Umwandluug in Fumarsäure erkennen läßt.

Diskussion.

Herr Hertel: In noch zu veröffentlichenden Arbeiten habe ich zeigen können, daß Photochlorierungen in Tetrachlorkohlenstoff als Lösungsmittel bei Verwendung organischer Substanzen als Akzeptoren von der Konzentration des Lösungsmittels in weitem Maße unabhängig

1) Diese Zeitschr. **10**, 206, 1909.
2) Gött. Nachr. vom 19. Dez. 1908.

1) Noddack, Zeitschr. f. Elektroch. **27**, 359, 1921; Grüß, Zeitschr. f. Elektroch. **29**, 144, 1923; Hertel (noch nicht veröffentlichte Studien über Photochlorierungen).

Digitized by Google

sind, was mit den Beobachtungen des Herrn Eggert völlig übereinstimmt.

Herr Polanyi: Die Annahme, daß die einzelne Umsetzung durch Aufnahme eines kleinen Bruchteils der Anregungsenergie zustande kommt, scheint mir unmöglich, weil die kleinen Beträge (von 50—100 cal/Mol), die hiernach die Umsetzung herbeiführen sollten, auch schon durch die normale thermische Bewegung zugeführt werden müßten, so daß die Reaktion auch im Dunkeln schnell ablaufen müßte, was tatsächlich nicht der Fall ist.

Herr Eggert: Diese gewiß eigenartige Tatsache ist in der Dissertation Borinskis eingehend diskutiert. Die gewählte Art der Deutung verliert jedoch den eingewendeten Widerspruch, wenn man annimmt, daß die vom Brom abgegebene Energie von der kinetischen Energie — im vorliegenden Falle — spezifisch verschieden wirksam ist.

BESPRECHUNGEN.

Th. Vahlen, Ballistik. 8°. 231 S. Mit 53 Abb. Berlin u. Leipzig. Vereinig. wissensch. Verleger, W. de Gruyter & Cie. 1922[1]).

Daß das Schießverfahren der deutschen Artillerie zu Beginn des Weltkrieges nicht auf der Höhe stand, die es hätte erreichen müssen und können, ist heute unbestritten. Der praktische Ballistiker der Vorkriegszeit war im allgemeinen zufrieden, wenn er eine Formelsammlung erhielt, in die er unbegrenztes Vertrauen setzte und die seine mathematische Gedankenarbeit nicht stark beanspruchte. Diese Geringschätzung der Theorie hat sich bekanntlich in der Praxis gerächt. Besonders dankenswert ist es deshalb, wenn ein anerkannter Fachmann, der die Theorie als Mathematiker von Ruf, die Praxis als Kommandeur einer Artillerietruppe vor dem Feinde vollkommen beherrscht, ein kurz gedrängtes Buch über Ballistik geschrieben hat, das der Theorie zu ihrem Recht verhilft und das gerade durch die anziehende Eigenart der Darstellung den Leser zu eigener Gedankenarbeit anregt.

Nach der nicht eben wohlwollenden Besprechung (S. 397 der Zeitschr.) zu urteilen, scheint jedoch Cranz am Standpunkt der Vorkriegszeit festhalten zu wollen. Denn seine Einwendungen sind vielfach überhaupt nicht durch Begründung gestützt, auch keineswegs stichhaltig. So z. B., wenn behauptet wird, Vahlen sei in der Behandlung der konischen Pendelung nicht wesentlich über Mayewski und Sabudski hinausgekommen. Im Gegenteil: Vahlen hat in sehr eleganter Form nachgewiesen (§ 53), daß die Nutationen der Geschoßachse sehr rasch verlaufen mussen, die Präzession dagegen außerordentlich langsam. Aus letzterem Grunde verbleiben die Nutationskreise fast auf der gesamten praktisch benutzten Flugbahn ausschließlich rechts der Bahntangente. Hierin liegt ein wesentlicher Fortschritt gegen die Rechnungen von Cranz (z. B. Zeitschr. Math. Phys. 43, 1898), deren Ergebnisse Cranz selbst in sein Referat in der Enz. d. Math. Wiss. IV, 3 S. 232, 233 nur mit sehr gerechtfertigter Zurückhaltung aufgenommen hat. Sabudskis Entwicklungen in den „Untersuchungen über die Bewegungen der Langgeschosse" (Übers. v. Eberhardt 1909) enthalten so grobe mathematische Versehen, daß sie überhaupt nicht in Betracht kommen. Daß und weshalb eine völlig strenge Lösung dieses verwickelten Problems erst nach Jahrzehnten zu erhoffen ist, liegt für jeden Kenner der Aerodynamik auf der Hand.

Unbegreiflicherweise beanstandet Cranz, daß Vahlen den Luftwiderstand bei sehr großer Geschoßgeschwindigkeit dieser proportional annimmt. In der Tat führen alle bekannten Widerstandsgesetze, auch v. Eberhards hierauf.

Vahlens Windkorrektur (§ 46) wird von Cranz als anfechtbar bezeichnet, allein ohne jede Begründung. Die Kürzung, die sich der Verf. erlaubt, besteht darin, daß er die Abweichungen der Geschosse von der Kugelform vernachlässigt. Hier erscheint eine Ergänzung in einer Neuauflage erwünscht.

Was den Höhenwind anlangt (§ 47), so liefert natürlich eine genauere Kenntnis der Windschichtung genauere Verbesserungen, aber nur auf Kosten der Einfachheit und damit der Anwendbarkeit. Kennt man den Wind nur in zwei Höhen, so bleibt nichts anderes übrig, als linear dazwischen zu interpolieren. Daß die früher gelehrte Korrektur „Wind in $^2/_3$ der Flughöhe" den Vorzug vor Vahlens „Wind in $^1/_2$ Flughöhe" verdienen sollte, ist nicht begründet. Vahlens Regenkorrektur ist etwas ganz Neues, aber natürlich ebenfalls nur eine Annäherung. Wie denn überhaupt die gesamte Ballistik ein „System der Annäherungen" bleiben wird, um so mehr, als endlich ihre enge Verknüpfung mit der Meteorologie genügend gewürdigt wird.

Das von Cranz sehr ausführlich gerügte Versehen beim Differentiieren S. 145 besteht lediglich darin, daß in der Beziehung $\frac{d^2p}{dx \cdot dp} = -2\frac{d^2x}{dx^2}$ der Faktor 2 rechts irrtümlich vergessen wurde. Auf die weiteren Paragraphen von Kap. XII hat dies keinen Einfluß.

Die von Cranz (a. a. O. S. 210) Bernoulli zugeschriebenen Formeln finden sich weder an den von Cranz angeführten Stellen, noch überhaupt bei Bernoulli. Vahlen verwendet sie übrigens (S. 60 (21), (22)) genau in der von Cranz angegebenen Form, die dieser aber nun selbst bemängelt. Durch Anbringung eines korrigierenden Faktors von Didion würde die oskulierende Approximation in eine interpolierende verwandelt. Dies behandelt der Verf. aber erst im Kap. VII.

Vahlens „Übergangsballistik" ist als Abschnitt einer systematischen Gesamtdarstellung jedenfalls etwas ganz Neues. Auch die kosmische Ballistik wird zum ersten Male systematisch behandelt. Nicht veröffentlichte Arbeiten der Firma Krupp ändern hieran nichts.

Der Vorwurf von Cranz, Vahlen habe „manches nicht gebracht" ist nur insofern berechtigt, als jeder objektive Leser unwillkürlich den Wunsch empfindet, noch weitere Probleme in der eigenartig fesselnden

1) Diese Zeitschr. **24**, 397, 1923.

Digitized by Google

und eleganten Weise des Verfassers dargestellt zu erhalten. Wie dieser im Vorwort ausführt, war ihm angesichts der heutigen der Wissenschaft so ungünstigen Zustände der Raum eng begrenzt worden. Ich finde es im Gegenteil erstaunlich, welch reiche Fülle von Gedanken das Buch gerade in knappster Darstellung bringt. Es verhilft dem Leser zu einem klaren Überblick über das Gesamtthema und das erscheint mehr vonnöten als eine Erschöpfung und Zersplitterung in Einzelheiten. Nicht nur der Ballistiker wird wertvolle Belehrung finden, sondern die Lektüre wird überhaupt jedem Mathematiker als ein glänzendes Beispiel angewandter Mathematik einen hohen Genuß bereiten. Gerold v. Gleich.

Brockhaus, Handbuch des Wissens in vier Bänden. Sechste, gänzlich umgearbeitete und wesentlich vermehrte Auflage von Brockhaus' Kleinem Konversationslexikon. Mit über 10000 Abbildungen und Karten im Text und auf 178 einfarbigen und 88 bunten Tafel- und Kartenseiten und mit über 87 Übersichten und Zeittafeln. Leipzig, F. A. Brockhaus, 1923.

Das „Handbuch des Wissens" liegt nunmehr vollständig vor. Es ist das erste deutsche Lexikon, das seit Friedensschluß geschaffen wurde. Möglichst geringer Umfang einerseits und möglichste Lückenlosigkeit des Stoffes andererseits waren bei Abfassung dieses Werkes maßgebend. Den Fachphysiker, dem zum Nachschlagen ja im allgemeinen seine Fachliteratur zur Verfügung steht, wird es daher in erster Linie interessieren, inwieweit alte, neue und neueste Errungenschaften der Physik in diesem Werke behandelt werden, das für den gebildeten Laien bestimmt ist.

„Mechanik", „Akustik", „Wärme", „Optik" und „Elektrizität" werden zusammenfassend in Sonderabschnitten behandelt; jedem desselben sind zwei Tafeln beigegeben. Die Tafeln „Optik I und II" enthalten beispielsweise folgende bildliche Darstellungen: 1. Reflexion und Brechung eines Lichtstrahles beim Übergang von Luft in Wasser; 2. Aufrechtes reelles Bild eines verkehrt aufgestellten Objektes durch Reflexion in einem Hohlspiegel; 3. Farbenzerstreuung durch Prismen; 4. Wiedervereinigung der Spektralfarben zu weiß; 5. Interferenz zweier Wasserwellenzüge; 6. Beugungsbild eines Fadens in einem Spalt; 7. Beugungsbilder eines kreisrunden Loches; 8. Doppelbrechung: Schrift unter Kalkspat; 9. und 10: Polarisationsbilder in gekühltem und gepreßtem Glas; 11. Strahlengang im astronomischen Fernrohr; 12. Prismenglas; 13. Aplanatische Lupe; 14. Lupenstativ; 15. Stereoskop; 16. Strahlengang im Mikroskop; 17. Ultramikroskop; 18. Projektionsapparat für Dia- und Episkopie; 19. Camera obscura. Hierzu kommen zwei weitere Tafeln für Spektralanalyse, enthaltend das Sonnenspektrum und 12 Spektra chemischer Elemente (bunt), 6 Sternspektra und die Anordnung eines Sternspektrographen und des Spektroheliographen, sowie 1 Tafel „Farben", enthaltend das Sonnenspektrum, den 12teiligen Farbenkreis nach Besold, den 8teiligen nach Ostwald, additive und substraktive Farbenmischung, Teil einer Lumiereplatte u. a. m. Dementsprechend sind auch die Tafeln der anderen Sonderabschnitte zusammengestellt. Die Reichhaltigkeit des Stoffes macht es unmöglich, alle Abhandlungen und Tafelwerke der Grenzgebiete aufzuzählen. Als Beispiel mögen hier nur Tafel I und II: „Straßenbahnen" erwähnt werden, die Entwicklung und konstruktionelle Hauptteile seit Brunners Dampfomnibus 1876 und Siemens' erster elektrischer Bahn 1879 bis zur Neuzeit darstellen, sowie die Tafeln I und II: „Telegraph und Fernsprecher", die den Leser von Chappes optischem Telegraphen von 1794 über Gauß' und Webers ersten elektrischen Telegraphen von 1833 und über Hughes Typendrucker und Siemens' Schnelldrucker zur Funkanlage führen: hier sieht man Großsendeanlagen, Antennen auf Dampfern, eine kleine Rahmenantenne, eine Hochfrequenzmaschine, den Poulsensender und die Elektronen-Senderöhre. Weiter gelangen wir vom ersten Telephon von Reis 1861 zum Selbstvermittler des modernen Fernsprechamts.

Unübersehbar ist die Fülle der unter den Einzelstichworten verstreuten Einzelabhandlungen und -beschreibungen. Der Überschlag ergibt allein schon etwa 200 derselben, denen eine Abbildung beigegeben ist. Ihre Aufzählung ist unmöglich. Wir müssen uns deshalb damit begnügen, nur einige Stichworte hervorzuheben, die beweisen, daß das Handbuch des Wissens wirklich die neuesten Errungenschaften bringt. Hier seien erwähnt: Der lichtelektrische Effekt; die Wilsonsche photographische Aufnahme der α-Strahlbahnen (mit Wiedergabe); der Versuch von Michelson; die Relativitätstheorie (bes. eingehend); Atomstrahlen und Isotope nach Aston; Becquerel-Strahlen; Radium, Deltastrahlen; Stookes' Gesetz der Fluoreszenz; Moseleys Gesetz der Röntgenspektra; die kinetische Wärmetheorie; die Temperaturstrahlung; das Stefan-Boltzmannsche Gesetz; das Wiensche Verschiebungsgesetz; der Strahlungsdruck; das Plancksche Wirkungsquantum; das Lauediagramm und die Raumgitteranalyse der Kristalle; die Verflüssigung der Gase; die Neonlampe; der Röhrensender; der Radiopeiler; der Quecksilbergleichrichter. Von modernen Instrumenten seien erwähnt das Wulfsche Einfadenelektrometer und das optische Pyrometer.

Um ein Beispiel für die Vollständigkeit des unter einem Leitwort referierten Stoffes zu erbringen, sei hier der Inhalt von „Spektrum" in Stichworten aufgeführt:

Kontinuierliches Spektrum; Linien-Spektrum; beider Entstehungsbedingungen; Banden-Spektrum; Serien-Spektrum; Balmer-Formel; Absorptionsspektrum; Fraunhofersche Linien; Frequenzen und Umfang des Sonnenspektrums; Ultrarotes oder Wärmespektrum, Ultraviolettes Spektrum, Röntgenspektrum, Grundlagen der Bohrschen Theorie (Quantenbahnen). Lymanserie, Paschenserie; Sommerfelds Feinstruktur der Spektrallinien; Zeemaneffekt; Starkeffekt; Funkenspektrum verschiedener Ordnung; Flammen- und Bogenspektrum; Verschiebungssatz (Sommerfeld, Kossel); Literatur.

Die hier erwähnte Literaturangabe bildet meistens den Schluß jeder Einzelabhandlung. Sie erhöht den wissenschaftlichen Wert des Werkes außerordentlich.

Der Fachphysiker hat bei der heutigen ungünstigen wirtschaftlichen Lage die Literatur der Nachbargebiete nicht so leicht zur Hand wie die eigene. Sein Hauptinteresse dürfte deshalb auf die Behandlung derselben gerichtet sein. Wir greifen die Chemie und Mineralogie heraus.

Chemische Apparate und Versuchsanordnungen sind in zahlreichen Abbildungen auf Tafeln und in Einzelabbildungen unter den Stichwörtern wiedergegeben. Hierzu kommt ein alphabetisches Verzeichnis der chemischen Elemente mit Angabe ihres chemischen Zeichens, der Ordnungszahl, des Atomgewichts, ihres Entdeckers und der Jahreszahl ihrer Entdeckung. Daran schließt sich das periodische System der Elemente. Diese selbst sind einzeln als Stichworte behandelt. Hierbei sind aufgeführt: Chemisches Zeichen, Vorkommen in der Natur, ob rein oder in Verbindungen, historische und moderne technische Gewinnung (viel-

Digitized by Google

fach mit Abbildungen), Farbe, Dichte, Schmelzpunkt, Atomgewicht, physikalische Eigenschaften bei der Bearbeitung, technische Anwendung. Dann folgen eingehend die Verbindungen. Den Schluß bilden Literaturangaben. Die chemischen Verbindungen sind auch sehr zahlreich als Stichworte selbst aufgeführt. Zur Einschätzung ihrer Reichhaltigkeit mag dienen, daß das Werk fast alle anorganischen Verbindungen aufführt, die das wohl jedem Physiker bekannte „Lehrbuch der anorganischen Chemie von A. F. Hollemann in seinem Register gibt; von den organischen Verbindungen konnten naturgemäß nur die wichtigsten genannt werden.

Die Einteilung der Mineralogie in 6 Klassen wird auf einer Tafel gegeben: I. Elemente, II. Schwefelverbindungen, III. Oxyde und Hydroxyde, IV. Haloidsalze, V. Sauerstoffsalze, VI. Organische Verbindungen und deren Zersetzungsprodukte. Für jede Ordnung und Gruppe derselben sind die wichtigsten Mineralien aufgeführt. Geschichtliches und reichhaltige Literaturangabe findet sich unter dem Stichwort „Mineralogie". Die Kristalle sind nach den bekannten Systemen aufgeführt und bildlich dargestellt. Sie werden entsprechend den Laueschen Röntgenversuchen als Riesenmoleküle definiert. Kristallographische Fachbezeichnungen, wie z. B. „Doma", werden unter besonderen Stichworten mit zahlreichen Einzelabbildungen gebracht. Zur Einschätzung der Reichhaltigkeit der aufgeführten Mineralien diene die Angabe, daß etwa 90 Proz. derjenigen Mineralien aufgeführt sind, die im Mineralverzeichnis des „Lehrbuchs der Mineralogie" von Niggli, 1920, dick gedruckt sind. Die Formen derselben werden durch sehr zahlreiche Abbildungen erläutert. Hierzu kommen 2 Tafeln über Edelsteine. – Die Versuchsanordnung von Laue ist bildlich dargestellt, ebenso das Steinsalzgitter; einige Gitterkonstanten werden mitgeteilt.

Es wird keinem Physiker einfallen, sich in mathematischen Fragen an ein allgemein gehaltenes Handbuch zu wenden. Was das Handbuch des Wissens aus dem Gebiete der Mathematik mitteilt, wird daher in erster Linie dem mathematisch Ungeschulten Aufschluß geben. Trotzdem sei betont, daß auch das hier Gebotene außerordentlich reichhaltig ist. Besonders reichhaltig ist die Wiedergabe von Kurven und Kurvenscharen z. B. (Zykloide, Epizykloide, Hypozykloide, Konchoiden usw.). Die Infinitesimalrechnung wird nur kurz gestreift.

Bei der ungeheuren Fülle des Gebotenen wird es dem Fachmann stets ein Leichtes sein, einige Punkte zu finden, die er bemängeln kann. Wenn solche im Folgenden aufgezählt werden, so soll es nicht geschehen, um zu tadeln. Im Gegenteil: einerseits soll das dazu beitragen, den Wert des Werkes in der Neuauflage durch Berücksichtigung zu heben; andererseits wird dadurch von vornherein der Verdacht unterdrückt, es könnte die günstige Beurteilung des Werkes parteiisch sein.

Auf Tafel II der „Elektrizität" ist der Unterbrecher *U* ein Tauchunterbrecher, kein rotierender Unterbrecher! In der Abb. „Ultraviolette Strahlen" muß der zwischen dem Ultrarot *b* und dem Ultraviolett *c* gelegene Spektralbereich *a* als „sichtbares Spektrum" bezeichnet werden, nicht aber als „Sonnenstrahlen", denn diese enthalten die anderen Strahlenarten ebenfalls mehr oder weniger! Beim „Perpetuum mobile" wird gesagt, seine Unmöglichkeit folge aus dem Gesetz von der Erhaltung der Energie. Das Umgekehrte ist der Fall: aus dem durch Jahrtausende stets mißlungenen Versuch, ein Perpetuum mobile zu konstruieren, hat man erst auf das Gesetz von der Erhaltung der Energie geschlossen! Auf der Tafel V „Optik" ist das „Beugungsbild eines Fadens in einem Spalt" wiedergegeben. Hierbei überlagern sich in komplizierter Weise verschiedene Beugungsbilder. Didaktisch besser wäre das Beugungsbild eines Spaltes oder einer Schneide. (Beispiele hierfür siehe diese Zeitschrift.) Auf Tafel I „Moderne Heilverfahren" ist die Anlage zur Röntgenaufnahme einer Wirbelsäule dargestellt. Diese Abbildung gehört unter „Diagnose" oder besser unter das neu einzufügende Stichwort „Diagnostik", während an seine Stelle eine — modernere — Röntgen-Therapieanordnung zu treten hätte. — Zu modernisieren wären folgende Abbildungen: Mikroskop (III, S. 245); Nernstlicht (III, S. 354). Schließlich müßte — ebenso wie das moderne Einfadenelektrometer — auch ein modernes Drehspulgalvanometer mit Spiegelablesung (z. B. von Siemens & Halske oder von Hartmann & Braun) abgebildet werden. Auch dürften moderne Hochvakuumpumpen wie die Molekularpumpe, die Diffusions- und die Dampfstrahlpumpe nicht fehlen. Diese unter „Quecksilberpumpen" zu bringen, wäre unzweckmäßig, da sie auf anderen physikalischen Prinzipien beruhen. — Man unterscheidet 7 Kristallsysteme, nicht 6 (das rhomboedrische ist vergessen!). Der Wert der Angabe chemischer Verbindungen und Mineralien würde sehr gewinnen, wenn jeder derselben die chemische Formel beigegeben würde.

Daß der Werdegang und die Forschungsarbeit großer toter und großer lebender Physiker behandelt werden, ist sehr dankenswert. Hier wird sich auch mancher Physiker vom Fach gern Rat holen. Neben den bereits Aufgeführten dürften aber viele Namen nicht fehlen, die man vergebens sucht. Es ist unmöglich, hier eine vollständige Liste mitzuteilen. Es seien nur beispielsweise genannt von Deutschen: Born, Elster, Franck, Geitel, Gerlach, Hallwachs, Kossel, Madelung, Paschen, Pohl, Prandtl, Sommerfeld; von Ausländern: de Broglie, Langmuir, Moseley, Niggli, Siegbahn, Wilson u. a. m.

Zum Schluß sei bemerkt, daß das Handbuch des Wissens auch eine Reihe praktischer Fragen durch besonders geschickte Zusammenstellungen beantwortet.

Hierher gehören beispielsweise: „Erste Hilfe" mit zwei Bildertafeln und Gebrauchsanweisungen; „Fleckmittel" gegen Flecke von verschiedenen Substanzen in verschiedenen Stoffen. „Korrekturen", die im Verkehr mit dem Buchdrucker üblich sind, erläutert an einem Schriftsatz.

Die Reichhaltigkeit des anderen Gebieten entlehnten Stoffes ist außerordentlich groß. Hier sei nur des „Weltkrieges" gedacht, der auf 24 Seiten in allen seinen Phasen behandelt ist. Zahlreiche Karten sind beigegeben. Außerdem sind aber die großen Schlachten, wie die bei Tannenberg oder die Marneschlacht, jede wieder an besonderer Stelle (unter T und M) durch eingehende Beschreibung und Schilderung ihrer Phasen an der Hand von mehreren Karten gewürdigt. Auch der vergleichenden Strategie Napoleons I, Moltkes und Schlieffens sind mehrere Tafeln gewidmet.

Der Druck ist klar und schön; der Einband sehr geschmackvoll.

Der Titel „Handbuch des Wissens" ist vortrefflich gewählt. Er allein läßt dem Werke Gerechtigkeit widerfahren. Hätte es den Namen seiner Vorgänger „Konversationslexikon" beibehalten, so wäre ihm der Stempel des Oberflächlichen aufgedrückt worden, den es keineswegs verdient. Denn alles in allem genommen stellt das „Handbuch des Wissens" eine gewaltige Leistung dar. Es sollte, besonders angesichts seines wohlfeilen Preises, im Hause keines Kulturträgers fehlen.

Hans Küstner.

Digitized by Google

Roth, W. A. und **K. Scheel, Konstanten der Atomphysik.** Unter besonderer Mitwirkung von E. Regener. 8°. 114 S. Berlin, Julius Springer. 1923. Gz. M. 8.—.

Es ist den Herausgebern der soeben erschienenen 5. Auflage des Landolt-Börnstein sehr zu danken, daß sie in diesem kleinen Bande in geschickter Weise einen wohlfeilen Auszug aus dem großen Werk zusammenstellten. Das Buch umfaßt die folgenden Tabellen: Atomgewichte für 1923; Periodisches System der Elemente; Isotopengemische mit in der Natur konstantem Verbindungsgewicht und Reinelemente; Radioaktive und zugehörige inaktive Isotope; Die radioaktiven Elemente; Wärmewirkung radioaktiver Substanzen; Altersbestimmung von Mineralien; Gegenseitiges Verhältnis der verschiedenen Maßeinheiten für Energie; Lichtgeschwindigkeit im Vakuum; Neuere Bestimmungen der Loschmidtschen Zahl N; Geschwindigkeit, Weglängen und Dimensionen der Gasmoleküle; Tabelle minimaler Schichtdicken; Elektrisches Elementarquantum; Elektrochemisches Äquivalent und einige daraus abgeleitete Konstanten; Spezifische Ladung des Elektrons; Planckscher Wirkungselement; Strahlungskonstanten; Wellenlängen und Spektralbezirke des gesamten Spektrums; Ultrarote Wellenlängen; Kompendien und Atlantenwerke mit photographischen Spektren; Optische Serienspektren einiger Elemente; Anregungs- und Ionisierungsspannungen ein- und mehratomiger Gase und Dämpfe; Zahlenwerte der Terme von Spektralserien; Absorption und Zerstreuung von Röntgenstrahlen; Kristallstrukturen; Beweglichkeit der Ionen in den wichtigsten Gasen und Dämpfen; Diffusionskoeffizient der Ionen und Gasen; Koeffizient der gegenseitigen Wiedervereinigung der Ionen in verschiedenen Gasen; Entladungsspannungen in Gasen: Kathodengefälle der Glimmentladung; Durchgang von Elektronen durch Materie; Langwellige Grenze der lichtelektrischen Wirkung; Resonanzwellenlängen der selektiven lichtelektrischen Wirkung.

Zu begrüßen wäre es gewesen, wäre, wenigstens für Elemente, die Dichte mit aufgenommen worden, deren Kenntnis die Tabellen über Absorption und Zerstreuung der Röntgenstrahlen voraussetzen. Auch werden Angaben über die Durchmesser der Moleküle, Atome und Ionen fester Stoffe und der Elemente vermißt, über die doch schon reichliches, wenn auch nicht absolut eindeutiges Zahlenmaterial festliegt (vgl. z. B. Herzfeld, Jahrb. d. Rad. u. Elektr. **19**, 259, 1922).

Die Ausstattung: Druck, Papier und Einband sind ausgezeichnet. Hans Küstner.

G. Jaeger, Theoretische Physik. III. Elektrizität und Magnetismus. 5. verbesserte Auflage. gr. 8°. 140 S. m. 33 Figuren. Berlin u. Leipzig, Vereinigung wissenschaftlicher Verleger. Walter de Gruyter & Co. 1922. Preis Gz. M. —.90 mal Schlüsselzahl.

Die neue Auflage unterscheidet sich von den früheren durch Umarbeitung der einzelnen Paragraphen. Es wurden Druckfehler verbessert, Längen gekürzt, andererseits wieder allzu kurze Fassungen verständlicher gemacht. Dadurch ist den Studierenden das Verständnis wesentlich erleichtert. Neu hinzugetreten zu den früheren sind die Paragraphen über die Wirkung eines Magnetfeldes auf ein Stromelement, das Faradaysche Pendel und der Wechselstrom. Auf ein Kapitel über Elektrostatik folgt eines über den Magnetismus und schließlich der Elektromagnetismus, welcher durch die Maxwellschen Gleichungen seinen Abschluß findet. Es würde ganz nützlich sein, auch die Integration der Maxwellschen Gleichungen in speziellen Fällen durchzuführen. Alles in allem ist das Buch sehr klar geschrieben und ist als Einführung in die Elektrodynamik sehr zu empfehlen.

H. Falkenhagen.

Berichtigung.

Im Vortrag von H. Franke (diese Zeitschr. **24**, 474, 1923) beträgt auf S. 475 im 4. Absatz die Plattenstärke nicht 75 bis 600 mm, sondern nur 7,5 bis 60 mm.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Rostock Dr. E. Danneel für Technische Chemie.

Ernannt: Professor Dr. Ing. A. Bruckmann zum ord. Professor für Elektromaschinen- und Apparatebau an der Universität Riga.

Verliehen: Dem Privatdozenten an der Universität Würzburg Dr. Siegfried Skraup der Titel a. o. Professor.

Beurlaubt: Der a. o. Professor der Physik an der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr. Richard Schachenmeier (infolge Eintritts als Laboratoriumsvorstand und Betriebsdirektor bei der Allgemeinen Elektrizitäts-Gesellschaft Berlin).

In den Ruhestand: Der ord. Professor der theoretischen Physik an der Universität Königsberg Geh. Regierungsrat Dr. Paul Volkmann, an der Technischen Hochschule Karlsruhe die ord. Professoren Geheimer Hofrat Dr. August Schleiermacher (Theoretische Physik) und Geheimer Hofrat Dr. Adolf Krazer (Mathematik).

Ehrungen: Die Royal Society London verlieh die Copley-Medaille Professor H. Lamb für seine Forschungen auf dem Gebiete der mathematischen Physik, die Davy-Medaille Professor H. B. Baker für seine Untersuchungen über das vollständige Trocknen von Gasen und Flüssigkeiten und die Hughes-Medaille Professor R. A. Millikan für seine Bestimmungen der Elektronenladungen und anderer physikalischer Konstanten.

Gestorben: Der frühere Professor für Chemie am University College in Nottingham Frank Clowes, der frühere ord. Professor der Experimentalphysik an der Universität Heidelberg Geheimer Rat Dr. Georg Quincke.

Gesuche.

Physiker,

Dr. phil., seit 1917 Leiter eines physikalischen Industrielaboratoriums, sucht selbständige Stellung, vorwiegend wissenschaftlicher Art. Langjährige wissenschaftliche Tätigkeit, vakuumtechnische Erfahrungen. Gute konstruktive Fähigkeiten. Angebote unter **S. H. 629** an den Verlag der Physikalischen Zeitschrift (S. Hirzel) in Leipzig, Königstr. 2.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. F. Harms in Würzburg. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Digitized by Google

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

No. 2. 15. Januar 1924. Redaktionsschluß für No. 4 am 5. Februar 1924. 25. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

L. Heis, Zur Theorie des Elektronenstromes bei der Stoßionisation. S. 25.

E. Schrödinger, Gasentartung und freie Weglänge. S. 41.

A. Huber, Die chemische Natur des Cassiusschen Purpurs. S. 45.

W. Urbański, Über die Existenz quasi-ergodischer Systeme. S. 47.

Besprechungen:

G. v. Hevesy u. F. Paneth, Lehrbuch der Radioaktivität. S. 47.

E. Buchwald, Das Korrespondenzprinzip. S. 48.

Fr. A. Willers, Numerische Integration. S. 48.

Tagesereignisse. S. 48.

Personalien. S. 48.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Zur Theorie des Elektronenstromes bei der Stoßionisation.

Von Leonhard Heis.

Einleitung.

Bekanntlich wird die Leitfähigkeit bei der selbständigen Entladung in Gasen durch die Stoßionisation erzeugt[1]). Vor allem sind es die Elektronen, welche bei gleicher Ladung infolge ihrer viel größeren freien Weglänge gegenüber den Ionen von einem Zusammenstoß mit einem Gasmolekül bis zum nächsten Zusammenstoß relativ mehr kinetische Energie erhalten, wodurch sie für die Ionisation viel wirksamer sind. Für die Entladungen in dichten Gasen, bei welchen die Potentialdifferenz der Elektroden ein großes Vielfaches der Ionisierungsspannung beträgt, sind die durch den Elektronenstoß hervorgerufenen Ströme experimentell und theoretisch von Townsend[2]) untersucht worden[3]). Die von Townsend angegebene Form für den Elektronenstrom stimmt gut mit den Beobachtungen überein. Lediglich bei den Edelgasen ist eine kleine aber wesentliche Abweichung davon zu bemerken[4]). Ist jedoch der Elektrodenabstand vergleichbar mit der freien Weglänge eines Elektrons und ist die vom Elektron durchlaufene Potentialdifferenz einige Vielfache der Ionisierungsspannung, so wird die in unstetiger Weise erfolgende Vermehrung eines Elektrons durch Stoß deutlich erkennbar, wie wir aus den Versuchen von Franck[1]) wissen. In diesem Gebiet gilt die Townsendsche Stromformel nicht mehr.

In der Tat, während diese Formel, wie Townsend[2]) selbst gezeigt hat, sich sehr gut gebrauchen läßt bei der Theorie der Funkenpotentiale, kommt man in Verlegenheit, wenn man z. B. die Vorgänge in Entladungsröhren quantitativ genau verfolgen will[3]), die mit wenigen 100 Volt betrieben werden, und bei welchen der Kathodenfall unter Umständen nur wenige Vielfache der Ionisierungsspannung betragen kann. In den folgenden Betrachtungen soll daher die Townsendsche Theorie für den in einem gegebenen elektrischen Felde durch Stoß bewirkten Elektronenstrom erweitert werden, daß sie mit ungefähr demselben Grad der Genauigkeit auch im Gebiete der Franckschen Untersuchungen die Ströme zu berechnen gestattet und daß sie auch die oben erwähnten Abweichungen bei den Edelgasen[4]) zu beschreiben vermag.

Grundlagen der Theorie.

Townsend nahm bei seiner Theorie[5]) an, daß alle Stöße unelastisch erfolgen, d. h. daß bei jedem Zusammenstoß das Elektron seine kinetische Energie verliert, und daß bei der

1) Eine zusammenfassende Darstellung findet man in: A. Sommerfeld, Atombau und Spektrallinien, Kap. 6, § 3, Vieweg, Braunschweig, 1922; ferner Müller-Pouillet, Lehrbuch der Physik, Bd. 4, Vieweg, Braunschweig, 1914 und Marx, Handbuch der Radiologie, Akad. Verlagsges., Leipzig, 1920.

2) J. S. Townsend, The Theorie of Ionisation of Gases by Collision. London, Constable Co. 1910.

3) Die von Bergen Davies, Phys. Rev. Am. Soc. 1907, p. 93 gegebene Theorie dürfte sich kaum mehr halten lassen. Desgl. die auf B. Davis fußenden hier einschlägigen Arbeiten von K. T. Compton, Phys. Rev. Am. Soc. 7, 489, 501, 509, 1916 und 11, 234, 1918.

4) E. W. B. Gill and F. B. Pidduck, Phil. Mag., August 1908; T. L. R. Ayres, Phil. Mag., Februar 1923.

1) Franck und Hertz, diese Zeitschr. 17, 409, 430, 1916 und 20, 132, 1919; Franck, diese Zeitschr. 22, 358, 1921.

2) l. c.

3) Das ist schon manchmal geäußert worden. Zuletzt nach Abschluß dieser Arbeit von Partsch, Zeitschr. f. Phys. 14, 191, 1923.

4) Franck und Knipping, diese Zeitschr. 20, 481, 1919.

5) l. c.

Digitized by Google

Bewegung der Elektronen im gegebenen elektrischen Feld immer dieselbe mittlere Ionisierungsenergie aufgewendet wird, um ein neues Elektron für den Strom zu gewinnen. Die aus dieser mittleren Ionisierungsenergie für ein Elektron in Volt umgerechnete mittlere Ionisierungsspannung ist ebenso wie die mittlere freie Weglänge für jedes Gas eine andere charakteristische Größe. Sie steht in Zusammenhang mit den von Franck[1]) und anderen gemessenen Ionisierungsspannungen und stimmt der Größenordnung nach damit überein. Man weiß heute aus den Versuchen von Franck, daß z. B. beim Wasserstoff das stoßende Elektron auch zwei Elektronen auf einmal durch einen Stoß frei machen kann, wenn seine kinetische Energie groß genug ist.

Man hat also schon beim Wasserstoff mit zwei Ionisierungsspannungen zu rechnen, so daß die von Townsend in Rechnung gesetzte mittlere Ionisierungsspannung einen auf unbekannte Weise gebildeten Mittelwert darstellt, von dem man erwarten muß, daß er größer ist als die kleinste für das Wasserstoffgas mögliche Ionisierungsspannung. Auch wir wollen, um für die Theorie das Wesentliche herauszuheben, mit einer mittleren Ionisierungsspannung rechnen. Auch die andere in der Townsendschen Theorie in Rechnung gesetzte Konstante, die mittlere freie Weglänge, stellt einen Mittelwert dar. Allein vom Standpunkt der kinetischen Gastheorie aus wäre vieles zu sagen über diese durch die Formulierung der Townsendschen Theorie besonders definierte mittlere freie Weglänge. Wichtiger ist die Tatsache, daß der Zusammenstoß eines Elekrtrons mit einem Molekül physikalisch etwas anderes ist, als der gegenseitige Zusammenstoß zweier Moleküle, wie schon aus den Versuchen von Lenard[2]) hervorgeht. Die bei diesen Versuchen gefundene Abhängigkeit des wirksamen Querschnittes von der Geschwindigkeit des stoßenden Elektrons müßte eigentlich in unserer Theorie berücksichtigt werden. Doch wollen wir im Hinblick auf die gute Übereinstimmung der Townsendschen Theorie mit der Erfahrung fürs erste davon absehen und mit einer im obigen Sinne gemittelten freien Weglänge rechnen.

Aus den Versuchen von Franck wissen wir, daß ein Elektron erst dann aus dem Molekülverband ein zweites Elektron auszulösen imstande ist, wenn seine kinetische Energie größer als die der kleinsten Ionisierungsspannung entsprechende Energie ist. Wir wollen die Annahmen machen, daß das Elektron wirksam stößt, d. h. jedesmal nur ein Elektron frei macht, wenn vor dem Stoß seine kinetische Energie größer ist als die der einen mittleren Ionisierungsspannung entsprechende. Nach dem Stoß soll das stoßende Elektron sich mit der, um die aus der mittleren Ionisierungsspannung berechneten Ionisierungsarbeit, verminderten kinetischen Energie weiterbewegen. Das abgelöste Elektron soll bei Beginn der Bewegung im gegebenen elektrischen Feld keine kinetische Energie, sondern nur die potentielle des Ortes haben, wo der Zusammenstoß stattgefunden hat. Diese Annahme, die nur der Energiebilanz Rechnung trägt und nur im Hinblick auf die einfache mathematische Behandlung gemacht ist, ist willkürlich. Bei einer strengeren Fassung der Theorie müßte dieser Umstand beachtet werden, auch, daß bei größerer Stromdichte Molekeln in Betracht kommen könnten mit Elektronen im angeregten Zustand, so daß mit geringerer Energie schon wirksame Stöße erfolgen könnten als der Ionisierungsspannung entspricht. Doch sind die physikalischen Tatsachen darüber noch nicht genügend aufgeklärt, sodaß eine notwendige statistische Betrachtung über die Energieverteilung auf die Elektronen nach dem Stoß noch nicht gemacht werden kann. Für den Fall, daß die Molekel das losgelöste Elektron festzuhalten sucht, machen wir dieselbe Annahme, nur ist dann die mittlere Ionisierungsspannung um einen gewissen Betrag zu vermehren, den wir im Einklang mit bekannten Untersuchungen Elektronenaffinität nennen wollen.

Hat das stoßende Elektron eine kleinere kinetische Energie, als der mittleren Ionisierungsspannung entspricht, so vermag es zwar nicht mehr wirksam zu stoßen, doch kann es seine kinetische Energie an die gestoßene Molekel abgeben, d. h. im Sinne des hierfür üblichen Sprachgebrauches unelastisch stoßen.

Es kann aber auch elastisch stoßen, d. h. ohne etwas von seiner Energie zu verlieren nach dem Stoße sich weiter bewegen, wie namentlich beim Helium beobachtet wurde. Um für alle Fälle eine einfache rechnerische Formulierung zu gewinnen, machen wir die Annahme, daß in diesem Bereiche der kinetischen Energie[1]) für alle hierfür in Betracht kommenden Geschwindigkeiten ein gewisser für das betreffende Gas charakteristischer konstanter Bruchteil, der Energieabsorptionskoeffizient a der stoßenden Elektronen einer Geschwindigkeit, unelastisch stößt, d. h. seine ganze kinetische Energie ab-

1) K. T. Compton, l. c.

2) P. Lenard, Quantitatives über Kathodenstrahlen aller Geschwindigkeiten. Heidelberg, C. Winter'sche Univ.-Buchhandlung 1918.

1) Für das Edelgas betrachtet schon K. T. Compton (l. c.) diesen Bereich besonders.

Digitized by Google

gibt, der Bruchteil $1 - a$ aber sich elastisch verhält, d. h. so, daß seine Energie erhalten bleibt. Wie wir später sehen werden, genügt diese Annahme, um das charakteristische Verhalten der Edelgase und einatomigen Gase, wie es aus den Versuchen von Townsend, Gill u. Pidduck und Ayres[1]) hervorgeht, zu beschreiben. Man wird dabei in Anlehnung an die neueren Anschauungen, wie wir sie hauptsächlich aus den Versuchen von Franck gewinnen, die Vorstellung zugrunde legen, daß der Stoß nur dann unelastisch wird, wenn die kinetische Energie nahezu (Linienbreite!) die quantenmäßige Frequenzbedingung nach Bohr für eine der dem Molekül eigentümlichen Eigenfrequenzen erfüllt, d. h. einer Anregungsspannung entspricht, im übrigen aber elastisch verläuft, so daß a im Zusammenhang mit dem Spektrum des Gases in Abhängigkeit von der kinetischen Energie zu denken wäre und das hier verwendete a erst seine Berechtigung erhält, als ein bei der Abzählung über dieses Energiegebiet herausgesetzter Mittelwert.

Durch alle diese Annahmen ergibt sich wie von selbst die Einführung einer Energieverteilungsfunktion[2]), die gestattet abzulesen, wieviele Elektronen von einer bestimmten kinetischen Energie an einem bestimmten Orte in der Zeiteinheit durch die senkrecht zur Feldrichtung gelegte Flächeneinheit gehen. Dies ist nicht nur für die Rechnung von Vorteil, sondern von weit größerer Bedeutung für die physikalische Anwendung. Z. B. in Entladungsröhren interessiert uns zwar die Stromcharakteristik, noch mehr aber wünschen wir Aufschluß zu erhalten über die optischen Erscheinungen, die infolge der Frequenzbedingung eng mit dieser Energieverteilungsfunktion verknüpft sind.

Hinsichtlich des Feldes wäre es wünschenswert, wenn wir die Rechnung für eine beliebig vorgeschriebene Raumladungsverteilung ausführen könnten, doch sieht man später, daß man im eindimensionalen Fall für viele Fälle schon die Resultate für das konstante Feld dafür verwenden kann. Wir führen deshalb die Rechnung für den stationären Fall für das konstante homogene Feld durch, wodurch wir in Übereinstimmung mit Townsend bleiben und dessen Resultate mit den unsrigen vergleichen können. Die Stromröhren haben dann konstanten Querschnitt und im Zeitmittel bewegen sich aus Symmetriegründen durch jede Flächeneinheit einer, an einer bestimmten Stelle zum Felde senkrecht gelegt gedachten Ebene in der Zeiteinheit gleichviele Elektronen, obwohl diese beständig von einer Stromröhre in die andere hinüber wandern werden, so daß wir mit einer Koordinate x des Ortes für die Beschreibung der Vorgänge auskommen. Aber auch für die Abzählung in der Energieverteilungsfunktion kommt dieser Diffusionsvorgang nicht wesentlich in Betracht, da die Bewegung senkrecht zum Feld an der Energie im Mittel nicht viel ändern wird. Die Temperaturbewegung der Molekel, die wir für die Rechnung unbeweglich annehmen, könnte eine Fehlerquelle darstellen, doch zeigt die Abschätzung, daß für gewöhnliche Temperatur die dem Elektron zukommende mittlere Wärmeenergie einen zu vernachlässigenden Bruchteil der Ionisierungsenergie darstellt. Von der strengen Anwendung der kinetischen Gastheorie würden wir eine Korrektur unserer mittleren freien Weglänge nur insoweit erwarten, als sie die Komponente des Weges in der Feldrichtung zwischen zwei Zusammenstößen mißt und je nach der Dichte des Gases eine mehr oder weniger bemerkbare Abrundung der in der Energieverteilungsfunktion vorkommenden Unstetigkeiten der Elektronenzahlen. Schließlich haben wir noch anzugeben, wie viele Elektronen aus irgendwelchen andern physikalischen Ursachen selbständig, also nicht durch den Stoß der von uns betrachteten Elektronen, entstehen. Ohne uns näher mit der Herkunft dieser Elektronen zu befassen, nehmen wir für diese Quellen des Elektronenstromes den stationären eindimensionalen Fall an, d. h. die in der Zeit- und Raumeinheit erzeugte Menge ist hinsichtlich des Ortes nur von x abhängig hinsichtlich der Ergiebigkeit beliebig vorgegeben. Wir wollen die Einschränkung machen, daß diese Quellen nur für mäßig große positive Werte von x vorhanden sein sollen. Hinsichtlich der kinetischen Energie nehmen wir willkürlich an, daß die aus diesen Quellen entstammenden Elektronen bei ihrem Erscheinen keine haben sollen, wie wir das auch bei den durch Elektronenstoß neu erzeugten Elektronen angenommen haben. Wie wir im weitern Verlauf unserer Untersuchungen erkennen werden, ist diese Annahme nicht von prinzipieller Bedeutung für die Begründung der Theorie. Eine erweiterte Annahme, z. B. die einer Energieverteilungsfunktion der Quellen würde die notwendigerweise weitläufigere mathematische Behandlung unseres Problems nur unübersichtlicher gestalten. Eine solche Annahme erfolgt besser später, wenn es sich um die Durchrechnung eines bestimmten Entladungsvorgangs handelt.

Wir haben die Annahmen aufgestellt, die wir unseren Rechnungen zugrunde legen wollen. Wir können jetzt die mathematische Formulierung unseres Problems vornehmen. Nachdem

1) l. c.

2) Eine Geschwindigkeitsverteilungsfunktion hat schon K. T. Compton seiner Theorie zugrunde gelegt.

Digitized by Google

der Weg zur Lösung im allgemeinen Fall gezeigt ist, werden wir zuerst die Lösungen für große Entfernungen x von den Quellen herleiten. Wir befinden uns da im Gebiete der Townsendschen Untersuchungen und wir werden unsere Lösungen vergleichen mit einigen experimentellen Resultaten, die dafür vorliegen. Es wird sich zeigen, daß wir mit unserer Theorie die Erfahrung in diesem Gebiet gut wiedergeben können. Wir ziehen daraus den Schluß, daß unsere Theorie auch für mittlere Entfernungen von den Quellen und im Quellgebiet selbst die Erfahrung mit dem von uns gewünschten Genauigkeitsgrade wiedergegeben wird, da wir Entfernungen, die nur wenige Ionisierungsspannungen umfassen, die von Franck und Anderen ermittelten Erfahrungstatsachen zugrunde gelegt haben. Schließlich behandeln wir allgemein als Beispiel den häufigsten Fall, den Elektronenstrom in Gasen mit nur unelastischen Stößen ($a = 1$). Für die Elementarlösung, aus welcher er durch Superposition hervorgeht, geben wir eine Formel, die im ganzen Bereich gilt und aus der man ersieht, wie sie für eine beliebige und willkürlich vorgegebene Quellenverteilung in größerer Entfernung von den Quellen stets in die Townsendsche Stromformel übergeht.

Mathematischer Teil.

1. Für die Rechnung denken wir uns alle freien Elektronen in Bewegung begriffen in der positiven x-Richtung, die mit der Richtung des homogenen elektrischen Feldes von der konstanten Stärke $-X$ parallel läuft. Ein Elektron mit der Ladung $-\varepsilon$ hat am Orte x die potentielle Energie V:

$$V = -\varepsilon X x + V_0. \tag{1}$$

Seine gesamte Energie E setzen wir in Rechnung, indem wir gleichzeitig damit eine Variable t definieren, so daß:

$$E = -\varepsilon X t + V_0 \tag{2}$$

und wenn wir die kinetische Energie T in derselben Weise durch eine Variable ξ kennzeichnen, so daß:

$$\xi = x - t, \tag{3}$$

finden wir:

$$T = \varepsilon X \xi. \tag{4}$$

Wir führen nun die Energieverteilungsfunktion f ein, die nach dem Vorhergesagten vom Orte x und der kinetischen Energie abhängen soll. Da aber die Energie eines Elektrons, solange es nicht stößt, erhalten bleibt, ist es zweckmäßiger als zweite Variable t einzusetzen; denn gemäß den Gleichungen (3) und (4) kann aus x und t immer die kinetische Energie T berechnet werden. Wir setzen daher an:

$$f \equiv f(x, t). \tag{5}$$

Wir bestimmen dann die Funktion f so, daß die Anzahl δn der Elektronen am Orte x, welche eine bestimmte senkrecht zum Felde gelegte Flächeneinheit in der Zeiteinheit durchlaufen und deren Energie zwischen:

$$-\varepsilon X t + V_0 \text{ und } -\varepsilon X (t + dt) + V_0$$

liegt, gegeben ist durch:

$$\delta n = f(x, t)\, \varepsilon X\, dt. \tag{6}$$

Um die Zahl der Stöße zu berechnen, welche dieser Elektronenschwarm, von der Art t wie wir ihn bezeichnen wollen beim Fortschreiten macht, definieren wir für unser Problem die mittlere freie Weglänge l, deren reziproken Wert wir mit λ bezeichnen:

$$\lambda = \frac{1}{l}, \tag{7}$$

in bekannter Weise so, daß von diesen δn Elektronen in dem an x anschließende Raume dx:

$$d\delta n = f(x, t)\, \varepsilon X\, dt\, \lambda\, dx \tag{8}$$

Zusammenstöße stattfinden.

Bezeichnen wir mit I die mittlere Ionisierungsspannung, so sind diese Stöße wirksam, wenn die kinetische Energie T größer ist als die notwendige Ionisierungsarbeit, wenn also:

$$T > \varepsilon I.$$

Schreiben wir zur Abkürzung:

$$\tau = \frac{I}{X}, \tag{9}$$

so wirken die Stöße ionisierend, wenn gemäß den Gleichungen (3) und (4) und den von uns gemachten Annahmen über die Quellen (da die Quellen bei $x = 0$ beginnen, entspringt dort auch das Elektron mit der größten Energie, die durch $t = 0$ gekennzeichnet ist):

$$0 < t < x - \tau. \tag{10}$$

Trifft dies zu, so ist demnach der Betrag δn um $d\delta n$ vermindert worden, da die stoßenden Elektronen nach dem Stoß nicht mehr der hervorgehobenen Art t angehören, sondern der Art mit der Energie $t + \tau$, zu der sie jetzt hinzugezählt werden müssen. Aus diesem Grunde wird gleichzeitig die Anzahl δn der Elektronen der Art t vermehrt um die Anzahl der wirksamen Stöße der Elektronen der Art $t - \tau$, also um:

$$f(x, t - \tau)\, \varepsilon X\, dt\, \lambda\, dx. \tag{11}$$

Würden Quellen vorhanden sein mit Elektronen, die schon bei der Entstehung die Energie t haben, so müßten sie hier hinzugezählt werden.

Digitized by Google

Nach unserer Voraussetzung ist dies nicht der Fall. Im Gebiet der wirksamen Stöße gilt also:

$$d\delta n = (f(x, t-\tau) - f(x,t))\, \varepsilon X\, dt\, \lambda dx. \quad (12)$$

Entprechend dem Fortschreiten um dx hat sich die Energieverteilungsfunktion geändert in $f(x+dx, t)$ und es gehen demnach durch den Querschnitt bei $x+dx$ um:

$$d\delta n = \frac{\partial f(x,t)}{\partial x}\, \varepsilon X\, dt\, dx \quad (13)$$

mehr Elektronen als bei x. Es folgt daraus durch Vergleich der beiden Gleichungen (13) und (14) folgende lineare partielle Differential-Differenzengleichung:

$$\frac{\partial f(x,t)}{\partial \lambda x} = f(x, t-\tau) - f(x,t). \quad (14)$$

Ist die immer positive kinetische Energie kleiner als die Ionisierungsarbeit:

$$T < \varepsilon I,$$

ist also:

$$x - \tau < t < x, \quad (15)$$

so ist die Energieabgabe der Elektronen beim Stoß eine andere gemäß unsern Annahmen. Bezeichnen wir, um dies hervorzuheben, die Energieverteilungsfunktion in diesem Gebiet, das wir kurz das unwirksame Gebiet nennen wollen, mit f', so finden wir entsprechend den dort gemachten Annahmen für diese Funktion, daß nur der Bruchteil a der Elektronen der Art t unelastisch stößt, also seine Energie ändert und deshalb der Art $t = x$ zuzurechnen ist, die Differential-Differenzengleichung:

$$\frac{\partial f'(x,t)}{\partial \lambda x} = f(x, t-\tau) - a f'(x,t). \quad (16)$$

Mit dem Fortschreiten um dx wird das Energiegebiet der Energieverteilungsfunktion um den kleinen Betrag $\varepsilon X dx$ erweitert; denn es kommen dann gemäß Ungleichung (15) auch die Arten zwischen x und $x+dx$ vor. Die Summe aller dieser Arten $(f'(x,x)\, \varepsilon X dx$ setzt sich zusammen aus all den durch die wirksamen Stöße beim Fortschreiten um dx freigemachten Elektronen, ferner aus der Zahl derer, die im unwirksamen Gebiet unelastisch gestoßen haben, dazu kommt noch die aus den vorgegebenen Quellen entstammende Menge $q(x)\, dx$, wenn $q(x)$ angibt, wieviele Elektronen von der kinetischen Energie o in der Zeit- und Raumeinheit bei x erzeugt werden. Wir gewinnen daraus folgende Kontinuitätsbedingung:

$$f'(x,x) = a \int_{x-\tau}^{x} d\lambda t\, f'(x,t) + \int_{0}^{x-\tau} d\lambda t\, f(x,t) + \frac{q(x)}{\varepsilon X}, \quad (17)$$

da durch $t = o$ die größte mögliche Energie eines Elektrons gegeben ist.

Unsere Aufgabe besteht darin, für eine vorgeschriebene Quellenverteilung die Energieverteilungsfunktionen f im Bereich $o < t < x - \tau$ und f' im Bereich $x - \tau < t < x$ aus den Differential-Differenzengleichungen (14) und (16) so zu bestimmen, daß die Nebenbedingung (17) erfüllt ist. Ist dies geschehen, so können wir einerseits für einen gegebenen Ort x die Elektronenstromdichte $-\varepsilon n$ durch Integration der Gleichung (6) berechnen:

$$n = \varepsilon X \left| \int_{0}^{x-\tau} dt\, f(x,t) + \int_{x-\tau}^{x} dt\, f'(x,t) \right|, \quad (18)$$

andrerseits gemäß den Gleichungen (3) und (4) angeben, wie viele Elektronen von bestimmter kinetischer Energie darunter vorkommen.

2. Wir suchen zunächst eine allgemeine Lösung für die Differential-Differenzengleichungen (14), es gibt dafür mehrere Formeln. Für unser Problem kommen nur zwei in Frage. Formt man Gleichung (14) um in:

$$\frac{\partial}{\partial \lambda x} e^{\lambda x} f(x,t) = e^{\lambda x} f(x, t-\tau), \quad (19)$$

was erlaubt ist, da sich f in bezug auf x als stetig und beliebig oft differenzierbar erweist, so sieht man ohne weiteres, daß unter den oben gemachten Annahmen die folgende endliche Potenzreihe die Gleichung (19) erfüllt:

$$e^{\lambda x} f_\nu(x,t) = \sum_{0}^{\nu} {}_\mu \frac{(\lambda x)^\mu}{\mu!}\, g(t - \mu\tau), \quad (20)$$

$$\nu\tau < t < (\nu+1)\tau. \quad (21)$$

Der Index ν an f_ν soll sagen, daß diese Funktion nur in dem angegebenen Intervall (21) physikalische Gültigkeit haben soll. Es ist:

$$\nu = \left[\frac{t}{\tau}\right]$$

in der zahlentheoretischen Schreibweise nach Gauß, d. h. kennt man das Argument t, so ist dadurch ν eindeutig gegeben. Die Funktion g ist in mathematischer Hinsicht willkürlich. Physikalisch für unser Problem ist sie immer eine im allgemeinen endliche Summe von analytischen Funktionen, deren physikalischer Gültigkeitsbereich in bezug auf t sich immer nur auf ein Intervall τ erstreckt. Dieses Intervall ist aber im allgemeinen für jeden Summanden an einer andern Stelle, so daß mit der Variation von t immer andere Summanden die Funktion g bestimmen. Man wird dies besser verstehen, wenn man am Schlusse unserer Betrachtungen das über die Elementarlösung Gesagte liest. Die

Digitized by Google

zweite für uns in Betracht kommende Lösung der Gleichung (14) lautet[1]):

$$e^{\lambda x} f_\nu(x,t) = \sum_0^\nu{}_\mu A_\mu(\xi, T) f(t-\mu\tau, t-\mu\tau)\, e^{\lambda(t-\mu\tau)}. \quad (22)$$

Dabei ist wie oben gemäß (3) $\xi = x - t$ und:

$$A_\mu(\xi,\tau) = \lambda\xi \frac{(\lambda\xi+\lambda\mu\tau)^{\mu-1}}{\mu!} \quad (23)$$

oder auch

$$A_\mu(\xi,\tau) = \frac{(\lambda\xi+\lambda\mu\tau)^\mu}{\mu!} - \lambda\tau\frac{(\lambda\xi+\lambda\mu\tau)^{\mu-1}}{(\mu-1)!}. \quad (24)$$

Diese Form der Lösung entspricht einer ursprünglich von Abel[2]) gegebenen Entwicklung. Wie man sieht, baut sich diese Lösung im wesentlichen auf aus den Werten der Energieverteilungsfunktion für gleiche Argumente. Gemäß Gleichung (17) enthält letztere Funktion als Summanden die Stärke q der Quelle an dem Orte des Argumentes. Es geht daraus hervor, daß die Funktion $f(x,x)$, die wir kurz die erzeugende Funktion nennen wollen, im allgemeinen im Gebiete der Quellen willkürlich ist.

Die Differential-Differenzengleichung (16) findet ihre allgemeine Lösung durch eine einfache Integration. Kennt man die Funktion f, so ist

$$f'(x,t) = f(x,t) + (1-a)\, e^{-a\lambda x}\int_{t+\tau}^{x} d\lambda x\, e^{a\lambda x} f(x,t). \quad (25)$$

Bei der Integration ist der dem Argument t entsprechende Index zu beobachten. Diese Lösung ist so beschaffen, daß an der Grenze $x-\tau$ des Gültigkeitsbereiches die Funktion f' stetig in f übergeht.

3. Asymptotischer Fall (ν groß). Da uns daran gelegen ist, die Theorie mit den experimentellen Tatsachen zu vergleichen und dafür, wie oben schon gesagt wurde, unsere Ergebnisse für große Werte von x ausschlaggebend sind, wollen wir zunächst die Funktionen f und f' in diesem Gebiet mit wünschenswerter Genauigkeit berechnen. Legen wir für die Funktion f die Lösung (20) zugrunde, so ergibt sich für die Lösung der Funktion f' gemäß Gleichung (25) die Gleichung:

$$f_\nu'(x,t) = f_\nu(x,t) + (1-a)\, e^{-a\lambda x}\sum_0^\nu{}_\mu\, g(t-\mu\tau)\int_{t+\tau}^{x} d\lambda x\, e^{-(1-a)\lambda x}\frac{(\lambda x)^\mu}{\mu!} \quad (26)$$

und daraus die Notwendigkeit, das Integral:

$$(1-a)\, e^{-a\lambda x}\int_{t+\tau}^{x} d\lambda v\, e^{-(1-a)\lambda v}\frac{(\lambda v)^\mu}{\mu!} \quad (27)$$

auszuwerten. Setzt man $v = x+\zeta$, so kann man dafür schreiben:

$$(1-a)\, e^{-\lambda x}\int_{\tau-\xi}^{0} d\lambda\zeta\frac{e^{-(1-a)\lambda\zeta}}{\mu!}(\lambda(x+\zeta))^\mu, \quad (28)$$

wobei entsprechend der Ungleichung (15): $0 < \xi < \tau$ ist, also auch gilt: $0 < \zeta < \tau$. Deshalb ist es gestattet, im Gebiete der großen X zu rechnen mit:

$$e^{-\lambda x}\frac{(\lambda x)^\mu}{\mu!}\int_0^{t-\xi} d e^{-(1-a)\lambda\zeta}\left(1+\frac{\mu\zeta}{x}\right), \quad (29)$$

wobei wir die Rechnung nur gelten lassen wollen, solange die Potenzreihe von f so konvergiert, daß sie mit dem $k$ten Gliede abgebrochen werden kann und $k \ll \nu$ ist. Es wäre falsch, den Klammerausdruck unter dem Integral 1 zu setzen, da für kleine Feldstärken f schlechter konvergiert, so daß μ gegen ν nicht zu vernachlässigen ist. Mit dieser Betrachtung haben wir auch eine genaue Definition dafür gewonnen, was wir unter großen Werten von ν zu verstehen haben. Die Ausrechnung ergibt für den Ausdruck (29):

$$-\frac{(\lambda x)^\mu}{\mu!}e^{-\lambda x}(1-e^{-(1-a)\lambda(\tau-\xi)} - \frac{(\lambda x)^{\mu-1}}{(\mu-1)!}e^{-\lambda x}\frac{1-(1+(1-a)\lambda(\tau-\xi))\,e^{-(1-a)\lambda(\tau-\xi)}}{1-a}. \quad (30)$$

Man berechnet daraus f' durch Einsetzen in Gleichung (26) und Berücksichtigung der Gleichung (19) zu:

$$f_\nu'(x,t) = f_\nu(x,t)\, e^{-(1-a)\lambda(\tau-\xi)} - f_{\nu-1}(x,t-\tau)\frac{1-(1+(1-a)\lambda(\tau-\xi))\,e^{-(1-a)\lambda(\tau-\xi)}}{1-a}. \quad (31)$$

Indem man $t = x$ setzt, gewinnt man daraus einen formalen Ausdruck für die erzeugende Funktion:

$$f_\nu'(x,x) = f_\nu(x,x)\, e^{-(1-a)\lambda\tau} - f_{\nu-1}(x,x-\tau)\frac{1-(1+(1-a)\lambda\tau))\,e^{-(1-a)\lambda\tau}}{1-a}. \quad (32)$$

1) Abel, Œuvres, bzw. Enzyklop. d. math. Wiss., Bd. 2, Funktionaloperationen. 2) l. c.

Digitized by Google

Diese muß aber gleichzeitig die Forderung der Gleichung (17) erfüllen. Von den Quellen sehen wir im Gebiete der großen x bekanntlich ab, so daß in Gleichung (17) $q = 0$ gesetzt werden kann. Kann die Potenzreihe praktisch schon mit dem $k$ten Gliede abgebrochen werden, so ist sie mathematisch einer unendlichen Potenzreihe gleichwertig, wobei der Index ν seine Bedeutung verliert. Die erzeugende Funktion im νten Intervall (von $x = 0$ ausgewählt), geht hervor durch wiederholtes Integrieren über Funktionen aus früheren Intervallen, so daß die Unstetigkeiten aus dem Quellgebiet mehr und mehr ausgeglichen werden.

Die anfangs für jedes Intervall analytisch verschiedene Funktion g wird sich aus diesem Grunde allmählich mit wachsendem x für jedes Intervall in eine und dieselbe Funktion, nur mit anderem Argument verwandeln. Diese Schlußweise ist nicht zwingend. Wir werden am Schlusse unserer Ausführungen an einem streng durchgeführten Beispiel sehen, daß sie berechtigt ist. Setzt man daher gemäß Gleichung (17) an:

$$\left.\begin{aligned} f_\nu'(x,x) &= \int_0^{x-\tau} d\lambda t\, f(x,t) + a\int_{x-\tau}^{x} d\lambda t\, f(x,t)\, e^{-(1-a)\lambda(\tau-\xi)} \\ &- a\int_{x-\tau}^{x} d\lambda t\, f(x,t-\tau)\,\frac{1-(1+(1-a)\lambda(\tau-\xi))\,e^{-(1-a)\lambda(\tau-\xi)}}{1-a} \end{aligned}\right\} \quad (33)$$

und setzt man die beiden rechten Seiten der Gleichungen (32) und (33) einander gleich, so gewinnt man daraus eine Gleichung zur Bestimmung der unbekannten Funktion g:

$$\left.\begin{aligned} f_\nu(x,x)\, e^{-(1-a)\lambda\tau} - f_{\tau-1}(x,x-\tau)\,\frac{1-(1+(1-a)\lambda\tau)\,e^{-(1-a)(\lambda\tau-\xi)}}{1-a} \\ = \int_0^{x-\tau} d\lambda t\, f(x,t) + a\int_{x-\tau}^{x} d\lambda t\, f(x,t)\, e^{-(1-a)\lambda(\tau-\xi)} \\ - a\int_{x+\tau}^{x} d\lambda t\, f(x,t-\tau)\,\frac{1-(1+(1-a)\lambda(\tau-\xi))\,e^{-(1-a)\lambda(\tau-\xi)}}{1-a}. \end{aligned}\right\} \quad (34)$$

Gemäß Formel (20) fassen wir dann in Erwägung des oben Gesagten Gleichung (34) als eine Identität auf. Wir setzen $\nu = \infty$ und integrieren von $t = -\infty$ statt von $t = 0$ an, was jetzt praktisch dasselbe ist.

$$\left.\begin{aligned} e^{-\lambda x}\sum_0^\infty{}_\mu \frac{(\lambda x)^\mu}{\mu!}\left\{e^{-(1-a)\lambda\tau}\, g(x-\mu\tau) - \frac{1-(1+(1-a)\lambda\tau)\,e^{-(1-a)\lambda\tau}}{1-a}\, g(x-\mu\tau-\tau)\right\} \\ = e^{-\lambda x}\sum_0^\infty{}_\mu \frac{(\lambda x)^\mu}{\mu!}\left\{\int_{-\infty}^{x-\tau} d\lambda t\, g(t-\mu\tau) + a\int_{x-\tau}^{x} d\lambda t\, g(t-\mu\tau)\, e^{-(1-a)\lambda(\tau-\xi)}\right. \\ \left. - a\int_{x-\tau}^{x} d\lambda t\, g(t-\mu\tau-\tau)\,\frac{1-(1+(1-a)\lambda(\tau-\xi))\,e^{-(1-a)\lambda(\tau-\xi)}}{1-a}\right\} \end{aligned}\right\} \quad (35)$$

Da wir ferner die Funktion $g(t-\mu\tau)$ analytisch als dieselbe ansehen wie $g(t-\mu\tau-\tau)$, nur mit einem um τ kleineren Argument, gewinnen wir durch Koeffizientenvergleichung, die jetzt gestattet ist, eine Bestimmungsgleichung für g:

$$\begin{aligned} e^{-(1-a)\lambda\tau}\, g(x-\mu\tau) - \frac{1-(1+(1-a)\lambda\tau)\,e^{-(1-a)\lambda\tau}}{1-a}\, g(x-\mu\tau-\tau) = \int_{-\infty}^{x-\tau} a\lambda t\, g(t-\mu\tau) \\ + a\int_{x-\tau}^{x} d\lambda t\, g(t-\mu\tau)\, e^{-(1-a)\lambda(\tau-\xi)} - a\int_{x-\tau}^{x} d\lambda t\, g(t-\mu\tau-\tau)\,\frac{1-(1+(1-a)\lambda(\tau-\xi))\,e^{-(1-a)\lambda(\tau-\xi)}}{1-a}. \end{aligned} \quad (36)$$

Digitized by Google

Führen wir als Variable $z = x - \mu\tau$ ein und differenzieren wir nach λz, so erhalten wir:

$$\left.\begin{aligned}\frac{dg(z)}{d\lambda z}e^{-(1-a)\lambda\tau} - \frac{1-(1+(1-a)\lambda\tau)e^{-(1-a)\lambda\tau}}{1-a}\frac{dg(z-\tau)}{d\lambda z} = ae^{-(1-a)\lambda\tau}g(z) + \\ + g(z-\tau)\left(1-a-a\frac{1-(1+(1-a)\lambda\tau)e^{-(1-a)\lambda\tau}}{1-a}\right).\end{aligned}\right\} \quad (37)$$

wobei die mit $a(1-a)$ multiplizierten Integrale in erster Näherung weggelassen wurden, da, wie sich später durch den Vergleich mit der Erfahrung herausstellt, entweder $a \ll 1$ oder $1-a \ll 1$ ist.

Diese totale lineare Differential-Differenzengleichung hat zum Integral:

$$g = C e^{\eta\lambda z}. \quad (38)$$

Wir gewinnen damit eine erste Näherung für g. Durch Einsetzen von g aus Gleichung (38) in Gleichung (37) gewinnen wir eine Bestimmungsgleichung für die von z unabhängige Größe Φ. Diese erste Näherung versagt jedoch für kleine Werte von X.

Wir erhalten aber sofort ein brauchbares Resultat, wenn wir einfach annehmen, daß g tatsächlich durch dieselbe Funktion, nur mit anderem Parameter $\Phi = \psi$ dargestellt wird.

Für den asymptotischen Fall erscheint diese Lösung trivial und man könnte auf das hier entwickelte Näherungsverfahren verzichten, wenn es nicht gleichzeitig einen Weg zeigen würde, wie man im allgemeinen Fall (ν beliebig) zur Lösung kommen könnte.

Wir finden die asymptotische Lösung gemäß Gl. (20) zu:

$$e^{\lambda x} f_\nu(x,t) = C e^{\psi\lambda t}\sum_0^\nu{}_\mu \frac{(\lambda x)^\mu}{\mu!} e^{-\psi\lambda\tau\mu}. \quad (39)$$

wofür wir für unseren Fall auch schreiben können:

$$e^{\lambda x} f(x,t) = C^{\eta\lambda x - \psi\lambda(x-t)}, \quad (40)$$

wobei zur Abkürzung gesetzt wurde:

$$\eta = e^{-\psi\lambda\tau} + \psi - 1. \quad (41)$$

Wir können jetzt $f'(x,t)$ berechnen, indem wir $f'(x,t)$ aus Gleichung (40) in Gleichung (25) einsetzen. Nach Umformung mit Hilfe der Gleichung (41) lautet das Resultat der Rechnung:

$$\left.\begin{aligned}f'(x,t) = \frac{C}{\eta+a-\psi}\left\{e^{(\eta-\psi)\lambda x+\psi\lambda(t-\tau)} - \right. \\ \left. - (1-a)\,e^{a\lambda x+(\eta+a)\lambda(t+\tau)-\psi\lambda\tau}\right\}.\end{aligned}\right\} \quad (42)$$

Aus den beiden Gleichungen (40) und (42) berechnen wir in Anwendung der Gleichung (18) die Stromdichte, indem wir hier sinngemäß die Integrationsgrenze bis $t = -\infty$ ausdehnen und finden so Proportionalität mit $C e^{\eta\lambda x}$. Wir erhalten also für die Elektronenzahl in der Sekunde bei x den Wert:

$$n = n_0 e^{\eta\lambda x}. \quad (43)$$

In der Theorie von Townsend ist:

$$n = n_0 e^{\alpha x}. \quad (44)$$

Es entspricht also dem Townsendschen α unser Exponentialfaktor $\eta\lambda$:

$$\alpha = \lambda\eta. \quad (45)$$

Die für unser Problem wichtige Funktion ψ ermitteln wir mit Hilfe der Gleichungen (40) und (42). Wir berechnen gemäß Gleichung (17):

$$\left.\begin{aligned}f'(x,x) = \frac{C e^{\eta\lambda x-\psi\lambda x}}{\psi}\left\{1+\frac{a(1-e)^{-\psi\lambda x}}{\eta+a-\psi} - \right. \\ \left. - \frac{a(1-a)\psi(e^{(\eta+a)\lambda x}-1)}{(\eta+a-\psi)(\eta+a)}\right\}.\end{aligned}\right\} \quad (46)$$

Aus Gleichung (42) erhalten wir dafür den Wert:

$$f'(x,x) = \frac{C e^{\eta\lambda x-\psi\lambda x}}{\eta+a-\psi}\left\{1-(1-a)\,e^{(\eta+a)\lambda x}\right\}, \quad (47)$$

welchen wir dem aus Gleichung (43) dafür erhaltenen Wert gleichsetzen. Mit Benutzung der Gleichung (41) ergibt dann die weitere Rechnung für ψ folgendes Resultat:

$$\psi = \frac{(\eta(1-a)+a)(\eta+a))}{\eta(2-a)+a-(1-a)\eta e^{(\eta+a)\lambda\tau}}. \quad (48)$$

Zusammen mit Gleichung (41) ist damit in impliziter Form η und ψ gegeben. Um uns der Townsendschen Darstellung zu nähern, setzen wir:

$$\chi = \frac{1}{\lambda\tau}. \quad (49)$$

Gemäß Gleichung (9) ist die dimensionslose Größe

$$\chi = \frac{lX}{I}. \quad (50)$$

lX ist das mittlere freie Potential. Es ist also η bzw. ψ für dasselbe Gas außer von χ noch von a abhängig. Diese Abhängigkeit ist aus Tabelle I ersichtlich, die durch rechnerische Auswertung der Gleichungen (41) und (46) für bestimmte Werte von a erhalten wurde. Die $\eta(\chi,a)$- und $\psi(\chi,a)$-Kurven sind in Fig. 1 bzw. in Fig. 2 graphisch dargestellt.

Man sieht, daß ψ die Form:

$$\psi = 1 + \varepsilon \quad (51)$$

hat. ε ist immer positiv und klein gegen 1. Für den Fall $a = 0$ erreicht ψ die größten Werte.

Digitized by Google

Tabelle I.

χ	η_0'	η_0	$\eta_{0,2}$	$\eta_{0,4}$	$\eta_{0,6}$	$\eta_{0,8}$	η_1
0,0	0,00	0,00	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,2	0,122	0,125	0,085	0,050	0,028	0,017	0,007
0,4	0,230	0,235	0,200	0,165	0,133	0,103	0,080
0,6	0,320	0,327	0,297	0,268	0,240	0,214	0,188
0,8	0,398	0,405	0,380	0,354	0,330	0,308	0,286
1,0	0,460	0,465	0,445	0,425	0,406	0,387	0,368
1,25	0,531	0,535	0,515	0,497	0,480	0,463	0,447
1,50	0,577	0,580	0,565	0,551	0,538	0,525	0,512
1,75	0,621	0,623	0,611	0,599	0,587	0,575	0,564
2,00	0,655	0,657	0,647	0,637	0,627	0,617	0,607
2,25	0,683	0,685	0,676	0,667	0,658	0,649	0,640
2,50	0,708	0,709	0,701	0,693	0,685	0,677	0,670
2,75	0,728	0,729	0,722	0,715	0,708	0,701	0,695

Für den Fall $a = 1$ ist $\psi = 1$. Für alle andern Fälle a liegt ψ dazwischen. Die Kurve ψ hat für $a = 0$ bei $\chi = 0$ eine endliche Tangente. Alle andern ψ-Kurven haben bei $\chi = 0$ die

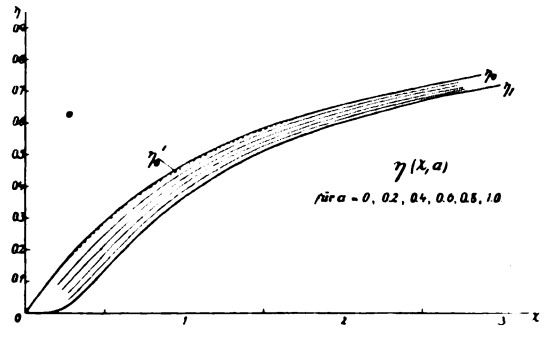


Fig. 1.

Tangente 0. Es zeigt sich, daß der Fall $a = 0$ ein singulärer Fall ist und in gewisser Hinsicht auch $a = 1$. Man muß daher diese Fälle gesondert betrachten und unterscheiden zwischen

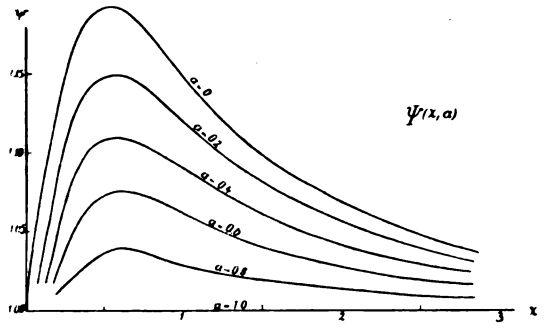


Fig. 2.

$a = 0$, $0 < a < 1$ und $a = 1$. Während in der Nähe des Nullpunktes von χ für $a = 0$ gilt:

$$\psi = 1 + \chi \ln 2, \tag{52}$$

finden wir dort für die Fälle $0 < a < 1$:

$$\psi = 1 + a e^{-\frac{a}{\chi}} \tag{53}$$

und wie schon erwähnt für $a = 1$:

$$\psi = 1. \tag{54}$$

Dementsprechend verhalten sich auch die η-Kurven. Zwischen den beiden Grenzkurven η_0 $(a = 0)$ und η_1 $(a = 1)$ sind alle übrigen η-Kurven eingeschlossen. Für große Werte von χ schmiegen sich alle η-Kurven asymptotisch an die η_1-Kurve an, gehen also schließlich in die Townsendsche Kurve über.

Da es sich beim Vergleich mit der Erfahrung herausstellt, daß praktisch a entweder klein gegen 1 oder nahezu gleich 1 ist, der letztere Fall aber durch die Untersuchungen von Townsend hinreichend bekannt ist, interessiert uns besonders der Grenzfall $a = 0$. Wir haben zwar in den Gleichungen (41) und (46) eine implizite Darstellung dafür. Wir können aber, indem wir $f'(x, t)$ nicht aus Gleichung (25), sondern aus Gleichung (31) berechnen, unser Näherungsverfahren fortsetzen und damit eine angenäherte Lösung η_0' für den Fall $a = 0$ erzielen, die wie wir weiter unten sehen werden, eine implizite Darstellung ergibt und wie aus Tabelle I und Fig. 1 hervorgeht, eine sehr gute Näherung darbietet. Dies zeigt auch, daß das eben für den asymptotischen Fall durchgeführte Näherungsverfahren, das auch im allgemeinen Fall (ν beliebig) angewendet werden kann, brauchbare Lösungen ergeben würde.

Indem wir den Wert von $f(x, t)$ aus Gleichung (40) in Gleichung (34) einsetzen und wie oben die Integrationsgrenzen bis $t = -\infty$ erweitern, erhalten wir nach einiger Rechnung:

$$\left.\begin{aligned} e^{\frac{\psi+a-1}{\chi}} - \sigma = \frac{1}{\psi} + a\,\frac{e^{\frac{\psi+a-1}{\chi}} - 1}{\psi + a - 1} + \\ + a\left\{\frac{e^{-\frac{\psi}{\chi}} - \left(1 - \frac{\psi+a-1}{\chi}\right) e^{-\frac{1-a}{\chi}}}{(\psi + a - 1)^2} + \right. \\ \left. + \frac{e^{-\frac{1-a}{\chi}} - e^{-\frac{\psi}{\chi}}}{(1-a)(\psi + a - 1)} - \frac{1 - e^{-\frac{\psi}{\chi}}}{(1-a)\psi}\right\}, \end{aligned}\right\} \tag{55}$$

wobei für σ zu setzen ist:

$$\sigma = \frac{1 - \{1 + (1-a)\chi^{-1}\} e^{-\frac{1-a}{\chi}}}{1-a}. \tag{56}$$

Für den Fall $a = 0$ ergibt sich daraus gemäß Gleichung (50):

$$\varepsilon_0 = \chi \ln\left(\sigma_0 + \frac{1}{1+\varepsilon_0}\right). \tag{57}$$

Mit Vernachlässigung der höheren Potenzen von ε_0 erhalten wir näherungsweise:

$$\varepsilon_0 = \frac{\chi \ln(\sigma_0 + \ln(1+\sigma_0))}{1 + \sigma_0 + \chi}. \tag{58}$$

Digitized by Google

Gemäß Gleichung (40) berechnet sich daraus η_0' zu:

$$\eta_0' = e^{-\frac{1}{\chi}} \frac{1+\varepsilon_0}{1+\sigma_0+\sigma_0 e_0} + \varepsilon_0. \qquad (59)$$

Vernachlässigen wir $\sigma_0 \varepsilon_0$ und setzen für ε_0 den genäherten Wert aus Gleichung (57) ein, so erhalten wir für η_0 eine im ganzen Gebiet von x brauchbare Näherung in der Formel (s. Fig. 1):

$$\eta_0' = \frac{e^{-\frac{1}{\chi}}}{1+\sigma_0} + \chi \ln(1+\sigma_0) \cdot \frac{1+\sigma_0+e^{-\frac{1}{\chi}}}{1+\sigma^0+\chi}, \qquad (60)$$

in welcher für σ_0 (s. Fig. 2) einzusetzen ist;

$$\sigma_0 = 1 - e^{-\frac{1}{\chi}} - \frac{1}{\chi} e^{-\frac{1}{\chi}}. \qquad (61)$$

Der Vergleich mit der Erfahrung.

Wir wollen jetzt zeigen, daß diese rechnerischen Ergebnisse mit den experimentellen Resultaten im Untersuchungsgebiet von Townsend im Einklang stehen. Wir wollen daher zunächst die Beziehungen feststellen, die unsere $\eta(\chi)$-Kurven zu den Diagrammen haben, wie sie zuerst von Townsend aufgezeichnet wurden. Wir bezeichnen mit l_1 die mittlere freie Weglänge des Elektrons für einen Druck von 1 mm Hg. Townsend stellte seine experimentellen Resultate dar, indem er in dem Diagramme, welches die Abhängigkeit des Exponentialfaktors α von der Feldstärke darstellt, als Ordinaten die Werte $\frac{\alpha}{p}$, als Abszissen die Werte $\frac{X}{p}$ auftrug. Kennzeichnen wir die Townsendschen Werte durch den Index T, so sind die in unserer Schreibweise gebrauchten dimensionslosen Größen:

$$\chi = \left(\frac{X}{p}\right)_T \cdot \frac{l_1}{I}, \qquad (62)$$

$$\eta = \left(\frac{\alpha}{p}\right)_T \cdot l_1. \qquad (63)$$

Mit Hilfe dieser Beziehungen wurden die Ergebnisse von Gill und Pidduck[1]) für Helium und die erst kürzlich von Ayres im Februar[1]) bekannt gewordenen für Argon, Wasserstoff und Stickstoff an Hand der Formeln des vorigen Abschnittes ausgewertet (s. Fig. 3, 4, 5, 6). Die empirischen Werte sind in den Figuren durch kleine Kreise gekennzeichnet. Diese wenigen Beispiele lassen erkennen, daß die Edelgase Helium und Argon nahe an der η_0-Kurve verlaufen. Soweit es die Genauigkeit der Versuche erlaubte, ergaben die Abschätzungen für Helium $a \leqq 0{,}10$, für Argon (rein) $a \leqq 0{,}20$. Aus den Messungen von Ayres geht auch hervor, daß mit der Zeit a für alterndes Argon größer wird.

1) l. c.

Dagegen ist es möglich, wie das schon vor Jahren Townsend nachgewiesen hat, für Wasser-

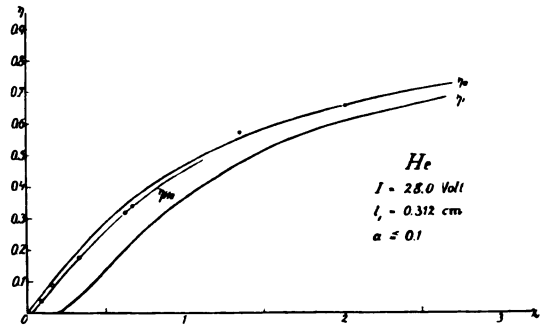


Fig. 3.

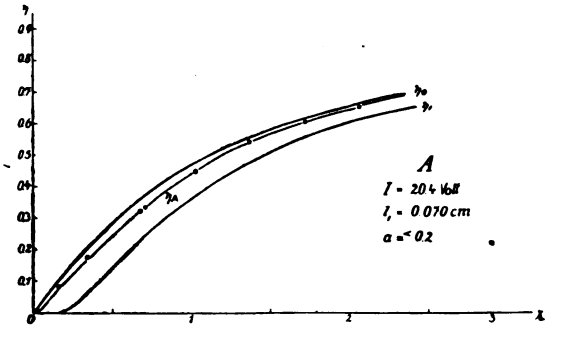


Fig. 4.

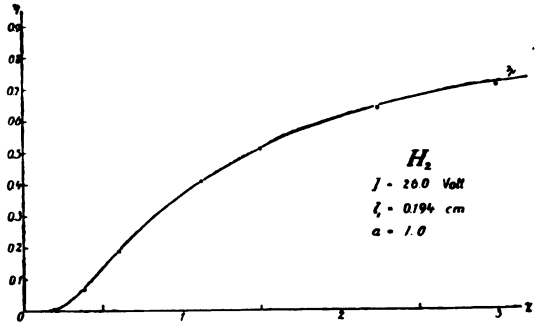


Fig. 5.

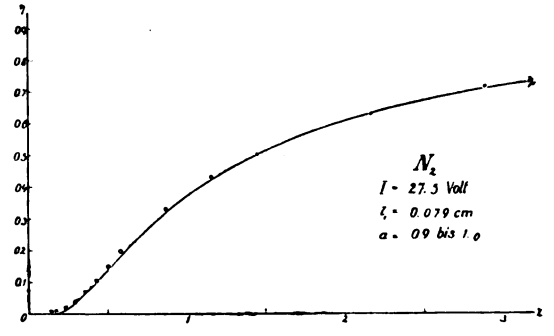


Fig. 6.

stoff und Stickstoff die η_1-Kurven ($\alpha = 1$) zu verwenden. Entsprechend unseren in den Grundlagen der Theorie festgesetzten Annahmen für

Digitized by Google

a ist also die Möglichkeit für unelastische Stöße bei diesen zweiatomigen Gasen fast immer gegeben. Hält man den Gedanken fest, daß unelastische Stöße im unwirksamen Gebiet dann erfolgen, wenn die kinetische Energie mit einer kleinen Lizenz[1]) die Frequenzbedingung erfüllt, so ist das nicht verwunderlich. Daß die mehratomigen Molekel infolge der Rotationsfrequenzen ein ungleich linienreicheres Spektrum aufweisen als die einatomigen, ist eine bekannte Tatsache. Aus diesem Grunde wird man auch die Zunahme des a mit der Zeit beim Argon der Bildung oder dem Hinzukommen mehratomiger Molekeln zuschreiben dürfen. Die von uns gefundenen Werte für die mittleren Ionisierungsspannungen und die mittleren freien Weglängen, sind in Übereinstimmung mit den aus der Literatur der letzten Zeit bekannt gewordenen. Im einzelnen fanden wir für:

Helium . . $I = 28{,}0$ Volt; $l_1 = 0{,}312$ cm; $a \leqq 0{,}1$,
Argon . . . $I = 20{,}4$ Volt; $l_1 = 0{,}070$ cm; $a \leqq 0{,}2$,
Wasserstoff $I = 26{,}0$ Volt; $l_1 = 0{,}194$ cm; $a = 1$,
Stickstoff . $I = 27{,}45$ Volt; $l_1 = 0{,}079$ cm; $a = 1$.

Mit Hilfe des von uns benutzten teilweise graphischen Rechenverfahrens fanden wir für den Fall $a = 1$, für welchen unsere Formel mit der von Townsend identisch ist, für die mittlere Ionisierungsspannung für Wasserstoff denselben, für Stickstoff fast genau denselben Wert wie seinerzeit Townsend. Aus diesem Grunde haben wir uns auf die hier gegebenen Beispiele beschränkt. Bei größeren Feldstärken ist die Gelegenheit für die wirksamen Stöße höherer Art vermehrt. Aus diesem Umstand muß man damit rechnen, daß mit dem Größerwerden der Feldstärke der Mittelwert der Ionisierungsspannungen sich verändert. In einer genaueren Theorie muß diese Tatsache berücksichtigt werden. Abgesehen davon, daß die Ionen, wie Townsend gezeigt hat, für die großen Feldstärken bei der Stoßionisation in Betracht zu ziehen sind, müssen wir die Tatsache berücksichtigen, daß die mittlere freie Weglänge namentlich bei den Edelgasen[2]) von der Geschwindigkeit wesentlich abhängt. In einigen Fällen mag vielleicht das Zusammenwirken dieser Umstände sich gegenseitig kompensieren, doch im allgemeinen wird das nicht der Fall sein. Es soll später derüber berichtet werden.

Der Vergleich mit der Erfahrung ergab, daß selbst bei Edelgasen a niemals gänzlich verschwinden kann, was an sich logisch ist, wenn wir die spektroskopische Deutung gelten lassen. Aber auch vom mathematischen Standpunkt aus finden wir ein scharfes Kriterium in dem Verhalten der η-Kurven bei $\chi = 0$. Aus den Messungen geht hervor, daß alle η-Kurven die χ-Achse dort berühren. Ganz besonders deutlich ist dies aus den neuesten Messungen von Ayres zu erkennen. Unsere Theorie sagt dasselbe aus in den Gleichungen (52), (53) und (54). Physikalisch ist immer $0 < a \leqq 1$.

Es ist wiederholt versucht worden, den Elektronenstrom durch die Formel $n = n_0 e^{\frac{\Phi}{J}}$ (Φ die Potentialdifferenz) darzustellen. Jetzt erkennt man, daß dies nur zulässig ist für im Sinne des Elektronenstoßes idealisierte Edelgase ($a = 0$), bei kleinen Werten von X ($\chi < 0{,}1$).

Auch bei den kleinsten Feldstärken ist nicht völlige Übereinstimmung zu erwarten, da wir a im ganzen Bereich des unwirksamen Gebietes als konstant vorausgesetzt haben, in Wirklichkeit aber a von ξ abhängig ist. Da bei der Integration über das Energiespektrum bei kleinen Feldstärken das unwirksame Gebiet einen relativ größeren Beitrag liefert, ist dort dieser Umstand von Bedeutung und kommt bei einer Verfeinerung der Theorie in Betracht.

Der Vergleich mit der Erfahrung zeigte, daß schon mit einem Mittelwert a für den Energieabsorptionskoeffizienten die Rechnung den wesentlichen Unterschied im Verhalten der einatomigen Molekeln gegenüber den mehratomigen Molekeln beim Elektronenstoß richtig beschreibt.

Die Elementarlösung für den Fall $a = 1$.

Wir verstehen unter einer Elementarlösung die Lösung unseres Problems für eine einzige Elementarquelle von der Ergiebigkeit q, die nur in einem schmalen Bereich Δ vorhanden sein soll[1]), so daß entsprechend unserer Festsetzung für $x = 0$ gilt:

$$q = \text{constans} \quad \text{für } 0 < x < \Delta, \qquad (64)$$
$$q = 0 \quad \text{für } \Delta < x < \infty. \qquad (65)$$

Δ ist dabei von höherer Ordnung klein gegen τ angenommen. Durch Superposition der Elementarlösungen findet man die allgemeine Lösung für eine willkürlich gegebene Quellenverteilung. Wir wählen als Beispiel den Fall $a = 1$, weil er einerseits, wie aus dem Vergleich mit der Erfahrung hervorgegangen ist, der häufigste ist, andererseits ist er in mathematischer Hinsicht der einfachste, weil hier $f = f'$ ist, so daß wir es nur mit einer Funktion zur Ermittlung der Energieverteilung zu tun haben. Wir können schon an diesem einfachsten Beispiele die wesentlichsten Merkmale des Elektronenstromes in physikalischer Hinsicht erkennen. Ferner ge-

1) H. Sponer, Zeitschr. f. Phys. 7, 185, 1921; Rau, Würzburger phys. med. Gesellsch. 1914.
2) C. Ramsauer, Ann. d. Ph. 72, 346. 1923.

1) Man kann sich bei $x = 0$ auch eine Kathode denken.

Digitized by Google

winnen wir damit das Rechenschema, mit Hilfe dessen die andern Fälle zu behandeln sind.

Zur Erleichterung des Verständnisses denken wir uns für diesen Fall die Energieverteilungsfunktion als Fläche $f(x,t)$ in dem rechtwinkligen Koordinatensystem x, t, f (s. Fig. 7). Die x,t-Ebene

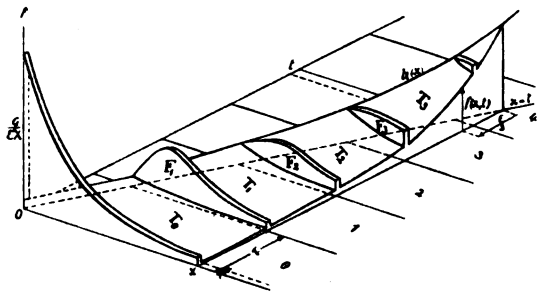


Fig. 7.

teilen wir in Streifen von der gleichen Breite τ ein und unterscheiden diese Streifen durch die Nummern $\varrho = \left[\frac{t}{\tau}\right]$. Jeden Streifen unterteilen wir in zwei Teile:

$$\varrho\tau < t < \varrho\tau + \Delta \text{ und } \varrho\tau + \Delta < t < (\varrho+1)\tau$$

und bezeichnen die Energieverteilungsfunktion im ersten, bzw. zweiten Teilstreifen mit f' bzw. f''. Für die erzeugende Funktion $f(x,x)$ schreiben wir jetzt $h(x)$, so daß z. B. ist:

$$h'(x) = f'(x,x). \tag{66}$$

In dem Streifen $\varrho = 0$ gilt gemäß Gleichung (14), da $f_0(x, t-\tau) = 0$ ist:

$$\frac{\partial f_0(x,t)}{\partial \lambda x} = -f_0(x,t) \tag{67}$$

und gemäß Gleichung (17) und unserer Voraussetzung:

$$h_0'(x) = \int_0^x d\lambda t f_0'(x,t) + \frac{q}{\varepsilon X} \tag{68}$$

beziehungsweise

$$h_0''(x) = \int_0^{\Delta} d\lambda t f_0'(x,t) + \int_{\Delta}^x d\lambda t f_0''(x,t). \tag{69}$$

Durch Differentiation finden wir:

$$\frac{dh'(x)}{d\lambda x} = \frac{q}{\varepsilon X}, \tag{70}$$

$$\frac{dh''(x)}{d\lambda x} = 0. \tag{71}$$

Die Integrale dieser totalen Differentialgleichungen lauten:

$$h_0'(x) = \frac{q}{\varepsilon X}\lambda x + C', \tag{72}$$

$$h_0''(x) = C''. \tag{73}$$

Andererseits lauten die Integrale aus der partiellen Differentialgleichung (67):

$$f_0'(x,t) = e^{-\lambda x}\Phi'(t), \tag{74}$$

$$f_0''(x,t) = e^{-\lambda x}\Phi''(t), \tag{75}$$

Durch Vergleich mit den Gleichungen (72) und (73) ergibt sich:

$$\Phi'(t) = e^{\lambda t}\left(\frac{q}{\varepsilon X}\lambda t + C'\right), \tag{76}$$

$$\Phi''(t) = e^{\lambda t}C''. \tag{77}$$

Wir berechnen aus Gleichung (74) und (76) bzw. Gleichung (75) und (77) f' bzw. f'' und setzen diese Werte in Gleichung (68) bzw. Gleichung (69) ein. Setzen wir ferner in diese Gleichungen die Werte von h' bzw. h'' aus den Gleichungen (72) bzw. (73) ein, so erhalten wir einerseits zur Ermittlung von C' die Gleichung:

$$\frac{q}{\varepsilon X}\lambda x + C' = \frac{q}{\varepsilon X} + e^{-\lambda x}\int_0^x d\lambda t\, e^{\lambda t}\left(\frac{q}{\varepsilon X}\lambda t + C'\right), \tag{78}$$

woraus sich ergibt:

$$C' = \frac{q}{\varepsilon X}, \tag{79}$$

andererseits die Gleichung:

$$C'' = \frac{q}{\varepsilon X}e^{-\lambda x}\int_0^{\Delta} d\lambda t\, e^{\lambda t}(1+\lambda t) + \int_{\Delta}^x d\lambda t f_0''(x,t), \tag{80}$$

die natürlich auch für $x = \Delta$ gelten muß, so daß:

$$C'' = \frac{q}{\varepsilon X}e^{-\lambda\Delta}\int_0^{\Delta} d\lambda t\, e^{\lambda t}(1+\lambda t), \tag{81}$$

was für C'' ergibt:

$$C'' = \frac{q}{\varepsilon X}\lambda\Delta, \tag{82}$$

so daß wir für die Energieverteilungsfunktion im Streifen $\varrho = 0$ finden:

$$f'(x,t) = \frac{q}{\varepsilon X}e^{-\lambda(x-t)}(1+\lambda t); \quad 0 < t < \Delta, \tag{83}$$

$$f''(x,t) = \frac{q}{\varepsilon X}e^{-\lambda(x-t)}\lambda\Delta; \quad \Delta < t < \tau. \tag{84}$$

Auf Grund dieses Resultates wollen wir jetzt eine andere Einteilung treffen. Wir setzen ganz allgemein an für den Streifen ν:

$$f_\nu(x,t) = F_\nu(x,t) + T_\nu(x,t). \tag{85}$$

Digitized by Google

Mit der Bedeutung:

$$F_\nu = F_\nu(x,t) \qquad \nu\tau < t < \nu\tau + \Delta, \quad (86)$$

$$F_\nu = 0 \qquad \nu\tau + \Delta < t < (\nu+1)\tau, \quad (87)$$

dagegen soll $T_\nu(x,t)$ im ganzen Streifen gelten. Der Sinn ist einleuchtend, wenn man mit Rücksicht auf Gleichung (83) und (84) bedenkt, daß jetzt im Streifen 0 mit Vernachlässigung der Glieder höherer Ordnung gilt:

$$F_0(x,t) = \frac{q}{\varepsilon X} e^{-\lambda\xi} \qquad 0 < t < \Delta \quad (88)$$

und

$$T_0(x,t) = \frac{q}{\varepsilon X} \lambda\Delta e^{-\lambda\xi} \qquad 0 < t < \tau. \quad (89)$$

Für die allgemeine Lösung machen wir jetzt für F_ν von der Formel (22) Gebrauch, indem wir mit Rücksicht auf Gleichung (88) ansetzen:

$$F_\nu(x,t) = \frac{q}{\varepsilon X} e^{-\lambda\xi - \lambda\nu\tau} \lambda\xi \frac{(\lambda\xi + \lambda\nu\tau)^{\nu-1}}{\nu!}. \quad (90)$$

Dabei gilt $F_\nu(x,t)$ im Streifen $\nu\tau < t < \nu\tau + \Delta$, so daß man schreiben kann:

$$t = \nu\tau + \zeta; \quad 0 < \zeta < \Delta. \quad (91)$$

Dann wird:

$$F_\nu(x,t) = \frac{q}{\varepsilon X} e^{-\lambda x + \lambda\zeta} (\lambda x - \lambda\nu\tau - \lambda\zeta) \frac{(\lambda x - \lambda\zeta)^{\nu-1}}{\nu!}. \quad (92)$$

Für $\xi = 0$ wird $F_\nu(x,\alpha) = 0$ gemäß Gleichung (90), mit Ausnahme von $\nu = 0$, wo $F_0(x,x)$ den Wert $\frac{q}{\varepsilon X}$ hat, also die Quelle darstellt. Deshalb gilt gemäß Gleichung (88) und Gleichung (89) allgemein ($\nu = 0, 1, 2, \ldots$):

$$T_\nu(x,t) = \int_0^x d\lambda t\, T(x,t) + \int_0^x d\lambda t\, F(x,t). \quad (93)$$

Dagegen gilt für die erzeugende Funktion $h_\nu(x) = T_\nu(x,x)$ nur im Bereich $x > \Delta$. Im Bereich $0 < x < \Delta$ ist sie $h_0(x) = \frac{q}{\varepsilon X}$. Die Auswertung des zweiten Integrals rechter Hand erfolgt mit Bezug auf das schmale Gültigkeitsgebiet der $F_\nu(x,t)$ nach dem Mittelwertsatz und man erhält mit Weglassung der Glieder höherer Ordnung gemäß Gleichung (90):

$$T_\nu(x,x) = \int_0^x d\lambda t\, T(x,t) + \frac{q}{\varepsilon X} e^{-\lambda x} \lambda\Delta \sum_0^\nu{}_\mu (\lambda x - \lambda\mu\tau) \frac{(\lambda x)^{\mu-1}}{\mu!}. \quad (94)$$

Aus dieser Gleichung können wir jetzt die Funktion $T(x,t)$ ermitteln. Wir benutzen dafür die Lösung (20) und schreiben:

$$T_\nu(x,t) = e^{-\lambda x} \sum_0^\nu{}_\mu \frac{(\lambda x)^\mu}{\mu!} g_{\nu-\mu}(t - \mu\tau). \quad (95)$$

Aus Gleichung (84) ersehen wir, daß im Streifen 0 ist:

$$g_0(t) = \frac{q}{\varepsilon X} \lambda\Delta e^{-\lambda t}. \quad (96)$$

Aus den Gleichungen (40), (49) und (55) wissen wir, daß für große x bzw. ν gilt:

$$g_\varrho(t) = C_\varrho e^{\lambda t}. \quad (97)$$

Wir nehmen zunächst an, daß dies durchweg der Fall ist. Später werden wir sehen, daß diese Annahme zutreffend war. Wir können dann Gleichung (95) auch schreiben:

$$T_\nu(x,t) = e^{-\lambda\xi} \sum_0^\nu{}_\mu \frac{(\lambda x)^\mu}{\mu!} C_{\nu-\mu} e^{-\lambda\mu\tau}. \quad (98)$$

Mit Hilfe dieser Gleichung formen wir Gleichung (94) um in:

$$\left.\begin{aligned} \sum_0^\nu{}_\mu \frac{(\lambda x)^\mu}{\mu!} C_{\nu-\mu} e^{-\lambda\mu\tau} = e^{-\lambda\mu} \sum_0^\nu{}_\mu \frac{(\lambda x)^\mu}{\mu!} \int_0^x d\lambda t\, g(t - \mu\tau) + \\ + \frac{q}{\varepsilon X} e^{-\lambda x} \lambda\Delta \sum_0^\nu{}_\mu \left\{ \frac{(\lambda x)^\mu}{\mu!} - \lambda\tau \frac{(\lambda x)^{\mu-1}}{(\mu-1)!} \right\}. \end{aligned}\right\} \quad (99)$$

Bei der Berechnung des Integrals dürfen wir nicht vergessen, daß zunächst g in jedem Streifen eine andere Funktion ist, das hier einen andern Faktor C_ϱ hat. Es wird, da $g(t) = 0$, für $t < 0$:

$$\int_0^x d\lambda t\, g(t - \mu\tau) = \int_0^{x-\mu\tau} d\lambda t\, g(t) \quad (100)$$

oder

$$\int_0^x d\lambda t\, g(t - \mu\sigma) = \int_0^{(\nu-\mu)\tau} d\lambda t\, g(t) + \int_{(\nu-\mu)\tau}^{x-\mu\tau} d\lambda t\, g_{\nu-\mu}(t) \quad (101)$$

und gemäß Gleichung (97)

$$\int_0^x d\lambda t\, g(t - \mu\tau) = \sum_0^{\nu-\mu-1}{}_\varrho C_\varrho e^{\lambda\varrho\tau} (e^{\lambda\tau} - 1) + C_{\nu-\mu} e^{\lambda(\nu-\mu)\tau} (e^{\lambda(x-\nu\tau)} - 1). \quad (102)$$

Digitized by Google

Setzen wir diesen Wert in Gleichung (99) ein, so erhalten wir nach einiger Umformung:

$$\left.\begin{aligned}\sum_0^{\nu}{}_{\mu}\frac{(\lambda x)^{\mu}}{\mu!}C_{\nu-\mu}e^{\lambda(\nu-\mu)\tau} &= (e^{\lambda\tau}-1)\sum_0^{\nu}{}_{\mu}\frac{(\lambda x)^{\mu}}{\mu!}\sum_0^{\nu-\mu-1}{}_{\varrho}C_{\varrho}e^{\lambda\varrho\tau}+\\ &+\frac{q\lambda\Delta}{\varepsilon X}\left(\sum_0^{\nu}{}_{\mu}\frac{(\lambda x)^{\mu}}{\mu!}-\lambda\tau\sum_0^{\nu-1}{}_{\mu}\frac{(\lambda x)^{\mu}}{\mu!}\right)\end{aligned}\right\}\quad(103)$$

und durch Koeffizientenvergleichung unmittelbar:

$$C_0=\frac{q}{\varepsilon X}\lambda\Delta,\qquad(104)$$

da $C_{-n}=0$, wie schon aus Gleichung (82) bekannt und:

$$\left.\begin{aligned}C_{\nu-\mu}e^{\lambda(\nu-\mu)\tau} &= (e^{\lambda\tau}-1)\sum_0^{\nu-\mu-1}{}_{\varrho}C_{\varrho}e^{\lambda\varrho\tau}+\\ &+\frac{q}{X}\lambda\Delta(1-\lambda\tau)\end{aligned}\right\}\quad(105)$$

für $0\leqq\mu\leqq\nu-1$. Daraus ergibt sich für C_1:

$$C_1=\frac{q\lambda\Delta}{\varepsilon X}(1-\lambda\tau e^{-\lambda\tau}).\qquad(106)$$

Zur Ermittlung der C_{ϱ} gewinnen wir aus Gleichung (105) folgende Rekursionsformel:

$$C_n e^{\lambda n\tau}=(e^{\lambda\tau}-1)\sum_0^{n-1}{}_{\varrho}C_{\varrho}e^{\lambda\varrho\tau}+C_0(1-\lambda\tau),\qquad(107)$$

aus der man die andere ableiten kann:

$$C_{n+1}e^{\lambda(n+1)\tau}-C_n e^{\lambda n\tau}=(e^{\lambda\tau}-1)C_n e^{\lambda n\tau},\qquad(108)$$

das heißt:

$$C_{n+1}=C_n\qquad n\geqq 1\qquad(109)$$

und somit gemäß (106) für $n\geqq 1$:

$$C_n=\frac{q\lambda\Delta}{\varepsilon X}(1-\lambda\tau e^{-\lambda\tau}).\qquad(110)$$

Damit haben wir alle Bestimmungsstücke der Funktion $T_{\nu}(x,t)$ nach Gleichung (95) ermittelt. Sie lautet:

$$T_{\nu}(x,t)=e^{-\lambda\xi}\frac{q\lambda\Delta}{\varepsilon X}(1-\lambda\tau e^{-\lambda\tau})\sum_0^{\nu}{}_{\mu}\frac{(\lambda x)^{\mu}}{\mu!}e^{-\lambda\mu\tau}+e^{-\lambda\xi}\frac{q\lambda\Delta}{\varepsilon X}\frac{(\lambda x)^{\nu}}{\nu!}e^{-\lambda\nu\tau}.\qquad(111)$$

Zusammen mit $F_{\nu}(x,t)$ aus Gleichung (92) haben wir damit die Energieverteilungsfunktion der Elementarlösung für den Fall $a=1$ für jeden praktisch möglichen Wert von x und t in eine einfache Form gebracht. Eine schematische Darstellung dieser Energieverteilungsfunktion zeigt die Fig. 7. Man sieht, wie die Funktion F in unstetiger Weise die Fortpflanzung der Elementarquelle q darstellt und wie sie allmählich mit wachsendem x abklingt. Ganz anders die Funktion T. Ursprünglich von höherer Ordnung klein gegen F, wächst sie in stetiger Weise mit x lawinenartig an, so daß schließlich ihr gegenüber F von höherer Ordnung klein wird.

Anmerkung. In statistischer Hinsicht beachte man, daß wenn bei $x=0$, $q\Delta$ Elektronen durch die Flächeneinheit gehen, bei x die Zahl derer, die inzwischen μ mal gestoßen haben, $q\Delta e^{-\lambda x}\frac{(\lambda x)^{\mu}}{\mu!}$ ist. Da der allgemeine Fall mit willkürlicher Quellenverteilung aus diesem durch Superposition hervorgeht, ist mit unserer Lösung gleichzeitig ein Beispiel dafür gegeben, wie aus einem statistisch ungeordneten Zustand im Laufe der Zeit immer einundderselbe statistisch geordnete Endzustand hervorgeht. In der Tat, in jedem Fall gibt es im allgemeinen eine Zahl $\varkappa$, so daß man für $\nu>\varkappa$ praktisch auch schreiben kann:

$$T(x,t)=(1-\lambda\tau e^{-\lambda\tau})\frac{q\lambda\Delta}{\varepsilon X}e^{\lambda x e^{-\lambda\tau}-\lambda\xi}\qquad(112)$$

in Übereinstimmung mit unserer Näherungsformel (42). Nunmehr haben wir auch den Proportonalitätsfaktor ermittelt, aus dem wir erkennen können, daß für das Townsendsche Gebiet die Vermehrung der Elektronen nicht nur proportional mit der Ergiebigkeit der Quelle erfolgt. Rechnet man so, wie wenn das Gesetz (112) auch für $x=0$ richtig wäre, so scheint es so, als ob nur der Bruchteil x der entspringenden Elektronen zur Wirkung kommen würde. Man kann also aus der Stromstärke bei x durchaus nicht mit Hilfe der Townsendschen Stromformel auf die Mächtigkeit der Quelle bei $x=0$ schließen. Wir wollen x den Wirkungsgrad des Feldes nennen. Gemäß Früherem berechnet er sich zu:

$$x=1-\frac{I}{lX}e^{-\frac{I}{lX}}.\qquad(113)$$

In der schematischen Darstellung (Fig. 7) erkennen wir auch aus dem Schnitt bei x den Verlauf der Energieverteilungskurve für ein gegebenes x. Der Flächeninhalt dieses Schnittes ist proportional der Elektronenstromdichte. Man erkennt deutlich in dieser Darstellung den un-

Digitized by Google

stetigen Verlauf der F-Funktion. Sie ist wesentlich im Untersuchungsgebiet von Franck.

Da eine durch die kinetische Energie $\varepsilon X\xi$ angeregte Linie im unwirksamen Gebiet nach kurzer Verweilzeit zum Leuchten kommt, sehen wir aus der graphischen Darstellung, daß mit wachsendem x abklingend, dies immer am stärksten in Abständen T der Fall ist. Das heißt immer, wenn die Potentialdifferenz ein Vielfaches der Ionisierungsspannung ist. Wir ersehen daraus, daß die F-Funktion eng mit der Struktur der Schichtenbildung zusammenhängen muß.

Es ist wichtig sich zu vergewissern, wie im einzelnen der Verlauf der $F_\nu(x)$-Kurven ist. Geeignet hierzu ist Gleichung (90). Man sieht daraus, daß $F_\nu(x)$ mit wachsendem x immer schwächer wird. $F_\nu(\xi)$ wächst mit endlicher Tangente von $\xi = 0$ an, erreicht bei ξ_m ein Maximum und nähert sich mit wachsendem ξ asymptotisch der ξ-Achse.

Die Maxima verschieben sich jedoch im allgemeinen mit ν. Setzt man für:

$$\lambda\tau = \frac{1}{\chi}\left(\chi = \frac{Xl}{I}\right),$$

so liegen sie für:

$$\chi = 0 \quad \text{bei} \quad \lambda\xi m = 1, \tag{114}$$

$$\chi = 1 \quad \text{bei} \quad \lambda\xi m = \sqrt{\nu}, \tag{115}$$

$$\chi = \infty \quad \text{bei} \quad \lambda\xi m = \nu. \tag{116}$$

Nur für schwache Feldstärken liegen die Maxima in bezug auf x ungefähr in gleichen Abständen $\tau = \frac{I}{X}$. Für größere Feldstärken nimmt ihr gegenseitiger Abstand absolut genommen ab; denn τ wird kleiner. Untereinander verglichen werden bei größeren Feldstärken diese Abstände mit wachsendem x kleiner, für sehr große Feldstärken ist ihr gegenseitiger Abstand $\frac{I}{X} + 2$. Allgemein kann man sagen, daß nach unserer Theorie die von einer Elementarquelle herrührenden Elektronenströme Schichtenbildung in der Nähe der Quelle zeigen. Die Schichten werden aber mit wachsendem Abstand davon schwächer, und zwar um so mehr, je größer die Dichte ist. Für ihre gegenseitigen Abstände gilt das früher Gesagte. Dies ist im Einklang mit der Erfahrung. Es geht aber aus diesen Tatsachen hervor, daß wir diese Schichten, die wir sinngemäß unselbständige Schichten nennen können, da sie alle die Folge einer einzigen Elementarquelle sind, verschieden sind von den Schichten in langen Entladungsröhren, Da diese hinsichtlich der Lichtstärke sich nicht merkbar voneinander unterscheiden, müssen wir annehmen, daß gemäß unserer Theorie immer Elementarquellen zu ihrem Unterhalt vorhanden sind. Eine auf Grund unserer Theorie an Wasserstoffschichten[1]) durchgeführte Rechnung ergab Folgendes. Aus den experimentellen Daten ergibt sich: für den Mittelwert der Feldstärke $\overline{X} = 30$ Volt; Schichtenabstand 1 cm; Druck $p = 2{,}25$ mm Hg; mittlere freie Weglänge $l = 0{,}1$ cm; mittlere Potentialdifferenz der Schichten 30 Volt. (Wir fanden für Wasserstoff als mittlere Ionisierungsspannung 26 Volt (s. Fig. 5)). Daraus ergibt sich für die Theorie $\chi = 0{,}1$, weshalb wir auf äquidistante Schichten schließen dürfen, da der Townsendsche Strom noch schwach ist. Dagegen zeigt sich, daß bei dem starken Abklingen mit $\lambda = 10$ bei nur einer Elementarquelle nicht einmal die Entstehung der nächsten Schicht erklärt werden könnte. Da für die positiven Ionen die mittlere freie Weglänge mindestens 6 mal so klein angenommen werden muß, erscheint es auf den ersten Blick hoffnungslos, die für jede Schicht notwendige Elementarquelle zu erklären. Man muß Folgendes in Erwägung ziehen. Denken wir uns die Reihe der Schichten nach beiden Seiten sehr weit fortgesetzt (bis $x = \infty$ und $x = -\infty$). Es ergibt sich unter der Annahme von gleich starken Elementarquellen Δq in gleichen Abständen τ für die Funktion F (z. B. bei $t = 0$) durch Superposition aller F_{-n} ($n = 0, 1, 2, 3, .. \infty$), unter Zugrundelegung der Formel (90), indem man für $\xi = \dot{x}$ einsetzt (und ζ vernachlässigt):

$$F(x, 0) = \frac{q}{\varepsilon X} e^{-\lambda x} \sum_0^\infty{}_\mu e^{-\lambda\mu\tau} \lambda x \frac{(\lambda x + \lambda\mu\tau)^{\mu-1}}{\mu!}. \tag{117}$$

Die Funktionen T, aus welchen die Townsendschen Ströme hervorgehen, sind für diese Betrachtung zu vernachlässigen, da wir uns im Gebilde der kleinen χ befinden. Die Ausrechnung der Summe[2]) ergibt:

$$F(x, 0) = \frac{q}{\varepsilon X}. \tag{118}$$

Der Bau der Energieverteilungsfunktion ist also hier äußerst einfach. Alle F sind untereinander gleich und gelten für die Teilstreifen

$$\nu\tau < t < \nu\tau + \Delta.$$

Nimmt man hierzu die Tatsache, daß für $I = 30{,}5$ Volt das Elektron das H_2-Molekül in

1) J. J. Thomson, Elektrizitätsdurchgang in Gasen, S 456. Leipzig 1906.

2) l. c. Es ist:

$$\varphi(t + \xi) = \sum_0^\infty{}_\mu \xi \frac{(\xi + \mu\tau)^{\mu-1}}{\mu!} \varphi^{(\mu)}(t - \mu\tau).$$

(Diese Formel scheint wie geschaffen zu sein für die Quantentheorie.)

Digitized by Google

seine Bestandteile zerschlägt, wobei je zwei positive Kerne von jedem wirksam stoßenden Elektron erzeugt werden, so sieht man, daß damit eine Erklärungsmöglichkeit auch in quantitativer Hinsicht für die Erhaltung der Schichten gegeben ist. Besonders da man für die Wasserstoffkerne wohl dieselbe mittlere freie Weglänge und dasselbe Verhalten hinsichtlich der Ionisierung also annähernd gleiche Ionisierungsspannungen annehmen darf, wie bei den Elektronen. Wir wollen diese Betrachtungen nicht weiter führen, da sie uns aus dem Rahmen unserer Untersuchung herausführen würde. Wir wollten nur darauf hinweisen, daß die Kerne der leichtesten Elemente in der Theorie der selbständigen Entladung gegebenenfalls berücksichtigt werden müssen und daß der wiederholt beobachtete Einfluß von Wasserdampf auf die Entladungen in Gasen vielleicht darin seine Erklärung findet.

Wir haben durch die obigen Beispiele angedeutet, wie die durch die Funktionen T Gleichung (111), und F Gleichung (92) gegebene Energieverteilungsfunktion unserer Elementarlösung wichtige Aufschlüsse für die Entladungsvorgänge in Gasen zu geben vermag. Nicht minder notwendig ist für eine große Anzahl von Vorgängen bei den Gasentladungen die Kenntnis des Stromes (Kathodenfall), worauf wir schon eingangs hingewiesen haben. Wir können die Anzahl der Elektronen, die in der Zeiteinheit durch die Flächeneinheit geht, leicht angeben. Für den Fall $a = 1$ ist gemäß Gleichung (17) und Gleichung (18):

$$n_\nu(x) = \frac{\varepsilon X}{\lambda} f_\nu(x, x), \qquad (119)$$

das heißt proportional der erzeugenden Funktion. Wir finden $n_\nu(x)$, indem wir in Gleichung (111) $\xi = 0$ setzen, zu:

$$n_\nu(x) = q\Delta x \sum_0^{\nu-1} \frac{(\lambda x)^\mu}{\mu!} e^{-\lambda\mu x} + q\Delta \frac{(\lambda x)^\mu}{\nu!} e^{-\lambda\nu x}. \qquad (120)$$

Die Stromwerte in den einzelnen Streifen schließen stetig aneinander an. Nicht so die ersten Differentialquotienten. Diese Knicke spielen bekanntlich eine wichtige Rolle bei den Experimenten von Franck.

Schlußbetrachtung.

Wir sind bei der Begründung unserer Theorie ausgegangen von den Anschauungen über die Elementarvorgänge beim Elektronenstoß, wie sie in neuerer Zeit hauptsächlich aus den Versuchen von Franck bekannt geworden sind. Wir haben dabei die quantitativen Tatsachen in vereinfachter Form für die Theorie verwendet, so daß sie zunächst nur das Wesentlichste dieser Vorgänge zu beschreiben vermag. Genau wie Townsend haben wir einen Mittelwert für das Ionisierungspotential in Rechnung gesetzt. Wir haben aber die neuerdings gewonnenen Kenntnisse über die elastischen und unelastischen Stöße, die nicht zur Ionisierung führen, in stark vereinfachter Form mit in die Theorie hinein verflochten. Wir konnten damit durch Extrapolation das Verhalten der Edelgase im Versuchsgebiet von Townsend beschreiben und zeigen, wie das charakteristische Verhalten der Elektronen, beim Stoß im Franckschen Gebiet, die Form der Townsendschen Kurve bestimmt. Wir konnten so die Theorie mit der Erfahrung im Townsendschen Gebiet nachprüfen und bestätigen. Dieselbe gilt daher mit den eingangs gemachten Einschränkungen in dem ganzen Gebiet von Franck bis Townsend. Durch Einführung einer Energieverteilungsfunktion ist sie nicht nur brauchbar zur Berechnung der Elektronenströme, sondern auch zu Abschätzungen in spektroskopischer Hinsicht. Als Beispiel wurde der Fall der mehratomigen Gase (ohne Elektronenaffinität) für eine beliebige Quellenverteilung durchgerechnet. Dabei fanden wir für die Townsendsche Stromformel den Faktor x (Wirkungsgrad des Feldes), der dann in Frage kommt, wenn man aus dieser Formel auf die Ergiebigkeit der Quelle schließen will.

Unsere Theorie ist in mancher Hinsicht verbesserungsfähig, wie wir das schon in den Grundlagen auseinandergesetzt haben. Die Betrachtung über die Schichtenbildung beim Wasserstoffgas zeigte, daß man bei einer Erweiterung der Theorie die verschiedenen Ionisierungsspannungen auseinander halten muß. Mit der Berücksichtigung der Ionenströme wird es notwendig, gegebenenfalls die Elektronenaffinität, die zur Molisierung führt, zu berücksichtigen. Man kann auch dann noch mathematisch die Townsendsche Exponentialform für den Strom erzwingen, doch ist sie nicht mehr natürlich. Die η-Kurve zerfällt dann in zwei Teile $\eta = \eta_\varepsilon + \eta_\iota$ (Elektronen und Ionen). Die η_ε-Kurve schneidet die positive χ-Achse in einem Abstand proportional dem Affinitätspotential. Die Berücksichtigung des Affinitätspotentials wirkt im übrigen auf die Form von η in demselben Sinne ein wie a. Die η_ι-Kurve ergänzt die η_ε-Kurve zu einer der Townsendschen ähnlichen Kurvenform. Dagegen ist η_ι, das nur für kleine χ in Frage kommt, von x abhängig, was sich experimentell durch Streuung der η-Werte zeigen müßte.

Für größere Feldstärken erstreckt sich die Energieverteilungskurve praktisch auf ein schmales Energiegebiet von ein paar Vielfachen

Digitized by Google

der Ionisierungsspannung. Solange die Feldstärke sich in einem gleich großen Potentialintervall nicht merkbar ändert, sind unsere Formeln auch für das mit dem Orte veränderliche Feld richtig. Für die Abschätzung der Raumladung ist unsere Energieverteilungsfunktion direkt nicht brauchbar, da wir nur die Wegkomponenten in der x-Richtung kennen. Hier müßte die kinetische Gastheorie ergänzend eingreifen.

Die Theorie des Elektronenstroms ist eine wesentliche Grundlage für die Theorie der Entladungsvorgänge in Gasen. Die Struktur des Elektronenstroms bildet das Skelett vor allem für die räumliche Anordnung der optischen Vorgänge bei den Gasentladungen. Es ist wohl nicht möglich, eine befriedigende Theorie der Gasentladungen aufzustellen, so lange man nicht das Verhalten der Ionen in ähnlicher Weise rechnerisch verfolgen kann, wie das der Elektronen.

(Eingegangen 19. November 1923.)

Gasentartung und freie Weglänge.

Von Erwin Schrödinger.

In den sehr zahlreichen Theorien der Gasentartung[1]) tritt als charakteristische Temperatur Θ, gegen welche T groß sein muß, damit das Gas noch nicht merklich entartet sei, stets ein Ausdruck auf, der sich schreiben läßt

$$\Theta = \frac{h^2}{8 m l^2 k}, \tag{1}$$

oder als charakteristische Frequenz

$$\nu = \frac{h}{8 m l^2} \quad \begin{cases} h = \text{Plancksche Konst.} \\ m = \text{Molekülmasse.} \end{cases} \tag{2}$$

l ist eine Größe von der Dimension einer Länge. Diese charakteristische Länge hat in den verschiedenen Theorien verschiedene Bedeutung.

Meistens ist l von der Größenordnung des mittleren Abstandes der Moleküle, also

$$l \sim \left(\frac{V}{N}\right)^{1/3}, \tag{3}$$

wo V das Gesamtvolum, N die Molekülzahl. Dies gilt z. B. für die Theorie von Nernst[2]), ferner scheint auf diese Größenordnung für l mit Notwendigkeit zu führen die direkte Anwendung der Debyeschen Methode der Normalschwingungen auf das Gas[1]).

Dagegen hat in den Theorien von Planck[2]) und Scherrer[3]), welche die hin- und hergehenden Bewegungen der Moleküle zwischen den Gefäßwänden den Quantenbedingungen unterwerfen, l von Haus aus die Größenordnung der Lineardimensionen des Gefäßes, in welchem das Gas eingeschlossen ist, also

$$l \sim V^{1/3}. \tag{4}$$

Durch besondere Annahmen, die darauf abzielen, den Ausdruck für die Entropie cet. par. der Gasmenge proportional zu machen, und die P. Ehrenfest kürzlich der Kritik unterzogen hat[4]), gelingt es dann allerdings, die charakteristische Länge wieder auf die Größenordnung (3) herabzudrücken[5]), so daß diese Fassung der Planckschen Theorie auch wieder der ersten Theoriengruppe zuzuzählen wäre[6]).

Die Größenordnung der charakteristischen Temperatur ergibt sich für ein Gas beim Normalvolumen in der ersten Gruppe von Theorien aus (1) und (3) zu

$$\Theta \sim \frac{1 \cdot 01 \ldots}{M}\,^0K. \tag{5}$$

(M = Molekulargewicht.)

Dieser Wert ist immerhin schon groß genug, um — in Anbetracht der Genauigkeit, mit der die Zustandsgleichung experimentell bekannt ist —

1) Literatur s. a. F. Reiche, Die Quantentheorie, S. 102. Berlin, Springer 1921.

2) W. Nernst, Verh. d. D. Phys. Ges. **18**, 83, 1916. — Die Grundlagen des neuen Wärmesatzes, S. 164 ff. Halle, Knapp 1918.

1) W. H. Keesom, diese Zeitschr. **14**, 669, 1913, Gl. (18a). — Die Formeln Tetrodes (diese Zeitschr. **14**, 214, 1913) lassen die Gestalt (2) für die charakteristische Frequenz nicht unmittelbar erkennen. Er gibt (Gl. (5) l. c.):

$$\nu_m = \left(\frac{9N}{4\pi V}\right)^{1/3} \left(\frac{10U}{9mN}\right)^{1/2},$$

wo U die Gesamtenergie. Aber die dortige Formel (4) für U läßt erkennen, daß in dem Temperaturgebiet, wo merkliche Abweichungen vom idealen Gaszustand aufzutreten beginnen, U von der Größenordnung $Nh\nu_m$ wird. Das gibt

$$\nu_m \sim \left(\frac{N}{V}\right)^{1/3} \cdot \frac{h}{m}$$

in Übereinstimmung mit (2) und (3). — A. Sommerfeld u. Lenz, Göttinger Vorträge (Leipzig, B. G. Teubner 1914), S. 125 ff. S. besonders Gl. (7a), S. 130 u. Abschn. 7, S. 136.

2) M. Planck, Berl. Ber. 1916, S. 653 ff. S. auch Theorie der Wärmestrahlung, 4. u. 3. Auflage.

3) W. Scherrer, Gött. Nachr. v. 8. Juli 1916. — S. auch E. Brody, Zeitschr. f. Phys. **6**, 79, 1921.

4) P. Ehrenfest u. V. Trkal, Ann. d. Phys. **65**, 609, 1921. S. besonders § 8. — Hiezu M. Planck, Ann. d. Phys. **66**, 365, 1921. K. F. Herzfeld, ibid. **69**, 54, 1922.

5) M. Planck, l. c. (Berl. Ber. 1916), S. 667, Gl. (58), worin die Größe σ im wesentlichen, was wir Θ T nennen.

6) Aus den beiden ältesten Darstellungen von O. Sackur, Ann. d. Phys. (4) **36**, 958, 1911 und H. Tetrode, Ann. d. Phys. (4) **38**, 434, 1912 ist der Wert von Θ nicht ohne weiteres abzulesen, da nur die Näherung für hohe Temperatur entwickelt wird.

Digitized by Google

jede Theorie dieser Art in die Gefahr eines Konfliktes mit der Erfahrung zu bringen[1]).

Diese Gefahr besteht natürlich nicht, wenn l von der Größenordnung der Gefäßdimensionen, d. i. $V^{1/3}$ wird und die charakteristische Temperatur daher um den Faktor $N^{-2/3}$ kleiner ausfällt. Darnach wäre irgendwelcher Einfluß der Entartung in dem der Messung zugänglichen Temperaturgebiet völlig ausgeschlossen. Aber man kann sich doch wohl nicht verhehlen, daß diese Auffassung — wenn man sie wörtlich nimmt — etwas außerordentlich Unbefriedigendes hat. Nach ihr würde die doppelte Gasmenge in genau demselben Zustand nicht genau dieselben physikalischen Eigenschaften haben. Der gequantelte Bewegungsvorgang — Hin- und Hergang der Moleküle zwischen den Gefäßwänden — findet in Wirklichkeit gar nicht statt, außer bei hochverdünnten Gasen in sehr kleinen Gefäßen, näherungsweise. Aber selbst wenn sich in dem letztgenannten Fall, also bei künstlich verkürzter freier Weglänge, Abweichungen zeigten, so würde man dieselben als Oberflächenwirkungen zu bezeichnen haben, die mit dem normalen Verhalten hinreichend ausgedehnter Gasmengen nichts zu schaffen haben.

Für mich persönlich hat deshalb nie ein Zweifel darüber bestanden, daß z. B. in dem Scherrerschen Gasmodell unter l sinngemäß eine Größe von der Ordnung der mittleren freien Weglänge zu verstehen sei. Merkwürdigerweise begegnet man in der Literatur immer wieder der Behauptung, daß dies zwar selbstverständlich für jedermann das Naheliegendste wäre, daß man dabei jedoch leider auf faustdicke Widersprüche mit der Erfahrung stoße[2]). Es scheint beinahe zum Dogma geworden zu sein, daß Gasentartung, wenn es sie überhaupt gibt, mit freier Weglänge nichts zu schaffen habe.

Einen ausführlichen Versuch, die freie Weglänge ins Spiel zu bringen, haben, auf Anregung von Nernst, in ihrer oben angeführten Untersuchung Sommerfeld und Lenz unternommen. Der Grundgedanke ist der: bei Übertragung der Debyeschen Methode der Eigenschwingungen vom festen Körper auf das Gas, findet man, wie erwähnt, als charakteristische Länge, die hier als Grenzwellenlänge auftritt, die Größenordnung (3), d. h. mittleren Molekülabstand. Da man aber von Schallwellen in einem Gas bestenfalls nur bis herab zu einer Wellenlänge = freie Weglänge sprechen kann, versucht man, abweichend von Debye, das Schallspektrum schon bei dieser Wellenlänge abzubrechen. Der Versuch schlägt aber gänzlich fehl, führt auf eine ganz falsche Zustandsgleichung ($pV = 3RT$) schon bei hoher Temperatur. Ich glaube, man darf heute die am Schluß dieser Untersuchung (l. c., S. 146) aufgeworfene Frage „ob die Methode der Eigenschwingungen überhaupt beim Problem der einatomigen Gase zum Ziele führt", unbedenklich verneinen.

Von anderen Darstellungen, in denen der Begriff der freien Weglänge eine Rolle spielt, ist mir nur noch die zweite Theorie von Sackur[1]) bekannt. Hier verschwindet sie jedoch wieder aus den Formeln, indem — lediglich aus Versehen, soweit ich sehen kann — für eine Größe, die in Wahrheit von der Größenordnung des Kubus der freien Weglänge ist, V/N eingesetzt wird[2]). Auch läßt sich die Theorie nicht einfach durch Richtigstellung dieses Versehens korrigieren, weil sonst die freie Weglänge bzw. der Durchmesser der Moleküle in die chemische Konstante einginge, die doch nach den heute vorliegenden Messungen[3]) nur von ihrer Masse abzuhängen scheint.

Unter diesen Umständen sei es mir gestattet, im folgenden die rohe Skizze einer Theorie vorzulegen, die sich eng an die Arbeiten von Scherrer und von Brody anschließt und die, wie ich glaube, dartut, daß die Identifizierung der charakteristischen Länge mit der freien Weglänge der Erfahrung nicht widerspricht. Vor allem handelt es sich darum, einzusehen, daß bei dieser Auffassung nicht etwa die freie Weglänge, und damit die Dimensionen des Moleküls, in die chemische Konstante eingehen. Da im übrigen die freie Weglänge beim Normalvolum etwa fünfzigmal größer ist als der mittlere Abstand, wird Θ gegenüber der obigen Schätzung (5) um das Mehrtausendfache herabgedrückt, und damit wohl jede Gefahr eines Konfliktes mit den experimentellen Daten über Zustandsgleichung und thermisches Verhalten der Gase vermieden. (Dies war ja auch schon

1) Nernst (Die Grundlagen des neuen Wärmesatzes, S. 170) urteilt, daß von den Theorien dieser Gruppe einzig seine eigene gerade noch nicht mit der Erfahrung in Widerspruch steht.

2) Die Behauptung findet sich gewöhnlich in der Form, daß die charakteristische Frequenz mit der mittleren Stoßzahl eines Moleküls nichts zu schaffen haben könne. So Nernst, Die Grundlagen des neuen Wärmesatzes, S. 63; O. Stern, Zeitschr. f. Elektrochemie **25**, 80, 1919. M. Born, Atomtheorie des festen Zustandes, S. 702, Leipzig, B. G. Teubner 1923. In dieser Form ist sie allerdings richtig, nämlich: nichts mit der mittleren Stoßzahl bei gewöhnlicher Temperatur, sondern mit dem Grenzwert für sehr tiefe Temperatur (s. u.)!

1) O. Sackur, Ann. d. Phys. (4) **40**, 67, 1913.

2) Es ist die Größe $\bar{x}\bar{y}\bar{z}$ in der letzten Gleichung auf S. 77, l. c.

3) W. Nernst, Grundlagen des neuen Wärmesatzes, S. 151; Lewis, Gibson u. Latmer, Journ. Am. Chem. Soc. **44**, 1008, 1922; F. A. Henglein, Zeitschr. f. Phys. **12**, 245, 1922; F. Simon, ibid. **15**, 307, 1923.

Digitized by Google

für Sommerfeld und Lenz der Anlaß, zur freien Weglänge zu greifen.)

Wir denken uns also N-Gasatome in einem Volumen V eingeschlossen. Die freien Weglängen, die im Laufe der Bewegung des Systems auftreten, ersetzen wir alle durch einen Mittelwert λ und stellen uns weiter vor, daß ein Atom auf seiner freien Weglänge nur solche Geschwindigkeiten haben kann, wie sie ihm durch die Quantentheorie vorgeschrieben würden, wenn es dieselbe Strecke λ, unter Reflexion an den Endpunkten beständig hin- und wiederliefe. Das heißt, die erlaubten Geschwindigkeitswerte sind v_n:

$$2mv_n\lambda = nh. \tag{6}$$

(m = Masse, n = positive ganze Zahl.)

Nun wollen wir nach Planck[1]) die Zustandssumme unseres Gasmodells aufsuchen, d. h. die Summe

$$s = \sum e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} \tag{7}$$

erstreckt über alle verschiedenen Energiestufen ε des Gasmodells. Einen Hauptpunkt, wenn man zu sogenannten „absoluten" Werten der thermodynamischen Funktionen gelangen will, bildet dabei bekanntlich die richtige Entscheidung, welche Zustände des Systems noch als wesentlich verschieden anzusehen sind. Wir wollen nun den Zustand des Modells als genau bekannt ansehen, wenn wir von jedem einzelnen individuellen Atom wissen

1. in welcher von gewissen Z gleich großen Raumzellen, in die wir uns das Volumen V eingeteilt denken, es liegt;

2. welchen der nach (6) erlaubten Geschwindigkeitsbeträge es besitzt (oder welche Quantenzahl n ihm zukommt);

3. in welchen von gewissen k_n gleich großen räumlichen Winkeln seine Geschwindigkeit hinein gerichtet ist (der Index bei k soll anzeigen, daß die Zahl der als wesentlich verschieden anzusehenden Richtungen noch vom Absolutbetrag der Geschwindigkeit abhängen kann, s. u.).

Die richtige Wahl von Z und k_n bleibt vorbehalten.

In der Zustandssumme (7) wird dann jedes Glied, das einer gewissen Folge von Quantenzahlen entspricht

$$n_1, n_2 \ldots n_N,$$

d. h. einem Zustand, wobei jedes individuelle Atom einen bestimmten Absolutwert der Geschwindigkeit hat,

$$Z^N \cdot \prod_i k_{n_i}$$

mal vorkommen, weil jedes Atom sich noch in der 1ten bis Zten Zelle befinden, das erste k_{n_1}, das zweite k_{n_2} usw. verschiedene Geschwindigkeitsrichtungen haben kann. Beachten wir noch

$$\varepsilon = \tfrac{1}{2}\sum mv_i^2 = \frac{h^2}{8m\lambda^2}\sum n_i^2,$$

so kommt

$$s = Z^N \sum k_{n_1} k_{n_2} \ldots k_{n_N} e^{-\frac{h^2}{8m\lambda^2 kT}(n_1^2 + n_2^2 + \ldots n_N^2)}. \tag{8}$$

Die Σ ist jetzt natürlich anders zu verstehen, als früher: zwar hat immer noch jede der Zahlen n_1 bis n_N unabhängig von den anderen alle Werte von 1 bis ∞ zu durchlaufen, dagegen hat man sich um Ort und Geschwindigkeitsrichtung nicht mehr zu kümmern.

Daher löst sich s ohne weiteres in ein Produkt auf

$$s = \left(Z \sum_{n=1}^{\infty} k_n e^{-\frac{n^2 h^2}{8m\lambda^2 kT}}\right)^N. \tag{9}$$

und die Plancksche charakteristische Funktion Ψ wird

$$\Psi = k \ln s = Nk \ln \left(Z \cdot \sum_{n=1}^{\infty} k_n e^{-\frac{n^2 h^2}{8m\lambda^2 kT}}\right). \tag{10}$$

Das Wichtigste ist nun die korrekte Abgrenzung unserer Raum- und Richtungszellen, die freilich, in Anbetracht unserer rohen Grundannahmen, zunächst auch nur einen größenordnungsmäßigen Sinn haben kann. Die einzigen mit unseren Grundannahmen in vernünftigem Einklang stehenden Annahmen darüber scheinen mir die folgenden zu sein:

1. Von einer bestimmten Geschwindigkeit v_n hat man so viele (k_n) verschiedene Richtungen zu unterscheiden, daß die Vektordifferenz benachbarter Richtungen von der Größenordnung

$$v_1 = \frac{h}{2m\lambda} \tag{11}$$

wird. Das führt etwa auf

$$k_n = \frac{4\pi v_n^2}{v_1^2} = 4\pi n^2. \tag{12}$$

2. Die Lineardimensionen der Raumzellen sind von der Größenordnung der freien Weglänge λ anzunehmen. Denn bei der pendelnden Quantenbewegung, durch die wir die wirkliche Bewegung des Atoms ersetzt haben, um zu der Bedingung (1) zu gelangen, durchläuft dasselbe ja eben die Strecke λ in einem Quantenzustand. Es hat also sicher keinen Sinn, die Raumzellen kleiner zu wählen, aber wohl auch nicht viel größer, weil man sonst räumlich weit getrennte „Quantenbahnen" als ununterscheidbar bezeichnen würde. Die genaue Größe der Raumzellen bestimmen wir auf Grund der Planckschen Forderung, daß die „Zellengröße" im Gasphasenraum h^{3N} oder im Molekülphasenraum h^3 sein soll. D. h. es soll

$$m^3 v^2 \Delta v \Delta\omega \Delta x \Delta y \Delta z = h^3. \tag{12a}$$

1) M. Planck, Theorie der Wärmestrahlung, 4. Auflage, S. 127 u. 206.

Digitized by Google

Auf Grund unserer Festsetzungen (6) und (12) heißt das, es soll

$$m^3 \cdot \left(\frac{nh}{2m\lambda}\right)^2 \cdot \frac{h}{2m\lambda} \cdot \frac{1}{n^2} \cdot \frac{V}{Z} = h^3$$

oder

$$Z = \frac{V}{8\lambda^3} \cdot \quad . \quad (13)$$

Als Größe der Raumzellen folgt also der Kubus der doppelten freien Weglänge — in voller Übereinstimmung mit der durch direkte Überlegung als vernünftig erkannten Größenordnung.

Mit (12) und (13) wird (10)

$$\Psi = Nk \ln\left(\frac{\pi V}{2\lambda^3} \sum_{n=1}^{\infty} n^2 e^{-n^2 \frac{\Theta}{T}}\right), \quad (14)$$

mit der Abkürzung

$$\Theta = \frac{h^2}{8m\lambda^2 k} \cdot \quad (15)$$

Für ein Gas unter Normalbedingungen ist Θ von der Größenordnung Zehntausendstel °C. Das heißt, nach unserer Auffassung wird man wohl niemals erwarten können, sei es in der Zustandsgleichung, sei es im thermischen Verhalten der Gase wirklich Entartungserscheinungen aufzufinden. Man darf für alle Temperaturen die Summe durch ein Integral approximieren

$$\sum_1^{\infty} n^2 e^{-n^2 \frac{\Theta}{T}} = \left(\frac{T}{\Theta}\right)^{3/2} \int_0^{\infty} x^2 e^{-x^2} dx = \left(\frac{T}{\Theta}\right)^{3/2} \frac{\sqrt{\pi}}{4} \cdot \quad (16)$$

Beim Einsetzen in (14) (unter Beachtung von (15)) fällt die freie Weglänge λ ganz heraus. Man findet

$$\Psi = \frac{3Nk}{2} \ln(V^{1/3}T) + Nk \ln \frac{(2\pi mk)^{3/2}}{h^3} \cdot \quad (17)$$

Daraus die Entropie

$$S = \Psi + T\left(\frac{\partial \Psi}{\partial T}\right)_v = \Psi + \frac{3Nk}{2},$$

$$S = \frac{3Nk}{2} \ln(V^{1/3}T) + Nk \ln \frac{(2\pi mek)^{3/2}}{h^3} \cdot \quad (18)$$

Dieser Wert für die Entropie eines idealen einatomigen Gases unterscheidet sich von dem üblichen (s. Planck, Wärmestrahlung, 4. Aufl., S. 211, Gl. 442) um den Addenden

$$Nk \ln\left(\frac{N}{e}\right) = k \ln(N!), \quad (19)$$

d. h. es ist bei uns, gegenüber Planck, in der thermodynamischen Wahrscheinlichkeit bei hoher Temperatur gerade jener Faktor

$$\frac{1}{N!}$$

unterdrückt, gegen dessen Einschleppung P. Ehrenfest und V. Trkal — wie wir glauben, mit Recht — Bedenken erhoben haben.

Nach (18) ist die Gasentropie S nicht eine homogene Funktion ersten Grades von N und V, d. h. sie hat für die doppelte Menge Gas im gleichen Zustand nicht den doppelten Betrag. Das ist auch gar nicht nötig[1]). Aber natürlich darf man dann nicht einfach den Ausdruck (18), angewendet auf den gesättigten Dampf in dem Temperaturgebiet, wo die spezifische Wärme des Kondensats praktisch gleich Null geworden ist, als die Entropiedifferenz des gesättigten Dampfzustandes gegenüber dem kondensierten Zustand ansprechen. Denn diese Entropiedifferenz muß natürlich der Menge proportional sein! Man darf also dem Kondensat im wärmeentblößten Zustande nicht die Entropie Null zuschreiben. Vielmehr zeigt sich, daß man N kondensierten Atomen die Entropie

$$k \ln(N!) \quad (20)$$

zuschreiben muß, wenn aus (18) durch die angedeuteten Überlegungen der richtige Wert der chemischen Konstante[2]) gefolgert werden soll.

Dieser Wert für die Kondensatentropie im wärmeentblößten Zustand, der im ersten Augenblick befremdet, folgt, wie mir scheint, ganz zwangläufig, wenn man die Ehrenfest-Trkalschen Einwände überdenkt. $N!$ ist eben die Permutationszahl von N (beinahe) „festgefrorenen" kondensierten Atomen[3]). Um die, vielleicht etwas mißliche, Notwendigkeit, daß einem System, aus dem sich nach aller Erfahrung keine meßbare Wärmemenge mehr „herauspressen" läßt, doch ein endlicher Entropiewert zugeschrieben werden muß — um diese Notwendigkeit, sage ich, kommt auch die Plancksche Theorie nicht herum; und zwar im Falle der Mischkristalle, denen sie bekanntlich die „absolute Entropie"

$$k \ln \frac{(N_1 + N_2)!}{N_1! N_2!}$$

(N_1, N_2 die Molekülzahlen) geben muß[4]). Es scheint mir vielmehr gerade ein Vorteil unserer (oder, wenn wir Ehrenfest recht verstanden haben, seiner) Auffassung, daß die mysteriöse Sonderstellung der Mischkristalle auf diese Weise beseitigt wird.

Übrigens ist darauf, daß wir genau den richtigen Wert für die chemische Konstante er-

1) S. P. Ehrenfest u. Trkal, Ann. d. Phys. (4) 65, 626, 1921.

2) $\ln \frac{(2\pi m)^{3/2} k^{5/2}}{h^3}$.

3) Man vergleiche die Ausführungen Plancks (W. Str., 4. Aufl., S. 213), denen wir aber nur in ihrer ersten Hälfte beipflichten.

4) Das Verschwinden dieses Entropieanteils verlegt Planck (l. c., S. 218ff.) in ein Temperaturgebiet, wo die Gesetze der Thermodynamik ihre Gültigkeit verloren haben. Dasselbe kann man sich, wenn man will, für den Entropieanteil (20) denken.

Digitized by Google

halten, natürlich kein besonderes Gewicht zu legen. Hiefür genügt bekanntlich die Plancksche Festsetzung der Zellengröße im Phasenraum (s. Gl. 12a), ohne daß es auf die Zellenform irgend ankäme[1]). Letztere hat nur Einfluß auf den Gültigkeitsbereich der für hohe Temperatur berechneten Näherungsformeln, indem durch die spezielle Theorie der Gasentartung der kritische Temperaturwert Θ festgelegt wird, der durch die Bedingung $T \gg \Theta$ jenen Gültigkeitsbereich nach unten begrenzt. Wir haben oben die Plancksche Forderung (12a) benutzt, um den Zahlenfaktor in (13) festzulegen. Doch konnten wir (13), d. h. die Festlegung der Größe der Raumzellen, der Größenordnung nach auch direkt als vernünftig einsehen. —

Es ist schon oft darauf hingewiesen worden, daß die Anwendung einer richtigen Theorie der Gasentartung auf die freien Elektronen vielleicht über die bekannten Schwierigkeiten in der Theorie der Metalle hinweghelfen könnte[2]). Ohne darauf im Augenblick näher eingehen zu wollen[3]), will ich doch auf folgendes hinweisen.

Die Θ-Formel (15) liefert mit der Elektronenmasse und mit einer gaskinetischen Größenordnung für λ (10^{-5} cm) immer noch Temperaturwerte unterhalb $1^0 K$, so daß eine merkliche Entartung des Elektronengases bei mittleren Temperaturen nicht folgen würde. Das ist vernünftig, denn anders läßt sich der Richardsoneffekt nicht verstehen.

Nimmt man dagegen gleichzeitig für λ solche Werte, wie sie im Innern eines Metalles wahrscheinlich sind (10^{-7} bis 5×10^{-8}), so kommt man auf Θ-Werte zwischen 4500 und $18000^0 K$, d. h. die Metallelektronen wären bei mittleren Temperaturen schon vollständig entartet. Bei ihnen würde man sich in Formel (14) auf das erste Glied beschränken können und das Fehlen eines Beitrages zur spezifischen Wärme wäre verständlich.

Das Verhältnis zwischen den Metallelektronen und den aus dem Metall austretenden Richardsonelektronen wäre ähnlich dem zwischen einem Kondensat, das seine spezifische Wärme bei tiefer Temperatur bereits eingebüßt hat, und seinem noch nicht entarteten Dampf.

1) S. Planck, Wärmestrahlung, 4. Aufl., S. 132f. K. F. Herzfeld, Ann. d. Phys. (4) **69**, 54, 1912.

2) Vgl. z. B. W. H. Keesom in Vorträge über die kinetische Theorie der Materie und der Elektrizität, S. 194. Leipzig 1914.

3) Man müßte dazu die wichtigen Untersuchungen M. v. Laues heranziehen, Jahrbuch d. Rad. u. Elektronik **15**, 205, 257, 1918; S. 301, 1919; Ann. d. Phys. **58**, 695, 1919.

Zusammenfassung.

Es wird eine Theorie der Gasentartung skizziert, die sich eng an die Scherrersche anlehnt, in der jedoch als „charakteristische Länge" die freie Weglänge auftritt. Diese Auffassung könnte für die Theorie der Metallelektronen von Bedeutung sein.

Nachtrag bei der Korrektur am 25. Januar 1924.

Zur Frage der „Division durch $N!$" wäre noch D. Enskog, Ann. d. Phys. (4) **72**, 321, 1923 zu nennen gewesen. Ferner spricht sich Enskog dafür aus, daß die Translationsbewegung überhaupt nicht zu quanteln sei. Das würde zu folgender Konsequenz führen (von der ich keineswegs behaupten will, daß sie unbedingt abzulehnen sei). Es würde z. B. ein Sublimationsgleichgewicht, so oft ein Atom sublimiert oder kondensiert, die Zahl der Quantenbedingungen, denen das Gesamtsystem unterworfen ist, abnehmen bzw. zunehmen. Veranschaulicht man sich die Gesamtheit der möglichen Systembewegungen in Gibbsscher Art durch die Strömung einer Flüssigkeit im Systemphasenraum, so gäbe es kleine endliche Flüssigkeitsvolumelemente, die beim Strömen mit einem Male die Dimensionszahl ihrer Ausdehnung veränderten. Oder anschaulich dreidimensional gesprochen: eine Stromröhre von flächenhaftem Querschnitt würde in ein Stromband oder in eine Stromlinie einlaufen und an anderer Stelle wieder auslaufen. Dem atomistischen Geschehen würde eindeutige kausale Bestimmtheit mangeln — ganz in dem Sinne, wie Franz Exner[1]) vermutet und mit guten Gründen vertritt.

1) F. Exner, Vorlesungen über die physikalischen Grundlagen der Naturwissenschaften, Wien, F. Deuticke 1919 und 1921, Abschnitt IV „Über Naturgesetze".

(Eingegangen 17. Dezember 1923.)

Die chemische Natur des Cassiusschen Purpurs.

Von A. Huber.

Über die chemische Natur des Cassiusschen Purpurs, dieses in der Keramik viel verwendeten Farbstoffes, bestanden von jeher zwei Auffassungen. Die eine Auffassung, vor allem von Berzelius vertreten, ging dahin, den Purpur als eine Verbindung von Goldoxyduloxyd mit Zinnoxyduloxyd anzusehen, wobei ihm nach Analysen die Formel zukam

$$Au_2O_2 \cdot 2SnO_2 \cdot x \cdot H_2O.$$

Digitized by Google

Die andere Auffassung, besonders durch Zsigmondy vertreten, behauptet, daß das Gold im Purpur nicht chemisch gebunden sei, sondern daß die rote Farbe des Purpurs analog derjenigen von kolloidalen Goldlösungen durch die disperse Natur des in ihm enthaltenen Goldes bewirkt werde.

Der Entscheid, welche von diesen Ansichten die richtige ist, kann mittels Röntgenstrahlen getroffen werden und war das Ziel der vorliegenden Arbeit.

Ich habe mit Hilfe der Pulvermethode von Debye und Scherrer eine Aufnahme von Cassiusschem Purpur gemacht[1]). Diese zeigte eine Reihe ziemlich scharfer Interferenzlinien, aus deren Lage sich folgende Glanzwinkel $\frac{\vartheta}{2}$ berechnen:

$\frac{\vartheta}{2} = 17^0 15'$	$19^0 23'$	$22^0 18'$	$26^0 11'$	$32^0 26'$
s	*st*	*m-st*	*s*	*m*
$34^0 34'$	$39^0 04'$	$41^0 01'$	$45^0 42'$	$49^0 37'$
s	*st*	*s-m*	*s*	*s-m*
$55^0 28'$	$57^0 49'$	$67^0 56'$		
m	*st*	*st*		

Die Buchstaben unter den Winkelangaben bezeichnen die geschätzten Intensitäten, *s* = schwach, *m* = mittel, *st* = stark.

Als Röntgenstrahlung wurde Kupfer K-Strahlung benutzt. Entsprechend der K_α- und K_β-Linie hat man von jeder Netzebene zwei Reflexionen zu erwarten. Die Sinusse der Glanzwinkel zusammengehöriger α- und β-Reflexionen verhalten sich wie die Wellenlängen dieser beiden Strahlungen. Indem man also nach dem Verhältnis

$$\frac{\lambda_\alpha}{\lambda_\beta} = \frac{\left(\sin\frac{\vartheta}{2}\right)_\alpha}{\left(\sin\frac{\vartheta}{2}\right)_\beta} = 1{,}107$$

sucht, kann man die α- von den β-Linien trennen. Von den 13 Interferenzlinien rühren die oben fettgedruckten von der K_α-Strahlung her.

Bildet man die Verhältnisse der Werte von $\sin^2\frac{\vartheta}{2}$ der verschiedenen K_α-Interferenzlinien, so sieht man, daß sie sich verhalten wie ganze Zahlen. Daraus folgt, daß die Kristalle, welche zu diesen Interferenzlinien Anlaß gaben, dem regulären System angehören, denn nur für dieses System gilt die genannte Eigenschaft. Für die bei einem regulären Kristall auftretenden Interferenzen gilt nämlich

$$\sin^2\frac{\vartheta}{2} = \frac{\lambda^2}{4a^2}(h_1^2 + h_2^2 + h^2_3).$$

1) Der Purpur wurde mir zur Verfügung gestellt von Herrn Prof. Zsigmondy, wofür ich ihm hier bestens danken möchte.

Die auf unserm Film vorkommenden Verhältniszahlen sind:

3, 4, 8, 11, 12, 16, 19, 20, 24.

Diese Zahlen lassen sich sämtlich als Summe von drei Quadraten darstellen, und wir können diese Zahlen direkt als Σh^2 auffassen. Dabei treten nur ungemischte Indizestrippel $h_1 h_2 h_3$ auf, woraus folgt, daß das Gitter der betreffenden Kristalle flächenzentriert ist.

Das Verhältnis

$$\frac{\sin\frac{\vartheta}{2}}{\sqrt{\Sigma h^2}} = \frac{\lambda}{2a}$$

muß nach obiger Formel für eine bestimmte Wellenlänge und einen bestimmten Kristall eine konstante sein. (a = Kantenlänge des Elementarwürfels.)

In folgender Tabelle sind die experimentell gefundenen Werte von $\frac{\sin\frac{\vartheta}{2}}{\sqrt{\Sigma h^2}}$ angegeben.

$\frac{\vartheta}{2}$	h_1	h_2	h_3	$\frac{\sin\frac{\vartheta}{2}}{\sqrt{\Sigma h^2}}$	Geschätzte Intensitäten
$17^0 15'$	1	1	1	0,172	*s*
$19^0 23'$	1	1	1	0,190	*st*
$22^0 18'$	0	0	2	0,190	*m-st*
$26^0 11'$		—		—	*s*
$32^0 26'$	0	2	2	0,190	*m*
$34^0 34'$	1	1	3	0,172	*s*
$39^0 04'$	1	1	3	0,190	*st*
$41^0 01'$	2	2	2	0,190	*s-m*
$45^0 42'$		—		—	*s*
$49^0 37'$	0	0	4	0,190	*s-m*
$55^0 28'$	1	3	3	0,190	*m*
$57^0 49'$	0	2	4	0,190	*st*
$67^0 56'$	2	2	4	0,190	*st*

Diese Konstanz ergibt sich für beide Strahlungen mit größter Genauigkeit. Für die K_α-Strahlung ist die Konstante $\frac{\sin\frac{\vartheta}{2}}{\sqrt{\Sigma h^2}}$ 0.190, für die K_β-Strahlung 0,172. Diese beiden Konstanten sind gerade diejenigen, die man für das Raumgitter des Goldes, $a = 4{,}07 \cdot 10^{-8}$ nach Vegard, berechnet. Damit ist gezeigt, daß die Interferenzlinien tatsächlich von Goldkristallen herrühren. Es sind auch alle überhaupt zu erwartenden Linien vorhanden.

Nun bleiben noch die beiden schwachen Linien bei $\frac{\vartheta}{2} = 26^0 11'$ und $\frac{\vartheta}{2} = 45^0 42'$ zu erklären. Diese sind, wie der Vergleich mit einer Aufnahme von kolloidaler Zinnsäure zeigt, identisch mit den stärksten Reflexionen an S_nO_2-Kristallen.

Digitized by Google

Aus der Untersuchung geht also mit Sicherheit hervor, daß im Cassiusschen Purpur das Gold nicht chemisch gebunden ist, sondern daß er ein Gemisch von kolloidem Gold und kolloider Zinnsäure darstellt.

Herrn Prof. Scherrer danke ich für die Anregung, dem Aluminiumfond Neuhausen für die Überlassung der Mittel zu dieser Untersuchung.

Zürich, 21. Dezember 1923.

(Eingegangen 27. Dezember 1923.)

Über die Existenz quasi-ergodischer Systeme.

Von W. Urbański.

Herr Enrico Fermi hat in dieser Zeitschrift Nr. 12, 1923 einen Existenzbeweis quasi-ergodischer Systeme veröffentlicht. Leider sind die Betrachtungen des Verfassers nicht hinreichend, nämlich in doppelter Hinsicht.

1. Der Verfasser verallgemeinert den Poincaréschen Satz über die Nichtexistenz einer analytischen Integralfläche der kanonischen Differentialgleichungen eines Normalsystems. Aber damit wird noch nichts über die nichtanalytischen Flächen geurteilt.

Dieser Mangel wurde schon vom Verfasser selbst in der Fußnote (S. 265) bemerkt.

Betrachten wir ein Ausgangsgebiet σ, dessen Begrenzung eine analytische Hyperfläche darstellt. Wenn wir die Bewegung dieses Gebietes vorwärts (t von 0 bis $+\infty$) und rückwärts (t von 0 bis $-\infty$) verfolgen, so erhalten wir ein Gebiet (offene zusammenhängende Punktmenge) σ_1. Wenn σ_1 nicht mit dem ganzen E-Gebiete (Energiefläche) zusammenfällt, so kann eine Fläche S vorhanden sein, welche σ_1 vom Reste $\sigma_2 = E - \sigma_1$ trennt. Diese Fläche kann vom wandernden Gebiete σ in endlicher Zeit erzeugt werden, dann muß sie stückweise analytisch sein wegen der Kontinuitätseigenschaften. Wenn sich aber σ nur asymptotisch dem S nähert, so mag es sogar nicht regulär sein.

2. Nehmen wir jetzt an, es gebe für jedes anfängliche Gebiet σ keine solche Fläche S, auch keine nichtanalytische. Daraus kann man zwar die Existenz einer quasi-ergodischen Bahnkurve herleiten; gibt es aber nur eine solche Kurve oder mehrere? Die Antwort ist gar nicht evident. Nehmen wir an, daß die Größe des Ausgangsgebietes σ zu Null abnimmt und sich um einen Punkt P zusammenzieht. Das Gebiet σ_1 wird dann im allgemeinen zusammenschrumpfen. Im Grenzprozesse gibt σ_1 die durch P gehende Bahnkurve und alle diejenigen Bahnkurven, die sich ihr asymptotisch annähern. Nennen wir $\lim \sigma_1 = \sigma_1'$. σ_1' enthält alle etwaigen quasi-ergodischen Bahnkurven.

Wenn es mindestens eine quasi-ergodische Bahnkurve gibt, muß σ_1' überall dicht in E sein. Und umgekehrt läßt sich leicht zeigen, daß es im Falle, daß σ_1' überall dicht ist, mindestens eine q-ergodische Bahnkurve gibt.

Die Restmenge $\sigma_2 = E - \sigma_1$, obwohl nirgends dicht, kann jedoch ein von Null verschiedenes Maß haben und es ist sogar möglich, daß $\sigma_2' = \lim \sigma_2$ das volle Maß der Energiefläche, und σ_1' das Maß Null hat. Die Nullmengen im Phasenraume haben aber die Wahrscheinlichkeit Null. Wenn also die quasi-ergodischen Bahnkurven eine Nullmenge bilden würden, könnte man nicht behaupten, daß im allgemeinen das betrachtete System quasi-ergodisch ist —, vielmehr das umgekehrte.

Krakau, Bergakademie, 4. Januar 1924.

(Eingegangen 19. Januar 1924.)

BESPRECHUNGEN.

G. v. Hevesy und F. Paneth, Lehrbuch der Radioaktivität. gr. 8°. X u. 213 S. m. 36 Abbildungen. Leipzig, J. A. Barth. 1923. Geb. M. 6.90.

Die Radioaktivität ist in den letzten Jahren als Forschungsgebiet zu einem gewissen Abschluß gelangt und befindet sich zur Zeit in einem Stadium des inneren Ausbaues und der Vertiefung Wohl gibt es bekannte Handbücher, die das ganze Gebiet abgerundet und in großer Ausführlichkeit darstellen, aber sie sprechen in erster Linie zu dem Forscher, der sie als wertvolle Nachschlagewerke zu schätzen weiß. Für den Studenten oder den experimentellen Anfänger fehlt es dagegen noch an einem Buch, das ihn in die Ideenwelt radioaktiver Forschung einführt, ohne ihn durch die Fülle des Stoffes zu ermüden. Die durch ihre Arbeiten auf radioaktivem Gebiet bekannten Verfasser haben den Versuch gemacht, diese Lücke auszufüllen und er ist ihnen wohlgelungen. Vor uns liegt ein gut ausgestattetes Bändchen von rund 200 Seiten, das als Lehrbuch der Radioaktivität so recht geeignet erscheint, das Interesse an den radioaktiven Vorgängen zu wecken und zu erhalten.

Es ist ein Buch über Radioaktivität im weitesten Sinne, indem es außer den unmittelbar radioaktiven Vorgängen auch die Ergebnisse der Atomforschung sowie wichtige Anwendungsgebiete auf Chemie und Geologie mit einschließt. Bei der Anordnung und Auswahl des Stoffes sind didaktische

Digitized by Google

Gesichtspunkte in den Vordergrund gerückt, von den Meßmethoden findet man nur die Prinzipien, nicht aber die Vorschriften für die praktische Ausführung gegeben.

In den ersten Kapiteln werden die verschiedenen Strahlenarten: α-, β- und γ-Strahlen, Sekundärstrahlen und Rückstoßstrahlen behandelt. Es folgen dann Kapitel über die Konstitution des Atoms sowie über die Zerfallstheorie und ihre vielseitigen Anwendungen. Vom 12. Kapitel ab tritt die Chemie stärker in den Vordergrund. Einem allgemein gehaltenen Kapitel über die chemischen Eigenschaften der Radioelemente folgen Abschnitte über Isotopie und periodisches System, über Änderung des chemischen Charakters innerhalb einer Umwandlungsreihe, über die Verschiebungssätze, über das chemische Verhalten äußerst geringer Substanzmengen und über die Anwendung der Radioelemente als Indikatoren bei physikalischen und chemischen Untersuchungen. Anschließend findet man Kapitel über die Isotopie als allgemeine Eigenschaft der Materie, über Trennung von Isotopen und über Mischelemente und Reinelemente. Auch die Methoden der Reindarstellung der einzelnen Radioelemente werden eingehend besprochen. Gerade diese Kapitel sind besonders wertvoll, da sie Material enthalten, das in dieser Ausführlichkeit und Übersichtlichkeit anderswo schwer zu finden ist. Schließlich werden die Wirkungen der Radiumstrahlen — Ionisation, Lumineszenz, Wärmeentwicklung usw. — sowie die Beziehungen zwischen Radioaktivität und Geologie ausführlich behandelt.

Da das Buch von didaktischen Gesichtspunkten aus geschrieben ist, fehlt der historische Rahmen, der in anderen Darstellungen dieses Gebietes immer in den Vordergrund tritt. Wer aber an der historischen Entwicklung Interesse hat, findet im Schlußkapitel nähere Angaben über die Entfaltung der Radiumforschung und über den Anteil, den die einzelnen Gelehrten und Institute daran genommen haben. Auch ein Literaturverzeichnis ist angefügt, in dem die Publikationen aufgeführt werden, die in den größeren Werken, namentlich in dem bereits 1916 erschienenen Buch von St. Meyer und v. Schweidler noch fehlen. Dieses Literaturverzeichnis wird gerade der fortgeschrittene Forscher sehr begrüßen. Überhaupt will es dem Referenten scheinen, daß das Buch über seinen eigentlichen Zweck hinaus — nämlich als Lehrbuch für Studenten — auch in manchem Forschungslaboratorium zur raschen Orientierung über radioaktive Fragen einen Platz verdient. Von diesem Gesichtspunkt aus wäre allerdings eine größere Vollständigkeit der Tabellen zu begrüßen, was auch ohne Erweiterung des Buchumfangs wohl möglich wäre. H. Geiger.

E. Buchwald, Das Korrespondenzprinzip. (Sammlung Vieweg.) Tagesfragen aus den Gebieten der Naturwissenschaften und der Technik. Heft 67. Herausgegeben von K. Scheel. 8°. VI u. 127 S. m. 28 Abbildungen. Braunschweig, Friedr. Vieweg u. Sohn, Akt.-Ges. 1923. Grundzahl M. 5.50.—.

Die Aufgabe, die sich die Sammlung Vieweg gestellt hat, im Stadium der Entwicklung stehende Theorien weiteren Kreisen bekannt zu machen, ist ihr in diesem Bändchen ganz besonders dank der ausgezeichneten und klaren Schreibweise E. Buchwalds geglückt. Buchwald hat es bestens verstanden, in das Gebiet des Korrespondenzprinzips, welches er einen schönen, fruchtbaren Garten nennt, der nur von einer dornigen Hecke umgeben ist, möglichst gangbar einzuführen. Der Leser, der in der Quantentheorie Bescheid weiß und Sommerfelds bekanntes Lehrbuch eifrigst studiert hat, wird mit Freude, Genuß und steigendem Interesse den Ausführungen des Verfassers folgen. Das Bändchen bietet eine solche Fülle von Stoff, daß wir es uns versagen müssen, auf Einzelheiten einzugehen. Es sollen nur die Hauptabschnitte desselben erwähnt werden: Über harmonische und unharmonische Oszillatoren, das Korrespondenzprinzip für den Periodizitätsgrad 1 und als Auswahlprinzip, das Korrespondenzprinzip für den Periodizitätsgrad f, die Winkelfunktion des harmonischen Oszillators, Hamilton-Jacobische Methode, Keplerellipse und relativistische Keplerellipse, Zeeman- und Stark-Effekt, Feinstruktur, Höhere Atome, Molekeln. — Wir sehen, eine Fülle von Stoff ist verarbeitet. Den Band 67 der Sammlung Vieweg können wir jedem Physiker wärmstens empfehlen. Karl Bergwitz.

Fr. A. Willers, Numerische Integration. (Sammlung Göschen Nr. 864.) kl. 8°. 116 S. m. 2 Abb. Berlin u. Leipzig, Walter de Gruyter & Co. 1923.

Der Verfasser behandelt im ersten Abschnitt die Parabel $n$ter Ordnung durch $n+1$-Punkte und ihre Verwendung, im zweiten Abschnitt die Mittelwertbildung (Formeln von Newton-Cotes, Gauß, Tschebyscheff), im dritten Abschnitt die Analyse empirischer Kurven, im vierten Abschnitt die angenäherte Integration von Differentialgleichungen (A. Anfangswertprobleme, B. Randwertprobleme).

Das Büchlein ist klar und verständlich geschrieben. Die am Ende der einzelnen Paragraphen durchgerechneten Beispiele sind meist Gebieten der Physik entnommen. Rudloff.

Tagesereignisse.

Die deutsche Technische Hochschule in Brünn tritt in das 75. Jahr ihres Bestandes und es soll dieser Umstand durch ein Fest gefeiert werden, bei welchem sich in den ersten Maitagen 1924 alle derzeitigen und ehemaligen Angehörigen, Freunde und Gönner dieser Hochschule in Brünn vereinigen mögen. Der Festausschuß fordert daher auf diesem Wege alle ehemaligen Hörer und Freunde der Hochschule auf, ehebaldigst ihre Anschriften unter seiner Adresse (Brünn, Kemenskyplatz 2) bekanntzugeben, damit sofort mit der Versendung der Einladungen begonnen werden kann.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Ernannt: Der frühere Dozent an der Universität Straßburg Dr. I. Juge zum ord. Professor der Mathematik an der Universität Klausenburg (Rumänien).

In den Ruhestand: Der Konservator beim Organisch-Chemischen Institut der Technischen Hochschule München Professor Dr. G. Rohde, der ord. Professor der Chemie an der Universität Heidelberg Geheimer Rat Dr. Theodor Curtius.

Gestorben: Der a. o. Professor für qualitative und pharmazeutische Chemie an der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr. Emil Dieckhoff, der frühere Professor der Chemie am Philadelphia College of Pharmacy Dr. Samuel P. Sadler.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. F. Harms in Würzburg. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Digitized by Google

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

No. 3. 1. Februar 1924. Redaktionsschluß für No. 5 am 10. Februar 1924. 25. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

P. Debye u. E. Hückel, Bemerkungen zu einem Satze über die kataphoretische Wanderungsgeschwindigkeit suspendierter Teilchen. S. 49.

M. Yamada, Anhang zu meiner Arbeit: „Über die Oberflächenenergie der Kristalle und die Kristallformen". S. 52.

R. Seeliger, Stoßleuchten, Wiedervereinigungsleuchten und Anregungsfunktion. S. 56.

H. Benndorf, Zuschrift an die Schriftleitung. S. 60.

Zusammenfassende Berichte:

E. Lau, Über die Frage der Feinstruktur ausgewählter Spektrallinien. S. 60.

Besprechungen:

F. Auerbach, Entwicklungsgeschichte der modernen Physik. S. 68.

G. N. Lewis u. M. Randall, Thermodynamics and the free Energy of Chemical Substances. S. 70.

M. Born, Der Aufbau der Materie. S. 71.

M. Planck, Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung. S. 72.

Berichtigungen. S. 72.

Personalien. S. 72.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Bemerkungen zu einem Satze über die kataphoretische Wanderungsgeschwindigkeit suspendierter Teilchen.

Von P. Debye und E. Hückel.

1. Kleine Teilchen, welche in einer Flüssigkeit suspendiert sind, zeigen bekanntlich nach Anlegen eines elektrischen Feldes (dessen Feldstärke X genannt werden soll) eine Wanderungsgeschwindigkeit V, welche jener Feldstärke proportional ist. Man nimmt allgemein mit Helmholtz an, daß solche Teilchen gegen die Flüssigkeit eine Potentialdifferenz $\overline{\psi}$ haben und mit einer entsprechenden Flächenladung versehen sind, die auf die Ionen der umgebenden Flüssigkeit elektrostatische Anziehungs- und Abstoßungskräfte zur Wirkung bringt. Infolgedessen entsteht in der Nähe der Oberfläche jener Teilchen eine Ionenatmosphäre mit Raumladungen entgegengesetzten Vorzeichens, deren Konstitution schon von Gouy[1]) und Chapman[2]) behandelt wurde und mit der wir uns neulich zur Erklärung der Eigenschaften starker Elektrolyte zu beschäftigen hatten[3]). Für viele Überlegungen, so unter anderen bei Helmholtz ist es indessen unnötig, die Ladungsverteilung in jener Atmosphäre genauer zu kennen, es genügt zu wissen, daß sie sich merklich nur über sehr kleine Entfernungen erstreckt. Bringt man nun das elektrische Feld X an, so wird auf das Teilchen eine elektrische Kraft, z. B. nach rechts ausgeübt. Infolgedessen wird sich das Teilchen nach rechts in Bewegung setzen. Wäre keine Ionenatmosphäre vorhanden, so würde die Geschwindigkeit, welche sich stationär einstellt, der Gesamtladung des Teilchens proportional sein, da die entstehende Flüssigkeitsströmung von dieser Ladung unabhängig sein würde. Tatsächlich aber ist jene Atmosphäre vorhanden und da sie relativ zum Teilchen mit entgegengesetzter Raumladung versehen ist, wird die Feldstärke X auch an den Raumelementen der Flüssigkeit angreifen und diese nach links treiben. So wird also infolge vermehrter Reibung die erreichbare stationäre Geschwindigkeit V kleiner sein, als im fiktiven Falle der fehlenden Ionenatmosphäre. Gestützt auf Überlegungen von Smoluchowski[1]) findet man durchweg[2]) zur Berechnung von V eine höchst einfache Formel angegeben, welche den Anspruch erhebt, unabhängig von der Ladungsverteilung in der Ionenatmosphäre und sogar unabhängig von der Form der suspendierten Teilchen Gültigkeit zu besitzen. Sie lautet

$$V = \frac{1}{4\pi} \frac{D\overline{\psi}}{\eta} X, \qquad (1)$$

wobei V die Geschwindigkeit, D die Dielektrizitätskonstante, η die Reibungskonstante der Flüssigkeit, $\overline{\psi}$ das Potential des Teilchens gegen die Flüssigkeit und X die treibende elektrische Feldstärke bedeutet.

War ohne Berücksichtigung der Ionenatmosphäre die Geschwindigkeit der Teilchenladung proportional, so tritt an Stelle davon jetzt Pro-

1) M. Gouy, Journ. de Phys. (4) **9**, 457, 1910.
2) D. L. Chapman, Phil. Mag. **25**, 475, 1919.
3) P. Debye u. E. Hückel, diese Zeitschr. **24**, 185, 305, 1923.

1) M. v. Smoluchowski, Anzeiger der Akad. der Wiss., S. 182. Krakau 1903.
2) So z. B. in Freundlich, Kapillarchemie, II. Auflage, S. 331.

Digitized by Google

portionalität mit dem Potential. Es wäre durchaus unrichtig, glauben zu wollen, daß dieses Potential einfach der Teilchenladung proportional sei, so daß der Ersatz der Ladung durch das Potential nur auf die Unterdrückung eines Proportionalitätsfaktors hinausliefe. Tatsächlich wird durch die Anwesenheit der Ionenatmosphäre der Zusammenhang zwischen Ladung und Potential ganz bedeutend kompliziert, so daß eine etwaige Verdopplung der Ladung nicht eine Verdopplung des Potentials nach sich zieht. Noch merkwürdiger wie diese Abhängigkeit aber ist die Behauptung, daß der Proportionalitätsfaktor unabhängig von der Form der Teilchen, stets den Zahlenwert $1/4\pi$ haben soll. Diese Überlegungen veranlaßten uns, die Begründung der Formel (1) für die kataphoretische Wanderungsgeschwindigkeit zu studieren. Wir kommen dabei zu dem folgenden Resultat. Tatsächlich läßt sich begründen, daß eine Formel

$$V = C\frac{D\bar{\psi}}{\eta}X \qquad (1')$$

zu Recht besteht, unabhängig von der Ladungsverteilung in der Ionenatmosphäre, aber unter der Voraussetzung, daß die Dicke jener Atmosphäre als klein (in der Grenze als unendlich klein) gegenüber den Längenabmessungen des Teilchens angesehen werden kann. Das ist eine Voraussetzung, welche schon Smoluchowski benutzt, und die in den meisten Fällen ohne Bedenken zugelassen werden darf. Dagegen aber ist es unrichtig, wenn der Zahlenfaktor C allgemein zu $1/4\pi$ angenommen wird. C ist tatsächlich von der Form der Teilchen abhängig; wie groß dieser Faktor ist, das kann nur aus einer genaueren Analyse der Flüssigkeitsbewegung von Fall zu Fall gefolgert werden. Im folgenden möchten wir die Überlegungen angeben, welche zu (1') führen. Spezielle Berechnungen von C werden wir nicht reproduzieren. Es möge genügen festzustellen, daß sich in der Tat für kugelförmige Teilchen C zu

$$C = \frac{1}{6\pi}$$

ergibt[1]), während für einen Zylinder

$$C = \frac{1}{4\pi}$$

wäre.

2. In einer Flüssigkeit mit der Reibungskonstante η sei die Ladungsdichte ϱ, so daß unter Einwirkung einer äußeren Feldstärke $\mathfrak{E}$ an jedem Volumelement eine Kraft

$$\mathfrak{F} = \varrho\mathfrak{E} \qquad (2)$$

angreift. Weiter sei das zu der Ladungsverteilung ϱ gehörige Potential ψ genannt. Dann ist

$$\Delta\psi = -\frac{4\pi\varrho}{D},$$

und es kann für $\mathfrak{F}$ auch

$$\mathfrak{F} = -\frac{D\mathfrak{E}}{4\pi}\Delta\psi \qquad (2')$$

geschrieben werden.

In der Flüssigkeit ruhe ein Teilchen beliebiger Form. Die Flüssigkeit ströme am Teilchen vorbei, so daß in großer Entfernung die Stromlinien parallel der x-Achse eines rechtwinkligen Koordinatensystems gerichtet sind und die Geschwindigkeit den Wert $-V$ hat. Auch von der Feldstärke werde angenommen, daß sie in der x-Richtung gerichtet sei, so daß die Komponenten von $\mathfrak{E}$ die Werte X, o, o haben. Ist die Geschwindigkeit in irgendeinem Punkte der Flüssigkeit $\mathfrak{v}$ und der Druck an dieser Stelle p, so gelten die Bewegungsgleichungen

$$\left.\begin{aligned} \eta\,\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\mathfrak{v} + \mathrm{grad}\,p &= \mathfrak{F}, \\ \mathrm{div}\,\mathfrak{v} &= 0, \\ \mathfrak{F} &= -\frac{D\mathfrak{E}}{4\pi}\Delta\psi. \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Daraus ist $\mathfrak{v}$ so zu bestimmen, daß im Unendlichen die Komponenten $-V$, o, o erreicht werden, während an der Oberfläche des Teilchens $\mathfrak{v}$ verschwinden muß.

Man kann nun zunächst eine Strömung abspalten, welche der Wirkung von $\mathfrak{F}$ entspricht, dafür aber die Grenzbedingungen verletzt. Diese müssen dann nachträglich befriedigt werden durch Angabe einer zusätzlichen Strömung, welche für die Berechnung den Vorteil aufweist, kräftefrei stattzufinden. Dieses wird erreicht durch folgenden Ansatz:

$$\left.\begin{aligned} p &= -\frac{DX}{4\pi}\frac{\partial\psi}{\partial x} + p^*, \\ \mathfrak{v}_x &= \frac{DX}{4\pi\eta}\psi - \frac{DX}{4\pi\eta}\frac{\partial\Pi}{\partial x} + \mathfrak{v}_x^*, \\ \mathfrak{v}_y &= -\frac{DX}{4\pi\eta}\frac{\partial\Pi}{\partial y} + \mathfrak{v}_y^*, \\ \mathfrak{v}_z &= -\frac{DX}{4\pi\eta}\frac{\partial\Pi}{\partial z} + \mathfrak{v}_z^*, \\ \Delta\Pi &= \frac{\partial\psi}{\partial x}. \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

In der Tat bestätigt man, daß, falls eine neue Potentialfunktion Π auf Grund der letzten Gleichung von (4) aus dem gegebenen Potential bestimmt wird und dann für p und $\mathfrak{v}$ die durch die ersteren Gleichungen in (4) definierten An-

1) Es mag noch bemerkt werden, daß für den Spezialfall kugelförmige Teilchen Proportionalität zwischen Potential und Wanderungsgeschwindigkeit unabhängig von der Voraussetzung kleiner Doppelschichtdicke besteht, der Proportionalitätsfaktor ist dabei stets $\frac{1}{6\pi}$.

Digitized by Google

sätze gemacht werden, die mit Stern versehenen Größen p^* und $\mathfrak{v}^*$ den kräftefreien Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} \eta \operatorname{rot}\operatorname{rot}\mathfrak{v}^* + \operatorname{grad} p^* &= 0, \\ \operatorname{div}\mathfrak{v}^* &= 0 \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

zu genügen haben.

3. Zunächst wollen wir die Strömung $\mathfrak{v}^*$ noch unbeachtet lassen und feststellen, welche Kraftwirkungen auf das Teilchen durch den übrigen Teil der Strömung übertragen werden. Die Potentialfunktion Π ist die Lösung der Gleichung

$$\Delta\Pi = \frac{\partial\psi}{\partial x}.$$

Erstreckt sich nun die Ionenatmosphäre nur auf eine kurze Strecke von der Oberfläche der Teilchen weg in die Flüssigkeit hinein, dann hat $\frac{\partial\psi}{\partial x}$ nur in einer dünnen dem Teilchen anliegenden Schicht Werte, die in Frage kommen. Wir betrachten nun ein Oberflächenelement $d\sigma$ des Körpers und orientieren ein rechtwinkliges Koordinatensystem s_1, s_2, n so, daß n in seiner Normalenrichtung (vom Körper weg) zeigt, während s_1 und s_2 tangential zur Teilchenoberfläche verlaufen. Im Grenzfalle kann dann

$$\frac{\partial\psi}{\partial s_1} = \frac{\partial\psi}{\partial s_2} = 0$$

gesetzt werden, so daß ψ nur in Richtung der Normalen n veränderlich erscheint. Die Bedingung für die Gültigkeit dieser Annahme ist offenbar die, daß der kleinste Hauptkrümmungsradius der Teilchenoberfläche an der betrachteten Stelle als sehr groß gegenüber der Dicke der Ionenatmosphäre angesehen werden kann. Mit der Annahme, daß nur $\frac{\partial\psi}{\partial n}$ als wesentlich angesehen wird, haben wir also den Grenzfall sehr kleiner Dicke der Ionenatmosphäre als vorhanden angenommen. Wir bezeichnen noch die Richtungscosinus der Normalen n im x, y, z-Koordinatensystem mit α, β, γ, dann ist

$$\frac{\partial\psi}{\partial x} = \alpha\frac{d\psi}{dn},$$

und Π ist zu bestimmen nach der Gleichung

$$\frac{d^2\Pi}{dn^2} = \alpha\frac{d\psi}{dn}.$$

Hieraus folgt

$$\Pi = \alpha\left[\int_0^n \psi\,dn - \int_0^\infty \psi\,dn\right], \quad (6)$$

wenn die Integrationskonstante so normiert wird, daß Π in größerem Abstande von der Oberfläche verschwindet.

Bezeichnen wir weiter die zu p^* und $\mathfrak{v}^*$ in (4) hinzutretenden Beträge mit p' und $\mathfrak{v}'$, so folgt nunmehr unter Benutzung von (6)

$$\left.\begin{aligned} p' &= -\frac{DX}{4\pi}\frac{\partial\psi}{\partial x}, \\ \mathfrak{v}_x' &= \frac{DX}{4\pi\eta}(1-\alpha^2)\psi, \\ \mathfrak{v}_y' &= -\frac{DX}{4\pi\eta}\alpha\beta\psi, \\ \mathfrak{v}_z' &= -\frac{DX}{4\pi\eta}\alpha\gamma\psi. \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

Für die durch die Flüssigkeit in der x-Richtung auf das Flächenelement mit der Normalen n übertragene Spannungskomponente p_{nx} gilt

$$p_{nx} = \alpha p_{xx} + \beta p_{yx} + \gamma p_{zx}, \quad (8)$$

außerdem ist

$$\left.\begin{aligned} p_{xx} &= -p + 2\eta\frac{\partial\mathfrak{v}_x}{\partial x}, \\ p_{yx} &= \eta\left(\frac{\partial\mathfrak{v}_y}{\partial x} + \frac{\partial\mathfrak{v}_x}{\partial y}\right), \\ p_{zx} &= \eta\left(\frac{\partial\mathfrak{v}_z}{\partial x} + \frac{\partial\mathfrak{v}_x}{\partial z}\right). \end{aligned}\right\} \quad (8')$$

Unter Benutzung der Angaben (7) folgt also

$$p_{nx} = \frac{DX}{4\pi}\left[\alpha\frac{\partial\psi}{\partial x} + (1-\alpha^2)\left(\alpha\frac{\partial\psi}{\partial x} + \beta\frac{\partial\psi}{\partial y} + \gamma\frac{\partial\psi}{\partial z}\right)\right],$$

was aber, da

$$\frac{\partial\psi}{\partial x} = \alpha\frac{d\psi}{dn}, \quad \frac{\partial\psi}{\partial y} = \beta\frac{d\psi}{dn}, \quad \frac{\partial\psi}{\partial z} = \gamma\frac{d\psi}{dn}$$

in die einfachere Form

$$p_{nx}' = \frac{DX}{4\pi}\frac{d\psi}{dn} \quad (9)$$

übergeht.

Aus (9) folgt nun die gesamte von der Flüssigkeit in der x-Richtung infolge der Strömung $\mathfrak{v}'$ übertragene Gesamtkraft durch Integration über die Oberfläche des Teilchens. Nun ist aber nach den Grundgesetzen der Elektrostatik

$$\int\frac{d\psi}{dn}d\sigma = -\frac{4\pi e}{D},$$

wenn e die Ladung des Teilchens ist. Die Flüssigkeitsströmung überträgt also die Kraft

$$-eX.$$

Andrerseits greift an der Ladung selber die Kraft

$$+eX$$

an. Die direkt angreifende Kraft wird also genau kompensiert durch die von der Strömung $\mathfrak{v}'$ erzeugte Reibungskraft.

4. Die einzige Kraft, welche übrig bleibt, ist die von der kräftefreien Strömung $\mathfrak{v}^*$ herrührende, welche den Gleichungen (5) zu ge-

Digitized by Google

nügen hat, und zu deren Bestimmung hauptsächlich die Grenzbedingungen wesentlich sind. Diese beziehen sich erstens auf die Oberfläche des Teilchens. Dort muß die Geschwindigkeit $\mathfrak{v}^*$ so beschaffen sein, daß sie die Geschwindigkeit $\mathfrak{v}'$ zu Null ergänzt. Bezeichnen wir die Werte, welche an der Oberfläche des Teilchens angenommen werden durch einen Querstrich, so müssen also nach (7) die Bedingungen gelten:

$$\left.\begin{aligned} \overline{\mathfrak{v}_x^*} &= -\frac{DX}{4\pi\eta}(1-\alpha^2)\,\bar{\psi}, \\ \overline{\mathfrak{v}_y^*} &= \frac{DX}{4\pi\eta}\alpha\beta\bar{\psi}, \\ \overline{\mathfrak{v}_z^*} &= \frac{DX}{4\pi\eta}\alpha\gamma\bar{\psi}. \end{aligned}\right\} \quad (10)$$

Zweitens wird für große Abstände gefordert:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{v}_x^* &= -V, \\ \mathfrak{v}_y^* &= 0, \\ \mathfrak{v}_z^* &= 0, \end{aligned}\right\} \quad (11)$$

daß also die Strömungsgeschwindigkeit mit vorgegebener Stärke $-V$ in der x-Richtung gerichtet ist.

Die Geschwindigkeit $\mathfrak{v}^*$ genügt nun den kräftefreien Gleichungen (5). Man kann auch sie noch in zwei Teile zerlegt denken. Die eine Strömung kann dann dem reinen Stokesschen Fall entsprechen, der im Unendlichen den Bedingungen (11) genügt und an der Oberfläche des Teilchens die Geschwindigkeit Null vorschreibt. Die zu diesem Falle gehörigen Geschwindigkeiten werden infolge der Linearität der Gleichungen durchweg V proportional sein. Die zweite Strömung dagegen mag an der Oberfläche des Teilchens den Bedingungen (10) genügen, dafür aber im Unendlichen verschwinden. Die Geschwindigkeiten dieser zweiten Strömung werden der Größe $\frac{DX}{4\pi\eta}\bar{\psi}$ proportional sein. Die aus diesen beiden Teilströmungen zusammengesetzte Strömung erfüllt als Ganzes die vorgeschriebenen Bedingungen (10) und (11).

Die von der Strömung $\mathfrak{v}^*$ übertragene Gesamtkraft K folgt wieder auf Grund der nach (8′) berechneten Spannungskomponenten durch Integration über die Oberfläche des Teilchens, so daß man für dieselbe ein Resultat erhält von der Form

$$K = -A_1\eta V + A_2 DX\bar{\psi}. \quad (12)$$

Die Größen A_1 und A_2 haben beide die Dimension einer Länge und können allgemein nicht angegeben werden.

Nach (12) ist der Fall möglich, daß die am Teilchen angreifende Gesamtkraft (12) verschwindet. Will man das erreichen, so muß V so eingestellt werden, daß

$$V = \frac{A_2}{A_1}\frac{DX}{\eta}\bar{\psi} \quad (13)$$

ist. Das Verhältnis $\frac{A_2}{A_1}$, welches eine dimensionslose Zahl darstellt, soll mit C bezeichnet werden. Danach ist also für $K = 0$

$$V = C\frac{DX}{\eta}\bar{\psi}. \quad (14)$$

Einen weiteren möglichen Fall, bei dem im Gegensatz zu oben die Flüssigkeit im Unendlichen ruht, bekommt man, indem die durchweg konstante Geschwindigkeit V in der positiven x-Richtung überall addiert wird. Dann bewegt sich also das Teilchen mit der Geschwindigkeit V und zwar so, daß die an ihm angreifende Gesamtkraft verschwindet. Da dieses aber die Bedingung für den stationären Fall darstellt, so gibt (14) auch die kataphoretische Geschwindigkeit, mit der sich ein Teilchen vom Potential $\bar{\psi}$ in einer Flüssigkeit mit der Reibungskonstante η und der Dielektrizitätskonstante D unter Einwirkung der Feldstärke X bewegt. Wie wir vorausgenommen haben, wird also die übliche allgemeine Form der Abhängigkeit bestätigt, dagegen festgestellt, daß der Zahlenfaktor nicht ohne weiteres angebbar ist und von der Form des Teilchens abhängen wird.

Zürich, 11. Dezember 1923.

(Eingegangen 12. Dezember 1923.)

Anhang zu meiner Arbeit: „Über die Oberflächenenergie der Kristalle und die Kristallformen".

Von Mituo Yamada.

I.

Im folgenden möchte ich auf die Berechnung der Oberflächenenergie der geneigten Flächen etwas näher eingehen[1]). Wenn man z. B. den Fall von $\operatorname{tg}\Theta = \frac{1}{2}$ betrachtet, dann ist δ die Tiefe jeder Stufe. Erstens stellen wir uns einen Kristall vor, der schon durch eine gestufte Fläche — in Fig. 1 durch eine dicke Linie bezeichnet — geschnitten wird. Dann übertragen wir eine Halbschicht A vom oberen zum unteren Teile, und ähnlicherweise auch die Halbschicht B, C, ... nacheinander. In dieser Weise erhalten wir die geneigte Fläche P. Die Übertragungsarbeit von A wird gebraucht, um diese Halbschicht von dem keilförmigen Teile M abzutrennen. Sie ist leicht berechenbar. Auch

1) Vgl. meine Arbeit § 2, diese Zeitschr. **24**, 364, 1923

Digitized by Google

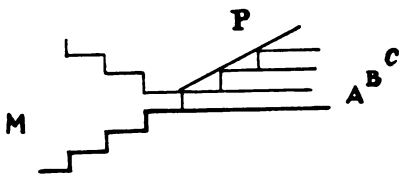


Fig. 1.

im Falle anderer Neigung kann man ähnlicherweise verfahren[1]).

II.

Wir können diejenige Arbeit[2]), welche eine lineare abwechselnde Ionenreihe in zwei Teile zu schneiden erforderlich ist, wie folgt berechnen. Wir setzen zuerst die Zahlen m_1 und m_2 der rechts und links vom Schnittpunkt C liegenden Ionen als endlich voraus. Die elektrostatischen Energien des ersten, zweiten, ... auf der rechten Seite liegenden Ions, inbezug auf die links liegenden, sind je

$$\frac{2}{\delta}e^2\left[-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\ldots+(-1)^{m_2}\frac{1}{m_2}\right],$$

$$\frac{2}{\delta}e^2\left[+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\ldots+(-1)^{m_2+1}\frac{1}{m_2+1}\right],$$

$$\frac{2}{\delta}e^2\left[-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\ldots+(-1)^{m_2+2}\frac{1}{m_2+2}\right],$$

. . . . . .

$$\frac{2}{\delta}e^2\left[(-1)^{m_1}\frac{1}{m_1}+(-1)^{m_1+1}\frac{1}{m_1+1}+\ldots\right.$$
$$\left.+(-1)^{m_1+m_2-1}\frac{1}{m_1+m_2-1}\right].$$

1) In der vorliegenden Arbeit wurde eine Kristallfläche als ein ebener Schnitt des Kristallgitters definiert. Man kann aber auch einen zickzackförmigen Schnitt als eine Kristallfläche ansehen, so daß z. B. die zickzackförmige Fläche A eine (1,0,0)-Fläche bildet. Die Oberflächenenergie dieser Fläche ist nicht gleich $\sigma_{1,0,0}$ im gewöhnlichen Sinne. Wenn eine geneigte Fläche aus einer Anhäufung der groben Stufen, deren Höhen wie die Tiefen im Vergleich zu $\frac{\delta}{2}$ sehr groß sind, besteht, so entpricht das Ehrenfestsche Schema wohl der Wirklichkeit.

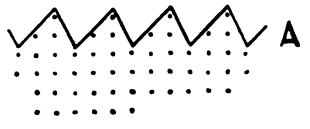


Fig. 1a.

Hier werden wir uns auf die speziellen Betrachtungen einer derartigen Fläche nicht einlassen, aber eine weitere Ergänzung für unsere Betrachtungen ist erforderlich. Über die Berechnung von χ müssen auch ähnliche Bemerkungen gemacht werden.

2) Vgl. meine Arbeit § 2, diese Zeitschr. **24**, 364, 1923.

Die Summe dieser Energien ist

$$\frac{2}{\delta}e^2 S_{m_1 m_2},$$

wobei $S_{m_1 m_2}$ die Doppelsumme

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\ldots+(-1)^{m_2}\frac{1}{m_2},$$
$$+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\ldots+(-1)^{m_2+1}\frac{1}{m_2+1},$$
$$-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\ldots+(-1)^{m_2+2}\frac{1}{m_2+2},$$

. . . . . .

$$+(-1)^{m_1}\frac{1}{m_1}+(-1)^{m_1+1}\frac{1}{m_1+1}+\ldots$$
$$+(-1)^{m_1+m_2-1}\frac{1}{m_1+m_2-1}$$

bedeutet.

Wenn m_1 und m_2 unendlich zunimmt, nähert $S_{m_1 m_2}$ sich dem Grenzwert $-\frac{1}{2}$[1]). Wir erhalten daher als die gegenseitige elektrostatische Energie der beiden Hälften einer abwechselnden unendlichen Ionenreihe den Wert

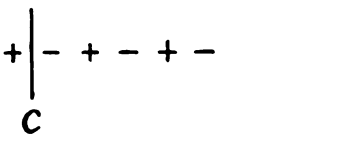


Fig. 2.

$$-\frac{e^2}{\delta^2}.$$

Die potentielle Energie der Abstoßung ist

$$b\left(\frac{2}{\delta}\right)^n\left[1+\frac{2}{2^n}+\frac{3}{3^n}+\ldots\right].$$

Dann ist diese durch (8) in § 2 gleich

$$\frac{\alpha e^2}{8nS}\left(\frac{2}{\delta}\right)\left[1+\frac{1}{2^{n-1}}+\frac{1}{3^{n-1}}+\ldots\right].$$

Wenn wir $n=q$ setzen, so erhalten wir

$$0{,}058\,\frac{e^2}{\delta}.$$

Die totale gegenseitige Energie zweier Halbionenreihen ist daher

$$\frac{e^2}{\delta}[-1+0{,}058]=-0{,}942\,\frac{e^2}{\delta}.$$

Eine Hälfte dieser Energie mit umgekehrtem Vorzeichen ist die einem Stufenknickpunkte zugehörende Energie ε. Somit

$$\varepsilon=0{,}471\,\frac{e^2}{\delta}.$$

1) A. Pringsheim, Vorlesungen über Zahlenlehre (1916), I, S. 479.

Digitized by Google

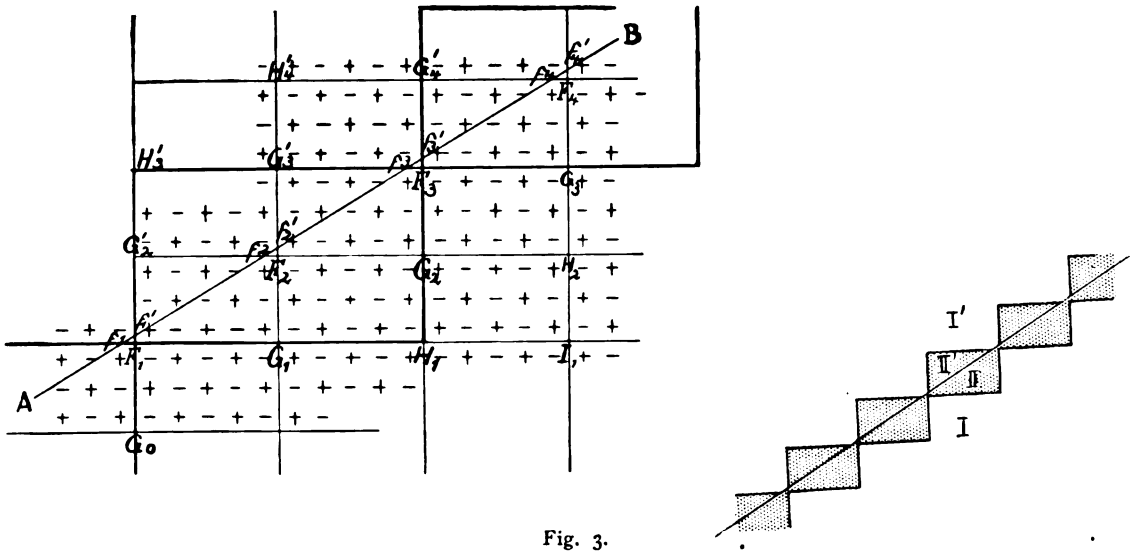


Fig. 3.

Die dem Azimut φ entsprechende Stufenenergie ist

$$\chi_\varphi = \left(\chi_1 + \frac{2}{\delta}\operatorname{tg}\varphi\,\varepsilon\right)\cos\varphi = \chi_0\cos\varphi + \frac{2}{\delta}\varepsilon\sin\varphi$$

$$= \frac{e^2}{\delta^2}(0{,}166\cos\varphi + 0{,}942\sin\varphi).$$

Aber hier können wir die gegenseitige Energie benachbarter Knickpunkte nicht vernachlässigen, wenn φ nicht klein ist. In diesem Falle müssen wir die Stufenenergie durch eine spezielle Methode wie in Anhang I berechnen. Wenn wir sie z. B. im Falle von $\operatorname{tg}\varphi = \frac{1}{2}$ berechnen, so erhalten wir

$$\chi = 0{,}43\,\frac{e^2}{\delta^2}.$$

Es sei hier auf einen Umstand aufmerksam gemacht, welcher uns große mathematische Schwierigkeiten verursacht. In dem Falle z. B., wo $\varphi = \frac{\pi}{4}$ ist, wird der Wert von χ unendlich groß.

Es möge AB eine Schnittlinie sein, gegeben durch zwei ungerade, relativ prime Zahlen m_1 und m_2, z. B. 3 und 5. Wir teilen die Bereiche auf beiden Seiten von AB durch die horizontalen Geraden $F_1G_1F_2G_2\ldots$. mit dem Abstand $m_1\cdot\frac{\delta}{2}$, und durch die vertikalen Geraden F_2G_1 F_3G_2 mit dem Abstand $m_2\cdot\frac{\delta}{2}$. Dann sind die Teile

$$f_1F_1G_1F_2f_2$$
$$f_2F_2G_2F_3f_3\ldots$$

alle miteinander identisch.

Wir betrachten die Anzahl N der Ionen in dem Bereich $f_1F_1G_1H_1G_2F_3f_3$. Diese setzt sich zusammen aus der Anzahl N_1 der Ionen in $f_1F_1G_1F_2f_2$, N_2 in $f_2F_2G_2F_3f_3$ und n in $G_1H_1G_2F_2$. Die Summe der erstgenannten zwei ist augenscheinlich gerade, denn

$$N_1 + N_2 = 2N_1 = 2N_2.$$

Aber n ist ungerade, weil es gleich ist dem Produkt zweier ungerader Zahlen, d. h.

$$n = m_1 \cdot m_2.$$

So ist N notwendigerweise ungerade und daher sind in dem Bereich $f_1F_1G_1H_1G_2F_3f_3$ entweder positive oder negative Ionen — hier positive — im Überschuß vorhanden, verglichen mit den anderen Bereichen. In ähnlicher Weise enthält jeder der Bereiche $f_3F_3G_3H_3G_4F_5f_5\ldots$. im Überschuß die Ionen desselben Zeichens wie vorher. Genau so enthält der Bereich $ff'_2G'_2H'_3G'_3f'_3f$ die Ionen einer Art im Überschuß. Zudem sind die Ionen, die hier im Überschuß vorhanden sind, entgegengesetzten Zeichens verglichen mit denen in dem früheren Falle, denn der rechteckige Teil $F_1H_1F_3H'_3$ muß ja neutral sein.

Wir können nun die Trennungsarbeit längs AB in 4 Teile teilen:

I. Die Arbeit, die notwendig ist, um den Teil I von I' zu trennen, W_1.

II. Die Arbeit, die notwendig ist, um den Teil II von II' zu trennen, W_2.

III. Die Arbeit, die notwendig ist, um den Teil I von II' zu trennen, W_3.

IV. Die Arbeit, die notwendig ist, um den Teil II von I' zu trennen, W_4.

W_1 pro Einheit der Länge von AB ist augenscheinlich endlich. Man versteht das leicht.

Digitized by Google

wenn man jeden einzelnen der Bereiche I und I′ als eine Häufung von Quadrupolen ansieht, indem man die Ionen zu je vieren betrachtet. Aber W_2 pro Längeneinheit ist unendlich groß, denn sowohl II als auch II′ können als eine linear verteilte positive oder negative Ladung betrachtet werden. W_3 und W_4 pro Längeneinheit sind, wie man leicht sieht, endlich. Daher ist die gesamte Trennungsarbeit pro Längeneinheit von AB unendlich groß.

So hat also χ einen unendlich großen Wert. Natürlich muß, wenn die Dimensionen dieser Schicht endlich sind, die Trennungsarbeit endlich sein, aber sie ist nicht proportional der Länge der Trennungslinie. In diesem Falle müssen wir die potentielle Energie aller Ionen gleichzeitig betrachten. Wir können nicht die „Stufenenergie" χ definieren, in dem wir sie aus der gesamten potentiellen Energie heraustrennen. Dieser Umstand steht im Zusammenhang mit dem Erscheinen der Ladungen auf beiden Seiten der Schnittlinie. Im allgemeinen, wenn

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{m_1}{m_2},$$

wo m_1 und m_2 zwei ungerade, relativ prime Zahlen sind, wird χ unendlich groß. Hingegen, wenn m_1 oder m_2 gerade ist, hat χ einen endlichen Wert. Daher kann χ nicht eine stetige Funktion von φ sein. Aber für unsere physikalische Betrachtung reicht es aus, den Wert von χ in einigen speziellen Fällen zu berechnen, um zu beweisen, daß der Wert von χ immer weit größer als χ_0 ist.

In ähnlicher Weise ist die Oberflächenenergie σ nicht eine stetige Funktion von Θ und φ. So hat z. B. die (1,1,1)-Fläche eine unendlich große Oberflächenenergie[1]). Man kann in diesem Falle die Ehrenfestschen analogen Betrachtungen nicht anwenden. Wir können aber durch die probeweise Rechnung konstatieren, daß $\sigma_{0,\varphi}$ so groß ist, daß entsprechende Flächen keine Kristallfläche bilden können.

III.

Die dreidimensionale Betrachtung der Oberflächenenergie ist sehr mühsam auszuführen. Daher müssen wir uns mit einigen Bemerkungen begnügen[2]).

1) In diesem Falle kann man keineswegs die Oberflächenenergie definieren. Diese ist mit der Volumenenergie untrennbar verbunden gewesen und wir müssen die gesamte potentielle Energie aller Ionen gleichzeitig in Betracht ziehen.

2) Hier behandeln wir nur den Fall, in welchem der atomare Wirkungsbereich so klein ist, daß wir bei den Berechnungen von σ und χ die gegenseitige Energie der Stufen und die der Stufenknickpunkte vernachlässigen können. Vgl. § 3.

Im Falle des triklinischen Gitters betrachten wir ein großes prismatisches Kristallstück wie in Fig. 4. Alle Kanten sind parallel den Gitterachsen, und die horizontale Schnittebene A ist eine Gitterfläche, für welche der Wert von σ

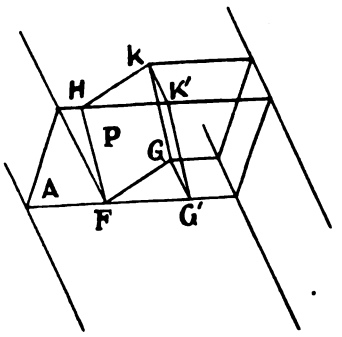


Fig. 4.

schon bekannt ist. Dann konstruieren wir auf der Ebene A eine geneigte Fläche P durch aufeinander folgende Übertragungen von vielen Halbschichten von oben nach unten. Es ist leicht nachzuweisen, daß die Beziehung des Flächeninhaltes von $P - FGKH$ — zu dem des entsprechenden Teils der Grundebene $A - FG'K'H$ — durch

$$\frac{FGKH}{FG'K'H} = \frac{\sin\omega}{\sin(\pi - \omega\,\Theta)}$$

gegeben ist, wo Θ der Neigungswinkel von P inbezug auf A und ω den Winkel zwischen der Ebene A und der Ebene $GG'K'K$ bedeutet. Dann erhalten wir

$$\sigma_{\Theta,\varphi} FGKH = \sigma_0 FG'K'H + N\chi_\varphi FH.$$

Hier drückt N die Zahl der in dieser geneigten Fläche enthaltenen Stufen aus und χ_φ ist die dem Azimut φ entsprechende Stufenenergie, d. h. eine Hälfte der Energie, die zur Übertragung einer Halbschicht erforderlich ist[1]). Wenn man mit δ die vertikale Entfernung zwischen zwei benachbarten horizontalen Atomschichten bezeichnet, dann sieht man leicht, daß

$$N = \frac{1}{\delta}\left(\frac{FGKH}{FH}\right)\sin\Theta,$$

wobei der Faktor $\frac{FGKH}{FH}\sin\Theta$, die vertikale Entfernung zwischen FH und GK ist. Hieraus folgt, daß $\sigma_{\Theta,\varphi}$ die Form

1) Es sei mir gestattet, einen Punkt in meiner vormaligen Arbeit zu korrigieren. Ich habe hinter die erste Formel in § 3 folgenden Ausdruck gesetzt: „. . ., d. h. eine Hälfte der Energie bedeutet, die zur Teilung einer Atomschicht in zwei Halbschichten erforderlich ist." Dies ist aber allzu weitgehend. Ich nehme daher diesen Ausdruck zurück.

Digitized by Google

$$\sigma_{\Theta,\varphi} = \sigma_0 \cos\Theta + X_\varphi \sin\Theta$$

hat, wo

$$X_\varphi = \sigma_0 \operatorname{ctg}\omega + \chi_\varphi \frac{1}{\delta^2}.$$

Wir nehmen an, daß das Kristallprisma schon durch eine horizontale Ebene geschnitten werde, die eine einfache Stufe $A'B$ habe, für die $\varphi = O$ ist. Dann übertragen wir die eine Hälfte einer Atomreihe $ADCA'$ vom oberen Teil nach dem unteren Teil. Die Hälfte dieser Übertragungsarbeit ist die Energie des „Stufenknickpunktes" D.

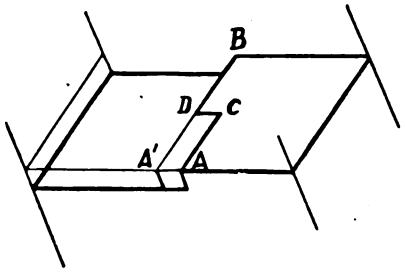


Fig. 5.

Es ist leicht festzustellen, daß $\operatorname{ctg}\omega$ und χ_φ je in zwei Glieder, die $\cos\varphi$ und $\sin\varphi$ enthalten, zerlegt werden können. X_φ hat daher die Form

$$X_\varphi = \xi\cos\varphi + \eta\sin\varphi,$$

wo ξ und η zwei Konstanten sind.

Aus den letzten Formeln können wir $\sigma_{\Theta,\varphi}$ in der Form

$$\sigma_{\Theta,\varphi} = \sigma_0\cos\Theta + \xi\sin\Theta\cos\varphi + \eta\sin\Theta\sin\varphi$$

ausdrücken. Hieraus geht klar hervor, daß σ durch einen von o, dem Wulffschen Mittelpunkt, zu einer Kugelfläche gezogenen Radiusvektor dargestellt wird.

Es ist einleuchtend, daß σ nicht durch eine einzige Kugelfläche, sondern durch eine Gruppe von Kugelflächen darstellbar ist. Jede Kugel entspricht einem Bereich von Θ und φ in einem begrenzten Raumwinkel.

Es unterliegt auch keinem Zweifel, daß wichtige Ergebnisse der Theorie in der Hauptsache nicht mehr zu ändern sind, selbst dann, wenn die gegenseitige Energie der Stufen und die der Stufenknickpunkte zu berücksichtigen wären. (Die sicheren mathematischen Beweise dafür sind allerdings noch nicht erbracht.) Wie man in zweidimensionalen Betrachtungen sieht, ändern sich $\sigma_0\,\xi\,\eta$ unstetigerweise an $\Theta\,\varphi$, welche einer Fläche einfacher Indexe entsprechen.

Auch in diesem Falle wird σ durch eine Gruppe der Kugelflächen dargestellt sein. Dann besteht die Kristalloberfläche aus den Spitzpunkten der σ Flächen entsprechenden ebenen Flächen. Andere Flächen gehen nur durch die Kristallecken oder Kristallkanten hindurch.

Sendai, Oktober 1923.

(Eingegangen 15. Dezember 1923.)

Stoßleuchten, Wiedervereinigungsleuchten und Anregungsfunktion.

Von R. Seeliger.

Die Anregungsfunktion einer Spektrallinie läßt sich nach vier verschiedenen Methoden bestimmen, die der Kürze halber genannt seien: 1. die kinetische Methode, 2. die Methode der gebremsten Kathodenstrahlen, 3. die Methode der Kathodenstrahlen im feldfreien Raum und 4. die indirekte Methode. Die Methode 1 besteht darin, nicht die optische Emission der gestoßenen Atome, sondern unmittelbar die Energieverluste der anregenden Elektronen zu studieren; sie wurde bisher meines Wissens nur einmal angewandt, und zwar von Frl. Sponer[1]) auf die Resonanzlinie 2537 des Quecksilbers. Methode 2 ist die von mir und Herrn Mierdel angegebene und arbeitet mit einem Kathodenstrahl, der in ein Gegenfeld hineingeschossen, dort abgebremst oder zur Umkehr gezwungen und längs seiner Bahn auf die von ihm angeregte Emission spektralphotometrisch untersucht wird[2]). Die Methode 3 haben Hughess und Lowe[3]) ausgearbeitet; ein Kathodenstrahl wird in einen feldfreien Raum geleitet und dort die Emission studiert. Sie erfordert naturgemäß für jede zu untersuchende Geschwindigkeit des Strahles eine besondere Aufnahme und zwar unter Konstanthaltung von Druck und Stromdichte. Benutzt wurde sie bisher zur Untersuchung der Wasserstoff- und der Heliumspektren. Unter dem Namen der indirekten Methode endlich sollen alle theoretischen Rückschlüsse indirekter Art auf die Form der Anregungsfunktion zusammengefaßt werden. Neben einer beachtenswerten Untersuchung von Bartels[4]), auf die wir im folgenden noch des öfteren zurückkommen werden, gehören hierher im weiteren Sinn alle Rückschlüsse aus der Intensitätsverteilung in den Spektren der verschiedenen Lichtquellen, unter denen insbesondere die Glimmentladung eine

1) Sponer, Zeitschr. f. Phys. 7, 185, 1921.

2) Zeitschr. f. Phys. 1, 355, 1920; 7, 103, 1921; Phys. Zeitschr. 22, 610, 1921.

3) Hughess u. Lowe, Phys. Rev. 21, 297 und 730, 1923. Es gehören hierher auch die Arbeiten von Fulcher, Phys. Zeitschr. 13, 1137, 1912 und von Holtsmark, ebenda 15, 605, 1914 sowie Ann. d. Phys. 57, 45, 1918.

4) Bartels, Zeitschr. f. Phys. 20, 398

Digitized by Google

ausgezeichnete Stellung einnimmt. Die indirekte Methode ist nach dem heutigen Stand unserer Kenntnis von den Vorgängen in der Glimmentladung noch wenig geeignet zur Erzielung sicherer Ergebnisse; einige hierhergehörende Untersuchungen von R. Holm und mir[1]) werden im folgenden noch besprochen werden. Diese vier Methoden haben nun, soweit bisher überhaupt vergleichbare Daten vorliegen, zu Ergebnissen geführt, die auffallend schlecht übereinstimmen und sich gerade in prinzipiellen Punkten voneinander unterscheiden. Da sich bei kritischer Prüfung der benutzten Versuchsanordnungen und Meßverfahren keine Fehler angeben lassen, die für diese Diskrepanzen verantwortlich gemacht werden könnten, wird man nach einem tieferliegenden Grund dafür suchen müssen und man erkennt bei genauerer Überlegung in der Tat, daß eine mangelhafte Definition dessen, was man bei den einzelnen Methoden mißt, die Schuld trägt. Dies wiederum hat seinen Grund aber in der bisher noch mangelhaften Strenge in der Definition der Anregungsfunktion selbst.

Wenn Elektronen oberhalb der Anregungsspannung einer Frequenz ν_0 mit den Atomen eines Gases zusammenstoßen — der Einfachheit halber seien zunächst nur einatomige Gase betrachtet — und dabei diese Frequenz zur Emission anregen, so kann dies nach unseren heutigen Kenntnissen auf verschiedene Weise geschehen. Bezeichnen wir das Ausgangsniveau von ν_0 mit E_0', das Endniveau mit E_0 (so daß $E_0' - E_0 = h\nu_0$) und irgendeines der sonst möglichen Niveaus allgemein mit E_i, so sind die folgenden Fälle möglich: a) das Elektron wird durch den Stoß auf ein Niveau $E_i > E_0'$ gehoben und emittiert beim Rücktritt ν_0. Dies kann so geschehen, daß entweder direkt $E_i = E_0'$ ist oder daß $E_i > E_0'$ ist und das Elektron erst auf seinem Treppenweg im Atom einmal E_0' erreicht und von hier nach E_0 weiterfällt. b) Das Elektron wird durch einen Stoß vollständig losgetrennt ($E_i = E_\infty$), d. h. das Atom wird ionisiert; bei der Wiederanlagerung an demselben oder einem anderen positiven Rest erreicht es auch einmal das Niveau E_0' und fällt von hier unter Emission von ν_0 auf E_0 weiter. Die Trennung dieser beiden, modellmäßig nicht prinzipiell voneinander verschiedenen Fälle wird unten ihre Rechtfertigung finden. c) Die Hebung des Elektrons auf $E_i > E_0$ erfolgt nicht unmittelbar durch Elektronenstoß, sondern auf dem Umweg über die Absorption des von benachbarten Atomen emittierten Lichtes.

1) Literaturzusammenstellung, Jahrb. d. Rad. u. Elektr. 19, 246, 249, 1923.

Wir denken uns zunächst die Verhältnisse vereinfacht durch die Ausschaltung verschiedener Komplikationen, wie dies durch geeignete Wahl der Versuchsbedingungen bei reinen Anregungsversuchen möglich sein wird. Diese Vereinfachungen sollen bestehen in der Vermeidung der Möglichkeit c, in der Vermeidung des Umstandes, daß die Hebung des Atomelektrons auf E_0' von einem andern Niveau aus geschieht als von dem des normalen stabilsten Atomzustandes und endlich darin, daß keine strahlungslosen Rücksprünge durch Stöße zweiter Art stattfinden, welche den quantitativen Zusammenhang zwischen der Häufigkeit der Übergänge $E_0' \to E_0$ und der Intensität der Emission ν_0 verderben. In der Definition der Anregungsfunktion kommen diese Vereinfachungen darin zum Ausdruck, daß wir sie beziehen auf die Grenzwerte Stromdichte = 0 und Gasdichte = 0, von denen die erstere von mir bereits früher eingeführt wurde. Auch dann noch erheben sich aber Schwierigkeiten für die Definition und experimentelle Bestimmung.

Eine erste Möglichkeit einer Definition der Anregungsfunktion einer Frequenz besteht darin, daß man die A.F. bezieht nicht auf die optische Anregung, sondern auf die Anregung des Ausgangsterms einer Frequenz, wobei sie definiert ist als die Wahrscheinlichkeit dafür, daß das Termniveau durch unmittelbaren Elektronenstoß erreicht wird. Die so definierte A.F. $f(E_0', \nu_0)$, die sich mit der von Hr. Bartels vorgeschlagenen deckt, scheint mir vollkommen eindeutig und ihre Bedeutung für die Atomtheorie ohne weiteres einleuchtend zu sein. Ohne die zweite der oben angenommenen beschränkenden Vereinfachung ist sie, wie dies schon Hr. Bartels in Verallgemeinerung meines ersten Vorschlages betont hat, zu erweitern durch die Angabe, von welchem Niveau $E_i < E_0'$ aus die Anregung von E_0, erfolgen soll, so daß also allgemein $f = f(E_0', E_i, \nu_0)$ zu schreiben ist. Eine andere Frage ist allerdings, wieweit die experimentelle Bestimmung dieser so definierten A.F. überhaupt möglich ist. Zunächst ist ersichtlich, daß ein unmittelbarer Zusammenhang zwischen dieser A.F. und der Intensität der Frequenz ν_0 im allgemeinen nicht angebbar ist. Eine wesentliche Vereinfachung der Sachlage wird hier zwar geschaffen durch die von Hr. Bartels vorgeschlagene und begründete Annahme 1 (Zusammenstöße zwischen Atomen und Elektronen verlaufen entweder elastisch oder unter Anregung des Energieniveaus, bei dem das Elektron die meiste Energie verliert), und weitere Vereinfachungen können in speziellen Fällen eintreten, wenn die Rückfallwahrscheinlichkeiten aller von E_0' ausgehenden Wege

Digitized by Google

gegeneinander abzuschätzen sind, wie dies z. B. die Auswahlregeln in gewissem Umfang ermöglichen; daß aber in anderen Fällen ernstliche Schwierigkeiten bestehen bleiben, dürfte ein instruktives Beispiel von mir früher untersuchter Kombinationslinien des Quecksilbers zeigen[1]). Zu eindeutigen Ergebnissen führt hier vorläufig nur die eingangs erwähnte kinetische Methode, deren Anwendung auf die Anregungsfunktion $f(1{,}5\,S, 2\,p_2, v)$ des Quecksilberatoms in der Arbeit von H. Sponer mitgeteilt ist. Anschließend an eine Aussprache mit den Herren Franck und Hertz in Jena[2]) möchte ich der Meinung dieser zustimmen in der Behauptung, daß die Anregungsfunktion eines Energieniveaus in dem eben definierten Sinn ein Maximum bei der Anregungsspannung dieses Niveaus hat.

Eine zweite Möglichkeit, zu der exakten Definition einer A.F. zu gelangen, besteht im folgenden. Man kann die A.F. einer Frequenz definieren als die Wahrscheinlichkeit dafür (in Abhängigkeit von der Elektronengeschwindigkeit), daß die Frequenz emittiert wird bei Bombardement eines Atomensembles mit Elektronen. Daß die so definierte A.F., die ich z. B. bisher stets implicite benutzt hatte und deren Berechtigung in allen praktischen Anwendungsmöglichkeiten liegt, mit der oben definierten A. F. nur sehr locker zusammenhängt, geht aus den vorhergehenden Ausführungen wohl ohne weiteres hervor und dürfte den Widerspruch zwischen dem Ergebnis von Sponer und meinen optischen Messungen erklären. Kinetisch erhält man eben die reine „Hebungswahrscheinlichkeit", optisch aber bei allen Elektronenenergien, die größer sind als die Anregungsspannung der nächsten auf die untersuchte Frequenz folgenden nur die Anzahl der Rückfälle $E_0' \to E_0$, die von einer Menge anderer Faktoren abhängt. Nehmen wir als Beispiel die Anregung der Resonanzlinie 2537 des Quecksilbers, so liefert die kinetische Methode die Wahrscheinlichkeit der Stöße, welche das Atomelektron von $1{,}5\,S$ nach $2\,p_2$ heben, die optische Methode aber liefert die Wahrscheinlichkeit dafür, daß das Atomelektron von $2\,p_2$ nach $1{,}5\,S$ zurückfällt, worin in erster Stufe die Übergangswahrscheinlichkeiten der erlaubten Übergänge ($m\,D_1$, $m\,S$, $m\,s$, $m\,d_2$, $m\,d_3$) $\to 2\,p_2$, in zweiter Stufe die der erlaubten Übergänge von höheren nach jenen Termen enthalten sind usw.

Bei näherer Überlegung erkennt man nun aber, daß die eben formulierte Definition noch nicht eindeutig ist. Solange die Geschwindigkeit der anregenden Elektronen kleiner ist als die Ionisierungsspannung, bleibt das Atomelektron im Atomverband und die Verhältnisse sind vollkommen definiert, soweit natürlich nicht die Verteilung der Rückfälle in den Normalzustand durch äußere Fehler beeinflußt wird und dadurch Intensitätsverschiebungen innerhalb des Spektrums verursacht werden. (Ob derartige Einflüsse zur Erklärung der Befunde von Holtsmark herangezogen werden können oder ob es sich dabei um Beeinflussungen durch Stöße zweiter Art handelt [Druckeffekt], muß noch unentschieden bleiben. Vom eigentlichen Thema abschweifend möchte ich nur bemerken, daß für Intensitätsverschiebungen zwischen dem Serien-(Atom-)spektrum und dem Banden(Molekül-)spektrum des Wasserstoffs Gründe anderer Art in Betracht kommen. Nach den Ergebnissen von Wood und Gehrcke sowie nach denen neuer Versuche, die ich inzwischen gemeinsam mit Hrn. Wendt angestellt habe, scheint es sich hier um eine katalytische Verschiebung des Dissoziationsgleichgewichtes zwischen Atomen und Molekülen zu handeln.) Sobald die Elektronenenergie die Ionisierungspannung überschreitet, werden die Verhältnisse prinzipiell andere. Denn dann hängt die Intensität der Emission nicht nur ab von der Wahrscheinlichkeit der Anregungen, wie sie oben unter Fall a) zusammengefaßt sind, sondern auch von der Wahrscheinlichkeit der Wiedervereinigungen zwischen den durch die Stoßionisation im Beobachtungsraum gebildeten freien Elektronen und positiven Atomresten. Die Zahl der Wiedervereinigungen aber hängt natürlich ab von der im Beobachtungsraum herrschenden Feldstärke und kann z. B. wenn dort Sättigungsstrom fließt bis auf den Wert null herabgedrückt werden. Dadurch erklärt sich nicht nur zwanglos die Verschiedenheit der bisher nach Methode 2 und 3 erhaltenen Ergebnisse, sondern es zeigt sich nun auch, daß Definition und Messung der A.F. in dem zuletzt angegebenen Sinn nicht eindeutig sind. Man könnte deshalb daran denken, in die Definition die Forderung mit aufzunehmen, daß die Anregung wie in Methode 3 in einem feldfreien Raum geschehen müsse, doch scheint mir auch hier Vorsicht geboten zu sein. Zwar kann dann die Dichte der für die Wiedervereinigungen eine Rolle spielenden Elektronen durch eine Abwanderung derselben in elektrischen Feldern nicht mehr geändert werden, aber es ist eine Abwanderung durch Diffusion nicht ausgeschlossen, d. h. die A.F. ist noch abhängig von Form und Größe des Beobachtungsraumes.

Aus den eben durchgeführten Überlegungen lassen sich noch einige wichtige Folgerungen ziehen. Nennen wir kurz Emission infolge einer

1) Zeitschr. f. Phys. 11, 197, 1922.

2 Vgl. die Diskussionsbemerkung Phys. Zeitschr. 22, 613, 1921, nun jedoch mit Ausschluß der beiden letzten Zeilen.

Digitized by Google

Anregung, bei der das Atomelektron das Atom nicht verläßt (Fall a) „Stoßleuchten" und Emission nach Anlagerung eines vollständig abgetrennten Elektrons (Fall b) „Wiedervereinigungsleuchten", so wird man nach dem Vorhergehenden nun anzunehmen haben, daß Methode 1 reines Stoßleuchten zu untersuchen erlaubt, während Methode 2 und 3 eine Superposition von Stoßleuchten und Wiedervereinigungsleuchten messen, und zwar beide in einer von den speziellen Versuchsbedingungen abhängigen Mischung. Die von mir früher erhaltenen Anregungskurven scheinen mir dafür zu sprechen, daß das Wiedervereinigungsleuchten den überwiegenden Beitrag in der Emission liefert, d. h. daß die Ausbeute der ionisierenden Stöße groß ist gegen die Ausbeute der nur anregenden. Wenn man die von Hr. Bartels benutzte Annahme als allgemeingültig betrachtet, muß man folgern, daß in Methode 2 und 3 oberhalb der Ionisierungsspannung sogar nur Wiedervereinigungsleuchten beobachtet wird. Was man untersucht, wäre also im wesentlichen die Häufigkeit der Stoßionisationen und die Verteilung der von den wieder angelagerten Elektronen eingeschlagenen Rückfallwege. Allerdings ist dabei nicht ohne weiteres verständlich, warum nicht die so aufgenommenen Anregungsfunktionen aller Frequenzen bei derselben Geschwindigkeit ihre Maxima haben, nämlich dort, wo die Ionisation ihr Maximum hat. Jedenfalls ist noch eine Zusatzannahme notwendig, welche die Verteilung der Rückfallbahnen abhängig macht von gewissen Versuchsparametern (z. B. Ladungsdichte im Beobachtungsraum oder Stärke des dort herrschenden elektrischen Feldes) oder von der Geschwindigkeit der Stoßelektronen (von der die Anfangsgeschwindigkeit der Sekundärelektronen abhängt). Am einfachsten und naheliegendsten scheint mir hier zu sein, die Geschwindigkeit der zur Wiedervereinigung kommenden Elektronen relativ zum positiven Atomrest zur Erklärung heranzuziehen, da von dieser es abhängt, in welcher Bahn das rekombinierende Elektron gebunden wird, um von dieser dann unter Linienemission in der üblichen Weise weiter nach innen zu fallen. Eine zweite Folgerung bezieht sich auf die Theorie der Intensitätsverteilung in der Glimmentladung. Ich hatte früher im Gegensatz zu Hrn. Holm den Kathodendunkelraum mit Hilfe meiner Anregungsfunktion allein zu erklären versucht, möchte aber meine Ansicht jetzt dahin ändern, daß mir nun zum Teil eine Erklärungsmöglichkeit für den Helligkeitsunterschied zwischen Dunkelraum und Glimmlicht in Übereinstimmung mit Holm durch eine Reduktion des Wiedervereinigungsleuchtens im starken Dunkelraumfeld gegeben zu sein scheint. Insbesondere die Versuche mit künstlichen Dunkelräumen[1]) sind mit Holm so zu deuten und liefern einen direkten Beweis für die jedenfalls sehr angenäherte Richtigkeit der Annahme 1 von Bartels. Für eine strenge Beweisführung reichen die Holmschen Versuche mit Longitudinalfeldern zwar noch nicht aus, da in den künstlichen Dunkelräumen weder Sättigungsstrom herrscht noch auch Leuchtanregung durch langsame Elektronen ganz zu vermeiden ist; nach einigen von mir angestellten Vorversuchen würde man aber zum Ziel kommen, wenn man einen homogenen Kathodenstrahl durch ein Querfeld schießt. In der Glimmentladung dagegen ist die Sachlage, wie nebenbei bemerkt sei, viel verwickelter. Die Schärfe des Glimmsaums insbesondere läßt sich in der genannten Weise nicht verstehen. Wie inzwischen von Hrn. Klahre auf meine Veranlassung hin durchgeführte Rechnungen gezeigt haben, kommt man zu einer befriedigenden Erklärung für den Glimmsaum vielmehr durch die Annahme, daß im Glimmlicht sich Elektronen mit allen möglichen Geschwindigkeiten zwischen Null und Kathodenfallgeschwindigkeit in allen möglichen Richtungen (Diffusion und Rückdiffusion) bewegen und daß die langsamen sich rückläufig bewegenden gegen das Feld im Dunkelraum nicht anlaufen können, sondern auf einer kurzen Strecke zu Beginn des Dunkelraumfeldes abgebremst werden[2]).

Zusammenfassung: Die Verschiedenheit der Ergebnisse, die nach verschiedenen Methoden bezüglich der Form der Anregungsfunktion einer Spektrallinie erhalten werden, lassen sich verstehen auf Grund einer genaueren Diskussion dessen, was mit diesen Methoden gemessen wird; zugleich ergibt sich die Notwendigkeit, die Definition der Anregungsfunktion selbst schärfer zu fassen. Man muß unterscheiden zwischen der Anregungsfunktion eines Terms, d. h. der Hebungswahrscheinlichkeit auf diesen Term, und der Anregungsfunktion einer Spektrallinie, d. h. der Übergangswahrscheinlichkeit zwischen den beiden zu der Linie gehörenden Termen. Die kinetische Methode (Sponer) mißt die erstere, die optischen Methoden (Hughess u. Lowe, Verf.) messen die letztere, jedoch nicht in eindeutig definierter Weise. Dies wird am anschaulichsten durch die Unterscheidung zwischen dem „Stoßleuchten", bei dessen Anregung das Atomelektron das Atom nicht verläßt und dem „Wiedervereinigungsleuchten", zu dessen Anregung vorherige Ionisation des Atoms notwendig

1) Holm u. Krüger, Phys. Zeitschr. 20. 1, 1919.
2) Anmerkung bei der Korrektur: Vgl. dazu die Notiz von Herrn Goldstein, Zeitschr. f. Physik 21, 252, 1924.

Digitized by Google

ist. Daraus, daß die optischen Methoden je nach den speziellen Versuchsbedingungen eine Mischung von Stoß- und Wiedervereinigungsleuchten, oberhalb der Ionisierungsspannung nach einer Annahme von Bartels sogar nur Wiedervereinigungsleuchten untersuchen, ist die Unbestimmtheit ihrer Ergebnisse zu verstehen.

Greifswald, Januar 1924.

(Eingegangen 31. Januar 1924.)

Zuschrift an die Schriftleitung.

Von H. Benndorf.

Seit mehr als 10 Jahren verwende ich in meiner Vorlesung und im Institutsbetrieb eine Bezeichnungsweise der elektrischen Maßeinheiten, die sich als durchaus praktisch, sehr bequem und leicht erlernbar erwiesen hat.

Aus diesem Grunde möchte ich sie den Fachgenossen zur Annahme empfehlen; sie ist aus untenstehender Zusammenstellung ohne weiteres verständlich.

Praktisches Maß-System	Bezeichnung des A.E.F.	C.G.S.-Einheit: El.-statisches Maß-System	C.G.S.-Einheit: El.-magnetisches Maß-System	Aussprache	
Ampère . .	A	Aes	Aem	A-es,	A-em
Coulomb . .	C	Ces	Cem	Zes,	Zem
Volt	V	Ves	Vem	Wes,	Wem
Ohm	Ω	Oes	Oem	O-es,	O-em
Siemens . .	S	Ses	Sem	Ses,	Sem
Henry . . .	H	Hes	Hem	Hes,	Hem
Farad	F	Fes	Fem	Fes,	Fem

Die Zusätze Mega, Kilo, Milli, Mikro erfolgen wie bei den Einheiten des praktischen Maß-Systems.

Physikalisches Institut der Universität Graz.

(Eingegangen 5. Dezember 1923.)

ZUSAMMENFASSENDE BERICHTE.

Besorgt von R. Seeliger.

Über die Frage der Feinstruktur ausgewählter Spektrallinien.

Von Ernst Lau.

(Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

I. Feinstrukturuntersuchungen an der Balmerserie des Wasserstoffs.

a) Die älteren interferometrischen Messungen an der roten Wasserstofflinie H_α.

Die Feinstruktur der roten Wasserstofflinie H_α ist schon lange Gegenstand der Untersuchungen. Zuerst wurde ausschließlich die interferometrische Methode angewendet. Da es sich um die Messung eines Dublettabstandes handelt, wurden mit Hilfe eines Michelsonschen oder Perot-Fabryschen Interferometers die Gangunterschiede gesucht, bei denen Interferenzringe besonders gut oder besonders schlecht sichtbar sind. Diese Messungen sind zwar sehr mühsam, zeigen aber gegenüber den später meist verwendeten Methoden sehr geringe Fehlerquellen. Zunächst seien die Resultate mitgeteilt (s. Tab.).

	$\Delta\lambda$ Å.-E.	$\Delta\nu$ cm^{-1}
Michelson u. Morley[1]) .	0,11	0,254
Ebert[2])	0,132	0,307
Michelson[3])	0,14	0,32
Fabry u. Buisson[4]) . . .	0,132	0,307
Meißner u. Paschen[5]) .	0,124	0,288
Mittelwert	0,128	0,298

Beachtenswert an den Ergebnissen ist die gute Übereinstimmung aller Messungen: nur Michelsons Werte zeigen starke Schwankungen, was zum Teil an seinem Apparat, zum Teil aber auch an der Lichtquelle gelegen haben mag. Der Mittelwert der Michelsonschen Messungen beträgt 0,125 Å.-E., liegt also fast bei demselben Wert wie das Mittel aller übrigen Beobachter.

Als hauptsächlichste Fehlerquelle bei der Dublettmessung von H_α wird heute meist die Schrumpfung des Dublettabstandes infolge Überlagerung der Komponenten genannt. Nimmt man die Intensitätsverteilung als $i = e^{-x^2}$ an, so ergibt sich nach einer Rechnung von Oldenberg[6]), sobald die Linienbreite, d. h. der Abstand der halben Intensitäten voneinander mindestens 0,8 des Abstandes der Komponenten be-

1) Michelson u. Morley, Phil. Mag. (5) **24**, 46, 1887.
2) Ebert, Wied. Ann. (N. F.) **43**, 800, 1891.
3) Michelson, Bur. intern. des poids et mesures. II, S. 139, 1895.
4) Fabry u. Buisson, C. R. **154**, 1501, 1912.
5) Paschen, Ann. d. Phys. **50**, 933, 1916.
6) Oldenberg, Ann. d. Phys. **67**, 253, 1922.

Digitized by Google

trägt, eine merkliche Schrumpfung des Komponentenabstandes. Diese Fehlerquelle ist aber aus einem besonderen Grunde bei den interferometrischen Messungen ausgeschaltet: Jede der Komponenten hat bei maximaler Deutlichkeit infolge der Überlagerung mit anderen Ordnungen ebensoviel Nachbarkomponenten auf der rechten wie auf der linken Seite, so daß der Schrumpfungseffekt sich aufhebt. Man kann also damit rechnen, daß die interferometrisch erhaltenen Messungen richtig sind.

b) Die neueren Messungen von H_α, H_β, H_γ, H_δ mit der Lummer- und Gehrcke-Platte, dem Stufengitter und dem Strichgitter in höheren Ordnungen.

Die hier verwendeten Apparate haben gegenüber dem Interferometer verschiedene Vorteile und Nachteile. Der Hauptvorteil ist, daß man die beiden Komponenten ohne Überlagerung durch andere Ordnungen vor sich hat und daß die Intensitätsverteilung der Dublettgruppe, falls die Auflösung des Apparates groß genug ist, aus einer Photographie direkt ermittelt werden kann. Die Nachteile der Anordnung sind weniger bekannt, sie müssen daher hier ausführlicher diskutiert werden. Sie sind übrigens alle bei sorgfältigem Arbeiten zu vermeiden. Man verfährt im allgemeinen so, daß man die Dublettpaare photographiert und dann mit dem Fadenkreuz den Ort des Maximums aufsucht. Zunächst kommt beim Photographieren ein sehr störender Fehler vor. Dieser übrigens bereits bekannte Effekt läßt sich gut an Fig. 1 erläutern, die zwei Schwärzungskurven gleichzeitig aufgenommener Interferenzbilder von H_α zeigt. Die beiden Kurven a und b entsprechen den Belichtungszeiten 1 und $^1/_2$. Mißt man die Abstände der Maxima aus, so ergeben sich für die Abstände in Å.-E. die in der Tabelle zusammengestellten Zahlen. Daß die beiden zusammengehörigen Maxima etwas gegeneinander verschoben sind, liegt an der Registrieraufnahme.

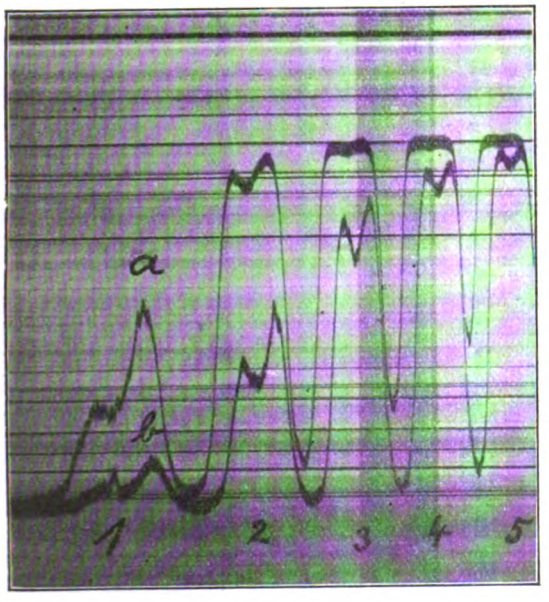


Fig. 1.

Nummer der Interferenzstreifen	1	2	3	4	5
Abstand der Dublettmaxima in Å.-E., bei der Intensität 1	—	0,128	0,137	0,140	0,138
und $^1/_2$	—	0,119	0,120	0,122	0,126

Man sieht aus der Tabelle, daß die Abstände der Maxima bei intensiveren Belichtungen erheblich größer ausfallen können als bei schwächeren Belichtungen. Zur Erklärung dieses Phänomens ist das Konzentrationsgefälle des Entwicklers während der Entwicklung heranzuziehen. Das Maximum der Schwärzung wandert in die Nähe geringerer Schwärzung, d. h. stärkerer Konzentration des Entwicklers. Die Fehler verschwinden bei sehr langen Entwicklungszeiten. Die geringeren Abstände der Maxima bei schwächeren Schwärzungen sind als die zuverlässigeren anzusehen[1]). Dieser aus dem Entwicklungsvorgang entspringende Fehler ist also vorhanden, mag man die Photographien wie hier photographisch registrieren oder einfach mit einem Fadenkreuz den Ort des Maximums aufsuchen.

Beim Einstellen des Fadenkreuzes auf das Maximum kommen noch einmal ganz ähnliche Fehler hinzu, wie sie durch die Entwicklung entstehen, weil auf der Netzhaut des Auges ähnliche Prozesse stattfinden wie auf der photographischen Platte[2]). Man kann dabei zwei verschiedene Fälle unterscheiden: der eine Fall

1) In diesem Zusammenhang fällt auf, daß der zuverlässigste Wert so sehr klein ist. Er beträgt 0,119 Å.-E. statt 0,126 Å.-E., wie wir sonst als besten Wert finden. Die Abweichung ist jedoch durch die Schrumpfung infolge von Überlagerung der benachbarten Intensitätsverteilungen begründet. Aus dem Kurvenpaar läßt sich nach dem Vorgange von J. Stark annähernd der Intensitätsverlauf feststellen. Es ergibt sich dabei unter vorsichtiger Berücksichtigung der soeben genannten Fehlerquellen ein Breitewert von 0,110 Å.-E für eine Komponente, d. h. die Breite ist um etwa 15 Proz. kleiner als der Dublettabstand. Eine derartige Breite verursacht nach Oldenberg eine Schrumpfung des Maximaabstandes um etwa 6 Proz. Unter dieser Voraussetzung berechnet man aus dem obigen Wert als effektiven Abstand nahezu denselben Wert, wie Gehrcke uud Lau ihn bei der Temperatur — 94° fanden, wo kein Schrumpfungseffekt mehr in Betracht kommt. Nach dieser Überlegung wird erst recht deutlich, wie irreführend die Werte sind, die bei größeren Schwärzungen gemessen sind.

2) Gehrcke u. Lau, Zeitschr. f. Sinnesphysiologie 53, 174, 1921.

Digitized by Google

	Messungen unter Herabsetzung photographischer und physiologischer Fehlerquellen		Messungen, behaftet mit photographischen oder physiologischen Fehlerquellen, die im Sinne einer Vergrößerung des Wertes von $\Delta\nu$ wirken.					Messungen, deren Einzelheiten bisher unbekannt sind
Autoren	Michelson, Ebert, Fabry u. Buisson, Meißner	Gehrcke u. Lau (1922)	Gehrcke u. Lau (1920)	Mc Lennan u. Lowe (1921)	Wood (1922), Ruark (1923)	Merton	Geddes	Oldenberg	Mc Lennan u. Shrum (1923)
Lichtquelle und spektroskopische Apparatur	Kapillare, Interferometer	Weites Rohr in flüssiger Luft, Lummer-Gehrcke-Platte	Weites Rohr, Lummer-Gehrcke-Platte	Weites Rohr in flüssiger Luft, Lummer-Gehrcke-Platte	Weites Rohr, Gitter höhere Ordnungen	Kapillare, Stufengitter	Kapillare, Stufengitter	Kapillare, Stufengitter	?
Art der Messung	Beste Sichtbarkeit der Streifen usw.	Registrierphotometer nach Koch bei kleinen Schwärzungen	subjektive Schätzung der Maxima der Schwärzung					Intensitätskurve	?
Mögliche Fehler	—	—	photographische und physiologische					photographische	?

$\Delta\lambda$ in Å.-E. $\Delta\nu$ in cm^{-1}	$\Delta\lambda$	$\Delta\nu$	$\Delta\lambda$	$\Delta\nu$	$\Delta\lambda$	$\Delta\nu$	$\Delta\lambda$	$\Delta\nu$	$\Delta\lambda$	$\Delta\nu$	$\Delta\lambda$	$\Delta\nu$	$\Delta\lambda$	$\Delta\nu$	$\Delta\lambda$	$\Delta\nu$	$\Delta\lambda$	$\Delta\nu$
$H\alpha$	0,128	0,298	0,126	0,293	0,126	0,293	0,154	0,36	—	—	0,145	0,34	0,146	0,34	0,140	0,32	—	0,33
$H\beta$	—	—	0,071	0,293	c,0695	0,294	0,085	0,36	—	—	0.093	0,39	0.078	0,33	—	—	—	0,36
$H\gamma$	—	—	0,0557	0,293	0,058	0,31	0,062	0,33	0,0584	0,307	—	—	—	—	—	—	—	0,37
$H\delta$	—	—	—	—	0,0432	0,26	0,049	0,29	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,36
$H\varepsilon$	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,35

Digitized by Google

tritt ein, wenn zwischen den beiden Maxima keine oder doch nur eine sehr geringe Einsattelung der Kurven besteht, wie etwa bei der Fig. 1 bei den Interferenzstreifen 3 und 4. Es treten dann an den Knickstellen der Kurven Machsche Streifen auf, die als Maxima gesehen werden. Wird also ein derartiges Photogramm ausgemessen, so mißt man den Abstand zweier physiologischer Phänomene. Daß diese Erscheinung verhältnismäßig gesetzmäßig auftritt, sieht man aus der folgenden Tabelle, welche die Weite von $\Delta\lambda$ für die Linie H_γ angibt. Der Abstand der Maxima wurde hier ohne photographische Registrierung von ganz verschiedenen Autoren annähernd gleich gemessen.

		$\Delta\lambda$
Gehrcke und Lau[1] . .	1920	0,058 Å.-E.
Wood[2]	1922	0,0584 „
Ruark[3]	1923	0,0584 „

Gehrcke und Lau hatten dabei mit der Lummer-Gehrcke-Platte gearbeitet. Wood und Ruark dagegen mit einem Strichgitter in höheren Ordnungen. Sobald Gehrcke und Lau jedoch Aufnahmen mit den gleichen Apparaten photometrierten, stellte sich heraus, daß die Maxima infolge Schrumpfung des Dublettabstandes ca. 20 Proz. näher[4]) aneinander lagen. Der Abstand der physiologischen Streifen ist fast genau der effektive Abstand der Komponenten[5]).

Ein anderer Fall ist der, daß auf der ausgemesssenen Photographie eine deutliche Einsattelung zwischen den beiden Maxima besteht. Auch hier erscheinen bei subjektiver Messung mit dem Fadenkreuz die Abstände verbreitert. Dieser Fall ist von St. John und Ware[6]) am Sonnenspektrum näher untersucht worden. Sie untersuchten Dubletts von ähnlichem Abstand wie die hier besprochenen und fanden scheinbare Vergrößerungen bis zu 0,02 Ä.-E., einen Fehler also von derselben Größenordnung, wie der durch den photographischen Effekt verursachte.

Nach diesen Erörterungen ist es klar, daß nur solche Messungen mit den Interferometermessungen konkurrieren können, bei denen die obigen Fehlerquellen berücksichtigt sind. Es ist unbedingt zu fordern, daß nicht nur photometriert wird, sondern daß auch gezeigt wird, ob die photographischen Fehlerquellen berücksichtigt sind. Werden die Fehlerquellen nicht berücksichtigt, so muß man als Meßresultat erhebliche Vergrößerungen der $\Delta\nu$-Werte (bis zu 40 Proz.!) erwarten, die die Messung unbrauchbar machen.

1) Gehrcke u. Lau, diese Zeitschr. **21**, 634, 1920.
2) Wood, Phil. Mag. **44**, 538, 1922.
3) Ruark, Astrophysik. Journ. **58**, 46, 1923.
4) Gehrcke u. Lau, Ann. d. Phys. **65**, 574, 1921.
5) Gehrcke u. Lau, Ann. d. Phys. **67**, 388, 1922.
6) St. John and Ware, Astrophysik. Journ. **44**, 14 ff., 1916.

c) Die Lichtquelle.

Die ersten Messungen wurden ausschließlich mit Wasserstoffkapillarröhren gemacht. In diesen Röhren ist meist nur H_α als scharfes Dublett zu erkennen, H_β ist bereits so breit, daß seine Struktur kaum noch zu erkennen ist. Gehrcke und Lau haben gefunden, daß in einem weiten Rohr auch H_β, H_γ, H_δ als Dubletts erzeugt werden und Messungen der Dubletts dieser scharfen Linien ausgeführt. Die Balmerlinien sind sehr empfindlich gegen elektrische Felder, besonders mit wachsender Seriennummer. Das steht im Einklang mit dem Verhalten der Linien beim Starkeffekt. Auch bei H_α ist, wenigstens bei sehr engen Kapillarröhren, ein solcher Verbreiterungseffekt möglich. Deshalb ist es gut, bei Messungen diese Tatsache zu berücksichtigen und weite Rohre zu nehmen. Mc Lennan und Lowe[1]), Wood, Ruark und Mc Lennan u. Shrum[2]) haben später mit einer entsprechenden Lichtquelle gearbeitet und gleichfalls H_γ noch als Dublett feststellen können.

d) Überblick über die bisherigen Messungen.

Bei einem Überblick über die Ergebnisse der Messung müssen wir diejenigen Messungen, die den obigen kritischen Anforderungen entsprechen, den andern gegenüberstellen, bei denen dies nicht der Fall ist. Aus der Tabelle (vgl. Seite 62) geht einerseits eine sehr gute Übereinstimmung der methodisch einwandfreien Messungen hervor, andererseits ergibt sich, daß alle anderen Messungen Fehler von der Größenordnung und der Richtung ergeben, wie sie den oben aufgestellten Fehlerquellen entprechen.

Bemerkenswert ist dabei, daß die Werte von Gehrcke und Lau aus dem Jahr 1920 (bei Zimmertemperatur der Lichtquelle) enge Übereinstimmung mit den Werten von 1922 (bei tiefer Temperatur der Lichtquelle) haben. Die weitgehende Übereinstimmung kommt dadurch zustande, daß bei der ersten Messung Schrumpfung und photographisch-physiologische Fehler einander kompensierten, ferner, weil nur die äußersten Interferenzstreifen zur Messung benutzt worden sind, wo die Fehler am geringsten sind.

1) Mc Lennan u. P. Lowe, Proc. Roy. Soc. A. **100**, 1217, 1921.
2) Mc Lennan u. Shrum, Nature **112**, 166, 1923, Nr. 2805.

Digitized by Google

e) Die Intensitätsverteilung der Komponenten der Balmerlinien.

Über die Intensitätsverteilung der Balmerlinien besteht in der Literatur eine Unstimmigkeit. Besonders ist der scheinbare Gegensatz zwischen den Messungen von Fabry und Buisson[1]) einerseits und Gehrcke u. Lau andererseits hervorzuheben. Fabry und Buisson schlossen aus ihren vorzüglichen Interferometermessungen, daß die auf Wärmebewegung der Molekeln beruhende Breite der Komponenten von H_α innerhalb der Beobachtungsfehler mit der der Linien des Viellinienspektrums des Wasserstoffs übereinstimmt. Bei genauerer Überlegung stellen sich die Resultate jedoch anders dar. Die Interferenzen der untersuchten Linien des Viellinienspektrums verschwanden bei einem Gangunterschied von 72000 Wellenlängen, die der Balmerserie (H_α) bei 50000. Nun entspricht nach Fabry und Buisson der Gangunterschied 72000 dem Breitewert des H-Atoms bei Zimmertemperatur. Fabry und Buisson nahmen nun an, daß sie in ihrem wassergekühlten Kapillarrohr Zimmertemperatur hätten, sie glaubten daher, den Breitewert von 72000 Wellenlängen Gangunterschied so deuten zu müssen, daß das Viellinienspektrum dem Wasserstoffatom bei Zimmertemperatur zuzuschreiben sei und daß der größere Breitewert der Komponenten von H_α auf eine elektrische Verbreiterung zurückzuführen sei. Sie kamen so zu der Ansicht, daß das Viellinienspektrum und die Balmerserie des Wasserstoffs denselben Träger hätten. Nach den neueren Erfahrungen ist es jedoch äußerst unwahrscheinlich, daß im Innern des von Fabry und Buisson verwandten Kapillarrohres Zimmertemperatur herrschte. Die Wärmekapazität des verdünnten Wasserstoffes ist so gering, daß momentane Erwärmung auf mehrere 100° bei Stromdurchgang viel wahrscheinlicher ist. Gehrcke und Lau[2]) haben durch Breitemessungen im Innern gewöhnlicher Geißlerröhren Temperaturen bis zu 1000° gefunden. Setzt man nun die Temperatur im Innern der Kapillare von Fabry und Buisson auf etwa 300° an, so ergeben sich für den Gangunterschied 72000 Wellenlängen die H_2-Molekeln, für den Gangunterschied 50000 Wellenlängen das H_1-Atom als Träger. Das Verhältnis der Breiten müßte sich auf Grund der verschiedenen Wärmebewegung genau wie $1:\sqrt{2}$ verhalten. Es verhält sich nach der Messung von Fabry und Buisson wie 1:1,44, was nahezu mit dem theoretischen Wert übereinstimmt. So gedeutet stimmen die verschiedenen Messungen und die Theorie sehr gut überein. Man sieht ferner, wie gut augenscheinlich die Perot-Fabrysche Interferenzmethode für Breitemessungen ist und wie zuverlässig die Messungen von Fabry und Buisson sind. Auch die $\Delta\nu$-Messungen der beiden Autoren gewinnen durch diese Erwägung an Wert. Nach den Messungen von Fabry und Buisson besteht kein Grund zu der Annahme, daß die Intensitätsverteilung der Komponenten der Balmerserie durch andere Faktoren hervorgerufen ist als durch die Wärmebewegung der Molekeln.

Gehrcke und Lau haben mit verschieden weiten Röhren mit und ohne Kühlung durch flüssige Luft die Komponentenbreiten und die Intensitätsverteilung der ersten drei Linien der Balmerserie bei Temperaturen von ca. — 100°, 50°, 300° und 1000° mit der Lummer-Gehrcke-Platte untersucht. Auch nach ihren Messungen hat sich innerhalb der Fehlergrenzen stets eine Maxwellsche Intensitätskurve ergeben und es hat sich kein Grund zu der Annahme gezeigt, daß die einzelnen Komponenten nochmals zusammengesetzt sind. Auch sie fanden, daß die Linien des Viellinienspektrums entsprechend der Theorie schmaler sind als die der Balmerserie. Über die von Gehrcke und Lau[1]) veröffentlichte Kurve der Intensitätsverteilung von H_α bei Kühlung des Rohrs durch flüssige Luft sei noch kurz ein Umstand hervorgehoben. Die registrierte Kurve sieht viel schmaler aus, als es nach dem Anblick der nichtphotometrierten Interferenzstreifen glaubhaft erscheint. Der Grund dafür ist nun physiologischer Art. Bei der Betrachtung der Interferenzstreifen mit dem bloßen Auge wird das Maximum durch Kontrasteffekte abgebaut, ähnlich wie bei einer stark belichteten, nicht ausentwickelten Platte. Andererseits empfindet das menschliche Auge einen linearen Anstieg der Intensität als angenähert logarithmisch, so daß eine Intensitätsverteilung nach der Gaußschen Fehlerkurve für das Auge parabelartig mit stumpfer Spitze erscheint.

f) Das Intensitätsverhältnis der Komponenten der Balmerserie.

Das Intensitätsverhältnis der beiden Komponenten zueinander ist nach Gehrcke und Lau[2]) variabel, und zwar besteht eine Abhängigkeit von 2 Faktoren. Erstens: Bei einer Variation des Druckes im Geißlerrohr ändert sich das Intensitätsverhältnis der beiden Komponenten, und zwar bei H_α am meisten, bei den höheren

1) Siehe Anmerkung Seite 60.
2) Berl. Berichte **32**, 453, 1922.

1) Gehrcke u. Lau, Ann. d. Phys. **67**, Tafel I, 1922.
2) Gehrcke u. Lau, diese Zeitschr. **22**, 556, 1921.

Digitized by Google

Gliedern der Serie in geringerem Maße. Beifolgende Tabelle gibt eine Übersicht über diese Veränderlichkeit bei einem Rohr von etwa 2 cm lichter Weite und großer Länge.

	$H\alpha$	$H\beta$	$H\gamma$
J_k | 0,1 mm Druck	1	1	1
J_l | 0,01 mm Druck	1,5	1,11	1,05
Veränderung in Proz.	50	11	5

$\frac{J_k}{J_l}$ bedeutet das Intensitätsverhältnis der kurzwelligen zur langwelligen Komponente. Aus der Tabelle ist ersichtlich, daß die Änderung dieses Intensitätsverhältnisses mit dem Druck umgekehrt proportional dem Quadrat der Seriennummer ist.

Zweitens: Die lichte Weite des verwendeten Rohres ist maßgebend für das Intensitätsverhältnis und bei einem ca. 5 cm langen Rohr von etwa 1,5 mm lichter Weite ist die langwellige Komponente stärker. Gleichzeitig werden beide Komponenten verwaschener. Das Aussehen der Linie bleibt ziemlich unverändert, wenn man den Druck von 5 mm bis 0,1 mm variiert. Der Dublettabstand bleibt bei allen Intensitätsänderungen konstant.

g) Vergleich mit der Theorie.

Für die Dublettserie des Wasserstoffs gibt es bisher keine theoretische Deutung, die als befriedigend anzusehen wäre. Die am meisten bekannte Theorie dürfte die von Sommerfeld[1]) entwickelte sein. Sie ergibt jedoch einen größeren Dublettabstand und eine kompliziertere Zusammensetzung des Dublettes, als beobachtet wurde. Auch die Kramerschen[2]) Überlegungen können zur Erklärung nicht herangezogen werden, da die beobachteten Komponenten einfach sind. Sommerfeld selbst hat übrigens bemerkt, daß die Theorie besonders den Ergebnissen über die Abhängigkeit der Intensität des Wasserstoffdubletts vom Druck nicht gerecht werde[3]). Bothe[4]) hat eine Anpassung der Theorie an die Erfahruug versucht, indem er die relativistische Korrektion, die den zu großen Dublettabstand ergibt, wegen der nicht translatorischen Bewegung für unzulässig erklärt. Durch diese Erklärung wird jedoch nicht die Schwierigkeit beseitigt, daß die tatsächlichen Wasserstofflinien einfacher sind, als sich aus Sommerfelds Theorie ergibt. Übrigens gibt es noch andere Einwände gegen die Sommerfeldsche Theorie. Die neueren Untersuchungen über den Zeemaneffekt der Balmerlinien haben das unzweifelhafte Ergebnis gehabt, daß diese Linien einen anomalen Zeemaneffekt zeigen[1]). Durch diese Tatsache wird das Wasserstoffdublett in engste Analogie zu den Alkalilinien gebracht, eine Tatsache, die für die weitere Theoriebildung von größter Wichtigkeit ist[2]).

Es sei auch noch auf die Theorie von Silberstein[3]) hingewiesen. Sie deckt sich jedoch mit der Erfahrung weniger gut als die von Sommerfeld.

Gehrcke hat einen Ansatz zu einem modellmäßigen Verständnis der Feinstruktur gegeben[4]). Er denkt sich eine Ätherstruktur in der Nähe des positiven Kerns. Seine Anschauungen scheinen noch sehr entwicklungsfähig zu sein.

II. Die Feinstruktur der Serienspektren des ionisierten Helium.

Beim Helium sind bisher zwei Serien auf Feinstruktur untersucht. Die Fowler-Serie und die Pickering-Serie.

a) Die Fowler-Serie besteht im wesentlichen aus einer Triplettserie mit konstanten $\Delta\nu$-Werten. Bei den Linien 4686 und 3203 sind noch andere lichtschwache Linien beobachtet, auf die später kurz eingegangen wird. Folgende Tabelle bringt eine Übersicht über die Messungen Paschens[5]) an diesem Triplett.

Liniengruppe	Beob. in Å.-E.	$\Delta\lambda$ (Å.-E.)	$\Delta\nu$ cm^{-1}	$\frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_{Hemp.}}$	$\Delta\nu$ cm^{-1} berechnet nach Sommerfeld
4686	4685 809	0,105	0,48	1,6	0,58
	5,703	0,315	1,44	4,9	1,79
	5,388				
3203	3203,165	0,054	0,52	1,8	0,58
	3,111	0,159	1,55	5,3	1,79
	2,952				
2733	2733,345	0,038	0,51	1,73	0,58
	3,307	0,118	1,58	5,4	1,79
	3,189				
2511	2511,249	0,033	0,52	1,8	0,58
	1,216	0,099	1,57	5,4	1,79
	1,117				
2385	2385,440	0,026	0,46	1,86	0,58
	5,414	0,088	1,54	5,3	1,79
	5,326				

1) Vgl. Sommerfeld, Atombau und Spektrallinien, 1.—3. Aufl., Braunschweig. Kapitel über Feinstruktur.

2) Kramer, Zeitschr. f. Physik 3, 109, 1920. Eine Schrumpfung des Dubletts infolge Starkeffekt ist bisher nicht nachgewiesen.

3) Diese Zeitschr. 22, 556, 1921 (Diskussionsbemerkung).

4) Bothe, Die Naturwissenschaften 11, 45, 1923.

1) Erochin, Ann. d. Phys. 42, 1051—1060, 1913. Oldenberg s. o., besonders Försterling u. Hansen, Zeitschr. f. Physik 18, 26, 1923.

2) Sommerfeld, Atombau u. Spektrallinien, 3. Aufl., S. 603.

3) Silberstein, Proc. Roy. Soc. A. 98, 1, 1921.

4) Gehrcke, diese Zeitschr. 21, 378—381, 1920.

5) Paschen, Ann. d. Phys. 50, 901, 1916.

Digitized by Google

Man sieht, daß dieses Triplett merklich konstante $\Delta\nu$-Werte hat. Nach den Ausführungen im vorigen Abschnitt wird man den ersten $\Delta\nu$-Wert als den kleinsten für den richtigsten halten können. Bei den anderen Linien ist auf scheinbare Vergrößerungen des $\Delta\nu$-Wertes aus meßtechnischen Gründen zu rechnen.

Wir fügen hier sogleich eine Diskussion der Theorie an. Die $\Delta\nu$-Werte, die sich nach den Sommerfeldschen Rechnungen ergeben, sind durchweg größer als die beobachteten. Dies erklärt sich nach Sommerfeld-Kramer aus dem Umstand, daß jede dieser Triplettlinien aus einer größeren Zahl anderer Linien zusammengesetzt sind, die nach dem Auswahlprinzip so in der Intensität verschieden sind, daß sich die $\Delta\nu$-Werte dadurch verringern. Diese Auffassung ist für die Liniengruppen 4686 und 3203 vielleicht noch möglich, trotzdem sich auch hier in den feineren Einzelheiten Differenzen ergeben. Man kommt aber zu den größten Schwierigkeiten von der Linie 2733 an, wo die übergelagerten Satelliten so eng zusammenliegen, daß sie den Ort des Maximums nur noch unwesentlich beeinflussen können. Bei der Linie 2385 soll jede Linie des Tripletts aus einem Oktett bestehen. das aber nur einen Wellenlängenbereich

$$\Delta\lambda = 0{,}0091 \text{ Å.-E.}$$

einnimmt. Die hier möglichen Korrektionswerte sind so klein, daß an eine Anpassung der Theorie an die Erfahrung nicht zu denken ist. Die Betrachtung ist zwingend, auch wenn man vernachlässigt, daß die gemessenen Werte vermutlich noch etwas zu groß sind.

Sommerfeld hat unter Zugrundelegung des „idealen" Wasserstoffdubletts die Abstände der „a" Komponenten berechnet auf

$$\text{II}a - \text{I}a = 8\left(\tfrac{\alpha}{3}\right)^4 \Delta\nu_{H\,\text{th.}} = 1{,}58\,\Delta\nu_{H\,\text{th.}}$$
$$\text{III}a - \text{II}a = 24\left(\tfrac{\alpha}{3}\right)^4 \Delta\nu_{H\,\text{th.}} = 4{,}74\,\Delta\nu_{H\,\text{th.}}$$

Diese Werte bestätigen sich aber nicht, wenn man den Sommerfeldschen Wert

$$\Delta\nu_H = 0{,}36 \text{ cm}^{-1}$$

einsetzt.

Setzt man jedoch den Wert des Wasserstoffdubletts von Gehrcke und Lau

$$\Delta\nu_H = 0{,}29 \text{ cm}^{-1}$$

ein, so erhält man nahezu den tatsächlichen Wert der Abstände gerade bei der am zuverlässigsten gemessenen Linie 4686. Man kann dann, wie man sieht, auf das Auswahlprinzip verzichten.

Man wird vielleicht hiergegen einwenden, daß die Funkenaufnahme gerade dieser Linie der Theorie günstiger ist. Es tritt bei Funkenentladung besonders noch eine Linie 4685,307 hinzu. Ob die letztere Linie jedoch überhaupt zu dieser Gruppe gehört, dürfte zweifelhaft sein[1]). Es zeigt sich nämlich in dieser Gegend bei Funkenentladung eine große Zahl von Linien, die gar nicht mehr zu der Serie gehören, und es kann sehr wohl die Linie 4685,307 eine dieser Linien sein.

b) Die Pickering-Serie besteht nach der Erfahrung im allgemeinen aus einem Dublett mit konstantem $\Delta\nu$-Wert[2]).

Liniengruppe	Beobachtete Linien	$\Delta\lambda$ (Å.-E.)	$\Delta\nu$ cm^{-1}
6560	6560,130		
5411	5411,551 5411,290	0,261	0,89
4859	4859,342 4859,135	0,207	0,87
4541	4541,612 4541,436	0,176	0,85
4339	4338,694 4338,536	0,148	0,79
4200	4199,857 4199,68?	0,177	1,0
4100	4100,049? 4099,913?	0,136	0,8

Die langwelligere der Dublettlinien war gelegentlich spurenweise als Dublett aufgelöst.

Unter Zugrundelegung der Sommerfeldschen Theorie müßte die Serie aus einem Quartett bestehen, wobei jede Linie des Quartetts[3]) aus einer größeren Anzahl Linien zusammengesetzt sein würde. Drei der Liniengruppen des Quartetts liegen so nahe aneinander, daß sie zu einer Linie verschmelzen können. Der größte Abstand, der z. B. bei der Linie $\lambda = 4541$ nach der Theorie vorkommen müßte, wäre

$$\Delta\lambda = 0{,}249 \text{ Å.-E.}$$

Das größte $\Delta\lambda$, was bei dieser Linie 4541 gemessen worden ist (äußerer Rand der langwelligeren Komponente bis zum Maximum der kurzwelligeren Komponente), beträgt 0,194 Å.-E. Man sieht, auch hier bleiben die gemessenen Werte hinter den theoretischen um mehr als 20 Proz. zurück. Bei den anderen Linien liegen die Verhältnisse ähnlich.

Zusammenfassend kann man sagen, daß sich auch von den Heliumaufnahmen aus kein Zweifel an der Richtigkeit des empirischen $\Delta\nu_H$-Wertes ergibt. Unser $\Delta\nu_H$-Wert (0,29 cm^{-1}), kombiniert mit den Sommerfeldschen Formeln, ergibt leidliche Übereinstimmung mit der Erfahrung.

1) Diesen Hinweis verdanke ich Herrn Leo, der in der Reichsanstalt über das Heliumspektrum arbeitet.

2) Vgl. Paschen, l. c.

3) Näheres hierüber in Paschens mehrfach zitierter Abhandlung.

Digitized by Google

c) Relativitätskorrektion. Geht man von einer Serie des ionisierten Heliums zu einer andern über, so muß nach Bohr bei der Berechnung der Wellenlänge der Linien eine Relativitätskorrektion berücksichtigt werden. Läßt man das Relativitätsglied (die eckige Klammer) in Bohrs Formel

$$r = N_\infty \frac{M}{M+\mu}\left(\frac{E}{e}\right)^2\left(\frac{1}{i^2}-\frac{1}{k^2}\right)\cdot \cdot\left[1+\frac{a^2}{4}\left(\frac{E}{e}\right)^2\left(\frac{1}{i^2}+\frac{1}{k^2}\right)\right]^{1)}$$

fort und bestimmt N_{He} aus 4686 Å.-E. (Fowlerserie), so wird die Linie $\lambda = 4339$ Å.-E. (Pickeringserie) um 0,025 Å.-E. kleiner berechnet als mit Berücksichtigung der Relativität.

Die Komponente, die bei $\lambda = 4339$ der Kreisbahn entspricht, müßte nach Paschen mit der Relativitätskorrektion sein: 4338,734, ohne Relativitätskorrektion dagegen: 4338,709.

Gemessen ist von Paschen in der Gegend eine Linie 4338,694, Grenzen der Linie 4338,729 und 4338,657. Diese Linie ist bei einer Aufnahme in der dritten Ordnung aufgelöst gefunden in die Linien 4338,667 und 4338,709. Andere Werte sind nicht angegeben. Man sieht, daß keiner der gemessenen Werte den von der Relativitätskorrektion geforderten Wert erreicht! Die wesentlich in Betracht kommende Messung in der dritten Ordnung ergibt sogar einen Wert, der genau dem berechneten Wert ohne Relativitätskorrektion entspricht. Wenn Paschen trotzdem glaubt, die Relativitätskorrektion sei bestätigt[2]), so liegt das daran, daß er auf Grund der zu großen Feinstrukturkonstante, die er aus seiner Funkenaufnahme $\lambda = 4686$ Å.-E. fand[3]), auf die Anwesenheit einer Linie in der gesuchten Gegend bei 4338,734 Å.-E. schließt; beobachtet hat er jedoch diese Linie nicht. Man hat an der Hand des experimentellen Materials den Eindruck, als ob allgemein im Atominnern unter Voraussetzung der Richtigkeit der Bohrschen Ideen die „relativistische" Korrektion kleiner beobachtet wurde, als nach den Rechnungen zu erwarten ist.

III. Die Feinstruktur der Röntgenstrahlen.

In engem Zusammenhang mit der Feinstruktur des Wasserstoffs und des Heliums steht die Feinstruktur der Röntgenspektren, insbesondere die L-Dublette. Sommerfelds Formel für L-Dublett bei Röntgenstrahlen lautet:

$$\Delta\nu_L = \Delta\nu_H (Z-s)^4.$$

1) Über die Bedeutung der einzelnen Buchstaben siehe Paschens Arbeit S. 907.
2) Ebenda S. 931.
3) Ebenda S. 910.

Diese Formel enthält als Variable $\Delta\nu_H$. Sommerfeld setzt seinen theoretischen Wert $\Delta\nu_H$ gleich 0,36 cm^{-1} ein und gibt ihm in Abhängigkeit von der Ordnungszahl einen Gang, der sich nahezu durch die höheren Glieder der relativistischen Gleichung[1]) darstellen läßt. s ist der Abschirmungsfaktor, er erhält den konstanten Wert 3,5. Wir können natürlich ebensogut unseren Wert für $\Delta\nu_H = 0{,}29$ cm^{-1} einsetzen und erhalten dann als Abschirmungsfaktor $s = 2$, der nach den Bohrschen Vorstellungen wahrscheinlicher ist[2]). Es ergibt sich dann gleichfalls für $\Delta\nu_H$ ein Gang, der aus nebenstehender Fig. 2 ersichtlich ist.

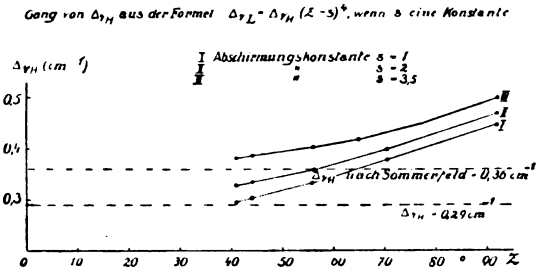


Fig. 2.

Man kann jedoch noch ganz anders vorgehen. Man kann $\Delta\nu_H$ konstant lassen und s variabel annehmen. Dieses Verfahren rechtfertigt sich physikalisch insofern, als in der Moseleyschen Gleichung $\sqrt{\frac{\nu}{N}} = a(Z-s)$ ebenfalls ein Wert $Z-s$ vorkommt. Setzt man in diese Gleichung die aus obiger Gleichung bei konstantem $\Delta\nu_H$ gewonnenen Werte ein, so bekommt man bei graphischer Darstellung für die K-Linien und für L_β und L_δ nahezu eine Gerade statt der bisher gekrümmten Linien. Für große Z-Werte wird dann der Wert s negativ, was vielleicht heißen könnte, daß das Feld der Atome mit größeren Ordnungszahlen schneller als die Kernladung zunimmt, ein Fall, der nur eintreten kann, wenn die Elektronenhülle für die in Betracht kommenden Emissionsgegenden nicht kugelsymmetrisch ist.

Man kann schließlich auch den Weg einschlagen, daß sowohl s als auch $\Delta\nu_H$ variabel angenommen wird. Auch hierfür lassen sich Gründe angeben, jedoch soll auf nähere Einzelheiten hier nicht eingegangen werden. Wir ziehen hier nur den Schluß, daß aus der Feinstruktur der Röntgenstrahlen hochatomiger Elemente bisher kein sicherer Rückschluß auf die

1) Sommerfeld, Atombau u. Spektrallinien, 3 Aufl., S. 356.
2) Dieses Resultat ergab sich in einer Diskussion mit Herrn W. Bothe.

Digitized by Google

Feinstrukturkonstante des Wasserstoffs gezogen werden kann.

Zusammenfassung.

Die neuen Ergebnisse, die sich aus der kritischen Sichtung des Materials ergeben haben, sind folgende:

1. Die Interferometer-Messungen an der roten Wasserstofflinie haben eine besondere Bedeutung für die Bestimmung des $\Delta\nu_H$-Wertes, weil bei ihnen alle Fehlerquellen (mit Einschluß des Schrumpfungseffektes infolge Überlagerung benachbarter Komponenten) fortfallen. Der Mittelwert aus allen Messungen beträgt

$$\Delta\nu_H = 0{,}298 \text{ cm}^{-1}$$

(nach der Theorie von Sommerfeld 0,365 cm^{-1}).

2. Bei Messungen mit Stufengitter, Lummer-Gehrcke-Platte und Strichgitter treten photographische und physiologische Fehlerquellen auf, die im Sinne einer scheinbaren Vergrößerung (bis 40 Proz.) des Dublettabstandes wirken.

3. Die Messungen von Gehrcke und Lau, die die Fehlerquellen praktisch ausgeschaltet haben, ergaben nahezu denselben Wert von $\Delta\nu_H$ wie die interferometrischen Messungen, die übrigen Messungen ergaben Vergrößerungen des Wertes, die sich aus den Fehlerquellen erklären lassen.

4. Von den Linien des ionisierten Heliums (Fowler- und Pickering-Serie nach den Messungen Paschens) spricht nur die Funkenaufnahme der Linie 4686 für einen $\Delta\nu_H$-Wert, der der Sommerfeldschen Theorie entspricht, jedoch treten bei Funkenaufnahme sehr viele andere Linien in der Nähe dieser Liniengruppe auf, so daß eine sichere Zuordnung der Linien nicht möglich ist.

5. Alle Messungen an den übrigen Linien des ionisierten Heliums sprechen dafür, daß der $\Delta\nu_H$-Wert kleiner ist als berechnet.

6. Die Relativitätskorrektion in den Bohrschen Gleichungen für das Heliumspektrum muß als nicht bestätigt angesehen werden.

7. Die Messungen an den Röntgendubletts hochatomiger Elemente lassen keinen sicheren Rückschluß auf den Wert von $\Delta\nu_H$ zu.

(Eingegangen 23. Januar 1924.)

BESPRECHUNGEN.

F. Auerbach, Entwicklungsgeschichte der modernen Physik. VIII u. 344 S. Berlin, Julius Springer. 1923. M. 8.—, geb. M. 10.—.

Die Idee, welche diesem Buche zugrunde liegt, ist eine gewiß allgemein als gut anerkannte; denn das ist es doch wohl, was man von einer Geschichte der Physik erwarten soll, daß sie eine Entstehung der Probleme und ihrer Lösungen gibt. Die meisten allgemeinen Geschichten der Physik der letzten 50 Jahre gaben eine Geschichte bedeutender Physiker, aber keine Geschichte der Physik. Darum wird man dies Buch Auerbachs begrüßen als einen wirklichen Versuch, eine Geschichte der Physik zu schreiben. Es hält sich fern von den Lebensgeschichten der Forscher und ordnet nur nach den Materien. Die Ordnung trifft der Verfasser so, daß er in einem allgemeinen Teil eine Übersicht über die Gesamtentwicklung geben will, in 10 Kapiteln, die von den ersten Ideen über Raum und Zeit bis zur Relativitätstheorie führen. Dem folgt ein zweiter spezieller Teil, wo in 7 Kapiteln Einzelprobleme, die besondere Bedeutung gehabt haben, noch etwas eingehender, als es in dem allgemeinen Teil möglich war, behandelt werden. Es ist so auf den 344 Seiten ein gewaltig großer Stoff zusammengedrängt; denn, da der Verfasser bis zum Jahre 1922 die Probleme verfolgen will, muß das Buch eigentlich auch ein vollständiges Lehrbuch der Physik, wenn auch in kürzester Form sein. Es ergibt sich daher wohl von selbst, daß die Darstellung durchweg recht aphoristisch sein muß, sonst würde das Buch wohl den drei- bis vierfachen Umfang erhalten haben. Der Verfasser sagt freilich, er habe nicht entfernt an eine „Geschichte der Physik" gedacht, sondern die Idee der Entwicklung bis zur Gegenwart ausschließlich im Auge gehabt. Nun nach meiner Ansicht ist gerade dies das Wesentliche bei einer guten Geschichte. Es versteht sich darum von selbst, daß der Verfasser Abwege, welche auch in der physikalischen Forschung nicht ausgeschlossen sind und bisweilen jahrzehntelang die Untersuchungen gehemmt haben, einfach übergeht. Das ist nur zu begrüßen. Aber nun entsteht die Frage, für wen ist das Buch besonders gedacht. Ist es für „alle, welche sich für Physik interessieren", gedacht, dann muß es so abgefaßt sein, daß diese weiten Kreise es verstehen können. Das ist aber bei dem zusammengedrängten Stoff sehr schwierig und ich glaube nicht, daß jemand, der nicht wirklich Physik studiert hat, imstande ist, sich aus der Darstellung nun ein zutreffendes Bild zu machen, um was es sich eigentlich handelt. Ist das Buch aber für Physiker geschrieben, d. h. solche, die es werden wollen, so müssen 3 Forderungen aufgestellt werden, daß erstens wichtige Gebiete moderner Forschung wenigstens so weit berücksichtigt werden, daß ein zutreffendes Bild des fraglichen Gebiets erhalten wird. Das ist z. B. für die Atomforschung, für die photoelektrischen Untersuchungen und manche andere zweifellos nicht erreicht. Zum anderen hat der in der Physik Arbeitende keinen Nutzen davon, daß ihm eine Reihe von Namen genannt wird, mit einer Jahreszahl, von solchen Männern, die sich mit der Sache einmal beschäftigt haben, wenn er nicht erfährt, was der Einzelne gemacht hat, oder wenigstens ein Zitat findet, wo er die Arbeit suchen kann. Nur in einzelnen Fällen weiß man, daß dieser oder jener stets in einem bestimmten Journal publiziert hat, kann also durch die beigesetzte Jahreszahl die fragliche Arbeit bald finden. Es gibt aber viele Forscher, die in sehr verschiedenen Zeitschriften ihre Resultate niedergelegt

Digitized by Google

haben und dann ist es eine mühsame, oft kaum zu leistende Arbeit, die gesuchte Abhandlung zu finden. Es wäre darum sehr zu wünschen, daß der Verfasser in einer neuen Auflage statt der Jahreszahlen, die meistens zu den Namen gesetzt sind, die Zitate so andeutete, daß man die Arbeiten finden könnte. Endlich drittens muß aber die Forderung aufgestellt werden, daß die Namen und Jahre richtig sind, und diese Forderung gilt für jeden Leserkreis, sonst muß ein verkehrtes Bild der Entwicklung entstehen.

In bezug auf letztere Forderung greife ich nun aus der großen Fülle zu beanstandender Angaben einige heraus. Auf S. 3 sagt der Verfasser, wenn die Theorie des Magnetismus schon vorhanden gewesen wäre, würden die älteren Beobachter nicht mit Zylindern, sondern mit Kugeln usw. gearbeitet haben. Nun haben die beiden ältesten Forscher auf diesem Gebiet Peregrinus 1269 und Gilbert 1600 bereits fast ausschließlich mit Kugeln gearbeitet und die Zweipoligkeit, die Kraftlinien usw. gerade an den Kugeln entdeckt. — Auf S. 10 sagt der Verfasser, das Trägheitsgesetz sei von Galilei schon aufgestellt. Ich weiß nicht, worauf er sich da stützt. Die vis inertiae ist zuerst sehr ausführlich und richtig von Kepler in seiner Astro-nova 1609 eingeführt, in seinem Prodromus 1596 schon angedeutet, jedenfalls früher als bei Galilei. Denn wenn man selbst Galileis Sermones de motu gravium heranziehen wollte, obgleich darin das Trägheitsgesetz als solches gar nicht vorkommt, so ist diese Arbeit gar nicht mit einer festen Jahreszahl zu verbinden, veröffentlicht ist sie ja erst durch Albèri 1842. — S. 12 heißt es: „Der Begriff der Energie wird schon von Th. Young 1807 eingeführt" — und: Im 18 Jahrhundert, als das Wort Energie noch nicht gefunden war". In Keplers Astro-nova wird die „Energie" ἐνεργεία bereits für Arbeitsleistung gebraucht, ebenso bei Euler. — Nach S. 19 hat Demokrit 420 ein atomistisches Weltbild gezeichnet. Es ist das freilich eine Behauptung, die sich in zahllosen, besonders englischen Büchern findet. Man beruft sich dann auf Lucrez, aber diese lateinischen Quellen sind meist unrichtig, so auch hierbei. Der erste, welcher ein wirklich atomistisches Weltbild aufstellte, war Anaxagoras 499 bis 425. Zu S. 31: Ritters Entdeckung der Elektrolyse fällt in das Jahr 1799 (Gilberts Ann. II, S. 80) und ist Nicholson und Carlisle zweifellos bekannt gewesen bei ihren Arbeiten 1800, wie Gilbert 1801 bereits hervorhebt. Zu S. 79. Die ersten Versuche, die Geschwindigkeit der Elektrizität in Leitern zu messen, sind nicht von Wheatstone 1834, sondern von Le Monnier 1746/47 in Paris gemacht, und zwar besser als von Wheatstone, Le Monnier kann freilich die Zeit nicht messen, aber er findet, daß die Ausbreitung nicht instantan ist, nur zu schnell für seine Meßapparate. Diese Versuche sind dann sehr ausgedehnt von Watson wiederholt mit gleichem Erfolge. — Zum Gravitationsgesetz S. 81 ist zu bemerken, daß Kepler bereits in seiner Astro-nova und harmonices mundi nicht nur das Produkt der Massen, sondern auch den Divisor r^2 untersucht, also $\frac{m \cdot m'}{r^2}$; aber er verwirft dann diese Formel aus anderen Gründen. Newton hatte es also recht leicht, diese Formel wieder aufzustellen, zumal Kepler auch gerade die Mondbewegung herangezogen hatte. — In bezug auf die Leitfähigkeit für Wärme ist nicht Ingenhouss 1789 der erste, sondern Newton, der seine Erkaltungsmethode 1701 darauf gründet. — Zu S. 108 ist zu bemerken, daß schon bei Grove, Phil. Trans. 1852, Kathodenstrahlen beobachtet sind, Plücker hat die Sache von 1858 bis 61 aber genauer untersucht. Und für die Konvektionstheorie wäre wohl auch Zöllner 1870 zu nennen. Daß S. 112 bei den Glüh-trahlen gerade die ersten und wesentlichsten Bearbeiter dieses Gebietes, Elster und Geitel (1882—1892), nicht genannt werden, ist wohl nur ein Versehen. — Das Lord Kelvin 1854 auf S. 116 zugeschriebene Resultat, daß der Äther so wenig dicht sein müsse, daß er die Bewegung der Himmelskörper in keiner Weise beeinflusse, ist sehr ausführlich und rechnerisch begründet von L. Euler 1745. — Die S. 122 3 genannten Vorläufer des Kirchhoffschen Gesetzes haben sämtlich nicht das geringste Recht sich als solche zu gebärden, dagegen fehlt der einzige, der dem Gesetz experimentell völlig nahe kam, ohne es zu finden, nämlich Foucault, Archiv des sciences phys. X, 1849 S. 223. — Ebenda ist auch zu bemerken, daß Kirchhoff sein Gesetz nicht mit zwei Natriumflammen fand, sondern mit dem Drummondschen Kalklicht und der mit Kochsalz beschickten Alkoholflamme. Zu S. 132 ist zu sagen: Der erste, der das Brechungsgesetz fand, und zwar auf die gleiche Weise, wie es von Snellius gefunden wurde, durch das Sichtbarmachen einer Munze (Ringes) über den Rand eines Gefäßes durch eingeschüttetes Wasser, war Kleomedes (um 30 v. Chr.). Das bei Snellius angegebene Jahr 1626 ist das seines Todes; wann er das Gesetz gefunden hat, ist bis heute nicht festgestellt. Huygens sagt in seiner Dioptrik, das Manuskript von Snellius sei nie publiziert. — Daß S. 138 für die Lehre von der Umwandlung der Elemente gerade die ersten Entdecker Elster und Geitel (1899, Wied. Ann. 69, S. 88) nicht genannt werden, obwohl sie das von Rutherford und Soddy formulierte Zerfallsgesetz ganz unzweideutig aussprechen, ist recht bedauerlich. — Auf S. 145 ist die Abb. 53b heute doch nicht mehr zutreffend und die wesentlichen Bedenken gegen die Vorstellung vom Heliumatom sind nicht von Rau, sondern von J. Franck begründet. — Auch für die elementaren Bausteine (S. 148) kommen die X_3-Kerne doch wohl nicht mehr in Frage, sondern außer den H-Kernen höchstens noch He-Kerne. Aber es wäre hier wohl am Platze gewesen, den ersten zu nennen: W. Prout 1815, der in divinatorischer Voraussicht den einheitlichen Aufbau der Elemente aus Wasserstoff behauptete. Warum wird auf S. 162 bei der Ausdehnungskurve des Wassers nicht Scheel genannt, der die Frage definitiv abgeschlossen hat? — Auf derselben Seite wird behauptet, daß die Academia del Cimento 1692 die Zusammendrückbarkeit des Wassers festgestellt habe; die Accademia del Cimento ist aber bereits 1667 aufgehoben. Der Gelehrte, welcher dies feststellte, war Renaldini, und die nicht genannten Experimentatoren Abich und Zimmermann haben vor Canton den exakten Beweis geliefert. Der Name Piezometer stammt nicht von Cerstedt, sondern von Colladon und Sturm, aber die ersten wirklichen Messungen haben nicht diese, sondern Perkins (Schweigg. Journ. 49, S. 186) ausgeführt. S. 166 wird behauptet, die ersten Beobachtungen über die Spannung des Wasserdampfes habe Bétancourt 1792 gemacht, während die erste Beobachtung von Heron (etwa 135 v. Chr.) gemacht ist, dann ausgedehnte Versuche von Papin (Act. erud. 1682 u. 1690), Ziegler 1759, besonders für Temperaturen über 100° von James Watt 1759—1769 in Robinsons mechanical Phil II, und endlich sind die Untersuchungen von Schmidt (Grens Neues Journ. IV) 1798 viel sauberer als die von Bétancourt. Die Behauptung (S. 168), daß die technische Benutzung überhitzten Wasserdampfes wenig erfolgreich gewesen sei, wird doch wohl von

Digitized by Google

keinem Maschineningenieur anerkannt. Die arithmetische Temperaturskala (S. 172) ist von Philo (etwa 150 v. Chr.) bei seinem Thermoskop eingeführt, Galilei ist ganz unschuldig daran. Die Idee von Maxwell (S. 182) stammt von L. Euler 1745. — Bei dem Parallelogramm der Kräfte (S. 195) hätte in erster Linie Heron genannt werden müssen, der zuerst eine Kraft in zwei senkrechte Komponenten zerlegt hat (Opera II, S. 90). Bei demselben ist auch das Prinzip der virtuellen Verrückungen zuerst angewandt und vor Ubaldi hat es Leonardo da Vinci benutzt. Daß Galilei 1608 das Trägheitsprinzip vorgeahnt habe, ist oben schon richtig gestellt, aber wie das Jahr 1608 begründet werden soll, ist mir völlig unverständlich; überhaupt sind die Zeitangaben häufig sehr willkürlich von dem Verfasser eingesetzt, so wird bei Aristoteles auf S. 180 das Jahr 335 v. Chr., auf S. 198 das Jahr 365 angegeben, da Aristoteles 384 geboren ist, kann das Jahr 365 nicht richtig sein, denn er besuchte damals die Schule des Platon. In welchen Jahren Aristoteles seine verschiedenen Werke geschrieben hat, ist völlig unbekannt, jedenfalls nicht vor 348, aber ein bestimmtes Jahr ist für keine Arbeit anzugeben; so wird S. 201 bei Ibn Yunis das Jahr 990 gesetzt, aber Ibn Yunis lebte 1156—1242 (E. Wiedemann, Beitr. IV, 1805) und viele andere verkehrte Zahlen. — Das zweite Newtonsche Bewegungsgesetz (S. 196) findet sich schon bei Kepler, astr. nova 1609. Die Definition und ausgedehnte Benutzung des Schwerpunkts stammt von Archimedes, nicht von Huygens. — Daß bei dem Satz von der Erhaltung der Energie (S. 198) Leibniz (acta erud. 1686) nicht genannt wird, sondern Joh. Bernoulli, der nachgewiesenermaßen die ganze Idee von Leibniz (s. den Briefwechsel) erhalten hat, ist sehr bedauerlich; auch hätte vor R. Mayer wohl Coriolis (Calcul de l'effet etc., Paris 1829, III) genannt werden müssen. — Das Prinzip der kleinsten Wirkung hat schon Heron ohne teleologische Betrachtungen. Das stabile und labile Gleichgewicht ist sehr ausführlich und gut von Archimedes in *περὶ ὀχουμένων*, also vor 212 v. Chr. behandelt und die Einführung des Metazentrums ist von Stevin, also vor 1626 (opera 1634, S. 348) geliefert, nicht erst von Bouquer 1740, wie S. 214 behauptet wird. — Weder Al Kazini noch Leonardo da Vinci haben zuerst eine gewisse Ahnung von der Kapillarität gehabt (S. 219), sondern Platon kennt die Kapillarität ganz gut und gibt ein Experiment an Symp. 175. — Daß bei der temperierten Stimmung der Entdecker nicht genannt wird (S. 224), ist bedauerlich, es war Mich. Stifel (Arith. int. 1544, fol. 78), der das Intervall $\sqrt{2}$ angibt lange vor dem sonst genannten Werkmeister 1691. Warum werden bei dem Schwingungsproblem (S. 224) die Namen Euler und Bernoulli nicht genannt, an diesen fundamentalen Arbeiten kann auch eine moderne Darstellung nicht vorübergehen. Die Längenkorrektion der offenen Pfeifen (S. 228) rührt von Wilh. Weber her. Die Darstellung der Thermometerentwicklung (S. 232) ist bis auf wenige Namen unzutreffend. Galilei hat überhaupt kein Thermometer erfunden, am allerwenigsten 1597, sondern das Philosche (150 v. Chr.) nach 1592 nachgemacht, das erste brauchbare Gasthermometer rührt von Amontons 1703 her, das erste Flüssigkeitsthermometer ist nach Libri 1611 in Rom von unbekanntem Anfertiger gezeigt und jedenfalls 1641 im Besitz von Ferdinand II in Florenz gewesen und dort von A. Kircher gesehen. Das Fahrenheitsche Thermometer ist eine Nachahmung des von Ole Römer etwa 1708 konstruierten (cf. Kristine Mayer, Archiv f. d. Geschichte der Natur. II, 1910). Schmelzpunkt und Siedepunkt als Konstante sind bei Dalencé eingeführt, von Amantons zuerst praktisch benutzt 1703. Die Kalibrierungsmethode rührt von Lambert (Pyrometrie 1779) her und ist in der modernen Anwendung von Rudberg 1837 gegeben. Das älteste Pyrometer stammt von Newton 1701. Von ihm ist auch die Erkaltungsmethode (S. 235) und nicht erst von Tob. Mayer. Diese Methode ist auch von F. Neumann angewandt, während die Mischungsmethode von Wilke 1772 erfunden ist. Die Eisschmelzungsmethode ist nicht von Hermann 1831 „ersonnen", sondern schon von Wilke und intensiv von Lavoisier und Laplace 1780 benutzt. Die Messung von C_p ist von Magnus mindestens ebensogut wie von Regnault durchgeführt. Auffallend ist, daß bei den Kompensationspendeln (S. 237) gerade das wichtigste von Harrison 1725 fehlt. Die Verdampfungswärme (S. 246) ist zuerst von J. Watt gemessen, der auch etwa 100 Jahre vor Regnault feststellte, daß sie bei steigender Temperatur abnimmt. Die Entdeckung der Kontaktelektrizität von Galvani ist 1789 nicht 1786 gemacht und Volta war 1792 noch Anhänger der Galvanischen Anschauung, erst 1794 fand er die Kontaktelektrizität. Die Theorie des Induktors stammt von Poggendorff 1855, der große Ruhmkorffsche Induktor ist 1860 (Pogg. Ann. 180, S. 327) veröffentlicht. Voltas Säule (245) ist in dem Brief vom 30. März 1800 zuerst veröffentlicht, nicht 1799, darin auch der Becherapparat; Cruikshank hat nichts mit der Erfindung zu tun.

Die Astasierung der Nadel beim Multiplikator (S. 248) ist zuerst von Ampère ausgeführt. Alles, was S. 250 Faraday zugeschoben wird, ist schon von Wilke gemacht, nur der Name rührt von Faraday her. Die W. Smith (S. 264) zugeschriebene Entdeckung stammt von May. Die S. 267 erwähnte Theorie W. Webers 1852 ist eine Weiterbildung der Ampèreschen Theorie der Molekularströme, die vom Verfasser gewählte Ausdrucksweise gibt ein ganz verkehrtes Bild der Entwicklung. Der „man", welcher das Keplersche Fernrohr zu einem terrestrischen ergänzte (S. 282) war Schyrl de Rheita 1645. Das erste Spiegelteleskop ist 1661 von J. Gregory erdacht und 1663 veröffentlicht. Wer Eulers Dioptrik gelesen hat, wird nicht zugeben, daß dabei die Methode des „Herumprobierens" (S. 283) angewandt sei. Das psychophysische Grundgesetz (S. 287) ist nicht von W. Weber, sondern von seinem Bruder Ernst Heinrich gefunden. Schon Heron (S. 285/6) hat den reflektierten Strahl in die Einfallsebene gelegt, und Kleomedes ebenso den gebrochenen Strahl. Die Theorie der Brennpunkte hat Apollonios 200 v. Chr. schon in Angriff genommen. Die Inferenz (S. 290) ist zuerst von Grimaldí † 1663 mit dem bekannten Satz: Licht und Licht gibt Finsternis (Arago) veröffentlicht 1665.

Wenn auch noch viele andere Irrtümer zu berichtigen wären, breche ich hier ab, da ich glaube hinlänglich begründet zu haben, daß in historischer Beziehung eine sorgfältige Umarbeitung notwendig ist. Auch viele Figuren sind, wie sie dastehen, teils unverständlich für jemand, der die Arbeiten nicht genau kennt, oder sie passen nicht zu dem Text, so Figur 69, 70, 89, 102, 107 usw. Nach obigen Angaben ist denn auch die Tabelle der Entdecker zu berichtigen und wohl durch manchen Namen zu ergänzen, der heute schmerzlich dort vermißt wird.

Edm. Hoppe, Göttingen.

G. N. Lewis u. M. Randall, Thermodynamics and the free Energy of Chemical Substances. XXIII u. 653 S. London u.

Digitized by Google

New York, Mc. Graw-Hill, Publ. Co., Ltd. 1923. Geb. 25 sh.

Das vorliegende Buch ist dazu bestimmt, Chemiker die Anwendung der Thermodynamik auf Probleme ihres Faches zu lehren, entspricht also dem Gegenstande nach dem thermodynamischen Teil der Lehrbücher über physikalische Chemie, ohne die dort auch behandelten kinetischen Probleme und die Fragen nach dem Aufbau der Materie zu erwähnen. Aber auch von dem thermodynamischen Teil der in Deutschland üblichen Lehrbücher unterscheidet sich das vorliegende Werk zum Teil erheblich, schon durch den etwas burschikosen Ton (wenigstens im Anfang), der einer Abschreckung der Nichtmathematiker durch allzu abstrakte Darstellung entgegenwirken soll, noch mehr aber durch den Inhalt. Der größte Teil des Werkes ist nämlich dem Verhalten wässeriger Lösungen gewidmet; natürlich werden diese in den üblichen Lehrbüchern ebenfalls behandelt, aber mit der wesentlichen Beschränkung auf die unendlich verdünnten Lösungen, und nur einzelne Extremfälle (ideale konzentrierte Lösung nach Nernst) pflegen noch gestreift zu werden.

Hier hingegen ist der mittlere Hauptteil des Buches dem Verhalten von Lösungen beliebiger Konzentration gewidmet, die verdünnte Lösung tritt immer nur als besonders einfacher Spezialfall auf. Die Methode, nach der gerechnet wird, ist die des thermodynamischen Potentials — hier, ebenso wie bei Eucken, zweckmäßigerweise freie Energie genannt —, nicht die des Kreisprozesses. An Stelle des Potentials werden auch andere davon abgeleitete Größen (Aktivität, „Entweichungstendenz", „Flüchtigkeit" usw.) benutzt. Zuerst werden ganz ausführlich Methoden entwickelt, um aus Präzisionsmessungen der Gefrierpunktserniedrigung und ähnlicher Größen die freie Energie (genauer die Abweichungen derselben vom Verhalten in verdünnten Lösungen) des Lösungsmittels zu berechnen. Aus dieser kann man dann nach der bekannten Gibbsschen Beziehung

$$x\frac{\partial \mu_1}{\partial x} + (1-x)\frac{\partial \mu_2}{\partial x} = 0$$

die freie Energie des gelösten Stoffes bestimmen. Für alle diese Zwecke wird genau angegeben, nach welchen (graphischen oder analytischen) Methoden die numerische Verwertung der Resultate am zweckmäßigsten erfolgt. Dann schließt sich die Behandlung der Elektrolyte an. Für die sogenannten starken Elektrolyte stehen auch die Verfasser auf dem Standpunkt voller Dissoziation, gehen aber nicht näher auf den Mechanismus ein, der die Abweichungen vom Gesetz der verdünnten Lösungen bewirkt (Milner, Bjerrum, Debye), sondern betonen im Gegenteil, daß die Ursache der Abweichungen für die Thermodynamik irrelevant und streng genommen aus ihr auch nicht eindeutig zu erschließen sei. Zur Charakterisierung führen sie einen „Aktivitätskoeffizienten" γ ein, der folgendermaßen definiert ist: Man denke sich den Elektrolyten vollständig dissoziiert und von den so erhaltenen Ionen nur den Bruchteil γ vorhanden; dieser Bruchteil soll sich nach den Gesetzen der verdünnten Lösungen verhalten und wird so bestimmt, daß er das gleiche thermodynamische Potential hat wie die Ionen der tatsächlich vorliegende Lösung. γ ersetzt also den alten „Dissoziationsgrad". Nun wird aus den vorliegenden Daten die Abhängigkeit dieses Aktivitätskoeffizienten von der Konzentration bestimmt, wobei sich herausstellt, daß hierbei die Salze sich in Gruppen teilen lassen, die hauptsächlich von der Wertigkeit, aber auch von dem Bau der Ionen abhängen. Um das Verhalten in gemischten Lösungen berechnen zu können, wird das „Prinzip der Ionenstärke" aufgestellt, nach welchem der Aktivitätskoeffizient für ein bestimmtes Ion in allen verdünnten Lösungen derselben „Ionenstärke" [halbe Summe der Produkte Konzentration × (Wertigkeit)^2] dieselbe ist. Das Verhalten der Gruppen und dieses Prinzip stimmt, soweit Ref. sieht, für verdünnte Lösungen mit den Theorien von Milner, Bjerrum, Debye und Hückel überein, wenn auch wohl für hochkonzentrierte Lösungen Abweichungen eintreten. Im Anschluß an diese Überlegung wird die Löslichkeitsbeeinflussung und das elektromotorische Verhalten behandelt. Die in dem Buch gegebenen Tabellen sind von großer Bedeutung für die thermodynamische Behandlung von Lösungen beliebiger Konzentration; doch sei bemerkt, daß so genaue Rechnung erst durch die zahlreichen angeführten Messungen mit gesteigerter Genauigkeit (meist in den letzten Jahren in Amerika ausgeführt) zweckmäßig wird (so werden EMK. auf 0,01 Millivolt gegeben!). Diesem Hauptteil des Buches geht eine Einleitung in die Grundlagen der Thermodynamik voraus, welche sich durch die scharfe Definition aller auftretenden Größen auszeichnet. Hervorzuheben ist auch hier die ausführliche Behandlung der spezifischen und Verdünnungswärmen von Lösungen aller Konzentrationen. Das letzte Drittel des Buches behandelt den dritten Hauptsatz und bringt dann eine systematische Darstellung der vollständig durchrechenbaren homogenen Gasgleichgewichte sowie von ausgewählten heterogenen Gleichgewichten. Hier findet man die Gebiete kurz behandelt, auf die in deutschen Büchern ein Hauptgewicht gelegt wird (Gasdissoziation), dagegen werden organische Lösungsgleichgewichte wie Esterverseifung gar nicht besprochen. Bei der Behandlung des Nernstschen Theorems stehen die Verfasser auf dem Standpunkt, daß es nur für reine Kristalle gilt, doch hätten in diesem Abschnitt die entscheidenden theoretischen Arbeiten von Stern, Schottky, Ehrenfest usw. wohl berücksichtigt werden sollen. Überhaupt behandeln die Autoren die prinzipiellen Probleme vom kinetischen Standpunkt gar nicht (mit Ausnahme eines kurzen Kapitels, das den Entropiebegriff durch Zurückführung auf die Wahrscheinlichkeit etwas faßlicher machen soll).

Die Entropiekonstante einatomiger Gase wird nach der Theorie der „rationalen letzten Einheiten" bestimmt, die hier zu praktisch demselben Wert führt wie die einwandfreie statistische Rechnung, für zweiatomige Gase werden Näherungsformeln als Ersatz für die theoretisch begründeten, aber noch nicht praktisch verwertbaren gegeben. Im Anhang findet sich unter anderem eine zweckmäßige Tabelle zur Umrechnung von Gleichgewichtskonstanten auf andere Temperatur.

Alles in allem liegt hier ein pädagogisch geschickt, dabei vollständig streng geschriebenes Buch von großer Eigenart vor, das nicht nur als Einführung für den Chemiker geeignet, sondern auch für alle mit Lösungen messend Arbeitenden unentbehrlich ist, das aber die üblichen Lehrbücher der physikalischen Chemie nicht überflüssig macht. Herzfeld.

M. Born, Der Aufbau der Materie. 3 Aufsätze über moderne Atomistik und Elektronentheorie. 2., verbesserte Auflage. Berlin, Julius Springer. 1922. 8°. VI u. 86 S. Mit 37 Abb.

Das vorliegende kleine Buch bildet sowohl für den Lernenden wie für den Fachmann eine schöne und anregende Lektüre. In knapper und doch leichtfaßlicher Form geschrieben, führt es den Leser schnell auf die Höhe der physikalischen Atomistik und ge-

Digitized by Google

stattet ihm nicht nur eine allgemeine Rundsicht, sondern auch tiefe Einblicke in die weitverzweigten Seitentäler, die noch vor kurzem dem Auge des Forschers verborgen waren.

Gleichsam als Einleitung dient der 1. Aufsatz: „Das Atom", der in äußerst anschaulicher Weise, und durch gute Abbildungen unterstützt, eine allgemeine Übersicht über den elektrischen Aufbau der Atome aus Kernen und Elektronen gibt und die Wege schildert, die zu der Rutherford-Bohrschen Atomtheorie führten. Nachdem so die begrifflichen Grundlagen eingeführt sind, ist der Weg zu feineren Problemen frei, die im 2. und 3. Aufsatz behandelt werden. Dort kommen Fragen zur Sprache, deren Beantwortung wir zum großen Teil Born selbst und seiner Schule verdanken. Es handelt sich dabei, kurz gesagt, um die Aufgabe, sämtliche Eigenschaften der Kristalle, ihre mechanischen, thermischen, elektrischen und optischen, allein aus der Tatsache ihrer Gitterstruktur abzuleiten, die durch Laues große Entdeckung sichergestellt ist. Diese Aufgabe ist, wie Born zuerst in seinem Buche „Dynamik der Kristallgitter" gezeigt hat, lösbar, wenn die Kräfte, die zwischen den einzelnen Partikeln des Kristallgitters wirken, bekannt sind. Diese Kräfte aber müssen wir uns, nach Born, als von rein elektrischer Natur denken; denn für andersgeartete Kräfte ist in dem aus Atomen aufgebauten Kristall kein Platz, da wir ja das einzelne Atom heute als ein rein elektrisches System ansehen. So entsteht das Problem, die Eigenschaften der Kristalle auf Grund theoretischer Berechnungen vorherzusagen, falls die Anordnung der elektrischen Elementarladungen, aus denen sich der Kristall aufbaut, gegeben ist. Beschränkt man sich auf die sogenannten Ionengitter, wie z. B. Steinsalz (*NaCl*), die aus entgegengesetzt geladenen Ionen (*Na*+ und *Cl*−) zusammengesetzt sind, so kommt man für die Bewältigung vieler Probleme schon mit der folgenden einfachen Annahme zum Ziel: die Kräfte, die zwischen den einzelnen Ionen wirken, äußern sich erstens in der Coulombschen Anziehung der entgegengesetzt geladenen Ionen und zweitens in einer entgegengerichteten Abstoßungskraft ihrer Elektronenhüllen, die eine vollständige Kontraktion des Kristalles, ein Zusammenstürzen der Ionen, verhindert und so eben zu einer Gleichgewichtsanordnung der Ionen, in gewissen Abständen voneinander, führt. Während das durch die Ionenanziehung erzeugte Kontraktionsbestreben des Kristalls sich durch eine von Madelung angegebene Methode streng auswerten läßt, ist man zur Berechnung der kompensierenden Abstoßungskraft vorläufig zu Näherungsannahmen gezwungen. In gewissem Umfange hat sich dabei die zuerst von Born eingeführte Annahme bewährt, daß die Abstoßungskraft zweier Ionen, im Abstande r voneinander, umgekehrt proportional r^n anzusetzen ist. Auf diese Weise läßt sich, wenn die Elektronenladung (e), die Gitterkonstante (δ) des Kristalls und der Exponent (n) des Abstoßungsgesetzes bekannt sind, z. B. der Absolutwert der Kompressibilität berechnen. Mit $n \sim 9$ hat sich für die Salze des Alkali-Halogen-Typus (*NaCl*, *KCl* usw.) eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Rechnung und Experiment ergeben.

Auf Grund derselben einfachen Hypothesen ist es Born auch gelungen, nur mit Hilfe von e, δ und n, die Bildungswärmen der Kristalle zu finden, d. h. diejenige Wärme, die 1 Mol eines Kristalles, bei der Bildung aus seinen Ionen, abgibt. Damit ist die Brücke zwischen Physik und Thermochemie geschlagen. Denn es ist nunmehr möglich, die thermochemischen Daten direkt aus den physikalischen Konstanten des Kristalls abzuleiten. Über die mannigfachen Anwendungen dieser fundamentalen Resultate gibt der dritte Vortrag des Bändchens einen lebendig-anschaulichen und instruktiven Überblick. Viele der hier berührten Probleme sind in den 2 Jahren, die seit Erscheinen der Broschüre verflossen sind, zum größten Teil von Born und seinen Schülern, eingehender behandelt worden und zu einem gewissen Abschluß gebracht. Der Fachmann, der eine gründliche Kenntnis der so erreichten Ziele anstrebt, findet eine ausführliche und zusammenfassende Darstellung dieses ganzen Gebietes in dem jüngst erschienenen Enzyklopädie-Artikel von Born über die Atomtheorie des festen Zustandes (Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften V, 25.) F. Reiche.

Max Planck, Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung. 5. Auflage. 8°. IX u. 221 S. mit 6 Abbildungen. Leipzig, J. A. Barth. 1923. Geh. M. 7.—, geb. M. 9.—.

Die fünfte Auflage des klassischen Werkes weist gegenüber der vierten nur verhältnismäßig geringe Abänderungen auf. Abgesehen von kleineren Zusätzen (wie z. B. eine quantitative Angabe über die zur Beurteilung der mit der Lichtquantenvorstellung zusammenhängenden Fragen wichtige Interferenzfähigkeit des Lichtes) beziehen sich diese Änderungen hauptsächlich auf die zweite Fassung der Quantentheorie, auf deren ausführliche Erörterung jetzt verzichtet ist — nach Plancks eigner Angabe vornehmlich unter dem Eindruck der Stern-Gerlachschen Experimente. In diesem Sinne sind von dem dritten Kapitel des 4. Abschnittes der vorigen Auflage, welches der zweiten Fassung der Quantentheorie gewidmet war, nur einige Bemerkungen über die noch ungelösten grundsätzlichen Schwierigkeiten der ganzen Theorie stehen geblieben. Für die künftige Entwirrung dieser Schwierigkeiten scheint nach Planck auch der Hinweis Oseens auf solche Lösungen der Maxwellschen Gleichungen, welche eine angenäherte Nadelstrahlung darstellen, nicht ohne Bedeutung zu sein.

P. Jordan.

Berichtigung.

In dieser Zeitschrift, XXV. Jahrgang, Heft 1, Seite 2, Zeile 13 und 19, muß statt α der obere Index a (Jahre) stehen. Dr. Hans Kienle.

Zu der Arbeit: „Zur Theorie des Elektronenstromes bei der Stoßionisation" von Leonhard Heis, diese Zeitschr. **25**, 25—41, 1924, ist am Schlusse der Arbeit nach der letzten Zeile hinzuzufügen: Zürich, Anfang Mai 1923.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Göttingen (aus Hamburg umhabilitiert) Dr. A. Ostrowski für Mathematik; erhielt einen Lehrauftrag für neuere Funktionentheorie; an der Universität Gießen Dr. H. Stintzing für Physikalische Chemie und physikalisch-chemische Technik.

Ernannt: Der a. o. Professor an der Universität Leipzig Dr. Hans Stobbe zum ord. Honorarprofessor der organischen Chemie ebenda, Dr. A. Iljic Glazunow zum a. o. Professor der physikalischen Chemie an der Berghochschule Přibram.

In den Ruhestand: Der Direktor der graphischen Lehr- und Versuchsanstalt in Wien Regierungsrat Professor Eduard Valenta (unter Verleihung des Titels Hofrat).

Gestorben: Der frühere ord. Professor der Geologie an der montanistischen Hochschule Leoben und Mitherausgeber des großen Erdölwerkes Hofrat Dr. Hans Höfer Edler von Heimhalt, der Lehrer für Physik am Gymnasium Freiburg i. B. Professor Dr. Karl Fehrle.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. F. Harms in Würzburg. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Digitized by Google

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT
vereinigt mit dem
JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

No. 4. 15. Februar 1924. Redaktionsschluß für No. 6 am 5. März 1924. 25. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:
J. Holtsmark, Über die Verbreiterung von Spektrallinien. II. S. 73.
P. Raethjen, Halleffekt und Thermokraft. S. 84.
E. Schrödinger, Über das thermische Gleichgewicht zwischen Licht- und Schallstrahlen. S. 89.
A. Kopff, Courvoisier-Effekt und Einstein-Effekt. S. 95.
F. Harms, Zur Demonstration des Foucaultschen Pendelversuchs. S. 96.
Personalien. S. 96.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über die Verbreiterung von Spektrallinien. II.

Von J. Holtsmark.

In einer früheren Arbeit[1]) hat der Verfasser gezeigt, daß man zu einer befriedigenden Erklärung der Verbreiterung von Spektrallinien einer gewissen Klasse gelangen kann, wenn man annimmt, daß das emittierende Atom sich in einem elektrischen Felde befindet, welches durch das Zusammenwirken der Atomfelder sämtlicher übrigen Atome (eventuell Moleküle) entsteht. Dies ständig wechselnde Feld läßt einen in derselben Weise wechselnden Starkeffekt der emittierten Linien entstehen, so daß diese im Zeitmittel verbreitert erscheinen, eine Ansicht, die schon von Stark[2]) qualitativ begründet war. Ich konnte damals unter anderem zeigen, daß die Verbreiterung der Wasserstofflinien durch Druck quantitativ in dieser Weise erklärt werden kann, es ergab sich sogar eine außerordentlich gute Übereinstimmung zwischen den von Michelson gemessenen und den theoretisch berechneten Halbwertsbreiten. Allerdings sind die numerischen Werte jetzt zu korrigieren, weil leider ein Rechenfehler bei der Bestimmung der Quadrupolfelder gemacht wurde, auf diesen Punkt werden wir unten wieder zurückkommen.

Bei der Berechnung der Starkeffektverbreiterung wurde die vereinfachende Voraussetzung gemacht, daß die verbreiternden sowohl als das emittierende Atom punktförmig sein sollten. Es stand bis jetzt offen, wie weit diese Vereinfachung zulässig ist, und Debye[3]) machte darauf aufmerksam, daß die mittlere elektrische Feldstärke im Gas nach den damals aufgestellten Formeln unendlich wird, eben weil die großen Feldstärken, die in großer Nähe der Kraftzentren auftreten, zu stark berücksichtigt wurden.

Neuerdings hat Gans[1]) sich mit dieser Frage beschäftigt und wertvolle Beiträge zur Klärung des Problems gegeben. Für sehr große Feldstärken findet Gans eine Gaußsche Verteilung, wie zu erwarten war. Gans aber hat nur die Endlichkeit des einen emittierenden Atoms berücksichtigt und die verbreiternden Atome stillschweigend als punktförmig betrachtet, was höchstens bei Ionen erlaubt ist.

Er gewinnt daher für kleinere und mittlere Feldstärken nur einen geringen Teil der Korrektion, während die Hauptkorrektion, die von der Endlichkeit sämtlicher Atome folgt, nicht berührt wird. Eine strenge und allgemeingültige Formel ist also immer noch nicht abgeleitet worden, und es wird aus dem Folgenden hervorgehen, daß dies mit großen rechnerischen Schwierigkeiten verbunden ist und aus dem folgenden Grunde auch kaum lohnen wird.

Wir haben nämlich für die Atomfelder stark vereinfachende Annahmen gemacht insofern, als wir die Atome in Ionen, Dipole und Quadrupole klassifiziert haben, und nur das erste Glied in der Entwicklung der Feldstärke benutzt haben. Wenn die Atome so dicht gelagert sind, daß die Ganssche Korrektion merklich wird, dürfen wir eben nicht mehr die vereinfachten Ansätze für die Atomfelder benutzen, so daß die ganze Berechnung illusorisch wird. Auf diesen Punkt macht übrigens auch Gans selbst aufmerksam.

Es soll im Folgenden gezeigt werden, wie die Berechnung der Resultantfeldstärke bei endlichem Durchmesser sämtlicher Atome für mittlere Gasdichten durchgeführt werden kann, indem wir uns naturgemäß auf Dichten beschränken

1) J. Holtsmark, Ann. d. Phys. **58**, 577, 1919.
2) J. Stark, Elektrische Spektralanalyse chemischer Atome, Leipzig 1914.
3) P. Debye, diese Zeitschr. **21**, 181, Anm., 1920.

1) R. Gans, Ann. d. Phys. **66**, 396, 1921.

Digitized by Google

wollen, wo die einfachen Feldansätze noch verwendet werden dürfen. Bei ganz großen Dichten läßt sich eine strenge Rechnung kaum durchführen, es ist aber anzunehmen, daß die Verteilung der Feldstärken eine Gaußsche wird, auch bei Berücksichtigung der Durchmesser der verbreiternden Atome, wie es Gans ohne dies gefunden hat.

Um Wiederholungen zu ersparen, werden wir uns soviel wie möglich auf die erwähnte Arbeit[1]) beziehen, die im Folgenden mit I bezeichnet werden möge.

§ 1. Problemstellung.

Ein emittierendes (bzw. absorbierendes) Atom, das mit dem Index o bezeichnet werden möge, befindet sich im Zentrum einer sehr großen Kugel vom Radius R, die mit einer großen Zahl N gleichartiger verbreiternder Atome (oder Moleküle) gleichmäßig erfüllt ist, welche mit Indizes von 1 bis N bezeichnet sind. Das emittierende Atom braucht nicht von derselben Art wie die verbreiternden Atome zu sein, die letzteren sollen aber unter sich gleichartig sein. Jedes verbreiternde Atom erzeugt im Zentrum der Kugel ein elektrisches Feld $\mathfrak{F}_n$, das die Komponenten $X_n Y_n Z_n$ in einem festen Achsensystem haben möge. Die Vektorsumme aller Einzelfelder

$$\mathfrak{F}_0 = \sum_1^N \mathfrak{F}_n,$$

mit den Komponenten

$$\left.\begin{aligned} X_0 &= \sum_1^N X_n, \\ Y_0 &= \sum_1^N Y_n, \\ Z_0 &= \sum_1^N Z_n, \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

stellt das zu jeder Zeit am Ort des emittierenden Atoms herrschende Feld dar, und unsere Aufgabe besteht darin, die Wahrscheinlichkeit eines bestimmten Skalarwertes F_0 der Feldstärke $\mathfrak{F}_0$ als Funktion von F_0 zu berechnen, die wir mit

$$W(F_0)\,dF_0$$

bezeichnen wollen. Zu diesem Zwecke suchen wir zunächst die Wahrscheinlichkeit

$$W(X_0 Y_0 Z_0)\,dX_0\,dY_0\,dZ_0,$$

daß gleichzeitig

$$\left.\begin{aligned} X_0 &\text{ zwischen } X_0 \text{ und } X_0 + dX_0, \\ Y_0 &\quad\,\, " \quad\,\, Y_0 \,\, " \,\, Y_0 + dY_0, \\ Z_0 &\quad\,\, " \quad\,\, Z_0 \,\, " \,\, Z_0 + dZ_0 \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

liegen. Es ist dann bekanntlich

$$W(F_0) = 4\pi F^2 W(X_0 Y_0 Z_0). \qquad (101)$$

Die Größen $X_0 Y_0 Z_0$ sind nach (1) durch Angabe von insgesamt $N\nu$ Parameter bestimmt, indem jedes $(X_n Y_n Z_n)$ von ν die Lage und Orientierung des $n$ten Atoms bestimmenden Koordinaten abhängt, die wir mit $x_{1n}, x_{2n} \ldots x_{\nu n}$ bezeichnen wollen. Als Koordinaten $x_{1n} \ldots x_{\nu n}$ können wir z. B. wählen, die Polarkoordinaten $r_n \vartheta_n \varphi_n$, welche die Lage des $n$ten Atoms in bezug auf ein festes Koordinatensystem angeben, in dessen Anfangspunkte sich das o te Atom befindet und zwei Winkelkoordinaten $\vartheta_n' \varphi_n'$, welche die Lage der Atomachse bestimmen. Zur Bestimmung von $(X_0 Y_0 Z_0)$ müssen wir die Werte von sämtlichen $N\nu$ Parameter kennen. Wir tragen diese Werte auf den Koordinatenachsen eines $N\nu$-dimensionalen Raumes auf, die Endpunkte bestimmen dann einen Systempunkt in diesem Raume. Die Gesamtheit aller möglichen Zustände unseres Systems füllen einen Teil des Raumes aus, den wir mit S bezeichnen wollen. Jeder Systempunkt bestimmt nach (1) eine Wertkombination $(X_0 Y_0 Z_0)$, die in gewissen Teilen von S die Gleichungen (2) befriedigen, diese Teile seien mit S' bezeichnet. Die Systempunkte sind in S nach gewissen von der Wahl der Parameter $x_{1n} \ldots x_{\nu n}$ abhängigen Wahrscheinlichkeitsgesetzen verteilt, ihre Dichte sei σ, wo σ im allgemeinen eine Funktion der Koordinaten sein wird. Das Volumenelement des νN-dimensionalen Raumes sei $d\tau$. Wie in I gezeigt wurde, ist dann die Wahrscheinlichkeit $W(X_0 Y_0 Z_0)$, daß die Gleichungen (2) erfüllt sind, gleich dem Verhältnis zwischen den Anzahlen der Systempunkte in S' und S oder

$$W(X_0 Y_0 Z_0) = \left(\frac{\int_{S'} \sigma\, d\tau}{\int_{S} \sigma\, d\tau}\right), \qquad (102)$$

eine Gleichung, die mit den Gleichungen (3) und (4) in I identisch ist. Die Auswertung des Integrals im Zähler geschah durch Multiplikation mit geeigneten Dirichletschen Faktoren, welche in S' gleich 1 und sonst überall in S gleich Null waren, dadurch konnte auch das Integral im Zähler über den ganzen Raum ausgedehnt werden und man gelangte zu der dortigen Gleichung (7), die wir in leicht verständlicher Vereinfachung schreiben wollen

1) J. Holtsmark, l. c.

Digitized by Google

$$W(X_0Y_0Z_0) = \frac{1}{8\pi^3} \cdot \int_{-\infty}^{\infty}\int\int d\xi\, d\eta\, d\zeta\, e^{-(\xi X_0 + \eta Y_0 + \zeta Z_0)} \frac{\int_S \sigma \cdot e^{i(\xi \Sigma X_n + \eta \Sigma Y_n + \zeta \Sigma Z_n)} d\tau}{\int_S \sigma\, d\tau}. \quad (7b)$$

ξ, η, ζ sind drei Hilfsparameter, die wir als Komponenten eines Vektors mit dem Absolutwert ϱ betrachten, und durch einen Breitenwinkel ϑ_ϱ und einen Längenwinkel φ_ϱ bestimmen wollen, welche die Richtung in bezug auf ein beliebiges Achsensystem festlegen, deren Polarachse zweckmäßig mit dem Vektor $\mathfrak{F}_0$ zusammenfallen kann. Dann ist:

$$\xi X_0 + \eta Y_0 + \zeta Z_0 = \varrho F_0 \cos\vartheta_\varrho,$$
$$d\xi\, d\eta\, d\zeta = \varrho^2 d\varrho \sin\vartheta_\varrho\, d\vartheta_\varrho\, d\varphi_\varrho.$$

Die zwei Integrationen über ϑ_ϱ und φ_ϱ können nach Einführung von (103) in (7b) sofort erledigt werden und wir erhalten mit Benutzung von (101)

$$W(F_0) = \frac{2F_0}{\pi} \int_0^\infty d\varrho \cdot \varrho \cdot \sin(F_0\varrho) \cdot \frac{L(\varrho)}{M(\varrho)}, \quad (104)$$

wenn

$$L(\varrho) = \int_S d\tau \cdot \sigma \cdot e^{i\Sigma(\xi X_n + \eta Y_n + \zeta Z_n)}, \quad (105)$$

$$M(\varrho) = \int_S \sigma\, d\tau. \quad (106)$$

Der Winkel zwischen ϱ und $\mathfrak{F}_n$ sei δ_n, dann ist

$$\Sigma(\xi X_n + \eta Y_n + \zeta Z_n) = \varrho \Sigma F_n \cos\delta_n,$$

was in (105) eingeführt die Formel ergibt

$$L(\varrho) = \int_S d\tau \cdot \sigma \cdot e^{i\varrho\Sigma F_n \cos\delta_n}. \quad (105a)$$

Unsere nächste Aufgabe ist dann, die Funktionen $L(\varrho)$ und $M(\varrho)$ zu berechnen.

§ 2. Die Funktionen $L(\varrho)$ und $M(\varrho)$ bei endlichem Durchmesser der verbreiternden Atome.

Die Integration von (105a) und (106) konnte in I dadurch erleichtert werden, daß die rechten Seiten als Produkte von N identischen Integralen geschrieben wurden, von denen jedes sich auf ein Atom bezog. Das konnte deswegen geschehen, weil die Atome sämtlich voneinander unabhängig waren, die Bewegung des einen wurde nicht durch die Anwesenheit der übrigen in irgendwelcher Weise gestört. Wenn die Atome endliche Größen haben, so müssen wir mit in Rechnung ziehen, daß sie für einander undurchdringlich sind, d. h. ein Atom kann während der Integration an solche Stellen des Raumes nicht gelangen, die schon von anderen besetzt sind, und zwar kann der Mittelpunkt irgendeines Atoms niemals einen geringeren Abstand von irgendeinem anderen Atommittelpunkt haben als den Atomdurchmesser. Das Problem liegt etwa ähnlich wie bei der bekannten Ableitung des van der Waalsschen Gesetzes für nicht ideale Gase, wir werden auch ein damit analoges Verfahren benutzen. Fassen wir zunächst das Integral (105a) ins Auge, in welches wir die Abkürzung

$$\Xi_n = e^{i\varrho F_n \cos\delta_n} \quad (108)$$

und

$$\prod_1^N{}^n \Xi_n = e^{i\varrho\Sigma F_n \cos\delta_n} \quad (109)$$

einführen wollen, und somit

$$L(\varrho) = \int_S d\tau \cdot \sigma \cdot \prod_1^N{}^n \Xi_n \quad (105b)$$

geschrieben werden kann. Die Funktionen Ξ_n sind sämtlich mit der obigen Beschränkung voneinander unabhängig, ebenso kann das Element $\sigma d\tau$ in N Faktoren geteilt werden, die je einem Atome zugeordnet sind, d. h. es ist

$$\sigma d\tau = \prod_1^N{}^n \sigma_n d\tau_n. \quad (109a)$$

Dadurch ist es möglich, die Integration in (105b) auf N Integrationen zu verteilen.

$$L(\varrho) = \int \Xi_1 \sigma_1 d\tau_1 \int \Xi_2 \sigma_2 d\tau_2 \ldots \int \Xi_N \sigma_N d\tau_N, \quad (110)$$

das aber nicht als Produkt von N gleichartigen Integralen geschrieben werden darf, weil die Grenzen jedes Integrals von den Lagen der übrigen Atome, und also von den übrigen Parametern abhängig sind. Fangen wir also mit der Integration rechts an, so haben wir die Lagekoordinaten nur über diejenigen Teile ihres Variationsbereiches zu führen, die nicht schon von den anderen $(N-1)$ Atomen oder vom $o$ten Atom besetzt sind. Dieses Integral wird daher eine Funktion von den Lagen der sämtlichen übrigen Koordinaten und müßte bei der nächsten Integration mit unter dem Integralzeichen einbezogen werden, in der Weise würden wir schon nach wenigen Integrationen zu sehr schwer übersehbaren Ausdrücken gelangen. Dem kann durch einen einfachen Kunstgriff entgangen werden, indem die Anfangslagen der Atome zweckmäßig gewählt werden, denn es muß für das Gesamtresultat belanglos sein, wie die Atome zu Beginn der Integration verteilt sind, weil $L(\varrho)$ unmöglich von der zufälligen anfänglichen Anordnung der Atome abhängen

Digitized by Google

kann. Wir wählen daher die Anfangslagen der Atome so, daß sie alle an einem beliebigen, aber für die Dauer der $N-1$ ersten Integrationen konstanten Ort im Raum vereinigt sind, etwa am Ort des Atoms 1, und gewinnen dadurch den Vorteil, daß wir bei den $N-1$ ersten Integrationen nur die Koordinaten dieser einen Stelle hereinbringen und die Integration in sehr übersichtlicher Weise geleitet werden kann. Die Atome seien also zu Anfang an der Stelle $\varrho_1, \vartheta_1, \varphi_1$ vereinigt, von dem wir sie einzeln ablösen und im ganzen übrigen Raum herumführen wollen. Wir wollen die Bezeichnungen einführen

$$\int_{S_n} \Xi_n \sigma_n d\tau_n = H$$

für das Integral über den ganzen Variationsbereich S_n, nur mit Ausnahme des vom emittierenden Atom eingenommenen Raumes, und

$$\int_{ns} \Xi_n \sigma_n d\tau_n = H_n$$

für das Integral über den von den n-Atomen am Ort 1 eingenommenen Raum.

Die erste Integration über das Nte Atom in (110) ergibt mit diesen Bezeichnungen

$$H - H_{N-1}$$

und diese Größe enthält nur mehr als Parameter in H_{N-1} die Koordinaten des Atoms 1. Bei der nächsten Integration über das $(N-1)$te Atom ist $H - H_{N-1}$ eine Konstante, als Resultat der zwei Integrationen erhalten wir daher

$$(H - H_{N-1})\,(H - H_{N-2}).$$

In derselben Weise kann die Integration durchgeführt werden bis zum ersten Atom. Bei der letzten Integration aber müssen alle früheren Faktoren mit unter das Integralzeichen einbezogen werden, es wird daher

$$L(\varrho) = \int \sigma_1 d\tau_1 \Xi_1 \prod_1^{N-1 n} (H - H_n), \quad (113)$$

und dieses Integral ist über den ganzen Variationsbereich der Koordinaten mit Ausnahme des vom Atome o eingenommenen Raumes zu erstrecken.

Eine einfache Überlegung, die hier unterdrückt werden möge, ergibt in erster Annäherung für die Größen

$$H_n = n \Xi_1 4\pi s, \quad (114)$$

wo unter s das 8 fache Volumen eines Atoms zu verstehen ist, in ganz analoger Weise wie bei der bekannten Ableitung des van der Waalsschen Gesetzes. (Der Faktor 4π kommt bei der Integration über ϑ' und φ'.) Ξ_1 ist der Wert von Ξ am 5-dimensionalen Ort des ersten Atoms. Diese Formel kann nur so lange verwendet werden als

$$ns \ll V, \quad (115)$$

d. h. das Volumen der Atome sehr klein gegenüber dem Gesamtvolumen ist, auch dann ist sie nur in einigem Abstand vom Zentralatom gültig. Wenn wir sie über den ganzen Raum extrapolieren, so werden die großen Feldstärken, die bei großer Annäherung an das Zentralatom auftreten, zu stark berücksichtigt. Da aber diese großen Feldstärken relativ selten sind, so tragen sie nur wenig zur Verbreiterung bei, wir dürfen aber erwarten, daß der Abfall der Wahrscheinlichkeit für unendlich große Feldstärken zu langsam ausfällt, während das Maximum der Wahrscheinlichkeit nur sehr wenig gefälscht wird. Die Gleichung (114) etwa auf Flüssigkeiten anzuwenden, hätte natürlich keinen Sinn, weil die Atome hier allzu dicht gelagert sind, ganz abgesehen davon, daß in diesem Falle auch genauere Ansätze über die Einzelfelder nötig wären.

Nach Gleichung (111) haben die Größen H die Bedeutung

$$\int_{S_n} \Xi_n \sigma_n d\tau_n = H. \quad (111)$$

Diese Gleichung entpricht genau der Gl. (26) in I, indem

$$H = 4\pi V J^1). \quad (116)$$

Gleichung (113) wird daher mit Benutzung von (114) und (116)

$$L(\varrho) = (4\pi V J)^{N-1} \int_{S_n} \Xi_1 \sigma_1 d\tau_1 \prod_1^{N-1 n} \left(1 - n \cdot \frac{s\Xi}{VJ}\right). \quad (117)$$

Die Berechnung von $M(\varrho)$ kann jetzt in ganz analoger Weise geschehen. Nach (106) ist

$$M(\varrho) = \int_S \sigma d\tau. \quad (106)$$

Es ist nach (109a)

$$\sigma d\tau = \prod_1^{N n} \sigma_n d\tau_n \quad (109a)$$

und also

$$M(\varrho) = \int \sigma_1 d\tau_1 \int \sigma_2 d\tau_2 \ldots \int \sigma_N d\tau_N. \quad (118)$$

Die erste Integration über das Nte Atom ergibt

$$4\pi\,(V - (N-1)\,s).$$

Die zweite Integration liefert den Beitrag

$$4\pi\,(V - (N-2)\,s)$$

usw. bis zur letzten Integration, die den Faktor V liefert, so daß wir erhalten

$$M(\varrho) = (4\pi V)^N \prod_1^{N-1 n} \left(1 - \frac{ns}{V}\right). \quad (119)$$

1) Die Bedeutung von V ist in I um einen Faktor 4π von der hier benutzten verschieden, vgl. dazu Gl. (27). I

Digitized by Google

Die Gleichungen (117) und (119) ergeben durch Division

$$\frac{L(\varrho)}{M(\varrho)} = \frac{1}{4\pi V} \cdot J^{N-1} \frac{\int_{S_n} \Xi_1 \sigma_1 d\tau_1 \prod_1^{N-1} \left(1 - n\frac{s\Xi}{VJ}\right)}{\prod_1^{N-1}\left(1 - n\frac{s}{V}\right)}$$

$$= J^{N-1} K(\varrho), \qquad (120)$$

wo

$$K(\varrho) = \frac{1}{S_n}\int_{S_n} \Xi_1 \sigma_1 d\tau_1 \prod_1^{N-1} \frac{\left(1 - n\frac{s\Xi_1}{VJ}\right)}{\left(1 - n\frac{s}{V}\right)} \qquad (121)$$

ist.

Wir wollen die Produktenreihe zu einer Exponentialfunktion zusammenfassen, was mit völlig genügender Genauigkeit geschehen darf, solange wir an der Voraussetzung festhalten

$$ns \ll V. \qquad (115a)$$

Es sei allgemein ε eine kleine Größe und $N\varepsilon \ll 1$, dann ist angenähert

$$\log \prod_1^{N-1} (1 - n\varepsilon) = -\sum_1^{N-1} n\varepsilon = -\frac{N^2}{2}\varepsilon,$$

$$\prod_1^{N-1} (1 - n\varepsilon) = e^{-\frac{N^2}{2}\varepsilon},$$

bei großem N und analog

$$K(\varrho) = \frac{1}{S_n}\int_{S_n} \Xi_1 d\tau_1 e^{-\frac{N^2 s}{2}\frac{\Xi_1}{V} + \frac{N^2 s}{2V}}. \qquad (122)$$

Im Exponenten dürfen wir nach I (Gl. 33a usw.) $J = 1$ schreiben. Wir wollen die Abkürzung

$$\frac{N^2}{2}\cdot\frac{\varepsilon}{V} = \frac{N}{2}\cdot\frac{Ns}{V} = \alpha \qquad (123)$$

einführen, dann ist

$$\frac{2\alpha}{N} = \frac{Ns}{V}, \qquad (123a)$$

gleich der 8fachen relativen Raumausfüllung der Atome, die mit der van der Waalsschen Konstanten b in einfacher Weise zusammenhängt, und

$$K(\varrho) = \frac{1}{S_n} e^{\alpha} \int \Xi_1 \sigma_1 d\tau_1 e^{-\alpha\Xi_1}. \qquad (124)$$

§ 3. Berechnung von $K(\varrho)$.

Die Funktion $e^{-\alpha} K(\varrho)$ stellt nach (124) den Mittelwert der Funktion

$$\Xi_1 e^{-\alpha\Xi_1}$$

über den ganzen Variationsbereich ihrer Parameter dar.

Es war bis jetzt zweckmäßig, als Parameter die Lagekoordinaten der N Atommittelpunkte und die Richtungskoordinaten der Atomachsen zu wählen. Wir wollen bei der Auswertung von (124) anders verfahren, indem wir als Parameter nur die drei Größen verwenden, die zur Bestimmung von Ξ_1 genügen. Es ist dies angängig, weil das gesamte Volumen bei der Integration zur Verfügung steht. Das sind

r_1 der Radiusvektor zum Mittelpunkt des Atoms 1,
δ der Winkel zwischen F_1 und ϱ,
γ „ „ „ r „ Atomachse,

die sämtlich als unabhängige Koordinaten dienen können. Damit wird

$$\sigma_1 d\tau_1 = r^2 dr \sin\delta d\delta \sin\gamma d\gamma, \qquad (125)$$

$$S_n = \frac{R^3}{3}\cdot 4. \qquad (126)$$

Nach (108) ist

$$\Xi_1 = e^{i\varrho F_1 \cos\delta}. \qquad (108)$$

Wir können hier F_1 durch r, γ und die elektrischen Konstanten des Atoms ausdrücken, wollen uns aber auf den Fall von Dipolen beschränken, weil die Integration dann in geschlossener Form durchgeführt werden kann. Es genügt für die Bestimmung der Größenordnung unserer Korrektion völlig, diesen Fall zu betrachten, wie sich aus dem Resultat ergeben wird. Für Dipole ist

$$F_1 = \frac{m}{r^3} w,$$

mit $$w = \sqrt{1 + 3\cos^2\gamma},$$

wo m das Moment des Dipols bedeutet und w also eine reine Funktion von γ ist.

Wir schreiben zur Abkürzung

$$z = \varrho F_1 = \varrho \frac{m}{r^3} w, \qquad (128)$$

die Gleichung (124) nimmt dann mit Benutzung von (125), (126) und (128) die Form an

$$K(\varrho) = e^{\alpha}\cdot\frac{3}{4R^3}\int_0^R\int_0^{\pi}\int_0^{\pi} e^{iz\cos\delta} e^{-\alpha e^{iz\cos\delta}} r^2 dr \cdot \sin\delta d\delta \sin\gamma d\gamma. \qquad (129)$$

Aus den auf S. 76 angegebenen Gründen begehen wir keinen merkbaren Fehler, wenn wir die untere Grenze im Integral über r gleich Null setzen, weil unsere ganze Rechnung auf die Voraussetzung mittlerer Atomdichten beruht.

Um die Formeln nicht unnütz zu komplizieren, haben wir daher diese Vereinfachung gemacht. (Vgl. auch Anm. S. 79.)

Digitized by Google

Wir führen zunächst die Integration über δ aus und erhalten unmittelbar

$$K(\varrho) = e^{\alpha} \cdot \frac{3}{2R^3} \int_0^{\pi} \sin\gamma d\gamma \int_0^{R} r^2 dr \frac{1}{\alpha z} e^{-\alpha \cos z} \cdot \sin(\alpha \sin z). \quad (130)$$

Anstatt $\sin(\alpha \sin z)$ wollen wir die Exponentialfunktion schreiben und nachher den imaginären Teil nehmen

$$K(\varrho) = \frac{e^{\alpha}}{\alpha} \cdot \frac{3}{2R^3} \Im \int_0^{\pi} \sin\gamma d\gamma \int_0^{R} r^2 dr \cdot \frac{1}{z} e^{-\alpha(\cos z - i \sin z)}. \quad (131)$$

Die Integration über r kann sehr einfach in der folgenden Weise geschehen. Wir schreiben zur Abkürzung

$$u = \cos z - i \sin z = e^{-iz}. \quad (132)$$

z ist dann der Arcus von u. Während der Integration soll z von dem kleinen Wert

$$z_1 = \frac{\varrho m w}{R^3} \quad (133)$$

bis zu $z = \infty$ gehen.

Aus (128) folgt

$$3r^2 dr = -\varrho m w z^{-2} dz, \quad (134)$$

so daß (131) mit Benutzung von (133) und (133a) die Form annimmt

$$K(\varrho) = \frac{1}{2} \frac{e^{\alpha}}{\alpha} \int_0^{\pi} d\gamma \sin\gamma \cdot z_1 \Im \int_{z_1}^{\infty} dz \cdot z^{-3} e^{-\alpha u}. \quad (135)$$

Wir betrachten zunächst das Integral über z

$$P_1 = \frac{e^{\alpha}}{\alpha} \cdot z_1 \Im \int_{z_1}^{\infty} dz \cdot z^{-3} e^{-\alpha e^{-iz}}. \quad (136)$$

Diese Integration kann in sehr einfacher Weise in der komplexen Ebene ausgeführt werden, wenn wir uns z ins Komplexe fortgesetzt denken, mithin $z = x + iy$ setzen. Anstatt die Integration längs der reellen Achse von dem kleinen Wert $z = z_1$ bis zu $z = \infty$ zu leiten, wollen wir z auf einem kleinen Viertelkreis um den Nullpunkt von $z = z_1$ bis $z = -iz_1$ und weiter längs der negativen imaginären Achse bis $z = -iY$ gehen lassen. Von $z = -iY$ wollen wir z längs einer Geraden CD

$$z = -iY + x \quad (C)$$

bis zu einem Punkte $z = -iY + z_2$ führen, und dann längs einer Geraden D

$$z = -iy + z_2 \quad (D)$$

zur reellen Achse zurückkehren.

Da der Integrand in dem dadurch eingeschlossenen Gebiet keine singuläre Stellen

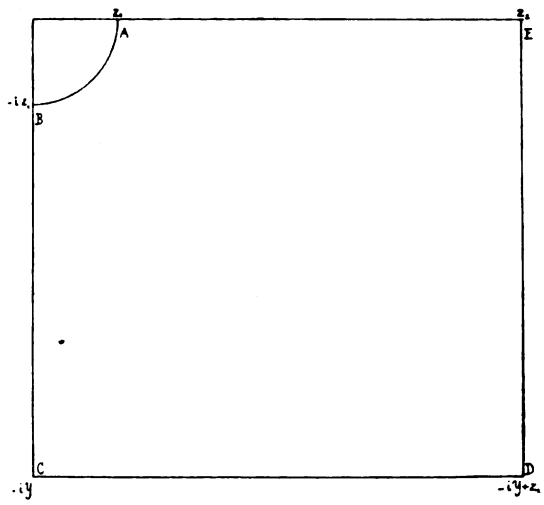


Fig. 1.

hat, so sind die Werte des Integrals längs der beiden Wege identisch.

Von diesen Integralen ist das Integral längs BC rein reell und liefert daher keinen Beitrag zu (135). Das Integral längs CD verschwindet für $Y = \infty$ und das Integral längs DE verschwindet ebenfalls für $z_2 = \infty$. Es bleibt also nur das Integral längs AB zu berechnen. Wir setzen zu dem Zweck

$$z = z_1 e^{-i\varphi},$$
$$dz = -z_1 i e^{-i\varphi} d\varphi$$

in (136) und integrieren über φ von 0 bis $\pi/2$.

Es ist

$$P_1 = \frac{z_1 e^{\alpha}}{\alpha} \int_{AB} dz \cdot z^{-3} e^{-\alpha u} \text{ mit } \begin{array}{l} u = e^{-iz} \\ \varphi \text{ von 0 bis } \pi/2 \end{array}. \quad (137)$$

Da sowohl z_1 wie αz_1 klein gegen 1 sind, so wollen wir die Näherungen verwenden

$$u = 1 - i z_1 e^{-i\varphi},$$
$$e^{\alpha} \cdot e^{-\alpha u} = e^{i\alpha z_1 e^{-i\varphi}} = 1 + i\alpha z_1 e^{-i\varphi} - \frac{\alpha^2 z_1^2}{2} e^{-2i\varphi} - i \frac{\alpha^3 z_1^3}{6} e^{-3i\varphi} \ldots$$

Dann läßt sich P_1 direkt berechnen, man erhält

$$P_1 = 1 + \frac{\pi}{4} \alpha z_1 + \frac{\alpha^2 z_1^2}{6} + \ldots \quad (138)$$

Wir erhalten daher

$$K(\varrho) = \frac{1}{2} \int_0^{\pi} d\gamma \sin\gamma \left(1 + \frac{\pi}{4} \alpha z_1 + \frac{\alpha^2 z_1^2}{6} + \ldots\right). \quad (139)$$

Hier ist definitionsgemäß nach (123) und (133)

$$\alpha = \frac{N^2 \cdot s}{2V} \text{ und } z_1 = \frac{\varrho m w}{R^3}.$$

Digitized by Google

Nennen wir $Ns/2V = b$ (140)

und $N/V = n$, (141)

so ist $\alpha z_1 = \frac{4\pi}{3} bnm\varrho w$. (142)

Nach (127) ist $w = \sqrt{1 + 3\cos^2\gamma}$. (127)

Beschränken wir uns auf das lineare Glied in der Reihe in (139), was bei der Kleinheit von b vollkommen ausreicht, so erhalten wir

$$K(\varrho) = 1 + \frac{\pi^2}{6} \cdot bnm\varrho \int_{-1}^{+1} \sqrt{1 + 3x^2}\, dx. \quad (143)$$

oder

$$K(\varrho) = 1 + 4{,}54\, bnm\varrho.$$

Diese Berechnung gelingt nur für den Fall der Dipole, weil sonst gebrochene Exponenten von z im Integranden vorkommen, und das Integral sich nicht auf das Integral längs dem Viertelkreis beschränkt[1]).

§ 5. Die Wahrscheinlichkeitsfunktion $W(F)\,dF$.

Wir kehren zurück zu den Gleichungen (104) und (120)

$$W(F_0) = \frac{2F_0}{\pi} \int_0^\infty d\varrho \cdot \varrho \sin(F_0\varrho) \frac{L(\varrho)}{M(\varrho)}, \quad (104)$$

$$\frac{L(\varrho)}{M(\varrho)} = \lim_{N=\infty} J^{N-1} K(\varrho). \quad (120)$$

Die Größe $\lim_{N=\infty} J^{N-1}$ ist dieselbe, die wir früher berechnet haben und in I mit J^N bezeichnet wurde. Es ist

$$\lim_{N=\infty} J^{N-1} = \begin{cases} e^{-4{,}21\, n\varrho^{3/2}\varepsilon^{3/2}} & \text{Ionen}, \quad (39) \\ e^{-4{,}54\, nm\varrho} & \text{Dipole}, \quad (56) \\ e^{-4{,}87\, nA^{3/4}\varrho^{3/4}} & \text{Quadrupole}. \quad (62) \end{cases}$$

1) Wir haben stillschweigend $z_2 = \infty$ gesetzt, obwohl dies nicht streng richtig sein kann, weil die Berechnung des Integrals für endliche große Werte von z_2 auf erhebliche Schwierigkeiten stößt. Die Annahme $z_2 = \infty$ bedeutet physikalisch, daß die verbreiternden Atome bis zu einem unendlich kleinen Abstand vom emittierenden Atom gelangen können, also scheinbar gerade das Entgegengesetzte von dem, was wir als Ziel der Rechnung gesteckt hatten. Dadurch wird die Wahrscheinlichkeit der großen Feldstärken zu hoch ausfallen. In Wirklichkeit ist aber dieser Einfluß außerordentlich klein, wie von Gans gezeigt wurde, man vergleiche hierzu weiter unter § 5. Wir dürfen also erwarten, daß die kleinen und mittleren Feldstärken durch die Vereinfachung $z_2 = \infty$ nicht beeinflußt werden, dagegen wird der Abfall der Wahrscheinlichkeit für unendlich große Feldstärken zu klein.

Um diesen letzteren richtig zu finden, müßte man die Endlichkeit von z_2 berücksichtigen, es dürfte sich dann eine Gaußsche Funktion herausstellen, ähnlich wie von Gans für den Spezialfall unendlich kleiner verbreiternder Atome gezeigt wurde. In den praktisch vorkommenden Fällen ist der Einfluß bedeutungslos.

Um ganz genau zu gehen, müssen wir aber bei der Ableitung von J^{N-1} berücksichtigen, daß das emittierende Atom ein gewisses Volumen hat. Die zur Bildung von I^{N-1} verwendeten Integrale sind demnach nicht von O bis R, sondern von einer bestimmten kleinen Größe, welche wir in Ermangelung von bestimmteren Vorstellungen gleich dem Mittel aus dem gaskinetischen Durchmesser des emittierenden und eines verbreiternden Atoms setzen wollen, zu erstrecken. Die Bestimmung von I^{N-1} unter dieser Voraussetzung ist von Gans ausführlich erörtert, so daß wir uns auf seine Angaben beziehen können. Um Verwechslungen mit den hier benutzten Bezeichnungen zu vermeiden, wollen wir einige Größen anders bezeichnen als bei Gans. Es sei d das obenerwähnte Mittel der beiden Atomdurchmesser und

$$a = 4\pi n d^3, \quad z = \frac{K_p \cdot \varrho}{d^p},$$

wo für Ionen: $p = 2$, $K_2 = \varepsilon$,
„ „ Dipole: $p = 3$, $K_3 = m$,
„ „ Quadrupole: $p = 4$, $K_4 = A$.

Vgl. Gans, l. c., Gleichungen (12), (15), (16), dann ist

$$J^{N-1} = e^{-\alpha G_p(z)}, \quad (145)$$

wo $G_p(z)$ eine Funktion von (z) allein ist, die für $a \ll 1$ in erster Näherung unsere Gleichungen (39), (56) und (62) liefert.

In zweiter Näherung tritt für Dipole an Stelle der Gleichung (56) die folgende

$$J^{N-1} = e^{-4{,}54\, mn\varrho}\, e^{a/3}. \quad (146)$$

Es kommt also ein von ϱ unabhängiger (aber von dem Durchmesser abhängiger) konstanter Faktor hinzu, ähnliches gilt auch bei Ionen und Quadrupolen.

Für $K(\varrho)$ verwenden wir den Wert (144) und erhalten

$$W(F_0) = e^{a/3} \frac{2F_0}{\pi} \int_0^\infty d\varrho \cdot \varrho \cdot \sin(F_0\varrho)\, e^{-4{,}54\, mn\varrho} \cdot \cdot (1 + 4{,}54\, bnm\varrho). \quad (147)$$

Die Gleichung (147) läßt sich in geschlossener Form integrieren in ganz analoger Weise wie in I, indem für $\sin(F_0\varrho)$ die Exponentialfunktion geschrieben und nachher der imaginäre Teil genommen wird. Eine einfache Rechnung ergibt dann

$$W(F_0) = \frac{4}{\pi} \frac{F_0^2 F'}{(F'^2 + F_0^2)^2} \cdot \cdot e^{a/3} \cdot \left\{ 1 + b \cdot \frac{3F'^2 - F_0^2}{F'^2 + F_0^2} \right\}, \quad (148)$$

wo $F' = 4{,}54\, nm$ ist.

Der erste Faktor rechts ist gleich der Wahrscheinlichkeitsfunktion ohne Berücksichtigung

Digitized by Google

der Atomdurchmesser, während die zwei letzten Faktoren die Größe der Korrektion angeben. Von diesen ist der erstere, $e^{a/3}$, schon von Gans angegeben, während der letztere Faktor die hier berechnete Korrektion darstellt. Nur dieser hat auf die Verbreiterung Einfluß, weil er von der Feldstärke abhängig ist und eine Verschiebung des Maximums in der Wahrscheinlichkeitskurve bewirkt, während $e^{a/3}$ als Konstante nur einer Multiplikation aller Ordinaten mit einem konstanten Faktor gleich kommt. Wir wollen in (148) das Verhältnis der Feldstärke zur Normalfeldstärke F' oder

$$\eta = \frac{F_0}{F'} \qquad (149)$$

einführen. Dann wird

$$W(\eta) = \frac{4}{\pi} \frac{\eta^2}{(\eta^2+1)^2} e^{a/3} \left\{1 + b\frac{3-\eta^2}{1+\eta^2}\right\}, \qquad (150)$$

welche Gleichung unser Resultat in einer übersichtlichen Form darstellt[1, 2]).

Das Maximum von W liegt in der unkorrigierten Kurve bei $\eta = 1$. Wir wollen noch die Verschiebung des Maximums durch die Korrektion feststellen. Die Differentiation nach η ergibt, daß das Maximum der Wahrscheinlichkeit bei

$$\eta = 1 - b \qquad (150)$$

liegt, wenn höhere Potenzen von b vernachlässigt werden. Es wird also nach kleineren Feldstärken hin verschoben, was zu erwarten war. Um denselben prozentuellen Betrag wird auch die Breite der Linie geändert. In der folgenden Tabelle sind einige Werte von b bei Atmosphärendruck angegeben, die mit Hilfe der Zusammenstellung von Debye[3]) berechnet wurden. Die Korrektion beträgt bei einer Atmosphäre durchweg weniger als 1 Proz. und wird erst bei vielen Atmosphären meßbar.

Gas	b (bei 1 Atm., 0° C.)
He	0,00083
A	0,00144
Kr	0,00176
X	0,00230
H_2	0,00074
N_2	0,00174
O_2	0,00138
Cl_2	0,00204

1) P. Debye, l. c.

2) Die Gleichungen (39), (56), (62) und auch (146) dürfen nur für kleine und mittlere Werte von F_0 verwendet werden, nicht aber für $F_0 = \infty$. Wie Debye bemerkt hat, ist der Abfall von $W(F_0)$ für $F_0 = \infty$ zu schwach, so daß der Mittelwert von F_0 unendlich wird. Für sehr große F_0 gilt daher auch die Gleichung (150) nicht, sondern es kommt dafür die von Gans angegebene Gaußsche Wahrscheinlichkeitsfunktion, woraus auch ein endlicher Mittelwert von F_0 folgt.

3) P. Debye, diese Zeitschr. **21**, 182. 1920.

§ 6. Die Anwendung der Theorie auf Wasserstoff.

Bereits bei Gelegenheit der ersten Mitteilung konnte gezeigt werden, daß die Theorie zu quantitativ befriedigenden Verbreiterungen führen kann, die Berechnungen waren aber zum Teil mit der fehlerhaften Formel für die Normalfeldstärke der Quadrupole ausgeführt. So wurden die Halbwertsbreiten der Wasserstofflinien unter Zugrundelegung der Bohr-Debyeschen Wasserstoffmoleküle bei verschiedenen Drucken berechnet und eine recht gute Übereinstimmung mit Messungen von Michelson gefunden. Diese Rechnung ist nunmehr in zweierlei Hinsicht zu korrigieren, erstens wegen der falschen numerischen Konstante[1]), die eine etwa 3 mal so große Normalfeldstärke gegeben hat, wie mit der richtigen Konstante, und zweitens weil das Bohr-Debyesche Wasserstoffmolekül kaum mehr als richtig anzusehen ist. Der Wert der Quadrupolkonstante A ist bei diesem Modell

$$2{,}0 \cdot 10^{-26}\,\mathrm{g^{1/2}\,cm^{7/2}\,sec^{-1}} \text{ (E.S.E).}$$

Später hat Debye[2]) aus den van der Waalsschen Kohäsionskräften einen größeren Wert dieser Konstante abgeleitet, nämlich $A = 3{,}2 \cdot 10^{-26}$ und aus der Temperaturabhängigkeit der inneren Reibung einen noch größeren Wert, nämlich $5{,}6 \cdot 10^{-26}$. Der früher benutzte Wert $2{,}0 \cdot 10^{-26}$ ist demnach zu niedrig, wir müssen ihn wahrscheinlich auf das Doppelte oder noch etwas mehr erhöhen. Ich gebe in der folgenden Tabelle die Halbwertsbreiten, die mit dem Mittel der beiden Debyeschen Werte von A, d. h. $4{,}4 \cdot 10^{-26}$, berechnet wird, für Wasserstoff.

In der ersten Kolonne stehen die Drucke in Zentimeter, in der zweiten die von Michelson beobachteten Halbwertsbreiten in Å.-E., und in der dritten sind endlich die berechneten Werte angegeben. Es ist mit

$$A = 4{,}4 \cdot 10^{-26}\,\mathrm{g^{1/2}\,cm^{1/2}\,sec^{-1}},$$
$$n = 27{,}7 \cdot 10^{18}\,\mathrm{cm^{-3}} \text{ bei } 760\,\mathrm{mm} \text{ und } 0^\circ\,\mathrm{C}.$$

und einem Starkeffekt = 1 Å.-E. für 15 E.S.E. gerechnet worden. Die Temperatur ist zu 293° abs. angenommen.

Da die Dopplereffektverbreiterung sich zu der elektrischen Verbreiterung addiert, so müssen wir dies auch tun. Die unter „Berechnet" aufgeführten Werte sind daher schon um die Dopplereffektbreite (0,048 Å.-E.) erhöht.

1) Die Gleichung 100,3 in I muß lauten

$$2\nu_h = 5{,}52\,c\,n^{4/3}\,A.$$

2) P. Debye, diese Zeitschr. **21**, 178, 1920.

Digitized by Google

Halbwertsbreiten von H_α in Å.-E.

Druck in cm	Breite nach Michelson in Å.-E.	Berechnete Breite
20	0,2	0,154
9	0,128	0,087
7,1	0,116	0,076
4,7	0,095	0,062
2,3	0,071	0,056
1,3	0,056	0,051
0,9	0,053	0,050
0,5	0,050	0,049
0,3	0,048	0,048

Die Zahlen stimmen jetzt besser überein als früher. Michelson gibt selbst an, daß die Breiten bei großen Drucken zu klein ausfallen wegen einer anomalen Intensitätsverteilung in der Linie. Über diesen Punkt s. I. Die Hauptsache scheint mir zu sein, daß man durchaus zur richtigen Größenordnung der Linienbreiten gelangt. Andererseits gibt uns die gute Übereinstimmung auch einen Beweis, daß eine Verbreiterung durch Ionenfelder neben der Quadrupolverbreiterung in diesen Versuchen nicht erheblich war, im Gegensatz zu den Lichtbogenversuchen, wo die Ionenfelder die größte Wirkung zeigen[1]).

In Anbetracht dieser überraschend guten Übereinstimmung wäre es von größtem Interesse, neue Messungen an den Wasserstofflinien, besonders an den höheren Seriengliedern zu machen. Als sekundäre Effekte kommen besonders Ionenfelder in Betracht, aber auch Absorption in dicken leuchtenden Schichten müßte gleichzeitig untersucht und deren Einfluß berücksichtigt werden. Ferner wäre es noch möglich, daß bis jetzt unbekannte Ursachen zur Verbreiterung beitragen, wie Störungen durch die rasch wechselnden Felder der vorbeifliegenden Atome und auch Störungen, die in inhomogenen Feldern sicher auftreten würden, aber bis jetzt nicht erforscht sind. Es ist gewiß nicht zulässig, den Starkeffekt für homogene Felder auch dann zu benutzen, wenn der Abstand des verbreiternden Atoms vom emittierenden nicht sehr groß gegen den Atomdurchmesser ist, vielmehr ist es wahrscheinlich, daß dann eine wesentlich verschiedene elektrische Aufspaltung auftritt.

Eine solche Untersuchung war hier schon lange geplant, mußte aber aus äußeren Gründen verschoben werden. Es ist nunmehr die Absicht, dieses Problem in Angriff zu nehmen.

§ 7. Die Verbreiterung im Lichtbogen.

Über die Verbreiterung und Verschiebung von Spektrallinien im Lichtbogen sind außerordentlich viele Untersuchungen gemacht worden, nur ganz wenige können aber für unsere Zwecke herangezogen werden, weil der Starkeffekt der betreffenden Linien nur selten bekannt war. Eingehende Versuche wurden von Ritter[1]) zur qualitativen Prüfung der Starkschen Annahme der elektrischen Verbreiterung angestellt. Zahlreiche Serienlinien der Elemente *Zn*, *Hg*, *Li* und *Ca* ergaben vollständige qualitative Übereinstimmung zwischen Starkeffekt und Verbreiterung bzw. Verschiebung. Die genaue Theorie lag damals noch nicht vor, wir werden daher im Folgenden untersuchen, was die Anwendung der Theorie auf die Ritterschen Messungen ergibt.

Die Verhältnisse im Lichtbogen sind insofern wesentlich komplizierter wie im Geißlerrohr, als wir die Ionenfelder nicht vernachlässigen dürfen, auch ist es nicht ausgeschlossen, daß Dipole in merkbarer Menge vorhanden sind, z. B. von der Kohlensäure. Die Konzentration der Ionen läßt sich aber nur ganz roh und mit einer für unsere Zwecke kaum genügenden Genauigkeit abschätzen.

Die in I gegebenen Formeln für die Halbwertsbreite waren unter der Annahme abgeleitet, daß die Linie im elektrischen Feld zu einem annähernd gleichmäßigen Band ausgezogen wurde, wie dies bei den Balmerlinien des Wasserstoffs in der Tat der Fall ist. Wenn der Starkeffekt nicht so symmetrisch ist, muß man in jedem Fall untersuchen, wie die Intensitätsverteilung in der verbreiterten Linie ausfällt. Besonders interessant ist der Fall, daß die Linie durch das elektrische Feld nur seitlich verschoben wird, ohne Aufspaltung. In diesem Falle geben die rechten Hälften (bzw. linken Hälften) der $W(F)$-Kurve unmittelbar die Intensitätsverteilung in der molekularelektrisch verschobenen Linie. Bei einer Normalfeldstärke F_n im Gas erhält man die folgenden Verschiebungen des Maximums:

$$\Delta\nu = 1{,}5\,\gamma F_n \text{ (Ionen)},$$
$$\Delta\nu = 1{,}0\,\gamma F_n \text{ (Dipole)},$$
$$\Delta\nu = 0{,}65\,\gamma F_n \text{ (Quadrupole)},$$

wo γ die Verschiebung der Linie bei der Feldstärke 1 bedeutet. Außerdem werden die Linien unsymmetrisch, wie es die Figur zeigt.

Linien die sich in dieser Weise verhalten, sind z. B. die Heliumlinien λ 5015,7, λ 3187,8, λ 2945,2, λ 4713,3, λ 3447,7, λ 5047,8, λ 4169,1[2]).

Man sollte also erwarten, ein Bild von dem molekularen Feld in einem Gas zu erhalten, wenn man die Verschiebung und Intensitätsverteilung dieser Linien untersucht.

1) In I war übersehen worden, daß die Michelsonschen Zahlen halbe Halbwertsbreiten darstellen. Infolgedessen sind die dort berechneten Breiten mit 2 zu dividieren.

1) M. Ritter, Ann. d. Phys. **59**, 170, 1919.

2) T. Takamine u. N. Kokubu, Mem. Coll. Sc. Kyoto Imp. Univ. **3**, 275, 1919.

Digitized by Google

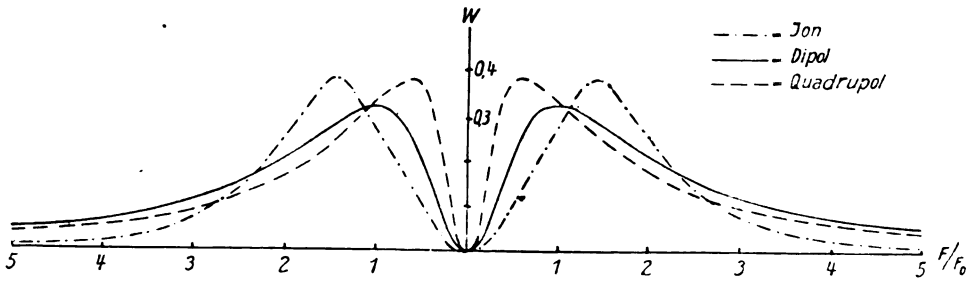


Fig. 2.

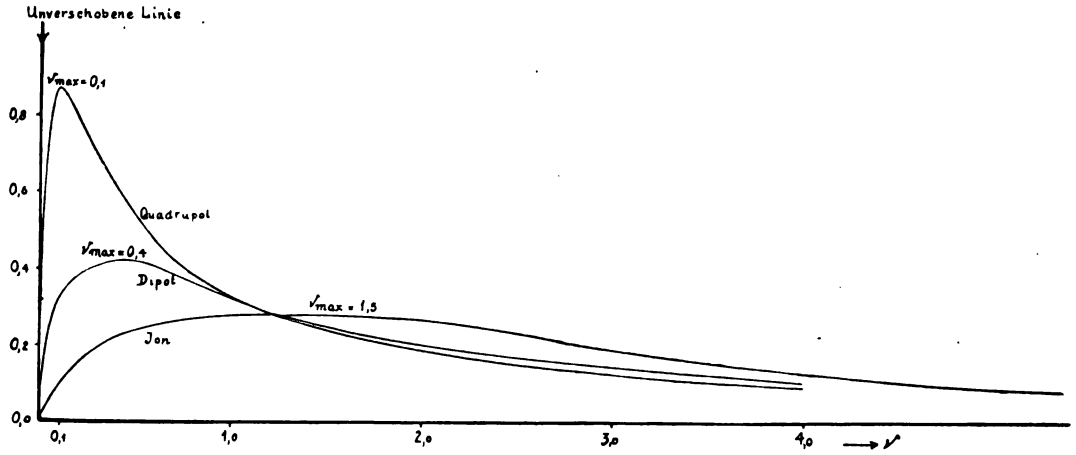


Fig. 3.

Ähnliche Verhältnisse findet man auch bei vielen Metallinien[1]).

Herr Professor Debye machte mich freundlichst auf die Möglichkeit einer einseitigen mit dem Quadrat der Feldstärke proportionalen Starkverschiebung aufmerksam. Ich habe in der Literatur nur wenige Anzeichen dafür finden können, allerdings scheinen nach Takamine[2]) einige der Nichtserienlinien des Wasserstoffs einem ähnlichen Gesetz zu gehorchen. Die Intensitätsverteilung in der nach einem solchen Gesetze verbreiterten Linie wurde berechnet (siehe Fig. 3).

In den Arbeiten von Swaim[3]) wurden für eine Druckerhöhung von 0 auf 1 Atmosphäre Verschiebungen der Zinklinien beobachtet, die nach Ritter einem Starkeffekt von 2080 Volt/cm oder 7,0 E.S.E. entsprechen würden. Die Normalfeldstärke im Gas muß daher

$$7{,}0/0{,}65 = 10{,}8 \text{ E.S.E.},$$

unter der Annahme von Quadrupolen gewesen sein (s. I, S. 615, Gleichung (99)) bzw.

$$7{,}0/1{,}50 = 4{,}7 \text{ E.S.E.},$$

unter der Annahme von Ionen.

1) T. Takamine, Astrophys. Journ. **50**, 1, 1919.
2) T. Takamine u. N. Kokubu. Mem. Coll. Sc. Kyoto **3**, 217, 1919.
3) V. R. Swaim, Astrophys. Journ. **40**, 137, 1917.

Andererseits berechnet sich die Normalfeldstärke in einem Quadrupolgas bei Atmosphärendruck und einer Temperatur von 4000° zu

$$F_{\text{ber.}} = 8{,}245 \cdot n^{4/3} \quad A = 19{,}1 \cdot 10^{24} \cdot A.$$

A wäre nach Debye[1]) für Luft (aus den sehr nahe beieinander liegenden Momenten für O_2 und N_2 berechnet) gleich $13{,}0 \cdot 10^{-26}$, und die Normalfeldstärke im Gas wäre

$$F_{\text{ber.}} = 19{,}1 \cdot 10^{24} \cdot 13{,}0 \cdot 10^{-26} = 2{,}5 \text{ E.S.E.},$$

also etwa 4 mal kleiner als der beobachtete Wert. Der größte Teil der Verbreiterung wird daher andere Ursachen gehabt haben, und am nächsten liegt es dann, an die Ionenfelder zu denken. Die Ionendichte ist in verschiedenen Lichtbögen wahrscheinlich sehr verschieden, so daß es kaum lohnt, darüber Berechnungen zu versuchen.

Daß die Normalfeldstärke in einem Lichtbogen sehr verschieden sein kann, geht auch aus einem Vergleich der obigen Betrachtungen mit einer Beobachtung von Stark[2]) über die Verbreiterung der Lithiumlinien hervor, die ich schon früher (I, S. 615, § 20) berechnet habe. Stark findet eine Breite der Lithiumlinie λ 4602 im Lichtbogen, die einer Normalfeldstärke im

1) P. Debye, l. c.
2) J. Stark, Elektrische Spektralanalyse chemischer Atome, Tafel IV, Fig. 2.

Digitized by Google

Gas von 212 E.S.E. (bei Annahme von Ionen) entsprechen würde, also das 380fache von der in derselben Weise aus der Verschiebung der Linie in den Swaimschen Versuchen berechneten Normalfeldstärke 5,6 E.S.E. Ob man auch wirklich Grund hat, einen derartigen Unterschied anzunehmen, läßt sich nicht entscheiden, da genauere Angabe über Stromstärke usw. fehlen, ich möchte es aber für ganz gut möglich halten, daß man noch mit anderen verbreiternden Ursachen von zunächst unbekannter Natur rechnen muß. Schon aus diesen kleinen Beispielen erhält man einen guten Eindruck davon, daß bei Untersuchung der Druckverschiebung und Verbreiterung der Spektrallinien im Lichtbogen große Vorsicht geboten ist, es ist dies ein Punkt, der fast gar nicht beachtet wurde. Unübereinstimmung zwischen verschiedenen Beobachtern dürfte öfters auf verschiedene Stromdichten und Ionendichten zurückzuführen sein. Jedenfalls darf man nicht ohne weiteres aus einer qualitativen Übereinstimmung zwischen Starkeffekt und Verbreiterung, bzw. Verschiebung, auch auf den ursächlichen Zusammenhang schließen, es bedarf dazu einer quantitativen Nachprüfung im Sinne dieser Theorie.

§ 8. Die Verbreiterung im Helium.

Messungen von Linienbreiten im leuchtenden Helium unter verschiedenen Drucken liegen vor von Ll. W. Taylor[1]. Wechselstrom von 60 Perioden wurde durch eine Kapillare von 1 mm Durchmesser geschickt. Die Länge der Kapillare ist nicht angegeben. Die Spannung betrug von 400 bis 1300 Volt, die Gesamtleistung im Rohr wurde möglichst konstant auf 9 Watt gehalten. Dabei wird angegeben, daß das Rohr „fast gefährlich heiß" wurde. Die Messung der Linienbreiten geschah nach der Methode der Sichtbarkeitskurven von Michelson und konnte für drei Linien durchgeführt werden, λ 6678 vom Typus $(1P)-(mD)$, λ 5876 vom Typus $(1p-md)$ und λ 5016 vom Typus $(1S-mP)$. Sämtliche Linien zeigten eine zunehmende Breite mit steigendem Druck, aber die Breite wächst langsamer als der Druck. Wenn die Verbreiterung eine reine Quadrupolverbreiterung wäre, so müßte die Breite schneller als der Druck wachsen unter sonst konstanten Bedingungen, und zwar proportional zur $^4/_3$. Potenz des Druckes. Nun bestehen bekanntlich recht starke prinzipielle Bedenken gegen die Messung von Linienbreiten im Emissionsspektrum überhaupt, weil die Störungen durch unerwünschte Effekte dort meist schwierig zu übersehen sind. Die Absorption von Licht, das vom hinteren Teil der Entladungsbahn in dem leuchtenden Gas kommt, kann kaum vernachlässigt werden, ebenso ist die Temperatur des Gases und die dadurch bedingte Dopplereffektbreite kaum einwandfrei feststellbar. In den genannten Messungen von Taylor wurde versucht, dies durch möglichste Konstanthaltung der Wattbelastung der Röhre zu erreichen, es scheint aber zweifelhaft, ob das bei Änderung des Druckes möglich ist.

Andererseits entsteht durch den nicht zu vernachlässigenden Potentialgradienten in der Röhre ein Starkeffekt, der schon bei recht kleinen Gradienten von der Größenordnung der Dopplereffektverbreiterung wird. Und endlich tragen die Ionenfelder der geladenen Ionen in der Strombahn, auch in nicht genau bekanntem Maße zur Verbreiterung bei.

Eine Untersuchung von Linienbreiten im Emissionsspektrum hätte alle diese Fehlerquellen zu berücksichtigen und soweit wie möglich zu beseitigen.

Die von Ll. W. Taylor untersuchten Linien sind auf Starkeffekt untersucht von Takamine[1]). Aus den dort angegebenen Kurven entnimmt man die folgenden Konstanten der Verschiebung:

λ 6678 wird in zwei Komponenten aufgespaltet, die bzw. 0,23 Å.-E. und 1,15 Å.-E. bei 100000 Volt/cm verschoben werden.

λ 5876 wird 1,9 Å.-E. bei 100000 Volt/cm verschoben werden.

λ 5016 wird in zwei Komponenten aufgespaltet, die bzw. 1,8 Å.-E. und 2,5 Å.-E. bei 100000 Volt/cm verschoben werden.

Wenn man mit einer Quadrupolkonstante des Heliums von rund

$$A_{He} = 2 \cdot 10^{-26} \text{ E.S.E.}$$

rechnet, erhält man Halbwertsbreiten, die durchweg unterhalb der von Taylor gemessenen liegen. Nach den Angaben von Taylor über die Stromdichte in seinem Rohr, können die Ionenfelder unmöglich vernachlässigt werden, offenbar werden sie den Hauptanteil der Verbreiterung bewirkt haben.

Bei einer eventuellen neuen Untersuchung der Verbreiterung in Helium würde man wahrscheinlich mit Hilfe einer dieser Linien eine Kurve für $W(F)$ finden können, und aus dieser Kurve auf die anderen Linien zurückschließen. Indessen wird es unerläßlich sein, die Temperaturverbreiterung möglichst herabzudrücken und die Stromdichte so gering zu wählen, daß die Ionenfelder zu vernachlässigen sind.

1) Ll. W. Taylor, Astrophys. Journ. **56**, 16, 1922.

1) T. Takamine u. N. Kokulri, Mem. Col. Sc. Kyoto Imp. Univ. **3**, 275, 1919.

Digitized by Google

§ 9. Allgemeine Bemerkungen.

Die Gültigkeit der dargelegten Theorie beruht auf den folgenden Voraussetzungen:

1. Die Gasdichte muß so klein sein, daß das Molekularfeld innerhalb eines Raumes von der Größenordnung eines Quantenbahnendurchmessers als örtlich konstant betrachtet werden kann.
2. Die von der Wärmebewegung herrührende zeitliche Änderung des Molekularfeldes an einer gegebenen Stelle im Raum muß so langsam erfolgen, daß der gewöhnliche Starkeffektansatz noch gültig bleibt.
3. Die Verbreiterung darf nur durch eine Art Atome, bzw. Ionen verursacht sein. Sind z. B. Ionen und Quadrupole gleichzeitig vorhanden, so kann die Theorie nicht quantitativ verwendet werden, wohl aber dürfte man in derartigen Fällen zu einer qualitativen Beschreibung der Verbreiterung durch Addition der beiden Wirkungen gelangen.

Der ersten Bedingung entsprechen die Gase immer noch gut bis zu einem Druck von einigen Atmosphären, wenigstens in bezug auf die inneren Quantenbahnen.

Was die zweite Bedingung betrifft, so muß man zunächst die Frage entscheiden, wie lange Zeit das Atom braucht, um sich so auf ein gegebenes Feld einzustellen, daß die Emission mit einem dem Felde entsprechenden Starkeffekt stattfindet. Ähnliche Fragen sind unter anderen von K. Försterling[1]) und neuerdings wieder von A. J. Dempster[2]) diskutiert. Aus älteren Versuchen von Stark geht hervor, daß diese Zeit sehr klein sein muß im Vergleich zu der aus der Kohärenzdauer folgenden Emissionszeit. Dempster schätzt sie auf weniger als $3 \cdot 10^{-10}$ Sekunden. Danach dürfen wir erwarten, daß die Wärmebewegung der Atome so langsam erfolgt, daß man sie für die Starkeffektberechnung als ruhend betrachten darf.

Der dritten Bedingung dürfte experimentell am schwersten zu genügen sein, vollkommen ist sie wohl nur in den Versuchen von Füchtbauer, Hoffmann und Joos erfüllt worden. Leider aber scheint die von diesen Forschern verwendete Methode nur auf solche Linien verwendbar zu sein, die im voraus keinen Starkeffekt besitzen. Es soll im hiesigen Institut versucht werden, ob man unter geeigneten Bedingungen auch im leuchtenden Gas mit einer eindeutigen Verbreiterungsursache rechnen kann, wenigstens in gewisser Annäherung.

1) K. Försterling, Zeitschr. f. Phys. **10**, 387, 1922.
2) A. J. Dempster, Astrophys. Journ. **57**, 193—208, 1923.

Zusammenfassung.

1. Die früher aufgestellten Formeln für die Wahrscheinlichkeitsfunktion des elektrischen Molekularfeldes in einem Dipolgas werden unter Berücksichtigung des endlichen Durchmessers der Gasmoleküle neu berechnet.

2. Das Maximum der Wahrscheinlichkeit verschiebt sich bei Berücksichtigung dieser Korrektion nach kleineren Feldstärken um einen relativen Betrag b, gleich dem Verhältnis des 4 fachen Molekularvolumens zum Gesamtvolumen.

3. Die Verbreiterung der Wasserstofflinien durch Wasserstoffdruck wird neu berechnet und mit älteren Versuchen von Michelson verglichen. Die Übereinstimmung ist befriedigend, wenn man den Debyeschen Wert für die Quadrupolkonstante des Wasserstoffmoleküls mit $A = 4{,}4 \cdot 10^{-26}$ C.G.S. zugrunde legt.

4. Es wird darauf hingewiesen, daß die Verbreiterung im Lichtbogen nicht immer im Sinne einer Starkeffektverbreiterung gedeutet werden kann, selbst wenn qualitative Anzeichen dafür vorhanden sind. Eine genaue quantitative Untersuchung muß die Ionendichte mit berücksichtigen, was in den meisten Untersuchungen über Druckverschiebung der Spektrallinien und Druckverbreiterung im Lichtbogen nicht genügend beachtet wurde.

5. Die Theorie wird auf die experimentellen Resultate von H. W. Taylor über Verbreiterung im Helium angewendet. Auch hier gibt die Theorie die richtige Größenordnung, eine quantitative Nachprüfung ist aber mit der Taylorschen Versuchsanordnung nicht möglich, weil die Ionenfelder unbekannt sind.

6. Der Gültigkeitsbereich der dargelegten Theorie wird erörtert. Man muß erwarten, daß die Formeln am besten der Wirklichkeit entsprechen für die innersten Quantenbahnen, in welchem Fall der Druck einige Atmosphären betragen darf.

Trondhjem, Januar 1924, Physikalisches Institut der technischen Hochschule.

(Eingegangen 22. Januar 1924.)

Halleffekt und Thermokraft.

(Auszug aus einer Inauguraldissertation.)

Von P. Raethjen.

Seit Lorentz[1]) gründen die meisten Autoren[2]) die Theorie der Stromleitung in Metallen

1) H. A. Lorentz, Versl. Akad. Amst. **13**, 508, 1905.
2) Müller-Pouillet, Lehrbuch d. Physik, 10. Aufl., Braunschweig 1914, IV, S. 1197ff.; Suter, Elektronentheorie d. Metalle, Diss. Bern 1920; Jäger, Wien. Ber. **117**, 862,

Digitized by Google

auf die Annahme, daß eine einzige Art beweglicher geladener Teilchen, nämlich die negativen Elektronen, die elektrische Leitung vermitteln, und alle so begründeten Theorien führen für die Hallkonstante R bzw. die Thermokraft eines Metalles a gegen das Vergleichsmetall b zu den Formeln:

$$R_a = \frac{\text{konst}}{N_a}, \qquad (1)$$

$$e_{a/b} = \frac{R}{F} \lg \text{nat.} \left(\frac{N_a}{N_b}\right), \qquad (2)$$

wo N_a die „Dichte der freien Elektronen", R die Gaskonstante $= 8{,}3 \cdot 10^7 \frac{\text{erg}}{\text{grad}}$ und F die Äquivalentladung 1 Faraday = 9650 C.G.S. bedeuten. Da somit die Hallkonstante und Thermokraft beide nur von der „Elektronendichte" abhängen, kann man durch Kombination von (1) und (2) eine Beziehung

$$e_{a/b} = \frac{R}{F} \lg \text{nat.} \left(\frac{R_a}{R_b}\right) \qquad (3)$$

gewinnen, die eine experimentelle Prüfung der Elektronentheorien zuläßt durch Messung von Thermokraft und Halleffekt. Doch muß solch eine Messung an chemisch und strukturell identischen, d. h. aus derselben Metallprobe geschnittenen, Stücken vorgenommen sein, weil geringe Verschiedenheiten dieser Art den Wert der Hallkonstante und der Thermokraft schon wesentlich verändern. Bezüglich solcher Messungen wies die Literatur eine Lücke auf, die ich auf die geneigte Anregung und Anleitung durch Herrn Prof. Dr. W. Kaufmann in der vorliegenden Arbeit auszufüllen mich bemüht habe. Untersucht wurden die Metalle Gold, Silber, Platin, Kupfer, Aluminium, Zinn und Palladium.

Besonders interessierte beim Palladium die etwaige Abhängigkeit der Hallkonstante von der Beladung mit Wasserstoff. Da sich der Widerstand des *Pd* mit wachsender Beladung stark vermehrt, so konnten die sorgfältigen Messungen Fischers[1]) zur indirekten Bestimmung der Beladungshöhe benutzt werden.

I. Halleffekt.

Beim Halleffekt unterscheidet man seit Gans[2]) zwischen „adiabatischem" und „isothermem" Fall. Nur für letzteren gilt die Formel (1), für den adiabatischen Effekt multipliziert sich die konst. der Formel (1) noch mit dem Faktor $\frac{9+b}{8}$, wo $b = 2 \cdot T \cdot \frac{d \lg N_a}{dT}$ ist. Da bei den von mir gemessenen Metallen die Hallkonstante R mit hinreichender Genauigkeit von der Temperatur unabhängig ist, so ist dies auch N_a, und b ist also $= 0$. Der Übergangsfaktor ist mithin für alle Metalle der gleiche $= {}^9/_8$, und fällt in Formel (3) heraus. Außerdem berechtigen die Messungen Zahns[1]) am Wismut zu der Annahme, daß schon bei der gewöhnlichen Halleffektmessung mit Gleichstrom in Luft die gemessene Konstante R der isothermen näher liegt als der adiabatischen. Da auch bei den von mir gemessenen Metallen wegen der geringen Hallspannungen eine Realisierung des isothermen Falles, wie bei Zahn, nicht möglich war, so habe ich die Halleffekte in gewöhnlicher Weise mit Gleichstrom gemessen, und war durch die angegebenen Gründe berechtigt, die so gemessenen Hallkonstanten wie isotherme in Formel (3) einzusetzen. Einige Kontrollversuche meinerseits bestärkten mich auf diesem Wege.

Die Hallplatten waren zwecks Vermeidung von Thermokräften mit den zugehörigen 5—10 cm langen Hallelektroden aus einem Stück geschnitten. An den Hallelektroden waren Kupferdrähte angebracht; die Kontaktstellen befanden sich in unmittelbarer Nachbarschaft. Eine der Hallelektroden bestand aus zwei dicht nebeneinander liegenden Streifen, die zu einem Gleitdraht führten, auf dem die mit der gegenüber liegenden dritten Elektrode äquipotentielle Stelle a abgegriffen wurde. Bezeichnet man dabei mit a_0 die Äquipotentialstelle, die dem Magnetfeld 0 entspricht, mit a_1 diejenige, die bei der Feldrichtung 1 und Feldstärke H_1 auftritt, mit a_2 die bei der Feldrichtung 2 und Feldstärke H_2, so ist bei einer Gesamtlänge a_λ des Gleitdrahtes die Hallspannung

$$|e_1| = e_\lambda \frac{a_0 - a_1}{a_\lambda} \quad \text{und} \quad |e_2| = e_\lambda \frac{a_2 - a_0}{a_\lambda},$$

wo e_λ die an den Enden des Gleitdrahtes auftretende und durch Kompensation gemessene Spannung bedeutet. Addiert man beide Gleichungen und wendet darauf die experimentelle Formel[2]) für die Hallspannung an:

$$|e| = R \cdot \frac{J \cdot H}{d},$$

so erhält man die Hallkonstante in der Form:

$$R = e \frac{a_2 - a_1}{a_\lambda} \frac{d}{J(H_2 + H_1)}. \qquad (4)$$

1908; Baedecker, diese Zeitschrift **11**, 810, 1910; N. Bohr, Diss. Kopenhagen 1911.

1) Fischer, Ann. d. Phys. **20**, 503, 1906.

2) Gans, Ann. d. Phys. **20**, 293, 1906.

1) H. Zahn, Ann. d. Phys. **47**, 49, 1915.

2) Müller-Pouillet, IV, 1200, 1914.

Digitized by Google

Es wurden nun eine Reihe von Äquipotentialstellen a_2 und a_1 bei den zugehörigen Feldern H_2 und H_1 — die nur wenig von 10500 Gauß abwichen — gemessen und R nach Formel (4) als Mittelwert bestimmt.

Das Magnetfeld lieferte ein Elektromagnet der Ruhmkorffschen Form mit einem Polabstand von 1,5 cm und quadratischen Polflächen von 3,4 × 3,4 cm. Die Feldstärke wurde geeicht mittels einer Wismutspirale und bei der Halleffektmessung selbst mit Hilfe des Erregungsstromes gemessen.

A. Messungen an Silber, Gold, Platin, Kupfer, Aluminium, Zinn.

Die Hallplatten wurden hergestellt aus Folien, die mit Ausnahme von *Al* und *Sn* von W. C. Heraeus als technisch reine Metalle bezogen waren; die von *Al* und *Sn* wurden aus vorhandenem Vorrat hergestellt. Die Folien wurden auf Glasplatten 9 × 12 cm aufgeklebt und in der angegebenen Form ausgeschnitten. Bei der Herstellung sah man auf möglichste Gleichheit sämtlicher Präparate. So wurden, um zufällige durch den Aufbau bedingte Fehler zu offenbaren, von jedem Metall mit Ausnahme von *Pt* mehrere Präparate hergestellt. Sämtliche Hallplatten hatten die gleiche Länge von 10 cm zwischen den primären Kontakten. Diese bestanden aus Federzinken-Harken, die den Strom an über die ganze Breite verteilten Punkten zuführten.

Die Dicke der Folien wurde vor dem Aufkleben bestimmt durch Messung der Fläche und des Gewichts unter Zugrundelegung des spez. Gewichts nach den Tabellen von Landolt-Börnstein[1]). Später zeigte es sich, daß die Folien nicht gleichmäßig dick waren, und es wurden daher durch Widerstands- und Spannungsmessungen Korrekturprozente ermittelt, die die durchschnittliche Dicke der Folien auf die Dicke des zentralen Teils der Hallplatte korrigieren. Da auch das noch nicht zu eindeutigen Resultaten führte, wurde bei zweifelhaften Platten — von jedem Metall eine — der zentrale Teil ausgeschnitten und an ihm direkt durch Wägung und Flächenmessung die Dicke bestimmt.

Die Messungsresultate seien in Tab. I mitgeteilt.

Die Spalten enthalten der Reihe nach die Angabe des Hallpräparates H, der Hallplattenbreite b in cm, des spez. Gewichts s nach Landolt-Börnstein, der daraus bestimmten Dicke d in cm, des primären Hallstroms J in Amp., der

1) Landolt-Börnstein, Phys.-chem. Tabellen, 1. Aufl., Berlin 1923.

Tabelle I.

Halleffekt des *Ag, Au, Pt, Cu, Al, Sn*, gemessen bei einer Magnetfeldstärke von 10500 Gauß.

Nr.	H	b	s	$d \cdot 10^4$	J	$-R \cdot 10^4$	$-R \cdot 10^4$ Mittel
1	*Ag* I	1,8	10,4	10,1 − 1,5%	1,30	9,34	9,44
2					1,34	9,44	
3	*Ag* II	1,8		11,0	1,35	9,39	
4					1,34	9,50	
5	*Ag* III	1,8		7,03 + 0,5%	1,10	9,45	
6					1,09	9,43	
7					1,09	9,53	
8	*Au* I	1,8	19,3	3,62	0,50	7,45	7,36
9					0,57	7,38	
10	*Au* II	1,8		3,48 + 2,2%	0,59	7,36	
11					0,60	7,26	
12	*Pt*	1,8	21,4	2,96	0,42	2,36	2,30
13					0,60	2,29	
14	*Cu* I	1,8	8,93	9,90 − 1,8%	1,33	5,90	
15					1,32	5,92	
16	*Cu* II	1,8		9,97	1,32	6,11	6,09
17					1,31	6,14	
18	*Al* I	1,8	2,70	15,5	1,30	3,46	3,43
19					1,30	3,49	
20	*Al* II	1,8		15,35 ± 0%	1,37	3,42	
21					1,42	3,40	
22	*Al* III	1,8		15,3 + 0,6%	1,25	3,39	
23					1,40	3,39	
24	*Sn* II	2,0	7,29	12,0	1,39	0,419	0,41
25	*Sn* III	2,0		11,8	2,30	0,428	
26	*Sn* IV	1,8		11,6 − 0,2%	1,46	0,416	
27					3,23	0,407	
28	*Sn* V	1,8		11,7 − 0,6%	1,44	0,400	
29					2,96	0,395	

Hallkonstante R und schließlich ihres Mittelwerts am gleichen Metall, beide im absoluten Maß. Wo die Dicke a ohne Korrekturprozente angegeben ist, ist sie direkt am zentralen Teil der Hallplatte gemessen. Dies sind prinzipiell die einzig einwandfreien Messungen, doch haben wir uns davon überzeugt, daß auch an den anderen Präparaten die korrigierten Dicken Anspruch auf gleiche Genauigkeit haben, mit Ausnahme des Präparats *Cu* I. Die Messungen am Zinn zeigen größere Fehler, weil hier der Halleffekt bedeutend geringer ist als bei den anderen Metallen.

B. Palladium-Wasserstoff.

Im Gegensatz zu den anderen Metallen wurden beim *Pd* die Hallplatten nicht auf Glas geklebt, weil sie zur Wasserstoffbeladung mit einem Elektrolyten umgeben werden mußten, doch waren sie ebenfalls mit den sekundären Elektroden aus einem Stück geschnitten. Zur Messung gelangten zwei Platten *Pd* I und *Pd* II

Digitized by Google

aus einer von W. C. Heraeus gelieferten Folie, von denen die erste in einen Glastrog eingekittet, die zweite frei an den Stromzuführungsdrähten angelötet war. Beide waren 5 cm lang zwischen den primären Elektroden und 1,3 cm breit. Mit Wasserstoff be- bzw. entladen wurden die Palladiumbleche als Kathoden bzw. Anoden in einer halbgesättigten Na_2SO_4-Lösung, wobei Platindrähte als Gegenelektroden dienten. Die Dicke wurde am entladenen *Pd* I zu

$$d_0 = 0{,}99 \cdot 10^{-3} \text{ cm}$$

bestimmt durch eine Dickenmessung auf Fläche, Gewicht und dem spez. Gewicht nach Kohlrausch $s = 12{,}0$. Bei der Wasserstoffbeladung nimmt nach Messungen Fischers[1]) und anderer die Dicke d zu bis 2 oder 3 Proz. Diese Dickenveränderung ließ sich mit den vorhandenen Mitteln nicht messen, und man bestimmte daher zunächst eine Größe $R' = R\frac{d_0}{d}$, indem man in Formel (4) statt d die Dicke

$$d_0 = 0{,}99 \cdot 10^{-3} \text{ cm}$$

des unbeladenen Palladiumblechs einsetzte, und durch eine den Ausdehnungsmessungen Fischers entsprechende Korrektur wurde dann R rechnerisch ermittelt.

Die Messungen an *Pd* I hatten vorbereitenden Charakter und dienten in erster Linie dazu, die Unabhängigkeit der Hallkoeffizienten von der Stärke des Magnetfeldes nachzuweisen. Da sich das ausgedehnte Blech im Glastrog in Falten warf, waren die Resultate wesentlich ungenauer als bei dem zwischen zwei Hartgummiplättchen glatt gelegten *Pd* II. Diese seien in Tab. II mitgeteilt.

Hier bedeutet w den Widerstand des Palladiumblechs im jeweiligen Beladungszustand, w_0 den des unbeladenen Blechs, also $\frac{w}{w_0}$ den Faktor, mit dem sich der Widerstand durch die Beladung multipliziert hat. Dieser ist nach den Messungen von Fischer[2]) ein Maß für die Menge des okkludierten Wasserstoffs v_H. Entsprechend gibt die nächste Spalte $\frac{v_H}{v_{Pd}}$ an, wieviel Volumteile Wasserstoff — gasförmig unter Atmosphärendruck und 0° C — in einem Volumteil Palladium okkludiert sind. R ist aus R' durch Zuschlag der Verdickungsprozente Δd nach Fischer gewonnen. Beide sind im absoluten Maß[3]) angegeben. Die letzten beiden

Tabelle II.

Halleffekt des *Pd* II.

$H = 10{,}500$ Gauß $\quad J = 0{,}7$ bis $0{,}9$ Amp.

Nr.	$\frac{w_0}{w}$	$\frac{v_H}{v_{Pd}}$	$-R \cdot 10^4$	Δd %	$-R \cdot 10^4$	Beladungsmaßnahmen	
						Zweimal vollständig beladen, einmal entladen	
1	1,00	0	7,68	0	7,66		
2			7,65				
38			7,41				
39	1,69	950	7,45	+ 2,3	7,60	*i*	*z*
40			7,42				
41	1,77	1000	7,50	+ 2,5	7,70	+ 5	2
42			7,52			− 5	1
43	1,40	550	7,55	+ 1,3	7,65		
44	1,05	30	7,52	0	7,52	− 10	0,75
45	1,08	75	7,45	+ 0,3	7,47	+ 4	0,75
46	1,34	470	7,52	+ 1,1	7,60	+ 4	1,5
						+ 4	0,5
47	1,58	830	7,45	+ 2,0	7,60	+ 15	0,3
48	1,69	950	7,45	+ 2,3	7,62	+ 15	0,75
49	1,47	66	7,48	+ 1,6	7,60	− 40	0,1
						− 40	?
50	1,30	400	7,50	+ 0,9	7,57	− 12	
						− 40	0,3
51	1,03	0	7,47	0	7,47	− 14 bis keine Widerstandsverminderung mehr zu merken war	

Spalten enthalten die Be- und Entladungsmaßnahmen zwischen den Halleffektmessungen. i ist der Beladungsstrom in Milliamp., positiv bei Beladung, negativ bei Entladung; z ist die Beladungszeit in Stunden.

Die Messung Nr. 40 war bei 20° C höherer Temperatur vorgenommen als 38 und 39 und zeigt somit die Temperaturkonstanz der Hallkonstante. Die Messungen Nr. 3 bis 37 sind hier nicht mitgeteilt, weil bei ihnen noch nicht die Glättung des Blechs durch die Hartgummiplättchen angewandt war. Sie zeigten nichts anderes, als, was aus Nr. 38 bis 51 genauer zu sehen ist, daß nämlich die Größe R' konstant ist innerhalb der Bestimmungsfehlergrenzen. Es nimmt also R entsprechend der Verdickung des Blechs linear mit dem Wasserstoffgehalt zu um 2 bis 3 Proz. Die Nr. 1 und 2, am neuen glatten Blech gemessen, zeigen zwar Werte R, die wesentlich größer sind als die Nachbarwerte, doch liegt das wahrscheinlich daran, daß trotz der Hartgummiplättchen eine Zerknitterung des Blechs nicht zu vermeiden war und diese den Wert R' herabdrückte.

1) Fischer, Ann. d. Phys. **20**, 520, 1906.
2) Fischer, l. c.
3) Über die Messungen der Tab. II wurde schon kurz berichtet von Prof. W. Kaufmann in dieser Zeitschrift **24**, 278, 1923, doch erscheinen hier sämtliche Werte R' um 4 bis 5 Proz. geringer. Der Unterschied erklärt sich durch die damals nicht erfolgte Korrektur der Feldmessungen auf die Eichtemperatur der Wismutspirale.

Digitized by Google

Nach Formel (1) würde also dieser Befund beim Palladium-Wasserstoff eine Verminderung der „Elektronendichte" um 2 bis 3 Proz. bedeuten oder — nach Berücksichtigung der Volumvermehrung um 6 bis 9 Proz. — eine Vermehrung der Anzahl freier Elektronen um 4 bis 6 Proz.

II. Thermokraft.

A. Palladium-Wasserstoff.

Zu wesentlich anderen theoretischen Folgerungen führen die Befunde für die Thermokraft des beladenen gegen das unbeladene *Pd*. Diesbezügliche Messungen wurden im Jahre 1922 angestellt von R. M. Holmes[1]); doch war uns nur der keine Zahlen enthaltende Bericht der Phys. Ber. zugänglich. Wir hatten selbst Messungen in Angriff genommen und größtenteils durchgeführt, als die sehr ausführliche Arbeit von F. Heimburg[2]) über diesen Gegenstand erschien. Deshalb genüge die Mitteilung, daß wir in vollständiger Übereinstimmung mit Heimburg als Thermokraft des gesättigt beladenen gegen unbeladenes *Pd* $\alpha_{18} = 16{,}8 \frac{\text{Mikrovolt}}{\text{grad}}$ bei der Temperatur von 18° C fanden, und zwar fließt der Strom an der kalten Seite vom beladenen zum unbeladenen *Pd*. Im Sinne der Theorie bedeutet das, im beladenen *Pd* ist die „Elektronendichte" höher als im unbeladenen, und zwar um 20 Proz. — wie Anwendung der Formel (2) zeigt. Dieser Widerspruch mit dem Ergebnis beim Halleffekt ist für uns die Veranlassung gewesen, ähnliche Messungen auch an anderen Metallen, und zwar an identischen Stücken, vorzunehmen.

B. Silber, Gold, Platin, Kupfer, Aluminium, Zinn, Palladium.

Zur Thermokraftmessung gelangten Streifen, die aus den gleichen Folien geschnitten waren wie die Hallpräparate, und zwar waren die Streifen in den meisten Fällen erst nach dem Aufkleben der Folien von der Glasplatte wieder abgelöst. Die Messung der Thermospannung erfolgt durch Kompensation. Die Verbindungsstellen des Thermoelements befanden sich in Petroleumbädern. Von diesen wurde das kalte auf ca. 20° C, das warme auf drei bis vier verschiedene Temperaturen zwischen 20° und 50° C gehalten. Durch Konstantenbestimmung in der quadratischen Gleichung für die Thermospannung[3])

$$E = (t_1 - t_2)\left[\alpha + \frac{\beta}{2}(t_1 + t_2)\right]$$

erhielt man die Thermokraft α_{18} für 18° C. Die Resultate seien in Tab. III mitgeteilt.

Tabelle III.

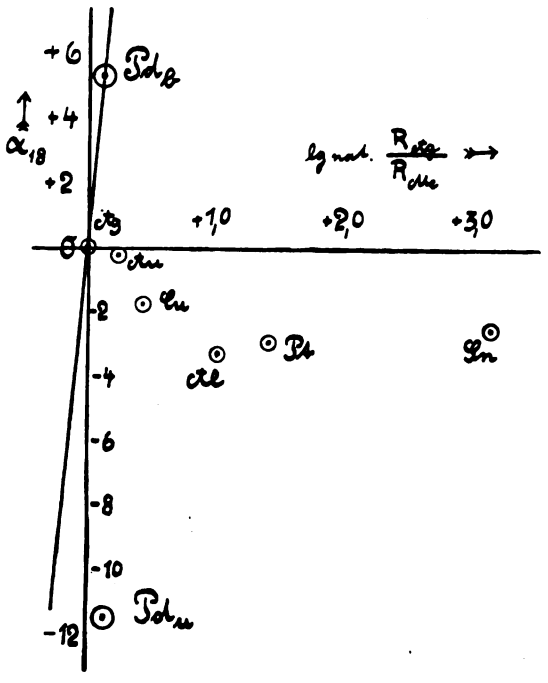
Thermokräfte der Metalle *Ag, Au, Pt, Al, Cu, Sn, Pd*.

Nr.	*Me* 1		*Me* 2		$Me_2 - Me_1$ α_{18}	Me_1 gegen *Ag* α_{18}	lg nat. $\frac{R_{Ag}}{R_{Me_1}}$
	H	*P*	*H*	*P*			
1	*Ag* I	+		−	0,03	0	0
2	*Ag* III	−		+	0,01		
3	*Au* I	−	*Ag* II	+	0,264	− 0,26	0,247
4	*Au* II	−		+	0,268		
5	*Pt*	−		+	2,98	− 2,94	1,410
6	*Pt*	−	*Cu* I	+	1,21		
7	*Al* I/II	−		+	3,27	− 3,30	1,010
8	*Al* III	−		+	3,34		
9	*Cu* I	−	*Ag* II	+	1,70	− 1,78	0,439
10	*Cu* II	−		+	1,79		
11	*Sn* II/III	−		+	2,54	− 2,57	3,130
12	*Sn* IV	−		+	2,60		
13	Pd_u	−	*Cu* I	+	9,78	−11,50	0,149
14	Pd_b	+	Pd_u	−	16,8	+ 5,30	0,122

Unter Me_1 und Me_2 sind die zur Messung verwandten Metallstreifen angegeben, und zwar unter *H* das zugehörige Hallpräparat, unter *P* (Pol) das Vorzeichen der Spannung im kalten Bad. *Cu* I — und *Ag* + bedeutet also, an der kalten Seite fließt der Thermostrom von *Ag* II nach *Cu* I. In Nr. 13 und 14 bedeutet Pd_u unbeladenes Palladium und Pd_b vollständig beladenes. Pd_u in Messung 13 ist aus dem Blech *Pd* I geschnitten. Messung 14 ist die schon unter *A* mitgeteilte. Direkt gemessen wurden die Thermokräfte unter Me_1 und Me_2, und diese sind zunächst unter α_{18} eingetragen in $\frac{\text{Mikrovolt}}{\text{grad}}$. Die darauf folgende Spalte enthält die Thermokraft der Metalle unter Me_1 gegen Silber als Mittelwert. Daneben sind die Werte lg nat. $\frac{R_{Ag}}{R_{Me_1}}$ aufgeführt, die rechnerisch aus den Tabellen I und II ermittelt sind. Nach Formel (3) sollen die Werte der beiden letzten Spalten stets im gleichen Verhältnis $\frac{R}{F}$ stehen. Diese Werte sind daher in der beistehenden Figur als Ordinaten und Abszissen graphisch aufgetragen und gleichzeitig die Gerade, die der Formel (3) entspricht. Daß diese durch den Punkt Pd_b geht, ist natürlich nur ein Zufall,

1) R. M. Holmes, Science (N.S.) **56**, 201—202, 1922, Nr. 1442.
2) F. Heimburg, diese Zeitschrift **24**, 149, 1923.
3) Müller-Pouillet, IV, S. 1181, 10. Aufl. 1914.

Digitized by Google



da die verschiedenen Beladungszustände die ganze gerade Punktreihe zwischen Pd_u und Pd_b ergeben. Alle anderen Punkte haben nicht einmal den Quadranten mit der theoretischen Geraden gemeinsam, d. h. nicht einmal das Vorzeichen der Thermokraft ist das von der Theorie verlangte. Beachtet man, daß die kleinen Kreise um die Punkte die mögliche Fehlerhaftigkeit der Messung einschließen, so ist evident, daß zwischen den Ordinaten und Abszissen überhaupt keine einfache Beziehung besteht.

Als Resultat der vorliegenden Messungen ergibt sich also ein völliger Widerspruch mit den Elektronentheorien der Metalle, die sich auf eine einzige Art beweglicher geladener Teilchen gründen.

Zum Schluß sei mir gestattet, Herrn Prof. Dr. W. Kaufmann für die Anregung und der Helmholtz-Gesellschaft für die materielle Unterstützung dieser Arbeit meinen herzlichsten Dank auszusprechen.

(Eingegangen 24. Januar 1924.)

Über das thermische Gleichgewicht zwischen Licht- und Schallstrahlen.

Von Erwin Schrödinger.

Einleitung und Inhalt.

Geleitet durch ein in § 1 besprochenes Ergebnis klassischer Rechnung von L. Brillouin setze ich in § 2 eine Hypothese über den quantenhaften Energie- und Impulsaustausch zwischen Licht- und Schallstrahlen auseinander, die derjenigen ganz analog ist, welche von Compton[1]) und Debye[2]) über die Wechselwirkung zwischen Lichtstrahlen und freien Elektronen aufgestellt und durch die Streuung von Röntgenstrahlen quantitativ bestätigt wurde[3]). Ich glaube, daß die hier besprochene Hypothese, molekular-theoretisch ausgebaut, für die quantentheoretische Erfassung der Dispersion von Bedeutung sein kann. In dieser Note soll gezeigt werden (§ 3), daß sie den Zusammenhang verstehen läßt, der im Zustande thermodynamischen Gleichgewichtes zwischen der Energieverteilung unter den Lichtstrahlen („Planck sche Strahlungsformel") einerseits und derjenigen unter den Schallstrahlen („Wärmebewegung") andererseits besteht, wobei über die Statistik des Energieaustausches ganz ähnliche Annahmen zu machen sind wie die von W. Pauli jr.[4]) über den Austausch zwischen Strahlung und freien Elektronen gemachten. In § 4 wird dann noch eine zweite, etwas abweichende Darstellung gegeben.

§ 1. Das Resultat von L. Brillouin.

Wenn in einem durchsichtigen, homogenen, isotropen Medium, dessen Brechungsindex von seiner Dichte abhängt, ein Lichtstrahl von der Wellenlänge λ eine Kompressionswelle („Schallwelle") von der Wellenlänge Λ kreuzt, so wird, wie L. Brillouin[5]) durch rein klassische Rechnung gezeigt hat, der Lichtstrahl an den Schallwellenebenen teilweise regulär reflektiert, wofern zwischen den beiden Wellenlängen und dem „Glanzwinkel" ϑ die aus der Theorie der Röntgenstrahlreflexion wohlbekannte Braggsche Beziehung

$$2\Lambda \sin\vartheta = \lambda \qquad (1)$$

für Reflexion erster Ordnung ($= \lambda$, nicht $= n\lambda$) besteht. Dies ist angenähert gesprochen, sofern man die Lichtgeschwindigkeit als sehr groß ansehen kann gegen die Schallgeschwin-

---

1) A. H. Compton, Bull. Nat. Research Council Nr. 20, S. 10 (Okt. 1922); Phys. Rev. **21**, 483, 1923.

2) P. Debye, diese Zeitschr. **24**, 161, 1923.

3) A. H. Compton, l. c.; s. a. die sehr schönen Untersuchungen von W. Bothe, Zeitschr. f. Phys. **16**, 319, 1923; **20**, 237, 1923, der die weichen „Rückstoßelektronen" experimentell nachgewiesen hat.

4) W. Pauli jr., Zeitschr. f. Phys. **18**, 272, 1923; s. a. A. Einstein u. P. Ehrenfest, Zeitschr. f. Phys. **19**, 301, 1923.

5) L. Brillouin, Ann. d. Phys. **17**, 88, 1922. Mit Brillouin verstehen wir unter Schallwelle hier und im folgenden stets eine longitudinale (Kompressions-) Welle. In einem festen Medium muß auch ein Einfluß der Scherungswellen bemerkbar sein (wegen der akzidentellen Doppelbrechung, die sie verursachen), dessen Untersuchung reizvoll wäre.

Digitized by Google

digkeit. Genauer gesagt verhält es sich wie an einem bewegten Spiegel: der Reflexionswinkel ist dem Einfallswinkel nicht genau gleich, der Lichtstrahl erleidet Dopplerverschiebung, und auch (1) ist so zu korrigieren, wie es für einen bewegten Kristall der Fall wäre. Hervorzuheben ist, daß für ein streng monochromatisches und paralleles Lichtstrahlenbündel von genau passender Wellenlänge die Reflexion keineswegs geringfügig, sondern sehr intensiv wäre. Brillouin benutzt seine Analyse, um in sehr origineller Weise die Zerstreuung des Lichtes durch die, in fortschreitende Schallwellen aufgelöst gedachte, Wärmebewegung aufs neue[1]) zu untersuchen und zu diskutieren.

Für uns liegt das Interesse an dem betrachteten Reflexionsprozeß darin, daß dabei zwei rein periodische, streng „sinusförmige", Vorgänge von stark verschiedener Schwingungszahl in energetische Wechselwirkung treten. Vom Standpunkte der Quantentheorie ist man verpflichtet, auf einen derartigen Prozeß Quantengesetze anzuwenden, und man ist weiterhin zu der Erwartung berechtigt, daß die Aussagen der Quantentheorie, wenigstens hinsichtlich der Frequenzen und der Strahlrichtungen, sich genau mit denen der klassischen Theorie decken werden — analog dem, daß für einen harmonischen Oszillator, und nur für einen solchen, die emittierte Frequenz mit der klassischen übereinstimmt. Die Erwartung bestätigt sich.

§ 2. Quantentheoretische Begründung der Reflexion des Lichtstrahls an der Schallwelle.

Sowohl der Lichtstrahl (Frequenz ν, Fortpflanzungsgeschwindigkeit v, Wellenlänge λ) als auch der Schallstrahl (N, V, Λ) können als „harmonische Oszillatoren" nur je ein Energiequant $h\nu$ bzw. hN aufnehmen oder abgeben. Das Schallquant ist viel kleiner, also muß der Lichtstrahl jedenfalls $h\nu$ abgeben. Hiervon bleibt nach Energieaustausch $\pm hN$, mit dem Schallstrahl noch $h\nu'$ übrig, wobei aber ν' von ν nur sehr wenig verschieden ist. Diese Energie $h\nu'$ muß unter Wahrung des Impulssatzes als neuer Lichtstrahl von der Frequenz ν' zutage treten. Während nun die Energie dieses neuen Lichtquants fast die gleiche ist, wie die des ursprünglichen, wird ihm eine sehr bedeutende Impulsänderung, d. h. Richtungsänderung aufgezwungen durch den Umstand, daß die, wenn auch sehr geringfügige Energiemenge hN, die aus Licht in Schall, oder umgekehrt, übertritt, dabei eine sehr bedeutende Impulsänderung erleidet, und zwar ändert sich der Betrag ihres Impulses im umgekehrten Verhältnis der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten. Die drei in Frage kommenden Impulsbeträge[1]) sind

$$\frac{h\nu}{v} = \frac{h}{\lambda}; \quad \frac{hN}{V} = \frac{h}{\Lambda}; \quad \frac{h\nu'}{v} = \frac{h}{\lambda'}.$$

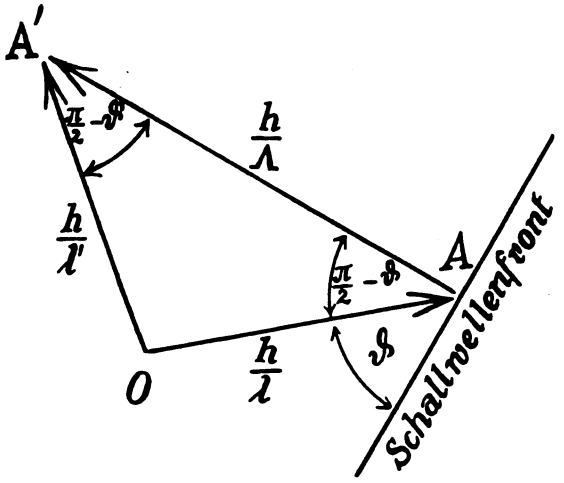


Fig. 1.

Ihre Vektoren müssen das nebenstehende Dreieck bilden. Identifiziert man zur angenäherten Orientierung vorerst λ' mit λ, so findet man den reflektierten Impulsvektor OA', indem man im Endpunkte A des einfallenden Impulsvektors OA auf die Schallwellenfront ein Lot errichtet und auf diesem Lot einen Punkt A' aufsucht, der von O gleich weit entfernt ist, wie A. Es gibt nur einen solchen Punkt und dieser entspricht immer der regulären Reflexion ($\vartheta' = \vartheta$). Der vom Schall auf das Licht übertragene Impuls hat also stets die Richtung AA' (nicht die entgegengesetzte), unabhängig davon, ob die Schallwelle gegen den einfallenden Lichtstrahl anläuft oder vor ihm zurückweicht. Dagegen ist im ersten Falle die Impulsabgabe auch mit Energieabgabe ($-hN$), im zweiten Falle mit Energieaufnahme ($+hN$) seitens der Schallwelle verbunden. Man erkennt ferner, daß in der betrachteten Näherung ($\lambda' = \lambda$, $\vartheta' = \vartheta$) die Beziehung

$$2\frac{h}{\lambda}\sin\vartheta = \frac{h}{\Lambda}$$

erfüllt sein muß, damit dem Impulssatz überhaupt genügt werden kann, und das ist die „Braggsche Bedingung" (1).

1) A. Einstein, Ann. d. Phys. (4) **23**, 1275, 1910; L. Brillouin, C. R. **158**, 1331, 1914.

1) Daß in einer ebenen Kompressionswelle die Energie E den Impuls $\frac{E}{v}$ mit sich führt, wo v die Schallgeschwindigkeit, ist eine ganz elementare, klassische Tatsache.

Digitized by Google

Ohne Vernachlässigung ergeben sich die drei Impuls- und Energiegleichungen[1])

$$\left.\begin{aligned} \frac{h\nu}{v}\cos\vartheta &= \frac{h\nu'}{v}\cos\vartheta', \\ \frac{h\nu}{v}\sin\vartheta + \frac{h\nu'}{v}\sin\vartheta' &= \frac{hN}{V}, \\ h\nu &= h\nu' \pm hN, \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

welche bei vorgegebenem ν und ϑ zur Bestimmung von ν', ϑ' und N dienen. Man findet $\left(\beta = \frac{V}{v}\right)$:

$$\left.\begin{aligned} \cos\vartheta' &= \frac{(1-\beta^2)\cos\vartheta}{1+\beta^2 \mp 2\beta\sin\vartheta}, \\ \nu' &= \nu\frac{1+\beta^2 \mp 2\beta\sin\vartheta}{1-\beta^2}, \\ N &= \nu\cdot\frac{2\beta}{1-\beta^2}(\sin\vartheta \mp \beta). \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

Die letzte Gleichung schreibt sich auch:

$$2A\frac{\sin\vartheta \mp \beta}{1-\beta^2} = \lambda \qquad (1')$$

und ist die Verfeinerung von (1). Das obere Vorzeichen gilt immer für eine zurückweichende Schallwelle. Ich habe mich überzeugt, daß (3[1]) und (3[3]) (ν' kommt bei Brillouin nicht explizite vor) mit den Formeln (29), S. 102, l. c., trotz der stark abweichenden äußeren Gestalt, genau übereinstimmt[2]). Wie vermutet, führt also hier die Quantentheorie wirklich zu genau demselben Ergebnis, wie die klassische Rechnung.

§ 3. Das thermodynamische Gleichgewicht.

Wir betrachten nun ein Stück eines durchsichtigen, isotropen, etwa flüssigen, Mediums, das im thermodynamischen Gleichgewicht bei der Temperatur T durchzogen wird erstens von Lichtwellen, zweitens aber auch von Schallwellen der betrachteten Art, in welche wir uns die materielle Wärmebewegung des Mediums aufgelöst denken. Zwischen den beiden Wellenarten werden beständig Wechselwirkungen der im vorigen Abschnitt betrachteten Art stattfinden. Wir wollen versuchen, über deren statistische Wahrscheinlichkeit solche vernünftige Annahmen zu machen, daß das Gleichgewicht der einen Wellenart, etwa der Schallwellen unter sich, das Gleichgewicht der Lichtwellen, d. h. die Plancksche Strahlungsformel, nach sich zieht.

Im Gleichgewicht muß jeder Prozeß ebenso oft stattfinden wie seine genaue Inversion. Wir bezeichnen als die direkten Prozesse diejenigen, bei denen ein Lichtquant aus dem Spektralbereich $\nu, \nu + d\nu$ und dem Winkelbereich $d\omega$ durch Reflexion an einer (sagen wir, um die Ideen zu fixieren, gegen es anlaufenden) m-quantigen Schallwelle von scharf bestimmter Richtung in den Bereich ν', $\nu' + d\nu'$; $d\omega'$ gelangt. Als inverse Prozesse dürfen wir dann[1]) diejenigen nehmen, bei denen ein Lichtquant aus dem Bereich $d\nu'\, d\omega'$ wieder nach $d\nu$, $d\omega$ kommt durch Reflexion an einer $m-1$-quantigen, vor ihm zurückweichenden, Schallwelle von genau der gleichen Richtung (s. Fig. 2). Die Frequenz N

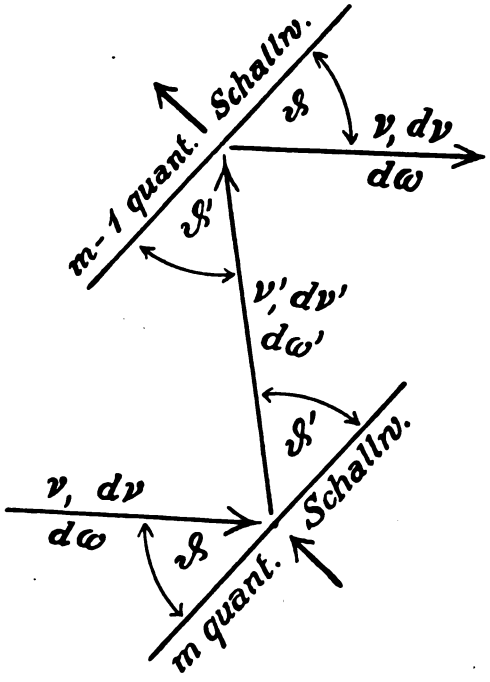


Fig. 2.

der Schallwelle variiert ein wenig, wenn ν, ϑ (und ein um die Schallwellennormale gezähltes Azimut φ) in ihrem Bereich $d\nu$, $d\omega$ variieren, ist aber bei scharfem ν, ϑ scharf bestimmt und hat für einen scharf bestimmten direkten Prozeß und seine genaue Inversion genau denselben Wert.

1) v und V betrachten wir als konstant, d. h. wir sehen von jeder Art Dispersion ab.

2) Die Formeln (3) können formal aus dem gewöhnlichen Reflexionsgesetz und der gewöhnlichen Braggbedingung durch eine Lorentztransformation mit dem Parameter $\mp\beta$ gewonnen werden, wobei A die „Gitterkonstante" im „bewegten" System ist. Doch beachte man die Komplikation, daß 1. in Wirklichkeit eine Lorentztransformation mit dem genannten Parameter nicht auf das „Ruhsystem der Schallwelle" transformiert (weil v nicht die Vakuumlichtgeschwindigkeit, und 2. daß andrerseits im „Ruhsystem der Schallwelle" nicht die gewöhnlichen Gesetze gelten können, weil das Medium strömt.

1) Etwas abweichend von der gewöhnlichen Bezeichnungsweise!

Digitized by Google

Die Zahl der direkten Prozesse wollen wir nun zunächst versuchsweise proportional setzen dem Produkt aus der Zahl der Lichtquanten der hervorgehobenen Art, die pro Zeiteinheit die Flächeneinheit einer Schallwellenebene durchsetzen, in die Zahl der geeigneten m-quantigen Schallwellen. Sei J_ν die Strahlungsintensität bei ν. Dann würde die Zahl der Lichtquanten hervorgehobener Art die eine ruhende, der Schallwelle parallele, Flächeneinheit durchsetzen, sein

$$\frac{J_\nu d\nu d\omega}{h\nu} \cdot \sin\vartheta.$$

Für die mit V bewegte Flächeneinheit ergibt sich $\left(\beta = \frac{V}{v}\right)$

$$\frac{J_\nu d\nu d\omega}{h\nu} (\sin\vartheta + \beta). \tag{4}$$

Die Zahl der geeigneten m-quantigen Schallwellen sei $\mathfrak{N}_m$. Mit den gleichen Annahmen für den inversen Prozeß ergibt sich als Forderung der Gleichhäufigkeit[1])

$$\left.\begin{aligned} &\mathfrak{N}_m \frac{J_\nu d\nu d\omega}{h\nu} (\sin\vartheta + \beta) = \\ &= \mathfrak{N}_{m-1} \frac{J_{\nu'} d\nu' d\omega'}{h\nu'} (\sin\vartheta' - \beta). \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

Nun ergibt sich aus (3) oder (2)

$$\frac{\sin\vartheta + \beta}{\sin\vartheta' - \beta} = \frac{\nu'}{\nu}, \tag{6}$$

$$\frac{d\nu d\omega}{d\nu' d\omega'} = \frac{\cos\vartheta}{\cos\vartheta'} \cdot \frac{\partial(\nu, \vartheta)}{\partial(\nu' \vartheta')} = \frac{\nu'}{\nu}, \tag{7}$$

mithin

$$\frac{\mathfrak{N}_m J_\nu}{\nu^3} = \frac{\mathfrak{N}_{m-1} J_{\nu'}}{\nu'^3}. \tag{8}$$

Das thermodynamische Gleichgewicht der Schallwellen unter sich erfordert nach Boltzmann-Planck

$$\mathfrak{N}_m : \mathfrak{N}_{m-1} = c^{-\frac{mhN}{kT}} : c^{-\frac{(m-1)hN}{kT}} = 1 : e^{\frac{hN}{kT}} =$$
$$= 1 : e^{\frac{h(\nu'-\nu)}{kT}} = e^{\frac{h\nu}{kT}} : e^{\frac{h\nu'}{kT}}, \tag{9}$$

daher

$$\frac{e^{\frac{h\nu}{kT}} J_\nu}{\nu^3} = \frac{e^{\frac{h\nu'}{kT}} J_{\nu'}}{\nu'^3} = \text{unabhängig von } \nu. \tag{10}$$

D. h. man erhält (wie Pauli, l. c., bei den Elektronen) zunächst das Wiensche Strahlungsgesetz anstatt des Planckschen, wobei man übrigens dafür, daß die Konstante auch von T nicht abhängt, wie bei allen Ableitungen dieser Art, auf das rein klassisch begründbare Wiensche Verschiebungsgesetz zurückgreifen muß. —

In Anlehnung an Paulis Gedankengang wird man nun die Annahme machen, daß es zwei verschiedene Möglichkeiten für die ins Auge gefaßten direkten Prozesse gibt. Entweder das Quant $h\nu'$ tritt als selbständiger Lichtstrahl auf — das ist der bisher allein in Betracht gezogene Fall. Oder es tritt in den Verband eines schon vorhandenen Strahlenbündels des Gebietes $d\nu' d\omega'$ ein. Für diese „unselbständigen" Prozesse würde es sinngemäß sein, ihre Häufigkeit proportional anzunehmen außer mit der Zahl der Lichtquanten $h\nu$ innerhalb $d\nu$, welche die Flächeneinheit einer geeigneten Schallwellenfläche in der Zeiteinheit innerhalb $d\omega$ durchsetzen, auch noch mit der Zahl der Lichtquanten $h\nu'$ innerhalb $d\nu'$, welche die Flächeneinheit einer geeigneten Schallwellenfläche in der Zeiteinheit innerhalb $d\omega'$ durchsetzen. Die unmittelbare Durchführung dieses Gedankens führt aber, wie man leicht sieht, statt auf (5) auf eine Gleichung, die in den Differenzialen $d\nu$, $d\omega$ nicht homogen, daher unbrauchbar ist. Man kann deshalb nur so überlegen: die beiden in Rede stehenden Anzahlen von passierenden Lichtquanten verhalten sich — das geht leicht aus der Überlegung, die zu (8) geführt hat, hervor — so wie

$$\frac{J_\nu}{\nu^3} : \frac{J_{\nu'}}{\nu'^3}.$$

Es liegt deshalb vielleicht nahe, zu vermuten, daß das Verhältnis der Zahl der unselbständigen direkten Prozesse zur Zahl der selbständigen durch

$$\frac{J_{\nu'}}{\alpha \nu'^3}$$

bestimmt sein wird, wo α eine Konstante. Zwangsläufig ist dieser Schluß natürlich keineswegs[1]).

Man hat dann zur Berücksichtigung der unselbständigen Prozesse einfach unsere Gleichhäufigkeitsbeziehung (5)

$$\text{linker Hand mit } 1 + \frac{J_{\nu'}}{\alpha \nu'^3},$$

$$\text{rechter Hand mit } 1 + \frac{J_\nu}{\alpha \nu^3}$$

zu multiplizieren und erhält durch genau dieselben Schlüsse, wie oben, statt (10)

$$\left(1 + \frac{J_{\nu'}}{\alpha \nu'^3}\right) \frac{J_\nu e^{\frac{h\nu}{kT}}}{\nu^3} = \left(1 + \frac{J_\nu}{\alpha \nu^3}\right) \frac{J_{\nu'} e^{\frac{h\nu'}{kT}}}{\nu'^3}. \tag{11}$$

1) β sehen wir als konstant an; vgl. die Anm. 1) S. 91.

1) Es möge bemerkt werden, daß man auch im Paulischen Falle des Gleichgewichts zwischen Elektronen und Strahlung keineswegs zwangsläufig auf die Planck'sche Formel geführt wird, obwohl man dort im Vakuum operiert und dadurch das mächtige Hilfsmittel der Invariantentheorie zur Verfügung hat, das uns hier — vgl. unsere Anm. 2) auf S. 91 — fehlt.

Digitized by Google

Es folgt also, daß unter den gemachten Annahmen die Lichtstrahlung mit der Schallstrahlung (d. h. Wärmebewegung) nur im Gleichgewicht sein kann, wenn der Ausdruck

$$\left(1+\frac{J_\nu}{\alpha\nu^3}\right)^{-1}\frac{J_\nu e^{\frac{h\nu}{kT}}}{\nu^3}=Q(T) \qquad (12)$$

für alle Frequenzen denselben Wert hat, also höchstens noch Funktion von T ist. Nach J_ν aufgelöst:

$$J_\nu=\frac{\alpha\nu^3}{\frac{\alpha}{Q}e^{\frac{h\nu}{kT}}-1}. \qquad (13)$$

Das ist in der Tat die Form des Planckschen Gesetzes, es muß $Q=\alpha=\frac{2h}{v^2}$ gesetzt werden. Daß Q nicht wirklich von T abhängen kann, läßt sich noch aus dem Wienschen Verschiebungsgesetz erschließen; daß es gleich α sein muß, aus dem Verhalten für hohe T; dagegen folgt der spezielle Wert der Konstanten nicht zwangläufig.

§ 4. Andere Form der Statistik.

Die vorstehende Darstellung ist wegen der zahlreichen Annahmen und der geringen Zwangläufigkeit ziemlich unbefriedigend. Deshalb sei noch eine andere gegeben, die vielleicht befriedigender, übrigens auch inhaltlich abweichend ist.

Wir legen eine Vorstellung zugrunde, auf der eigentlich schon die wohlbekannte Ableitung der Strahlungsformel durch „Quantelung eines „Ätherblocks" nach Jeans-Debye-Rubinowicz[1]) beruht und deren Wichtigkeit neuerdings wieder von W. Bothe[2]) ins rechte Licht gerückt worden ist. Nach dieser Vorstellung hat man nicht anzunehmen, daß in einem Lichtstrahlenbündel die einzelnen Lichtquanten nur so nebeneinander herlaufen, sondern daß sie in bestimmter Weise zu 1, 2, 3 ... quantigen „Strahlen" zusammengefaßt sind; dabei denken wir uns, daß es auch Sinn haben soll, von einem „nullquantigen Strahl" zu sprechen, gewissermaßen einem schwingungsfähigen, augenblicklich aber unerregten Ätherresonator.

Sodann spezialisieren wir die „direkten" Prozesse noch mehr als früher, indem wir darunter jetzt nur diejenigen verstehen wollen, bei denen ein Quant $h\nu$ aus einem l-quantigen Strahl des Bereiches $d\nu d\omega$ unter Vermittlung einer m-quantigen Schallwelle von passender Richtung und Wellenlänge in einen n-quantigen Strahl des Bereiches $d\nu' d\omega'$ übergeht. Die neue Annahme über die Wahrscheinlichkeit eines solchen Überganges soll darin bestehen, daß sie proportional sei dem Produkt aus den drei Anzahlen der drei an dem Prozeß beteiligten Strahlenarten (2 Lichtstrahlen, 1 Schallstrahl), im übrigen aber von ν, ϑ; ν', ϑ' höchstens noch in symmetrischer Weise abhänge. Man kann das bezeichnen als die Annahme gleicher a-priori-Wahrscheinlichkeit des direkten und des inversen Prozesses, indem der eine (vor Erreichung des Gleichgewichtes) nur aus dem Grunde häufiger oder weniger häufiger stattfinden soll als der andere, weil von den Strahlenbündeln, die bei ihm mitwirken müssen, mehr oder weniger vorhanden sind.

Die Zahl m-quantiger Schallstrahlen der vorgegebenen Richtung und der Frequenz N ist, wie oben, proportional mit

$$e^{-\frac{mhN}{kT}}.$$

Die Anzahlen l-quantiger Lichtstrahlen des Bereiches $d\nu d\omega$ bzw. n-quantiger Lichtstrahlen des Bereiches $d\nu' d\omega'$ seien

$$\mathfrak{n}_l d\nu d\omega \text{ bzw. } \mathfrak{n}'_n d\nu' d\omega'.$$

Die Häufigkeit der direkten Prozesse wird also gemessen durch

$$\mathfrak{n}_l d\nu d\omega \cdot \mathfrak{n}'_n d\nu' d\omega' \cdot e^{-\frac{mhN}{kT}} \cdot f(\nu, \vartheta, \nu', \vartheta'), \qquad (14)$$

wo f in den beiden Argumentenpaaren symmetrisch ist. Entsprechend ist die Häufigkeit der inversen Prozesse

$$\left.\begin{aligned}&\mathfrak{n}'_{n+1} d\nu' d\omega' \cdot \mathfrak{n}_{l-1} d\nu d\omega \cdot \\ &\cdot e^{-\frac{(m-1)hN}{kT}} f(\nu', \vartheta', \nu, \vartheta).\end{aligned}\right\} \qquad (15)$$

Gleichsetzen von (14) und (15) ergibt wegen $N=\nu'-\nu$:

$$\mathfrak{n}_l \mathfrak{n}'_k e^{\frac{h\nu}{kT}} = \mathfrak{n}_{l-1}\mathfrak{n}'_{k+1} e^{\frac{h\nu'}{kT}}$$

oder

$$\frac{\mathfrak{n}_l}{\mathfrak{n}_{l-1}} e^{\frac{h\nu}{kT}} = \frac{\mathfrak{n}'_{n+1}}{\mathfrak{n}'_n} e^{\frac{h\nu'}{kT}} = q(T). \qquad (16)$$

Diese Größe muß also unabhängig von der Laufzahl (l bzw. n) und unabhängig von der Frequenz, mithin höchstens noch eine reine Temperaturfunktion sein, die wir $q(T)$ nennen. Man hat also allgemein

$$\left.\begin{aligned}\mathfrak{n}_l &= \mathfrak{n}_{l-1} q e^{-\frac{h\nu}{kT}}, \\ &= \mathfrak{n}_0 q^l e^{-\frac{lh\nu}{kT}}.\end{aligned}\right\} \qquad (17)$$

Für die Gesamtzahl der „Strahlen" innerhalb $d\nu d\omega$ ergibt sich also

1) J. H. Jeans, Phil. Mag. **10**, 91, 1905; P. Debye, Ann. d. Phys. **33**, 1427, 1910; A. Rubinowicz, diese Zeitschr. **18**, 96, 1917; Referat: Planck, Theorie der Wärmestrahlung.

2) W. Bothe, Zeitschr. f. Phys. **20**, 145. 1923; Die Naturwisscnschaften **11**, 965, 1923.

Digitized by Google

$$\sum n_l d\nu d\omega = n_0 d\nu d\omega \sum_{l=0}^{\infty} q^l e^{-\frac{lh\nu}{kT}} = \left| \right. \\ \left. = \frac{n_0 d\nu d\omega}{1 - q e^{-\frac{h\nu}{kT}}} . \right| \quad (18)$$

Diese Zahl identifizieren wir nun mit der klassisch berechneten Zahl der elektromagnetischen Freiheitsgrade unseres Mediums (Volumen Ω) innerhalb $d\nu d\omega$, welche gleich ist[1])

$$\frac{2\Omega d\lambda d\omega}{\lambda^4} = \frac{2\Omega \nu^2 d\nu d\omega}{v^3} . \quad (19)$$

Aus der Gleichsetzung von (18) und (19) ergibt sich

$$n_0 = \frac{2\Omega \nu^2}{v^3}\left(1 - q e^{-\frac{h\nu}{kT}}\right). \quad (20)$$

Jetzt berechnet sich für den Energieinhalt des Volumens Ω, soweit er aus Lichtstrahlen innerhalb $d\nu d\omega$ besteht,

$$\sum_{l=1}^{\infty} lh n_l d\nu d\omega = n_0 h d\nu d\omega \sum_{l=1}^{\infty} l q^l e^{-\frac{lh\nu}{kT}} = \\ = n_0 h d\nu d\omega \cdot \frac{q e^{-\frac{h\nu}{kT}}}{\left(1 - q e^{-\frac{h\nu}{kT}}\right)^2} = \\ = \frac{2h\Omega}{v^3} \frac{\nu^3 d\nu d\omega}{q e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} ; \quad (21)$$

daraus für die spezifische Energiedichte $u_\nu d\nu$ (Division durch das Volumen Ω, Integration über alle Raumwinkel $d\omega$):

$$u_\nu d\nu = \frac{8\pi h}{v^3} \cdot \frac{\nu^3 d\nu}{q e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} . \quad (22)$$

Dafür, daß q nicht wirklich von T abhängt, ist man wieder auf das Wiensche Verschiebungsgesetz angewiesen; daß es speziell gleich 1 ist, kann man folgern, wenn man verlangt, daß u_ν für keine endliche Temperatur, wohl aber für $T = \infty$ über alle Grenzen wachsen soll.

Den Prozessen, die wir im § 3 als „selbständige" bzw. „unselbständige" unterschieden, entsprechen nach der Auffassung dieses Paragraphen Übergänge in einen (vor dem Übergang) nullquantigen bzw. in einen beliebigen positiv-quantigen ($n > 0$) Strahl. Für das Verhältnis der unselbständigen zu den selbständigen Prozessen berechnet man daher

$$\frac{\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} n_l n'_n}{\sum_{l=1}^{\infty} n_l n'_0} = \frac{n_0 n'_0 \cdot \sum_{l=1}^{\infty} q^l e^{-\frac{lh\nu}{kT}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} q^n e^{-\frac{nh\nu'}{kT}}}{n_0 n'_0 \cdot \sum_{l=1}^{\infty} q^l e^{-\frac{lh\nu}{kT}}} \\ = \frac{1}{q e^{\frac{h\nu'}{kT}} - 1} = \frac{v^3}{8\pi h} \frac{u_{\nu'}}{\nu'^3} .$$

Das steht in Übereinstimmung mit der Annahme des § 3, wonach das in Rede stehende Verhältnis

$$\text{const} \propto \frac{J_{\nu'}}{\nu'^3}$$

sein sollte. Die Übereinstimmung besteht aber offenbar nur für den Zustand des thermodynamischen Gleichgewichts. Für eine beliebige Energieverteilung sind die beiden Auffassungen keineswegs äquivalent.

Schlußbemerkung.

Das Ausgehen von Brillouins Ergebnis hat es mit sich gebracht, daß wir in dieser Note zunächst den Energieaustausch der Lichtstrahlen mit einer Type mechanischer Wellen betrachtet haben, nämlich mit den Kompressionswellen. Wir wollen damit nicht sagen, daß die Kompressionswellen in dieser Hinsicht die Hauptrolle spielen. Denken wir an einen Kristall, so besteht ja zwischen ihnen und den Transversalwellen überhaupt kein grundsätzlicher Unterschied, man kann nur von drei verschiedenen Polarisationsrichtungen für jede Wellennormale sprechen. Außer diesen eigentlich mechanischen Schwingungen werden aber auch noch jene „inneren" Schwingungen in Betracht zu ziehen sein, die Born als „optische" bezeichnet[1]). Und zwar wird man korrespondenzmäßig einen regen Austausch der Lichtenergie mit diesen Wellentypen besonders dann zu erwarten haben, wenn bei ihnen die Volumelemente sich elektrisch polarisieren.

Dabei steht es nun so, daß der „Lichtstrahl im Medium", mit dem wir oben operiert haben, als wäre er ein einheitliches Ding, in Wahrheit die Verkoppelung eines reinen Äthervorgangs mit einer Körperwelle der zuletzt genannten Art ist. Vielleicht darf man hoffen, daß es gelingt, die Art des Wechselspiels zwischen beiden durch Ansätze, welche den oben gemachten ähnlich sind, zu erfassen.

Zusammenfassung: Siehe Einleitung.

1) S. Planck, Theorie der Wärmestrahlung, 4. Aufl., S. 203; M. v. Laue, Ann. d. Phys. (4) **44**, 1197, 1914.

1) M. Born, Atomtheorie des festen Zustandes, S. 577. Teubner 1923.

(Eingegangen 8. Februar 1924.)

Digitized by Google

Courvoisier-Effekt und Einstein-Effekt.

Von A. Kopff.

Die Ausführungen von H. Kienle[1]) über „Kosmische Refraktion", die mir im Korrekturbogen vorlagen, bedürfen vielleicht nach einer Seite hin einer Ergänzung, die für die Beurteilung des Problems von Bedeutung ist. Es handelt sich um die ausführlichere Erörterung der Frage, wie die Finsternisaufnahmen sich zu der Auffassung verhalten, daß es sich beim Courvoisier-Effekt um eine durch die spezielle Art der Beobachtungen bedingte und nicht als kosmisch anzusprechende Erscheinung handelt.

Die Beobachtungen des Courvoisier-Effektes reichen bis etwa 3° an die Sonne heran; die Finsternisaufnahmen überdecken die Entfernung von 3° bis 0°,5 von der Sonne. Gemeinsame Beobachtungen des nur visuell ermittelten Courvoisier-Effektes und der photographisch hergeleiteten Verschiebungen bei den Finsternisaufnahmen (diese Verschiebungen seien der Kürze halber als Finsternis-Effekt bezeichnet) in einem auch nur eng begrenzten Intervall fehlen also. Es kann sich deshalb zunächst um nichts anderes als einen Vergleich beider Effekte an der Berührungsstelle in 3° Entfernung von der Sonne handeln. Courvoisier findet für seinen Effekt hier etwa 0″,5; der Finsternis-Effekt beträgt 0″,2. Eine Übereinstimmung ist also hier gar nicht vorhanden.

Nun ist der Betrag von 0″,5 für den Courvoisier-Effekt durchaus kein gesichertes Beobachtungsergebnis; der Wert der Sternablenkung kann hier ein vollständig anderer sein. Ganz erheblich sicherer sind dagegen die Werte des Finsternis-Effektes. Bei diesem handelt es sich um das Ergebnis streng differentieller Messungen auf photographischen Platten. Die Richtigkeit des absoluten Betrages der Sternverschiebungen hängt freilich noch davon ab, ob der Maßstab der Finsternisaufnahmen mit dem der Vergleichsaufnahmen am Nachthimmel im wesentlichen übereinstimmt. Verschiedenheiten im Maßstab können den Finsternis-Effekt stark beeinflussen. Doch sprechen folgende Erwägungen für eine genäherte Konstanz des Skalenwertes bei den Finsternis- und Vergleichsaufnahmen. Abgesehen von den bei allen Expeditionen getroffenen Vorsichtsmaßregeln weisen die Kontrollaufnahmen, welche die amerikanische Expedition 1922 von einer zweiten Sterngegend ausgeführt hat, auf eine solche Konstanz hin. Vor allem auch haben die Aufnahmen bei zwei verschiedenen Finsternissen mit verschiedenartigen Instrumenten ergeben, daß ein nur wenig veränderter Skalenwert, verglichen mit dem der Aufnahmen am Nachthimmel, zu übereinstimmenden Beträgen für den Finsternis-Effekt führt. Die genäherte Konstanz des Plattenmaßstabs bedarf freilich noch einer weiteren Bestätigung durch Hilfsaufnahmen möglichst zur Zeit der totalen Verfinsterung selbst. Da der deutschen Expedition 1923 in Mexiko solche Aufnahmen geglückt sind, so kann eine Entscheidung über diesen Punkt unmittelbar erwartet werden. Vorerst liegen keine Beobachtungstatsachen vor (es sei denn, man rechnet den völlig unsicheren Courvoisier-Effekt hierher), die eine starke Änderung des Maßstabes für die Finsternisaufnahmen verlangen. Die für den Finsternis-Effekt gefundenen Beträge sind also doch schon als recht sicher anzusehen.

Trotzdem ist infolge der Unsicherheit des Courvoisier-Effektes nicht einmal eine Aussage darüber möglich, ob dieser dem Betrag nach in 3° Entfernung von der Sonne mit dem Finsternis-Effekt übereinstimmt. Da für kürzere Entfernungen der Courvoisier-Effekt gar nicht beobachtet wurde, und eine physikalische Interpretation desselben, die eine Extrapolation erlauben würde, gänzlich fehlt, so läßt sich niemals behaupten, daß der Finsternis-Effekt etwa als Fortsetzung des Courvoisier-Effektes aufzufassen wäre. Von einer Bestätigung des Courvoisier-Effektes durch die Finsternisaufnahmen kann gar keine Rede sein. Beide Effekte können sehr wohl durch ganz verschiedene Ursachen hervorgerufen werden.

Allerdings kann man durch Annahmen verschiedener Art beide Effekte immer zu einer Übereinstimmung führen. Es sei hierfür nur auf den Vortrag von J. Hopmann[1]) verwiesen. Dort ist sowohl der Courvoisier-Effekt als auch der Finsternis-Effekt willkürlich bis zur Sonne hin extrapoliert; es ist dadurch zu einem zahlenmäßig gleichen Wert für beide Effekte an der Sonne selbst gekommen. Außerdem wurde, um den Finsternis-Effekt in seinem ganzen Verlauf mit dem extrapolierten Courvoisier-Effekt in Übereinstimmung zu bringen, angenommen, daß irgendeine unbekannte Ursache den Skalenwert der Finsternisplatten gerade so verfälscht haben könne, daß der extrapolierte Courvoisier-Effekt verdeckt und der Finsternis-Effekt in dem von der Relativitätstheorie geforderten Verlauf dafür vorgetäuscht wird. Wie schon hervorgehoben, fehlt es ganz an Beobachtungstatsachen, die eine solche Annahme zu rechtfertigen vermöchten. Bei einer vorsichtigen Beurteilung der Sachlage wird man immerhin hervorheben müssen, daß zukünftige Beobachtungen unter

1) Diese Zeitschr. **25**, 1, 1924.

1) Diese Zeitschr. **24**, 476, 1923.

Digitized by Google

Umständen dazu führen könnten, den Finsternis-Effekt als Fortsetzung des Courvoisier-Effektes anzusehen und nach einer gemeinsamen Ursache beider zu suchen.

Gegenwärtig sind keinerlei Anhaltspunkte für eine solche Möglichkeit vorhanden. Beide Effekte stehen unvermittelt nebeneinander; beiden gemeinsam ist nur die Erscheinung, daß die Sterne von der Sonne weg verschoben werden. Alles spricht dafür, daß der Courvoisier-Effekt durch systematische Fehler der visuellen Beobachtungen entstanden ist, in deren besonderer Art und Anlage er begründet liegt. Der Finsternis-Effekt aber stimmt, und zwar ohne Extrapolation, so gut mit dem theoretisch geforderten Einstein-Effekt überein, als es der Schwierigkeit der Messungen nach zu erwarten ist.

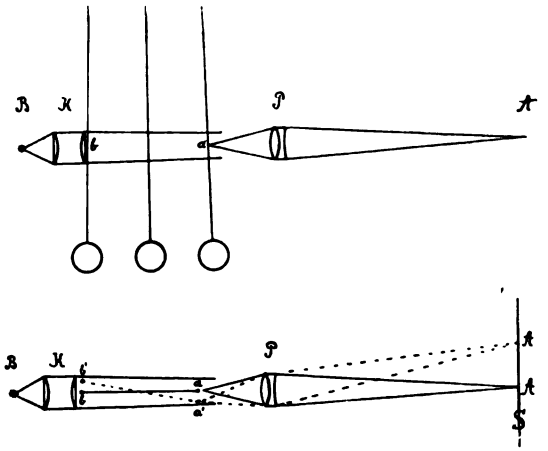
Heidelberg-Königstuhl, Januar 1924.

(Eingegangen 6. Februar 1924.)

Zur Demonstration des Foucaultschen Pendelversuchs.

Von F. Harms.

Man bringe das Pendel aus seiner Ruhelage heraus und befestige es in der üblichen Weise durch einen Faden. In dieser Lage projiziere man das Stück des Aufhängedrahtes unmittelbar über der Pendelkugel (in der Grundrißskizze ist der Drahtquerschnitt mit a bezeichnet, C ist eine Projektionslampe mit Kondensor K, P ein Projektionsobjektiv z. B. von 15 cm Brennweite) in der Richtung der anfänglichen Schwingungsebene ($b \rightarrow a$) auf eine weit entfernte Skala S. Nach dem Durchbrennen des Fadens wird das Bild (A) des Aufhängedrahtes natürlich beim Einsetzen der Schwingung schnell unscharf und verschwindet; erst nach einer vollen Schwingung wird es wieder scharf, lange genug, um deutliche Ablesung auf der Skala zu gestatten. Nach jeder vollen Schwingung entsteht so wieder ein scharfes Bild auf der Skala S. Während sich die Schwingungsebene aus der Lage ab in $a'b'$ dreht, verschieben sich die Bilder auf der Skala von A gegen A'. Diese Verschiebung kann bei geeigneter Wahl von Pendellänge, Amplitude und Brennweite des Projektionsobjektivs leicht so groß gemacht werden, daß aufeinanderfolgende Bilder etwa um 1 cm verschoben sind. Man sieht also den gewünschten Effekt schon nach jeder einzelnen Schwingung, nach einigen Schwingungen auch im größten Hörsaal sehr deutlich.



Bei der kurzen Dauer des Versuchs spielen die sonst so lästigen Fehlerquellen keine Rolle, man braucht infolgedessen in bezug auf Torsionsfreiheit des Drahtes, Vermeidung seitlicher Stöße beim Abbrennen u. dgl. nicht allzu vorsichtig zu sein; eine geringe Elliptizität der Schwingungsbahn hat lediglich zur Folge, daß das Scharf- und Unscharfwerden des Drahtbildes nicht ganz symmetrisch erfolgt, das Wandern des Bildes bleibt ganz deutlich. Nichts steht im Wege, den Versuch durch Messung von Amplitude und Schwingungsdauer des Pendels, wirksamer Vergrößerung des Projektionsobjektivs und Bildverschiebung während einiger Schwingungen quantitativ zu verwerten.

Würzburg, Physikalisches Institut, im Januar 1924.

(Eingegangen 29. Januar 1924.)

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Hamburg Dr. Hans Schmalfuß und Dr. H. Schlubach für Chemie, an der Universität Bonn Dr. Rheinboldt für Chemie.

Ernannt: Der Präsident der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in Berlin Geheimrat Professor Dr. Walter Nernst zum ord. Professor der Physik und Direktor des Physikalischen Instituts der Universität Berlin.

Verliehen: Den ord. Professoren an der Universität Erlangen Dr. Otto Fischer (Chemie) und Dr. Eilhard Wiedemann (Physik) der Titel Geheimer Rat.

Vom Lehramt zurück: Der Konservator am Chemischen Institut der Universität Würzburg Professor Dr. Hans Ritter v. Halban.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. F. Harms in Würzburg. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Digitized by Google

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

No. 5. 1. März 1924. Redaktionsschluß für No. 7 am 10. März 1924. 25. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

P. Debye, Osmotische Zustandsgleichung und Aktivität verdünnter starker Elektrolyte. S. 97.

M. Lewitsky, Ein Versuch von den kurzen elektrischen zu den langen Wärmewellen überzugehen. S. 107.

Th. Wulf, Zu dem Lutzschen Saitenelektrometer neuer Form. S. 109.

R. Fürth, Über spontane Schwankungen in der Physik. S. 111.

Fr. Kaftan, Eine Elektrodynamik der Vorgänge in der Atmosphäre. S. 114.

K. Teucke, Über die Strahlung von Oxyden, hervorgerufen durch intensive Kathodenstrahlen. S. 115.

Besprechungen:

P. P. Ewald, Kristalle und Röntgenstrahlen. S. 120.

I. Koppel, Die Metalle und ihre Verbindungen. S. 120.

Personalien. S. 120.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Osmotische Zustandsgleichung und Aktivität verdünnter starker Elektrolyte.

Von P. Debye.

§ 1. Ziele und Einschränkungen.

Die vor einiger Zeit veröffentlichte Theorie[1]) starker Elektrolyte ist in einer Weise dargestellt, welche, wie ich inzwischen feststellen konnte, erheblich vereinfacht werden kann. Die neue Darstellung, über die ich im folgenden berichten möchte, ist überdies anschaulicher als die alte. Ich glaube daher, daß es gerechtfertigt ist, die Sache noch einmal zu beleuchten. Außerdem habe ich inzwischen eine Reihe von Regeln über die Aktivität starker Elektrolyte kennen gelernt, zu denen G. N. Lewis auf rein experimentellem Wege gekommen ist. Ich benutze sehr gerne die Gelegenheit, um die besondere Bedeutung dieser schönen Untersuchungen zu betonen, um so mehr als die Sätze von Lewis durch die vorgeschlagene Theorie eine sehr einfache Deutung erfahren[2]).

Ich gehe aus von dem Gesetze des osmotischen Druckes, die osmotische Zustandsgleichung, und mache die Annahme, daß dieses Gesetz uns vollständig bekannt sei für den Grenzfall verschwindender Molekularkräfte. Genau wird der Grenzfall definiert durch den bekannten Ansatz für das thermodynamische Potential verdünnter Lösungen. Eine Lösung, welche sich bei beliebiger Konzentration diesem Ansatze entsprechend verhalten würde, wollen wir eine ideale Lösung nennen. Sie bildet eine vollkommene Analogie zum idealen Gase. Das auf eine solche Lösung passende osmotische Gesetz soll die ideale osmotische Zustandsgleichung genannt werden. Im übrigen ist es für viele Anwendungen genügend, diese ideale Zustandsgleichung nur für verdünnte Lösungen zu spezialisieren. Sie fällt dann zusammen mit dem van't Hoffschen Ansatz

$$\overline{P} = nkT,$$

wobei, sowohl hier wie im folgenden, $\overline{P}$ der ideale osmotische Druck bedeuten soll, während n die in cm^3 enthaltene Zahl der gelösten Einzelteilchen, k die Boltzmannsche Konstante und T die absolute Temperatur ist[1]).

Das Verhalten der Elektrolyte wird um so eigenartiger, je größer sich der nach den klassischen Methoden berechnete Dissoziationsgrund ergibt und je höher die Wertigkeit der Ionen ist. Es ist demnach angezeigt, als erste Molekularwirkung die reine Coulombsche zwischen den Ionen in Betracht zu ziehen. Von dieser soll im folgenden allein die Rede sein. Es ist klar, daß wir so vorgehend nur einen ersten Schritt über die klassischen Gesetze hinaus vordringen können. Mathematisch drückt sich das darin aus, daß von den Zusatzgliedern, welche das osmotische Gesetz verlangt, nur das erste mit der niedrigsten Potenz der Konzentration einwandfrei berücksichtigt wird. In der früheren Arbeit wurde einerseits versucht (mit gewisser Annäherung) weiter zu kommen durch Berücksichtigung der Ionengröße, d. h. durch Einführung von Kräften, welche der Annäherung der Ionen entgegenwirken. Andererseits wurde angedeutet, wie auch so nicht alles geliefert wird,

1) P. Debye, De moderne ontwikkeling van de elektrolyt-theorie, Handelingen van het 19e Natuur- en Geneeskundig-Congres, gehouden April 1923; P. Debye u. E. Hückel, diese Zeitschrift **24**, 185 u. 305, 1923.

2) Vgl. hierzu § 6.

1) Diese Darstellung deckt sich mit der Auffassung von J. J. van Laar: Sechs Vorträge über das thermodynamische Potential, Braunschweig 1906.

Digitized by Google

was wünschbar ist und in welchem Sinne man die Erweiterung wird vorzunehmen haben. In dieser Notiz möchte ich mich streng auf den ersten Schritt beschränken. Der Gewinn besteht darin, daß die einzelnen Teile der Überlegung klarer hervortreten; als Nachteil muß man in Kauf nehmen, daß die anzugebenden Gesetze nur Grenzgesetze für große Verdünnungen sind. In einer folgenden Notiz hoffe ich dann den Einfluß der weiteren Molekularkräfte genauer zu diskutieren, als das in der ersten Veröffentlichung geschehen ist.

§ 2. Methode.

Vorgelegt sei eine Lösung vom Volumen V, bestehend aus N_0 Molekülen Lösungsmittel, in der

$$N_1,\ N_2 \cdots N_i \cdots N_s$$

Einzelteilchen (Atome, Ionen oder Moleküle) von den Sorten

$$1,\ 2,\ \cdots\ i\ \cdots\ s$$

aufgelöst sind. Für diese Lösung soll die osmotische Zustandsgleichung bestimmt werden unter der Annahme, daß die verschiedenen Einzelteilchen die Ladungen

$$e_1,\ e_2 \cdots e_i \cdots e_s$$

tragen, welche übrigens teilweise Null sein können.

Um das osmotische Gesetz zu bestimmen, gehen wir aus von einer sehr stark verdünnten Lösung, welche ebenfalls die $N_1 \cdots N_s$ Einzelteilchen, aber sehr viel mehr Lösungsmittel enthält. Von dieser äußerst verdünnten Lösung aus soll die vorgegebene hergestellt werden auf zwei verschiedenen Wegen, die aber beide isotherm geführt werden sollen. Nach den Grundgesetzen der Thermodynamik hat man dann in beiden Fällen dieselbe Arbeit zu leisten.

Der erste Weg bestehe in einer isothermen Verschiebung eines halbdurchlässigen Stempels, welcher das Lösungsmittel wohl, die gelösten Substanzen nicht durchläßt. In jedem Augenblicke des Prozesses greift an den Stempel der (gesuchte) osmotische Druck P an, die Arbeit bei der Volumänderung dV ist $-PdV$. Die gesamte Arbeit A wird also

$$A = -\int_{\Omega}^{V} P\,dV,$$

wenn Ω das Ausgangsvolumen bedeutet.

Der zweite Prozeß möge folgendermaßen verlaufen. Zunächst werden in der äußerst verdünnten Lösung die Ladungen e_i der Einzelteilchen unendlich langsam entfernt[1]). Nachdem das geschehen, wird das nun nach den Voraussetzungen des § 1 zu einer idealen Lösung gewordene System mittels eines halbdurchlässigen Stempels auf die vorgeschriebene Konzentration gebracht. Schließlich lassen wir in letzterem die Ladungen e_i wieder unendlich langsam entstehen. Die gesamte Arbeit, welche bei diesem Prozesse im ganzen zu leisten ist, setzt sich aus zwei Teilen zusammen. Zunächst erfordert die (isotherme) Kompression die Arbeit

$$\bar{A} = -\int_{\Omega}^{V} \bar{P}\,dV,$$

wenn mit $\bar{P}$ der ideale osmotische Druck im Sinne von § 1 bezeichnet wird. Zweitens aber erfordert die Entfernung und Wiedereinführung der Ladungen eine elektrische Arbeit, welche mit W bezeichnet werden soll, so daß die Gesamtarbeit

$$\bar{A} + W$$

ist.

Die Thermodynamik verlangt dann, daß

$$A = \bar{A} + W. \qquad (1)$$

Aus (1) folgt die gesuchte Zustandsgleichung durch eine einfache Zusatzüberlegung. Man kann nämlich die beiden Prozesse wiederholen mit der Abänderung, daß nunmehr nicht bis zum Volumen, sondern nur bis $V + dV$ komprimiert wird und für diesen zweiten Prozeß die (1) entsprechende thermodynamische Bedingung formulieren. Die Subtraktion der beiden Gleichungen liefert dann sofort den gesuchten osmotischen Druck. Mathematisch läuft das darauf hinaus, daß (1) nach V differenziert wird. Tut man das, so folgt, wegen der Bedeutung von A und $\bar{A}$:

$$P = \bar{P} - \frac{\partial W}{\partial V}. \qquad (2)$$

Die Beziehung (1) zeigt ohne weiteres, daß der wirkliche osmotische Druck P kleiner ist als der ideale, falls man bei der Ausführung des Entladungs- und Ladungsprozesses Arbeit gewinnt, wie es tatsächlich bei kleinen Konzentrationen der Fall ist. Das Umgekehrte kann bei großen Konzentrationen beobachtet werden. Im übrigen steht die nach (1) aufzuwendende Gesamtarbeit im unmittelbaren Zusammenhange mit der freien Energie der Lösung. In § 5 werden wir diese letztere Beziehung zu verwerten haben.

---

1) Physikalisch ist ein solcher Prozeß gar nicht möglich, weil man ja zum mindesten zur Zeit kein Mittel hat, die Elementarladung zu unterteilen. Trotzdem steht seiner Verwendung ebensowenig im Wege wie die Benutzung einer praktisch noch nicht realisierten halbdurchlässigen Wand.

Digitized by Google

§ 3. Die osmotische Zustandsgleichung.

Die elektrische Arbeit W, welche es in erster Linie zu berechnen gilt, setzt sich aus zwei Teilen zusammen. Den ersten Teil bildet die Arbeit, nötig um die Ladung der Einzelteilchen in unendlich verdünnter Lösung zu entfernen; der zweite Teil wird gebildet von der Arbeit, welche erforderlich ist, um die Ladung in der Lösung von vorgegebener Konzentration wieder entstehen zu lassen. Den Entladungs- und Ladungsprozeß denken wir uns so ausgeführt, daß in einer beliebigen Phase jener Prozesse die Ladungen gleich dem Produkte λe_i gesetzt werden können. Zuerst nimmt dann die Zeitfunktion λ langsam ab von 1 bis 0, um nachher wieder von 0 bis 1 zu steigen. Wird eine Kugel vom Radius a bis auf die Gesamtladung e in einem Medium von der Dielektrizitätskonstante D geladen, so braucht man dazu die Arbeitsleistung

$$\frac{e^2}{2Da}.$$

Durch einen Ausdruck dieser Art, aber mit umgekehrten Vorzeichen wird also für ein Einzelteilchen in unendlich verdünnter Lösung der auf dieses Teilchen bezügliche Arbeitsbetrag dargestellt, falls die Dielektrizitätskonstante des reinen Lösungsmittels gleich D gesetzt wird. Läßt man im zweiten Teil des Prozesses die Ladung wieder entstehen, so hat die Lösung inzwischen ihre endgültige Konzentration angenommen. Die Umgebung des Teilchens hat sich also in dielektrischer Hinsicht geändert und man wird jetzt eine entsprechende Arbeit

$$\frac{e^2}{2D'a}$$

aufzuwenden haben, um die Ladung vorzunehmen. Beschränkt man sich auf verdünnte Lösungen, wie das hier durchweg geschieht, so kann D' bis auf Glieder erster Ordnung in der Konzentration D gleich gesetzt werden. Da wir nun aber weiterhin feststellen werden, daß die durch die gegenseitigen Coulombschen Kräfte veranlaßte Arbeit der zweiten Wurzel aus den Konzentrationen proportional gesetzt werden muß, so ist die Differenz zwischen D' und D ein Glied höherer Ordnung in bezug auf das letztgenannte Hauptglied des Arbeitsbetrages. Für die Grenzgesetze wird demnach $-\frac{e^2}{2Da}$ durch $+\frac{e^2}{2D'a}$ aufgehoben. Die Differenz dieser Arbeiten wird uns daher erst in der beabsichtigten Fortsetzung dieser Notiz zu beschäftigen haben. Es soll dort insbesondere zu begründen versucht werden, daß jene Differenz die Ursache bildet für die Vergrößerung der Aktivitätskoeffizienten über den Wert 1 hinaus, wie das in konzentrierten Lösungen beobachtet werden kann.

Um nun den von den Coulombschen Kräften herrührenden Arbeitsbetrag zu berechnen, entnehmen wir der früheren Darstellung das folgende Resultat. Wird ein Teilchen (mit dem Index i) herausgegriffen, so erzeugen alle anderen Teilchen am Orte dieses einen ein Potential ψ_i vom Betrage

$$\psi_i = -\frac{e_i \varkappa}{D}, \tag{3}$$

wobei $\varkappa$ die reziproke „Dicke der Ionenatmosphäre“ bedeutet. Für die Berechnung von $\varkappa$ gilt die Beziehung

$$\varkappa^2 = \frac{4\pi}{DkT} \sum n_j e_j^2, \tag{4}$$

wenn D die Dielektrizitätskonstante des Lösungsmittels, k die Boltzmannsche Konstante und T die absolute Temperatur ist, während

$$n_1, n_2 \cdots n_j \cdots n_s$$

Einzelteilchen von den Sorten

$$1, 2 \cdots j \cdots s$$

in der Volumeinheit gelöst sind und die Ladungen jener Teilchen mit

$$e_1, e_2 \cdots e_j \cdots e_s$$

bezeichnet werden.

Man kann das Resultat so ausdrücken, daß man sagt: Das Potential, welches in einer verdünnten Lösung alle Ionen auf eines erzeugen, ist genau so groß, als ob in einem Abstande gleich der Dicke der Ionenatmosphäre ein einzelnes anderes Ion vorhanden wäre, welches die gleiche, aber entgegengesetzte Ladung hat. Sind nun während ihrer Entstehung die Ladungen bis zu den Werten

$$\lambda e_1, \lambda e_2 \cdots \lambda e_i \cdots \lambda e_s$$

gekommen, so hat nach (3) und (4) das Potential den Wert

$$\lambda^2 \psi_i$$

erreicht. Die Vermehrung der herausgegriffenen Ladung beträgt während eines Zeitelementes

$$d(\lambda e_i) = e_i d\lambda,$$

also hat man während dieses Zeitelementes an einem Teilchen der Sorte i die Arbeit

$$e_i \psi_i \lambda^2 d\lambda$$

zu leisten. In der Tat ist ja die Arbeit gleich dem momentanen Potential $\lambda^2 \psi_i$ multipliziert mit der Ladungsänderung $e_i d\lambda$. Die gesamte gesuchte elektrische Arbeit folgt durch Integration über λ von 0 bis 1 und Summierung über alle in der Flüssigkeit enthaltenen Teilchen. So findet man

$$W = \sum N_i \frac{e_i \psi_i}{3} \tag{5}$$

Digitized by Google

oder nach (3)

$$W = -\sum N_i e_i^2 \frac{\varkappa}{3D}. \qquad (5')$$

Um nun zum osmotischen Druck P zu kommen, muß nach (2) die Arbeit W nach dem Volumen V differenziert werden, welches in $\varkappa$ implizite enthalten ist nach (4), da die Teilchenzahlen n_j sich auf die Volumeneinheit beziehen, d. h. da

$$n_i = \frac{N_j}{V}$$

gesetzt ist. Mit Rücksicht hierauf folgt aus (4)

$$\frac{\partial \varkappa}{\partial V} = -\frac{\varkappa}{2V}$$

und somit aus (5')

$$\frac{\partial W}{\partial V} = \sum n_j e_i^2 \frac{\varkappa}{6D}.$$

Für den osmotischen Druck erhält man also nach (2)

$$P = \overline{P} - \sum n_i e_i^2 \frac{\varkappa}{6D}. \qquad (6)$$

Das stimmt überein mit unseren früheren Angaben. Auch ist es ein Leichtes, die früher unter Berücksichtigung der endlichen Ionenabmessungen abgeleiteten Resultate auf dem obigen Wege ebenfalls zu verifizieren.

§ 4. Die osmotischen Koeffizienten.

Es sei nunmehr angenommen, daß der osmotische Druck der idealen Lösung durch den van't Hoffschen Ausdruck dargestellt wird, so daß

$$P = \sum n_i k T.$$

Aus (6) folgt dann für die wirkliche Lösung

$$P = \sum \left(1 - e_i^2 \frac{\varkappa}{6DkT}\right) n_i k T, \qquad (7)$$

d. h. man findet den osmotischen Druck, indem man nicht mit den wirklichen, sondern mit fiktiven (Volum-)Konzentrationen rechnet, welche aus der wirklichen hervorgehen durch Multiplikation mit Faktoren

$$g_i = 1 - e_i^2 \frac{\varkappa}{6DkT}. \qquad (8)$$

Diese Faktoren, welche (soweit die obigen Rechnungen Gültigkeit haben) nur für Ionen (mit endlicher Ladung) von 1 verschieden sind, kann man nach dem Vorgange von Bjerrum die „osmotischen Ionenkoeffizienten" nennen[1]).

Bjerrum definierte ursprünglich für ein Salz, welches im ganzen in ν Ionen auseinanderfallen kann und das in unendlich verdünnter Lösung auch tut, einen auf das ganze Salz bezogenen osmotischen Koeffizienten g durch den Ansatz

$$P = g \nu n k T, \qquad (9)$$

wenn n die im cm³ gelöste Zahl der Salzmoleküle bedeutet. Zerfällt ein Molekül auch bei größeren Konzentrationen ganz in

$$\nu_1 + \nu_2 + \cdots + \nu_i + \cdots + \nu_s = \nu$$

Ionen von den Sorten $1 \cdots s$, so ist

$$\nu g = \sum \nu_i g_i. \qquad (10)$$

Praktisch wird nur g gemessen; es scheint aber nach der Deutung, welcher dieser Koeffizient nunmehr für starke Elektrolyte erfahren hat, doch berechtigt und empfehlenswert, ihn in die einzelnen Ionenkoeffizienten g_i nach (10) und (8) aufzulösen.

Da $\varkappa$ nach (4) der zweiten Wurzel aus der Konzentration proportional ist, so wird bestätigt, daß die von den Coulombschen Kräften herrührende Arbeit in verdünnten Lösungen die Hauptsache ist. Für die zahlenmäßige Diskussion darf ich auf die frühere Veröffentlichung verweisen.

§ 5. Die Aktivitätskoeffizienten.

Nach den Grundsätzen der Thermodynamik ist die bei konstanter Temperatur an einem System geleistete Arbeit gleich der Vermehrung seiner freien Energie, wobei letztere im Einklange mit der ursprünglichen Definition von Helmholtz bekanntlich eine Zustandsgröße ist, dargestellt durch[1])

$$F = U - TS.$$

Dabei ist U die Energie und S die Entropie des Systems. Die gesamte Arbeit

$$A = A + W$$

von Gleichung (1) ist dem System des ursprünglichen Volumens Ω isotherm und auf reversiblem Wege zugeführt, sie stellt also die Vermehrung dar, welche die freie Energie dieses Systems bei der durch Verschiebung des halbdurchlässigen Stempels bewirkten Konzentration der Lösung erfahren hat.

Einer idealen Lösung im Sinne von § 1 würde eine freie Energie entsprechen, deren Vermehrung durch die Arbeit $\overline{A}$ gemessen wird. Da nun bei unendlicher Verdünnung zwischen der idealen Lösung und der wirklichen Lösung kein Unterschied mehr besteht, bedeutet W der Zusatz, den man zur idealen freien Energie des Systems hinzuzufügen hat, um die freie Energie

1) Ich benutze die Bezeichnungen g_i und g an Stelle von f_0^i und f_0, um die Häufung der Indizes zu vermeiden.

1) Es soll die Helmholtzsche freie Energie und weiterhin das Gibbssche thermodynamische Potential an Stelle der früheren von Planck bevorzugten Potentiale benutzt werden, weil in jenen Größen die Arbeitsverhältnisse eine einfachere Ausdrucksweise gestatten.

Digitized by Google

des wirklichen Systems zu finden. Das ganze System besteht aus der unter dem halbdurchlässigen Stempel befindlichen Lösung und dem oberhalb stehenden abgeschiedenen reinen Lösungsmittel. Es ist aber offenbar W auch gleich der Differenz, welche zwischen der wirklichen und der idealen freien Energie der Lösung allein besteht. Wird erstere F und letztere $\bar{F}$ genannt, so ist also

$$F = \bar{F} + W.$$

Bekanntlich ist es nach Gibbs im allgemeinen bequemer, statt von der freien Energie F vom thermodynamischen Potential Z auszugehen, welches der Beobachtung unter konstantem Druck p und konstanter Temperatur T angepaßt ist und sich von F nur durch den Zusatz pV unterscheidet, so daß

$$Z = F + pV.$$

Einer bei konstanter Temperatur und konstantem Druck ausgeführten Änderung (durch ein vorgesetztes Δ angedeutet) entspricht einer Änderung von Z gleich

$$\Delta Z = A + p\,\Delta V.$$

Nun ist $-p\,\Delta V$ die vom äußeren Druck p an dem System geleistete Arbeit, andererseits war

$$\Delta F = A.$$

Ist also die äußere Druckarbeit vernachlässigbar klein, so kann das, was über den Zusammenhang der wirklichen und der idealen freien Energie gesagt wurde, mit großer Annäherung auf den Zusammenhang zwischen dem wirklichen thermodynamischen Potential Z und dem idealen $\bar{Z}$ übertragen werden und man erhält

$$Z = \bar{Z} + W. \qquad (11)$$

Tatsächlich benutzen wir also F oder Z, ohne einen Unterschied zwischen diesen beiden Zustandsgrößen zu machen und dieses läuft darauf hinaus, daß die in Betracht zu ziehenden Systeme als inkompressibel betrachtet werden.

Die ideale Lösung ist in bekannter Weise definiert durch den Ansatz

$$\bar{Z} = \sum_0^s N_i(\zeta_i + kT\log c_i),$$

wobei angenommen ist, daß zu N_0 Moleküle Lösungsmittel, $N_1 \cdots N_s$ Moleküle (Atome, Ionen) zugesetzt sind. Die ζ_i sind nur Funktionen von Druck und Temperatur und enthalten die Konzentrationen nicht; die Konzentrationen c_i sind definiert durch den Ansatz

$$c_i = \frac{N_i}{\sum_0^s N_i}.$$

Die wirkliche thermodynamische Funktion Z wird somit nach (11) und (5) für verdünnte Lösungen

$$Z = \sum_0^s N_i\left(\zeta_i + kT\log c_i - \frac{e_i^2\varkappa}{3D}\right). \qquad (12)$$

Das Bemerkenswerte am Zusatze zu $\bar{Z}$ ist die Tatsache, daß das Einzelglied nach (4) der Größe $N_i\varkappa$, d. h. der $\frac{3}{2}$-ten Potenz der Molekülzahlen proportional ist. Man versteht nun, warum ältere Versuche, welche den Ausdruck für $\bar{Z}$ als Anfang einer Reihenentwicklung ansahen, die nach ganzen Potenzen der N fortschreitet und ihn dementsprechend ergänzten, keinen Erfolg haben konnten bei der Erklärung der Eigenschaften starker Elektrolyte[1]).

Die Änderung, welche die thermodynamische Funktion erfährt bei einer unter konstantem Druck und konstanter Temperatur veranlaßten Änderung der Zahlen N_i berechnet sich nach (12) zu

$$\delta Z = \sum_{i=0}^{i=s} \delta N_i\left[\zeta_i + kT\log c_i - \frac{e_i^2\varkappa}{3D} - \sum_{j=0}^{j=s}\frac{e_j^2}{3D}N_j\frac{\partial\varkappa}{\partial N_i}\right].$$

Nach der Definition von $\varkappa$ berechnet man aber leicht, daß für verdünnte Lösungen

$$\sum_j \frac{e_j^2}{3D}N_j\frac{\partial\varkappa}{\partial N_i} = \frac{e_i^2\varkappa}{6D},$$

wenn der Index i sich auf die gelösten Teilchen bezieht, also einen der Werte $1\cdots s$ hat. Ist dagegen $i = 0$, bezieht sich also die Variation auf das Lösungsmittel, so folgt

$$\sum_j \frac{e_j^2}{3D}N_j\frac{\partial\varkappa}{\partial N_0} = -v_0\sum_j n_j\frac{e_j^2\varkappa}{6D},$$

wenn v_0 den Raum bedeutet, welcher ein Molekül des Lösungsmittels einnimmt. Im ganzen ist also

$$\delta Z = \delta N_0\left[\zeta_0 + kT\log c_0 + v_0\sum_j n_j\frac{e_j^2\varkappa}{6D}\right] + \sum_1^s \delta N_i\left[\zeta_i + kT\log c_i - \frac{e_i^2\varkappa}{2D}\right]. \qquad (13)$$

Die Faktoren der δN_i hat Gibbs als chemische Potentiale μ_i bezeichnet. Im Idealfalle ist

$$\mu_i = \bar{\mu}_i = \zeta_i + kT\log c_i. \qquad (14)$$

Gleichung (13) bringt also zum Ausdruck, wie die idealen chemischen Potentiale durch die

1) H. Jahn, Zeitschr. f. phys. Chem. **37**, 490, 1901; **38**, 125, 1901; **41**, 257, 1902; **50**, 129, 1905; W. Nernst, Zeitschr. f. phys. Chem. **38**, 484, 1901.

Digitized by Google

elektrostatischen Wirkungen der Ionen verändert werden. Man kann nun die Änderung, welche das chemische Potential erfährt, auch, zunächst formal, dadurch messen, daß man in (14) statt der wirklichen Konzentration c_i eine fingierte Konzentration $f_i c_i$ einführt, welche aus c_i durch Multiplikation mit einem Zahlenfaktor f_i entsteht. Dann ist

$$\mu_i = \zeta_i + kT \log f_i c_i; \qquad (14')$$

der Zahlenfaktor f_i ist nach Lewis als „Aktivitätskoeffizient der betreffenden Molekülsorte", das Produkt $f_i c_i$ als „Aktivität" zu bezeichnen. Nach (13) finden wir für den Aktivitätskoeffizienten eines Ions irgendeiner Sorte i als Grenzgesetz für verdünnte Lösungen die Beziehung[1])

$$\log f_i = -\frac{e_i^2 \varkappa}{2DkT}, \qquad (15)$$

während die Aktivität des Lösungsmittels ebenfalls durch die gelösten Ionen beeinflußt erscheint und durch einen Aktivitätskoeffizienten f_0 charakterisiert wird, welcher sich aus der Beziehung ergibt

$$\log f_0 = v_0 \sum_j n_j \frac{e_j^2 \varkappa}{6DkT}. \qquad (15')$$

Infolge der elektrostatischen Ionenwirkungen ist also, in der eben eingeführten Bezeichnungsweise, die Aktivität der Ionen vermindert, die des Lösungsmittels vermehrt.

Betrachtet man irgendeine Reaktion zwischen den gelösten Teilchen, durch gewisse der angenommenen Reaktion entsprechende Zahlen $\delta N_1 \cdots \delta N_s$ charakterisiert, so lautet bekanntlich die thermodynamische Bedingung für das Gleichgewicht

$$\delta Z = 0.$$

Wird für δZ der dem Idealfalle zugehörige Ausdruck genommen, so folgt das Massenwirkungsgesetz von Guldberg-Waage. Allgemein folgt aber, daß im Massenwirkungsgesetz an Stelle der Konzentrationen c_i die Aktivitäten $f_i c_i$ einzusetzen sind, so daß man auch mit Hilfe des verbesserten Massenwirkungsgesetzes die Aktivitätskoeffizienten definieren kann. In ähnlicher, aber nicht völlig gleicher Weise wurden in unserer ersten Notiz jene Koeffizienten definiert; wir haben damals als Aktivitätskoeffizienten die Zahlen eingeführt, durch welche die Konzentrationen zu dividieren sind, um die maßgebenden Aktivitäten zu erhalten. Ich halte es aber für besser, die obige Definition anzunehmen; wir haben dann den Vorteil der Übereinstimmung der Definition mit den früheren Arbeiten, insbesondere von Lewis.

Es mag noch darauf hingewiesen werden, daß manchmal aus praktischen Gründen von dem Aktivitätskoeffizienten f des ganzen gelösten Salzes, statt von den einzelnen Aktivitätskoeffizienten f_i der Ionen gesprochen wird. Für ein vollkommen dissoziiertes Salz, dessen Molekül in

$$\nu = \nu_1 + \cdots + \nu_i + \cdots + \nu_s$$

Ionen zerfällt, wird jener totale Aktivitätskoeffizient definiert durch den Ansatz

$$\nu \log f = \sum \nu_i \log f_i, \qquad (16)$$

welchen auch wir übernehmen[1]). Die Definition ist analog der des osmotischen Koeffizienten in (10).

§ 6. Experimentelle Ergebnisse über die Aktivitätskoeffizienten.

G. N. Lewis hat seit 1907 die Ansicht vertreten[2]), daß die Schwierigkeiten, welche allmählich auf den verschiedensten Gebieten bei der Anwendung der klassischen Gesetze von van't Hoff und Guldberg-Waage auf die Ionentheorie von Arrhenius zutage traten, am einfachsten zu überwinden sein dürften durch einen systematischen Ausbau der thermodynamischen Grundlagen. Formal geschah dieser Ausbau durch die Einführung der Aktivitäten an Stelle der Konzentrationen, ein Verfahren, welches im nächsten Paragraphen noch relativ zu den Überlegungen dieser Notiz orientiert werden soll. Aus dem Vorhergehenden ist aber schon ersichtlich, wie durch diese Einführung in erster Linie die Gibbsschen chemischen Potentiale in eine neue weniger bestimmte und deshalb anpassungsfähigere Form gebracht werden. Da aber bekanntlich die ganzen Erscheinungen verschiedenster Art im Sinne der Thermodynamik aus jenen Potentialen ableitbar sind, so war es nun vor allem Aufgabe des Experiments geworden, die Aktivitätskoeffizienten zu bestimmen, und es war von vornherein klar, daß prinzipiell die quantitative Verfolgung jeder beliebigen Erscheinung dazu dienen konnte. Konsequent wurden bei der so in Angriff genommenen Arbeit Spekulationen über die Ursache und die molekulare Bedeutung der Aktivitätskoeffizienten vermieden. Eine Zusammenfassung der Ergeb-

1) Die Verbesserung, welche an dieser Formel anzubringen ist, falls man die Ionengröße berücksichtigt, ergibt die bemerkenswert einfache Formel

$$\log f_i = -\frac{e_i^2 \varkappa}{2DkT} \frac{1}{1 + \varkappa a},$$

wie in der früheren Notiz festgestellt wurde.

1) Über den Zusammenhang der Aktivität mit den Beobachtungen über Löslichkeitsbeeinflussung habe ich kurz berichtet: Chemisch Weekblad **20**, 562, 1923. Eine demnächst erscheinende Dissertation von O. Schärer behandelt den Gegenstand ausführlicher.

2) Proc. Am. Acad. **43**, 259, 1907; Zeitschr. f. phys. Chem. **61**, 109, 1967; **70**, 212, 1909.

Digitized by Google

nisse[1]) vom Jahre 1921, welche ich inzwischen kennen lernte, führt an Hand eines ausgedehnten experimentellen Materials zu der Formulierung eines Satzes, den Lewis als die „Hypothese von den unabhängigen Aktivitätskoeffizienten der Ionen" bezeichnet. Er lautet[2]):

„In verdünnten Lösungen hängt der Aktivitätskoeffizient eines beliebigen Ions nur ab von der totalen Ionenstärke der Lösung".

Schon vorher wurde definiert[3]). was unter Ionenstärke (die Übersetzung für „ionic strength") verstanden werden soll. In unserer Bezeichnungsweise versteht Lewis unter Ionenstärke eine Größe proportional mit

$$\sum n_i e_i^2.$$

Er multipliziert nämlich für jede Ionensorte die Anzahl Mol Ionen dieser Sorte, welche im Liter enthalten ist, mit dem Quadrate der Wertigkeit, summiert dann diese Produkte über alle Ionensorten und dividiert durch 2. Die wirkliche Anzahl Ionen n_i im cm³ ist der Anzahl Mol im Liter proportional, die Ladung e_i eines Ions ist $z_i\varepsilon$, falls z_i seine Wertigkeit und ε die Elektronenladung bedeutet. Die angegebene Summe ist also tatsächlich der Ionenstärke proportional.

In einer Fußnote zu seiner Hypothese erklärt Lewis noch, was unter „verdünnte Lösungen" verstanden werden soll. Er will diese Bezeichnung so aufgefaßt wissen, daß seine Aussage als Grenzgesetz gemeint ist, oder anders ausgedrückt: sie soll um so besser gelten, je verdünnter die Lösung ist und für unendliche Verdünnung absolut genau werden. Vergleichen wir nun jenen Satz mit unserem theoretischen Resultat. Nach (15) gilt als Grenzgesetz

$$\log f_i = -\frac{e_i^2 \varkappa}{2DkT},$$

während $\varkappa$ nach (4) definiert ist durch die Gleichung

$$\varkappa^2 = \frac{4\pi}{DkT}\sum n_i e_i^2.$$

Die Theorie führt also zu einer Formel, welche in der Tat dem Satze von Lewis entspricht.

Überdies ist noch hervorzuheben, daß Lewis und Linhart experimentell zu dem Ergebnis kamen[1]), daß der log der Aktivitätskoeffizienten eines Salzes bei kleinen Konzentrationen sich proportional einer Potenz der Konzentration ändert, welche annähernd zu $\frac{1}{2}$ bestimmt wird. Lewis hält die Potenz $\frac{1}{2}$ für richtig[2]) und in der Tat führt die Theorie zu einer Proportionalität mit $\varkappa$, d. h. aber mit der zweiten Wurzel der Konzentration.

Im Sinne unserer theoretischen Überlegungen haben wir demnach als Grund für die von Lewis experimentell aufgedeckten Beziehungen die Tatsache anzusehen, daß für die Energieverhältnisse einer Lösung die Dicke der Ionenatmosphäre maßgebend ist und diese wieder bei kleinen Konzentrationen der zweiten Wurzel aus der Ionenstärke proportional gesetzt werden darf und von den individuellen Eigenschaften der Ionen außer ihrer Wertigkeit unabhängig ist. Gestützt auf die auch für etwas höhere Konzentrationen als richtig angenommene Hypothese von den unabhängigen Aktivitätskoeffizienten und ausgehend von der supponierten Gleichheit der Aktivität von *K*- und *Cl*-Ionen gibt Lewis, l. c., S. 1147 eine Tabelle jener Koeffizienten für die einzelnen Ionen in Abhängigkeit von der Ionenstärke. Er bemerkt, daß die Zahlen aus einem lückenhaften Material folgen und demnach noch der Verbesserung bedürfen. Der Theorie nach kann die Hypothese nur in großer Verdünnung genau richtig sein und solange sie richtig ist, werden die Eigenschaften eines Ions ausschließlich durch die Wertigkeiten der in der Lösung anwesenden Ionen bestimmt. Nun findet man aber, daß zwischen den verschiedenen einwertigen Ionen noch gewisse Differenzen vorhanden sind und auch in der Tabelle von Lewis kommt das zum Ausdruck. Die Annahme, daß die Aktivität eines Ions nur von der Ionenstärke der Lösung abhängt, ist deshalb nicht mehr ganz berechtigt und die Zahlen enthalten eine Unsicherheit, welche infolge jener Annahme in die Rechnung hineingetragen wird. Man hat konsequenterweise die Grenzgesetze mit Rücksicht auf die individuellen Eigenschaften zu vervollständigen und kann die Einführung des mittleren Ionenradius in unserer früheren Notiz als erster Schritt in dieser Richtung ansehen. Trotz dieser Bedenken sei es gestattet, das Grenzgesetz (15) quantitativ zu verwerten und mit den Zahlen von Lewis zu vergleichen. Dieser Vergleich erreicht allerdings, eben wegen der oben hervorgehobenen nicht ganz berechtigten Extrapolation nicht die Schärfe, welche in der früheren Notiz bei der Besprechung von Messungen über Gefrier-

1) G. N. Lewis u. M. Randall, Journ. of the Amer. chem. Soc. **43**, 1112, 1921. Während der Drucklegung dieser Notiz wurde mir das seitdem erschienene Werk G. N. Lewis u. M. Randall, Thermodynamics and the free Energy of Chemical Substances New York 1923 (Mc Graw-Hill Book Company) zugänglich, in dem die von Lewis und seinen Mitarbeitern befolgten Methoden sehr ausführlich erörtert werden.

2) Journ. of the Amer. chem. Soc. **43**, 1145, 1921.

3) loc. cit. S. 1140.

1) Journ. of the Amer. chem. Soc. **41**, 1951, 1919.

2) Journ. of the Amer. chem. Soc. **43**, 1121, 1921.

Digitized by Google

punktserniedrigung angestrebt werden konnte. Es sei die Anzahl Mol eines Ions der Sorte i, welche im Liter gelöst ist, gleich γ_i und die Wertigkeit z_i, dann ist

$$J = \tfrac{1}{2} \Sigma z_i^2 \gamma_i$$

die Größe, welche Lewis als Ionenstärke der Lösung bezeichnet. Unter Einführung von J wird nach (4)

$$\varkappa^2 = \frac{8\pi\varepsilon^2}{DkT} \frac{N}{1000} J,$$

wenn ε die Elektronenladung und N die Loschmidtsche Zahl ist. Nach (15) wird dann weiter

$$\left.\begin{aligned} \log f_i = -\frac{\varepsilon^2}{2DkT} \sqrt{\frac{8\pi\varepsilon^2}{DkT} \frac{N}{1000}} \cdot \\ \cdot z_i^2 \sqrt{J} = -B_e z_i^2 \sqrt{J}. \end{aligned}\right\} \quad (17)$$

Überall sonst in dieser Notiz und auch in (17) ist der log der natürliche, dementsprechend ist der Proportionalitätsfaktor B_e genannt. In gewöhnlichen Logarithmen wollen wir schreiben

$$\log_{10} f_i = -B_{10} z_i^2 \sqrt{J}. \quad (17')$$

Die folgende Tabelle gibt die theoretischen Werte für B_e und B_{10} nach (17) für wäßrige Lösungen unter der Annahme, daß die Dielektrizitätskonstante bei der Celsiustemperatur t nach Drude berechnet werden darf aus der Formel[1])

$$D = 88{,}23 - 0{,}4044\, t + 0{,}001035\, t^2$$

und unter Einsetzung der Werte $k = 1{,}371 \cdot 10^{-16}$, $\varepsilon = 4{,}77 \cdot 10^{-10}$, $N = 6{,}06 \cdot 10^{23}$.

Tabelle I.

t	B_e	B_{10}
0	1,12	0,485
20	1,15	0,499
40	1,19	0,519
60	1,23	0,535
80	1,27	0,553
100	1,31	0,568

Für 20° C folgt nach (17') der Aktivitätskoeffizient für einwertige Ionen bei Lösungen von den Ionenstärken $J = 0{,}01$, bzw. $J = 0{,}1$ zu $f_i = 0{,}89$, bzw. $f_i = 0{.}70$. Die Werte der Tabelle bei Lewis schwanken für $J = 0{,}01$ zwischen $f_i = 0{,}92$ bis $f_i = 0{,}85$ und für $J = 0{,}1$ zwischen $f_i = 0{,}84$ bis $f_i = 0{,}61$. Bei derselben Temperatur folgt für zweiwertige Ionen in Lösungen von den Ionenstärken $J = 0.01$, bzw. $J = 0{,}1$ wieder nach (17') $f_i = 0{,}63$, bzw. $f_i = 0{,}23$. In der Tabelle bei Lewis sind die verschiedenen zweiwertigen Metallionen zusammengefaßt zu einer Gruppe, Für diese Gruppe werden bei den obigen Ionenstärken $J = 0{,}01$, bzw. $J = 0{,}1$ angegeben: $f_i = 0{,}60$, bzw. $f_i = 0{,}34$, während für das SO_4-Ion angegeben werden $f_i = 0{,}56$ bzw. $f_i = 0{,}26$.

Die Formeln (17) und (17') enthalten keine einzige frei verfügbare Konstante. Daher, und mit Rücksicht auf die oben besprochenen Bedenken darf die Übereinstimmung zwischen der Theorie und den aus einer langjährigen Praxis ohne Kenntnis einer Theorie gewonnenen Werten von Lewis als genügend angesehen werden.

§ 7. Allgemeines zur Aktivität.

Zum Schlusse möchte ich die früheren Überlegungen in das System der allgemeinen Thermodynamik einordnen mit der Absicht, die Übersicht dadurch zu erleichtern für diejenigen, welche der vorliegenden Fragestellung bis jetzt ferner gestanden haben.

Es ist eine selbstverständliche Bemerkung, daß man allgemein den Ausdruck für das thermodynamische Potential einer idealen Lösung

$$\bar{Z} = \Sigma N_i (\zeta_i + kT \log c_i) \quad (18)$$

dadurch den wirklichen Verhältnissen wird anpassen können, daß man einen Zusatz etwa von der Form

$$W = \Sigma N_i w_i \quad (19)$$

hinzufügt, in welchem die Funktionen w_i sowohl von Druck und Temperatur, wie auch von den Konzentrationen abhängen werden. Im speziellen Falle der vorhergehenden Paragraphen, war W die elektrische Arbeit, welche durch besondere molekulartheoretische Betrachtungen bestimmt wurde. Schreibt man nun den Zusatz W in der Form

$$W = \Sigma N_i kT \log h_i, \quad (19')$$

so daß also

$$h_i = e^{\frac{w_i}{kT}},$$

so wird das Potential der wirklichen Lösung

$$\bar{Z} = Z + W = \Sigma N_i (\zeta_i + kT \log h_i c_i) \quad (20)$$

und man kann das zusammenfassen in der Aussage:

Das Potential der wirklichen Lösung erhält man, indem man nicht mit den realen Konzentrationen c_i, sondern mit fiktiven Konzentrationen $h_i c_i$ rechnet, die aus den realen hervorgehen durch Multiplikation mit gewissen Faktoren h_i. Sind diese Faktoren h_i bekannt, dann können alle Eigenschaften der Lösung mit Hilfe derselben nach thermodynamischen Methoden abgeleitet werden. Die Arbeiten von Lewis, über die im vorhergehenden Teile berichtet wurde, setzten sich den Zweck, über die Faktoren h_i auf experimentellem Wege Aufschluß

1) P. Drude, Ann. d. Phys. **59**, 61, 1896.

Digitized by Google

zu erlangen; unsere Überlegungen verfolgten das gleiche Ziel auf theoretischem Wege. Die Angaben und Überlegungen der Literatur sind allerdings nicht in der obigen Ausdrucksweise abgefaßt. Sie bedienen sich der Aktivitäten und der Aktivitätskoeffizienten. Diese aber sind aus den h_i durch einen Differentiationsprozeß ableitbar, ich möchte mir daher erlauben, die h_i Aktivitätspotentiale zu nennen.

Frägt man nach der Änderung, welche das thermodynamische Potential erfährt bei einer willkürlichen (unter konstantem Druck und Temperatur) ausgeführten Variation der Molekülzahlen N_i, so findet man

$$\left.\begin{aligned}\delta Z = \sum_i \delta N_i \Big[\zeta_i + kT\log c_i + \\ + kT\log h_i + kT\sum_j N_j \frac{\partial \log h_j}{\partial N_i}\Big],\end{aligned}\right\} \quad (21)$$

da die Aktivitätspotentiale allgemein von allen Konzentrationen abhängen werden. Auch diesen Ausdruck kann man wieder auf eine Form bringen, welche (20) entspricht, indem man setzt

$$\delta Z = \sum_i \delta N_i [\zeta_i + kT\log f_i c_i], \quad (22)$$

wobei dann die neuen Koeffizienten f_i mit den Aktivitätspotentialen zusammenhängen müssen mittels der Beziehung

$$\log f_i = \log h_i + \sum_j N_j \frac{\partial \log h_j}{\partial N_i}. \quad (22')$$

Bekanntlich nennt man die Faktoren der δN_i in (22) nach dem Vorgange von Gibbs die chemischen Potentiale der betreffenden Bestandteile. In einer idealen Lösung wäre das chemische Potential $\bar{\mu}_i$ des $i$ten Bestandteiles dargestellt durch

$$\bar{\mu}_i = \zeta_i + kT\log c_i;$$

der neue Ansatz unterscheidet sich von diesem dadurch, daß wieder an Stelle der wirklichen Konzentration c_i die fiktive $f_i c_i$ zu setzen ist, so daß

$$\mu_i = \zeta_i + kT\log f_i c_i.$$

Die so eingeführten Koeffizienten f_i nennt man Aktivitätskoeffizienten; die Art und Weise, wie sie aus den Aktivitätspotentialen folgen, wird durch (22') dargestellt.

Eine als möglich angesehene Reaktion wird durch bestimmte relative Werte δN_i gekennzeichnet; das entsprechende Gleichgewicht folgt aus der Bedingung $\delta Z = 0$. Hat man für Z den Idealwert $\bar{Z}$ gewählt, so stellt diese Bedingung bekanntlich das (logarithmierte) Massenwirkungsgesetz von Guldberg-Waage dar. Im allgemeinen durch (22) dargestellten Falle wird an diesem Gesetze nur insofern etwas geändert, als jetzt an Stelle von c_i die Größe $f_i c_i$ tritt. Man nennt deshalb $f_i c_i$ die Aktivität des betreffenden Bestandteiles und kann behaupten:

In idealen Lösungen ist die Aktivität mit der Konzentration identisch, tatsächlich aber unterscheiden sich Aktivität und Konzentration durch den Aktivitätskoeffizienten und das Massenwirkungsgesetz ist nur dann richtig, wenn an Stelle der Konzentrationen die Aktivitäten eingesetzt werden.

So ist ein Schema entworfen, was dem von Lewis 1907 entworfenen vollkommen entspricht und man kann nun entweder experimentell oder theoretisch daran gehen, das Verständnis dafür anzubahnen, warum die durch die Aktivtiätskoeffizienten gemessenen Behinderungen oder auch Begünstigungen der Wirksamkeit vorhanden sind.

Praktisch kann man unterscheiden zwischen Prozessen, bei denen die Molekülzahlen des Lösungsmittels und solche, bei denen die Molekülzahlen der gelösten Substanz geändert werden.

Zur ersten Kategorie gehören die Erscheinungen des osmotischen Druckes, Gefrierpunktserniedrigung, Siedepunktserhöhung, Dampfdruckverminderung. So wird z. B. bei der Verschiebung eines halbdurchlässigen Stempels, so daß δN_0 Moleküle Lösungsmittel durch ihn hindurchtreten, eine Arbeit $Pv_0\delta N_0$ geleistet, wenn v_0 das einem Molekül des Lösungsmittels zukommende Volumen darstellt. Die Potentialänderung, hervorgerufen, indem die Lösung δN_0 Moleküle Lösungsmittel verliert und δN_0 Moleküle reines Lösungsmittel entstehen, ist

$$\delta N_0 [\zeta_0 - (\zeta_0 + kT\log f_0 c_0)].$$

Es gilt also in bekannter Weise

$$Pv_0 = -kT\log f_0 c_0 \quad (23)$$

als osmotische Zustandsgleichung, aus der die van't Hoffsche Zustandsgleichung als erste Näherung für kleine Konzentrationen folgt. Die Erscheinungen der ersten Sorte liefern somit die Möglichkeit, den Aktivitätskoeffizienten f_0 des Lösungsmittels zu bestimmen.

Zur zweiten Gruppe gehören die mit dem Massenwirkungsgesetz verknüpften Erscheinungen, Löslichkeit und Löslichkeitsbeeinflussung, elektromotorische Kraft usw. Für einen vollkommen dissoziierten Elektrolyten z. B., dessen Molekül zerfällt in

$$\nu = \nu_1 + \ldots + \nu_i + \ldots + \nu_s$$

Teile der Sorten 1 .... s, bedingt die Vermehrung der Lösung um 1 Molekül des gelösten Salzes eine Vermehrung des Potentials um

Digitized by Google

$$\sum_{i=1}^{i=s} \nu_i (\xi_i + kT \log f_i c_i) = \sum_{i=1}^{i=s} \nu_i \bar{\mu}_i + kT \sum_{i=1}^{i=s} \nu_i \log f_i,$$

wenn $\bar{\mu}_i$ das chemische Potential für den Idealfall bedeutet.

Definiert man wie früher den Aktivitätskoeffizienten f des Salzes durch den Ansatz

$$\nu \log f = \Sigma \nu_i \log f_i, \qquad (24)$$

so liefern in dieser Bezeichnungsweise die Erscheinungen der zweiten Gruppe den Aktivitätskoeffizienten des Salzes.

Im Sinne dieser allgemeinen thermodynamischen Zusammenhänge ist es also überflüssig, neben den Aktivitätskoeffizienten vom Lösungsmittel und gelöster Substanz noch osmotische Koeffizienten einzuführen. Tut man das aber doch, wie Bjerrum es befürwortet und wie es für verdünnte Lösung in § 4 geschah, dann gewinnt eine insbesondere von Bjerrum[1]) ausdrücklich hervorgehobene Beziehung zwischen dem Aktivitätskoeffizienten und dem osmotischen Koeffizienten praktische Bedeutung. Sind N Moleküle eines (vollkommen dissoziierten) Salzes in N_0 Moleküle Wasser gelöst, so soll die Konzentration des Salzes gemessen werden durch

$$C = \frac{N}{N_0}.$$

Die obige osmotische Zustandsgleichung geht aber bei genügend kleinen Konzentrationen über in die Form[2])

$$\frac{P v_0}{kT} = \nu C - \log f_0.$$

Der Zusatz $-\log f_0$ mißt die von den Molekularkräften herrührende Abänderung am osmotischen Gesetz, während der osmotische Koeffizient g des Salzes nach Bjerrum durch den Ansatz

$$\frac{P v_0}{kT} = g \nu C$$

eingeführt wird. Es ist also

$$g = 1 - \frac{1}{\nu C} \log f_0. \qquad (25)$$

Nun folgen aber sowohl f_0, wie f, letzterer Koeffizient unter Benutzung seiner Definition (24), aus den Aktivitätspotentialen nach (22′). Bedenkt man, daß diese Potentiale nur von den Konzentrationen $c_1 \ldots c_i \ldots c_s$ abhängen können und schreibt für diese in erlaubter Annäherung

$$c_1 = \frac{N_1}{N_0}, \ldots c_i = \frac{N_i}{N_0}, \ldots c_s = \frac{N_s}{N_0},$$

wie das für verdünnte Lösungen genügend genau zutrifft, so ist

$$\frac{\partial}{\partial N_0} = -\frac{1}{N_0} \sum_i c_i \frac{\partial}{\partial c_i}$$

und

$$\frac{\partial}{\partial N_i} = \frac{1}{N_0} \frac{\partial}{\partial c_i}.$$

Außerdem soll vorausgesetzt werden können, wie das nach den molekulartheoretischen Betrachtungen der vorigen Paragraphen zutrifft, daß das Aktivitätspotential h_0 des Lösungsmittels den Wert 1 hat. Dann wird nach (22′)

$$\left.\begin{aligned} \log f_0 &= -\sum_i \sum_j c_i c_j \frac{\partial \log h_j}{\partial c_i} = \\ &= -C^2 \sum_i \sum_j \nu_i \nu_j \frac{\partial \log h_j}{\partial c_i}. \end{aligned}\right\} \qquad (26)$$

Andrerseits ist ebenfalls nach (22′)

$$\left.\begin{aligned} \nu \log f &= \sum_i \nu_i \log f_i = \sum_i \nu_i \log h_i + \\ &+ C \sum_i \sum_j \nu_i \nu_j \frac{\partial \log h_j}{\partial c_i}. \end{aligned}\right\} \qquad (26')$$

Definiert man das Aktivitätspotential h des Salzes durch den Ansatz

$$\nu \log h = \Sigma \nu_i \log h_i,$$

so ist weiter festzustellen, daß die Doppelsumme in (26) und (26′) aus diesem Aktivitätspotential durch Differentiation nach der Konzentration C ohne weiteres folgt. In der Tat ist

$$\frac{d}{dC}(\nu \log h) = \sum_i \nu_i \frac{\partial}{\partial c_i}(\nu \log h) = \sum_i \sum_j \nu_i \nu_j \frac{\partial \log h_j}{\partial c_i};$$

man hat also

$$\left.\begin{aligned} \log f_0 &= -C^2 \frac{d}{dC}(\nu \log h), \\ \nu \log f &= \nu \log h + C \frac{d}{dC}(\nu \log h), \end{aligned}\right\} \qquad (27)$$

d. h. Beziehungen, welche sowohl den Aktivitätskoeffizient des Lösungsmittels, wie den Aktivitätskoeffizient des gelösten Salzes aus dem Aktivitätspotential des Salzes abzuleiten gestatten.

1) N. Bjerrum, Zeitschr. f. Elektrochem. **24**, 325, 1918; Zeitschr. f. phys. Chem. **104**, 406, 1923.

2) Es ist $c_0 = 1 - \Sigma c_i = 1 - \nu C$ und $\log c_0$ gibt entwickelt

$$\log c_0 = \log (1 - \nu C) = -\nu C,$$

wenn durchweg die Zahl der gelösten Teilchen, als sehr klein gegenüber der Zahl der Moleküle des Lösungsmittels angenommen wird.

Digitized by Google

Eliminiert man dieses Potential, dann folgt entweder

$$\frac{d}{dC}\log f = -\frac{1}{\nu C}\frac{d}{dC}\log f_0, \qquad (28)$$

oder wenn f_0 nach (25) durch den osmotischen Koeffizient ersetzt wird

$$\frac{d}{dC}\log f = \frac{g-1}{C} + \frac{d}{dC}(g-1). \qquad (28')$$

Letzteres ist die von Bjerrum angegebene Beziehung. Folgt z. B. aus Beobachtungen über den osmotischen Druck, daß praktisch

$$g = 1 - \alpha C^{1/2}$$

gesetzt werden darf, mit einer praktisch ermittelten Konstante α, so folgt aus (28')

$$\log f = -3\alpha C^{1/2}.$$

In ähnlicher Weise hat Bjerrum aus dieser Beziehung Nutzen gezogen.

Ich möchte ausdrücklich darauf hinweisen, daß die Ausführungen dieses letzten Paragraphen keine Resultate enthalten, welche nicht schon in der Literatur des Gegenstandes zu finden wären. Ich hoffe aber, daß die systematische Zusammenfassung sich nützlich erweisen wird.

Zürich, 22. Januar 1924.

(Eingegangen 28. Januar 1924.)

Ein Versuch von den kurzen elektrischen zu den langen Wärmewellen überzugehen.

(Vorläufige Mitteilung.)

Von M. Lewitsky.

Das Intervall zwischen den kurzen elektrischen Wellen und den Wellen, die mit unseren bisherigen Mitteln nur als reine Wärmewellen nachweisbar sind, hat sich nach den bekannten Arbeiten von v. Baeyer und Rubens[1]) und v. Baeyer[2]) stark verkleinert. Doch fehlt bis jetzt eine Methode, von den ersten zu den zweiten oder umgekehrt unmittelbar überzugehen, d. h. durch rein elektrische Erregung die Wellen im Bereiche 10^{-2}—10^{-3} cm hervorzurufen oder umgekehrt mittels reiner Wärmequellen die Schwingungen von der Wellenordnung 10^{-1} cm zu erreichen. Ein solcher Versuch, falls er gelingen würde, hätte aber die Bedeutung die wirkliche Kontinuität der Wellenskala in diesem Bereiche festzustellen. Außerdem scheint mir dieser Zwischenraum auch für die Theorie interessant zu sein, da er einen Übergang von der rein elektrodynamischen Strahlung der Leiter zu der quantenhaften Strahlung der Moleküle enthalten muß.

In den hier beschriebenen Versuchen wurde die elektrische Erregung angewandt und die Methode der Resonanz in einem passenden Medium gewählt, um die kürzesten elektrischen Wellen als Wärmewellen nachzuweisen.

Der Erreger bestand aus einem Netz von kugelförmigen Oszillatoren, die durch die zwischen ihnen auftretenden Funken in Schwingungen versetzt wurden. Das feinste Schießschrot wurde in Salzsäure gelöst, bis die Kügelchen kleiner als 1 mm Durchmesser waren. Dann wurden sie alle unter dem Mikroskope untersucht und diejenigen von ihnen, die sich der Kugelform am meisten näherten und deren Durchmesser 0,8—0,85 mm betrug, wurden bei der Konstruktion des Erregers benutzt. Diese Kügelchen wurden mittels Kanadabalsam in die Ecken eines rechtwinkligen Netzes geklebt, das auf einer Glasplatte mit Diamant gezeichnet war und in dem die Seite jedes Quadrates 2 mm betrug. Zwischen je zwei Kügelchen in horizontaler Reihe wurde noch ein Drahtstückchen geklebt, das 0,3 mm dick und ca. 0,5 mm lang war. So bekam man ein Netz, das aus 15 Reihen Kügelchen bestand, zwischen denen die Drahtstückchen sich befanden. In jeder Reihe hatte man 25 Kügelchen. Die Spannung wurde mittels zweier Messingstreifen zugeführt, die man an zwei Enden des Netzes senkrecht zu den Reihen auf der Glasplatte befestigte.

Die Erregung geschah nach dem üblichen Schema mittels eines Induktoriums (20 cm Schlagweite) eines Funkenmikrometers, einer Kapazität von sechs Leydener Flaschen mittlerer Größe und eines Teslatransformators. Leider konnte man in einer und derselben Zeit nicht mehr als 5 Reihen der Kügelchen benutzen; die wurden von dem Funken aus dem ganzen Netze abwechselnd ausgewählt.

Eine leitende Kugel an den Enden ihres Durchmessers erregt, sendet elektrische Schwingungen aus, deren Wellenlängen von J. J. Thomson berechnet sind[1]). Die Grundschwingung und die nächsten Oberschwingungen haben die Wellenlängen, die sich in folgender Weise ausdrücken:

$$\lambda_0 = \frac{4\pi a}{\sqrt{3}}; \quad \lambda_1 = \frac{2\pi a}{1{,}8} = 0{,}48\,\lambda_0;$$

$$\lambda_2 = \frac{2\pi a}{2{,}76} = 0{,}31\,\lambda_0; \quad \lambda_3 = \frac{2\pi a}{3{,}98} = 0{,}217\,\lambda_0 \text{ usw.}$$

$2a$ = Durchmesser der Kugel.

1) H. Rubens u. O. v. Baeyer, Berl. Ber. 1911, S. 339.

2) v. Baeyer, Vortr. in Deutsch. Phys. Ges. 18. März 1910. Landoldt-Börnstein II, S. 822.

1) J. J. Thomson, Recent Researches in Electr. and Magn., S. 370. Oxford 1893.

Digitized by Google

Die Intensität der aufeinanderfolgenden Schwingungen ist dem Quadrate der Wellenlänge proportional.

In unserem Falle sind die ausgestrahlten Wellenlängen (für jeden freistehenden Oszillator): für die Kugeln:

$$\lambda_0 = 2{,}9\text{ mm}; \quad \lambda_1 = 1{,}49\text{ mm};$$
$$\lambda_2 = 0{,}89\text{ mm}; \quad \lambda_3 = 0{,}62\text{ mm};$$

für die Drahtstückchen müssen sie kleiner sein als die Wellenlängen:

$$\lambda_0 = 2\text{ mm}; \quad \lambda_1 = 0{,}9\text{ mm};$$
$$\lambda_2 = 0{,}60\text{ mm}; \quad \lambda_3 = 0{,}41\text{ mm usw.},$$

die nach den Formeln für die Kugel mit dem Radius $a = 0{,}25$ mm berechnet sind.

Bezeichnen wir die Energiemenge, die mit der Grundschwingung ausgesandt wird, mit E_0, so ist die Energiemenge, die alle Oberschwingungen zusammen besitzen, angenähert gleich

$$E_0\left(\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\ldots\right) = 0{,}66\,E_0.$$

Die Oberschwingungen senden folglich mehr als eine Hälfte der Energie, die die Grundschwingung besitzt. Infolgedessen kann man hoffen, daß die Oberschwingungen von der Ordnung der Wärmewellen insgesamt eine genügende Intensität besitzen, um mit besonders empfindlichen Mitteln sich nachweisen zu lassen.

Die Wellenlängen müßten gewiß in dem Netze vergrößert sein, doch konnte man hoffen, daß die Verhältnisse beinahe dieselben bleiben.

Für die Oberschwingungen stellte man einen Resonator auf, in dem man die thermische Wirkung der kleinsten Wellen zu entdecken versuchte.

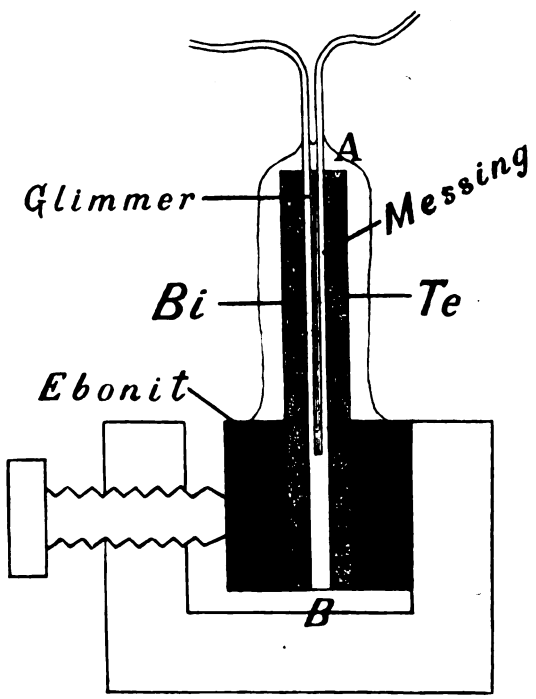
Als Resonator wurde ein Medium genommen, welches eine Suspension von Kupferteilchen in einem Dielektrikum darstellte. Die Kupferelektroden wurden in flüssigem Paraffin zerstäubt, bis die Lösung braunschwarz wurde und dann ließ man die Lösung erstarren. Die gröbsten Teilchen mußten während der Abkühlung der Lösung nach unten sinken und die oberste Schicht, welche für die weiteren Versuche benutzt wurde, müßte keine zu grobe Teilchen enthalten. In Wirklichkeit zeigte die spätere Untersuchung der oberen Schicht unter dem Mikroskope, daß die größten Teilchen den Durchmesser 0,08—0,02 mm hatten und ihre Zahl im cm^3 ca. 350 betrug. Die übrigen Teilchen waren ultramikroskopisch und bildeten die mittlere Dichte 0,008 g.

Man versuchte auch zuerst das Kupfer in Wasser und in Öl zu zerstäuben, aber bald zeigte es sich, daß die Erscheinungen der Verdampfung und der Kataphorese den erwarteten Effekt der elektrischen Schwingungen störten.

Als Resonatoren für die Oberschwingungen des Erregers müßte man die gröbsten Teilchen betrachten. Die kleineren konnten zwar auch erregt werden, doch mußten sie einen ganz kleinen Teil der Energie absorbieren. Nimmt man an, daß jedes Teilchen die Form einer Kugel hat, so berechnet sich die größte Wellenlänge seiner Eigenschwingungen im Paraffin zu 0,43 mm, d. h. man konnte hoffen, diese Teilchen durch die Oberschwingungen des beschriebenen Vibrators zu erregen.

Infolge der Resonanz müßte die Energie, welche zu den höheren Oberschwingungen gehört, in unserer kolloidalen Schicht absorbiert und in die strahlende Wärme verwandelt werden, die das Medium der Schicht erwärmen müßte. Die Grundschwingungen von der Wellenordnung 10^{-2} cm konnten die diskreten Teilchen nicht erregen, und da nur wenige Teilchen von der Größenordnung 10^{-3} cm, die meisten aber von viel kleinerer Ordnung waren, konnten sie auch nicht wesentlich zerstreut sein und mußten die Schicht fast ohne Absorption durchsetzen, wie es auch in reinem Dielektrikum geschieht. Die Leitfähigkeit der kolloidalen Lösung blieb noch ganz klein und war von der Ordnung $10^{-10}\,\Omega^{-1}$, so daß man die Joulesche Wärme nicht erwarten konnte.

Als die Wellenwirkung zeigender Apparat wurde ein sehr empfindliches Thermoelement genommen. Dieses stellte ein Paar *Bi-Te* dar und wurde in der Weise konstruiert, die man in Fig. 1 sieht. Aus *Te* und *Bi* wurden zwei



Digitized by Google

kleine Streifen, ca. 0,5 mm dick, 2—3 mm breit und 1 cm lang durch Einpressen des geschmolzenen Metalls zwischen Glasplättchen angefertigt. Dann wurden sie in eine ganz kleine Klemme eingeschraubt, wie es die Figur zeigt. Der obere Teil wurde noch mit Siegellack bedeckt.

Die Empfindlichkeit eines solchen bei den Versuchen benutzten Thermoelementes war sehr groß. Eine Temperaturdifferenz der Enden A und B ca. 6° rief im astatischen Galvanometer von der Empfindlichkeit 10^{-9} A eine Abweichung von 500 Skalenteilen hervor. Die berechnete thermoelektrische Kraft des Thermoelementes betrug beinahe 500 μV, was mit den Bestimmungen von W. Hacken[1]) übereinstimmt.

Das Thermoelement frei in der Luft vor den Vibrator gestellt (im Abstand 1—2 cm), rief nicht mehr als 1 Skalenteil Abweichung hervor. Es konnte nicht auf die Schwingungen des Vibrators ansprechen und die umgebende Luft konnte sich auch nicht durch die Vibratorschwingungen erwärmen.

Dann wurde das Thermoelement in die geschmolzene oben beschriebene Kupferlösung mit dem Ende B eingetaucht, so daß die Stelle B ungefähr 5 mm tief unter der Oberfläche lag. Die Lösung ließ man erstarren und dann wurde die oberste Schicht mit dem in ihm befindlichen Thermoelemente genommen. Die Schicht war beinahe 8 mm dick, so daß das Thermoelement von der unteren Seite (die in den Versuchen als die Vorderseite benutzt wurde) im Abstande von ungefähr 3 mm sich befand. Diese Seite wurde möglichst eben gemacht.

Die resonierende Schicht umgab man mit Watte und stellte sie dem Erreger gegenüber, so daß die Vorderseite (frei gelassen) sich im Abstande von ca. 5 mm von den Kügelchen befand. Bei der Erregung des Vibrators zeigte sich im Galvanometer eine Ablenkung von ca. 6 Skalenteilen. Dies wiederholte sich stets und war von den zufälligen Ablenkungen, die bei den Versuchen (die Versuche führte man aus um 2—5 Uhr nach Mitternacht) nicht mehr als 2 Teilstriche betrugen, deutlich zu unterscheiden.

Die Ablenkung konnte allerdings von ganz anderen Ursachen herrühren als von der kurzwelligen Eigenstrahlung der suspendierten Teilchen in der resonierenden Schicht. Das direkteste Mittel, dies zu entscheiden, müßte in einem Versuche bestehen, welcher die wellenförmige Natur der Wärmewirkung innerhalb der Schicht beweisen könnte.

Zu diesem Zwecke wurde ein Gitter genommen, und zwar ein einfaches optisches Diffraktionsgitter mit der Konstante $^1/_{100}$ cm. Dieses Gitter wurde mit dem feinsten Graphitpulver eingerieben, bis unter dem Mikroskope (bei 120facher Vergrößerung), die Furchen völlig schwarz aussahen. Die resonierende Schicht wurde aufgeschmolzen und das Gitter in die Flüssigkeit eingetaucht, bis es das Thermoelement berührte. Dann ließ man die Schicht wieder erstarren. Die Oberfläche über dem Gitter wurde möglichst eben gemacht. Das Gitter befand sich dann 2 mm tief unter der Oberfläche der Schicht, das Thermoelement dicht unter dem Glase, die Schicht unter dem Glase war noch ca. 5 mm dick. Als man jetzt wie früher den Vibrator erregte, bemerkte man einen unzweifelhaften Unterschied bei zwei Positionen der Schicht: 1. als die Furchen des eingeschmolzenen Gitters parallel den Kugelreihen des Vibrators lagen und 2. als sie senkrecht zu diesen waren. In ersterem Falle konnte man nicht mehr als 1 Teilung der Ablenkung beobachten, im zweiten Falle beobachtete man im Galvanometer eine Ablenkung von 4—5 Skalenteilen. Obwohl der hier beschriebene Effekt ziemlich schwach war, ließ er keinen Zweifel mehr, daß eine strahlende Wirkung von polarisiertem Charakter innerhalb der Schicht existierte. Die Wellenlängen dieser Strahlung müßten von der Ordnung 10^{-1} bis 10^{-2} cm sein, da sie durch die Furchenabstände frei durchgehen konnten (die Breite der Furchen war ca. $^1/_{200}$ mm). Eine nähere Bestimmung der Wellenlängen konnte leider mit den zur Verfügung stehenden Mitteln nicht ausgeführt werden.

Die im cm³ der resonierenden Schicht entwickelte Energiemenge, die beinahe 0,04 cal betrug, ist auch mit den Versuchsbedingungen verträglich.

Taschkent, Physikalisches Institut der Universität 1923.

(Eingegangen 9. Februar 1924.)

1) W. Hacken, Ann. d. Phys. **32**, S. 291. 1910.

Zu dem Lutzschen Saitenelektrometer neuer Form.

(Antwort auf die Erwiderung des Herrn C. W. Lutz.)

Von Th. Wulf.

An dem Aufsatz von Herrn Lutz in dieser Zeitschrift (**24**, 166, 1923) hatte ich beanstandet (**24**, 299, 1923):

1. daß Herr Lutz durch Übergehen aller meiner Arbeiten aus einem Zeitraum von 8 Jahren, in welchem sich gerade die Entwicklung der modernen Fadenelektrometer hauptsächlich vollzog, das geschichtliche Bild sehr zu meinem Ungunsten entstellt habe,

Digitized by Google

2. daß Herr Lutz jetzt dazu übergehe, die von mir in eben jenen Jahren ausgebildete Methode der elastischen Fadenbefestigung durch einen gebogenen Quarzfaden in seinen Elektrometern anzuwenden, ohne irgendwie anzudeuten, daß es sich um Instrumente nach meinem Prinzip handle.

In seiner Antwort (**24**, 460, 1923) hat Herr Lutz auf den ersten Punkt nichts zu erwidern. Die Bemerkung, daß er meine Leistungen nicht absichtlich habe verschweigen wollen, darf man wohl als Zugeständnis des von mir festgestellten Tatbestandes ansehen.

Meiner zweiten Beschwerde gegenüber erhebt Herr Lutz zunächst die Gegenklage, daß ich ihm „eigentümliche Konstruktionsteile", wenn es mir gerade zweckdienlich schien, in meinen Elektrometern verwendet habe. Die Redaktion hat es mir nicht gestattet, auf alle diese Konstruktionseinzelheiten einzugehen. Als Beispiel, wie weit Herr Lutz seine Eigentumsrechte ausdehnen möchte, wenn es sich um seine Konstruktionen handelt, sei nur sein erster Vorwurf beantwortet, daß ich ihm „die mikrometrisch verschiebbaren schneidenförmigen Elektroden (1908)" entnommen habe, indem ich 1909 bei meinem Zweifadenelektrometer Schneiden eingeführt habe. Tatsächlich waren die von mir 1909 eingeführten Drähte

1. keine Elektroden, sondern beide standen in unlöslicher metallischer Verbindung mit dem Gehäuse, von außen gar nicht zugänglich,

2. waren sie nicht mikrometrisch verschiebbar[1]), sondern fest angelötet,

3. waren sie nicht schneidenförmig, sondern bestanden aus einfachen Drähten mit vollkommen kreisförmigem Querschnitt.

Von allen von Herrn Lutz selbst angeführten Kennzeichen trifft nicht eines zu.

Da Herr Lutz das Wort „schneidenförmig" durch Sperrdruck betont, also darauf das Hauptgewicht zu legen scheint, sei noch bemerkt, daß sich Elektroden aus einfachen Drähten schon in dem 1907 von Wertheim Salomonson[2]) angegebenen Instrument befanden. Wenn ich denn schon diese einfachen Drähte durchaus irgendwo entnommen haben muß, so hätte Herr Lutz doch noch zu beweisen, daß ich sie nicht dort genommen, wo sie sich befanden, sondern gerade bei ihm, wo sie sich nicht befanden.

Wir kommen damit zum „Einfadenelektrometer", das Herr Lutz mit der Behauptung einführt, daß ich später mein „Zweifadenprinzip als weniger leistungsfähig wieder verlassen habe".

Da diese Bemerkung in diesem Zusammenhang mit dieser Begründung doch wohl ein abfälliges Urteil darstellt, und geeignet ist, solche Fachgenossen, die das Instrument aus eigener Erfahrung noch nicht kennen, von der Benutzung desselben abzuhalten, so muß ich mich gegen diese Behauptung ganz entschieden verwahren. Es ist mir ganz unbekannt, wodurch Herr Lutz sich zu einer solchen Bemerkung berechtigt halten könnte. Die Zweifadenelektrometer nach Wulf mit allen auf demselben beruhenden Sonderkonstruktionen werden dauernd verlangt, geliefert und benutzt. Ich denke gar nicht daran, der Wissenschaft ein so vielfach bewährtes Instrument zu entziehen.

Später habe ich dann neben dem Zweifadenelektrometer auch ein Einfadeninstrument angegeben, von welchem Herr Lutz behauptet, daß „der Einfaden, also der wichtigste und eigentlich wirksame Teil" ihm entnommen sei.

Auch hier, glaube ich, gehen die Ansprüche des Herrn Lutz zu weit. Der Gedanke, das Blättchen des Hankelschen Elektroskops durch die feinen Fäden zu ersetzen, findet sich beispielsweise schon von der 8. Auflage an in Kohlrausch, Praktische Physik. 1896, S. 403. Nachdem daher Einthoven durch den beiderseits starr befestigten Faden so namhafte Fortschritte bei seinem Galvanometer erzielte, so ist nicht einzusehen, welche geistige Tätigkeit Herrn Lutz noch ein Eigentumsrecht an dem Faden selbst verschaffte, als er ihn dem Einthoven-Galvanometer entnahm und in ein elektrisches Feld versetzte.

Derselben Ansicht waren offenbar auch die unter den Fachgenossen hochverehrten Herren Elster und Geitel, da in der Beschreibung ihres Elektrometers mit freischwebendem Faden[1]) der Name des Herrn Lutz nicht genannt wird. Ebenso nicht bei Greinacher[2]).

Außerdem waren es vier Herren, Edelmann, Cremer, Lutz in München und Wertheim Salomonson in Amsterdam, die alle unabhängig voneinander zu gleicher Zeit den Einthoven-Faden in einem Elektrometer verwendeten. Warum soll nun gerade Herrn Lutz das Eigentumsrecht zukommen und warum hat er seine vermeintlichen Rechte nicht gleich 1907 z. B. gegen Wertheim Salomonson geltend gemacht, oder 1909 gegen Elster und Geitel?

Ich wäre aber trotzdem nicht mit einem Einfadenelektrometer an die Öffentlichkeit getreten, wenn ich nicht durch die elastische

1) Nebenbei bemerkt waren auch die Lutzschen Schneiden 1908 gar nicht mikrometrisch verschiebbar. Im Gegenteil wurde es 1908 als „wesentliche Vereinfachung und Verbilligung" bezeichnet, daß die Schneiden jetzt unbeweglich angebracht waren.

2) Physik. Zeitschr. **8**, 195, 1907.

1) Physik. Zeitschr. **10**, 664, 1909.

2) E. T. Z. 1913, S. 1485.

Digitized by Google

Fadenspannung mittels des gebogenen Quarzfadens gegen die bis dahin bestehenden Konstruktionen einen ansehnlichen Fortschritt erreicht hätte. Darin liegt die Existenzberechtigung meines Instrumentes. Durch diesen Quarzbügel ist es unterschieden von allen anderen Konstruktionen, den Lutz-Edelmannschen und Elster- und Geitelschen sowohl wie von der Greinacherschen und der (nicht existierenden) Aderschen, während der Faden allen gemeinsam ist. Durch diesen Bügel erhielt das Instrument eine Reihe sehr wesentlicher vorzüglicher Eigenschaften. Wenn Herr Lutz jetzt offensichtlich bemüht ist, diese Vorzüge zu verkleinern, so darf ich dazu bemerken, daß die Tatsache, daß Herr Lutz jetzt nach fast 20 Jahren zu meiner Konstruktion übergeht und nicht zu einer anderen, ein weit zuverlässigeres Zeichen für seine wirkliche Einschätzung meines Elektrometers ist, als seine Worte.

Daß bei solchen verwandten Instrumenten einzelne Konstruktionsteile den entsprechenden Teilen anderer Instrumente mehr oder weniger gleichen, ist selbstverständlich. (Man vergleiche z. B. die Vorrichtung zum Spannen des Fadens in dieser letzten Lutzschen Konstruktion mit derjenigen, welche sich von Anfang an in meinem Einfadenelektrometer befand.) Das kommt zum Teil schon durch die ausführenden Werkstätten. So hatte die Firma Günther & Tegetmeyer für die Elster- und Geitelschen Instrumente Gehäuse und Mikroskop meines Zweifadenelektrometers verwendet — ganz mit meiner Zustimmung — und ebenso verwandte sie für mein Einfadenelektrometer dasselbe Gehäuse, aber mit den mikrometrisch verschiebbaren Schneiden wie in dem Instrument von Elster und Geitel, worin wieder diese Herren keine Benachteiligung erblickten, da sie überzeugt waren, daß die charakteristischen Eigentümlichkeiten ihres Instrumentes nicht in diesen Konstruktionsteilen gelegen waren.

Aber nun behauptet Herr Lutz, daß er einen „entschiedenen Fortschritt" erzielt habe, indem er den Bügel stärker krümmte, weil dadurch ein Neueinsetzen von Fäden durch den Gebraucher ermöglicht werde, was meine Konstruktion nicht gestatte. Es ist gern zugegeben, daß das Einsetzen von neuen Fäden bei meinem Instrument nicht die Bedeutung hatte, wie bisher bei den Lutzschen, aus dem einfachen Grunde, weil die elastisch befestigten Fäden viel weniger leicht rissen als die starr befestigten. Wenn aber Herr Lutz nun behauptet, daß diese Auswechselbarkeit bei meiner Ausführung des elastischen Bügels nicht möglich wäre, so kann ich diese Behauptung sehr einfach widerlegen durch die Mitteilung, daß die Auswechselbarkeit der Fäden bei meinem Instrument, zwar nicht mit der Edelmannschen Vorrichtung, wohl aber mit einem anderen, mit sehr geringer Mühe angefertigten Halter, möglich ist und daß fortan solche Halter mit Reservefäden zum Selbstauswechseln in beliebiger Zahl mit den Elektrometern bezogen werden können.

Nach allem kann ich nur wiederholen: „Das Saitenelektrometer neuer Form" benutzt den bisher meinen Instrumenten allein eigenen spannbar gebogenen elastischen Quarzfadenbügel, der meinen Instrumenten die bekannten zahlreichen Vorzüge erteilt.

Wenn man die verschiedenen Typen der Fadenelektrometer charakterisieren will nach ihren wesentlichen Teilen, so sind es die verschiedenen Methoden der Fadenspannung, die das Verhalten des Fadens beim Messen bestimmen. Demnach ist und bleibt ein Elektrometer mit einem freischwebenden Faden ein Elektrometer nach Elster und Geitel und ein Instrument mit elastisch gebogenem Quarzfaden ein Elektrometer nach Wulf, auch wenn Herr Lutz es in der Edelmannschen Werkstätte mit einem runden Gehäuse versehen läßt.

Valkenburg, den 25. Februar 1924.

(Eingegangen 26. Februar 1924.)

Über spontane Schwankungen in der Physik.

(Bemerkungen zu der gleichlautenden Arbeit von K. C. Kar.)

Von R. Fürth.

In dieser Zeitschrift hat Herr K. C. Kar vor kurzem[1]) unter dem obigen Titel eine Arbeit veröffentlicht, welche sich mit der Ermittlung der Energie-, Temperatur- und Druckschwankungen in Gasen beschäftigt. Er bedient sich dabei einer zuerst von Cl. Schäfer[2]) angegebenen Methode, bei der die kanonische Gesamtheit der statistischen Mechanik benutzt wird. Es gelingt ihm auf diese Weise, einige der schon auf anderem Wege hergeleiteten, sowie auch einige neue Resultate abzuleiten.

Im folgenden möchte ich zeigen, daß in dieser Überlegung eine Anzahl von Fehlern enthalten sind, die dem Verfasser entgangen zu sein scheinen und die seine Resultate, soweit sie über das schon Bekannte hinausgehen, illusorisch machen.

1) K. C. Kar, diese Zeitschr. **24**, 429, 1923.
2) Cl. Schäfer. Einführung in die theoretische Physik. Berlin 1921.

Digitized by Google

1. Bei der Berechnung der isothermen Druckschwankungen benutzt Herr Kar den Kunstgriff, die Größe

$$J' = \int e^{-\frac{U}{\Theta}} \Delta\tau_q$$

nach v zweimal zu differentiieren, wobei ihm jedoch bei der zweiten Differentiation ein Fehler unterlaufen ist; diese muß nämlich lauten

$$\frac{\partial^2 J'}{\partial v^2} = \frac{1}{\Theta^2}\int\left(\frac{\partial U}{\partial v}\right)^2 e^{-\frac{U}{\Theta}} \Delta\tau_q - \frac{1}{\Theta}\int \frac{\partial^2 U}{\partial v^2} e^{-\frac{U}{\Theta}} \Delta\tau_q,$$

während Formel (21) von Kar nur das erste Glied auf der rechten Seite dieser Gleichung enthält.

Da nun aber das Endresultat für $(\overline{\delta_f^2})_T$ (22) bzw. (24) richtig ist[1]), kann dies nur so zustande kommen, daß $\int \frac{\partial^2 U}{\partial v^2} e^{-\frac{U}{\Theta}} \Delta\tau_q$ verschwindet oder, mit anderen Worten, der Mittelwert der Größe $\frac{\partial^2 U}{\partial v^2}$ gleich null ist.

Man kann sich nun in der Tat von dem Verschwinden dieses Ausdruckes durch die folgende Überlegung überzeugen.

Wir betrachten an Stelle der oben benutzten virtuellen Gesamtheit die Zeitgesamtheit des in Frage stehenden Gasvolumens. Sowohl die Energie U als auch das Volum v sind Funktionen der s Lagekoordinaten der Moleküle $q_1 \cdots q_s$ (bei konstantem Geschwindigkeitsraum). Durch Elimination einer derselben, z. B. q_1, können wir U als Funktion von v und $q_2 \cdots q_s$ darstellen. Von den q setzen wir voraus, daß sie unregelmäßig schwanken, so daß U als Funktion von v aufgefaßt im wesentlichen den Verlauf $\overline{U}(\overline{v})$ hat, worüber sich noch kleine Schwankungen überlagern.

Gehen wir nun von einem bestimmten Wert v_0 von v aus und lassen es im nächsten Zeitelement um dv zunehmen, so ändert sich U um eine Größe dU, die als Funktion von dv angesehen, gemäß dem Obigen um einen bestimmten negativen Mittelwert schwach gestreut ist. Umgekehrt wird bei einer Volumsabnahme das zugehörige dU um den entsprechenden positiven Wert gestreut sein. $\frac{\partial U}{\partial v}$ hat also immer negatives Vorzeichen und der Mittelwert dieser Größe ist eine von Null verschiedene negative Zahl.

Wir gehen nun wieder von v_0 aus und lassen es hintereinander zweimal um denselben Betrag dv zunehmen. Dann wird beim ersten Schritt $\frac{\partial U}{\partial v}$ einen gewissen negativen Wert und beim zweiten Schritt ebenfalls einen negativen Wert haben, der aber infolge der Schwankungen dem ersten nicht genau gleich sein wird. Daher ist $\frac{\partial^2 U}{\partial v^2}$ von Null verschieden und muß, wegen der Unregelmäßigkeit der Schwankungen, ebensooft positiv wie negativ ausfallen. Dasselbe gilt nun für negative dv, und da v sich von v_0 wegen der Kleinheit der Schwankungen nur wenig entfernt, muß also der Mittelwert von $\frac{\partial^2 U}{\partial v^2}$ über lange Zeiten verschwinden, was zu beweisen war.

Damit ist also nachträglich die Gültigkeit des Karschen Resultates bewiesen.

2. Herr Kar bemerkt, daß im kritischen Punkt eines Gases wegen $\frac{\partial \overline{p}}{\partial v} = \frac{\partial^2 \overline{p}}{\partial v^2} = 0$ und Formel (22) $(\overline{\delta_f^2})_T$ verschwinden muß. Er sucht daher die Dispersion in einer höheren Ordnung zu bestimmen, wie dies bereits Smoluchowski früher getan hat, verwendet aber bei der Berechnung in den Formeln (33) bis (35) die Zustandsgleichung der idealen Gase. Da diese bekanntlich keinen kritischen Punkt haben und die obigen Bedingungen für diese Zustandsgleichung nirgends im Endlichen erfüllt sind, kann das Resultat sich jedenfalls nicht auf den kritischen Punkt beziehen, sondern muß allgemeine Geltung haben. Dies ist nun aber sicher nicht möglich, da ja die Schwankungen höherer Ordnung jedenfalls gegen $(\overline{\delta_f^2})_T$ verschwindend klein sein müssen, wenn nicht gerade der kritische Zustand herrscht, während im Gegensatz hierzu aus Herrn Kars Formel (36) folgen würde, daß $(\overline{\delta_p^4})_T$ größer ist als $(\overline{\delta_p^2})_T$. Für dieses Fehlresultat sind nun die folgenden Umstände verantwortlich.

3. Herr Kar definiert als $(\overline{\delta_f^4})_T$ den Ausdruck

$$(\overline{\delta_p^4})_T = \left(\frac{\overline{p^4} - (\overline{p})^4}{(\overline{p})^4}\right)_T,$$

was nicht recht verständlich ist, da die übliche Definition lautet

$$(\overline{\delta_p^4})_T = \overline{\left(\frac{p - \overline{p}}{\overline{p}}\right)^4}_T.$$

Führt man hier die angedeutete Potenzierung aus, so erhält man

1) Vgl. u. a. R. Fürth, Schwankungserscheinungen in der Physik. Braunschweig 1920. S. 55 ff.

Digitized by Google

$$(\overline{\delta_p^4})_T = \frac{1}{(\bar{p})^4}\left\{\overline{p^4} - 4\overline{p^2}(\bar{p}) + 6\overline{p^2}(\bar{p})^2 - 4(\bar{p})^4 + (\bar{p})^4\right\}_T$$

$$= (\overline{\delta_p^4})_T - \frac{2}{(\bar{p})^3}\left(2\overline{p^3} - 3\overline{p^2}\cdot\bar{p} + (\bar{p})^3\right)_T,$$

wo der zweite Term auf der rechten Seite jedenfalls nicht verschwindet.

Derselbe Einwand gilt auch gegen Herrn Kars Definition von $(\delta\overline{U^4})_T$.

Rechnet man an Stelle von Kars falschem $(\overline{\delta_p^4})$ mit dem obigen Ausdruck, so erhält man an Stelle von Formel (36) von Kar wieder bei Beschränkung auf das erste Glied

$$(\overline{\delta_p^4})_T = \frac{3}{n^2},$$

also in der Tat einen Ausdruck, der klein ist gegenüber $(\overline{\delta_p^2})_T$; aber auch dieses Resultat kann nicht richtig sein, weil sich in seiner Ableitung noch die folgenden Fehler finden.

4. Entnimmt man der Formel (34) von Kar den Wert von $\overline{p^3}$ und setzt es in

$$(\overline{\delta_p^3})_T = \left(\frac{\overline{p} - \bar{p}}{\bar{p}}\right)^3_T$$

so erhält man nach leichter Rechnung

$$(\overline{\delta_p^3})_T = \frac{2}{n^2},$$

was unmöglich richtig sein kann, da nach der Definition jedenfalls alle ungeraden δ verschwinden müssen. Das rührt nun aber daher, daß bei der Ableitung der Formel für $\overline{p^3}$ bei Kar derselbe Differentiationsfehler gemacht wird, der bereits unter 1. ausgesetzt worden ist; er setzt nämlich fälschlicherweise

$$\left(\frac{\partial^3 J'}{\partial v^3} = -\frac{1}{\Theta^3}\int\left(\frac{\partial U}{\partial v}\right)^2 e^{-\frac{U}{\Theta}}\,\Delta\tau_q\right).$$

In Wirklichkeit hat an Stelle dieser Formel wegen $\left(\frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial v^2}\right) = 0$ zu treten

$$\frac{\partial^3 J'}{\partial v^3} = -\frac{1}{\Theta^3}\int\left(\frac{\partial U}{\partial v}\right)^3 e^{-\frac{U}{\Theta}}\,\Delta\tau_q + \frac{2}{\Theta^2}\int\frac{\partial U}{\partial v}\cdot\frac{\partial^2 U}{\partial v^2}\,e^{-\frac{U}{\Theta}}\,\Delta\tau_q.$$

Der zweite Term auf der rechten Seite dieser Gleichung ist nun aber von Null verschieden, und zwar ist er kleiner als Null, wie man folgendermaßen einsehen kann:

Wenn in einem Augenblick $\frac{\partial U}{\partial v} > \left(\frac{\partial U}{\partial v}\right)$ ist, so wird sich diese Größe im nächsten Zeitelement dem Mittelwert höchstwahrscheinlich nähern, also abnehmen, daher wird $\frac{\partial^2 U}{\partial v^2} < 0$ sein; umgekehrt muß für $\frac{\partial U}{\partial v} < \left(\frac{\partial U}{\partial v}\right)$ ein positives $\frac{\partial^2 U}{\partial v^2}$ zu erwarten sein. Da die positiven und negativen Werte von $\frac{\partial^2 U}{\partial v^2}$, wie wir schon wissen, gleich oft vorkommen, die negativen aber jedesmal mit einer größeren Zahl multipliziert erscheinen als die positiven, wird das in Frage stehende Integral negativ ausfallen müssen, wie zu beweisen war.

Das von Kar berechnete $\overline{p^3}$ ist also zu groß und daher kommt scheinbar für $(\overline{\delta_p^3})_T$ ein positiver Wert heraus anstatt Null, wie oben gezeigt wurde.

5. Da der bereits erwähnte Differentiationsfehler von Herrn Kar auch bei der Bildung von $\frac{\partial^4 J'}{\partial v^4}$ gemacht wird, ist auch sein $\overline{p^4}$ unrichtig und daher auch die oben unter 4. mitgeteilte verbesserte Formel noch fehlerhaft. Zur wirklichen Berechnung der bei den sukzessiven Differentiationen von J' auftretenden Integrale sehe ich jedoch derzeit keinen Weg, so daß die Berechnung von $(\overline{\delta_p^4})_T$ nach Kars Methode derzeit nicht durchführbar ist.

6. Analog dem Gedankengang unter 3. kann man zeigen, daß auch der Ausdruck (37) von Kar für $(\overline{\delta_T^4})_p$ unrichtig ist und durch den zu $(\overline{\delta_p^4})_T$ analogen zu ersetzen wäre. Die aus (37) abgeleitete Formel (38) ist daher ebenfalls unrichtig und muß durch die nach einfacher Rechnung folgende

$$(\overline{\delta_T^4})_p = \frac{12}{n^2 f^2}$$

ersetzt werden. Da auch diese Formel keineswegs für den kritischen Zustand, sondern ganz allgemein gelten muß, müssen wir von vornherein erwarten, daß die Schwankung der 4. Ordnung gegen die der zweiten verschwindend klein ausfällt, wie auch tatsächlich aus der obigen Formel sofort zu sehen.

Die Karsche Formel (39) für die totale kritische Temperaturschwankung ist also ebenfalls unrichtig.

7. Aus den unter 1. bis 6. entwickelten Überlegungen folgt ohne weiteres, daß auch diejenigen Resultate von Herrn Kar, die sich auf reale Gase in der Nähe des kritischen Zustandes beziehen (II. Teil seiner Arbeit) durchaus unrichtig sind, da in diesem zweiten Teil dieselben Fehler gemacht werden wie im ersten.

Prag, im Januar 1924.

(Eingegangen 23. Februar 1924.)

Digitized by Google

Eine Elektrodynamik der Vorgänge in der Atmosphäre.

(Vorläufige Mitteilung.)

Von Fr. Kaftan.

Es ist nicht zu leugnen, daß die dynamischen und die thermodynamischen Überlegungen nicht mehr ausreichen, um alle Witterungserscheinungen zu erklären. Ich bin der Ansicht, daß den verschiedenen luftelektrischen Erscheinungen bisher nicht die gebührende Bedeutung beigemessen ist, daß aber eine Erweiterung der Kenntnisse über die Luftelektrizität uns unzweifelhaft davon überzeugen wird, daß auch bei den Vorgängen in der Atmosphäre die Elektrizität in einer ihrer Erscheinungsformen die Grundursache für das Zustandekommen des „Wetters" ist. Diese Erkenntnis muß zur Ausbildung einer alle Vorgänge in der Atmosphäre umfassenden Elektrodynamik führen. Es wird sich ergeben, daß sowohl die regelmäßigen als auch die unregelmäßigen Luftdruckschwankungen, die Winde, die Stürme, die Bildung der Zyklonen, die Niederschläge in der Eigenart ihres Auftretens, ihrer Erscheinungsformen und Wirkungen sich durch eine Elektrodynamik zwanglos erklären lassen.

Die Hauptschwierigkeit besteht zunächst in der Beantwortung der Frage, ob die luftelektrischen Erscheinungen bis zu einem gewissen Grade kosmischen oder allein irdischen Ursprungs sind. Auf der Erde selbst wird aber sehr wahrscheinlich bei jeder aufwärtsgerichteten Luftbewegung unter der Einwirkung des normalen luftelektrischen Feldes eine Trennung der positiven und negativen Elektrizitätsträger erfolgen. Diese Trennung muß in äquatorialen Gebieten am ausgeprägtesten auftreten, so daß die als der Antipassat bezeichnete Luftströmung aus zwei übereinanderfließenden Luftströmen gebildet wird, deren einer aus vorwiegend positiven, der andere aber aus vorwiegend negativen Elektrizitätsträgern besteht. Zwischen beiden Strömen kann es zur Ausbildung einer begrenzten Diskontinuitätsfläche kommen, einer neutralen Zone, in der neutrale Gasmoleküle vorherrschen. Diese neutrale Zone ist häufig durch das Auftreten feiner Cirrenschleier kenntlich. Da es eine bekannte Tatsache ist, daß durch die Anlegung eines elektrischen Feldes Nebelbildung beseitigt werden kann, so werden diese Wolken in der neutralen Zone sich auch wieder bei erneuter starker elektrischer Aufladung durch einen entsprechend geladenen Luftstrom auflösen können. Zur Bildung der Passatwinde wird sich nur der überwiegend positiv geladene Luftstrom zur Erde herabsenken und gleichzeitig den normalen Leitungsstrom darstellen. Die durch die starke Anziehung der positiven Luftmassen an die Erde ausgelöste Striktionserscheinung wird zu der Erhöhung des Luftdruckes beitragen, wodurch die Gürtel hohen Druckes ihre Erklärung finden. Die negativen Ströme fließen nach den Polen weiter und sie sind es, die bei den sogenannten „Kälteeinbrüchen" die bekannten Störungen in unseren Luftschichten bilden. Durch das Eindringen negativer Ströme findet eine Störung des normalen Potentialgefälles statt, die Striktionswirkung, die bei normalem Potentialgefälle herrscht, läßt nach, das Barometer zeigt geringeren Luftdruck an. Dieser zunächst elektrodynamisch bedingten Änderung des Luftdruckes können sich thermische Einflüsse überlagern. Möglich wäre es, daß die Einbrüche negativer Luftströme mit kosmischen Vorgängen in Zusammenhang stehen (oder daß die negativen Ladungen von der Sonne stammen). An der Einbruchsstelle zeigen sich zunächst Cirrenschleier, die, mit zunehmender Tiefe des Eindringens, in Regenwolken übergehen. Die Bjerknessche Zyklonentheorie rückt in ein ganz anderes Licht. Es ist die Zyklone in ihrem Entstehen nicht an das Vorhandensein verschieden temperierter Luftströme gebunden, sondern zunächst an Luftströme entgegengesetzter elektrischer Ladung. Die „Polarfront" wird zu einer Neutralen-Zone. Die eingebrochenen negativen Luftmassen bilden den „warmen Sektor" und führen polare kalte Luftmassen auf ihrem Wege mit sich. Dieser ist durch die allgemeine Luftzirkulation bedingt, da die Einbrüche aus Luftmassen gebildet werden, die mit ihr nach oben meist im Zusammenhang bleiben. Elektrodynamische Überlegungen liefern für die wechselnden Vorzeichen der Niederschlagselektrizität, für die scheinbaren Gegensätze zwischen den Registrierungen in Potsdam und Simla die gewünschte Aufklärung.

Für die Gewitterbildungen, das Entstehen und die Eigenschaften der Thromben, wann sie rechts, wann sie links drehend auftreten, und viele andere Erscheinungen kommen elektrodynamische Vorgänge in Frage. Sobald genügendes Untersuchungsmaterial vorliegt, soll über die einzelnen Erscheinungen ausführlich berichtet werden.

Es wäre sehr zu wünschen, wenn die Ergebnisse der luftelektrischen Messungen in die Wetterkarten aufgenommen und die Orte gleichen Potentialgefälles durch „Isopotentialen" verbunden würden. Auch den magnetischen Observatorien drängt sich erneut die Frage auf, ob nicht dennoch aus bestimmten Störungen in der Aufzeichnung der Variometer auf einen

Digitized by Google

ersten Einbruch der negativen Luftströme geschlossen werden kann, so daß die Wetterstationen möglichst rechtzeitig von der Bildung einer neuen Zyklone unterrichtet sind, denn die in Aktion tretenden negativen Luftströme müssen sich unzweifelhaft in einer Störung ausprägen. Auch auf die Sonnensphäre wird sich eine Elektrodynamik leicht anwenden lassen und so zur Aufklärung der Vorgänge in ihr bei bestimmten Planetenkonstellationen führen.

Berlin, 18. Dezember 1923.

(Eingegangen 23. Februar 1924.)

Über die Strahlung von Oxyden, hervorgerufen durch intensive Kathodenstrahlen.

[Leipziger Dissertation (gekürzt)].

Von Karl Teucke.

Kathodenstrahlen können auf zweierlei Art Stoffe zur Emission von sichtbarem Licht anregen: Einmal durch ihre Wärmewirkung, zweitens durch ihre Fähigkeit, Phosphore, und besonders gewisse Oxyde, zum Lumineszieren zu bringen. Die letztere Erscheinung ist schon wiederholt untersucht worden, z. B. von Wiedemann u. Schmidt[1]), Goldstein[2]), Coblentz[3]), an verschiedenen Oxyden und Salzen, wobei jedoch nur sehr geringe Helligkeiten auftraten (z. B. bei Erdalkaliphosphoren in der Größenordnung 10^{-5} H.-K./cm^2). Auch das in lichttechnischer Hinsicht wichtigste Oxyd, das Auergemisch, wurde zum Zweck der Untersuchung seiner Strahlungseigenschaften bei verschiedenen Erregungsarten Kathodenstrahlen ausgesetzt, und zwar von John[4]). Es wurde dabei jedoch nur ein äußerst schwaches, bläuliches Licht erzielt, welches nicht einmal für irgendwelche Strahlungsmessungen geeignet war. — Es lag nun der Gedanke nahe, daß durch Anwendung größerer Energien es doch gelingen müßte, die in Betracht kommenden Oxyde zu größerer Lichtemission anzuregen. Dies wurde mit Erfolg erstmalig von G. Moeller (Reichspatent Nr. 258348 vom 3. April 1913) durchgeführt, und zwar durch Anwendung einer Wehneltschen Oxydkathode, der ein die Anode umgebender Auerglühstrumpf gegenübergestellt war. Die dabei anwendbaren ziemlich starken Ströme ermöglichten eine Belastung bis ca. 300 Watt, vermöge deren der Glühstrumpf hell aufleuchtete. — Ein anderer Versuch wurde, mit ebenfalls positivem Erfolg, von Rother ausgeführt, und zwar durch Anwendung von Hohlspiegelkathoden, durch welche eine sehr genaue Konzentrierung der Kathodenstrahlen auf das im Brennpunkt angebrachte Aueroxydgemisch möglich war. Da die dabei erzielte Helligkeit diejenige des gewöhnlichen Gasglühlichtes noch weit übertraf, so erschien es von Interesse, die so erregte Lichtart einer eingehenden Untersuchung zu würdigen, deren Hauptfrage (außer den rein lichttechnischen Feststellungen) war, ob dieses Licht eine reine Temperaturstrahlung darstelle oder ob es ganz bzw. teilweise als Kathodolumineszenz aufzufassen sei.

Die Herstellung der Versuchsröhre. Es wurde für diese Untersuchungen die ursprüngliche, für exakte Messungen noch ungeeignete Versuchsröhre umgebaut und eine Röhre konstruiert, die sowohl für längere Inanspruchnahme geeignet war, als auch für optische Messungen die nötige Konstanz besaß. Die Röhre bestand aus einem birnenförmigen Glaskolben von 50 cm Länge und 18 cm größter Weite, die eine sphärisch gekrümmte starke Aluminiumkathode K von 3 mm Stärke, 6,5 cm Durchmesser und 8,5 cm Krümmungsradius besaß, in deren Brennpunkt sich ein in einem Quarzrahmen aufgespanntes Stück Strumpfgewebe G der betr. Oxyde befand[1]). Durch ein Beobachtungsrohr B mit abschließender Quarzlinse L konnten die optischen Untersuchungen erfolgen.

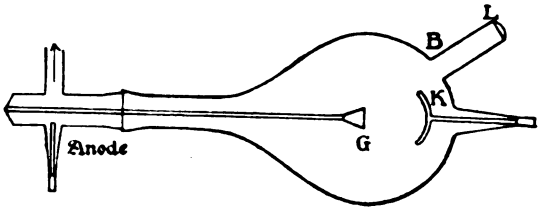


Fig. 1.

Es zeigte sich, daß bei längerer Benutzung der Röhre das Ceroxyd in der Auermasse merklich Sauerstoff abgab; es trat jedoch stets wieder frische Oxydation ein, wenn unmittelbar

1) Wiedemann u. Schmidt, „Luminiszenz". Wied. Ann. **56**, 18 u. 103, 1895.

2) Goldstein, „Die Einwirkung von Kathodenstrahlen auf Salze". Wied. Ann. **54**, 371, 1894.

3) Coblentz, „Selectiv radiation from various substances", Bull. Bur. of Stand. **3**, 243, 1911.

4) John, „Lichtemissionsvermögen verschied. Substanzen". Wied. Ann. **56**, 433, 1895.

1) Die dazu benötigten Auer- und Thoriumoxydstrümpfe wurden mir von der Deutschen Gasglühlicht-A.-G. Berlin freundlichst zur Verfügung gestellt; es sei mir gestattet, dieser Firma auch an dieser Stelle meinen besten Dank dafür auszusprechen. — Außerdem gebührt mein Dank der Firma Körting & Mathiesen, Leipzig, von welcher in liebenswürdiger Weise — durch Vermittelung von Herrn Dr. Rother — zu Beginn dieser Arbeit eine größere Geldsumme dafür zur Verfügung gestellt wurde.

Digitized by Google

nach der Bestrahlung, wenn die Substanz noch heiß war, Luft in die Röhre gelassen wurde. — Die Röhre konnte bis etwa 300 Watt (75 M-A., 4000 Volt) belastet werden.

A. Die Untersuchungen über die Art der Strahlung. Zur Beantwortung der Frage nach der Strahlungsart in der benutzten Versuchsröhre wurden zwei verschiedene Untersuchungsreihen angestellt: Die erste erstreckte sich auf die Feststellung der spektralen Energieverteilung dieser Lichtquelle, und zwar im ultraroten, sichtbaren und ultravioletten Teile des Spektrums, die zweite auf die Feststellung der Beziehungen zwischen der Temperatur und der Gesamtemission.

Beiden Arten der Untersuchung wurde zum Vergleich diejenige Strahlung zugrunde gelegt, die sich ergab, wenn die gleichen Substanzen unter sonst gleichen Umständen (d. h. gleicher Gewebestruktur und gleicher Helligkeit) durch eine Gasflamme zum Leuchten gebracht wurden. Für diesen Fall ist ja das Vorliegen von Temperaturstrahlung nach verschiedenen Untersuchungen von Rubens[1]), John[2]), Nernst u. Bose[3]) als sicher anzunehmen. Untersucht wurden bei sämtlichen Einzelmessungen der Auerstrumpf und der reine Thoriumoxydstrumpf.

1. Die Feststellung der spektralen Energieverteilung: a) Im ultraroten Gebiete. Zu diesen Beobachtungen wurde ein Spektralapparat mit der von Rubens beschriebenen Hohlspiegelanordnung benutzt. Zur Dispersion diente ein Flußspatprisma, zur Messung der Strahlung eine Rubenssche Thermosäule[4]), zur Feststellung der Thermoströme ein Panzergalvanometer nach Du Bois-Rubens[5]). Untersucht wurde das Spektrum von $\lambda = 0{,}5\,\mu$ an bis $\lambda = 4{,}15\,\mu$. Noch weiter zu gehen gestattete die Absorption der an der Röhre befindlichen Quarzlinse nicht. Die gemessenen Energiewerte E, ausgedrückt durch Skalenausschläge in mm, verglichen mit denen, die bei der Erhitzung durch die Flamme erhalten wurden (Eg), sind in Tabelle I dargestellt.

Die Übereinstimmung beider Kurven muß als genügend bezeichnet werden. Die geringe Abweichung bei den kürzeren Wellenlängen ist durch die dort sehr geringe Dispersion des Prismas sowie durch eine teilweise Reduktion des Ceroxydes zu erklären. — Ebenso zeigte auch das Thoriumoxyd sehr genaues Übereinstimmen der beiden entsprechenden Kurven.

b) Die spektralen Untersuchungen im sichtbaren Gebiete wurden mit dem Königschen Spektralphotometer vorgenommen und ergaben ebenfalls wieder eine gute Übereinstimmung der Kurven, die unter Benutzung beider Erregungsarten gewonnen wurden. Die folgende Tabelle zeigt, für eine Anzahl von Punkten im Wellenlängenintervall von $\lambda = 450\ \mu\mu$ bis $\lambda = 715\ \mu\mu$, die Emission bei der Erregung durch Kathodenstrahlen, dividiert durch die entsprechenden Werte der durch die Flamme verursachten Emission (unter Berücksichtigung gleicher Gesamtemission in diesem Intervall).

Tabelle I.

Die Energieverteilung im ultraroten Spektrum des Auerstrumpfs bei beiden Erregungsarten.

λ	E	Eg	λ	E	Eg
0,51	13	19	2,44	21	20
0,59	18	30	2,77	12	12
0,66	29	45	3,09	12	13
0,88	49	56	3,65	12	12
1,25	60	60	3,68	12	11
1,68	51	54	3,92	9	9
2,08	29	28	4,15	7	—

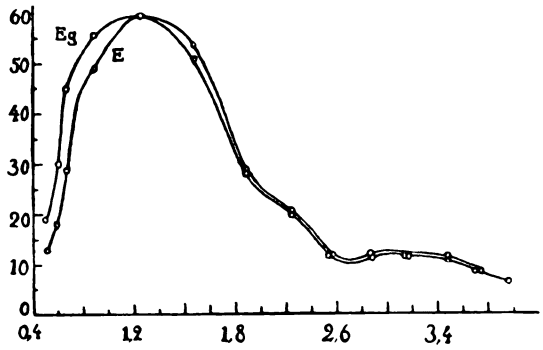


Fig. 2 zu Tab. I. Die Abszisse enthält die Wellenlängen in μ, die Ordinate die Skalenausschläge in mm.

Tabelle II.

Das Verhältnis der sichtbaren Emission des Kathodenröhrenlichts des Auerstrumpfs zu der des Gasflammenlichtes für die sichtbaren Wellenlängen.

$\lambda(\mu\mu)$	E/Eg	$\lambda(\mu\mu)$	E/Eg
452	1,04	537	0,98
461	1,04	554	1,00
471	1,02	575	1,02
483	1,00	602	1,07
495	0,99	635	1,05
508	0,99	674	1,04
522	0,99	715	1,02

1) Rubens, „Die Emission des Auerstrumpfs". Ann. d. Phys. **18**, 725, 1905.
2) John, l. c.
3) Nernst u. Bose, „Zur Theorie des Auerlichts". diese Zeitschr. **1**, 289, 1900.
4) Rubens, „Eine lin. Thermosäule". Zeitschr. f. Instr.-Kd. **16**, 65, 1898.
5) Du Bois-Rubens, „Panzergalvanometer". Zeitschrift f. Instr.-Kd. **20**, 65, 1900.

Digitized by Google

Aus den Verhältniszahlen, die nur um wenige Prozente von dem Werte „1" abweichen, geht die Übereinstimmung der sichtbaren Energie bei beiden Erregungsarten zur Genüge hervor. Eine noch bessere Übereinstimmung wies bei dieser Untersuchung der Thoriumoxydstrumpf auf.

c) Die Untersuchungen im ultravioletten Spektrum wurden photographisch angestellt. Durch Verschieben der Kassette senkrecht zur Ausbreitung des Spektrums konnten die Spektren der leuchtenden Oxyde bei beiden Erregungsarten nebeneinander aufgenommen werden. Zur Dispersion diente ein Quarzprisma; der Spalt des Kollimatorrohres war 0,15 mm breit, die Belichtungszeit betrug stets einige Minuten. Das Wellenlängenintervall ging von 240 bis 525 $\mu\mu$. Die Spektren wurden an 27 äquidistanten Punkten mittels eines Hartmannschen Mikrophotometers ausphotometriert.

Tabelle III.

Die ultraviolette Energieverteilung des Auerstrumpfes bei beiden Erregungsarten, ausgedrückt in Schwärzungszahlen des Plattenphotometers.

	1.	2.		1.	2.
λ ($\mu\mu$)	Kathodenröhrenlicht	Gasglühlicht	λ ($\mu\mu$)	Kathodenröhrenlicht	Gasglühlicht
241	5	6	329	30,5	28,5
250	5	6	340	33	31
258	7	7,5	368	42	39
268	10	10	384	45	42
280	12,5	13	400	47	46
286	13	13	423	50	50
299	16,5	15,5	450	50	49
305	19	17	482	43	44
320	27	24,5	525	37	39

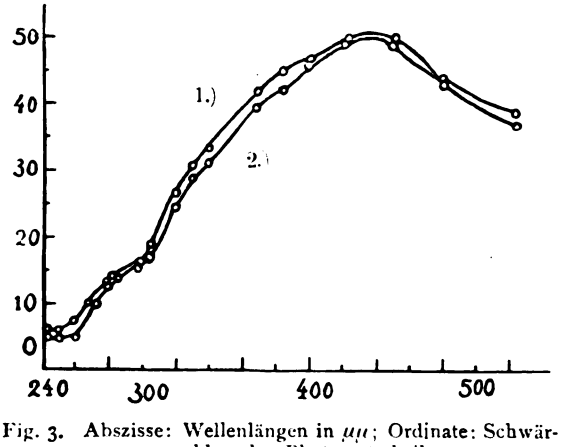


Fig. 3. Abszisse: Wellenlängen in $\mu\mu$; Ordinate: Schwärzungszahlen des Photometerkeils.

Diese Kurven, denen diejenigen des Thoriumoxydstrumpfes völlig ähnelten, zeigen die innerhalb der Meßgenauigkeit sehr weitgehende Übereinstimmung der Emission bei den verschiedenen Erregungsarten.

Die Tatsache, daß die spektrale Energieverteilung des durch die Kathodenstrahlen erregten Lichtes in allen drei untersuchten Spektralgebieten mit der bei der Erwärmung durch die Flamme erhaltenen übereinstimmt, machte die Annahme, daß die Oxyde in der Röhre sich wie reine Temperaturstrahler verhalten, sehr wahrscheinlich. — Zur Festigung dieser Behauptung wurde daher noch untersucht, ob die Abhängigkeit der emittierten Gesamtenergie von der Temperatur auch dieselbe sei wie bei dem Gasglühlicht.

2. Die Beziehungen zwischen Temperatur und Gesamtemission. Die Bestimmung der Temperatur der von den Kathodenstrahlen getroffenen Oxyde konnte aus verschiedenen Gründen nur pyrometrisch erfolgen. Da Pyrometer nur bei reinen Temperaturstrahlern richtige Werte ergeben, so mußte die Temperaturstrahlung vorläufig zur Annahme gemacht werden. Die Übereinstimmung der Ergebnisse, die bei den unter dieser Annahme erhaltenen Temperaturen ermittelt worden waren, mit den bei der Flammenstrahlung erzielten, konnte dann erst die Temperaturen als wahre bestätigen. — Die Strahlung wurde durch eine stark gekrümmte Quarzlinse auf einen Punkt der Thermosäule konzentriert; auf diese Weise wurde die Inhomogenität der über die Leuchtfläche verteilten Strahlung unwirksam gemacht. Benutzt wurde ein Wannersches Pyrometer. Nicht zu vermeidende Intensitätsschwankungen der Lampe sowie die Genauigkeitsgrenze des Pyrometers zwangen zu häufigem Wiederholen dieser Messungsreihen. Die erhaltenen Durchschnittswerte sind, für den Auerstrumpf, in Tabelle IV dargestellt.

Diese Ergebnisse, denen auch die der Thoriumoxydstrahlung vollständig entsprachen, zeigen eine genügende Übereinstimmung der Werte bei beiden Arten der Lichterregung. Dadurch werden (s. o.) die gefundenen Temperaturen als wahre bestätigt, und zugleich wird die Annahme befestigt, daß die Oxyde in der Röhre sich wie reine Temperaturstrahler verhalten.

Die Ergebnisse der spektralen Untersuchungen sowie der über die Abhängigkeit der Gesamtemission von der Temperatur geben genügende Berechtigung zu der Behauptung, daß die von den Kathodenstrahlen getroffenen Oxyde unter den vorliegenden Verhältnissen dieselbe Strahlung wie bei der Erregung durch die Flamme emittieren, also reine Temperaturstrahlung repräsentieren. — Dies bestätigt die zahlreichen Beobachtungen, die über Lumi-

Digitized by Google

Tabelle IV.

Die Abhängigkeit der Gesamtemission des Auerstrumpfes von der Temperatur bei beiden Erregungsarten.

1) Röhrenlicht		2) Flammenlicht	
T	E	T	E
1770	32	1760	28
1775	32	1790	38
1805	44	1805	40
1855	67	1834	57
1870	72	1870	75
1895	88	1885	81
1920	125	1915	105
1930	140	1925	110
1945	160		

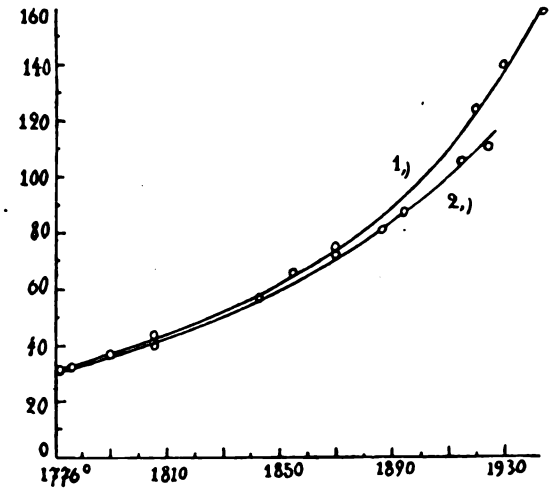


Fig. 4 zu Tab. IV. Abszisse: Absolute Temperaturen; Ordinate: Skalenausschläge in mm.

neszenz angestellt worden sind, und die sämtlich ergeben haben, daß diese bei allen lumineszierenden Körpern nur unter einer gewissen Temperaturgrenze (die nur einige 100 Grad beträgt)[1]) eintritt. In der Tat zeigten auch die Oxyde nur im ersten Augenblick der Bewerfung mit Kathodenstrahlen eine gelbgrüne Lumineszenz, die aber sofort verschwand, wenn sich die Substanz weiter erwärmte.

B. Die lichttechnischen Untersuchungen. Nachdem die spektralen Messungen gezeigt hatten, daß die vorliegende Strahlung bei Benutzung des Auerstrumpfes die gleiche energetische Ökonomie, d. h. das gleiche Verhältnis von sichtbarer Emission zu Gesamtemission besitzt wie der Auergasglühstrumpf, und somit eine wesentlich höhere energetische Ökonomie als die meisten anderen elektrischen Lichtquellen, wurden noch Untersuchungen über die technische Ökonomie, d. h. das Verhältnis von Helligkeit zur Belastung, an der Lampe angestellt. Die Helligkeitswerte zeigten sich, außer von gewissen Apparatkonstanten (z. B. davon, ob das Strumpfgewebe in zwei oder mehr Lagen aufgespannt war), hauptsächlich noch abhängig von dem Druck, der in der Röhre herrschte. Die folgende Tabelle gibt die Helligkeitswerte in ihrer Abhängigkeit vom Druck (bei gleicher Belastung von 140 Watt) wieder.

Tabelle V.

Die Abhängigkeit vom Druck bei gleichbleibender Belastung.

Druck in mm	H.-K.	Druck in mm	H.-K.
0,028	92	0,054	117
0,032	108	0,070	104
0,037	108	0,106	95
0,047	121	0,140	65

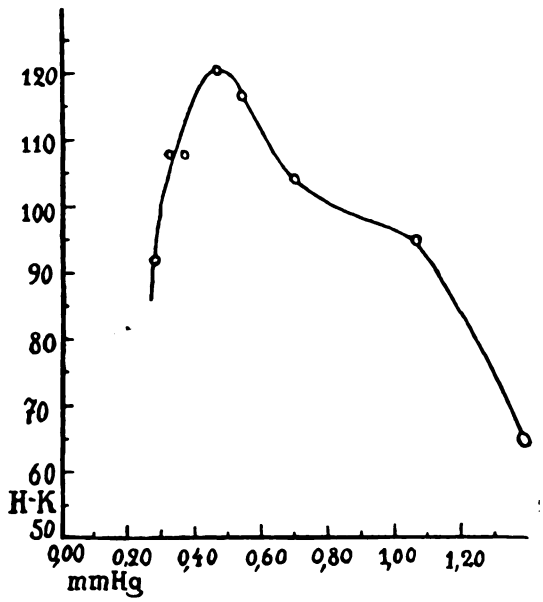


Fig. 5 zu Tab. V. Abszisse: Druck in mm *Hg*; Ordinate: Helligkeit in Hefnerkerzen.

Das Optimum des Druckes liegt somit bei der benutzten Röhre bei 0,045 mm *Hg*.

Die Untersuchungen über Belastung und Helligkeit zeigten durchweg lineare Abhängigkeit zwischen diesen beiden Größen, wie die Tabelle VI zeigt.

Die aus diesen Messungen, die beim Druckoptimum angestellt worden waren, sich ergebenden Werte für die technische Ökonomie in Abhängigkeit von der Belastung sind in der Tabelle VII dargestellt.

1) Im höchsten Falle etwa 900°, nach Nichols u. Wilber, „Luminescence at high temperatures". Proc. Nat. Acad. **6**, 693, 1920.

Digitized by Google

Tabelle VI.

Die Abhängigkeit der Helligkeit von der Belastung.

Watt	K.-K.	Watt	H.-K.
98	42	176	174
100	43	201	210
122	81	219	240
127	94	224	253
173	174	266	318

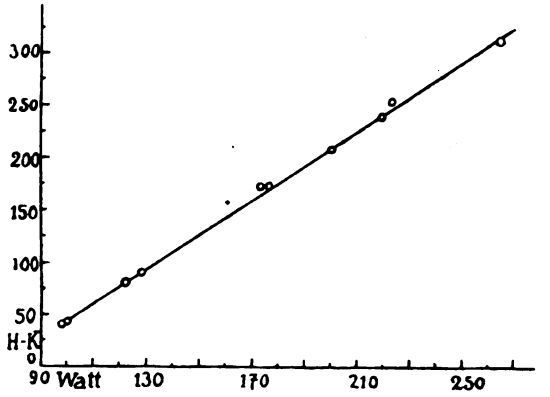


Fig. 6 zu Tab. VI. Abszisse: Belastung in Watt; Ordinate: Helligkeit in Hefnerkerzen.

Tabelle VII.

Die Abhängigkeit der technischen Ökonomie von der Belastung.

Watt	H.-K./Watt	Watt	H.-K./Watt
81	0,27	174	1.00
190	0,49	201	1,05
125	0.70	221	1,08
147	0,82	263	1,19

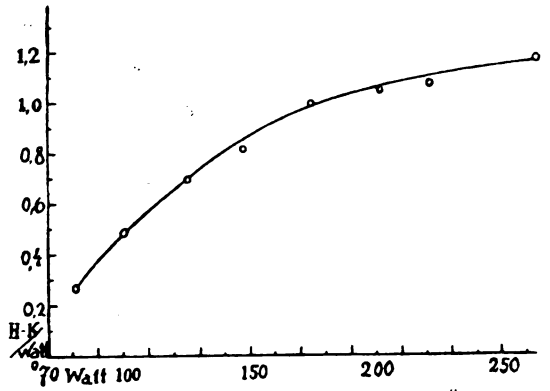


Fig. 7. Abszisse: Belastung in Watt; Ordinate: Ökonomiewerte.

Aus diesen in lichttechnischer Hinsicht lediglich orientierenden Versuchen (die Röhre war ja speziell nur für optische Untersuchungen geeignet gemacht worden) geht hervor, daß mit steigender Belastung auch die Ökonomie der Röhre zunimmt, eine Tatsache, die schon mit Notwendigkeit daraus folgen muß, daß sich die Strahlung als reine Temperaturstrahlung erwiesen hatte. Es ist einleuchtend, daß bei geeigneter Änderung der Bauart der Röhre noch wesentlich günstigere Ökonomiewerte erzielt werden können.

Zusammenfassung. Es wird die Konstruktion einer Entladungsröhre angegeben, in der mittels konzentrierter Kathodenstrahlen Oxyde in lockerer Struktur (Strumpfform) zu intensivem Leuchten gebracht werden. Die Strahlung erweist sich als reine Temperaturstrahlung auf Grund folgender Untersuchungen: 1. Über die Energieverteilung, a) im ultraroten (bis 4,15 μ), b) im sichtbaren, c) im ultravioletten (bis 0,24 μ herab) Gebiete. 2. Über die Abhängigkeit der Gesamtemission von der Temperatur, in allen Fällen verglichen mit den entsprechenden Werten der gewöhnlichen Gasglühlichtstrahlung, unter Zugrundelegung der Tatsache, daß nach früheren Untersuchungen das Gasglühlicht reine Temperaturstrahlung auslöst.

Es werden fernerhin lichttechnische Untersuchungen angestellt, die ein Druckoptimum erkennen lassen (bei 0,45 mm *Hg*), eine lineare Abhängigkeit zwischen Belastung und Helligkeit ergeben und eine mit wachsender Belastung zunehmende technische Ökonomie zeigen, welche beim Druckoptimum bis zu 1,2 H.-K./Watt ansteigt. Jedoch kann die Ökonomie durch geeignetere Anordnungen noch gesteigert werden.

Es sei mir gestattet, auch an dieser Stelle Herrn Geheimrat Wiener für das stetige Interesse und die Überlassung der nötigen Mittel und Herrn Dr. Rother für die Anregung und Förderung dieser Arbeit meinen Dank auszusprechen.

Leipzig, Physikalisches Institut d. Universität. Februar 1924.

(Eingegangen 28. Februar 1924.)

Digitized by Google

BESPRECHUNGEN.

P. P. Ewald, Kristalle und Röntgenstrahlen. IV und 327 Seiten. Mit 189 Abbildungen im Text. Berlin, Julius Springer. 1923. Geh. M. 25.—, geb. M. 26.50.

Im einleitenden Kapitel zeichnet der Verfasser den Weg, den die Wissenschaft bis zur Erkenntnis des Aufbaues der Materie aus Elementen ging. Die Grundlagen der Chemie liefern keinen Beweis für den atomistischen Aufbau der Materie. Daltons Gesetz der multiplen Proportionen führt nur zu Gewichtsverhältnissen, nicht zu den Atomgewichten selbst. Zur Bestimmung des absoluten Gewichtes der Atome, und damit zum Beweis von deren Existenz, führten erst physikalische Methoden. Wichtige Fortschritte brachten einerseits das periodische System zur Aufdeckung der Gesetzmäßigkeiten beim Entstehen von Verbindungen, andererseits die Tatsache der Isometrie, welche bereits auf die räumlich-geometrische Anordnung der Einzelbausteine in Verbindungen hinwies. Im zweiten Kapitel werden die kristallographischen Grundbegriffe, Bezeichnungen, Systeme usw. besprochen, im dritten Kapitel die Strukturtheorien von Bravais, Sohnke und Schoenflies. Kapitel 4 behandelt das Zustandekommen von Röntgeninterferenzen in sehr origineller Weise nach dem physikalischen Analogon der Kopfwelle, die mit Überschallgeschwindigkeit fliegende Geschosse erzeugen, um dann auf die Lauesche und Braggsche Deutungsweise der Röntgeninterferenzen einzugehen. Hier kommt ganz besonders die liebevolle Sorgfalt zum Ausdruck, mit der der Verfasser bemüht war, diese Überlegungen, die gerade an das räumliche Vorstellungsvermögen erhöhte Anforderungen stellen, auch dem Laienkreise verständlich zu machen. Kapitel 5 behandelt die wichtigsten Eigenschaften und Gesetze der Röntgenstrahlen, Kapitel 6 gibt einen Überblick über die drei Fundamentalverfahren von v. Laue, von Bragg und von Debye und Scherrer. Kapitel 7 ist dem Braggschen Verfahren und der Spektroskopie gewidmet. In Kapitel 8 wird leichtfaßlich an der Hand zahlreicher Figuren und Beispiele die Überlagerung von Einzelstrahlen besprochen, die durch Reflexion an verschieden besetzten Gitterebenen gleichen Abstandes entstehen und so durch Gangunterschiede zur Steigerung, Schwächung oder Auslöschung der Reflexionsintensität führen (Strukturfaktor). Kapitel 9 bringt die Laue-Methode und die Bezifferung der Laue-Bilder, Kapitel 10 die beim Laue-Verfahren wichtigsten Faktoren: die Intensitätsverteilung des kontinuierlichen Röntgenspektrums, den Lorentz-Faktor (Abnahme der Reflexionsintensität mit der Ordnung), den Debye-Faktor (Wärmebewegung der Kristallatome) und das räumliche Streuvermögen des Einzelatoms. Kapitel 11 geht auf das Verfahren von Debye und Scherrer, seine Modifikationen von Bohlin und von Bragg ein und bespricht außer den hier in Frage kommenden schon oben erwähnten Faktoren den „Flächenhäufigkeitsfaktor". Die wichtige Tatsache, daß nur aus der Lage der Spektrallinien und ihrer Intensität gemeinsam auf die Struktur geschlossen werden kann, während die Berücksichtigung der ersteren allein kein eindeutiges Ergebnis zu liefern vermag, wird eingehend gewürdigt. Kapitel 12 bringt die vollständigen Diagramme, Faserstruktur und Metallbau. In Kapitel 13 werden die erforschten Gitterstrukturen besprochen, Kapitel 14 behandelt die Gittergeometrie, Kapitel 15 Ionengitter, Ionen- und Atomabstände, Isomorphie und Mischkristalle, Kapitel 16 chemische Gesichtspunkte zur Deutung der Kristallstrukturen. Kapitel 17: „Gitterkräfte und stoffliche Eigenschaften" stellt unter anderem einige Gedanken aus Borns Theorie in unmathematischer Form dar.

Dem Text sind Noten angegliedert, die in eingehender mathematischer Form gehalten sind. Sie umfassen: 1. Das reziproke Gitter, 2. Die Interferenzbedingungen im Translationsgitter, 3. Die Bezifferung der Laue-Aufnahmen mittels gnomischer Projektion, 4. Debye-Scherrer-Verfahren und quadratische Form, 5. Die Bezifferung der Drehkristallaufnahmen, 6. Die Geometrie der Gitter mit Basis. 7. Den Strukturfaktor, 8. Die photographische Wirkung der Röntgenstrahlen, 9. Zusammenstellung über Strukturen.

Die letztere enthält alle bis Ende April 1923 erforschten Strukturen.

Das Buch wendet sich an den Chemiker, den Physiker und den Kristallographen. Es will ebenso dem Forscher wie dem Studierenden eine einheitliche Methode mitgeben, die sich dem Verfasser selbst bei seinen jahrelangen Arbeiten nützlich und angenehm erwies. Besser als in dem vorliegenden Werke konnte die Aufgabe nicht gelöst werden.

Darüber hinaus wendet sich das Buch an den für exakte Naturwissenschaften interessierten Laien. Inwieweit der Einzelne die Fülle des Gebotenen in sich aufzunehmen vermag, wird von seiner Vorstellungsgabe für räumliche mathematische Gebilde abhängen, die nun einmal zur Behandlung kristallographischer Probleme unerläßlich ist.

Der Philosoph aber, der das Buch liest, wird um ein Beispiel reicher sein dafür, daß gewisse Fragen, wie die nach dem Aufbau der Materie, philosophische Spekulationen sind und bleiben, auch wenn man sie jahrtausendelang dreht und wendet, und daß die exakten Naturwissenschaften allein in der Lage sind, in ihnen ein Urteil zu fällen.

Die Ausstattung des Buches ist mustergültig. Möge der hohe Preis seiner weitesten Verbreitung nicht im Wege stehen! Hans Küstner.

I. Koppel, Die Metalle und ihre Verbindungen. (Sammlung Göschen, Nr 812—814.) Berlin, W. de Gruyter & Co. 1920. Je G.-M. 1.—

In diesen 3 Heftchen wird die Chemie der Metalle in kurzer Darstellung behandelt. Die wichtigsten technologischen Punkte sind berücksichtigt.

Th. Reichstein.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Eidgen. Technischen Hochschule Zürich Dr. Leonhard Heis für Physik.

Ernannt: Der Privatdozent an der Universität Jena Regierungsrat bei der Reichszentrale für Erdbebenforschung dort Dr. August Sieberg zum a. o. Professor für Erdbebenkunde an derselben Hochschule.

Gestorben: Der frühere a. o. Professor der organischen Chemie und Abteilungsvorsteher am Chemischen Laboratorium der Universität Berlin Geh. Reg.-Rat Professor Dr. Siegmund Gabriel.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. F. Harms in Würzburg. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Digitized by Google

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

No. 6. 15. März 1924. Redaktionsschluß für No. 8 am 5. April 1924. **25. Jahrgang.**

INHALT:

Originalmitteilungen:

P. Cermak, Über die Tonbildung in luftdurchströmten Röhren. S. 121.

G. Joos, Der Einfluß eines Magnetfeldes auf die Polarisation des Resonanzlichts. S. 130.

F. J. v. Wiśniewski, Zur Theorie des Heliums. S. 135.

E. Badareu, Über die durch Kationenstöße aus Platin ausgelösten Elektronenströme im Hochvakuum. S. 137.

Besprechungen:

E. Grimsehl, Lehrbuch der Physik. S. 141.

L. Graetz, Lehrbuch der Physik. S. 141.

A. Born, Isostasie und Schweremessung. S. 142.

R. Fuchs u. L. Hopf, Aërodynamik. S. 143.

M. v. Smoluchowski, Abhandlungen über die Brownsche Bewegung und verwandte Erscheinungen. S. 143.

Tagesereignisse. S. 144.

Personalien. S. 144.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über die Tonbildung in luftdurchströmten Röhren.

Von P. Cermak.

Im Anschluß an einige bereits veröffentlichte Versuche über die Tonbildung bei Metallschläuchen mit eingedrückter Spiralwindung[1]) machte ich eine Reihe weiterer Erfahrungen, über die hier kurz berichtet werde.

Um eine in allen ihren Dimensionen gut ausmeßbare Schlauchpfeife zn erhalten, reihte ich in einem Messingrohre geeigneter Länge und Weite Lochscheiben unter Zwischenschaltung dünner Messingringe aneinander. Als Lochscheiben lassen sich die in keiner Mechanikerwerkstatt fehlenden Unterlegscheiben für Schrauben verwenden, wenn sie von anhängendem Grat und sonstigen Unvollkommenheiten befreit sind.

Zunächst zeigte sich, daß durchaus nicht das ganze Pfeifenrohr mit den Lochscheiben erfüllt zu sein braucht, damit die Tonbildung beim Durchblasen von Luft erfolge, daß vielmehr schon wenige, ja schließlich eine einzige Lochscheibe für die Tonbildung ausreichend ist, wenn genügend starker Luftstrom das Rohr durchstreicht. Der Luftstrom wurde wiederum mit einer Gebläsepumpe erzeugt und seine Stärke mit geeichten „Rotax"messern festgestellt[2]). Die tönende Röhre steckte im untern Tubus einer Wulfschen Flasche, damit für sie eine wohl definierte Länge angegeben werden kann.

Sobald feststand, daß schon eine Lochscheibe für die Tonbildung genüge, galt es zu untersuchen, wie die Zahl der Scheiben, wie ihre Lage, gerechnet vom Austrittsende des Luftstromes, wie Lochweite und Breite der Scheiben die Frequenz des entstehenden Tones beeinflussen. Die Versuche wurden an verschieden langen Röhren von 1,4 cm Innendurchmesser durchgeführt. Fast alle hier wiedergegebenen Ergebnisse sind gewonnen an einem 69,25 cm langen Rohre, dessen Resonanzgrundton zu 230 Schwingungen in der Sekunde gefunden wurde. Die Frequenzen der ersten 16 in den folgenden Tabellen immer wieder vorkommenden Teiltöne sind also:

1	2	3	4	5	6	7	8
230	460	690	920	1150	1380	1610	1840
9	10	11	12	13	14	15	16
2070	2300	2530	2760	2990	3220	3450	3680

Bei solch langen Röhren sprechen im allgemeinen die hohen Teiltöne leichter an als die tiefen, das wurde schon bei den handelsüblichen Metallschläuchen festgestellt. Hier erhielt ich die ersten beiden Teiltöne nie, erst vom dritten Teilton an sprach das Rohr gut an.

Zunächst befand sich die Lochscheibe am Austrittsende des Luftstromes, genauer ihre Mitte 3,5 mm davon entfernt. Für zwei äußerlich gleiche, aber doch wohl irgendwie verschiedene Lochscheiben *a* und *b* gleicher Dicke (2,1 mm) und gleicher Bohrung (6 mm) erhielt ich folgenden Zusammenhang zwischen Luftstrom und entstehendem Teilton:

Tabelle I.

	Luftstrom in cm³/sec	Teilton		Luftstrom in cm³/sec	Teilton
a	137–172	3	*a*	320–360	7
b	137–168	3	*b*	313–355	7
a	177–202	4	*a*	360–381	8
b	168–192	4	*b*	— —	—
a	202–260	5	*a*	381–454	9
b	192–260	5	*b*	355–450	9
a	260–320	6	*a*	454–493	10
b	260–313	6	*b*	450–500	10

1) P. Cermak, diese Zeitschr. **23**, 394, 1922.

2) Vgl. Journal für Gasbeleuchtung und verwandte Beleuchtungsarten, 1910, Heft 16.

Digitized by Google

Die beiden Scheiben geben also im wesentlichen das gleiche. Auffallend ist, daß die Luftstromintervalle, in denen die einzelnen Teiltöne erregt werden, ungleich groß sind, die Teiltöne also nicht alle gleich gut ansprechen. So fällt der Teilton 8 bei Lochscheibe *b* überhaupt aus. Das Ergebnis der Tabelle I ist, daß auch bei einer Lochscheibe mit zunehmendem Luftstrome die Tonhöhe nicht stetig, sondern treppenartig ansteigt. In Fig. 1d sind die

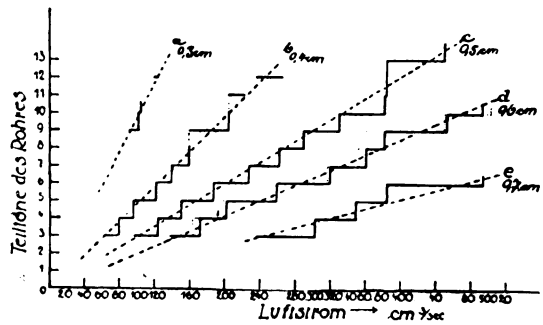


Fig. 1.

Zahlen graphisch wiedergegeben. Die Treppenstufen sind zum Teil recht ungleich, doch läßt sich im ganzen ein linearer Zusammenhang zwischen Tonhöhe und Luftstromstärke erkennen. Die Umkippstellen der Töne liegen nicht exakt fest, das zeigt schon der Unterschied der beiden Meßreihen *a* und *b*. Beide wiedergegebenen Zahlenreihen sind bei zunehmender Luftstromstärke beobachtet. Bei abnehmendem Lufstrome sind die Kippstellen etwas nach den kleineren Luftstromstärken verschoben. Immer sucht der gerade erregte Teilton sich möglichst lange durchzusetzen. Die Frequenz der Teiltöne bleibt nicht im ganzen Intervalle des Luftstromes, der sie erregt, gleichmäßig, sondern nimmt meist etwas zu, worauf später noch zurückzukommen sein wird.

Hält man nun die Rohrlänge und die Endlage der Lochscheibe konstant, ändert aber den Lochdurchmesser, so erhält man bei Löchern, deren Durchmesser kleiner als 3 oder größer als 8 mm ist, gar keine Töne mehr. Für Lochweiten innerhalb dieser Grenzen ergaben sich die in Fig. 1a—e eingezeichneten Treppenfiguren mit den eingetragenen Lochdurchmessern. Ein exakter Vergleich der Kurven ist schwer; denn von einer einheitlichen Stromdichte innerhalb der Bohrung kann sicherlich nicht gesprochen werden, da die Reibung an den Lochrändern ungleichmäßige Geschwindigkeitsverteilung erzwingt.

Nur annäherungsweise richtige Beziehungen wird man daher erwarten dürfen, wenn man bei verschiedenen Lochweiten die Luftstromdichte — Luftmenge dividiert durch Lochfläche — mit der Frequenz der entstehenden Töne vergleicht. Setzt man einfach $N = a \cdot L$, wobei die Luftmenge L den punktiert in Fig. 1 eingezeichneten Geraden entnommen ist, so wird tatsächlich die Konstante a etwa umgekehrt proportional der Lochfläche gefunden:

Tabelle II.

$2r$	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7 cm
r^2	0,07	0,126	0,20	0,28	0,385 cm²
$\frac{1}{a}$	0,045	0,089	0,145	0,203	0,327

Es scheint auch hier wie bei den vollständigen Schlauchpfeifen die seinerzeit angegebene Näherungsformel $N = \frac{L \cdot w}{q'}$ gültig, bei der q' den wirksamen Querschnitt darstellte; doch läßt sich über die Größe dieses q' zunächst nichts Bestimmtes aussagen. Da liegt es nun nahe, zu prüfen, ob die Zahl der Lochscheiben Einfluß auf die Gestalt der Tontreppe habe. (Die Scheiben liegen getrennt durch gleich dünne Messingringe hintereinander.) Fig. 2 zeigt das

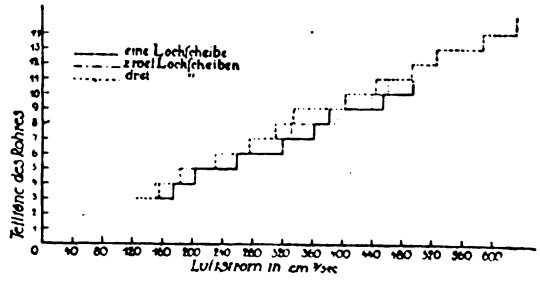


Fig. 2.

Ergebnis, wieder gewonnen an Elementen von 6 mm Lochdurchmesser und bei zunehmendem Luftstrome. Bei zwei Lochscheiben, dargestellt in der Treppenkurve —.—.—, wird also der Kurvencharakter gar nicht geändert, die Treppe ist nur etwas ausgeglichener und es sprechen auch noch höhere Teiltöne an. Die zur Erzeugung eines Tones nötige Luftmenge bleibt im wesentlichen unbeeinflußt. Das Zufügen einer dritten Lochscheibe (und ebenso noch weiterer) — dargestellt in der Kurve ····· — ändert prinzipiell auch nichts, doch nimmt die Zahl der ansprechenden Teiltöne wieder ab, wohl weil die einzelnen Scheiben und Zwischenstücke nicht alle vollkommen gleich sind. (Wie dieses Ergebnis eingeschränkt werden muß, wenn der Abstand der Lochscheiben nicht mehr klein gegen die Pfeifenlänge ist, wird sich später ergeben.) Da nun die verwendeten Lochscheiben 2,1 mm dick und die gleichen Abstand er-

Digitized by Google

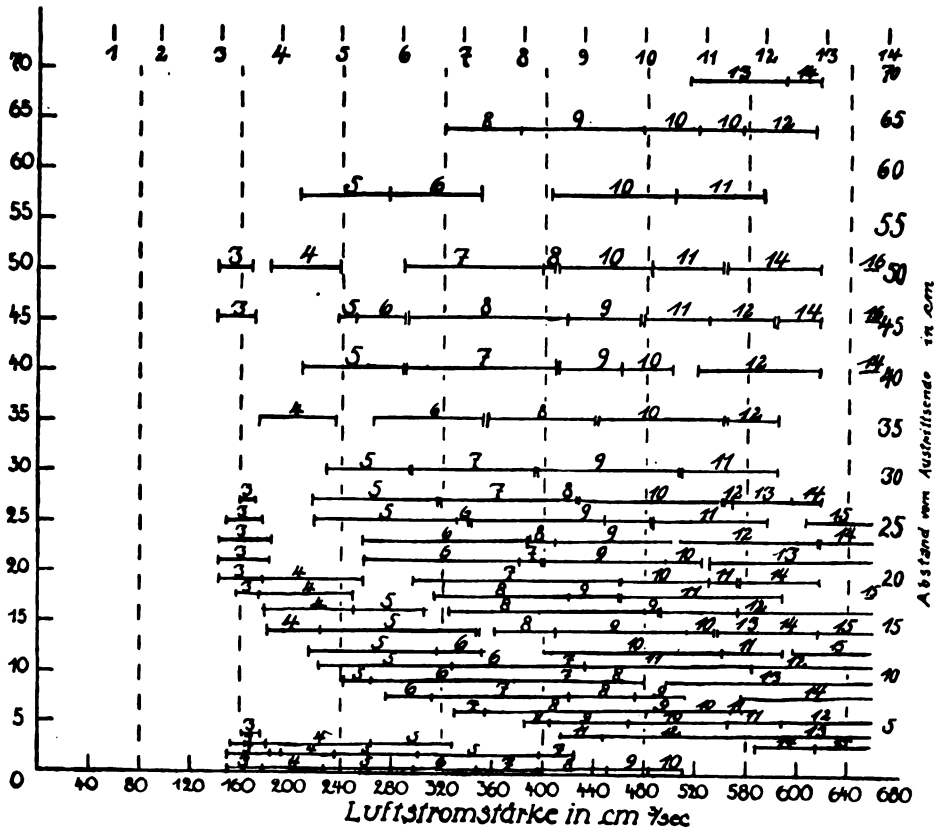


Fig. 3.

zwingenden Zwischenringe 2,5 mm breit waren, so kommen auf 1 cm Rohrlänge 2,17 tonbildende Elemente, wenn man sich die ganze Rohrlänge von solchen Lochscheiben erfüllt denkt. Diese Zahl kann für w in die obige Formel eingesetzt werden. Dann erhält man als wirksamen Querschnitt q' rund 0,4 cm² einen Wert etwas größer als $q = 0{,}28$, die Lochfläche. Die Formel läßt sich also auch bei unvollkommener Ausfüllung des Rohres durch Lochscheiben erfüllen. Freilich wird die Frequenz des Grundtones und der Obertöne um so mehr erniedrigt, je größer die Zahl der Lochscheiben ist. Das hängt mit dem schon früher untersuchten Einfluß von Querschnittsänderungen auf die Frequenz der Resonanztöne eines Rohres zusammen.

Die bisher beschriebenen Versuche hatten gemeinsam, daß die Lochscheiben sich am Austrittsende des Luftstromes befanden. Nun galt es noch festzustellen, ob die Lage der Lochscheibe im Rohre die Töne zu beeinflussen vermöge. Tabelle III enthält die Ergebnisse. Für jede Lage — immer gerechnet vom Austrittsende in Zentimetern — sind eingetragen die Frequenz der entstehenden Teiltöne und die Luftstromgebiete, innerhalb deren ein Teilton erregbar ist. Da sich eine Symmetrie der Verhältnisse um die Mitte des Pfeifenrohres ergab, sind für die eine (vordere) Hälfte des Rohres die Messungen zahlreicher als für die andere. Eine graphische Darstellung dieses Zahlenmaterials ist so versucht worden, daß die Ordinaten die Entfernungen der Lochscheibe vom Austrittende, als Abszissen die Lufstromstärken gewählt sind und nun für jede Lage das ganze Luftstromgebiet, in dem Tonbildung erfolgt, durch eine Parallele zur Abszisse gekennzeichnet, während die Kippstellen der Töne, jene Luftmengen, bei denen der Übergang vom einen zum andern Teiltone erfolgt, durch kleine Querstriche angedeutet sind. Jede dadurch abgetrennte Teilstrecke entspricht einer Stufe der Tontreppen der Fig. 1 u. 2; kleine Ziffern über den Teilstrecken bezeichnen den Teilton.

Beim Hineinrücken der Lochscheibe ins Rohrinnere sehen wir also zunächst die Zahl der Teiltöne abnehmen und mit ihr auch die obere Grenze des tonerregenden Luftstromes. Bald aber — Lage 2,85 cm — finden wir jenseits dieser Grenze des Luftstromes nur ein begrenztes Schweigegebiet, oberhalb dessen die Tonbildung mit wesentlich höheren Teiltönen von neuem einsetzt. In der nächsten der eingezeichneten Lagen (3,85 cm) ist vom „tieferen" Anregungsgebiete nur noch der Teilton 3 übrig geblieben, die obere Grenze des Schweigetons

Digitized by Google

Tabelle III.

Teiltöne bei verschiedenen Luftströmen.

Lage	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	
cm 0,6	673 150 – 178	889 —226	1123—38 —297	1355 —347	1585 —396	1856 —450	2058 —483	2273 —510							Frequenz cm³/sec
1,85	681 150—183	902 —235	1152 —301	1362 —397	1594 —425										"
2,85	681 153—189	902 —263	1152 —327									3188 568—616	3534 —〉〉660		"
3,85	688 161—176								2444 414—447	2724 —584	2954 —〉660				"
5,35						1842 385—404	2058 —468	2273 —546	2444 —588	2724 —660					"
6,35					1585 330—354	1767 1816 —358 —482	2029 —507	2255 —548	2465 —556						"
7,85				1362 275—312	1576 —420	1816 *) 472	2042 —512					3232 556—660	3584 〉660		"
9,35			1138 242—264	1355 —377	1566 —450	1842 —462					2913 497—〉660				"
10,85			1128—38 222—327	1356—62 —417	1594 —424				2444 433—582	2724 —〉660					"
12,35			1138—1146 214—315	1362 —351				2234—2254 400—540	2465 —589				3460 596—〉660		"
14,35		890 181—223	1141 —347			1843 *) 361—408	2040 —513	2273 —535			2938 537—569	3188 —616	3534 —〉660		"
16,35		896 178—249	1146 —305			1767 1842 325— —396 —480	2029 —490			2642 2814 491 —553 —〉660					"
17,85	688 156—174	896 —249			1566—85 313—419	1843 —459			2465 459—588				3460 〉660		"
19,35	681 142—177	889 —256			1537—84 296—450			2196—2253 450—530	2490 —554			3156 554—616			"
21,35	681 142—182			1355 256—380	1537 —398		2029 398—495	2253 —524			2938 530 – 660				"
23,35	677 142—181			1340—55 256—386		1827 386—408	2043 —500			2642 —2726 507—616		3184 616—〉660			"
25,35	681 148—177		1146—67 218—331	1355 —339		1767 1840 339 —447 —484			2490 484—575				3486 〉616		"
27,35	684 159—171		1146 216—317		1584 317—410	1803 —426		2253 426—539		2726 539—547	2972 —594	3268 —618			"

Digitized by Google

Tabelle III (Fortsetzung).

Lage	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	
cm 30,35			1152 228—293		1548 295—393		2043 393—507		2490 507—583						"
35,35		894 174—235		1354 264—352		1790 1841 352— 440		2253 440—542		2754 542—584					"
40,35			1146 229—289		1557 290—410		2059 410—460	2270 —500		2754 520—616		3184 616— 660			"
45,35	684 142—171		1157 237—249	1348 —332		1760—1800 332—417	2059 —475		2490 475—529	2754 —581		3184 581—616		3734 660	"
50,35	684 142—168	896 921 183 —203 —238			1537 289—398	1842 —409		2270 409—483	2466 —541			3122 541—616		3680 660	"
57,35			1146 207—277	1341 —349				2253 405—502	2490 —572						"
63,90						1791—1841 320—389	2043 —477	2270 —521	2490 —555	2726 —612					"
68,90											2914 514—588	3184 —615			"

Tabelle IV.

Lage in cm	Dicke in mm	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Teiltöne
0,6	2,1		673 150—178	889 —226	1123—38 —297	1355 —347	1585 —396	1856 —450	2058 —483	2273 —510						Freq. cm³/sec
1,17	3,85			882 140—169	1124—54 —233	1353 —254	1563 —280	1787—1852 —317	2238 —357	2250 —391	2570 —442	2746 —459	2968 —470	3186 —484	3478 —518	"
1,55	6,23		673—694 139—188	897—929 —240	1147 —288	1333—1367 —336	1572 —390	1776—1852 —418	2072 —440							"
1,49	7,45	425—488 120—148	663—688 176—215	918 148—157 865—921 215—276	1111—1130 157—176 1116—1126 288—328	1324—1360 328—368	1563 368—417	1840 276—288								"
1,55	8,15	449 142—168 442 253—296	660 168—177 689 215—236		1115—1175 177—215 1106—1115 317—347	1367 236—253 1339 371—392		1825 263—317		2232 356—371	2536 392—397					"
1,55	8,15					1340 264—303				2250 303—...						"

Digitized by Google

ist ganz wesentlich nach der Seite der kleinen Luftstrommengen vorgerückt, das zweite Anregungsgebiet hat an Ausdehnung gewonnen. In der folgenden Lage ist vom ersten Anregungsgebiete nichts mehr übrig und beim nächsten Versuche (6,35 cm) wird schon die obere Grenze dieses zweiten Anregungsgebietes merkbar. Bald rückt ein drittes solches Gebiet von der Seite der hohen Luftstrommengen vor und die früheren werden immer weiter zurückgedrängt. Die Schweigegebiete werden dabei im allgemeinen immer enger, bis beim Vorrücken der Lochscheibe gegen die Rohrmitte hin viele solcher Anregungsgebiete eng aneinandergerückt nebeneinanderstehen, z. B. bei 30 cm. Oft ist dann experimentell der Nachweis des Schweigegebietes kaum mehr zu erbringen, höchstens bei ganz langsamer Zunahme des Luftstromes; es offenbart sich aber ein solches Schweigegebiet immer dadurch, daß nicht der $n$te Teilton auf den $(n-1)$ten folgt, sondern der $(n+m)$te, wobei $m = 1, 2, 3 \ldots$ sein kann. Sobald nun die Lochscheibe die Mitte des Rohres überschritten hat, wiederholen sich bis zu einem gewissen Grade alle vorher gefundenen Ergebnisse. So sieht man auf der bildlichen Darstellung, daß etwa in den Lagen 25 $(= 35 - 10)$ und 45 $(= 35 + 10)$ die gleichen Teiltöne ansprechen, ebenso bei 20 und 50, 12,5 und 57 usw. Scheinbar widersprechen dem die Endlagen; doch scheint mir das nur dadurch bedingt, daß bei so langen Rohren die tiefen Töne im allgemeinen schon schwer ansprechen, besonders schwer aber, wenn die Lochscheibe am Eintrittsende liegt. (Bei kurzen Resonanzröhren fällt diese Unsymmetrie dann tatsächlich weg.) Da das Rohr immer einer offenen Pfeife entspricht, muß man solche Symmetrie auch erwarten.

Eine Ursache für die Schweigegebiete läßt sich weder aus der Tabelle noch aus der graphischen Darstellung ablesen. Stellt man sich aber eine in entsprechendem Maßstabe angefertigte Zeichnung her, die die Lage der Knoten und Bäuche der einzelnen Teiltöne widergibt (vgl. Fig. 4) und vergleicht man durch Überdecken mit ihr die bei bestimmter Lage der Lochscheibe entstehenden Teiltöne, so zeigt sich, daß nur jene Töne nicht entstehen, die an der Lochscheibenstelle oder in ihrer unmittelbaren Nähe einen Knoten der Bewegung aufweisen[1]). So müssen z. B. für die Scheibenlage 19 cm ausfallen die Teiltöne 5, 8, 9, 12, 13, 15;

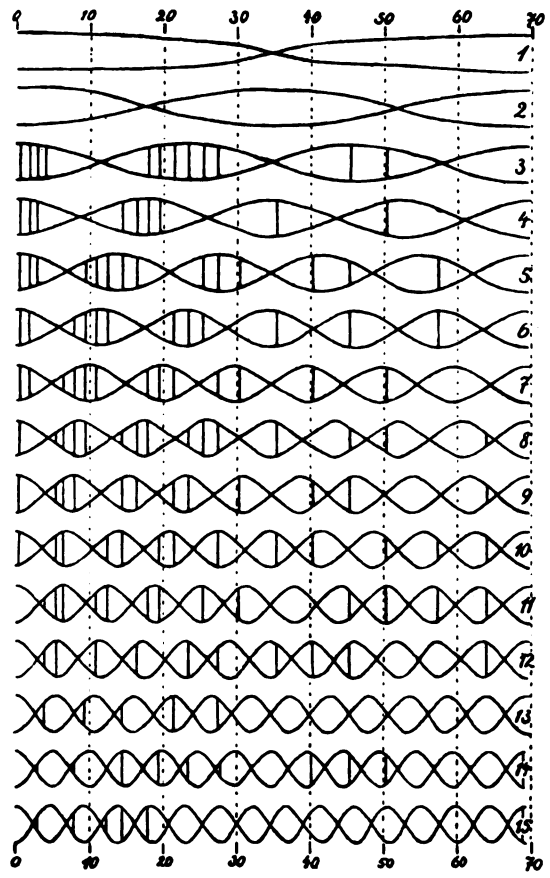


Fig. 4.

für die Scheibenlage 35 cm (die ungefähre Mitte) dagegen fallen aus die Teiltöne 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, d. h. dort werden nur die geraden Teiltöne gefunden. In der Nähe davon, bei 30 cm fallen aus demselben Grunde dann die Teiltöne 4, 6, 8, 10 aus und man hört nur die ungeraden Teiltöne, wenn sich an dieser Stelle die Lochscheibe befindet. Es darf sich also der Knoten eines Teiltones nicht allzu nahe am Orte der Lochscheibe befinden. Am besten wird er ansprechen, wenn bei geeigneter Luftstromstärke am Orte der Lochscheibe ein Bauch liegt. Daraus folgt nun, daß für eine Lochscheibe unmittelbar am Austrittsende alle Teiltöne erregbar sein sollen und dies ist experimentell gut erfüllt. Wenn dort die Teiltöne über dem zehnten trotzdem fehlen, so ist zu berücksichtigen, daß die erste geprüfte Lage bei 0,6 cm also schon etwas im Rohre liegt und daß außerdem wegen der Endkorrektionen die Bauchstellen wohl etwas außerhalb des Rohres liegen.

Mit dieser Erkenntnis ist aber nur eine Beziehung zwischen Scheibenlage und Teilton gefunden, nicht aber eine solche zwischen Teilton und Luftstromstärke. Ja es fällt beim Anblick

1) In Fig. 4 sind die Bäuche und Knoten der ersten 15 Teiltöne gezeichnet. Die in Tabelle III verzeichneten Beobachtungen sind bei jedem Teilton durch Vertikalstriche angedeutet. Nicht berücksichtigt ist dabei die Verlagerung der Knoten durch die Endkorrektionen, daher auch bei den höchsten Teiltönen Unstimmigkeiten bemerkbar werden.

Digitized by Google

der Fig. 3 sofort auf, daß da keine unbedingte Zwangsläufigkeit herrschen kann. Berechnet man aus der oben gegebenen Näherungsformel $L = \frac{Nq'}{w}$ (wobei wieder $q' = 0{,}45$ und $w = 2{,}17$ gesetzt ist), die Luftstromstärken, die den einzelnen Teiltönen bei der Lochweite von 6 mm zukommen, so erhält man jene Stromwerte, die oben in der Fig. 3 eingezeichnet und mit den Ziffern der Teiltöne bezeichnet sind. Zieht man dann irgendeine Vertikale in der Figur, die einer solchen Luftstromstärke entspricht, so schneidet man bei verschiedenen Lagen der Lochscheibe experimentell gewonnene Teilstrecken, die, wie aus der betreffenden Bezifferung zu ersehen ist, nun recht verschiedenen Teiltönen entsprechen können. So trifft eine Vertikale bei 334 cm^3/sec nicht nur mit 7 bezifferte Teilstrecken, sondern auch solche, die mit 6 und 8 bezeichnet sind. Das trifft besonders bei solchen Scheibenlagen zu, bei denen der Teilton 7 sich nicht entwickeln kann, weil sein Knoten dieser Stellung zu nahe liegt. Es sieht aus, als hätte die Pfeife das Bestreben, anzusprechen und wenn das nicht geht, dann versuche sie es mit einem benachbarten Teiltone, bzw. sie suche einen einmal erregten Teilton möglichst lange wiederzugeben.

Gestützt wird dieser Befund noch, wenn man die zur Fig. 3 gehörende Zahlentabelle III betrachtet. Die Vertikalreihen dieser Tabelle zeigen, daß einem Teiltone bei verschiedener Lage der Lochscheibe nicht immer die gleiche Frequenz zukommt. So variiert zum Beispiel die Frequenz des Teiltones 7 zwischen 1537 und 1594 Schwingungen, spricht im Mittel aller beobachteten Werte mit einer Frequenz von 1569 an. Es tritt also erstens eine Frequenzerniedrigung ein gegenüber der zu erwartenden Frequenz des Teiltones, die 1610 beträgt, sie mag bedingt sein durch die Querschnittsänderung, die durch das Einbringen der Lochscheibe unvermeidbar gemacht wird. Zweitens aber hängt im erregenden Luftstromgebiete wiederum die Frequenz von der Luftstromstärke ab: sie nimmt mit ihr zu. Deutlich ersichtlich ist das für den Teilton 7 bei der Lochlage 19,33 cm, einer Lage, bei der ein Bauch des Tones auf den Ort der Lochscheibe fällt. Gewisse solche Lochlagen scheinen einen besonders großen Frequenzbereich eines Teiltones zuzulassen, während in anderen Fällen, die häufiger sind, die Frequenz sich nur wenig oder gar nicht innerhalb des erregenden Luftstromgebietes ändert. Besonders auffallend ist aber bei einzelnen Teiltönen (8 und 12), daß sie zu zerfallen scheinen. Bei ihnen ist für manche Lochlagen kein kontinuierlicher Übergang der Teilfrequenz, sondern der Teilton setzt zunächst stark erniedrigt ein, bleibt über einen gewissen Luftstrombereich konstant und springt dann plötzlich in einen höheren Frequenzwert über. Der Teilton erscheint in zwei Töne aufgespalten. Ich habe solche Stellen in der Tabelle III durch eine punktierte Vertikale in zwei Teilton- und Luftstromgebiete getrennt. Da man unganzzahlige Teiltöne des Rohres nicht annehmen kann, muß man wohl schließen, daß sie entweder dadurch zustande kommen, daß in solchen Fällen die Lage der Bäuche an den Rohrenden unstabil ist und damit plötzlich sich die Rohrlänge ändere oder, wenn man die beiden durch die Lochscheibe begrenzten Teile des Rohres als gekoppeltes System betrachtet, muß man annehmen, daß die Koppelungsbedingungen sich bei einer bestimmten Luftstromstärke plötzlich ändern und so diese Aufspaltung des Teiltones erwirken.

Die oben angegebene Näherungsformel für die Frequenz, die die experimentellen Ergebnisse für die Endlagen der Lochscheiben ganz gut wieder gab, reicht also keinesfalls mehr aus, um die Befunde für verschiedene Lagen im Innern des Rohres darzustellen. Es sind für die entstehenden Frequenzen nicht nur die Stärke des Luftstromes und die Dimensionen der Lochscheibe maßgebend, sondern es muß auch die Lage der Scheibe eine solche sein, daß die Ausbildung des Teiltones nicht gestört wird: ein Bewegungsknoten wird an der Stelle der Lochscheibe nicht entstehen können, da ja sicherlich an den scharfen Rändern des Loches Wirbelbildungen stattfinden, die den Knoten zu verhindern scheinen. Ist die Ausbildung des aus der Luftstromstärke zu erwartenden Teiltones durch die Lage der Scheibe gestört, so wird ein benachbarter Ton ansprechen, falls dieser dort einen Bauch der Bewegung hat, oder wenn solche benachbarte Teiltöne mit günstigeren Bedingungen nicht vorhanden sind, setzt die Tonbildung ganz aus und ein Gebiet des Schweigens läßt sich beobachten.

Wenn nun zwei oder mehrere Lochscheiben an verschiedenen Orten gleichzeitig in der Pfeife sind, so entstehen nicht einfach alle die Töne, die die Scheiben einzeln ergeben würden, sondern davon werden gerade jene deutlich, die an den Orten der Scheiben bzw. nahe dabei Bäuche der Bewegung aufweisen. So gibt:

eine Scheibe am Orte 0,6 cm allein die Teiltöne
3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10,
eine Scheibe am Orte 45 cm allein die Teiltöne
3, 5, 6, 8, 9, 11, (12), 14,
beide Scheiben geben die Töne 3, 4, 5, 6, 8, 9, 11, 12, 14.

Die Teiltöne 7 und 10 sind also ausgefallen. Kommt nun noch eine Scheibe bei 20,75 cm dazu, so bleiben nur die Töne 3, 4, 6, 9, 12

Digitized by Google

übrig, es sind nun auch noch die Knoten der Teiltöne 5, 8, 12, 14 gestört worden. Aus der Intensität, mit der die Teiltöne dann auftreten, kann man schließen, daß jene Scheiben, die zuerst vom Luftstrome getroffen werden, einen größeren Einfluß auf die Tonbildung haben als die nachher getroffenen.

Wenn schließlich die Lochscheiben im Rohre überall ziemlich gleichmäßig verteilt sind, so scheinen sich entweder die Behinderungen aufzuheben, oder (wahrscheinlicher) nur die an den Enden des Rohres befindlichen Scheiben wesentlichen Einfluß zu haben und eine solche richtige Schlauchpfeife gibt dann fast alle Teiltöne, die man wünscht.

Bei allen bisher erwähnten Versuchen blieb die Dicke der Lochscheiben ungeändert gleich 2,1 mm. Welchen Einfluß die Scheibendicke haben könne, läßt sich aus der oben verwendeten Näherungsformel nicht erschließen, da bei zunehmender Scheibendicke sich gleichzeitig auch der wirksame Querschnitt ändern wird. Die Versuche ergaben zunächst, daß bei Lochscheiben, die weniger als 2 mm dick waren, die Tonbildung aussetzte. Bei einer Scheibe von 1,6 mm Dicke kann man die Pfeife nur noch durch den Kunstgriff zum Tönen bringen, daß man vor ihr Austrittsende in einem leicht auffindbaren günstigen Abstande irgendeine Fläche, Schneide oder Spitze als Hindernis in den Luftstrom bringt. Die durch solche Stauung erzwungene Tonbildung ist natürlich eine ganz andere und gehört nicht zu dieser vorliegenden Untersuchung. Der einmal so erzeugte Ton bleibt aber bisweilen bestehen, wenn man das Hindernis entfernt. Die dabei eintretenden Verhältnisse müßten einem gesonderten Studium unterzogen werden. Dagegen erweisen sich Scheiben, die wesentlich dicker als 2,1 mm sind, für die spontane Tonbildung im Rohre noch brauchbar. Ich untersuchte solche von 3,85; 6,23; 7,45 und 8,15 mm Dicke und führte an ihnen wieder die Frequenz- und Luftstrommessung bei verschiedenen Lagen im Rohre aus. Von der Wiedergabe des gesamten Zahlenmaterials glaube ich Abstand nehmen zu dürfen. Bei den Scheibendicken 3,85 und 6,23 fand ich der Fig. 3 ganz analoge Tonbilder. Vor allem bleibt immer der Befund bestehen, daß jene Teiltöne sich nicht ausbilden können, die an dem Orte der jeweiligen Scheibenlage einen Knoten der Bewegung haben. Ein Unterschied macht sich jedoch vor allem bemerkbar in der Größe der Luftstromstärken, die zur Erregung eines Teiltones nötig sind. Bei der Scheibe von der Dicke 3,85 sind alle die durchschnittlichen Erregungsstromstärken wesentlich erniedrigt. Während, um ein Beispiel zu geben, bei der Scheibendicke 2,1 mm der Teilton 7 durchschnittlich bei 330 cm^3/sec ansprach, so ist bei Scheibendicke 3,85 mm die durchschnittliche Luftstromstärke für diesen Teilton 270 cm^3/sec. In analoger Weise sind auch die Stromstärken für die andern Teiltöne erniedrigt. Aber bei der nächstdicken der untersuchten Scheiben (6,23 mm) ändert sich das wieder in umgekehrter Art: man braucht da etwa die gleichen Luftmengen zur Tonerzeugung wie bei der Scheibendicke 2,1 mm und bei noch dickeren Scheiben findet man abermals eine Erniedrigung der Stromwerte. Es besteht also zwischen der Dicke der Lochscheibe und der zur Erregung eines Teiltones benötigten Luftmenge kein angebbarer einfacher Zusammenhang. (Die oben gegebene Interpolationsformel muß daher für jede Scheibendicke andre Werte der Größen w und q' erhalten, die experimentell ermittelt werden müssen.)

In Tabelle IV sind aus dem gewonnenen Zahlenmaterial jene Frequenzen und Luftstromstärken verschieden dicker Scheiben zusammengestellt, die sich auf Scheibenlagen am Austrittsende beziehen. Die Tabelle gewährt noch einige Einblicke in die Vorgänge bei der Tonbildung. Von den angeführten Dicken scheint 3,85 mm am günstigsten, sowohl deshalb, weil die Tonbildung bei den kleinsten Luftstromstärken erfolgt, wie dadurch, daß die Zahl der ansprechenden Teiltöne am größten ist. Die in dieser Hinsicht weniger günstigen dickeren Scheiben zeigen weiter das auffallende Ergebnis, daß sich bei ihnen die aufeinanderfolgenden Teiltöne nicht mehr in regelmäßiger Folge ausbilden bei zu- oder abnehmendem Luftstrome, sondern daß die Partialtonreihe oft durch einen Ton der halben oder doppelten Ordnungszahl unterbrochen wird. Z. B. bei Dicke 7,45 mm folgt auf Teilton 5 nicht Teilton 6, sondern es schiebt sich eine neue Folge 3, 4 ein; auf 4 folgt dann 8; auf 8 aber nicht 9, sondern wieder 5, 6, 7. Solche Überschneidungen treten bei den dickeren Scheiben auch in andern Scheibenlagen häufig auf und sie vor allem legen die weiter unten gegebene Deutung nahe, daß die sich an den Kanten der Löcher ausbildenden Wirbelreihen in Zusammenhang mit der Lochtiefe stehen mögen[1]).

Bei der Scheibendicke 8,15 mm sind für die gleiche Scheibenlage zwei Beobachtungsreihen angeführt. Die erste, normale, bezieht sich wie alle zuvor angegebenen Messungen auf eine Lochscheibe, die scharfe Ränder aufwies; die

1) Diese Überschneidungen, besonders in der Form, daß ein Teilton 2 m mitklingt, wenn der Teilton m erregt wird, treten auch bei dünneren Lochscheiben gelegentlich auf. In Tabelle III sind solche Stellen durch ein Sternchen gekennzeichnet.

Digitized by Google

zweite mit A bezeichnete, aber auf eine Scheibe, bei der die Ränder absichtlich möglichst sanft abgerundet waren. Dann erhält man also nur wenige Teiltöne und schließlich gar kein Ansprechen des Rohres mehr. Das steht in Einklang mit der früher bei Schlauchpfeifen gefundenen Beobachtung, daß Schläuche, deren Windungen im Innern des Rohres stark abgeflacht waren, nicht zum Tönen gebracht werden konnten. Endlich wurde statt einer Lochscheibe bestimmter Dicke ein aus Vollmessing gearbeitetes Element nebenstehender Art (Querschnitt in Fig. 5) eingesetzt, das auf der einen Seite die

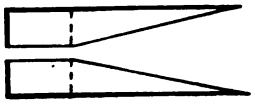


Fig. 5.

scharfen Ränder der Bohrung aufwies, auf der andern allmählich (konisch) sich dem inneren Querschnitt des Rohres anschmiegte. Ein solches Element gab (in Endlage) gut die Teiltöne 3 bis 9, wenn der Luftstrom auf die scharfen Kanten der Bohrung aufstieß, gab jedoch keine Töne, wenn es umgekehrt eingesetzt wurde und der Luftstrom allmählich dem Bohrloche zugeführt wurde. Es gab aber auch dann keine Teiltöne, unabhängig davon, welche Seite es dem Luftstrome zukehrte, nachdem es auf der Drehbank so weit abgedreht worden war, wie die punktierte Linie in der Figur anzeigt, wenn also das zylindrische Stück der Bohrung fehlte.

Dehnt man die Untersuchungen auf verschieden lange Resonanzrohre, speziell auf kürzere aus, so erhält man keine wesentlich neuen Ergebnisse. Bei kurzen Rohren sprechen die ersten Teiltöne, auch der Grundton leichter an, dafür ist die Zahl der hohen Partialtöne stark eingeschränkt. Die Frequenzen mit Lochscheibe sind gegenüber denen des leeren Resonanzrohres stärker erniedrigt; da die Breite der Lochscheiben gegen die Gesamtlänge des Rohres nicht mehr vernachlässigbar ist, machen sich die mit Querschnittsänderungen verknüpften Frequenzänderungen stärker bemerkbar. Auch treten bei den kurzen Rohren die Überschneidungen der Tonfolgen, die bei den langen Rohren nur für große Scheibendicken eintraten, stärker in Erscheinung.

Für alle die gewonnenen Ergebnisse — so scheint mir — kann man Vorgänge im Luftstrome verantwortlich machen, von denen man ein einigermaßen befriedigendes Bild erhält durch die Annahme, daß sich an den Rändern der Lochscheiben in geregelter Folge stabile Wirbelzüge ablösen, deren Geschwindigkeit dem jeweiligen Luftstrome proportional ist und deren bestimmende Einzelabstände mit den Dimensionen der Lochscheiben zusammenhängen. v. Kármán[1]) hat die Stabilitätsverhältnisse solcher parallel laufender Wirbelzüge untersucht und gefunden, daß sie stabil werden nur für ein ganz bestimmtes Verhältnis des Abstandes der parallelen Züge zum Abstande der einzelnen Wirbelfäden in diesen Zügen. Krüger[2]) hat dann mit Erfolg durch die Ergebnisse Kármáns das Entstehen der Spalt- und Schneidentöne verständlich machen können. Bei der vorliegenden Art der Tonerzeugung kann man weder von Spalt noch von Schneide sprechen; trotzdem ist es wahrscheinlich, daß an den Rändern der Lochscheibe eine periodisch geregelte Wirbelablösung erfolgt. Sie scheint freilich zur Voraussetzung zu haben, daß schon eine gewisse Unruhe im Luftstrome vorhanden ist. So leicht man nämlich mit dem Munde oder mit einer Vorrichtung ähnlich der hier benutzten (Resonanzrohr im Tubus einer Wulfschen Flasche) ein Rohr mit Lochscheibe zum Tönen bringt, so ist es mir doch nie gelungen, Töne zu erhalten, wenn der Luftstrom durch einen längeren Schlauch dem Resonanzrohre direkt zugeleitet wurde; man mußte dann schon den Schlauch an einer vom Rohre nicht zu entfernten Stelle einkneifen, also die Ruhe des Luftstromes stören, damit Tonbildung erfolgte. Auch die oben erwähnte Tatsache, daß man bei nicht ansprechender Röhre durch Stauung des austretenden Luftstromes an irgendeinem Hindernisse das Rohr zu anhaltendem Tönen bringen kann, muß so gedeutet werden. Sind aber primäre Störungen im Luftstrome vorhanden — sie werden sich vor allem am Eintrittsrande des Resonanzrohres ausbilden —, so scheint sich leicht eine geregelte Wirbelablösung am Lochrande auszubilden. Im Unterschiede gegen die von Krüger untersuchten Tonentstehungsarten wird aber hier das Tempo der Wirbelablösung nicht nur einerseits durch den Luftstrom anderseits durch Breite und Tiefe des Loches bestimmt, sondern auch durch die Länge des Resonanzrohres bedingt.

Übernehmen wir zunächst einfach die Krügersche Formel

$$N = \frac{u}{l},$$

d. h. die Frequenz ist gleich der Geschwindigkeit des Wirbelsystems, dividiert durch den Abstand aufeinanderfolgender Wirbel, so würde u

1) Th. v. Kármán, Gött. Nachr. 1912, S. 547; v. Kármán u. Rubach, Physik. Zeitschr. 13, 49, 1912.

2) F. Krüger u. E. Schmidtke, Ann. d. Phys. 60, 701, 1919; F. Krüger, ebenda 62, 673, 1920; Krüger u. Marschner, ebenda 67, 581, 1922.

Digitized by Google

vom Luftstrome, l von den Maßen der Lochscheibe abhängen. Bei gegebener Scheibe würde dann einer Frequenz nur eine ganz bestimmte Lufstromstärke zugeordnet sein, etwa jene, die man aus den punktierten Geraden der Fig. 1 ablesen kann. Da nun, wie das Experiment lehrt, auch bei benachbarten Luftstärken dieselbe Frequenz aufrecht erhalten wird, so kann dies nur die Wirkung der Resonanztöne des Rohres sein: Die im Rohre sich ausbildenden Schwingungen erzwingen eine Wirbelablösung ihres Tempos auch dann, wenn die von Kármán gefundenen Bedingungen für die Stabilität nicht mehr exakt erfüllt sind. Da dann die Wirbelzüge nicht mehr stabil sind, kippt bei weiterer Zunahme der Wirbelgeschwindigkeit der Ton leicht in die Frequenz des nächsten Teiltones um, falls die Ausbildung seiner Bewegungsknoten nicht durch die örtliche Lage der Scheiben verhindert wird. Dabei sind nun die einzelnen Teiltöne nicht sehr konstant in ihrer Frequenz, denn nicht nur die Wirbelfolge wird sich den Resonanzbedingungen des Rohres anpassen, sondern auch die Knoten- und Bauchlagen im Rohre werden der Wirbelfolge etwas nachgeben, vielleicht durch kleine Verschiebungen der Bauchlagen an den Rohrenden. Freilich bleibt die Darstellung der Vorgänge bei der Tonbildung Vermutung, bis einmal in Flüssigkeiten die Wirbelbildung genauer untersucht sein wird. Die Abhängigkeit der Tonfolgen von der Scheibendicke und Nachweis, daß bei sehr dünnen Scheiben sowie bei dicken Elementen, die keine zylindrische Bohrung haben, die Tonbildung ausbleibt, sprechen übrigens dafür, daß nicht nur die Weite der Löcher, sondern auch die Führung der Wirbel in diesen zylindrischen Bohrungen von Einfluß sind; möglicherweise findet an beiden Lochrändern eine Wirbelablösung statt.

Zusammenfassung.

Befinden sich in einem Rohre eine oder mehrere zentral durchbohrte Scheiben geeigneter Größe, so kann das Rohr durch einen Luftstrom zum Tönen gebracht werden. Die Frequenz des erregten Tones wächst mit zunehmendem Luftstrome, doch bilden sich nur der Resonanzton des Rohres und seine Obertöne aus. Es wird untersucht, wie die Lage der Scheiben, ihre Dicke und ihre Lochgröße die Tonbildung beeinflussen. Das Zustandekommen der Töne wird auf Wirbelablösung an den Rändern der Lochscheiben zurückgeführt.

Gießen, Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 29. Februar 1924.)

Der Einfluß eines Magnetfeldes auf die Polarisation des Resonanzlichts.

Von Georg Joos.

1. Einleitung.

Vor einiger Zeit teilten R. W. Wood und A. Ellett[1]) Beobachtungen über den Einfluß eines Magnetfeldes auf das Resonanzlicht von Quecksilber- und Natriumdampf mit, die insbesondere im Fall des Na zunächst höchst verwickelt erscheinen. Es läßt sich nun zeigen, daß die Woodschen Beobachtungen sich restlos durch Zeemaneffekt erklären lassen. Auf Grund von Erwägungen über die Analogie von Emissions- und Absorptionsspektrum (Kirchhoffsches Gesetz) haben ferner P. D. Foote, A. E. Ruark und F. L. Mohler[2]) geschlossen, daß bei optischer Anregung von Na-Dampf, der sich im Magnetfeld befindet, unter gewissen Bedingungen das Resonanzlicht der D_2-Linie statt 6 nur 4 Komponenten enthalten kann. Es wird nun unter anderem bewiesen, daß in den Woodschen Versuchen auch die Ausführung des Foote-Ruarkschen Vorschlags enthalten ist mit dem Unterschied, daß das Resonanzlicht nicht spektral zerlegt wird, so daß sich das erwartete Ausfallen von 2 Komponenten nur dadurch bemerkbar macht, daß in dem beobachteten Gesamtlicht eine Polarisationsrichtung überwiegt.

2. Die magnetischen Niveaus der D-Linien.

Zunächst müssen wir uns einen Überblick über die verschiedenen Niveaus verschaffen, welche das Na-Atom im Magnetfeld im Normal- ($1s$-) und angeregten ($2p_i$)-Zustand einnimmt. Für die beobachtete Gesamtwirkung wird das Zerlegungsbild der D_2-Linie ausschlaggebend sein, da diese doppelt so stark ist als die D_1-Linie.

In Fig. 1 ist links an jedes Niveau die zugehörige magnetische Quantenzahl angeschrieben, während die Zahlen rechts eine willkürliche Bezifferung bedeuten, die zur raschen Kennzeichnung im folgenden benutzt werden wird. Die vorkommenden Übergänge sind durch Pfeile markiert, deren Richtung dem Emissionsvorgang entspricht und die durch die Buchstaben a—k gekennzeichnet sind. Senkrecht unter jedem dieser Pfeile ist die im Transversaleffekt beobachtete Polarisation angegeben, wobei || bedeutet, daß der elektrische Vektor parallel zum Magnetfeld liegt. Bei longitudinaler Beobachtung verschwinden bekanntlich die ||-Komponenten,

1) R. W. Wood u. A. Ellett, Proc. Roy. Soc. **A. 103**, 396, 1923.

2) P. D. Foote, A. E. Ruark u. F. L. Mohler, Journ. Opt. Soc. Am. 7, 414, 1923.

Digitized by Google

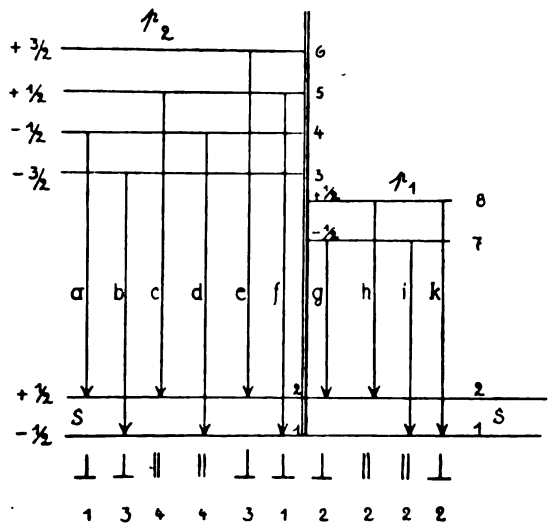


Fig. 1.

während die ⊥-Komponenten zirkular polarisiert sind. Die Zahlen unter den Polarisationszeichen bedeuten die relativen Intensitäten der betreffenden Komponente, wie sie aus der Voigt-Sommerfeldschen Koppelungstheorie[1]) folgen. Wenn dieser auch die Vorstellungen der klassischen Theorie zugrunde liegen, so dürften entsprechend der gerade bei Intensitätsfragen sehr weitgehenden Korrespondenz zwischen den Ergebnissen der klassischen und der Quanten-Theorie die so gefundenen Intensitätsverhältnisse der Wirklichkeit sehr nahe kommen. Im übrigen würden auch die nur wenig abweichenden Werte, die Sommerfeld und Heisenberg[2]) mittels des Korrespondenzprinzips aus Modellvorstellungen ableiten, das Resultat nicht ändern.

3. Relative Übergangswahrscheinlichkeit und Intensität der Zeeman-Komponenten im Resonanzlicht.

An Hand des Niveauschemas lassen sich die Woodschen Beobachtungen erklären, sobald man eine Beziehung hat zwischen den relativen Intensitäten der Linien im Resonanzlicht und denen in der Absorption. Diese Beziehung läßt sich folgendermaßen finden: Zunächst ordnen wir jedem Übergang von einem der beiden Grundniveaus 1 und 2 nach einem höheren Niveau eine Übergangswahrscheinlichkeit zu, die wir mit $k_a, k_b \ldots$ bezeichnen. Ebenso führen wir für die Rückkehr in den Grundzustand 1 oder 2 Übergangswahrscheinlichkeiten $l_a, l_b \ldots$ ein. Diese beiden Wahrscheinlichkeitskoeffizienten sind für die Intensität des Resonanzlichts allein maßgebend. Daß nicht etwa ein Ausgleich der Konzentrationen der angeregten Atome nach Maßgabe der statistischen Gewichte (a priori-Wahrscheinlichkeiten) der angeregten Zustände stattfindet, schließen wir aus folgendem: Nach Beobachtungen von Wood und L. Dunoyer enthält das Resonanzlicht des Na-Dampfs bei Bestrahlung mit dem Licht der einen D-Linie nur dieses, wenn der Dampf rein ist. Bei Gegenwart von Verunreinigungen dagegen erscheinen beide Linien im Resonanzlicht. In diesem Fall hat sich in der Zeit zwischen Absorption und Reemission die den betreffenden statistischen Gewichten entsprechende Verteilung zwischen dem p_1 und p_2-Niveau eingestellt. Daß aber Wood sehr reinen Dampf gehabt hat, dürfte schon daraus hervorgehen, daß er bei Ausschaltung des Magnetfeldes und Erregung mit polarisiertem Licht eine allerdings schwache Polarisation des Resonanzlichts beobachtete, die, wie die Beobachtungen am Quecksilber zeigten, durch Wärmezusammenstöße und fremde Gase leicht vernichtet wird.

Es beträgt nun die sekundliche Zunahme von Atomen, die sich beispielsweise im Zustand des Niveaus 4 befinden,

$$\left(\frac{dn_4}{dt}\right)_+ = k_a n_2 + k_d n_1, \qquad (1)$$

während die Abnahme in der Zeiteinheit zu

$$\left(\frac{dn_4}{dt}\right)_- = (l_a + l_d)\, n_4 \qquad (2)$$

wird.

Die Intensität der Komponente a ist nun offenbar proportional zur Zahl der Übergänge $4 \to 2$ in der Sekunde. Das Produkt $l_a n_4$ ist also ein Maß für die Intensität der Komponente a. Somit ist, wenn wir die Intensität der Komponente a bis auf einen Maßfaktor kurzerhand mit a bezeichnen:

$$a = l_a n_4. \qquad (3)$$

Ferner kommt erfahrungsgemäß[1]) den beiden Einstellungen des Na-Atoms im s-Zustand, die den Niveaus 1 und 2 entsprechen, dasselbe Gewicht zu, so daß wir $n_2 = n_1 = 1$ setzen dürfen, wodurch wir gleichzeitig den Maßfaktor festlegen.

Es wird sich nun kurze Zeit nach Einsetzen des erregenden Lichts ein stationärer Zustand einstellen, bei dem ebensoviel Atome in einem der angeregten Zustände 3 bis 8 entstehen wie vergehen, so daß sich aus (1) und (2) ergibt:

$$a + d = k_a + k_d, \qquad (4)$$

1) A. Sommerfeld, Nachr. d. K. Ges. d. Wiss. zu Göttingen, 1914.

2) A. Sommerfeld u. W. Heisenberg, Zeitschr. f. Phys. 11, 131, 1922.

1) Z. B. im Stern-Gerlachschen Versuch.

Digitized by Google

ebenso findet man

$$\left.\begin{aligned} b &= k_b \\ c+f &= k_c + k_f \\ e &= k_e \\ g+i &= k_g + k_i \\ h+k &= k_h + k_k. \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

Auf Grund des Kirchhoffschen Satzes müssen wir nun bei transversaler anregender Bestrahlung die Wahrscheinlichkeitsfaktoren k_i den bei transversaler Beobachtung sich ergebenden Intensitäten gleichsetzen, und zwar gilt dies dann und nur dann, wenn wir mit gewöhnlichem Licht anregen. Bei Anregung mit polarisiertem Licht müssen wir dagegen einzelne dieser Faktoren gleich Null setzen, nämlich diejenigen Komponenten, welche bei der Emission in Richtung der anregenden Strahlung eine Lage des elektrischen Vektors ergeben, der auf dem der anregenden Strahlung senkrecht steht. Ebenso können bei longitudinaler Bestrahlung die zum Magnetfeld parallel polarisierten Komponenten nicht absorbiert werden.

Die Gleichungen (5) geben teilweise nur die Summe von 2 Komponenten. Die Einzelwerte der Intensitäten erhält man aber aus der naheliegenden Überlegung, daß das Verhältnis der Intensitäten zweier Linien, die vom gleichen angeregten Niveau ausgehen, dasselbe ist wie beim gewöhnlichen Zeemaneffekt. Denn für die Rückkehr aus dem angeregten Zustand ist es natürlich gleichgültig, auf welche Weise er entstanden ist, d. h. die Verteilung auf die verschiedenen Möglichkeiten der Rückkehr ist von den äußeren Bedingungen ganz unabhängig. Wir erhalten so aus den Intensitätsverhältnissen, wie sie in Fig. 1 eingetragen sind, die Beziehungen:

$$\left.\begin{aligned} a:d &= 1:4 \qquad g:i = 1:1, \\ c:f &= 4:1 \qquad h:k = 1:1. \end{aligned}\right| \quad (6)$$

4. Der experimentelle Befund bei den Woodschen Versuchen an *Na*.

Wir legen (vgl. Fig. 2) die Y-Achse eines räumlichen Koordinatensystems in der Richtung

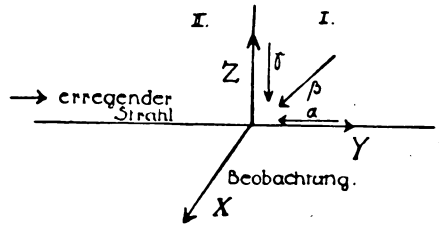


Fig. 2.

des anregenden Strahls, die X-Achse in die zum anregenden Strahl senkrechte Beobachtungsrichtung, die Z-Achse senkrecht auf der durch die beiden Achsen bestimmten Ebene. Bezeichnen wir die Parallelität zur X-Achse einfach mit X, so lassen sich die Ergebnisse der Wood-Ellettschen Versuche, bei denen die Richtung des Magnetfelds innerhalb des 1. Quadranten der YZ-Ebene gedreht wurde, durch folgendes Schema darstellen:

Elektr. Vekt. des anregenden Lichts	Magnetfeld	Polarisationsgrad	Elektr. Vekt. des Resonanzlichts
a) Z	α) Y	ca. 30 Proz.	Z
	β) diagonal	0	(diagonal im 2. Quadranten)
	γ) Z	stark	Z
b) X	α) Y	stark	Z
	β) diagonal	stark	diagonal im 2. Quadranten
	γ) Z	stark	Y

Im Fall *a*) dreht sich der elektrische Vektor des Resonanzlichts bei Drehung des Magnetfelds unter gleichzeitiger Abnahme des Polarisationsgrads bis zu der Diagonalstellung, bei der er unter 45^0 gegen die Y- und Z-Achse geneigt ist. In dieser Lage verschwindet gleichzeitig die Polarisation. Bei weiterer Drehung des Magnetfelds kehrt der elektrische Vektor um und hat bei vertikalem Magnetfeld wieder vertikale Richtung.

Der Unterfall a_γ entspricht dem Vorschlag von Foote und Ruark. In diesem Fall fehlen, wie unten gezeigt wird, im Resonanzlicht 2 Komponenten von D_2.

Im Fall *b*) ist der elektrische Vektor stets senkrecht zum Feld, und dreht sich mit diesem, ohne daß eine Abnahme des Polarisationsgrads stattfindet.

5. Deutung dieser Ergebnisse durch Zeemaneffekt.

Wenn wir diejenigen Übergangswahrscheinlichkeiten für die Absorption nullsetzen, die zu Linien gehören, deren Polarisation bei Emission in Richtung des einfallenden Strahls zu dessen Polarisationsebene senkrecht ist und für die Aufteilung der Intensitätssumme zweier vom gleichen angeregten Niveau ausgehenden Linien die Beziehungen (6) berücksichtigen, erhalten wir die Intensitäten der einzelnen Komponenten im Resonanzlicht. Durch Addieren einerseits der zum Magnetfeld parallelen, andererseits der dazu senkrechten Intensitäten erhält man die Lage des elektrischen Vektors im Resonanzlicht und den Polarisationsgrad in bekannter Weise durch den Bruch

$$\frac{J_\perp - J_\parallel}{J_\perp + J_\parallel}.$$

Digitized by Google

Die Fälle a_β und b_β (Diagonalstellung des Magnetfelds) sind komplizierter zu behandeln und sollen daher zunächst zurückgestellt werden.

Im Fall a_α erhält man:

$$\begin{array}{r} b = 3 \\ a + d = 1 + 0 \\ c + f = 0 + 1 \\ e = 3 \\ g + i = 2 + 0 \\ k + k = 0 + 2 \end{array}$$

wegen (6) wird:

$\perp$		$\parallel$	
a	$^1/_5$	d	$^4/_5$
b	3	c	$^4/_5$
e	3	h	1
f	$^1/_5$	i	1
g	1		3,6
k	1		
	8,4		

Polarisationsgrad 40 Proz., elektrischer Vektor senkrecht zum Magnetfeld, also parallel der Z-Achse.

Fall a_γ (Fall von Foote und Ruark):

$$\begin{array}{r} b = 0 \\ a + d = 0 + 4 \\ c + f = 4 + 0 \\ e = 0 \\ g + i = 0 + 2 \\ h + k = 2 + 0 \end{array}$$

hieraus:

$\perp$		$\parallel$	
a	$^4/_5$	d	$3^1/_5$
b	0	c	$3^1/_5$
e	0	h	1
f	$^4/_5$	i	1
g	1		8,4
k	1		
	3,6		

Polarisationsgrad 40 Proz., elektrischer Vektor parallel zum Feld, also wieder parallel der Z-Achse.

Fall b_α:

$$\begin{array}{r} b = 3 \\ a + d = 1 + 0 \\ c + f = 0 + 1 \\ e = 3 \\ g + i = 2 + 0 \\ h + k = 0 + 2 \end{array}$$

hieraus:

$\perp$		$\parallel$	
a	$^1/_5$	c	$^4/_5$
b	3	d	$^4/_5$
e	3	h	1
f	$^1/_5$	i	1
g	1		3,6
k	1		
	8,4		

Polarisationsgrad 40 Proz., elektrischer Vektor senkrecht zum Magnetfeld, also parallel zur Z-Achse.

Fall b_γ:

$$\begin{array}{r} b = 3 \\ a + d = 1 + 0 \\ c + f = 0 + 1 \\ e = 3 \\ g + i = 2 + 0 \\ h + k = 0 + 2 \end{array}$$

hieraus:

$\perp$		$\parallel$	
a	$^1/_5$	c	$^4/_5$
b	3	d	$^4/_5$
e	3	h	1
f	$^1/_5$	i	1
g	1		3,6
k	1		
	8,4		

Polarisationsgrad 40 Proz., elektrischer Vektor senkrecht zum Feld, also parallel der Y-Achse.

Um nun auch die verwickelteren Fälle der Diagonalstellung des Magnetfeldes (a_β und b_β) behandeln zu können, betrachten wir in bekannter Weise durch Zerlegung der Schwingungskomponenten die beim Emissionsvorgang in Richtung des einfallenden Strahls ausgestrahlten Intensitäten, und zwar getrennt nach den Lagen des elektrischen Vektors, je nachdem dieser parallel der X- oder parallel der Z-Achse ist. Für die Anregung mit parallel der X-Achse polarisiertem Licht sind dann die Übergangswahrscheinlichkeiten den parallel der X-Achse schwingenden Intensitäten proportional. So erhält man:

	X	Z		X	Z
k_a	1	$^1/_2$	k_f	1	$^1/_2$
k_b	3	$^3/_2$	k_g	2	1
k_c	0	2	k_h	0	1
k_d	0	2	k_i	0	1
k_e	3	$^3/_2$	k_k	2	1

Im Fall a_β (elektrischer Vektor des erregenden Lichts parallel der Z-Achse):

$$\begin{array}{r} b = {}^3/_2 \\ a + d = {}^1/_2 + 2 \\ c + f = 2 + {}^1/_2 \\ e = {}^3/_2 \\ g + i = 1 + 1 \\ h + k = 1 + 1 \end{array}$$

hieraus:

$\perp$		$\parallel$	
a	$^1/_2$	c	2
b	$^3/_2$	d	2
e	$^3/_2$	h	1
f	$^1/_2$	i	1
g	1		6
k	1		
	6		

Polarisationsgrad 0.

Im Fall b_β (elektrischer Vektor des erregenden Lichts parallel der X-Achse):

$$\begin{array}{r} b = 3 \\ a + d = 1 + 0 \\ c + f = 0 + 1 \\ e = 3 \\ g + i = 2 + 0 \\ h + k = 0 + 2 \end{array}$$

hieraus:

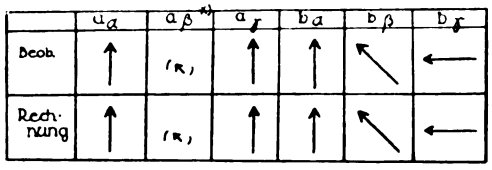
$\perp$		$\parallel$	
a	$^1/_5$	c	$^4/_5$
b	3	d	$^4/_5$
e	3	h	1
f	$^1/_5$	i	1
g	1		8,4
k	1		
	3,6		

Polarisationsgrad 40 Proz. Lage des elektrischen Vektors senkrecht zur Feldrichtung, also diagonal im 2. Quadranten der YZ-Ebene.

In gleicher Weise findet man für beliebige Zwischenlagen Polarisationsgrad und Lage des elektrischen Vektors. So ergibt sich z. B. bei einem Winkel von 60° zwischen Magnetfeld und Z-Achse im Fall *a*) ein Polarisationsgrad von 20 Proz. und eine Neigung des elektrischen Vektors von 30° gegen die Z-Achse im 2. Quadranten der YZ-Ebene, im Fall *b*) dagegen bei gleicher Lage des elektrischen Vektors keine Verminderung der sonst 40 Proz. betragenden Polarisation, ganz in Übereinstimmung mit den Woodschen Versuchen, die im Fall *b*) bei Drehung des Magnetfelds wohl eine Drehung des elektrischen Vektors, dagegen keine Abnahme des Polarisationsgrads ergaben. In dem

Digitized by Google

beigezeichneten Schema (Fig. 3) ist zum Vergleich zwischen Rechnung und Beobachtung die



*) keine Polarisation.

Fig. 3.

Lage des elektrischen Vektors in den Fällen a_α) bis b_γ) eingetragen. Wie man sieht, ist die Übereinstimmung vollkommen.

Wood erwähnt noch den Fall, daß das Magnetfeld parallel zur Beobachtungsrichtung angelegt ist, wodurch eine Auslöschung der Polarisation bewirkt wird. Auch dies wird durch den Zeemaneffekt erklärt: Die Beobachtungsrichtung entspricht jetzt dem Longitudinaleffekt, bei welchem nur zirkular polarisiertes Licht auftritt, das bei der Woodschen Anordnung wie unpolarisiertes Licht wirkte, eine Erklärung, die bereits in der Woodschen Arbeit erwähnt ist, ohne daß allerdings auf die Entstehung der Zirkularpolarisation eingegangen wird.

6. Die Woodschen Beobachtungen an Quecksilberdampf.

Die Beobachtungen an Quecksilberdampf unterscheiden sich von denen an Natriumdampf dadurch, daß auch bei Ausschaltung jeden Feldes starke Polarisation (bis 90 Proz.) auftritt, wenn wieder längs der X-Achse beobachtet wird und der elektrische Vektor parallel zur Z-Achse liegt. Dabei dürfte die Ursache lediglich darin liegen, daß Hg-Dampf der erforderlichen Dichte bei viel niedrigeren Temperaturen vorhanden ist als Na-Dampf, so daß die Störungen durch die Wärmebewegung viel kleiner sind. Vom Standpunkt der klassischen Theorie ist eine derartige Polarisation zu erwarten. Denn ein isotrop gebundener Oszillator kann durch eine derart polarisierte Welle nur zu Schwingungen parallel der Z-Achse angeregt werden, die ihrerseits wieder parallel der Z-Achse polarisiertes Resonanzlicht ergeben. Auch ein anisotrop gebundener Oszillator, der nur eine Schwingungsachse besitzt, ergibt, wie eine einfache Rechnung zeigt, teilweise Polarisation. Unpolarisiertes Resonanzlicht bei Anregung mit polarisiertem Licht ist daher vom Standpunkt der klassischen Theorie nicht zu verstehen. Gerade umgekehrt liegt die Sache vom Standpunkt der Bohrschen Theorie. Ist das Atom durch Absorption von polarisiertem oder unpolarisiertem Licht in einen angeregten Zustand übergegangen, so ist zunächst nicht einzusehen, daß zwischen dem bei der Reemission ausgestrahlten Resonanzlicht und dem anregenden Licht noch ein Zusammenhang bestehen soll. Die von Wood gefundenen Tatsachen zwingen daher zu der Annahme, daß auch im Feld der Lichtstrahlen eine Einstellung der Atome erfolgt. Versuche, eine anderweitige Folge dieser Einstellung betreffend, sind im hiesigen Institut in Vorbereitung.

Der Einfluß eines Magnetfeldes auf das Resonanzlicht besteht nach den Versuchen von Wood nur in einer Zerstörung der Polarisation, die stets dann eintritt, wenn das Magnetfeld eine Komponente parallel zum magnetischen Vektor des erregenden Lichts besitzt. Dies läßt sich auf dieselbe Weise, wie beim Na-Dampf durch Zeemaneffekte erklären. Entsprechend dem einfachen Zeemantyp der Linie 2537 wird die Rechnung wesentlich einfacher.

Der tiefere Grund für die polarisationsvernichtende Wirkung des Magnetfeldes liegt offenbar darin, daß das angeregte Quecksilberatom ein magnetisches Moment besitzt und sich deshalb zum Magnetfeld einstellen muß. Dadurch wird aber die zur Hervorrufung von feldfrei polarisiertem Resonanzlicht erforderliche Einstellung zum Lichtstrahl gestört. Das Interessante an den Woodschen Versuchen ist, daß die magnetische Einstellung schon bei ganz schwachen Feldern stattfindet, bei denen an eine spektroskopische Beobachtung des Aufspaltungsbildes noch nicht zu denken ist. Trotzdem machen sich die einzelnen Komponenten durch ihren Einfluß auf die Polarisation bemerkbar.

Zusammenfassung.

A. Die Beeinflussung der Polarisation des Resonanzlichts durch ein Magnetfeld ist eine Folge des Zeemaneffekts und läßt sich durch diesen vollständig erklären.

B. Die Tatsache, daß bei Abwesenheit jeglichen Feldes das mit geeignet polarisiertem Licht hervorgerufene Resonanzlicht selbst polarisiert ist, zwingt zu der Annahme, daß das Atom sich relativ zum Lichtstrahl einstellt.

München, Physikalisches Institut der Technischen Hochschule, März 1924.

(Eingegangen 11. März 1924.)

Digitized by Google

Zur Theorie des Heliums.

Von Felix Joachim v. Wiśniewski.

In letzter Zeit sind mehrere Arbeiten von A. Landé[1]), Fr. Tank[2]) und Born u. Heisenberg[3]) über das Heliumatom veröffentlicht worden, aber mit negativem Erfolge. Dieses hat selbst zu der Meinung geführt, daß die Prinzipien der klassischen Mechanik zur Beschreibung der Bewegung mehr als zweier Elektronen nicht ausreichen.

Trotzdem werde ich hier nochmals dasselbe Problem auf einem etwas verschiedenem Wege, als die obengenannten Forscher eingeschlagen haben, durchrechnen und zeigen, daß die auf theoretischem Wege erhaltenen Korrektionen der Terme sehr gut mit den für das Parhelium bestimmten übereinstimmen und daß dieses besonders gut für den *d*-Term zutrifft.

Die hier gestellte Aufgabe reduziert sich zur Lösung des Dreikörperproblems.

Wir werden dieses Problem lösen unter der Voraussetzung, daß der Kern ruht und das erste Elektron sich um den Heliumkern auf einem Kreise vom Radius c und mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit n bewegt.

Das Dreikörperproblem reduziert sich also zur Bestimmung der Bewegung des zweiten Elektrons.

Im folgenden werde ich mit ϱ den Abstand des zweiten Elektrons vom Kerne und mit r den Abstand beider Elektronen bezeichnen.

Die Koordinaten des zweiten Elektrons, bezogen auf den Kern, werde ich mit ξ, η, ζ bezeichnen und die Koordinaten des ersten Elektrons mit ξ_0, η_0, da der Annahme nach das erste Elektron sich in der Ebene ξ, η ($\zeta = 0$) bewegen soll.

Die rechtwinkligen Koordinaten der Kraft F, welche auf das zweite Elektron wirkt, sind:

$$F_x = -\frac{Ee}{\varrho^3}\xi + \frac{e^2}{r^3}(\xi - \xi_0);$$
$$F_y = -\frac{Ee}{\varrho^3}\eta + \frac{e^2}{r^3}(\eta - \eta_0);$$
$$F_z = -\frac{Ee}{\varrho^3}\zeta + \frac{e^2}{r^3}\zeta,$$

wo

$$\varrho^2 = \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2;$$
$$r^2 = (\xi - \xi_0)^2 + (\eta - \eta_0)^2 + \zeta^2.$$

E bezeichnet hier die positive Kernladung und e die negative Ladung des Elektrons.

Die Bewegungsgleichungen des zweiten Elektrons sind dann:

$$m\ddot{\xi} = -\frac{Ee}{\varrho^3}\xi + \frac{e^2}{r^3}(\xi - \xi_0);$$
$$m\ddot{\eta} = -\frac{Ee}{\varrho^3}\eta + \frac{e^2}{r^3}(\eta - \eta_0);$$
$$m\ddot{\zeta} = -\frac{Ee}{\varrho^3}\zeta + \frac{e^2}{r^3}\zeta.$$

m träge Masse des Elektrons.

Führen wir jetzt statt ξ, η, ζ neue Koordinaten x, y, z durch folgende Relationen ein:

$$\xi = x\cos(nt) - y\sin(nt); \quad \xi_0 = c\cos(nt),$$
$$\eta = x\sin(nt) + y\cos(nt); \quad \eta_0 = c\sin(nt),$$
$$\zeta = z; \quad \zeta_0 = 0,$$

wo n die Winkelgeschwindigkeit des ersten Elektrons ist.

Die Bewegungsgleichungen in den neuen Koordinaten lauten:

$$m\ddot{x} - 2mn\dot{y} - mn^2x = -\frac{Ee}{\varrho^3}x + \frac{e^2}{r^3}(x - c),$$
$$m\ddot{y} + 2mn\dot{x} - mn^2y = -\frac{Ee}{\varrho^3}y + \frac{e^2}{r^3}(y),$$
$$m\ddot{z} = -\frac{Ee}{\varrho^3}z + \frac{e^2}{r^3}z,$$

wo

$$\varrho^2 = x^2 + y^2 + z^2; \quad r^2 = (x - c)^2 + y^2 + z^2.$$

Das einzige bekannte Integral dieses Systems von Differentialgleichungen ist das sogenannte Jacobische Integral:

$$\frac{m}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - \frac{m}{2}n^2(x^2 + y^2) - \frac{Ee}{\varrho} + \frac{e^2}{r} = h_0.$$

Für den Ausdruck der kinetischen Energie T haben wir:

$$T = \frac{m}{2}\left\{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2 + 2n(x\dot{y} - y\dot{x}) + n^2(x^2 + y^2)\right\}.$$

Die totale Energie E_0 ist

$$E_0 = T + U,$$

wo

$$U = -\frac{Ee}{\varrho} + \frac{e^2}{r}.$$

Führen wir weiter statt x, y, z die Polarkoordinaten ϱ, φ, Θ durch folgende bekannte Gleichungen ein:

$$x = \varrho\cos\Theta\cos\varphi; \quad y = \varrho\cos\Theta\sin\varphi;$$
$$z = \varrho\sin\Theta.$$

Für das Jacobische Integral und die kine-

1) A. Landé, Störungstheorie des Heliums, diese Zeitschr. **5**, 114. 1920.

2) Fr. Tank, Über Serienspektren, Ann. d. Phys. **59**, 293, 1919.

3) Born u. Heisenberg, Die Elektronenbahnen im angeregten Heliumatom, Zeitschr. f. Phys. **16**, 229, 1923.

Digitized by Google

tische Energie T haben wir in Polarkoordinaten folgende Ausdrücke:

$$\frac{m}{2}\left\{\dot\varrho^2+\varrho^2\dot\Theta^2+\varrho^2\cos^2\Theta\,\dot\varphi^2\right\}-$$
$$-\frac{m}{2}n^2\varrho^2\cos^2\Theta+U=h_0;$$
$$T=\frac{m}{2}\left\{\dot\varrho^2+\varrho^2\dot\Theta^2+\varrho^2\cos^2\Theta\,\dot\varphi^2+\right.$$
$$\left.+2n\varrho^2\cos^2\Theta\,\dot\varphi+n^2\varrho^2\cos^2\Theta\right\}.$$

Die Impulse p_ϱ, p_Θ, p_φ lauten:

$$p_\varrho=\frac{\partial T}{\partial\dot\varrho}=m\dot\varrho;\quad p_\Theta=\frac{\partial T}{\partial\dot\Theta}=m\varrho^2\dot\Theta;$$
$$p_\varphi=\frac{\partial T}{\partial\dot\varphi}=m\varrho^2\cos^2\Theta\,\dot\varphi+nm\varrho^2\cos^2\Theta.$$

Führen wir jetzt statt ϱ', Θ', φ' die ihnen entsprechenden Impulse p_ϱ, p_Θ, p_φ in die Ausdrücke des Jacobischen Integrals und der kinetischen Energie T ein. Dann erhalten wir:

$$\frac{1}{2m}p_\varrho^2+\frac{1}{2m}\frac{p_\Theta^2}{\varrho^2}+\frac{1}{2m}\frac{p_\varphi^2}{\varrho^2\cos^2\Theta}-np_\varphi+U=h_0;$$
$$T=\frac{1}{2m}p_\varrho^2+\frac{1}{2m}\frac{p_\Theta^2}{\varrho^2}+\frac{1}{2m}\frac{p_\varphi^2}{\varrho^2\cos^2\Theta}.$$

Es muß hier bemerkt werden, daß das Jacobische Integral nichts anderes ist als die Hamiltonsche Funktion H, weil:

$$h_0=T-T_1-2T_0+U$$

ist, wo

$$T_1=nm\varrho^2\cos^2\Theta\,\dot\varphi;\quad T_0=\frac{m}{2}n^2\varrho^2\cos^2\Theta,$$

und für H haben wir den bekannten Ausdruck[1])

$$H=T-T_1-2T_0+U,$$

also

$$H=h_0.$$

Im folgenden werde ich mich auf den Fall beschränken, daß c klein gegen ϱ ist. Dann haben wir für $\frac{1}{r}$ folgende Entwicklung:

$$\frac{1}{r}=\frac{1}{\varrho}\left[1-2\frac{c}{\varrho}\cos\tilde\omega+\frac{c^2}{\varrho^3}\right]^{-\frac{1}{2}}=$$
$$=\frac{1}{\varrho}+\frac{c}{\varrho^2}\cos\tilde\omega+\frac{1}{2}\frac{c^2}{\varrho^3}(3\cos^2\tilde\omega-1)+\cdots,$$

wo $\tilde\omega$ die Neigung des Radius ϱ gegen c bezeichnet. Da im Mittel

$$\overline{\cos\omega}=0;\quad\overline{\cos^2\omega}=\frac{1}{2}$$

ist, so haben wir durchschnittlich

$$\frac{1}{r}=\frac{1}{\varrho}+\frac{1}{4}\frac{c^2}{\varrho^3}+\cdots,$$

1) Charlier, Mechanik des Himmels, 1. Bd.

Durch Einsetzung dieses Wertes von $\frac{1}{r}$ in den Ausdruck von H erhalten wir

$$H=h_0=\frac{p_\varrho}{2m}+\frac{1}{2m}\frac{p_\Theta^2}{\varrho^2}+\frac{1}{2m}\frac{p_\varphi^2}{\varrho^2\cos^2\Theta}-$$
$$-np_\varphi-\frac{e(E-e)}{\varrho}+\frac{e^2}{4}\frac{c^2}{\varrho^3}.$$

Die Separation der Veränderlichen wird erreicht durch folgende Werte von p_ϱ, p_Θ, p_φ:

$$p_\varphi=\Delta,\quad p_\Theta=\sqrt{\alpha^2-\frac{\Delta^2}{\cos^2\Theta}};$$
(α, Δ Konstante)
$$p_\varrho=\sqrt{2m(h_0+n\Delta)+\frac{2me(E-e)}{\varrho}-\frac{\alpha^2}{\varrho^2}-\frac{m}{2}e^2\frac{c^2}{\varrho^3}}.$$

Die Quantenbedingungen lauten:

a) $nh=\oint p_\varrho\,d\varrho$; b) $n_1h=\oint p_\varphi\,d\varphi$;

c) $n_2h=\oint p_\Theta\,d\Theta$.

Aus der Quantenbedingung b) erhalten wir sofort:

$$\Delta=n_1\frac{h}{2\pi}.$$

Aus der Quantenbedingung c) erhalten wir durch Integration auf komplexem Wege:

$$2\pi\alpha=(n_2-n_1)h.$$

Aus der Quantenbedingung a) erhalten wir durch Anwendung des von Herrn Sommerfeld für das Integral[1])

$$J=\oint d\varrho\sqrt{A+\frac{2B}{\varrho}+\frac{C}{\varrho^2}+\frac{D_1}{\varrho^3}}\qquad(\alpha)$$

gegebenen Ausdruck

$$J=-2\pi i\left\{\sqrt{C}-\frac{B}{\sqrt{A}}-\frac{BD_1}{2C\sqrt{C}}\right\}$$

oder

$$A=-\frac{4\pi^2B^2}{\left[J+2\pi i\sqrt{C}-\pi i\frac{D_1B}{C\sqrt{C}}\right]^2},$$

für h_0 den folgenden Ausdruck

$$h_0+n\Delta=$$
$$=-\frac{\frac{2\pi^2me^4}{h^2}\left[\frac{E}{e}-1\right]^2}{\left[n+n_2-n_1+4\pi^4m^2e^4\frac{c^2\left(\frac{E}{e}-1\right)}{h^4(n_2-n_1)^2}\right]^2},$$

wo man für die Konstanten A, B, C, D_1 folgende Werte benützt hat:

1) A. Sommerfeld, Atombau und Spektralinien.

Digitized by Google

$$A = 2m(h_0 + n\Delta); \quad B = mc^2\left(\frac{E}{e} - 1\right);$$
$$C = -\alpha^2; \quad \sqrt{C} = -i\alpha; \quad J = nh;$$
$$D_1 = -\frac{n}{2}e^2C^2,$$

die aus der Identifizierung des Integrals (α) mit der Quantenbedingung a) folgen.

Für den totalen Wert der Energie

$$E_0 = T + U$$

erhalten wir:

$$E_0 = h_0 + n\Delta,$$

weil

$$T = h^0 + T_1 + 2T_0 - U$$

und

$$T_1 + 2T_0 = np_\varphi = n\Delta.$$

Also durch Einsetzen des Wertes von $h_0 + n\Delta$ haben wir:

$$E_0 = -\frac{Nh}{[n + n_2 - n_1 + \sigma]^2}\left[\frac{E}{e} - 1\right]^2,$$

wo

$$\sigma = \frac{1}{4}\frac{\frac{E}{e} - 1}{\left(\frac{E}{e}\right)^2}\frac{s^4}{(n_2 - n_1)^3},$$

da wir

$$C = \frac{h^2}{4\pi^2 me^2}\frac{s^4}{\left(\frac{E}{e}\right)^2} \quad (s = 1, 2 \cdots)$$

gesetzt haben, und

$$N = \frac{2\pi^2 me^4}{h^3}.$$

Für das Helium haben wir

$$\frac{E}{e} = 2; \quad s = 1,$$

weil wir annehmen, daß das erste Elektron auf einer einquantigen Bahn kreist.

Für σ_{Hel} haben wir also:

$$\sigma_{Hel} = \frac{1}{16}\frac{1}{(n_2 - n_1)^3}. \qquad (a)$$

In der untenstehenden Tabelle stellen wir die nach der Formel (a) für ganze Zahlen von $(n_2 - n_1)$ berechneten Werte von σ_{Hel} mit den Korrektionen des p-, d- und b-Terms des Ortho- und Parheliums zusammen:

	p		d	b
$n_2 - n_1$	-1	$+2$	-3	-4
σ-Theorie	$-0{,}0624$	$0{,}00781$	$-0{,}0023$	$-0{,}000976$
σ-Parhelium	—	$0{,}009$	$-0{,}0022$	$-0{,}00085 \rightarrow -0{,}002$
σ-Orthohelium . . .	$-0{,}0657$	—	$-0{,}0026$	$-0{,}00103$

Für die p-Terme sind die theoretischen Werte im Vergleich mit den empirischen zu klein, was davon abhängen kann, daß unsere vereinfachenden Annahmen nicht streng genug erfüllt sind im Falle, daß das zweite Elektron sich in der Nähe des Kerns und des ersten Elektrons bewegt.

Bei den d- und b-Termen ist die Übereinstimmung gut.

Wie obenstehende Tabelle lehrt, kann der theoretisch bestimmte Wert von σ_{Hel} als Mittelwert zwischen den σ-Termen des Ortho- und Parheliums angesehen werden.

Es wäre zu wünschen, den hier bestimmten Ausdruck von σ für das einfach ionisierte Lithium zu prüfen.

Für einfach ionisiertes Lithium haben wir:

$$\sigma^+_{Lit} = \frac{1}{18}\frac{1}{(n_2 - n_1)^3},$$

weil

$$\frac{E}{e} = 3$$

ist.

(Eingegangen 23. Februar 1924.)

Über die durch Kationenstöße aus Platin ausgelösten Elektronenströme im Hochvakuum.

Von Eugen Badareu.

Für die Theorie des normalen Kathodenfalles wie auch für die Erklärung der Erscheinungen, die sich im Glimmlicht einer Glimmentladung abspielen, ist es von großer Wichtigkeit, die Ionisationsfähigkeit der Kationen bei ihrem Zusammenstoß mit der Kathode zu kennen. Nach Stark[1]) müssen die Kationen, um die Kathode ionisieren zu können, ein gewisses Minimum von Energie besitzen, welch letztere ihrerseits wieder ein gewisses Minimum von Potentialdifferenz zwischen dem Orte der Entstehung der Kationen und der Kathode erfordert (Ionisationspotential der Kathodenmateriale). Der normale Kathodenfall würde einem solchen Ionisationspotential entsprechen.

Um zu sehen, ob diese Theorie der Wirklichkeit entspricht oder nicht, müßten Versuche unter Bedingungen angestellt werden, die ich im

1) J. Stark, Jahrb. d. Rad. u. Elektr. 15, 329, 1918.

Digitized by Google

folgenden schematisch kurz skizzieren will: An zwei Elektroden, von denen dicht bei der Anode die Quelle der positiven Ionen liegen möge, sei eine veränderliche Potentialdifferenz gelegt und man messe den Strom zwischen den Elektroden bei wachsender Potentialdifferenz. Die Elektroden müßten sich in einem Raum befinden, der sehr gut evakuiert sein muß, um eine eventuelle Ionisierung etwa noch vorhandener Gasmoleküle zu vermeiden, damit die Haupterscheinung nicht überdeckt werde. Wenn dann die positiven Ionen erst bei einem Potential, welches dem Ionisationspotential entspricht, die genügende kinetische Energie erlangen, um aus der Kathode Elektronen durch Stoß auszulösen, so müßte die entsprechende Stromspannungskurve von jenem Punkt, welcher dem obengenannten Potential entspräche, einen mehr oder weniger raschen Anstieg zeigen, da sich in diesem Falle zu dem bereits bestehenden Ionenstrom der die entgegengesetzte Richtung besitzende Elektronenstrom addieren würde.

Es würde bei derartigen Versuchen der Gedanke naheliegen, die Anode selbst als Kationenquelle zu benützen, indem man sie bis zu einer Temperatur erhitzt, bei welcher hauptsächlich nur positive Ionen austreten. In diesem Falle jedoch macht ein Umstand es unmöglich, bestimmte Schlüsse zu ziehen, und zwar ist es die Tatsache, daß die Zahl der positiven Ionen, die aus einer bestimmten Fläche der erhitzten Anode austreten, bei konstanter Temperatur der letzteren und bei wachsender Potentialdifferenz zwischen den Elektroden nicht konstant bleibt (wie es der Fall ist bei Elektronenemission heißer Metalle), sondern zunimmt, wenn die an das die Ionen aussendende Metall gelegte elektrische Kraft wächst, was schon Richardson[1]) beobachtet hat. Ich selbst habe bei Benützung eines reinen erhitzten Platindrahtes als Anode im Hochvakuum in voller Übereinstimmung mit Richardson (loc. cit.) folgende Stromspannungskurve für den positiven Ionenstrom gefunden (s. Fig. 1).

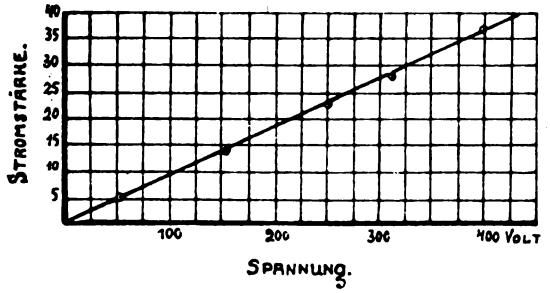


Fig. 1.

1) Vgl. E. Marx, Handb. der Rad., 4. Bd., S. 536.

Wie aus dieser Figur zu ersehen ist, ist der Ionenstrom der an die Elektroden gelegten Potentialdifferenz selbst bis 400 Volt streng proportional. Diese merkwürdige Erscheinung hat bis heute keine vollständige Erklärung gefunden. Auch in dem Falle, wenn man als Kationenquelle erhitztes Platin bedeckt mit Aluminiumphosphat verwendet, wächst die Stärke des Ionenstromes mit wachsender Potentialdifferenz, jedoch weniger regelmäßig als im vorher erwähnten Falle.

Dieses Hindernis bei Versuchen über die Ionisationsfähigkeit der Metalle durch positive Ionen, wie es die obengenannte Erscheinung darstellt, kann man jedoch mit Hilfe folgender Anordnung ausschalten: Die glühende Anode *a* (s. Fig. 2) befindet sich in einem Metallzylinder *b*,

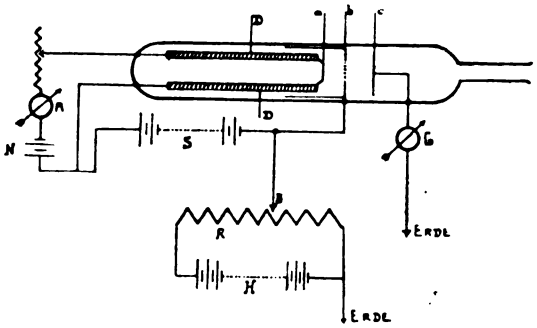


Fig. 2.

in welchem eine Öffnung gemacht ist, die mit einem Metallnetz überdeckt ist. An *a* und *b* ist eine konstant bleibende Potentialdifferenz gelegt. Die Kathode *c* ist durch ein Galvanometer *G* bleibend an Erde gelegt. Indem man an *b* verschiedene Potentiale anlegt, ist es möglich, den Strom zwischen der glühenden Anode und der Metallkathode als Funktion der an sie gelegten Potentialdifferenz zu messen, ohne daß die obengenannte Schwierigkeit noch vorhanden wäre, da ja doch in dieser Anordnung die an der erhitzten Anode wirkende elektrische Kraft konstant gehalten wird.

Fig. 2 stellt die Versuchsanordnung dar, die zu der Bestimmung der Ionisationsfähigkeit der Kationen in bezug auf Platin angewendet wurde. Die glühende Anode *a* bestand aus einer Platinfolie von einer Dicke von 0,02 mm, einer Breite von 1 mm und einer Länge von 7 mm und war mit Aluminiumphosphat leicht bedeckt, um die Ionenemission zu verstärken und mehr konstant zu halten. Diese Folie war an zwei zylindrischen Kupferstäben *DD* befestigt, welche einerseits durch an sie befestigte und in das Glas der Versuchsröhre eingeschmolzene Platindrähte, andrerseits durch kleine Messingfedern

Digitized by Google

(in der Figur nicht eingezeichnet) im Glasrohre in konstanter Lage gehalten wurden. Die Platinfolie wurde mit Hilfe von zwei Akkumulatoren N, die mit Paraffin gut isoliert waren, glühend gemacht. Während des größten Teiles der Versuche hatte der Strom, der zum Erhitzen diente, eine Stärke von 3,6 Ampère, so daß die Folie schwach rot war.

Die Anode war von einem auf einer Seite geschlossenen Platinzylinder b von 5 cm Länge und 2,5 cm Durchmesser umgeben. In dem Boden desselben war eine runde Öffnung von 8—9 mm Durchmesser gemacht, die ebenfalls mit einem Platinnetz von ungefähr 400 Maschen pro 1 cm² bedeckt war. Die Kathode c bestand aus einer Platinscheibe von 23 mm Durchmesser, welche von einem in Glas eingeschmolzenen Platindraht gehalten wurde. Die Entfernung zwischen der glühenden Anode und dem Netz war 6—7 mm, die zwischen Netz und Kathode ungefähr 12 mm. Die geschilderte Apparatur befand sich, wie aus der Figur zu ersehen ist, in einer Glasröhre, welche in direkter Verbindung mit einem Pumpensystem für Hochvakuum (Gaedesche Diffusionspumpe — Gaedesche Quecksilberrotationspumpe — Gaedesche Kapselpumpe) stand. Zwischen Pumpensystem und Versuchsrohr war eine Gasfalle eingeschaltet, die sich während der Versuchsdauer in einer Mischung von fester Kohlensäure und Äther befand. Jedwede Art von Glashahn und Glasschliff wurde vermieden, um das Vorkommen von Fettdämpfen auszuschalten.

Die Kathode c war bleibend durch ein Galvanometer G mit Erde verbunden. (Galvanometer von der Firma Hartmann & Braun mit einer Empfindlichkeit von ungefähr $0{,}9 \times 10^{-10}$ A pro 1 mm der Skala bei einem Abstand derselben von 1 m.) Der positive Pol der Batterie N, der zum Erhitzen der Folie diente und gut isoliert war, stand mit dem positiven Pol einer aus 40 kleinen Akkumulatoren bestehenden Batterie S in Verbindung, deren negativer Pol mit dem Platinzylinder, also auch mit dem Platinnetz, verbunden war; auf diese Weise bestand zwischen Folie a und Netz b immer die gleiche Potentialdifferenz, und zwar ungefähr gleich 75 Volt. Außerdem war der negative Pol der Batterie S und mit ihm das Netz b mit einem Schleifkontakt B verbunden, welcher längs eines großen Widerstandes R von ca. 12000 Ohm beweglich war, durch welch letzteren eine Hochspannungsbatterie H von 280 kleinen Akkumulatoren kurz geschlossen war (Batterie H geliefert von Phywe). Der negative Pol der Hochspannungsbatterie H lag bleibend an Erde. Auf diese Weise konnte das Netz bis auf ein Potential von ca. 550 Volt aufgeladen werden. Die Potentialdifferenz V zwischen der glühenden Anode a und der Kathode c ist selbstverständlich gleich der Summe der Potentialdifferenzen zwischen a und b einerseits und b und c andrerseits, also $V = V_{ab} + V_{bc}$, wobei die Potentialdifferenz V_{ab} während der ganzen Versuchsdauer, wie schon erwähnt wurde, immer ca. 75 Volt betrug. Ich habe gerade diese Potentialdifferenz zwischen a und b gewählt, um einen relativ starken und mit Hilfe des Galvanometers gut meßbaren Ionenstrom zu haben (80—120 mm Galv.-Ausschlag) bei einer solchen Temperatur der Metallfolie, daß kein merklicher Elektronenstrom aus der mit Aluminiumphosphat bedeckten Metallfolie ausgelöst werde.

Die Versuche wurden in folgender Weise ausgeführt: Nach peinlichster Reinigung der Versuchsröhre wurde dieselbe an das Pumpensystem angeschlossen und mehrere Stunden hindurch bei gleichzeitiger starker Erwärmung evakuiert. Ebenso befand sich die Platinfolie während des Evakuierens in glühendem Zustande und die Gasfalle in der obengenannten Kältemischung. Nachdem ich mich versicherte, daß das Vakuum einen genügend hohen Grad erreicht habe, begann ich die Stromstärke i des Stromes zwischen den Elektroden a und c für verschiedene Werte der Potentialdifferenz V (zwischen 75—600 Volt) zu messen.

Die Resultate einer ganzen Versuchsreihe sind dargestellt in untenstehender Tabelle, graphisch durch die stark ausgezogene Kurve in Fig. 3. In der Tabelle wie auch in der graphischen Darstellung ist nicht direkt i als Funktion von V gegeben, sondern das Verhältnis $\frac{i - i_0}{i_0}$ als Funktion von V, wobei i die Stromstärke bei einem beliebigen Potential, i_0 jedoch die Stromstärke bei dem Potential von ca. 75 Volt.

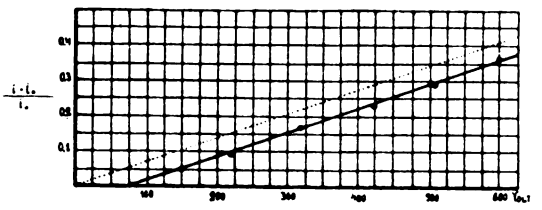


Fig. 3.

Diese Versuchsergebnisse können nur so gedeutet werden, daß man annimmt, daß der durch die Kationenstöße ausgelöste Elektronenstrom schon bei einer Potentialdifferenz von 75 Volt vorhanden ist und mit zunehmender Energie der stoßenden Kationen auch zunimmt.

Digitized by Google

Nach dieser Deutung ist also $\frac{i - i_0}{i_0}$ augenscheinlich das Verhältnis des Wertes der Änderung des Elektronenstromes zum Werte des Anfangsstromes bei 75 Volt.

Tabelle.

V	$\frac{i - i_0}{i_0}$
75	0
150	0,05
220	0,09
317	0,17
425	0,23
510	0,28
600	0,37

Wenn man annimmt, daß der Elektronenstrom auch proportional der Energie der aus kleineren Potentialdifferenzen als 75 Volt resultierenden Kationenstöße wächst, dann stellt die in Fig. 3 punktiert ausgezogene Gerade, die durch den Ursprung geht und parallel der Geraden der Versuchsergebnisse ist, den Wert des Verhältnisses des von den Elektronen herrührenden Teiles des Gesamtstromes zu dem durch Kationen gebildeten Teile dar.

Die beobachtete Erscheinung konnte sehr gut reproduziert werden, und zwar auch ganz genau vom quantitativen Standpunkt aus. Das Anwachsen des Stromes kann auf keinen Fall durch Ionisation eventuell noch vorhandener Quecksilberdampfmoleküle erklärt werden, weil man die Kältemischung wegnahm, das obengenannte Verhältnis $\frac{i - i_0}{i_0}$ etwas kleiner wurde, während es hätte größer werden müssen bei einer eventuellen Ionisation der Quecksilberdampfmoleküle durch Kationenstöße. Diese Tatsache beweist, daß die Anwesenheit von Quecksilberdampfmolekülen bei einem Druck von $^1/_{1000}$ mm ca. keinen merklichen Einfluß auf Kationenströme im Hochvakuum hat, was für Elektronenströme schon früher von vielen Seiten gezeigt worden ist.

Die erhaltenen Resultate beweisen demnach, daß für Kationen (zumindest für solche, die aus erhitztem, mit Aluminiumphosphat bedecktem Platin austreten)[1]) gar kein Schwellenwert für die Potentialdifferenz, die notwendig ist, damit die Kationen aus der Kathode Elektronen durch Stoß auslösen, existiert, sondern zeigen, daß die Elektronen bereits bei relativ kleinen Potentialdifferenzen aus der Kathode austreten und daß ihre Zahl proportional der Energie der auf die Kathode stoßenden Ionen wächst.

Nach dem Gesagten wäre die Erklärung des normalen Kathodenfalles also folgende: Die Größe des Potentialabfalles im Kathodenraum muß so groß sein, daß die Zahl der aus der Kathode infolge der Stöße einer bestimmten Menge von Kationen austretenden Elektronen genügend ist, um der Glimmentladung Stabilität zu verleihen. Wenn also n Kationen nach dem Passieren des Potentialfalles V mit Hilfe der in demselben erreichten Energie ein einziges Elektron hervorbringen, dann muß dieses Elektron nach seinem Durchgange durch den Kathodenraum, in welchem es die Energie V erlangt, wieder n positive Ionen erzeugen. Im idealen Fall, wenn die Elektronen durch den Stoß an Moleküle gar keinen Verlust von Energie erleiden würden, müßte das Verhältnis von $\frac{V}{V_i} = n$ sein, wenn V_i das Ionisationspotential eines Gasatomes oder Gasmoleküls durch ein Elektron bedeutet.

Eine solche Vermutung über den Mechanismus der Erscheinungen, die sich vor der Kathode bei einer Glimmentladung abspielen, hat schon Holm[1]) ausgesprochen.

Zusammenfassung.

1. Es wird durch Versuche gezeigt, daß der Elektronenaustritt aus Platin, verursacht durch Kationenstöße im Hochvakuum, nicht ein gewisses Minimum von Energie der letzteren erfordert, sondern daß der Austritt bei jeder vorhandenen Energie der Kationen erfolgt, und zwar ist die Zahl der ausgelösten Kationen proportional der Energie der Kationen.

2. Es wird die Richtung angedeutet, in welcher die Theorie des normalen Kathodenfalles gemäß den Vermutungen von Holm ausgebaut werden müßte.

Weitere Versuche mit anderem Kathodenmaterial werden ausgeführt.

1) Siehe W. Hüttemann, Über die Emission von Elektronen usw. Diss. Berlin 1917.

1) Holm, diese Zeitschr, **16**, 20, 1915; **19**, 548, 1918.

Czernowitz (Cernăuți), Physikalisches Institut der Universität, Februar 1924.

(Eingegangen 23. Februar 1924.)

Digitized by Google

BESPRECHUNGEN.

E. Grimsehl, Lehrbuch der Physik. Zum Gebrauch beim Unterricht, bei akademischen Vorlesungen und zum Selbststudium, in zwei Bänden. Erster Band: Mechanik, Wärmelehre, Akustik und Optik. 6. vermehrte und verbesserte Auflage. Herausgegeben von Dr. W. Hillers unter Mitarbeit von Dr. H. Starke. gr. 8°. XII u. 1118 S. mit 1090 Abb. und 2 farbigen Tafeln. Leipzig u. Berlin, B. G. Teubner. 1923. Preis geh. M. 16.70.

Der erste Band des ausgezeichneten Lehrbuches liegt nun schon in 6. Auflage vor; wieder hat sich der Herausgeber durch zahlreiche Änderungen und Verbesserungen erfolgreich bemüht, das Buch auf „zeitgemäßer wissenschaftlicher Höhe zu erhalten". Besonders zu begrüßen ist die Aufnahme der neueren Anschauungen über den Bewegungswiderstand in Flüssigkeiten und Gasen; gerade dieses Gebiet lag bisher sehr im argen; im Unterricht und in Lehrbüchern wurden meist nicht nur unzureichende, sondern geradezu falsche Vorstellungen gebracht. Hier wird der weitreichende Einfluß des Grimsehl erfreulichen Wandel schaffen.

Daß der Herausgeber nicht allen Anregungen und Wünschen entsprechen kann, ist selbstverständlich. Die nachstehenden Bemerkungen mögen demgemäß auch nur als persönliche Ansicht des Besprechenden gewertet werden; er will damit keineswegs die Berechtigung anderer Standpunkte verneinen.

Von mancherlei Kleinigkeiten abgesehen, ist mir besonders folgendes aufgefallen: Zuweilen ist ein Mittelweg zwischen Beweis und Veranschaulichung gewählt, wie er häufig in Schulbüchern beliebt wird. Das kann den denkenden Leser nicht befriedigen. Wo ein strenger Beweis zu viel mathematische Hilfsmittel fordert, scheint es mir besser, das offen auszusprechen und dafür die betreffende Erfahrungstatsache desto klarer zu beleuchten.

Ich würde ferner alle Gesetzmäßigkeiten, die auf einer periodischen Zustandsänderung beruhen, in einen besonderen, breit angelegten Abschnitt „Schwingungs- und Wellenlehre" zusammenfassen und dabei die erläuternden Beispiele aus dem Gesamtgebiet der Physik hernehmen, unbeschadet ihrer teilweise erst späteren Sonderbehandlung. Didaktisch ist das berechtigt, weil zum Grimsehl kein völliger Anfänger greift; eine solche Vorwegnahme hätte aber den Vorteil, daß so wichtige Begriffe wie „Erzwungene und freie Schwingungen", „Koppelung", „Dämpfung", „Resonanz", „Interferenz", „Strahlung" usw. einmal losgelöst vom besonderen Fall (Akustik, Optik, Mechanik, Elektromagnetismus) erläutert werden könnten; die Einheitlichkeit der physikalischen Erscheinungen käme so wohl besser zum Ausdruck, als bei der hergebrachten Darstellungsweise.

Weiterhin würde ich eine Umgestaltung der Wärmelehre in der Richtung begrüßen, daß die kinetische Theorie als das Anschaulichere vorausgenommen würde und die Grundlage für die schwierige Thermodynamik bildete. Seitdem die kinetische Theorie nicht mehr nur nützliche Arbeitshypothese, sondern bis in Einzelheiten experimentell erwiesen ist, besteht eigentlich kein Grund mehr, an dieser Stelle von dem sonst in der Darstellung gewählten guten Wege abzuweichen, erst das Anschauliche, dann das Abstrakte zu bringen.

Schließlich scheinen mir die physikalische Optik und besonders die Strahlungsumformungen zu stiefmütterlich behandelt. Das Buch will doch vor allem das Grundsätzliche und physikalisch Wichtige bringen; dazu dürften aber in dauernd steigendem Maße gerade die Strahlungsumformungen mit allem Drum und Dran gehören. Demgegenüber haben m. E. manche Teile der breit angelegten geometrischen Optik nur optotechnische Bedeutung.

Neben diesen Bemerkungen möchte ich noch ein grundsätzliches Bedenken zum Ausdruck bringen. Ich habe Sorge für die Einheitlichkeit des Lehrbuches. Schon die an sich vorzügliche Darstellung der Wärmelehre wirkt ein wenig als Fremdkörper im Grimsehl, ebenso andere Stellen. Diese Gefahr wird das Buch je länger desto mehr laufen. Obwohl der Grimsehl dank immer neuer Zusätze und Änderungen nicht veraltet, so altert er doch! Der ursprünglich einheitliche Bau wird durch die vielen An- und Umbauten schließlich unkenntlich, und statt eines geschlossenen physikalischen Weltbildes werden wir eine Sammlung physikalischer Beobachtungstatsachen und Theorien finden.

Der Herausgeber ist sich dieser Gefahr natürlich bewußt; es wird vielleicht in absehbarer Zeit nötig sein, unter ausgiebiger Verwendung der vortrefflichen alten Teilstücke einen völligen Neuguß vorzunehmen; dabei wäre dann besonders mit der historisch verständlichen, der heutigen Entwicklung der Physik aber nicht mehr gut entsprechenden Einteilung und Anordnung zu brechen.

Daß ein Buch solchen Umfanges und solcher Vielseitigkeit nicht frei von allerlei Unstimmigkeiten und Versehen ist, liegt auf der Hand; vielleicht ließe sich aber hier noch bessern, wenn noch mehr als bisher schon die einzelnen Abschnitte von Fachkollegen durchgesehen würden, die in diesen Teilgebieten besondere Erfahrung besitzen. Die Anführung von Einzelbeispielen würde hier kleinlich wirken; denn zusammenfassend möchte ich doch sagen, daß ich zur Zeit kein vortrefflicheres Lehrbuch entsprechenden Umfanges der Gesamtphysik kenne. Gudden.

L. Graetz, Lehrbuch der Physik. 8°. VI und 521 Seiten mit 285 Abbildungen im Text. Fünfte, vermehrte Auflage. Leipzig und Wien, Franz Deuticke. 1923.

Von dem seltsamen Versuch der vierten Auflage, die Mechanik erst hinter der Wärme, Magnetismus und Elektrizität zu behandeln, hat der Verfasser in dieser fünften Auflage wieder Abstand genommen. Die Anordnung des Stoffes ist die folgende: I. Einleitung. II. Mechanik. III. Molekulareigenschaften der Körper. IV. Wellenbewegung. V. Schall. VI. Wärme. VII. Magnetismus. VIII. Elektrizität. IX. Licht.

An der Graetzschen Darstellungsweise ist gerade das Gemeinverständliche der hervorstechendste Zug, der auch hier wieder rühmlich hervorgehoben sei.

Der Umfang dieser Auflage ist gegen die vorangegangene in vielen Punkten vermehrt. Erwähnt seien: Die Diffusionspumpe, die Überleitfähigkeit, die Hitzdrahtmeßinstrumente, die Glühkathode, die Elektronenröhren und ihre Anwendung, die Röntgenspektroskopie, die Korntheorie der Atome, die Wellenmesser, der Michelsonsche Versuch, das Strahlungspyrometer.

Man wird dem Verfasser durchaus beipflichten, daß er das Problem der Relativitätstheorie nur angedeutet hat. Denn es pflegt schon alte Köpfe zu ver-

Digitized by Google

wirren — davon zeugt der geradezu unsinnige Wust von Literatur, der von unberufener Seite heute darüber verfertigt wird — um so mehr muß der jugendliche Kopf durch das heikle Gebiet zu unfruchtbaren Spekulationen angeregt werden. Daß aber andere Dinge, die heute das Fundament unserer physikalischen Anschauungen bilden, so stiefmütterlich behandelt wurden, muß entschieden bedauert werden. Ein etwas breiterer Raum käme der Quantentheorie ganz entschieden zu. Noch schlimmer steht es mit dem Bohrschen Atommodell. Die wenigen Zeilen, die das Buch hierüber bringt, sind weit davon entfernt, irgendeine Vorstellung vom Modell, geschweige denn irgendwelche Klarheit zu bringen. Hier muß man sagen: entweder eingehend behandeln, oder lieber gar nicht erwähnen! Auch das über Bremsstrahlung und Fluoreszenzstrahlung der Röntgenstrahlen Gebrachte ist viel zu wenig. Hier vermißt man die wichtige Quantenbeziehung, daß Röntgenstrahlen kurzwellige Lichtstrahlen sind, was doch gerade in einem Lehrbuche deutlich zum Ausdruck kommen sollte, wird dem Studierenden keineswegs klar: die Röntgenstrahlen werden, ihrer Wellennnatur wegen, nur als „den Lichtstrahlen analoge Vorgänge" bezeichnet (S. 390). Demgegenüber sei rühmlich hervorgehoben, daß der kinetischen Gastheorie mehr Zeit gewidmet wird, wobei der Leser bis zur Maxwellschen Verteilung geführt wird.

Für die Reichhaltigkeit des Stoffes ist die Zahl der Abbildungen entschieden zu knapp. So findet sich nicht ein einziges Volt- oder Amperemeter, sondern nur ein ganz prähistorisches Nadelgalvanometer (Fig. 159, S. 296). Eine Reihe Abbildungen sind perspektivisch recht falsch, so der Magnetinduktor (Fig. 190, S. 363) und das Braunsche elektrostatische Voltmeter (Fig. 149, S. 273). Die Abbildung der Straßenbahnen (Fig. 194, S. 369), die der Verfasser „Trambahnen" nennt, erscheint denn doch etwas zu spielerisch für ein Lehrbuch, das Studierenden dienen soll. So weit reicht deren Vorstellungsgabe doch wohl sicher aus. Unmöglich ist die Abbildung der geschichteten Entladung (Fig. 199, S. 378). Warum wird das Barlowsche Rad nur immer wieder als Stern gezeichnet? Gerade den schönen Beweis für die Reibung der Elektrizitätsträger in Metallen, der durch die Deutung der Vollscheibe entsteht, läßt man sich da entgehen!

Leider hat sich der Verfasser nicht dazu überwinden können, einen Ausdruck wie „Extrastrom", der schon in der Besprechung der letzten Auflage von anderer Seite gerügt wurde, beiseite zu lassen. Geradezu ungeheuerlich ist aber der Ausdruck: „Selbstpotential" für Selbstinduktionskoeffizienten. Das ist umso schlimmer, als der ganze Abschnitt diese witzige Spitzmarke trägt.

Alls in allem genommen dürfte das Buch mehr für Schüler höherer Schulen als für Studierende geeignet sein. Für solche erscheint dem Ref. die Darstellungsweise oft doch zu allgemeinverständlich und zu wenig gründlich. Ich verweise da auf die Darstellung der Grundlagen, die zur Rutherfordschen Kerntheorie führen (S. 396, Abschn. 451). Vom Studierenden setzt man doch voraus, daß er nach dem kausalen Zusammenhange der Dinge fragt und sich nicht mit bloßen Folgerungen zufrieden gibt.

Hans Küstner.

A. Born, Isostasie und Schweremessung. Ihre Bedeutung für geologische Vorgänge. 8°. 160 S. Mit 31 Abbildungen. Berlin, Julius Springer, 1923. M. 9.—.

Es ist in den letzten Jahren mehrfach gelungen, geophysikalische Forschungsmethoden auf geologische Probleme anzuwenden. Am deutlichsten ist dies in die Erscheinung getreten bei der Anwendung seismischer Methoden und bei der Benutzung der Drehwage und der erdmagnetischen Lokalvariometer für die bergbauliche Erschließung produktiver Lagerstätten. Das Interesse an geophysikalischen Methoden hat dadurch bei den Geologen in letzter Zeit stark zugenommen. Besonders hat Fr. Kossmat versucht, die Resultate der Schweremessungen für die Geologie nutzbar zu machen.

In dem vorliegendem Buch gibt ein Geologe eine umfassende Darstellung der Bedeutung der Isostasie für die geologischen Vorgänge.

Die geodätischen Messungen und Schweremessungen haben Abweichungen von dem systematischen Gang ergeben, der für das Geoid zu erwarten war. Diese Lotstörungen und Schwereanomalien wurden anfänglich dem Einfluß des Reliefs der Erde, also den sichtbaren Massenunregelmäßigkeiten zugeschrieben, und man versuchte rechnerisch diesen Einfluß zu beseitigen, in der Erwartung, dadurch den ungestörten systematischen Gang zu erhalten. Der erwartete Zweck wurde jedoch nicht erreicht, die reduzierten Beobachtungen verliefen nicht einfacher, oftmals sogar komplizierter. Der notwendige Schluß war, daß die sichtbaren Massenunregelmäßigkeiten nicht die einzigen sind. Massenanhäufungen oben entsprechend Massendefekten unterhalb und umgekehrt. Es ist eine unterirdische Kompensation vorhanden; ist diese vollständig, so spricht man von einer isostatischen Lagerung der Massen. Die Kontinente bestehen aus leichterem, die Meeresböden aus schwererem Material; die Kontinente schwimmen auf dem schwereren Material, wie Eisblöcke auf dem Wasser. Die Fragen, die nun besonders interessieren, sind: 1. In welcher Tiefe hat sich die Kompensation vollständig vollzogen, so daß dort Dichte und Druckdifferenzen und darum auch Spannungen nicht mehr auftreten; 2. Wie groß sind die Flächenelemente, die noch selbständige Kompensation zeigen, das Erdrelief also isostatisch und nicht elastisch tragen und 3. was läßt sich aus den Schweremessungen und der sichtbaren Massenunregelmäßigkeit über die unsichtbare unterhalb schließen.

Das vorliegende Buch berichtet über den Stand dieser Frage in den drei einleitenden Kapiteln: 1. Die Lehre von der Isostasie; 2. Die Voraussetzungen; 3. Die Schweremessungen Auf die Instrumente und auf die Methode der Schweremessungen wird hierbei nicht genauer eingegangen. Die Reduktionsverfahren von Faye, Bourguer und Hayford und ihre neueren Anwendungen werden besprochen, jedoch nicht abgeleitet. Die Bedeutung der Schwerestörungen Δg und $\Delta g''$ für die Geologie wird eingehend erörtert. Δg bzw. $\Delta g''$ bedeutet die Differenz zwischen der nach Faye bzw. Bourguer auf das Geoid reduzierten Schwerebeobachtung und der theoretisch für das Niveausphäroid (nicht für das Rotationsellipsoid wie Seite 15) berechneten. In Kap. 5 Pseudo-Anisostasien werden die Fälle behandelt, wo aus einer Störung der totalen Schwere Δg nicht auf eine Abweichung vom isostatischen Zustand geschlossen werden darf (Kontinentalrandstörung), wo also die Schwerewirkung der besonderen Massenlagerung eine tatsächlich vorhandene Isostasie verschleiern kann. Im Kap. 6 werden einige theoretische Erörterungen über den Ablauf isostatischer Vorgänge, über das Abscheren von Gesteinsmassen angestellt, die aber zum Teil auf Annahmen fußen müssen, die nicht genügend gesichert sind, so die Dicke der festen Erdkruste, die Temperaturzunahme mit der Tiefe und die Änderung

Digitized by Google

der Zerreißfestigkeit der Gesteine mit Druck und Temperatur. Der übrige Teil des Buches Kap. 4 und 7—13 befaßt sich vorwiegend mit der geologischen Deutung der Schweremessungen. Der heutige Gleichgewichtszustand der Erdkruste (Kap. 4) ist im großen Ganzen eine isostatische Massenlagerung. Kontinente und Meere zeigen normale Schwere. Abweichungen bestehen dort, wo besondere Gründe dafür vorliegen, am Kontinentalabfall zur Tiefsee (Pseudoanisostasie) in jungorogenetischen Zonen, besonders in den Randsenken und überall dort, wo der isostatische Ausgleich noch nicht beendet ist, wo das Einsinken der Massen in den auch für geologische Zeiten sehr zähflüssigen Untergrund hinterherhinkt. Nachhinken zeigt sich auch besonders bei der diluvialen Vereisung (Kap. 8); das Aufsteigen des von Eis entlasteten Fennoskandinaviens ist noch nicht beendet; ferner bei den ozeanischen Vulkaninseln (Kap. 10) deren Schwere mit einem noch fortdauernden Abwärtssinken korrespondiert. Kap. 9 behandelt die Sedimentation und Abtragung; Kap. 11 den Zusammenhang zwischen Störungen der Isostasie und Erdbeben. Die Ursache ist bei Erdbeben vielfach ein ruckweises Hinstreben zur isostatischen Lagerung, deren Eintreten bisher durch elastische Spannung verhindert wurde. Den Schluß des Buches bilden einige Bemerkungen über regionale und lokale Kompensation (Kap. 12) — über die Größe der nicht mehr isostatisch kompensierten Flächenelemente — und über die Großformen der Erdrinde (Kap. 13).

Dem Physiker zeigt das Buch zunächst, wie notwendig es für die Geologie ist, über das Verhalten der Gesteine (Schmelzpunkt, Elastizität, Plastizität) bei hohen Drucken und Temperaturen zuverlässige Angaben zu erhalten. Die neueren hier noch nicht erwähnten Arbeiten aus dem Geophysical Laboratory der Carnegie Institution in Washington bringen hierfür wertvolle Beiträge. Ferner geht aus dem Buch hervor, daß für die wichtigsten geologischen Fragen oft eine durchaus ungenügende Anzahl von Schweremessungen vorliegt. (Im ganzen verfügt man heute über etwa 3000 Messungen.) Dieser Mangel ist durch die Schwierigkeit und Langwierigkeit der Messung bedingt. Eine Vereinfachung der Instrumente und Methoden, besonders für Seebeobachtungen, wäre sehr erwünscht. Schließlich wird der Geophysiker dem Buche entnehmen, welche außerordentliche Bedeutung es für die Geologie haben würde, wenn sich sicher feststellen ließe, ob und in welcher Tiefe die Gesteine verflüssigt sind. Hier können seismische Beobachtungen Auskunft geben. Versuche in dieser Richtung liegen bereits vor. Doch ist diese Frage noch nicht endgültig entschieden. G. Angenheister.

R. Fuchs und L. Hopf, Aërodynamik. gr. 8°. VIII u. 466 S., m. 285 Abbildungen. (Band II des „Handbuchs der Flugzeugkunde", herausgeg. von F. Wagenführ.) Berlin, C. Schmidt & Co. 1922.

Ein beträchtlicher Teil der während des Krieges auf den Markt geworfenen Flugliteratur besaß nur allzu deutlich den Charakter des augenblicklich aktuellen Artikels, der — in Hast, oft von Unberufenen fabriziert — reich an Lücken und Fehlern, kaum irgendeinen Nutzen stiften konnte. Den Berufenen, die es besser gekonnt hätten, war vielfach aus Zensurgründen der Mund geschlossen. Ganz im Gegensatz zu den genannten Augenblickserscheinungen steht die großzügig angelegte und — soweit man dies bei einer so jungen Wissenschaft sagen kann — abgeklärte „Aërodynamik" der beiden Verfasser, die während des Krieges an wissenschaftlich maßgebender Stelle in der Flugzeugmeisterei standen, dort nicht nur reiche Erfahrungen sammeln konnten, sondern dem Leser der „Technischen Berichte der Flugzeugmeisterei" bereits aus zahlreichen Abhandlungen wohl bekannt sind. Darüber hinaus bietet das vorliegende Werk in der Form eines Lehrbuches einen geschlossenen Überblick über den derzeitigen Stand der Hydrodynamik des Fluges einerseits und der Dynamik des Flugzeugs andrerseits.

Aus der Einleitung „Quellen der aërodynamischen Erkenntnis" von Hopf seien die anschaulichen Betrachtungen über Dimensionen und Modellregeln besonders hervorgehoben[1]). Der erste, etwa die Hälfte des Buches umfassende Hauptteil „Die Luftkräfte" von Fuchs geht von den Grundlagen der klassischen Hydrodynamik aus und führt über die von Kutta und Joukowsky gegebene Theorie des Auftriebs zu der neueren Prandtlschen Theorie des Tragflügelwiderstandes, behandelt auch die Kármánsche Theorie der „Wirbelstraße" und das Wichtigste über Luftschraubenkräfte und gibt in einem Kapitel von rund 50 Seiten an Hand zahlreicher Diagramme die hauptsächlichsten Ergebnisse der Modellversuche für Tragflügel und andere wichtige Teile.

Die zweite Hälfte des Werkes von Hopf gibt auf breiter Grundlage eine vorzügliche, ihrer geschlossenen Art und ihrem Umfang nach die erste Darstellung der gesamten Flugzeugdynamik, zu der der Verfasser in den letzten Jahren selbst, teilweise zusammen mit dem ersteren Verfasser, mehrere wertvolle Beiträge geliefert und hier organisch der Gesamtbehandlung eingegliedert hat. Zunächst wird das Kräfte- und Momentengleichgewicht im geraden Flug behandelt, dann das gestörte Gleichgewicht und die beschleunigte Längsbewegung, schließlich die Seitenbewegung. Die Darstellung ist ausgezeichnet durch rechnerische Klarheit, mechanische Anschaulichkeit und Betonung des technisch und für den Flug Wichtigen. So wird neben dem Fachmann auch der reine Physiker, dessen Interesse der Materie nach vielleicht zunächst hauptsächlich sich dem ersten hydrodynamischen Teil des Werkes zuwendet, auch in der Lektüre des zweiten Teils reichen Genuß finden. L. Schiller.

M. v. Smoluchowski, Abhandlungen über die Brownsche Bewegung und verwandte Erscheinungen. Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften Nr. 207. kl. 8°, VIII u. 152 S. mit einem Bildnis u. 4 Figuren. Leipzig, Akademische Verlagsgesellschaft m. b. H. 1923.

Als geistiger Nachfolger L. Boltzmanns, eines der Begründer der kinetischen Theorie der Materie, bearbeitete M. v. Smoluchowski besonders die Abweichungen der Zustände eines Systems vom wahrscheinlichsten Zustand, die sogenannten Schwankungserscheinungen, und im Zusammenhang damit das Problem der Irreversibilität und der Gültigkeitsgrenzen des zweiten Hauptsatzes. Einige seiner wichtigsten Arbeiten gibt das vorliegende Bändchen wieder: eine Arbeit über Brownsche Bewegung aus dem Jahre 1906 und Arbeiten, die diese Gedanken weiter ausbauen aus den Jahren 1913 bis 1915, ferner Studien über irreversible Vorgänge aus dem Jahr 1915, die

1) An zwei Stellen, S. 9 unten und S. 10 oben, stört hier die versehentliche Angabe, daß der kinematische Reibungskoffizient der Luft kleiner sei wie der des Wassers.

Digitized by Google

an den Loschmidtschen Umkehreinwand und den Poincaréschen Wiederkehreinwand anknüpfen.

Die vom Herausgeber hinzugefügten ausführlichen Anmerkungen machen die Arbeiten leicht lesbar und geben Beziehungen zu den Arbeiten anderer Forscher an.

F. Hund.

Tagesereignisse.

Stellenvermittlung für promovierte Physiker und Werkstudenten der physikalischen und physikalisch-technischen Richtung bei der Fachgemeinschaft deutscher Hochschullehrer der Physik.

Die Kriegsjahre haben gezeigt, daß die Ausbildung des Physikers ihm eine breite Grundlage gibt, die ihn befähigt, auf den verschiedensten Gebieten der mechanischen, optischen, elektrischen und chemischen Industrie wertvolle Dienste zu leisten. Immerhin besteht eine gewisse Schwierigkeit darin, die richtigen Physiker an die richtigen Stellen zu bringen, wo sie Nutzbringendes leisten können und an ihrer Arbeit Freude haben.

Um dieser Schwierigkeit abzuhelfen, insbesondere um den Universitäts- und Hochschul-Instituten und den industriellen Unternehmungen die Auffindung eines geeigneten Assistenten für das Laboratorium und für theoretische Arbeiten zu erleichtern, hat die Fachgemeinschaft deutscher Hochschullehrer der Physik auf der Bonner Physikertagung beschlossen, eine Vermittlungsstelle für promovierte Physiker in Berlin zu gründen, die von der Deutschen Physikalischen Gesellschaft und der Deutschen Gesellschaft für Technische Physik in ihrer Tätigkeit unterstützt wird.

Diese Stelle soll zu gleicher Zeit die Unterbringung von Werkstudenten physikalischer und physikalisch-technischer Richtung vermitteln und fördern. Es hat sich gezeigt, daß diese häufig ganz vorzügliche Dienste leisten und mindestens einen auf dem Technikum ausgebildeten Laboranten ersetzen, so daß ihre Ferientätigkeit sehr häufig zu dauernder späterer Anstellung oder auch, wenn die ungünstigen Vermögensverhältnisse ein Weiterstudium nicht gestatteten, schon vorher zu einer dauernden Anstellung geführt hat.

Über den Verkehr mit der Vermittlungsstelle, deren Einrichtung auf Veranlassung der Fachgemeinschaft deutscher Hochschullehrer der Physik Herr Professor Pirani, Berlin O, Ehrenbergstraße 11—14, übernommen hat, werden im folgenden die notwendigen Angaben gemacht.

I. Promovierte Physiker.

Der Stellungsuchende wendet sich an die Vermittlungsstelle zu Händen des Herrn Obersekretär Koch, Physikalisch-Technische Reichsanstalt, Berlin-Charlottenburg, Werner-Siemens-Str. 8—12. Die Briefe sollen folgende Angaben enthalten:

1. Namen;
2. Adresse;
3. Geburtsdatum und Geburtsort;
4. Frühesten Eintrittstermin;
5. Augenblickliche Tätigkeit;
6. Gehaltsansprüche;
7. Stichworte über Ausbildung und frühere Tätigkeit;
8. Stichworte über eventuell veröffentlichte Arbeiten;
9. Gebiete, auf denen besondere wissenschaftliche und technische Erfahrungen vorliegen;
10. Wünsche, bezüglich der Tätigkeit;
11. Sprachkenntnisse;
12. Personen, die über den Bewerber Auskunft erteilen.

Briefpapier, Briefumschlag und Rückporto für die Beantwortung sind beizulegen.

Dem Stellungsuchenden wird darauf mitgeteilt, wo ein freier Posten vorhanden ist, und es wird ihm anheimgestellt, sich auf dem Wege über die Vermittlungsstelle[1]) mit der betreffenden Firma oder dem Institut in Verbindung zu setzen. Der Inhalt seines Briefes interessiert die Vermittlungsstelle im allgemeinen nicht, nur die Tatsache, ob er sich mit der Firma oder dem Institut in Verbindung gesetzt hat oder nicht. Der Brief kann daher, falls dem Bewerber daran liegt, verschlossen sein.

Führt der Briefwechsel zu einer Anstellung, so teilt der Bewerber dies der Vermittlungsstelle sofort mit. Auch von einem negativen Resultat ist die Vermittlungsstelle zu unterrichten; dem Suchenden wird dann, falls noch eine für ihn in Betracht kommende Anfrage vorliegt, diese Adresse mitgeteilt.

Anfragen formaler Art sind an die Physiker-Vermittlungsstelle z. H. Herrn Obersekretär Koch, solche persönlicher Art z. H. Herrn Professor Pirani zu richten.

II. Werkstudenten.

Werkstudenten melden sich auf ihrer Hochschule bzw. Universität im Physikalischen Institut oder Institut der Technischen Physik, dessen Leiter die Benachrichtigung der Vermittlungsstelle übernimmt. Um Porto zu sparen, werden die Schreiben dort gesammelt und an die Vermittlungsstelle weitergegeben, die sie dann an die Firmen, welche Werkstudenten haben wollen, verteilt.

Die Bewerbungen müssen enthalten:

1. Namen und genaue Adresse;
2. Semester (im allgemeinen mindestens 3 Semester);
3. Studienrichtung (mit Angabe der Professoren, deren Vorlesungen besucht werden);
4. Zeit und Monat, wann disponibel;
5. Wünsche bezüglich Art und Ort der Beschäftigung (Provinz oder dergl., Handarbeit oder nur Laboratoriumsarbeit usw.).

Die Meldungen werden zweckmäßig mindestens $^1/_4$ bis $^1/_2$ Jahr im voraus erfolgen, da die industriellen Werke häufig zwei- bis dreimal soviel Angebote erhalten als sie unterbringen können.

Um einen Teil der entstehenden Unkosten zu decken, zahlen Firmen für jeden Fall der Inanspruchnahme der Vermittlungsstelle, unabhängig davon, ob sie zum Erfolg geführt hat oder nicht, 0,50 Goldmark, können aber, wenn sie glauben, die Vermittlungsstelle häufiger in Anspruch zu nehmen, diese Gebühr durch eine einmalige jährliche Zahlung von 5 Goldmark ablösen.

Staatliche Institute senden außer dem Briefpapier für die Antwort das Porto in Form von Dienstmarken ein.

Promovierte Physiker zahlen, wenn die Vermittlung zum Erfolg geführt hat, 0,50 Goldmark im Laufe des ersten Halbjahres nach erfolgter Anstellung an die Vermittlungsstelle.

1) Dies betrifft nur die Einleitung der Korrespondenz, die spätere wird direkt geführt.

November 1923.

Fachgemeinschaft deutscher Hochschullehrer der Physik.
Deutsche Physikalische Gesellschaft.
Gesellschaft für Technische Physik.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Technischen Hochschule Turin Dr. Giorgio Martin Wedard für Elektrochemie.

Ernannt: Dr. Christopher Kelk Ingold vom Imperial College of Science and Technology London zum Professor der organischen Chemie an der Universität Leeds an Stelle des zurückgetretenen Professors J. B. Cohen, die a. o. Professoren an der Universität Wien Dr. Adolf Franke (analytische Chemie) und Dr. Ernst Spaeth (Chemie) zu ord. Professoren an derselben Hochschule.

Berufen: Der a. o. Professor der Technischen Hochschule Zürich Dr. Paul Scherrer zum ord. Professor der Physik an der Universität Bern als Nachfolger von Professor Dr. Aimé Forster.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. F. Harms in Würzburg. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Digitized by Google

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

No. 7. 1. April 1924. Redaktionsschluß für No. 9 am 10. April 1924. 25. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

O. Schärer, Theorie der Löslichkeitsbeeinflussung bei starken Elektrolyten. S. 145.

R. Seeliger u. M. Wendt, Bemerkung über die Anregung der Wasserstoffspektren durch Elektronenstoß. S. 160.

E. Kretschmann, Das Maxwell-Boltzmannsche Geschwindigkeits- und Energieverteilungsgesetz in der Relativitätstheorie. S. 162.

W. Buchloh, Vakuumuntersuchungen. S. 166.

E. Fermi, Über die Existenz quasiergodischer Systeme. S. 166.

Besprechungen:

M. Möller, Kraftarten und Bewegungsformen. Die äußeren Bewegungen mit einführender Aufgabensammlung. S. 167.

M. Born, Die Relativitätstheorie Einsteins. S. 167.

A. Einstein, Vier Vorlesungen über Relativitätstheorie. S. 167.

E. Study, Einleitung in die Theorie der Invarianten linearer Transformationen auf Grund der Vektorenrechnung. S. 167.

W. Birkemeier, Über den Bildungswert der Mathematik. S. 168.

E. Study, Die realistische Weltansicht und die Lehre vom Raume. Geometrie, Anschauung und Erfahrung. S. 168.

Personalien. S. 168.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Theorie der Löslichkeitsbeeinflussung bei starken Elektrolyten.

Von O. Schärer.

Im Folgenden handelt es sich darum, diejenige Theorie der starken Elektrolyte, wie sie in der Debyschen Fassung bereits für den osmotischen Druck[1]) und die elektrische Leitfähigkeit[2]) durchgeführt worden ist, auf ein chemisches Gleichgewicht zu übertragen. Als Beispiel hierfür ist die Löslichkeitsbeeinflussung gewählt worden, weil auf diesem Gebiete hinreichend zahlreiche und genaue Messungen vorliegen. Entsprechend den Voraussetzungen der Theorie, soweit sie bis jetzt entwickelt ist, erstreckt sich diese Arbeit nur auf den Fall, wo ausschließlich starke Elektrolyte am Gleichgewicht beteiligt sind und diese immer in genügender Verdünnung. In einem ersten Abschnitt wird eine Übersicht gegeben über die bisherige Theorie der Löslichkeitsbeeinflussung. Im zweiten Abschnitt werden die Grundlagen der neuen Theorie, wie sie in den oben zitierten Arbeiten schon enthalten sind, kurz aufgeführt. Im dritten Abschnitt werden die Löslichkeitsformeln entwickelt für den Fall, daß ein zugleich als Bodenkörper vorhandenes Salz in seiner Löslichkeit durch ein oder mehrere in der Lösung anwesende Salze beeinflußt wird, und im vierten Abschnitt werden sie mit dem experimentellen Material verglichen. Einige kurz gehaltene Angaben über diesen Gegenstand wurden schon von Debye veröffentlicht[3]).

1) Physik. Zeitschr. **24**, 185, 1923.
2) Physik. Zeitschr. **24**, 305, 1923.
3) Chemisch Weekblad, **20**, 562, 1923.

§ 1. Zum erstenmal begründete Nernst[1]) eine Theorie des fraglichen Gebietes. Seine Resultate haben zwar bis heute viele Zusätze erfahren; sein Standpunkt ist aber unverändert beibehalten worden. Der besteht im wesentlichen darin, daß man das Massenwirkungsgesetz nimmt in der Form, wie es aus der Thermodynamik für ein System von ungeladenen Molekülen abgeleitet werden kann, und daß man dieses Gesetz auf den Fall, wo Ionen mitbeteiligt sind, überträgt. Die Anpassung an die experimentellen Ergebnisse wurde soweit möglich durch Annahme eines passend gewählten Dissoziationsgrades herbeigeführt. Es zeigte sich, daß die Beobachtungen sich in großen Zügen so beschreiben ließen, als nur wenig experimentelles Material vorlag. Immerhin war der hierzu benötigte Dissoziationsgrad nur näherungsweise derselbe, wie man ihn z. B. aus Leitfähigkeitsmessungen berechnet hatte. Um ein bestimmtes Beispiel herauszugreifen, nehmen wir als Bodenkörpersalz Ag_2So_4 und als beeinflussendes Salz mit einem gemeinsamen Ion $AgBrO_3$. Bedeutet γ die Konzentration des Ag_2SO_4 in Mol pro Liter, γ' die Konzentration des $AgBrO_3$, ferner α und α' die zugehörigen Dissoziationsgrade und sind die in der Lösung vorkommenden Teilchensorten die folgenden

$$H_2O,\ Ag_2SO_4,\ Ag',\ SO_4'',\ AgBrO_3,\ BrO_3',$$

so sind deren Konzentrationen

$$1,\ (1-\alpha)\gamma,\ (2\alpha\gamma+\alpha'\gamma'),\ \alpha\gamma,\ (1-\alpha')\gamma,\ \alpha'\gamma'.$$

Für die in Betracht kommenden Umsetzungen erhält man die folgenden 3 Gleichungen für

1) Zeitschr. f. phys. Chem. **4**, 372, 1889.

Digitized by Google

die 3 Unbekannten γ, α, α', welche als Funktion der Konzentration γ' des zugesetzten $AgBrO_3$ bestimmt werden sollen:

$$(1-\alpha)\gamma = K$$

für die Auflösung des undissoziierten Ag_2SO_4;

$$\frac{(2\alpha\gamma + \alpha'\gamma')^2(\alpha\gamma)}{(1-\alpha)\gamma} = K'$$

für die Spaltung des Ag_2SO_4 in Ag' und SO_4'' und schließlich

$$\frac{(2\alpha\gamma + \alpha'\gamma')(\alpha'\gamma')}{(1-\alpha')\gamma'} = K''$$

für die Spaltung von $AgBrO_3$ in Ag' und BrO_3''. K, K' und K'' bedeuten dabei die klassischen Gleichgewichtskonstanten. Daraus schließt man in bekannter Weise, daß

1. der undissoziierte Bestandteil des ersten Salzes konstant sein muß bei beliebigen Zusätzen γ' des zugesetzten Salzes,

2. das Produkt der Ionenkonzentrationen, jede in der zugehörigen Potenz, auch konstant bleiben muß für beliebige γ', Durch Zusätze, die ein Ion gemeinsam haben mit dem Bodenkörpersalz, müßte demnach die Löslichkeit immer erniedrigt werden. Die schon damals bekannten abnormalen Erhöhungen erklärte man durch Komplexbildung.

Prinzipiell dieselben Überlegungen hat Noyes[1]) auf den Fall ausgedehnt, wo die sich beeinflussenden Salze keine gemeinsamen Ionen haben und gezeigt, daß auch die hier auftretenden Löslichkeitsverbesserungen sich verstehen lassen, wenn man ein mehrfaches Gleichgewicht zwischen den gelösten Ionen in Betracht zieht. Die diesbezüglichen Rechnungen sind sehr kompliziert und überhaupt nur in einfachen Spezialfällen praktisch durchführbar.

Inzwischen ist das experimentelle Material in ergiebigstem Maße angewachsen, namentlich durch die Arbeiten amerikanischer Forscher, und in demselben Maße haben sich die Schwierigkeiten der erwähnten Theorie gehäuft. Den klarsten Ausdruck dafür, daß die Löslichkeitserscheinungen unmöglich so erklärt werden können, findet man in den Abhandlungen von A. A. Noyes, W. C. Bray und W. D. Harkins mit ihren Mitarbeitern[2]). Als Endresultate ziehen die Forscher aus ihren ausgezeichneten Untersuchungen schließlich die folgenden Sätze:

Man nimmt den aus der Leitfähigkeit jedes Salzes in reinem Wasser berechneten Dissoziationsgrad α und bestimmt daraus einerseits die Konzentration der nicht dissoziierten Salzmoleküle in der Lösung, die wir symbolisch mit $(A_{\nu_1}B_{\nu_2})$ bezeichnen, andererseits die Ionenkonzentrationen $(A)^{\nu_1}$ und $(B)^{\nu_2}$; beides unter der Annahme, daß das Salz $A_{\nu_1}B_{\nu_2}$ nur auf eine Weise in Ionen zerfallen kann, nämlich pro Salzmolekül in ν_1 Ionen der Sorte A und ν_2 Ionen der Sorte B.

1. Trägt man jetzt das Löslichkeitsprodukt $(A)^{\nu_1}\cdot(B)^{\nu_2}$ auf als Funktion der totalen Ionenkonzentration $\Sigma\gamma_i$ der Lösung (γ_i bedeutet die Konzentration der i^{ten} Ionensorte in Mol pro Liter), so bleibt das Löslichkeitsprodukt nicht konstant für alle Werte $\Sigma\gamma_i$, wie es nach dem Massenwirkungsgesetz von Guldberg-Waage sein sollte, sondern es nimmt mit wachsender Totalkonzentration bei allen untersuchten Salzen zu (Fig. 1)[1]). Die Zunahme ist um so stärker, je

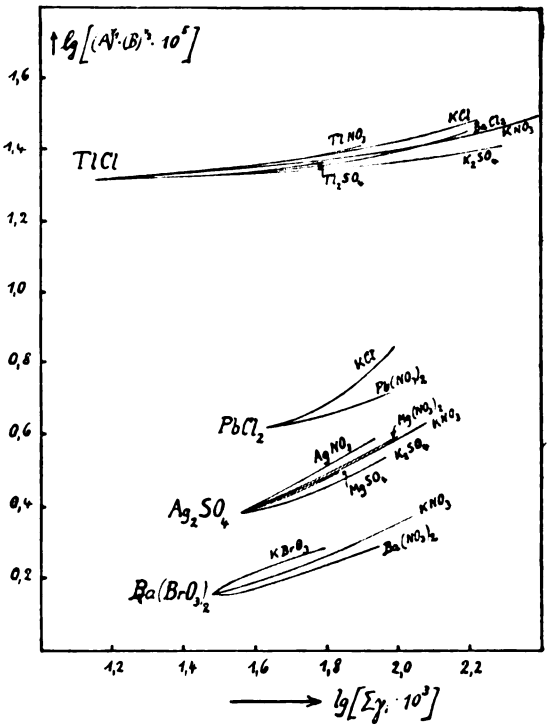


Fig. 1.

höher die Wertigkeit des Salzes ist. Da die Abweichungen überall im gleichen Sinn gehen, liegt es nahe, mit Harkins hier eine Gesetzmäßigkeit zu vermuten.

1) Noyes, Zeitschr. f. phys. Chemie, **27**, 267, 1898.

2) The effect of salts upon solubility of other salts. Journ. of Amer. Chem. Soc. **33**, 1911.
I. S. 1643 A. A. Noyes and W. C. Bray.
II. S. 1650 A. A. Noyes, C. R. Broggs, F. S. Farrel and M. A. Stewart.
III. S. 1663 W. C. Bray and W. J. Winninghoff.
IV. S. 1673 W. C. Bray.
V. S. 1807 W. D. Harkins.
VI. S. 1827 W. D. Harkins and W. J. Winninghoff.
VII. S. 1836 W. D. Harkins.

1) In Fig. 1 und 2 sind die Logarithmen der Werte aufgetragen.

Digitized by Google

2. Trägt man die Konzentration der undissoziierten Salzmoleküle ($A_{\nu_1} B_{\nu_2}$) auf als Funktion der totalen Innenkonzentration der Lösung (Fig. 2), so zeigt sich, daß von Kon-

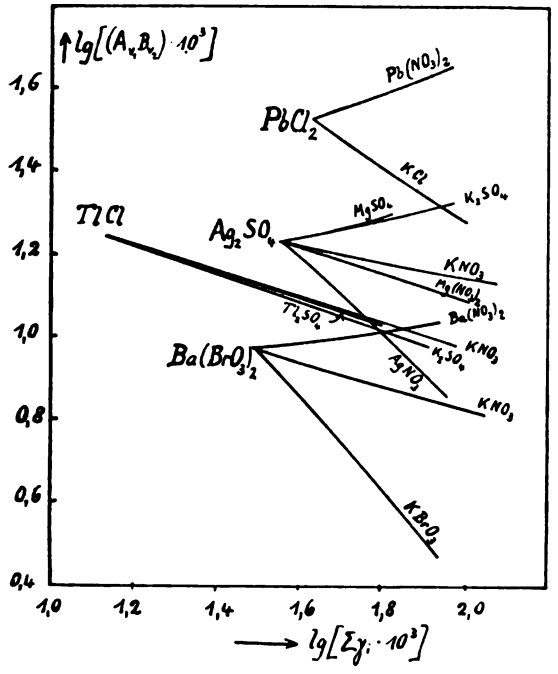


Fig. 2.

stanz keine Rede ist. Außerdem ist der Gang der Funktion ein ganz unregelmäßiger; die Divergenz der Kurven wächst außerordentlich mit zunehmender Wertigkeit. Je nachdem ein Salz zugesetzt wird, kann die Konzentration der undissoziierten Salzmoleküle sowohl ansteigen, wie abnehmen.

3. Aus den beiden Figuren ist ersichtlich, daß die Fälle, wo das sich lösende und beeinflussende Salz keine gemeinsamen Ionen haben, sich in nichts unterscheiden von den Fällen, wo beide Salze ein gleiches Ion haben. Die Autoren schließen daraus, daß es die totale Ionenkonzentration ist, welche die Erscheinungen in erster Linie beherrscht. Der von der bisherigen Theorie konstruierte Unterschied der beiden Fälle (einfaches und mehrfaches Gleichgewicht) liegt demnach nicht in der Natur der Sache, sondern muß einem beide umfassenden Gesichtspunkt Platz machen.

4. Nicht einmal dann, wenn die Konzentration des beeinflussenden Salzes o ist, wird die Forderung des Massenwirkungsgesetzes erfüllt, denn die Anfangstangenten sind nicht horizontal (Abweichung um so kleiner, je kleiner die Wertigkeit), weder beim Löslichkeitsprodukt, noch bei den undissoziierten Molekülen, wenn deren Konzentrationen als Funktion der totalen Ionenkonzentration aufgetragen werden.

5. Die Autoren suchen die in Fig. 1 und 2 dargestellten Kurven durch Funktionen von folgender Form wiederzugeben.

$$(A)^{\nu 1} \cdot (B)^{\nu 2} = \varkappa \cdot (\Sigma \gamma_i)^n$$
$$(A_{\nu_1} B_{\nu_2}) = (A_{\nu_1} B_{\nu_1})_0 \cdot (\Sigma \gamma_i)^m$$

aber die errechneten Werte von n und m können meist nur kleine Konzentrationsintervalle genau darstellen, und ihre Zahlenwerte zeigen keine charakteristischen Gesetzmäßigkeiten, mit Ausnahme des n-Wertes für ganz kleine Konzentrationen, welcher zu ungefähr 0,4 gefunden wird.

6. Unter den Fällen, wo die beiden Salze gemeinsame Ionen haben, und welche also Löslichkeitserniedrigung zeigen sollten, gibt es seit langem bekannte Widersprüche (siehe 4. Abschnitt).

7. Harkins hat den Gang des undissoziierten Anteils (Fig. 2) verglichen mit dem Aussalzungseffekt eines Nichtelektrolyten (z. B. Äther in wässeriger Lösung), durch zugesetztes Salz und gefunden, daß der nicht dissoziierte Salzanteil bei der gegenseitigen Beeinflussung von Salzen etwa zehnmal stärker beeinflußt wird, als Äther in wässeriger Lösung, so daß die beiden Effekte sicher nicht auf einander zurückgeführt werden können.

8. Harkins schließt, daß die Annahme dieses einfachen Zerfalls des Salzes $A_{\nu_1} B_{\nu_2}$ in ν_1 Ionen der Sorte A und ν_2 Ionen der Sorte B die Beobachtungen nicht erklärt, sondern daß man dafür auch noch die möglichen Zerfallsarten in Zwischenstufen hinzunehmen muß. (Na_2SO_4 soll nicht nur in Na' und SO_4'' zerfallen, sondern auch noch in $NaSO_4'$). Von diesem Standpunkt gelingt ihm natürlich manche Erklärung für die Widersprüche mit dem einfachen Guldberg-Waageschen Gesetz; indessen ist die dadurch eingeführte Komplikation dermaßen (wie früher bei Noyes), daß sich auf diesem Wege kaum eine quantitative Erfassung des ganzen Gebietes ergeben kann.

Hier wird gezeigt werden, daß man mit dem einfachen, allerdings elektrisch ergänzten Massenwirkungsgesetz und vom Standpunkt einer totalen Dissoziation der starken Elektrolyte aus das durch die obigen Untersuchungen so sehr geförderte Problem in einfacher Weise beherrschen kann. Damit fallen mit einem Schlage alle die Unregelmäßigkeiten fort, die sich auf den nicht dissoziierten Teil bezogen, da er gar nicht existiert, und die hinter dem Verhalten des Löslichkeitsproduktes vermutete Gesetzmäßigkeit wird in klarer Weise hervortreten. Die unter 3. erwähnte Trennung der alten Theorie in die zwei

Digitized by Google

Fälle der gemeinsamen und der nicht gemeinsamen Ionen wird wegfallen; ebenso kann eine große Zahl der unter 6. aufgeführten Fälle jetzt zu den normalen gerechnet werden.

Der Standpunkt der totalen Dissoziation starker Elektrolyte ist bereits seit langer Zeit vertreten worden. Schuld daran war die nicht nur bei der Löslichkeitsbeeinflussung, sondern auf allen andern Gebieten bei starken Elektrolyten zunehmenden Widersprüche und Schwierigkeiten mit der klassischen Theorie der partiellen Dissoziation. Ganz besonders bei den chemischen Gleichgewichten ist durch Einführung der Begriffe Aktivität und Aktivitätskoeffizient Hervorragendes in formalem Sinne geleistet worden durch G. N. Lewis[1]). Die Löslichkeitsbeeinflussung selbst wurde in diesem Sinne besonders diskutiert in einigen schönen Arbeiten von Brönsted[2]). Lewis geht aus von allgemeinen thermodynamischen Gleichgewichten und führt die Abweichungen vom Massenwirkungsgesetz in rein formaler Weise zurück auf geeignet definierte Aktivitätskoeffizienten, deren Gesetzmäßigkeiten dann empirisch aus einem großen Material herausgearbeitet wurden.

Die nachfolgenden Ausführungen kann man auffassen als eine Anwendung der speziellen Theorie dieser Aktivitätskoeffizienten, wie sie ausgehend von der Annahme, daß die elektrischen Kräfte zwischen den Ionen die Abweichungen vom klassischen Massenwirkungsgesetz verursachen, von Debye entworfen wurde. Der Zusammenhang mit den von G. N. Lewis gefundenen Gesetzmäßigkeiten wird noch ausführlich besprochen werden.

§ 2. Bekanntlich kennt man das gesamte Verhalten einer Lösung, sobald z. B. die freie Energie als Funktion geeignet gewählter Variabelen bekannt ist.

Es erweist sich als zweckmäßiger, statt der freien Energie das thermodynamische Potential Φ von Helmholtz zu benutzen.

$$\Phi = U - TS + pV.$$

Dabei bedeuten U die Energie, T die absolute Temperatur, S die Entropie, p den Druck und V das Volumen. Dessen physikalische Bedeutung ist derjenigen der freien Energie ganz ähnlich und ergibt sich aus folgender Überlegung. Nach dem ersten Hauptsatz ist

$$dU = \delta Q + \delta A,$$

wobei δQ die zugeführte Wärmemenge und δA die zugeführte Arbeit bezeichnet. Spaltet man δA in die Arbeit des äußern Drucks $\delta A'$ ($\delta A' = -pdV$) und in den Rest $\delta A''$, so ergibt sich für eine Änderung, welche bei konstanter Temperatur und konstantem Druck ausgeführt wird:

$$d\Phi = d(U - TS + pV) = \delta(A - A') = \delta A''$$

Die Änderung $d\Phi$, welche das betrachtete System erfährt, ist demnach gleich der hierzu nötigen Gesamtarbeit, vermindert um die äußere Druckarbeit. Sehen wir unsere Lösungen als inkompressibel an, so haben freie Energie und thermodynamisches Potential für uns dieselbe Bedeutung.

Besteht unsere Lösung aus N_0 Molekülen Lösungsmittel und

$$N_1 N_2 \ldots N_i \ldots N_s$$

Ionen der Sorten

$$1.\ 2. \ldots i. \ldots s.$$

so begründet man in der klassischen Darstellung für das thermodynamische Potential $\Phi = \Phi^*$ einen Ausdruck von der Form

$$\Phi^* = \sum_{i=0}^{s} N_i (\varphi_i + kT \lg c_i). \qquad (1)$$

Dabei bedeutet φ_i das auf das Einzelteilchen[1]) bezogene thermodynamische Potential, welches von den Konzentrationen unabhängig ist, k die Boltzmannsche Konstante und c_i die Konzentration der i^{ten} Teilchensorte, definiert durch

$$c_i = \frac{N_i}{N_0 + N_1 + \ldots + N_i \ldots + N_s}$$

oder, da nur verdünnte Lösungen in Betracht kommen, mit großer Näherung auch

$$c_i = \frac{N_i}{N_0}. \qquad (2)$$

Lösungen, deren Verhalten durch den Ausdruck (1) dargestellt werden können, wollen wir als ideale Lösungen zeigen. Da die Erfahrung zeigt, daß ideale Lösungen bei starken Elektrolyten nicht existieren, soll (1) zunächst formal durch ein Zusatzglied $W = \sum N_i w_i$ erweitert werden, über dessen Natur und Bedeutung erst weitere molekulartheoretische Betrachtungen Aufschluß zu geben imstande sein werden[2]). So erhält man

$$\Phi = \sum_{i=0}^{s} N_i (\varphi_i + kT \lg c_i + w_i). \qquad (3)$$

1) G. N. Lewis, Proc. Amer. Acad. **43**, 259, 1907; Zeitschr. f. phys. Chem. **61**, 129, 1907; Journ. of the Amer. chem. Soc. **63**, 1112, 1921 **70**, 212, (1909).

2) Brönsted, Studies on solubility. Journ. Amer. Chem. Soc. **42**, 76, 1920; **42**, 1448, 1920; **43**, 2266, 1921; **44**, 877, 1922.

1) Wir beziehen uns auf die Einzelteilchen und nicht auf das Gesamtmol, dementsprechend tritt die Boltzmannsche Konstante $k = 1{,}371 \cdot 10^{-16}$ statt der Gaskonstanten auf.

2) Die Darstellung entspricht den Ausführungen von Debye, Physik. Zeitschr. **25**, 97, 1924.

Digitized by Google

Nicht ideale Lösungen müssen in der Grenze für unendliche Verdünnung in ideale übergehen, d. h. w_i muß mit abnehmender Konzentration der Salze o werden. Man wird zu erwarten haben, daß diese Erweiterung analog ist dem Übergang von den idealen Gasen zu den wirklichen Gasen nach van der Waals, welche sich von den idealen dadurch unterscheiden, daß die Moleküle anziehende und abstoßende Kraft aufeinander ausüben.

Vorläufig wird ohne Rücksicht auf die im Folgenden zu benutzende Theorie dieser Zusätze

$$w_i = kT \lg h_i \tag{4}$$

gesetzt und h_i nach dem Vorgang von P. Debye das Aktivitätspotential der i^{ten} Ionensorte genannt. Aus diesem Aktivitätspotential lassen sich die Aktivitätskoeffizienten im Sinne von Lewis äußerst einfach durch Differentiation gewinnen auf folgende Art. Wir betrachten eine Zustandsänderung unseres Systems bei konstantem Druck und konstanter Temperatur, welche nur in einer Änderung der Teilchenzahlen besteht (bei Löslichkeitsversuchen immer der Fall). Dabei ändert sich Φ des Systems um

$$\delta\Phi = \sum_{i=0}^{s} \delta N_i \left[\varphi_i + kT \lg c_i + kT \lg h_i + kT \sum_{j-0}^{s} N_j \frac{\delta \lg h_j}{\delta N_i} \right] \tag{5}$$

wobei man berücksichtigt hat, daß h_j von sämtlichen N_i abhängt. Ferner ist in bekannter Weise berücksichtigt, daß

$$\sum N_i \delta(\varphi_i + kT \lg c_i) = 0$$

ist, während in der Doppelsumme die Indizes vertauscht wurden. Schreibt man Gleichung (5) in der Form

$$\delta\Phi = \sum \delta N_i \cdot \mu_i,$$

wobei μ_i nach Gibbs das „chemische Potential" der i^{ten} Ionensorte bedeutet, so erhält man also für das ideale chemische Potential

$$\mu_i^* = \varphi_i + kT \lg c_i$$

und das wirkliche chemische Potential kann man schreiben

$$\mu_i = \varphi_i + kT \lg (f_i c_i),$$

wenn man setzt

$$\lg f_i = \lg h_i + \sum_{j=1}^{s} N_j \frac{\delta \lg h_j}{\delta N_i} \tag{6}$$

f_i heißt der Aktivitätskoeffizient der i^{ten} Teilchensorte. Die wirklichen Lösungen starker Elektrolyte unterscheiden sich von den idealen also dadurch, daß nicht die analytisch bestimmten Konzentrationen c_i für die an den Lösungen beobachteten Effekte maßgebend sind, sondern fiktive Konzentrationen, welche man dadurch aus den gemessenen c_i erhält, daß man diese mit einem Faktor f_i multipliziert. In dieser Schreibweise erhält man also

$$\delta\Phi = \sum \delta N_i (\varphi_i + kT \lg (f_i c_i)). \tag{7}$$

Verhalten sich nun bei der betrachteten Reaktion die Änderungen δN_i wie

$$\delta N_1 : \delta N_2 : \ldots : \delta N_i : \ldots : \delta N_s = \nu_1 : \nu_2 : \ldots : \nu_i : \ldots : \nu_s$$

wobei die ν_i ganze Zahlen sind, so erhält man als Gleichgewichtsbedingung genau wie in der klassischen Thermodynamik

$$\sum_i \lg (f_i c_i)^{\nu_i} = \lg T \tag{8}$$

d. h. man erhält wieder das Massenwirkungsgesetz, jetzt aber nicht mit den gemessenen Konzentrationen, sondern mit den fiktiven Konzentrationen $(f_i c_i)$, welche man einzeln als „aktive Masse" der i^{ten} Teilchensorte bezeichnen könnte.

§ 3. Aufgabe der Theorie ist, auf Grund eines Bildes der Ionenlösung für die Zusätze w_i und damit auch für h_i und f_i explizite Werte zu liefern. Die vorhandenen s Ionensorten sollen die Ladungen tragen

$$z_1\varepsilon,\ z_2\varepsilon,\ \ldots\ldots\ z_s\varepsilon.$$

Dabei ist ε das elektrische Elementarquantum und die Wertigkeit z_i kann eine positive oder eine negative ganze Zahl sein. Greifen wir ein bestimmtes Ion heraus, so bewirkt seine Ladung, daß die gleichnamigen andern sich im Mittel etwas entfernter von ihm aufhalten werden als die ungleichnamigen. Berechnet man nach dem Maxwell-Boltzmannschen Prinzip die Verteilung aller vorhandenen Ionen um dieses eine hervorgehobene Ion, so erzeugt diese Verteilung im Zentrum ein Potential ψ_i vom Betrag[1])

$$\psi_i = -\frac{z_i\varepsilon \cdot \varkappa}{D} \frac{1}{1 + \varkappa a_i}.$$

Dabei bedeutet $\varkappa$ (von der Dimension einer reziproken Länge) ein Maß für die exponentielle Abnahme der elektrischen Dichte der Ionenatmosphäre nach außen und ist definiert durch

$$\varkappa^2 = \frac{4\pi\varepsilon^2}{DkT} \sum_{i=1}^{s} n_i z_i^2. \tag{9}$$

Dabei ist D die Dielektrizitätskonstante des Lösungsmittels, k die Boltzmannsche Konstante, T die absolute Temperatur und n_i die Anzahl der Ionen der i^{ten} Sorte pro cm³

$$n_i = \frac{N_i}{V}$$

1) P. Debye, Physik. Zeitschr. **24**, 185, 1923.

Digitized by Google

(V ist das Volumen der Lösung). Die Größe a_i ist als ein Maß gedacht Abstand, auf den die anderen Ionen im Mittel beim Zusammenstoß an das hervorgehobene Ion der Sorte i herankommen können.

Um den Zusatz W zum thermodynamischen Potential zu finden, hat man die Arbeit auszurechnen, welche infolge der gegenseitigen Kräfte der Ionen zu leisten ist bei einer unendlich langsamen Entstehung der Ladungen[1]). Sind in einer gewissen Phase dieses Prozesses alle Ladungen so weit erzeugt, daß sie das λ-fache ($\lambda < 1$) ihres Endwertes erreicht haben, so erfordert der durch die Vermehrung von λ um $d\lambda$ gekennzeichnete nächste Schritt an einem Ion der Sorte j den Arbeitsbetrag

$$-\frac{z_j^2\varepsilon^2\varkappa}{D}\frac{\lambda^2 d\lambda}{1+\lambda a_j\varkappa}.$$

Dementsprechend wird im ganzen

$$W = \Sigma N_j w_j = -\Sigma N_j \frac{z_j^2\varepsilon^2\varkappa}{D}\int_0^1 \frac{\lambda^2 d\lambda}{1+\lambda\varkappa a_j}$$

nach (4) ist also das Aktivitätspotential für ein Ion der Sorte j definiert durch die Gleichung

$$\lg h_j = \frac{z_j^2\varepsilon^2\varkappa}{DkT}\int_0^1 \frac{\lambda^2 d\lambda}{1+\lambda a_j\varkappa}. \qquad (10)$$

Das Integral in diesem Ausdrucke wollen wir unausgewertet lassen, da für das Folgende nur die aus den Aktivitätspotentialen abzuleitenden Aktivitätskoeffizienten eine Rolle spielen. Gleichung (6) ist die allgemeine Beziehung, nach welcher die letztgenannten Koeffizienten folgen. Nach (9) hat man

$$2\varkappa\frac{\delta\varkappa}{\delta N_i} = \frac{4\pi z_i^2\varepsilon^2}{DkT}\frac{1}{V}$$

wenigstens so lange das Volumen der Ionen in V unberücksichtigt bleiben kann, was für verdünnte Lösungen zutrifft. Unter Benutzung dieses Resultates folgt zunächst

$$\lg f_i = \frac{z_i^2\varepsilon^2\varkappa}{DkT}\left\{\int_0^1 \frac{\lambda^2 d\lambda}{1+\lambda\varkappa a_i} + \right.$$
$$\left. + \frac{4\pi\varepsilon^2}{DkT}\sum n_j z_j^2 \frac{1}{2\varkappa}\frac{d}{d\varkappa}\left[\varkappa\int_0^1 \frac{\lambda^2 d\lambda}{1+\lambda\varkappa a_j}\right]\right\}.$$

Im Folgenden soll von der Möglichkeit der Einführung verschiedener „Ionenradien" für die verschiedenen Ionen abgesehen und mit einem einzigen Mittelwerte a gerechnet werden. Dann ergibt sich mit Rücksicht auf (9):

$$\lg f_i = \frac{z_i^2\varepsilon^2\varkappa}{DkT}\left\{\int_0^1 \frac{\lambda^2 d\lambda}{1+\lambda\varkappa a} + \frac{1}{2}\frac{d}{d\varkappa}\left[\varkappa\int_0^1 \frac{\lambda^2 d\lambda}{1+\lambda\varkappa a}\right]\right\}.$$

Bezeichnet man nun vorübergehend $\varkappa a$ mit x und die variabele Größe $\lambda\varkappa a$ mit ξ, dann ist das Integral

$$\int_0^1 \frac{\lambda^2 d\lambda}{1+\lambda\varkappa a} = \frac{1}{x^3}\int_0^x \frac{\xi^2 d\xi}{1+\xi} = J(x),$$

während der Klammerausdruck

$$J + \frac{1}{2}\frac{d}{dx}(xJ) = \frac{1}{2x^2}\frac{d}{dx}(x^3 J)$$

geschrieben werden kann. Nach der Definition von J ist aber

$$\frac{d}{dx}(x^3 J) = \frac{x^2}{1+x},$$

so daß der ganze Klammerausdruck den Wert

$$\frac{1}{2x^2}\frac{x^2}{1+x} = \frac{1}{2}\frac{1}{1+x} = \frac{1}{2}\frac{1}{1+\varkappa a}$$

annimmt. Schließlich wird also für den Aktivitätskoeffizienten f_i der i^{ten} Ionensorte gefunden

$$\lg f_i = \frac{z_i^2\varepsilon^2}{2DkT}\frac{\varkappa}{1+\varkappa a}. \qquad (11)$$

Setzt man für $\varkappa$ seinen Wert ein aus Gleichung (9), so nimmt (11) die Form an

$$\lg f_i = -\sqrt{\pi}\left(\frac{\varepsilon^2}{DkT}\right)^{3/2} z_i^2 \sqrt{\sum_1^s n_i z_i^2}\,\frac{1}{1+a\sqrt{\frac{4\pi\varepsilon^2}{DkT}\sum_1^s n_i z_i^2}}. \qquad (12)$$

Die gesamte Abhängigkeit von der Ionengröße liegt im letzten Faktor rechts; der übrige Teil rechter Hand enthält zur Kennzeichnung der Ionen nur ihre Wertigkeit. Dieser Teil aber kommt für große Verdünnungen allein in Betracht, da dann der Bruch dem Werte 1 zustrebt, so daß in der Grenze für große Verdünnungen die Eigenschaften der Lösungen allein durch die Wertigkeit der Ionen gekennzeichnet sind. Da die Summe $\sum_1^s$ sich über alle in der Lösung anwesenden Ionen erstreckt, so hängt f_i von der geeignet mit Hilfe der Wertigkeiten bewerteten Totalkonzentration der Lösung und nicht von der Teilkonzentration des Bodenkörpersalzes ab. Dem entspricht, daß die elektrischen Kräfte zwischen den Ionen sich nicht darum kümmern, ob ein Ion vom Bodenkörpersalz oder vom be-

1) Vgl. P. Debye, Physik. Zeitschr. **24**, 185, 1923.

Digitized by Google

einflussenden herstammt. Die f_i müssen also auch dieselben sein, ob die Salze gemeinschaftliche Ionen haben oder nicht. Bereits in dieser Darstellung der f_i kommt eine Reihe von Abhängigkeiten klar zum Ausdruck, die bereits von Harkins vermutet worden sind. Die Übereinstimmung dieser theoretischen Aktivitätskoeffizienten mit den von G. N. Lewis experimentell gefundenen ist, wie noch ausführlich gezeigt wird (bis auf den Einfluß des Ionenradius), nahezu vollständig.

Rühren die s in der Lösung vorhandenen Ionensorten her von k ($k < s$) aufgelösten, vollständig dissoziierten Salzen, so kann man die Summe unter der Wurzel in Gleichung (12) additiv zerlegen in Summen, die nur noch über jedes der Salze einzeln zu erstrecken sind

$$\sum_1^s n_i z_i^2 = \sum_{(1)} n_i z_i^2 + \sum_{(2)} n_i' z_i'^2 + \ldots + \sum_{(k)} n_i^{(k)} z_i^{(k)2}.$$

Gibt $\nu_i^{(k)}$ an, wiel Ionen der i^{ten} Sorte entstehen aus einem k^{ten} Salzmolekül, so kann man von den Ionenzahlen n_i pro cm³ übergehen zu den Konzentrationen γ der Salze in Mol pro Liter nach der Gleichung

$$n_i^{(k)} = 6{,}06 \cdot 10^{20} \nu_i^{(k)} \gamma^{(k)}.$$

Die Summe schreibt sich dann

$$\sum_1^s n_i z_i^2 = 6{,}06 \cdot 10^{20} \left\{ \gamma \sum_{(1)} \nu_i z_i^2 + \gamma' \sum \nu_i' z_i'^2 + \ldots + \gamma^{(k)} \sum_{(k)} \nu_i^{(k)} z_i^{(k)2} \right\}.$$

Setzt man in (12) die Temperaturfunktionen zur Abkürzung

$$\sqrt{\pi} \left(\frac{\varepsilon^2}{DkT} \right)^{3/2} \sqrt{6{,}06 \cdot 10^{10}} = B$$

$$\sqrt{\frac{4\pi\varepsilon^2}{DkT}} \sqrt{6{,}06 \cdot 10^{10}} = C^{1)}$$

und bezeichnet man die $\sum_{(k)} \nu_i z_i^2$ über das k^{te} Salz mit $\Sigma^{(k)}$, so ergibt sich schließlich

$$\lg f_i = -z_i^2 B \frac{\sqrt{\gamma\Sigma + \gamma'\Sigma' + \ldots + \gamma^{(k)}\Sigma^{(k)}}}{1 + Ca\sqrt{\gamma\Sigma + \ldots + \gamma^{(k)}\Sigma^{(k)}}}. \quad (12')$$

§ 3. Bei der Herleitung der Gleichgewichtsbedingung für die Löslichkeit beschränken wir uns auf den Fall, der bisher ausschließlich gemessen wurde, wo als sich lösendes, wie als beeinflussendes Salz nur je ein einziges vorhanden ist (die auf das beeinflussende Salz bezüglichen Größen tragen den Index '). Die Ausdehnung auf den Fall, wo mehrere Salze ein oder mehrere zu lösende beeinflussen, wird sich daraus ohne weiteres ergeben. Bezeichnet man die $\sum \nu_i z_i^2$ über das Salz des Bodenkörpers zur Abkürzung mit Σ ohne Index und $\sum \nu_i z_i^2$ über das zugesetzte Salz mit Σ', so erhält man für den bei der Löslichkeitsbeeinflussung maßgebenden Aktivitätskoeffizienten des i^{ten} Ions.

$$\lg f_i = -z_i^2 B \frac{\sqrt{\gamma\Sigma + \gamma'\Sigma'}}{1 + Ca\sqrt{\gamma\Sigma + \gamma'\Sigma'}}. \quad (12'')$$

Schreibt man die Gleichgewichtsbedingung (8) in der Form

$$\Sigma \nu_i \lg c_i = \lg K - \Sigma \nu_i \lg f_i$$

wobei die Summen nur über die Ionen des Bodenkörpersalzes sich erstrecken (da nur diese bei der betrachteten Reaktion eine Änderung ν_i der Molekülzahlen erfahren), und setzt

$$\Sigma \nu_i \lg f_i = \lg A.$$

so soll A als Affinitätsprodukt des ganzen sich lösenden Salzes bezeichnet werden[1]); in ihm sind die Aktivitätskoeffizienten der einzelnen Ionen multiplikativ zusammengefaßt in der Form

$$A = (f_1)^{\nu 1} \cdot (f_2)^{\nu 2} \ldots (f_s)^{\nu s}.$$

Setzt man

$$\Sigma \nu_i \lg c_i = \lg L$$

und nennt L das Löslichkeitsprodukt, so nimmt Gleichung (8) die äußerst einfache Form an

$$\lg L = \lg K - \lg A. \quad (13)$$

Setzt man aus Gleichung (12) die expliziten Werte für die f_i ein, so erhält man für das Aktivitätsprodukt A des Bodenkörpersalzes

$$\lg A = -B \cdot \Sigma \frac{\sqrt{\gamma\Sigma + \gamma'\Sigma'}}{1 + Ca\sqrt{\gamma\Sigma + \gamma'\Sigma'}}. \quad (14)$$

Es ist zu beachten, daß der Ausdruck (14) für das Aktivitätsprodukt nur deshalb eine so einfache Form angenommen hat, weil wir durchweg mit dem mittleren Durchmesser a gerechnet haben. Die spätere Diskussion wird zeigen, daß dieses Vorgehen im allgemeinen eine praktisch genügend genaue Annäherung an die wirklichen Verhältnisse darstellt. Im übrigen ist dieses Verhalten von vornherein naheliegend, da die Einführung der Ionengröße nur den Zweck hat, die Gültigkeit der Formeln auf einen größeren

1) Für den Gang der Dielektrizitätskonstanten D mit der Temperatur ist bei wäßrigen Lösungen stets die Formel von P. Drude benutzt. (Ann. d. Phys. **59**, 61, 1896.)

$$D_t = 88{,}23 - 0{,}4044t + 0{,}001035t^2.$$

Berechnet man B und C für die Temperaturen 0° und 25° C, so ergibt sich:

	B	C
0°	0,811	$2{,}31 \cdot 10^7$
25°	0,843	$2{,}35 \cdot 10^7$

($\varepsilon = 4{,}77 \cdot 10^{-10}$, $k = 1{,}346 \cdot 10^{-16}$).

1) Definiert man den Aktivitätskoeffizienten f des ganzen Salzes durch

$$(\Sigma \nu_i) \cdot \lg f = \Sigma \nu_i \lg f_i,$$

so hängt A mit f zusammen nach der Beziehung

$$A = f^{\Sigma \nu_i}.$$

Digitized by Google

Konzentrationsbereich auszudehnen und die Grenzgesetze für große Verdünnungen jene Größe a nicht enthalten.

Löst man das Bodenkörpersalz in reinem Wasser, so hat man analog zu (13) die Gleichgewichtsbedingung

$$\lg L^0 = \lg K - \lg A^0. \qquad (13')$$

Dabei bedeutet L^0 das Löslichkeitsprodukt und A^0 das Aktivitätsprodukt des Bodenkörpersalzes in reinem Wasser. Will man nur die Erhöhung oder Erniedrigung der Löslichkeit relativ zu ihrem Wert in reinem Wasser, so erhält man durch Subtraktion (13') von (13)

$$\lg \frac{L}{L^0} = -\lg \frac{A}{A^0}. \qquad (15)$$

Darin ist $\lg A^0$ nach (14) bestimmt durch

$$\lg A^0 = -B\Sigma \frac{\sqrt{\gamma^0 \cdot \Sigma}}{1 + Ca\sqrt{\gamma^0 \Sigma}}. \qquad (14')$$

Dabei ist γ^0 die Löslichkeit in reinem Wasser; außerdem ist für das Gleichgewicht des Bodenkörpers in reinem Wasser dasselbe a benutzt, wie für den allgemeinen Fall mit zugesetztem Salz. Das bedeutet ein freiwilliger Verzicht auf eine allgemeinere und deshalb anpassungsfähigere theoretische Formel. Wieder mit Rücksicht auf die Tatsache, daß a erst eine Wirkung zweiter Ordnung mißt.

Wir unterscheiden nunmehr zwei Fälle:

1. Das sich lösende Salz, das pro Molekül in ν_1 Ionen A und ν_2 Ionen B zerfällt, und das beeinflussende Salz, das in ν_1' Ionen A' und ν_2' Ionen B' zerfällt, haben keine gleichen Ionen. Dann hat $\lg \frac{L}{L^0}$ den Wert

$$\lg \frac{L}{L^0} = \lg \left[\left(\frac{\gamma}{\gamma^0} \right)^{\nu_1 + \nu_2} \right]. \qquad (16)$$

2. Die Ionen A und A' sind identisch. Dann ergibt sich

$$\lg \frac{L}{L^0} = \lg \left[\left(\frac{\nu_1 \gamma + \nu_1' \gamma'}{\nu_1 \gamma^0} \right)^{\nu_1} \left(\frac{\gamma}{\gamma^0} \right)^{\nu_2} \right] \qquad (16')$$

oder wenn B und B' identisch sind

$$\lg \frac{L}{L^0} = \lg \left[\left(\frac{\gamma}{\gamma^0} \right)^{\nu_1} \left(\frac{\nu_2 \gamma + \nu_2' \gamma'}{\nu_2 \gamma^0} \right)^{\nu_2} \right]. \qquad (16'')$$

Unter Benutzung der Angaben (14), (14') und (16), (16') oder (16'') bestimmt Gleichung (15) in allen Fällen die Löslichkeit γ des Bodenkörpersalzes in Abhängigkeit von der Konzentration γ' eines zugesetzten Salzes beliebiger Art.

In der Grenze für sehr kleine Konzentrationen kann der Nenner in (14) und (14') gleich 1 gesetzt werden. Hat man außerdem den Fall ungleicher Ionen, so reduziert sich (15) auf die Beziehung

$$\lg \frac{\gamma}{\gamma^0} = \frac{B\Sigma}{\nu_1 + \nu_2} \left[\sqrt{\gamma\Sigma + \gamma'\Sigma'} - \sqrt{\gamma^0 \Sigma} \right].$$

Es verdient besonders hervorgehoben zu werden, daß Brönsted[1]) in einer seiner schon zitierten Untersuchungen die Löslichkeitsbeeinflussung mit gutem Erfolge darstellt durch eine Formel, welche in der Grenze für kleine Konzentrationen und für ein-ein-wertige Salze die Gestalt

$$\lg \frac{\gamma}{\gamma^0} = \text{const} \left[\sqrt{\gamma + \gamma'} - \sqrt{\gamma^0} \right]$$

annimmt. In der Tat wird dieser Zusammenhang theoretisch gefordert im Spezialfalle $\Sigma = \Sigma'$. Bei Brönsted hat die Konstante für ein-ein-wertige Salze den Wert 0,96 und sollte nach seinem Befund nahezu temperaturunabhängig sein (vergleiche die Anmerkung über den Wert von B S. 151). Bezeichnet man $L \cdot A$ als Gesamtaktivität (aktive Masse) des löslichen Salzes, so heißt Gl. (15):

Die Löslichkeit reguliert sich so, daß die aktive Masse bei Salzzusatz gleich ist der aktiven Masse in reinem Wasser.

Qualitativ lassen sich die Verhältnisse überblicken auf Grund von folgender mit der Bedeutung der Formeln in Einklang stehender Überlegung[2]). Haben wir den ersten Fall ungleicher Ionen, so ist der einzige Effekt, der durch den Zusatz fremder Ionen hervorgerufen wird, der, daß nunmehr die Arbeit, welche die Ionen des Bodenkörpers zu leisten hatten, um diesen zu verlassen und in das Lösungsmittel einzutreten, geringer geworden ist, da sie nunmehr in eine Ionenlösung vergrößerter Gesamtkonzentration austreten sollen und somit infolge der elektrostatischen Kräfte stärker als vorher in diese hineingezogen werden. Die Löslichkeit des Bodenkörpers muß also vermehrt werden. Formal kommt das darin zum Ausdruck, daß die Aktivitätskoeffizienten nach (12'') verkleinert werden und demnach in Übereinstimmung mit (15) das Löslichkeitsprodukt zunehmen muß.

Anders liegen die Verhältnisse im Falle 2. Erstens besteht der eben diskutierte Effekt mit dem Erfolg, daß der Bodenkörper die Tendenz hat, leichter in Lösung zu gehen. Zweitens aber ist jetzt, wo gleichartige Ionen zugesetzt wurden, die Wahrscheinlichkeit größer geworden, daß zwei entgegengesetzt geladene Bodenkörperionen zusammentreffen und aus der Lösung aus- und in den Bodenkörper eintreten. Welcher dieser beiden Effekte überwiegen wird, ist von vorn-

1) Brönsted, Journ. Amer. Soc. **44**, 940, 1922.
2) Nach Debye, Chem. Weekblad.

Digitized by Google

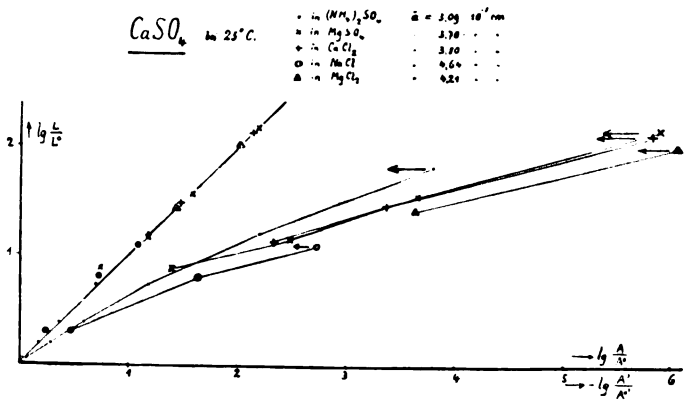


Fig. 3.

herein nicht zu sagen. Überwiegt der letztgenannte Effekt, dann fällt Bodenkörpersalz aus, ähnlich wie es die klassische Theorie als einziger Fall für möglich ansieht, wenigstens so lange nicht die Bildung besonderer Zwischensalze supponiert wird. Es ist aber auch möglich, daß die elektrische Anziehung der Ionenlösung die Oberhand bekommt. Dann tritt eine Verbesserung der Löslichkeit des Bodenkörpers ein und dieser Effekt sollte unsern theoretischen Vorstellungen nach um so eher zu erwarten sein, je höher die Wertigkeit der Ionen und je höher die Konzentration ist. Diesbezügliche Beispiele finden sich im nächsten Abschnitt. Im übrigen sollte beachtet werden, daß wir uns hier stets dem Gebiete von Lösungen großer Konzentration ferngehalten haben, wo andere hier nicht berücksichtigte Effekte, insbesondere die sogenannte Hydratation, einen bestimmenden Einfluß ausüben werden.

§ 4. Die Diskussion der Beobachtungen kann sehr verschieden ausgeführt werden. Wir werden hauptsächlich vorgehen auf zweierlei Art. Eine dritte Möglichkeit wird in § 5 besprochen. Entweder vergleicht man die empirisch ermittelten Löslichkeitskurven

$$\gamma = \gamma(\gamma')$$

direkt mit den durch die Gleichung (15) implizite definierten Löslichkeitskurven oder man nimmt aus den Beobachtungen zusammengehörige Werte von γ und γ', bildet daraus einerseits das Verhältnis der Löslichkeitsprodukte $\frac{L}{L^0}$ und anderseits das Verhältnis der Affinitätsprodukte $\frac{A}{A^0}$ und prüft, ob ihre Logarithmen gemäß Gl. (15) einander entgegengesetzt gleich sind.

Zuerst soll die zweite Methode am Beispiel $CaSO_4$ als Bodenkörper und den beeinflussenden Salzen $(NH_4)_2SO_4$, bzw. $CaCl_2$ durchgeführt werden. Wie Tabelle I zeigt, berechnen wir aus

Tabelle I[1]).

$CaSO_4$ bei 25°.

Beeinflussendes Salz	γ in Mol Liter	γ' in Mol Liter	$\lg \frac{L}{L^0}$	$-\lg \frac{A'}{A'^0}$	$-\lg \frac{A}{A^0}$
$(NH_4)_2SO_4$	0.01530	0	0	0	0
$\Sigma' = 6$	0,01406	0,001809	0,0315	0,05258	0,0323
$\nu'_2 = 1$	0,01327	0,007112	0,1789	0,2751	0,172
	0,01218	0,01563	0,3708	0,5857	0,355
	0,01131	0,03125	0,7215	1,190	0,688
	0,01057	0,0625	1,194	2,205	1,179
	0,01064	0,1250	1,817	3,80	1,818
$CaCl_2$	0,01530	0	0	0	0
$\Sigma' = 8$	0,00921	0,0680	0,122	2,327	1,006
$\nu'_1 = 1$	0,00874	0,1086	1,482	3,372	1,469
	0,00811	0,2341	2,137	5,820	2,138
	0,90798	0,2910	2,333	6,716	2,332

zusammengehörigen Werten von γ und γ' einerseits $\lg \frac{L}{L^0}$, anderseits das Affinitätsprodukt. Da in letzterem der mittlere Durchmesser der Ionen vorkommt, über den wir von vornherein nichts Bestimmtes aussagen können, berechnen wir vorerst ein spezielles Affinitätsprodukt, nämlich dasjenige, was der Annahme punktförmiger Ionen ($a = 0$) entsprechen würde und bezeichnen dieses mit A' statt A. Dieses spezielle Affinitätsprodukt enthält nur noch die Wirkung der Ladungen, nicht mehr die individuellen Ioneneigenschaften.

Tragen wir in einem Diagramm $-\lg \frac{A'}{A'^0}$ als Abszisse auf und $\lg \frac{L}{L^0}$ als Ordinate, so liegen die Punkte so wie Fig. 3 zeigt. Würden wir als Abszisse das richtiger berechnete Affini-

1) γ und γ' sind entnommen aus Harkins, Journ. Amer. Chem. Soc. **33**, 1807, 1911. Für $CaSO_4$ ist zu setzen

$$\Sigma = 8 \quad \nu_1 = \nu_2 = 1.$$

Digitized by Google

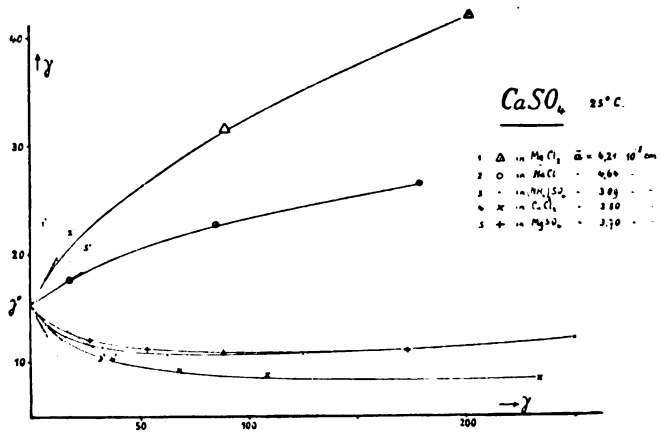


Fig. 4.

tätsprodukt $-\lg \frac{A}{A^0}$ zugrunde legen, so müßten die Punkte nach (15) alle auf die 45^0 Linie fallen. Wir wählen also das a in $-\lg \frac{A}{A^0}$ derart, daß die Gleichung (15) erfüllt ist, d. h. daß die Punkte in einem Diagramm mit der Abszisse $-\lg \frac{A}{A^0}$ und der Ordinate $\lg \frac{L}{L^0}$ nunmehr auf die Mittellinie fallen. Zu dieser a Bestimmung genügt ein einziger Punkt; wir wählen zweckmäßig den äußersten bei der höchsten Konzentration[1]). Wenn dann die andern Punkte im gestrichenem Diagramm mit diesem a korrigiert werden (also auf ein $-\lg \frac{A}{A^0}$, $\lg \frac{L}{L^0}$ Diagramm gebracht werden), so müssen sie sich alle nach dem äußersten Punkt einrichten und auch auf die Mittellinie fallen, falls die Theorie sich bestätigen soll. Fig. 3 zeigt gleichfalls diese korrigierten Punkte, jedoch natürlich bezogen auf die Abszisse $-\lg \frac{A}{A^0}$, aber noch mit derselben Ordinate (da das Löslichkeitsprodukt nicht vom Ionendurchmesser abhängt). Die Punkte, nach denen korrigiert worden ist, sind durch horizontale Pfeile im Sinne der Korrektionsrichtung bezeichnet. Die Übereinstimmung mit der Theorie darf durchaus befriedigend genannt werden, wenn man berücksichtigt, daß erstens nur nach einem Punkt korrigiert worden ist, die Korrektur also den zufälligen Fehler dieses Punktes mit sich führt, daß zweitens gerade für diesen Punkt die Theorie am schlechtesten gilt, weil hier die Gesamtkonzentration der Salze am größten ist, und drittens die Grundformel mit einem einzigen Mittelwerte a nur durch eine relativ grobe Zusammenfassung aus der eigentlichen, komplizierter gebauten Formel hervorgegangen ist. Fig. 3 zeigt außerdem die Löslichkeitsverhältnisse des $CaSO_4$ bei Gegenwart von $MgSO_4$, $MgCl_2$, $NaCl$ in gleicher Weise dargestellt[1]).

Fig. 4 zeigt dasselbe Beispiel in direkt gemessenen Konzentrationskurven

$$\gamma = \gamma(\gamma') \qquad (17)$$

Die Punkte darin sind gemessen, die Kurven aber gerechnet aus den Gleichungen (14)—(16″). Alle Konzentrationen sind in Millimol pro Liter angegeben. Die Gleichungen für die beiden obern Kurven haben dann die Form

$$\lg\left(\frac{\gamma}{\gamma^0}\right)^2 = 0{,}843 \cdot 8 \left\{ \frac{\sqrt{8\gamma + 2\gamma'}}{1 + Ca\sqrt{8\gamma + 2\gamma'}} - \frac{\sqrt{8\gamma^0}}{1 + Ca\sqrt{8\gamma^0}} \right\} \text{ für } NaCl$$

$$\lg\left(\frac{\gamma}{\gamma^0}\right)^2 = 0{,}843 \cdot 8 \left\{ \frac{\sqrt{8\gamma + 6\gamma'}}{1 + Ca\sqrt{8\gamma + 6\gamma'}} - \frac{\sqrt{8\gamma^0}}{1 + Ca\sqrt{8\gamma^0}} \right\} \text{ für } MgCl_2$$

1) Für diesen äußersten Punkt seien die Konzentrationen γ^* und γ'^*, dann gilt die Gleichung im Fall $CaSO_4$ in $(NH_4)_2SO_4$

$$\lg\left(\frac{\gamma^* + \gamma'^*}{\gamma'}\right)\left(\frac{\gamma^*}{\gamma^0}\right) = 8B_{25°}$$
$$\left\{ \frac{\sqrt{8\gamma^* + 6\gamma'^*}}{1 + Ca\sqrt{8\gamma^* + 6\gamma'^*}} - \frac{\sqrt{8\gamma^0}}{1 + Ca\sqrt{8\gamma^0}} \right\}$$

woraus für Ca die quadratische Gleichung resultiert

$$(Ca)^2 + Ca\left(\frac{1}{\sqrt{8\gamma^0}} + \frac{1}{\sqrt{\gamma^* + 6\gamma'^*}}\right) + \frac{1}{\sqrt{8\gamma^* + 6\gamma'^*}\sqrt{8\gamma^0}} \left[1 - \frac{8B}{\lg\left(\frac{\gamma^* + \gamma'^*}{\gamma^0}\right)\left(\frac{\gamma^*}{\gamma^0}\right)} \left(\sqrt{8\gamma^* + 6\gamma'^*} - \sqrt{8\gamma^0}\right)\right] = 0.$$

Das so berechnete a ist in allen Figuren in cm angegeben.

1) γ und γ' ebenfalls aus Harkins, loc. cit.

Digitized by Google

und lassen sich direkt nach γ' auflösen und punktweise berechnen. Die untern Kurven lassen sich ebenfalls nach einigen Substitutionen und Auflösung einer quadratischen, ev. kubischen Gleichung berechnen[1]). Ferner sind die Anfangstangenten für die beiden obern Kurven gegeben durch

$$\left(\frac{d\gamma}{d\gamma'}\right)_{\gamma'=0} = \frac{\Gamma\cdot\Sigma'}{(\nu_1+\nu_2)-\Gamma\Sigma} \qquad (18)$$

und für die untern Kurven durch

$$\left(\frac{d\gamma}{d\gamma'}\right)_{\gamma'=0} = \frac{\Gamma\cdot\Sigma'-\nu'}{(\nu_1+\nu_2)-\Gamma\cdot\Sigma} \qquad (19)$$

wobei Γ zu setzen ist

$$\Gamma = \frac{B}{2}\,\frac{\sqrt{\gamma^0\Sigma}}{(1+Ca\sqrt{\gamma^0\Sigma})^2}. \qquad (20)$$

Die Kurven in Fig. 4 sind berechnet unter Hinzunahme des nach Fig. 3 ermittelten Ionenradius und zeigen wie dort gute Übereinstimmung mit den gemessenen Punkten. Fig. 4 zeigt außerdem noch diejenigen Anfangstangenten gestrichelt, wie man sie erhält für den Grenzfall $a = 0$. Sämtliche dieser gestrichelten Tangenten liegen über den zugehörigen korrigierten. Die Anfangstangente der untern Kurve (in $MgSO_4$), die bei der Berechnung mit dem passenden Ionenradius nach abwärts weist, würde aber im Grenzfall $a = 0$ nach aufwärts zeigen und in einzelnen Fällen steigt sie mehr als 90° steiler nach oben, als im korrigierten Fall.

Formel 19 zeigt außerdem, daß auch im korrigierten Fall und dann wenn die Salze gemeinschaftliche Ionen haben, die Anfangstangente trotzdem steigen kann, also etwas, das nach der Nernstschen Theorie ganz ausgeschlossen ist. Nach Gleichung (19) und (20) ist dieses der Fall, wenn

$$\frac{\Gamma\cdot\Sigma'-\nu'}{(\nu_1+\nu_2)-\Gamma\cdot\Sigma} > 0,$$

d. h. in den meisten Fällen, sobald die Anfangslöslichkeit des Salzes wie auch seine Wertigkeit und die Wertigkeit des beeinflussenden Salzes hinreichend groß ist[1]). So tritt also bei Zusatz eines Salzes mit einem gleichen Ion von Anfang an eine Erhöhung der Löslichkeit ein. Schon lange sind viele solcher Fälle bekannt, wurden aber immer auf Komplexbildung zurückgeführt. Die vorliegende Theorie zeigt, daß auch diese Fälle zu den normalen gehören können. Fig. 5 und 6 zeigen hierfür die Beispiele[2]) $Ba(OH)_2$ in $Ba(NO_3)_2$, $Ba(NO_3)_2$ in $Ba(OH)_2$ und TL_2SO_4 in Na_2SO_4. Hier wie in allen Figuren sind die Konzentrationen in Millimol pro Liter angegeben.

1) Der Gang der Berechnung sei zuerst am Beispiel $CaSO_4$ in $(NH_4)_2SO_4$ erläutert. Da diese Salze das 2. Ion gemeinschaftlich haben, gelten hierfür Gleichung (15) und (16″). Macht man darin die Substitution

$$y = \frac{\gamma}{\gamma^0}, \qquad x = \frac{\gamma'}{\gamma^0}$$

so erhält man

$$\lg\left[y^{\nu_1}\left(y+\frac{\nu_2'}{\nu_2}x\right)^{\nu_2}\right] = B\Sigma\sqrt{\gamma^0\Sigma}\left|\frac{\sqrt{y+\frac{\Sigma'}{\Sigma}x}}{1+Ca\sqrt{y+\frac{\Sigma'}{\Sigma}x}\sqrt{\gamma^0\Sigma}} - \frac{1}{1+Ca\sqrt{\gamma^0\Sigma}}\right|. \qquad (\alpha)$$

Ersetzt man darin x und y durch ξ und η nach folgenden Gleichungen

$$y+\frac{\Sigma'}{\Sigma}x = \xi^2 \qquad (\beta)$$
$$y+\frac{\nu_2'}{\nu_2}x = \eta^{\frac{1}{\nu_2}}$$

so ergibt sich für (α)

$$\lg[y^{\nu_1}\cdot\eta^{\nu_2}] = B\Sigma\sqrt{\gamma^0\Sigma}\left|\frac{\xi}{1+Ca\sqrt{\gamma^0\Sigma}\cdot\xi} - \frac{1}{1+Ca\sqrt{\gamma^0\Sigma}}\right|. \qquad (\gamma)$$

Drückt man η nach den Gleichungen (β) durch y und ξ aus, und bezeichnet zur Abkürzung die geschweifte Klammer rechts mit $f(\xi)$, so lautet (γ) schließlich

$$\lg\left[y^{\nu_1}\left(y\left[1-\frac{\nu_2'\Sigma}{\nu_2\Sigma'}\right]+\frac{\nu_2'\Sigma}{\nu_2\Sigma'}\xi^2\right)^{\nu_2}\right] = B\cdot\Sigma\sqrt{\gamma^0\Sigma}\cdot f(\xi). \qquad (\delta)$$

Gibt man jetzt ξ beliebige Werte (0—5), so liefert (δ) das zugehörige y und nach der ersten Gleichung von (β) auch das zu diesem y gehörige x, d. h. zusammengehörige Werte von γ und γ'. In unserem Fall ist zu setzen $\Sigma = 8$, $\Sigma' = 6$, $\nu_1 = \nu_2 = 1$, $\nu_1' = 2$, $\nu_2' = 1$ und (δ) lautet dann

$$\lg\left[\left(-\frac{1}{3}y+\frac{4}{3}\xi^2\right)y\right] = B\cdot 8\sqrt{8\gamma^0}\cdot f(\xi),$$

in welchem Falle zur y-Bestimmung nur eine quadratische Gleichung zu lösen ist.

Dasselbe gilt für das Beispiel $CaSO_4$ in $CaCl_2$. Da diese Salze das 1. Ion gemeinsam haben, gelten hierfür Gleichungen (15) und (16′), welche nach der Substitution

$$y = \frac{\gamma}{\gamma^0}, \qquad x = \frac{\gamma'}{\gamma^0}$$

übergeht in

$$\lg\left[\left(y+\frac{\nu_1'}{\nu_1}x\right)^{\nu_1}y^{\nu_2}\right] = B\Sigma\sqrt{\gamma^0\Sigma}\left|\frac{\sqrt{y+\frac{\Sigma'}{\Sigma}x}}{1+Ca\sqrt{\gamma^0\Sigma}\sqrt{y+\frac{\Sigma'}{\Sigma}x}} - \frac{1}{1+Ca\sqrt{\gamma^0\Sigma}}\right|. \qquad (\varepsilon)$$

Und nach Einführung von ξ und η gemäß

$$y+\frac{\Sigma'}{\Sigma}x = \xi^2$$
$$y+\frac{\nu_1'}{\nu_1}x = \eta^{\frac{1}{\nu_1}}$$

erhält man wie im vorigen Fall für (ε)

$$\lg\left[\left(y\left[1-\frac{\nu_1'\Sigma}{\nu_1\Sigma'}\right]+\frac{\nu_1'\Sigma}{\nu_1\Sigma'}\xi^2\right)^{\nu_1}y^{\nu_2}\right] = B\Sigma\sqrt{\gamma^0\Sigma}\,f(\xi).$$

In diesem Fall ist zu setzen $\Sigma = 8$, $\Sigma' = 6$, $\nu_1 = \nu_2 = 1$, $\nu_1' = 1$, $\nu_2' = 2$ und $f(\xi)$ rechts hat einen andern Wert, da das Ca nicht dasselbe ist wie im vorigen Beispiel.

1) Die Formel ist ein Spezialfall der von Debye, Chem. Weekbl. loc. cit. angegebenen Beziehung.

2) Parson u. Perkins, Journ. Am. Chem. Soc. **32**, 1383, 1910. Noyes u. Bray, Journ. Am. Chem. Soc. **33**, 1043, 1911.

Digitized by Google

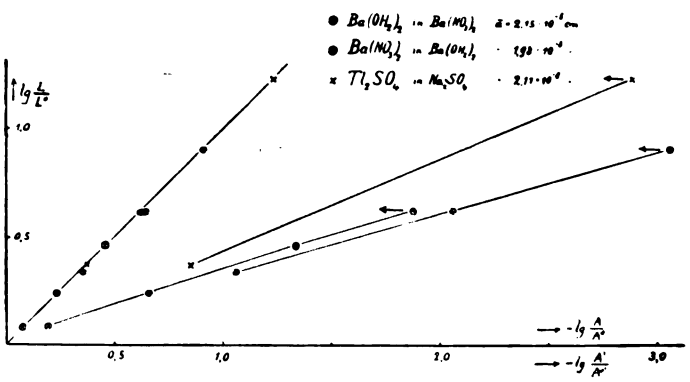


Fig. 5.

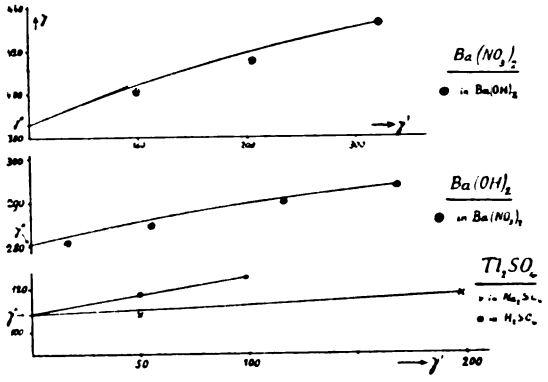


Fig. 6.

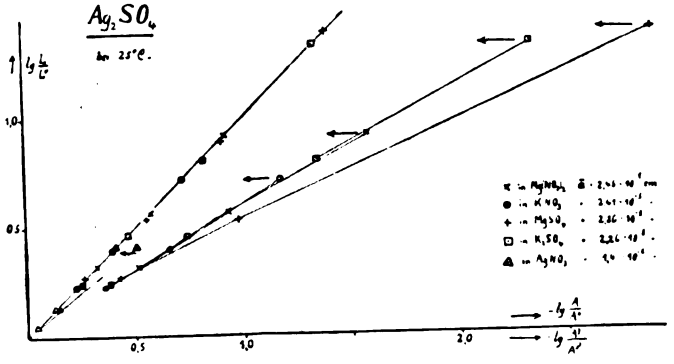


Fig. 7.

In gleicher Weise wie $CaSO_4$ sind noch Vertreter anderer Salztypen berechnet worden, wovon auszugsweise noch ein 1-2-wertiges Salz Ag_2SO_4 (Fig. 7, 8) und ein 1-1-wertiges Salz $TlCl$ (Fig. 9, 10), worüber seit längerer Zeit eine große Anzahl Messungen von verschiedenen Beobachtern vorliegen[1]). Während bei Ag_2SO_4 noch a von der Größe $1{,}5 - 3 \cdot 10^{-8}$ cm zur Korrektur erforderlich sind, zeigt sich bei $TlCl$ in Fig. 9 die merkwürdige Erscheinung, daß schon im unkorrigierten Diagramm $\left(-\lg \frac{A'}{A_{0'}}\right.$ als Abszisse) die Punkte teilweise auf der Mittellinie liegen oder sogar darüber, statt darunter. Für diese darüber liegenden Punkte wäre demnach ein negativer Ionenradius nötig, um sie mit dem Gesetz (15) in Einklang zu bringen. Immerhin sind, wie die Figur zeigt, die hierzu nötigen negativen a sehr klein.

Das scheint darauf zu weisen, daß in unserer Theorie etwas noch nicht berücksichtigt ist, was wahrscheinlich im Zusammenhang steht mit der Hydratation entsprechend der bis jetzt nur in qualitativer Form veröffentlichten Ausführungen von Debye. Schon bei der Gefrierpunktserniedrigung hat sich übrigens gezeigt, daß für gewisse Salze (z. B. $CsNO_3$) sehr kleine, aber immerhin noch positive a zur Korrektur nötig waren. Es möge hier die Bemerkung genügen, daß durch die Größe a gleichzeitig alle Kräfte zwischen den Ionen gemessen werden sollen, welche außer der rein Coulombschen elektrostatischen Anziehung oder Abstoßung vorhanden sind. Man kann demnach leicht Fälle vorhersehen, bei denen die experimentell ermittelten a unerwartete Werte annehmen können.

Endlich sei noch aus der schönen Serie der Löslichkeitsbestimmungen an Metallammoniaken von Brönsted[1]) auszugsweise zwei Beispiele angeführt, worunter wieder ein 1-1-wertiges Salz, das aber jetzt kein negatives a zur Korrektur bedarf. Dies sind

$$[Co(NH_3)_4Cl_2]CNS$$

bei Gegenwart von

$$KCl,\ KOOCH \text{ und } MgSO_4$$

und

$$[Co(NH_3)_4C_2O_4]_3[C_2(CNS)_6]$$

bei Gegenwart von

$$NaCl,\ MgCl_2 \text{ und } MgSO_4$$

dargestellt in den Fig. 11, 12, 13 und 14.

1) Harkins, loc. cit.

1) Brönsted, Journ. Amer. Chem. Soc. **43**, 2266, 1921.

Digitized by Google

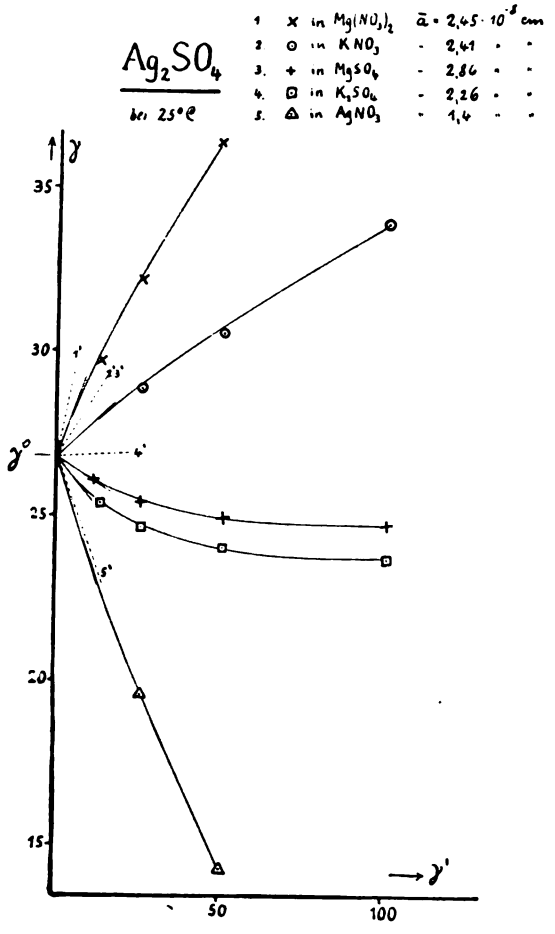


Fig. 8.

§ 5. Zum Schlusse sollen noch die Ergebnisse verglichen werden mit denen von G. N. Lewis[1]). Dieser Autor hat seine Ergebnisse formuliert in der Hypothese von den unabhängigen Aktivitätskoeffizienten, welche folgendermaßen lautet:

Man kann jeder Ionensorte einen Aktivitätskoeffizienten derart beilegen, daß dieser nur eine Funktion der totalen Ionenstärke ist („ionic strength") und nicht mehr von den einzelnen Ionenkonzentrationen abhängt.

Sind in einer Lösung pro cm³ vorhanden

$$n_i = 6{,}06 \cdot 10^{20} \cdot \gamma_i \quad (i = 1 \ldots s)$$

(γ_i in Mol/Liter)

Ionen der Sorten $1 \ldots s$, und tragen diese die Ladungen

$$z_1 \varepsilon_1 \ldots\ldots z_s \varepsilon,$$

so definiert man die Ionenstärke J der Lösung durch den Ausdruck

$$J = \tfrac{1}{2} \sum_1^s \gamma_i z_i^2.$$

1) Vgl. auch die Ausführungen P. Debye, Phys. Zeitschr., **25**, 97, 1924.

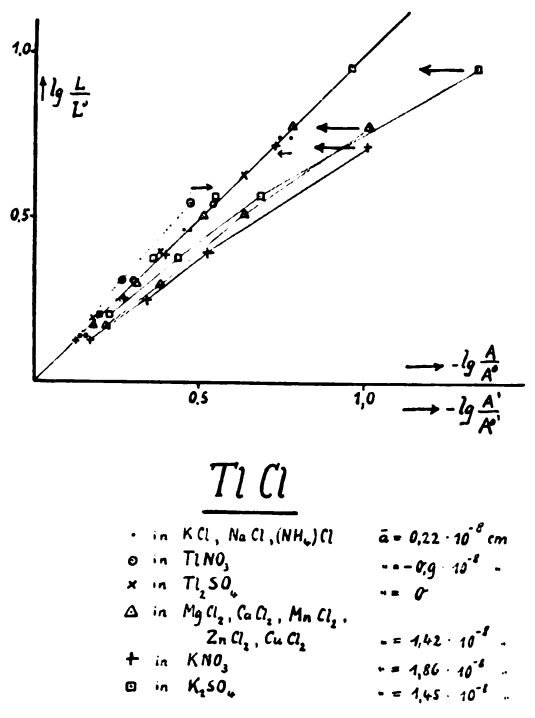


Fig. 9.

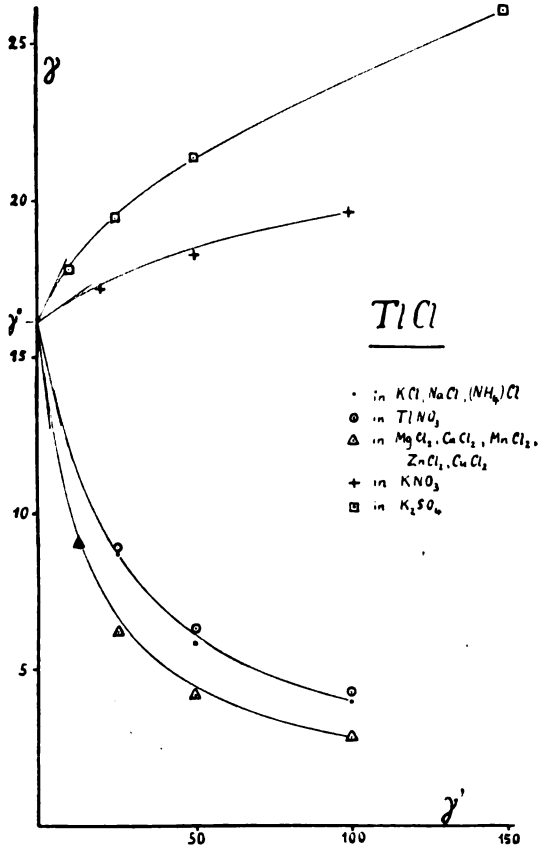


Fig. 10.

Digitized by Google

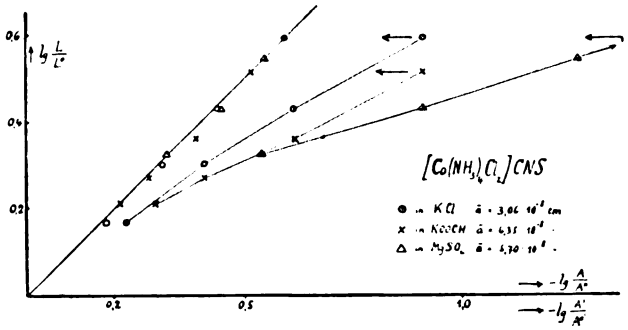


Fig. 11.

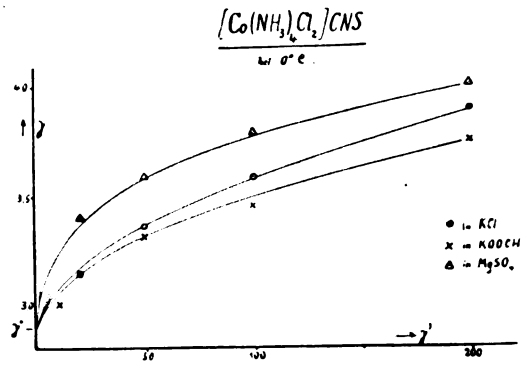


Fig. 12.

Sind nur zwei Salze gelöst wie in unseren Beispielen, so ist

$$J = \tfrac{1}{2}(\gamma\Sigma + \gamma'\Sigma').$$

In § 3 (Gleichungen (12) und (12') sahen wir, daß auch theoretisch f_i eine Funktion von J allein ist. Im Grenzfalle punktförmiger Ionen ist f_i direkt proportional $\sqrt{J}$, indessen sehen wir, daß dieses Grenzgesetz auch für kleine Konzentrationen manchmal nur ungenau gilt und die Abweichung davon ist quantitativ gefaßt worden in einer Größe, die wir als mittleren Ionenradius a ansprechen konnten. Für größere Konzentrationen ist der Gang mit $\sqrt{J}$ nie genau erfüllt, da die individuellen Ionenradien einen zu großen Einfluß ausüben und hier die Funktion theoretisch nicht mehr proportional geht, sondern proportional mit

$$\frac{\sqrt{J}}{1 + \text{const}\sqrt{J}}.$$

Lewis bemerkt, daß seine Hypothese um so besser erfüllt ist, je kleiner die Totalkonzentration der Lösung ist. In der Grenze soll sie streng gültig sein. Weiter hat er aus den experimentellen Ergebnissen geschlossen, daß die Potenz von J in der Darstellung für f_i nahe gleich $\frac{1}{2}$ sein sollte, während die Theorie eben jene Potenz $\frac{1}{2}$ genau verlangt. Im übrigen gilt die Lewissche Hypothese vielfach noch mit guter Annäherung für Konzentrationen, bei denen der Nenner nicht mehr gleich 1 gesetzt werden darf. Die Theorie ergibt, daß sie dann allerdings nicht mehr genau gültig sein kann. Praktisch schwanken aber die a-Werte oft so wenig um den mittleren Wert, daß die verschiedensten Salze ähnlich genug sind, um auch bei höheren Konzentrationen die ungefähre Gültigkeit der Lewisschen Hypothese zu gewährleisten.

In unseren Kurven kommen diese Verhältnisse folgendermaßen zum Ausdruck. In Fig. 15 ist $\lg \frac{A}{A^0}$ aufgetragen als Funktion von $2J$ für $CaSO_4$ ($\gamma^0 = 0{,}01530$ Mol pro Liter) bei Gegenwart derselben Salze wie in Fig. 3 und 4.

Nach der Anmerkung aus S. 151 kann sie auch aufgefaßt werden als eine Darstellung für den Logarithmen des Aktivitätskoeffizienten des Bodenkörpers, letzteren in einem willkürlichen durch die Anfangslöslichkeit gegebenen Maß gemessen. Man sieht erstens, daß die Werte einer ohne Korrektion mit Rücksicht auf a berechneten Kurve (in der Figur ------ gezeichnet)

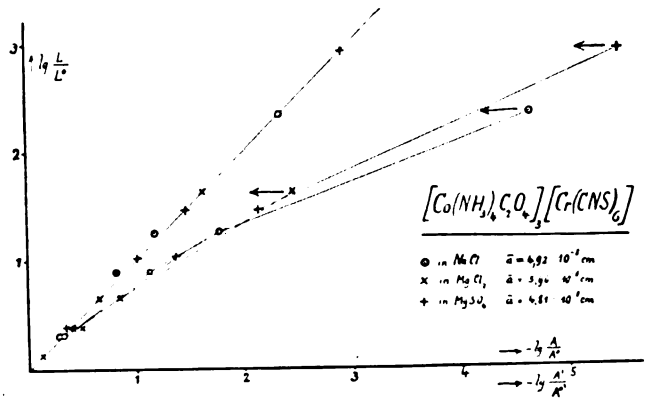


Fig. 13.

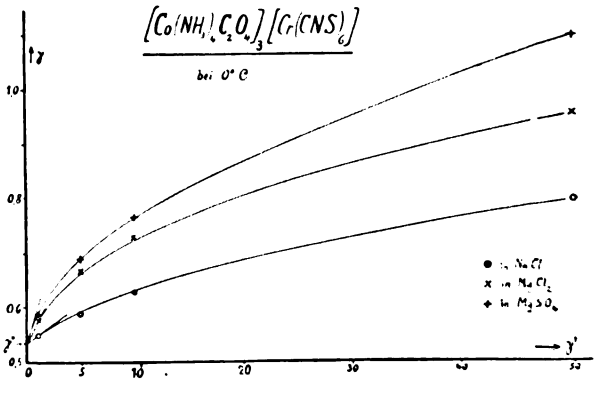


Fig. 14.

Digitized by Google

wirklich mit abnehmender Konzentration zustreben, Das bedeutet also die Annäherung an das $\sqrt{J}$ Gesetz bei abnehmender Konzentration. Auffällig ist aber weiter, wie auch für größere Konzentrationen die Beobachtungspunkte sich um eine mittlere Kurve gruppieren, welche sich unter Annahme eines geeigneten a-Wertes sehr gut durch die theoretische Formel darstellen läßt. In dieser Annäherung an eine mittlere Kurve hat man die ungefähre Erfüllung der Hypothese von Lewis zu erblicken. Die Abweichungen von ihr entsprechen dagegen der Tatsache, daß, der theoretischen Forderung gemäß, die verschiedenen Salze eigentlich auch durch verschiedene a-Werte gekennzeichnet werden müssen. Man bemerkt übrigens wie unempfindlich die jetzige Darstellung ist bezüglich Variationen von a verglichen mit den im vorhergehenden bevorzugten Darstellungen der direkten Löslichkeitsverhältnisse.

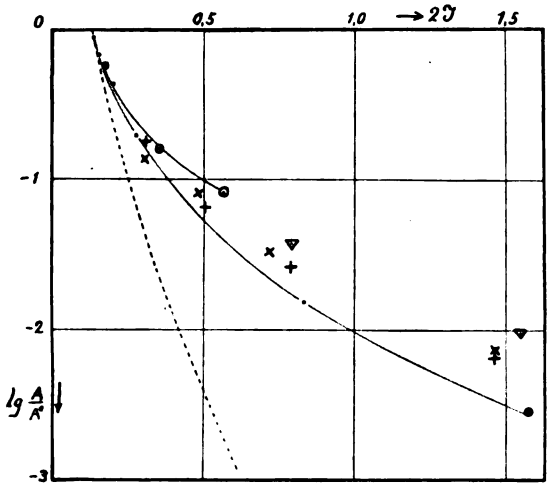


Fig. 15.

Fig. 16 zeigt die Verhältnisse bei zwei äußerst schwer löslichen Metallammoniaken (dieselben wie in Fig. 11—14).

$[Co(NH_3)_4 Cl_2]CNS$, 1-1-wertig,
$\gamma^0 = 0{,}00289$ Mol/Liter.

$[Co(NH_3)_4 C_2O_4]_3[Cr(CNS)_6]$, 1-3-wertig,
$\gamma^0 = 0{,}000532$ Mol/Liter.

Hier variieren die a-Werte so wenig, daß die Beobachtungspunkte sich gut auf einer Kurve ordnen, welche der kleinen Anfangskonzentration

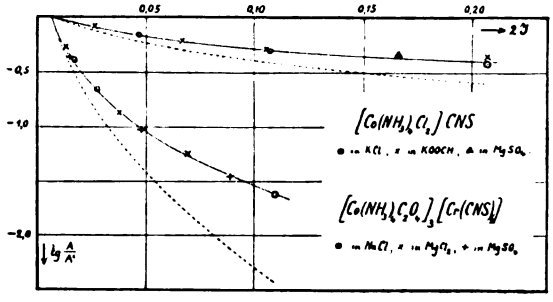


Fig. 16.

entsprechend überdies ein gutes Anschmiegen an die Grenzbeziehung (gestrichelte Kurve) zeigt.

Zusammenfassung. Von der vollständigen Dissoziation der starken Elektrolyte ausgehend wird gezeigt, daß die Löslichkeitserhöhungen und -erniedrigungen der Salze bei Zusatz anderer Salze qualitativ rein auf die elektrischen Kräfte zwischen den Ionen zurückgeführt werden können. Auch die quantitative Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment kann in guter Weise hergestellt werden unter Zuhilfenahme eines mittleren Ionendurchmessers, dessen Wert den Berechnungen angepaßt wird und meistens die erwartete Größenordnung hat. Entsprechend seinem Charakter als Korrektionsglied zeigt dieser Ionendurchmesser indessen gelegentlich einige Besonderheiten, auf die Seite 156 näher eingegangen wurde. Die theoretischen und experimentellen Ergebnisse werden verglichen mit einer Hypothese von G. N. Lewis über die unabhängige Aktivität der Ionen. Es wird gezeigt, wie die Gültigkeit dieser Hypothese aus der Theorie folgt und welcher Sinn den experimentell feststellbaren Abweichungen bei höheren Konzentrationen zukommt.

Herrn Prof. Dr. P. Debye bin ich für Anregung und freundliche Unterstützung dieser Arbeit sehr zu Dank verpflichtet.

Zürich, Phys. Inst. der E. T. H.

(Eingegangen 10. März 1924.)

Digitized by Google

Bemerkung über die Anregung der Wasserstoffspektren durch Elektronenstoß.

Von R. Seeliger und M. Wendt.

R. W. Wood hat kürzlich neuartige und überaus interessante Erscheinungen beschrieben[1]), die in wasserstoffgefüllten Entladungsröhren auftreten und mit der Dissoziation der Wasserstoffmoleküle zusammenhängen. Nach der von Wood gegebenen Erklärung handelt es sich dabei im wesentlichen um die Tatsache, daß einerseits der Wasserstoff durch die Entladung sehr weitgehend dissoziiert wird, daß aber andererseits die Rückbildung des atomistischen zu molekularem Wasserstoff an der Oberfläche fester Körper begünstigt wird und daß solche katalytisch wirkende Oberflächen schon durch Spuren von Verunreinigungen „vergiftet" werden können. Es sind dies ohne Zweifel Erkenntnisse von einschneidender Bedeutung für das Verständnis vieler bisher rätselhafter Beobachtungen an Gasentladungen[2]), zugleich aber auch Effekte, die allgemein bei Anregungsversuchen und beim Studium der Intensitätsverhältnisse in den Wasserstoffspektren eine Rolle spielen können und bei atomstatistischen Überlegungen bisher nicht genügend beachtet worden zu sein scheinen. Bei allen Untersuchungen über das Intensitätsverhältnis der Balmerlinien zum Viellinienspektrum und bei allen Intensitätsangaben über diese Spektren sind nach den Ergebnissen von Wood, Gehrcke u. a. Dinge von Bedeutung, denen man vordem nicht die notwendige Beachtung geschenkt hat. Die im folgenden mitgeteilten Versuche sollen, ohne den Anspruch auf Vollständigkeit zu erheben, den Zweck haben, darauf hinzuweisen.

Regt man Wasserstoff durch eine Glimmentladung zum Leuchten an, so sind die Anregungsbedingungen nicht scharf definiert und im einzelnen noch wenig bekannt. Man hat es stets mit einem Gemisch von Elektronen der verschiedensten Geschwindigkeiten, unter Umständen auch mit merklichen Mengen positiver Ionen (langsamer Kanalstrahlen) zu tun und kann nicht übersehen, wie sich insbesondere die Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen ändert bei Änderung der Entladungsbedingungen, z. B. bei Verunreinigung des Wasserstoffs durch elektronegative Fremdgase. Wir haben deshalb den Wasserstoff in der üblichen Weise durch einen Elektronenstrahl von bekannter homogener Geschwindigkeit in einem feldfreien Raum zum Leuchten angeregt. Dazu benutzten wir Versuchsröhren von der in Fig 1. gezeichneten

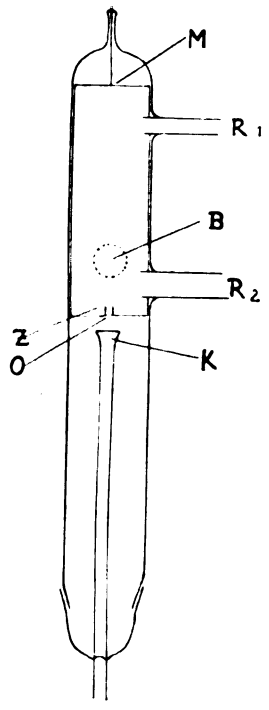


Fig. 1.

Form. Die Elektronen wurden erzeugt an einer Glühkathode mit Oxydbelag K und durch eine Öffnung O von etwa 2 mm Durchmesser in das Innere eines geschlossenen Metallgehäuses M hineingeschossen, das zugleich als Anode diente und bei einigen Versuchen aus Messing, bei anderen aus dünner allseitig dicht an der Glaswand anliegender Kupferfolie bestand. Die Öffnung O war, um den Durchtritt von Kraftlinien möglichst zu unterbinden, durch ein Metallröhrchen z und bei einigen der Versuche noch durch ein feines Platindrahtnetz geschützt. Ein Beobachtungsfenster B in dem Gehäuse M erlaubte die Lichtemission im Innern von M in der üblichen Weise spektrographisch zu untersuchen; der Abstand $K—B$ betrug etwa 2 cm. Der Wasserstoff wurde durch eine Kapilare bei R_1 dauernd zugeführt und durch R_2 dauernd mit der Diffusionspumpe abgepumpt. Benutzt wurde teils Wasserstoff aus einem Kippschen Apparat, teils elektrolytisch hergestelltes Gas, in beiden Fällen über Phosphorpentoxyd getrocknet. Bei einigen Versuchen wurde der Wasserstoff durch Diffusion durch glühendes Palladium aus einer Wasserstofflamme gezogen und dem Versuchsrohr direkt zugeführt. Der Gasdruck wurde bei allen Versuchen auf etwa 0,005 mm Hg eingestellt, die Spannung zwischen Kathode und Anode war stets 220 Volt. Die Expositionszeiten betrugen $^1/_2$—2 Stunden. Die Platten (Hauff Extrarapid) wurden stets in

1) R. W. Wood, Phil. Mag. **44**, 538, 1922; Proc. Roy. Soc. **102**, 1, 1922.

2) R. Seeliger, Zeitschr. f. Phys. **15**, 27, 1923.

Digitized by Google

genau gleicher Weise in Rodinal entwickelt und dann mit einem Hartmannschen Mikrophotometer ausgemessen. Zwischen dem Beobachtungsraum und der Pumpe bzw. dem Mc Leod lag ein Kühlsack in Kohlensäureschnee-Alkoholgemisch. Die Spektren enthielten neben den Linien des Wasserstoffs nur die stärksten Stickstoffbanden schwach angedeutet, mitunter eben noch wahrnehmbar. Gründliche Entgasung der Kathode und Durchspülen der Apparatur mit dem zu untersuchenden Wasserstoff gingen jeder Aufnahme voraus und nahmen stets etwa 1 Tag in Anspruch; die Aufnahmen selbst wurden dann meist in Serien von je etwa 6 auf derselben Platte vorgenommen.

Da bei allen Aufnahmen also stets dieselben wohldefinierten Anregungsbedingungen vorlagen, sollte man erwarten, daß auch die Intensitätsverteilung innerhalb des gesamten Wasserstoffspektrums innerhalb gewisser durch die unvermeidlichen Beobachtungsfehler gegebenen Grenzen dieselbe ist. Um dies zu prüfen, bestimmten wir die Intensitätsverhältnisse $H_\beta : H_\gamma$, $H_\beta : 4634$ und $H_\gamma : 4634$ (4634 ist die stärkste Linie des Viellinienspektrums, die neben den Balmerlinien H_α bis H_δ auf allen Aufnahmen bemerkenswerterweise allein in merklicher Intensität zu sehen war). Da die Expositionszeiten stets so gewählt waren, daß alle Schwärzungen im normalen Bereich lagen, konnten als Maß für diese Intensitätsverhältnisse mit einer hier genügenden Genauigkeit die entsprechenden Schwärzungsdifferenzen dienen, wie sie aus der mikrophotometrischen Durchmessung unmittelbar zu entnehmen waren. Aus der Bearbeitung von insgesamt 54 Aufnahmen ergab sich nun das folgende überraschende Resultat: Zeichnet man die Verteilungskurven für die Schwärzungsdifferenzen H_β—H_γ und H_β (bzw. H_γ) — 4634, so erhält man den in Fig. 2 angegebenen Verlauf, also prinzipiell verschiedene Formen. Die Intensitätsverteilung innerhalb der Balmerserie zeigt ein statistisches Verhalten, wie man es erwarten sollte für den Fall, daß sie nur bestimmt ist durch bei allen Versuchen konstante Anregungsbedingungen und außerdem durch unregelmäßige, etwa dem Gaußschen Fehlergesetz folgende Meßfehler. Als solche kommen in Betracht kleine Schwankungen der Spannung, der Empfindlichkeit der photographischen Platte und Beobachtungsfehler beim Photometrieren. Die Intensitätsverteilung zwischen Balmerserie und Viellinienspektrum hingegen hängt offenbar noch ab von anderen Faktoren, deren Konstanz durch Konstanthalten der Elektronengeschwindigkeit allein nicht gegeben ist.

Als solche können zweierlei in Betracht

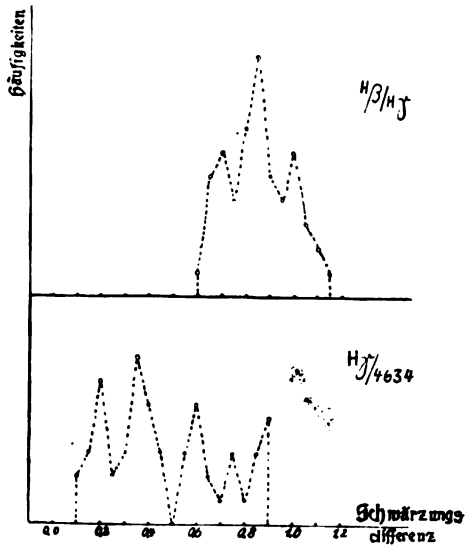


Fig. 2.

kommen: Schwankungen des Druckes und der Temperatur der Glühkathode müssen sich äußern in einer Verschiebung des Dissoziationsgleichgewichtes zwischen Molekülen und Atomen und damit natürlich des Intensitätsverhältnisses Molekülspektrum zu Atomspektrum. Quantitativ lassen sich hier allerdings kaum nähere Angaben machen, da der Beobachtungsraum von der Glühkathode ziemlich abgeschlossen ist und stets neues Gas zuströmt, so daß von einem Gleichgewichtszustand nicht wohl die Rede sein kann. Zu bemerken ist aber, daß bei den in Betracht kommenden Temperaturen der Glühkathode (ca. 1300° abs., entsprechend heller Rotglut) nach der von Isnardi[1]) mitgeteilten Gleichung für den Dissoziationsgrad sich Werte ergeben, die weit unter 1 Proz. liegen. Wichtiger scheinen uns deshalb andere Faktoren zu sein, auf welche die bereits genannten Versuche von Wood und frühere Intensitätsmessungen von Holtsmark[2]) hinweisen. Letzterer hatte gefunden, daß die Intensitätsverteilung innerhalb der Balmerserie nicht abhängt von verunreinigenden Beimischungen, während Wood gerade für das Intensitätsverhältnis Balmerserie : Viellinien eine starke Abhängigkeit beobachtete. Diese Befunde legen jedenfalls den Schluß nahe, daß auch in unseren Versuchen für die genannte Verschiedenheit der beiden Verteilungskurven Verunreinigungen verantwortlich zu machen sind. Im Sinne der eingangs erwähnten Woodschen Hypothese würden sie so wirken, daß sie durch eine Vergiftung der den Beobachtungsraum umschließenden Metall-

1) F. Isnardi, Zeitschr. f. Elektrochem. **21**, 405, 1915.
2) F. Holtsmark, Ann. d. Phys. **55**, 245, 1918.

Digitized by Google

oberflächen eine Anreicherung von Atomen ermöglichen. Da wir im Gegensatz zu den Verhältnissen in Entladungsröhren konstante Geschwindigkeit der anregenden Elektronen haben und da es sich bei den hier gegebenen Versuchsbedingungen stets nur um geringe Mengen von Verunreinigungen handeln kann, würde durch unsere Versuche die Deutung von Wood eine starke Stütze erhalten. Versuche mit absichtlich verunreinigtem Wasserstoff zeigten nun, daß insbesondere H_2O und HCl in dem Sinn einer Zurückdrängung des Viellinienspektrums wirkten, und zwar nicht nur, wenn diese Dämpfe dem Wasserstoff unmittelbar beigemischt wurden, sondern auch, wenn sie überhaupt einmal in der Apparatur vorhanden waren und dann weiterhin mit trockenem reinen Wasserstoff gearbeitet wurde. Es half dann nur ein vollkommener Neuaufbau der ganzen Apparatur, um eine solche Nachwirkung zu zerstören. Als Beispiele mögen die folgenden Serien für die Schwärzungsdifferenzen dienen:

Getrockneter Wasserstoff.

H_β 4634	0,03	0,00	0,06	0,00	0,02	0,00	0,00	0,02	0,04
H_γ 4634	0,33	0,14	0,11	0,33	0,34	0,34	0,19	0,20	0,24

Feuchter Wasserstoff.

H_β 4634	0,62	0,57	0,58	0,57
H_γ 4634	1,06	1,03	0,78	0,84

Reiner Wasserstoff; vorher Salzsäuredampf in der Apparatur.

H_β 4634	0,28	0,50	0,68	0,45	0,14	0,22	0,63	0,19	0,62	0,53
H_γ 4634	0,42	0,70	0,78	0,61	0,21	0,39	0,80	0,35	0,85	0,70

Wie nebenbei bemerkt sei, konnten wir einen gleichen Effekt bei Zumischung von Quecksilberdampf oder Stickstoff nicht feststellen, einen schwachen Effekt vielleicht für Schwefelwasserstoff.

Es lag nun natürlich nahe, auch reine Wasserstoffverbindungen in derselben Weise zu untersuchen. In H_2O erhielten wir, wie bereits an anderer Stelle erwähnt war, das Viellinienspektrum überhaupt nicht, auch nicht bei Überexposition der Balmerlinien. Auch bei Versuchen mit einem Apparat, der dem in früheren Arbeiten benutzten nachgebildet war und in einem Gegenfeld eine Abbremsung der Elektronengeschwindigkeit bis zum Wert Null ermöglicht, ergab sich das vollständige Fehlen der Viellinien bei allen Geschwindigkeiten; der leuchtende Strahl endet hier vor seinem Umkehrpunkt mit der Emission der Balmerlinien. In HCl fanden wir zwar eine deutliche Schwächung der Viellinien, die jedoch nicht wesentlich über die durch spurenweisen Zusatz von HCl zu reinem Wasserstoff bewirkte hinausging, in NH_3, CH_4 und C_2H_2 hingegen überhaupt keinen mit Sicherheit festzustellenden Effekt. Die Erklärung dafür dürfte wohl die sein, daß die starke thermische Dissoziation an der Glühkathode bei NH_3, CH_4 und C_2H_2 durch die Zuströmung von frischem Gas nicht kompensiert werden kann. Bei HCl kommt dazu noch eine thermische Reaktion mit dem Erdalkalioxyd der Glühkathode, so daß hier unseres Erachtens nur der Woodsche Vergiftungseffekt übrig bleibt. Nach einigen orientierenden Versuchen scheint uns eine Trennung des Beobachtungsraumes von der Glühkathode nach der Methode von Pauli[1]) aussichtsreich zu sein. Im Zusammenhang mit dem vorhergehenden sind diese Versuche insofern von einiger Bedeutung, als sie zeigen, daß die Dissoziationsprodukte der erstgenannten drei Verbindungen den Woodschen Effekt jedenfalls nicht in merklichem Maß hervorbringen.

Zusammenfassung.

Es wurde Wasserstoff durch Elektronen von konstanter Geschwindigkeit zum Leuchten angeregt und aus den Ergebnissen einer mikrophotometrischen Bearbeitung von 54 Aufnahmen eine Verteilungskurve für das Intensitätsverhältnis der Balmerlinien $H_\beta : H_\gamma$ und für das dieser Balmerlinien zu der Bandenlinie 4634 gezeichnet. Die Verteilungskurven haben prinzipiell verschiedene Form und zeigen, daß neben der Elektronengeschwindigkeit für das Verhältnis Balmerserie : Viellinien noch andere Faktoren von Einfluß sind. Als solche kommen die von Wood angenommene katalytische Wirkung der Gefäßwände und deren Vergiftung in Betracht, welche den Dissoziationsgrad des Wasserstoffs beeinflussen.

1) W. E. Pauli, Physik. Zeitschr. **21**, 11, 1920.

(Eingegangen 3. März 1924.)

Das Maxwell-Boltzmannnsche Geschwindigkeits- und Energieverteilungsgesetz in der Relativitätstheorie.

Von Erich Kretschmann.

Die der Relativitätstheorie gemäße Form der Maxwellschen Geschwindigkeitsverteilung ist für die Moleküle eines idealen Gases von F. Jüttner[1]) abgeleitet worden, und zwar in bekannter Weise als die Verteilung, deren auf Grund des Liouvilleschen Satzes bestimmte Wahrscheinlichkeit die größtmögliche ist. Vom Verf.[2]) wurde demgegenüber gezeigt, daß der

1) Ferencz Jüttner, Ann. d. Phys. (4) **34**, 856—882, 1911.

2) Physik. Zeitschr. **21**, 484—487, 1920.

Digitized by Google

Liouvillesche Satz in der Mechanik der Relativitätstheorie keineswegs so allgemein gilt wie in der klassischen Mechanik.

Die folgende kurze Ableitung des Geschwindigkeits- und Energieverteilungsgesetzes der Relativitätstheorie, die sich im wesentlichen ohne weiteres auch in der klassischen Mechanik durchführen läßt, benutzt kein Wahrscheinlichkeitsmaß des Zustands, sondern bestimmt die gesuchte Verteilung als die einzige in allen Punkten eines Kraftfeldes, zugleich stationäre[1]). Die Wirkung wechselseitiger Kräfte zwischen den bewegten Massen ist zugelassen, doch werden zunächst die Kräfte als unabhängig von der Geschwindigkeit und ein Potential als vorhanden angenommen. In das Verteilungsgesetz geht dieses gerade so ein wie in der klassischen statistischen Mechanik. Eine Übertragung des so gewonnenen Ergebnisses auf Kräfte, die gemäß der Relativitätstheorie von der Geschwindigkeit abhängen, ist zwar nicht im allgemeinen, aber wenigstens in dem wichtigen Falle eines elektromagnetischen Kraftfeldes möglich. Als — allerdings nicht allein — ausschlaggebend erweist es sich dabei, daß gerade ein solches Kraftfeld (bei Wirkung auf einzelne Ladungen) den Liouvilleschen Satz erfüllt.

Eine feste Anzahl gleicher Massenpunkte bewege sich ungeordnet in einem Kraftfelde, das makroskopisch stationär, aber im übrigen irgendwie von Ort und Zeit abhängig sein möge. Das Feld soll auch die von den bewegten Massen aufeinander ausgeübten Kräfte umfassen, so daß im allgemeinen für jede Masse die auf sie (von außen) wirkende Kraft eine besondere Orts- und Zeitfunktion ist. Als Zustandsveränderliche wähle ich für die Massen m außer den kartesischen Raumkoordinaten x, y, z mit Jüttner[2]) die Komponenten

$$\xi = \frac{\mathfrak{v}_x}{\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}}, \quad \eta = \frac{\mathfrak{v}_y}{\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}}, \quad \zeta = \frac{\mathfrak{v}_z}{\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}}, \tag{1}$$

($\mathfrak{v}$ = Geschwindigkeit von m, c = Lichtgeschwindigkeit)

des nach der Relativitätstheorie bestimmten Impulses $\mathfrak{u}$ (ξ, η, ζ) der Masseneinheit. Dann ist die auf eine Masse m wirkende äußere Kraft

$$\mathfrak{K} = m \cdot \dot{\mathfrak{u}}$$

und hat die Komponenten:

$$\mathfrak{K}_x = m \cdot \dot{\xi}, \quad \mathfrak{K}_y = m \cdot \dot{\eta}, \quad \mathfrak{K}_z = m \cdot \dot{\zeta}. \tag{2}$$

1) Der benutzte Gedankengang kann als Verallgemeinerung der Überlegungen von P. Ehrenfest, Zeitschr. f. Phys. **17**, 421—422, 1923 aufgefaßt werden.

2) Ferencz Jüttner, Ann. d. Phys. **34**, 857, 1911.

Aus dem Kraftfelde denke ich mir einen kleinen räumlichen Bereich dV ausgeschnitten, innerhalb dessen sich die von außen her erzeugte Kraft $\mathfrak{K}$ und, wenn vorhanden, auch ihr Potential U nicht merklich ändern und der nie mehr als eine der Massen m zugleich enthält. Diesen Bereich wieder betrachte ich nur während der Zeitabschnitte δt_h ($h = 1, 2, 3 \ldots$), während deren Kraft und Potential in ihm nahezu die gleichen sind wie in einem beliebig gewählten Anfangsaugenblicke t (in δt_1). Bei der vorausgesetzten Stationarität des Kraftfeldes müssen solche Zeitabschnitte immer wieder vorkommen. Indem man aus der Gesamtheit aller δt_h nach Zufall eine hinreichend große Anzahl M von Augenblicken herausgreift und die in ihnen in dV angetroffenen Massen m zählt und ihre Geschwindigkeiten feststellt, erhält man, obwohl gleichzeitig nie mehr als eine Masse in dV ist, eine bestimmte mittlere Anzahl $n dV$, Raumdichte n und Geschwindigkeits- oder besser Impulsverteilung der während der δt_h in dV befindlichen Massen. Im Bereiche $d\omega$ des ξ, η, ζ-Raumes werde so der Bruchteil

$$f(\xi, \eta, \zeta) \cdot d\omega$$

der gezählten Massen festgestellt, wobei f durch

$$\int f d\omega = 1 \tag{3}$$

geeicht ist und das Integral über das ganze ξ, η, ζ-Gebiet zu erstrecken ist.

Es werde nun vorausgesetzt, daß n nur von x, y, z und t abhängt und f nur von ξ, η, ζ oder $\mathfrak{v}_x, \mathfrak{v}_y, \mathfrak{v}_z$, aber nicht von x, y, z oder t, so daß dieselbe Impulsverteilung in allen Punkten des Kraftfeldes und zu allen Zeiten besteht. Dann lassen sich n und f für Kraftfelder sehr allgemeiner Art aus der bloßen Tatsache bestimmen, daß für beliebige Orte, Zeiten und Geschwindigkeiten die in den M-Zählungen in dV und $d\omega$ gezählten

$$M \cdot n \cdot dV \cdot f \cdot d\omega$$

Massen m bei gleichmäßiger Verschiebung aller M-Zählungszeitpunkte um dieselbe Zeitstrecke, nur in andere (benachbarte) Bereiche dV', $d\omega'$ übergehen, während ihre angegebene Anzahl dieselbe bleibt. Es gilt also, da die Zählungszahl M sich bei der gekennzeichneten Verschiebung nicht ändert, identisch in x, y, z, t und ξ, η, ζ:

$$\frac{d}{dt}(n \cdot f \cdot d\omega \cdot dV) \equiv 0$$

oder auch:

$$0 \equiv \frac{d \ln n}{dt} + \frac{d \ln f}{dt} + \frac{1}{d\omega}\frac{d d\omega}{dt} + \frac{1}{dV}\cdot\frac{d dV}{dt}. \tag{4}$$

Das letzte Glied verschwindet:

$$\frac{1}{dV}\frac{d dV}{dt} = \frac{\partial \mathfrak{v}_x}{\delta x} + \frac{\partial \mathfrak{v}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{v}_z}{\partial z} = 0, \tag{5}$$

Digitized by Google

weil $\mathfrak{v}_x$, $\mathfrak{v}_y$, $\mathfrak{v}_z$ nur von den unabhängigen Veränderlichen ξ, η, ζ, aber nicht von x, y, z abhängen.

Entsprechend diesem ist:

$$\frac{1}{d\varpi}\cdot\frac{d d\varpi}{dt} = \frac{\partial \dot{\xi}}{\partial \xi} + \frac{\partial \dot{\eta}}{\partial \eta} + \frac{\partial \dot{\zeta}}{\partial \zeta}. \qquad (6)$$

So wird aus (4) nach dem über n und f Vorausgesetzten:

$$0 = \frac{\partial \ln n}{\partial x}\mathfrak{v}_x + \frac{\partial \ln n}{\partial y}\mathfrak{v}_y + \frac{\partial \ln n}{\partial z}\cdot\mathfrak{v}_z + \frac{\partial \ln f}{\partial \xi}\cdot\dot{\xi} + \frac{\partial \ln f}{\partial \eta}\dot{\eta} + \frac{\partial \ln f}{\partial \zeta}\cdot\dot{\zeta} + \frac{\partial \dot{\xi}}{\partial \xi} + \frac{\partial \dot{\eta}}{\partial \eta} + \frac{\partial \dot{\zeta}}{\partial \zeta}. \qquad (7)$$

Hier ist das Glied $\partial \ln n/\partial t$ auf der rechten Seite fortgelassen. Sein Verschwinden folgt bei der oben angegebenen Bestimmungsweise von n durch Mitteln über die M-Zählungszeitpunkte aus der Stationarität des Zustandes.

Die Kraft $\mathfrak{K}$ und mit ihr $\dot{\mathfrak{u}}$ seien zunächst als unabhängig von der Geschwindigkeit oder ξ, η, ζ angenommen. Dann sind die letzten drei Glieder in (7) gleich Null und es gilt:

$$\left.\begin{aligned} -\frac{\partial \ln n}{\partial x}\mathfrak{v}_x - \frac{\partial \ln n}{\partial y}\mathfrak{v}_y - \frac{\partial \ln n}{\partial z}\mathfrak{v}_z = \\ = \frac{\partial \ln f}{\partial \xi}\cdot\dot{\xi} + \frac{\partial \ln f}{\partial \eta}\dot{\eta} + \frac{\partial \ln f}{\partial \zeta}\cdot\dot{\zeta}. \end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

Denkt man sich die rechts stehenden Ableitungen von $\ln f$ als Funktionen von $\mathfrak{v}_x$, $\mathfrak{v}_y$, $\mathfrak{v}_z$ bestimmt und leitet die Gleichung nach $\mathfrak{v}_x$ ab, so erhält man:

$$\left.\begin{aligned} -\frac{\partial \ln n}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \mathfrak{v}_x}\left(\frac{\partial \ln f}{\partial \xi}\right)\cdot\dot{\xi} + \\ + \frac{\partial}{\partial \mathfrak{v}_x}\left(\frac{\partial \ln f}{\partial \eta}\right)\dot{\eta} + \frac{\partial}{\partial \mathfrak{v}_x}\left(\frac{\partial \ln f}{\partial \zeta}\right)\cdot\dot{\zeta} \end{aligned}\right\} \qquad (8a)$$

und ebenso durch Ableitung nach $\mathfrak{v}_y$ und $\mathfrak{v}_z$ die zwei entsprechenden Gleichungen. Die Gleichungen zeigen, daß der Gradient von $\ln n$, der nach Voraussetzung von $\mathfrak{v}$ oder $\mathfrak{u}$ unabhängig ist, lediglich von $\dot{\mathfrak{u}}$ oder nach (2) von $\mathfrak{K}$ abhängt, und zwar linear.

Vorausgesetzt, daß weder $\dot{\xi}$ noch $\dot{\eta}$ noch $\dot{\zeta}$ überall verschwindet, müssen alle Koeffizienten dieser Größen, die ich

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \mathfrak{v}_x}\left(\frac{\partial \ln f}{\partial \xi}\right) &= -b_{11}m, \\ \frac{\partial}{\partial \mathfrak{v}_x}\left(\frac{\partial \ln f}{\partial y}\right) &= -b_{12}m, \\ \frac{\partial}{\partial \mathfrak{v}_y}\left(\frac{\partial \ln f}{\partial \xi}\right) &= -b_{21}m \text{ usw.} \end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

schreibe, konstant sein, und die Integration nach $\mathfrak{v}_x$, $\mathfrak{v}_y$, $\mathfrak{v}_z$ ergibt:

$$\frac{1}{m}\cdot\frac{\partial \ln f}{\partial \xi} = -b_{11}\mathfrak{v}_x - b_{21}\mathfrak{v}_y - b_{31}\mathfrak{v}_z \text{ usw.}$$

oder nach (1):

$$\frac{1}{m}\cdot\frac{\partial \ln f}{\partial \xi} = -(b_{11}\xi + b_{21}\eta + b_{31}\zeta)/\sqrt{1+\mathfrak{u}^2/c^2} \text{ usw.}$$
$$(\mathfrak{u}^2 = \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2)$$

Integrationskonstanten können hier wegen (8) nicht hinzukommen.

Aus den Integrabilitätsbedingungen dieser Gleichungen:

$$\frac{\partial^2 \ln f}{\partial \eta\,\partial \zeta} = \frac{\partial^2 \ln f}{\partial \zeta\,\partial \eta} \text{ usw.}$$

oder:

$$b_{13}\cdot\xi\eta - b_{23}(c^2 + \xi^2 + \zeta^2) + b_{33}\eta\zeta - b_{12}\xi\zeta + \\ + b_{22}\eta\zeta - b_{32}(c^2 + \xi^2 + \eta^2) \text{ usw.,}$$

folgt:

$$\left.\begin{aligned} b_{hk} = 0 \text{ für } h \neq k \ (h, k = 1, 2, 3) \\ \text{und} \\ b_{11} = b_{22} = b_{33} = b. \end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

Somit ist einfach:

$$\frac{\partial \ln n}{\partial x} = -b\cdot m\cdot\dot{\xi} \text{ usw.} \qquad (11)$$

und

$$\frac{\partial \ln f}{\partial \xi} = -b\cdot m\cdot\mathfrak{v}_x \text{ usw.} \qquad (12a)$$

oder nach (1):

$$\frac{\partial \ln f}{\partial \xi} = -\frac{\partial}{\partial \xi}\left(b\cdot mc^2\cdot\sqrt{1+\frac{\mathfrak{u}^2}{c^2}}\right) \text{ usw.} \qquad (12b)$$

Daß Gl. (8a) die einfache Form (11) haben müsse, woraus dann (12a, b) folgt, hätte man auch unmittelbar aus Symmetriegründen schließen können[1]), die indessen wohl kaum als unbedingt zwingend erschienen wären. Die oben durchgeführte Ableitung von (11) aus (8a) versagt, wenn man gemäß der klassischen Mechanik den Impuls $\mathfrak{u}$ (ξ, η, ζ) der Masseneinheit gleich der Geschwindigkeit $\mathfrak{v}$ setzt. In diesem Falle erhält man offensichtlich statt (10) nur $b_{hk} = b_{kh}$.

Die Gleichungen (11) verlangen, daß die Kraft $\mathfrak{K} = m\cdot\dot{\mathfrak{u}}$ das Potential:

$$U = -\frac{1}{b}\ln\left(\frac{n}{n_0}\right) \qquad (n_0 = \text{const})$$

habe. Das gibt:

$$n = n_0\cdot e^{-b\cdot U}. \qquad (13)$$

Die Integration von (12) ergibt:

$$\ln f = -bmc^2\sqrt{1+\frac{\mathfrak{u}^2}{c^2}} + \text{const})$$

1) Etwa daraus, daß in die Beziehung zwischen den Vektoren $\nabla \ln n$ und $\dot{\mathfrak{u}}$ nur ein Skalar (die Temperatur) aber kein Tensor eingehen könne.

Digitized by Google

oder:

$$f = a \cdot e^{-b\,m c^2 \sqrt{1+u^2/c^2}}. \qquad (14)$$

Die Konstante a ist durch b nach (3) bestimmt und b selbst durch die mittlere kinetische Energie $\bar{\varepsilon}$ der Massen m:

$$\bar{\varepsilon} = \int m c^2 \cdot \sqrt{1 + u^2/c^2} \cdot f \cdot d\omega - m c^2$$

(nach (1) ist $\sqrt{1 + \frac{u^2}{c^2}} = 1 \Big/ \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$)

und zwar gilt, solange man v^2 gegen c^2 vernachlässigen darf, $b = 3/2\bar{\varepsilon}$, unabhängig von m [1]).

Der Ausdruck (13) für die mittlere Dichte n der bewegten Massen ist der aus der klassischen statistischen Mechanik bekannte, und die Geschwindigkeitsverteilung (14) stimmt überein mit der von F. Jüttner, l. c. angegebenen relativitätstheoretischen Verallgemeinerung der Maxwellschen Geschwindigkeitsverteilung.

Beide Ausdrücke gelten aber, wie jetzt noch gezeigt werden soll, nicht nur unter der bisherigen Voraussetzung, daß die Kraft $\mathfrak{K}$ von der Geschwindigkeit unabhängig sei und ein Potential besitze, was im Sinne der Relativitätstheorie als Ausnahme zu betrachten ist, sondern außerdem noch in dem wichtigen Fall, daß $\mathfrak{K}$ in gleicher Weise von der Geschwindigkeit abhängt, wie die Kraft eines elektromagnetischen Feldes auf bewegte Ladungen.

Denkt man sich nämlich jede der Massen m mit der Ladung e versehen und setzt:

$$\mathfrak{K} = e\left(\mathfrak{E} + \frac{1}{c}[v\mathfrak{B}]\right), \qquad (15)$$

wobei $\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{B}$ am Orte jeder Ladung das äußere, von allen andern Ladungen erzeugte Feld darstellen, so erfüllt der elektrische Teil $\mathfrak{E}$ von $\mathfrak{K}$ für sich die gemachten Voraussetzungen wegen der Wirbelfreiheit von $\mathfrak{E}$. Es ist daher zum Beweise des Behaupteten nur zu zeigen, daß der magnetische Teil von $\mathfrak{K}$ in der Gleichung (7), aus der alles Weitere folgt, keinen von Null verschiedenen Beitrag liefert, wenn man für $\ln n$ und $\ln f$ die abgeleiteten Ausdrücke einsetzt und unter U das Potential der elektrischen Kraft $e \cdot \mathfrak{E}$ versteht. Ein solcher Beitrag entsteht aus dem magnetischen Teile von $\dot{u}\,(\dot{\xi}, \dot{\eta}, \dot{\zeta})$:

$$\dot{u}_m = \eta\,[v\mathfrak{B}] \qquad \left(\eta = \frac{e}{m \cdot c}\right) \qquad (16)$$

nur in den sechs letzten Gliedern von (7). Für die ersten drei von diesen ist er nach (12a) gleich:

$$b \cdot m \cdot (v_x \dot{\xi}_m + v_y \dot{\eta}_m + v_z \dot{\zeta}_m) = 0 \text{ wegen } \dot{u}_m \perp v \qquad (17)$$

und für die letzten drei nach (16) gleich:

$$\frac{\partial \dot{\xi}_m}{\partial \xi} + \frac{\partial \dot{\eta}_m}{\partial \eta} + \frac{\partial \dot{\zeta}_m}{\partial \zeta} = \eta\left(\mathfrak{B}_z \frac{\partial v_y}{\partial \xi} - \mathfrak{B}_y \frac{\partial v_z}{\partial \xi} + \right.$$
$$\left. + \mathfrak{B}_x \frac{\partial v_z}{\partial \eta} - \mathfrak{B}_z \frac{\partial v_x}{\partial \eta} + \mathfrak{B}_y \frac{\partial v_x}{\partial \zeta} - \mathfrak{B}_x \frac{\partial v_y}{\partial \zeta}\right).$$

Aus (1) folgt:

$$v_x = \xi / \sqrt{1 + u^2/c^2} \text{ usw.}$$
$$\frac{\partial v_x}{\partial \eta} = -\frac{\xi \cdot \eta}{c^2 \cdot (1 + u^2/c^2)^{3/2}} = \frac{\partial v_y}{\partial \xi} \text{ usw.}$$

Demnach ist auch:

$$\frac{\partial \dot{\xi}_m}{\partial \xi} + \frac{\partial \dot{\eta}_m}{\partial \eta} + \frac{\partial \dot{\zeta}_m}{\partial \zeta} = 0. \qquad (18)$$

Das abgeleitete Energie- und Impulsverteilungsgesetz (13) und (14) gilt also auch im elektromagnetischen Kraftfelde mit dem Potentiale U von $e \cdot \mathfrak{E}$ dank dem Umstande, daß der von der Geschwindigkeit abhängige Teil der elektromagnetischen Kraft die Gleichungen (17) und (18) erfüllt. Die erste von diesen Gleichungen gilt, weil die magnetische Kraft keine Arbeit leistet, die zweite, Gleichung (18), spricht nach (6) und (5) nichts anderes als den Liouvilleschen Satz aus. Durch die strenge Erfüllung dieses Satzes, auf den sich bekanntlich zurzeit jede Bestimmung einer Zustandswahrscheinlichkeit a priori gründet, nimmt der Ausdruck (15) der elektromagnetischen Kraft eine wichtige Ausnahmestellung unter den nach der Relativitätstheorie mathematisch möglichen Kraftausdrücken ein [1]).

Wollte man noch zeigen, daß und wie unter den in Betracht gezogenen Kraftwirkungen die gefundene stationäre Energie- und Impulsverteilung aus jeder andern allmählich entsteht, so müßte man erst eine ausreichende Verallgemeinerung des bekannten Stoßzahlansatzes [2]) der kinetischen Gastheorie aufstellen. Einen Satz dieser Art brauchte man auch zum Beweise, daß zwei Scharen von verschieden großen Massen bei ungeordneter Wechselwirkung ihren stationären Zustand erst bei Gleichheit ihrer mittleren kinetischen Energien oder genauer ihrer Konstanten $b = 1/kT$ (nach Jüttner, l. c.) erreichen, sofern man nicht einfach mittels des Liouvilleschen Satzes den stationären Zustand als den a priori wahrscheinlichsten bestimmt.

1) Ferencz Jüttner, l. c.

1) Verf. diese Zeitschr. **21**, 484—487, 1920.

2) P. u. T. Ehrenfest, Enz. Math. Wiss. IV. Nr. 32, 3b.

Königsberg i. Pr., 12. März 1924.

(Eingegangen 15. März 1924.)

Digitized by Google

Vakuumuntersuchungen.

Von Werner Buchloh.

Auf Anregung von Herrn Prof. Lilienfeld, der annahm, daß es für die Praxis wichtig sei, den wirklichen Unterschied der rotierenden *Hg*-Pumpe und der Diffusionspumpe festzustellen, habe ich durch elektrische relative Hochvakuummessung die durch die beiden Pumpen erzeugten Höchstvakua miteinander verglichen. Zur Messung wurde ein 3-Elektrodenrohr gebaut mit Glühkathode, Gitter und Anode aus Wolfram.

Die pro Elektron erzeugten Ionen bilden ein Maß für den Druck, da sie unter gegebenen Bedingungen proportional mit dem Druck sind. Wenn i_a der Ionenstrom, i_g der Elektronenstrom, K eine empirische Konstante, die noch von Anoden und Gitterspannung abhängig ist, d der Abstand zwischen Glühdraht und Anode ist, so gilt nach Möller (Elektronenröhren, Vieweg Verlag) die Formel

$$p = \frac{K i_a}{d\, i_g}.$$

Die Formel gilt, wenn zwischen Kathode und Gitter der Elektronenstrom fließt und von der jenseits des Gitters gelegenen Anode der Ionenstrom fließt. Diese Schaltung, die ebenfalls bei Möller angegeben ist, wurde verwendet.

Bei diesem Verfahren muß man vor allem darauf bedacht sein, daß man nicht bei einer der beiden Vergleichsmessungen in den Sättigungsbereich des Ionenstromes kommt, da dessen Sättigungspotential bei höheren Drucken kleinere Werte annimmt. Wie Dushman und Found (Phys. Rev. 17, 11, 1921) fanden, muß weiterhin bei den Messungen der Elektronenstrom und die Spannung konstant bleiben.

Es wurde ein Druckverhältnis der beiden Pumpen 1/185 erreicht. Theoretisch soll die Diffusionspumpe beliebig weit reichen, tatsächlich dürfte die Grenze des Hochvakuums hauptsächlich durch die Behandlung des Rezipienten auf Hochvakuum bestimmt sein (Erhitzen aller Glas- und Metallteile, Ausfriermittel, Trocknung usw.).

Lilienfeld hielt weiterhin die Frage für erörterungswert, ob nicht Kalium als Absorptionsmittel im Hochvakuum geeignet sei. Es wurde jedoch festgestellt, daß Kalium keine merklichen Absorptionserscheinungen im Hochvakuum zeigt; auch nicht, wenn das Kalium auf die Temperatur der flüssigen Luft abgekühlt wird.

Sodann wurde untersucht, welche Änderung des Vakuums bei Ersatz der flüssigen Luft durch die Kohlensäure-Kältemischung eintritt. Die Verschlechterung des Vakuums war annähernd 5000fach und es war gleichgültig, ob man von der ersten zur zweiten Kühlart überging oder umgekehrt.

Zum Schluß wurde die von Kaufmann und Serowy angegebene Methode der absoluten Hochvakuummessung (Zeitschr. f. Physik 5, 319, 1921) mittels eines zylindrischen Elektrodenrohres mit einem Mc Leod verglichen. Es zeigte sich annähernde Übereinstimmung der Messung in einem Druckbereich von 10^{-3} mm *Hg*. Es wurde der Proportionalitätsfaktor K der obigen Formel mit Hilfe eines Mc Leods bestimmt und der absolute Wert des Druckes, der mit der Diffusionspumpe erreicht wurde, mit $p = 1{,}2\ 10^{-7}$ mm *Hg* gefunden. Die rotierende *Hg*-Pumpe erreichte nur ein Vakuum von $p = 2{,}25\ 10^{-5}$ mm *Hg*.

(Eingegangen 13. März 1924.)

Über die Existenz quasi-ergodischer Systeme.

Von E. Fermi.

Herr W. Urbanski hat in dieser Zeitschr. **25**, 47, 1924 eine Kritik meines Beweises der Existenz quasi-ergodischer Systeme[1]) veröffentlicht. Es werden nämlich zwei Punkte kritisiert:

1. Daß für die S-Fläche meines Beweises Regularitätseigenschaften angenommen werden, die nicht erfüllt sein können.

2. Daß aus meinem Beweise zwar die Existenz einer quasi-ergodischen Bahnkurve, nicht aber die von mehreren, hergeleitet werden kann.

Zum ersten Punkte möchte ich bemerken, daß die Kritik von Herrn Urbanski gewiß prinzipiell richtig ist. Die Schwierigkeit, daß die S-Fläche nicht regulär sein kann, ist von mir selbst in der Fußnote zu S. 265 meines Beweises bemerkt worden; ich möchte nur bemerken, daß die Schwierigkeit vielleicht nicht so groß ist, wie es Herrn Urbanski scheint. In der Tat ist es aus meinem Beweise leicht zu ersehen, daß die Funktion $\Phi(x, y, \mu)$ nur als Funktion von μ analytisch zu sein braucht; und daher werden die Eigenschaften der S-Fläche viel weniger eingeschränkt, als wenn Φ als Funktion sämtlicher Variabeln analytisch sein müßte.

Zu dem zweiten Punkte möchte ich bemerken, daß ich nur folgendes bewiesen zu haben gedenke: wenn σ und σ^* zwei beliebig kleine, auf einem zusammenhängenden Stück von E liegende Gebiete sind, gibt es immer mindestens eine Bahn des Systems, die durch beide Gebiete hindurchgeht. Dabei ist es notwendig, daß beide Gebiete endlich sind. Wenn in der Tat eines der beiden Gebiete, z. B. σ^*

1) Fermi, Physik. Zeitschr. **24**, 261, 1923.

Digitized by Google

punktförmig wäre, so könnte es wohl geschehen, daß es auf einer periodischen Bahn läge. Und in diesem Falle würde nur diese geschlossene Bahn durch diesen Punkt gehen.

Als quasi-ergodisches System wird also bei meinem Beweise ein System gemeint, für das es Bahnen gibt, die beliebig nah an zwei beliebige Punkte einer zusammenhängenden Energiefläche herankommen, und nicht, wie es, wenn ich recht verstanden habe, Herr Urbanski meint, ein System, dessen sämtliche Bahnen die Energiefläche dicht erfüllen.

Ich vermute sogar, daß es überhaupt keine Systeme gibt, die quasi-ergodisch in diesem letzten Sinne sind. Solche Systeme würden z. B. keine periodischen Bahnen enthalten können, weil diese gewiß eine Ausnahme bilden würden.

Rom, 3. März 1924.

(Eingegangen 7. März 1924.)

BESPRECHUNGEN.

M. Möller, Kraftarten und Bewegungsformen. Die äußeren Bewegungen mit einführender Aufgabensammlung. 8°. VIII u. 148 S. m. 72 Abb. Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn. 1922.

Zunächst werden die Grundbegriffe der Bewegungslehre ausführlich erörtert, wobei besonders die Wichtigkeit des Impulsbegriffes hervorgehoben wird. In zahlreichen Beispielen aus den verschiedensten Gebieten wird dann das Rechnen mit diesen Begriffen gezeigt. Erfreulich ist die starke Betonung der Anschauung und die Beschränkung auf verhältnismäßig einfache mathematische Hilfsmittel. Für den Anfänger liegt darin allerdings auch eine Gefahr, indem er bei etwas verwickelteren Vorgängen leicht wesentliche Gesichtspunkte übersieht. A. Betz.

M. Born, Die Relativitätstheorie Einsteins. III. verbesserte Auflage. 267 S. mit 135 Textabbildungen. Berlin, Jul. Springer. 1922.

Ein bedeutender Physiker äußerte sich einmal dahin, es sei lächerlich, daß heutzutage Leute Einstein verstehen wollten, die nie etwas von Newton gehört hätten. Mit diesem Urteil ist aber weniger dem für die Relativitätstheorie interessierten Laien, als vielmehr den Autoren von unzählig vielen populären Büchern über Relativität das Urteil gesprochen, welche gleich mit der Tür ins Haus fallen und die Theorie zu entwickeln suchen, ohne die natürlichen Voraussetzungen begründet zu haben. Dem Laien, wenigstens dem Mittelschulbildung besitzenden, ist nun Born in seinem Buche in weitem Maße gerecht geworden, indem er alle physikalischen Tatsachen und Theorien, die in engem Zusammenhang mit Relativität stehen, geschichtlich und sachlich systematisch entwickelt. Dadurch gelingt es ihm, dem Leser die Notlage der theoretischen Physik in der Zeit vor 1905 nachleben zu lassen und ihm so das Verständnis für die neue Theorie zu erleichtern. Aber nicht nur dies; dank der bewußt ausgesprochenen und glücklich durchgeführten Tendenz, die Entwicklung der exakten Naturwissenschaften unter dem Gesichtspunkt der Befreiung ihres Stoffes von Subjektiven darzustellen, in welcher Entwicklung die Relativität als ein natürlicher Schlußpunkt erscheint, wird das Buch zum künstlerisch vollendeten Ganzen.

Das Buch ist eingeteilt in 7 Kapitel: 1. Geometrie und Kosmologie, 2. das Grundgesetz der klassischen Mechanik, 3. das Newtonsche Weltsystem, 4. die Grundgesetze der Optik, 5. die Grundgesetze der Elektrodynamik, 6. das spezielle Einsteinsche Relativitätsprinzip, 7. die allgemeine Relativitätstheorie Einsteins. Als höchstes mathematisches Hilfsmittel sind lineare Gleichungen verwendet, und auch diese nur in den notwendigsten Fällen, wo die anschauliche Herleitung unübersichtlich oder nicht exakt würde. Sonst ist von Figuren und graphischen Darstellungen ausgiebiger Gebrauch gemacht.

Die erste Auflage ist 1920, die dritte 1922 erschienen. Diese rasche Aufeinanderfolge beweist, in welchem Maße das Buch vorhandenen Bedürfnissen entspricht. F. Zwicky.

A. Einstein, Vier Vorlesungen über Relativitätstheorie. Zweite Auflage. Braunschweig, Friedr. Vieweg. 1923. 70 S. Mit 4 Abb. Gz. M. 2.50.

Unveränderter Abdruck der ersten Auflage (vgl. Besprechung in dieser Zeitschr. **24**, 142, 1923). Thirring.

E. Study, Einleitung in die Theorie der Invarianten linearer Transformationen auf Grund der Vektorenrechnung. Gr. 8°. 268 S. Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn A.-G. 1923. Gz. M. 8.50, geb. M. 10.—.

Das Buch will eine Einführung in die symbolische Methode der Invariantentheorie bieten — die weitergehende abstrakt-arithmetische Entwicklung wird nur in ein paar Zitaten gestreift —, mit dem ausgesprochenen Zweck, die Überlegenheit dieser Methode über die in der Vektor- und Tensorrechnung übliche klar vor Augen zu führen; allerdings fehlen Beispiele aus der Physik in diesem ersten Teil vollständig. Die symbolische Methode bezieht sich nur auf Tensoralgebra, nicht auf Tensoranalysis; invariantentheoretische Probleme der letzteren lassen sich aber bekanntlich durch Hinzunahme des Prozesses der kovarianten Ableitung immer auf algebraische Probleme in erweiterten Systemen zurückführen. Der Vorteil der symbolischen Methode findet seinen prägnantesten Ausdruck in den beiden Fundamentalsätzen (§ 2, 12 und 13), die für orthogonale Invarianten vollständig, für projektive wenigstens zum Teil auf den Verfasser zurückgehen. Danach liefert die symbolische Methode ein Verfahren zur Bildung sämtlicher Invarianten — außer Determinantenbildung aus symbolischen und unsymbolischen Vektoren handelt es sich nur um den „Verjüngungsprozeß" —, und weiter ein Verfahren zur Berechnung

Digitized by Google

sämtlicher zwischen diesen Invarianten bestehenden Identitäten, ohne daß man aus dem Gebiet des Invarianten hinauszugehen hätte. Es sind hier also seit fünfzig und fünfundzwanzig Jahren Probleme gelöst, die bei den üblichen Rechenmethoden noch kaum gestellt waren. Allerdings — um mit den Worten der Vorrede zu sprechen — es bedarf dazu natürlich einer Charaktereigenschaft, die heutzutage schon recht selten geworden ist, der Geduld. Ob der Physiker diese Geduld der Symbolik gegenüber aufbringen wird? Hoffen wir das Beste! E. Noether.

W. Birkemeier, Über den Bildungswert der Mathematik. (Wissenschaft und Hypothese Bd. XXV.) kl. 8°. VI u. 191 S. Leipzig u. Berlin, B. G. Teubner 1923.

Das Buch ist aus der Schule E. Sprangers hervorgegangen. Es behandelt die Grundfragen der Bildung im Anschluß an die Wertkategorien dieses Philosophen und Pädagogen. Das Wesen wissenschaftlicher Erkenntnis und besonders des mathematischen Erkennens wird eingehend untersucht, und auf dieser Grundlage wird der Bildungswert der Mathematik betrachtet, ihr (formaler und materialer) intellektueller, ihr technisch-ökonomischer und ihr (in Darstellung der vielleicht etwas kurz weggekommener) ästhetischer Bildungswert.

Das Buch behandelt die Fragen sehr tiefgehend vom Standpunkt der philosophisch eingestellten Pädagogik. Beziehungen zur physikalischen Wissenschaft werden mehrfach aufgezeigt, der gestellten Aufgabe entsprechend aber nur kurz behandelt. F. Hund.

E. Study, Die realistische Weltansicht und die Lehre vom Raume. Geometrie, Anschauung und Erfahrung. (Die Wissenschaft Bd. 54), 8°. XII u. 83 S. Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn. 1922.

Die Schrift beginnt mit einer Erklärung des Begriffes Hypothese. „Hypothesen sind begründete Vermutungen, von denen man verlangt, daß entweder sie selbst geprüft werden können oder doch mindestens eine ihrer Folgerungen und im zweiten Falle außerdem, daß alle ihre Folgerungen, die geprüft werden können, Bestätigungen in der Erfahrung finden." Hypothesen sind also nicht mit Fiktionen zu verwechseln und sind nach Lotze und Vaihinger Annahmen, „die man mit dem vollständigen Bewußtsein ihrer Unmöglichkeit macht". Ob aber ein Satz Hypothese oder Fiktion ist, hängt von dem erkennenden Subjekt ab. Daher sind Fiktionen, Hypothesen und Tatsachen Relativbegriffe, und es ist auch möglich, daß ein und derselbe Begriff im Laufe der Entwicklung Tatsache, Hypothese und Fiktion wird.

Zu den Hypothesen gehört nun auch die realistische Hypothese von der Existenz der Außenwelt, „daß die Gesetzlichkeit unserer Wahrnehmungswelt unvollständig bleiben muß, nicht im logischen Zusammenhang gebracht werden kann, wenn wir voraussetzen, daß es sich dabei nur um Vorgänge in unserem Bewußtsein handelt." Die Außenweltshypothese behauptet ferner, „daß unsere Wahrnehmungen nur zustande kommen durch das Zusammentreffen des Subjekts mit etwas anderem, das nicht Wahrnehmung ist, das wir Ding nennen".

Aber während für den naiven Realisten die Dinge Tatsachen sind, gelten sie dem kritischen Realisten als Hypothesen; dem Immanentsphilosophen gelten sie aber als Illusion. Ganz freilich kann dieser sich nicht von der Annahme der Außenwelt frei machen, er muß sie beibehalten, wenn er sie auch als Hypothese bewertet.

Aber für ihn ergibt sich eine Reihe von Fragen, die der Realist nicht kennt; z. B. „Woher rührt diese die Brauchbarkeit aller andern Fiktionen weit überragende Brauchbarkeit dieser besonderen Fiktionen, der Fiktionen von Dingen, der Fiktion des Ichs und einer Außenwelt?"

Gegen die Unterscheidung von Hypothesen und Fiktionen könnte nun freilich geltend gemacht werden, daß diese Unterschiede nur fließend seien, da alle Naturgesetze auf Übereinkommen beruhen. Diesem Konventionalismus tritt der Verfasser entgegen. Er scheint ihm allzu sehr auf die mathematische Physik zugeschnitten zu sein, aber auch in der Physik lassen sich sehr wohl Hypothesen finden, die keine konventionellen Bestandteile besitzen. (Man könnte z. B. den Energiesatz vom konventionellen Standpunkt auffassen wollen; aber es ist zu beachten, daß schon in der Aussage, es werde sich immer die ihm entsprechende Form aufrecht erhalten lassen eine inhaltliche Behauptung enthalten ist.) Im allgemeinen ist der Verfasser der Ansicht, daß eine Theorie desto schlechter ist, je mehr konventionelle Bestandteile sie enthält.

Es folgt eine Polemik gegen den Fiktionalismus. Die Ansicht Vaihingers, daß in der Mathematik widerspruchsvolle Begriffe mit Erfolg verwandt werden, wird als nur für eine frühere Entwicklungsstufe der Mathematik und nicht für die moderne zutreffend erklärt.

Den Schluß des Buches bilden Betrachtungen über die Rangordnung unserer Erkenntnisse.

P. Hertz.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Ernannt: Der Privatdozent an der Universität Wien Professor Dr. Ernst Philippi zum ord. Professor der pharmazeutischen Chemie an der Universität Graz (an Stelle des nach Wien berufenen Professors Dr. Franz Faltis), der a. o. Professor an der Universität Göttingen Dr. R. Wintgen zum ord. Professor für analytische Chemie an derselben Hochschule.

Berufen: Der ord. Professor der Experimentalphysik an der Universität Marburg Dr. Clemens Schaefer hat einen Ruf in gleicher Eigenschaft an die Universität Freiburg i. B. (als Nachfolger von Geheimrat Dr. Franz Himstedt) abgelehnt, der ord. Professor der Experimentalphysik an der Universität Halle Dr. Gustav Mie hat einen Ruf in gleicher Eigenschaft an die Universität Freiburg i. B. (als Nachfolger von Geheimrat Himstedt) angenommen.

Ehrung: Der ord. Professor der Physik an der Eidgenössischen Techn. Hochschule Zürich Dr. Peter Debye zum korrespondierenden Mitgliede der Bayrischen Akademie der Wissenschaften.

In den Ruhestand: Der ord. Professor der physikalischen Chemie an der Universität Freiburg Dr. Georg Meyer.

Gestorben: In Paris der frühere Direktor des Bureau Central de Météorologique de France Professor Dr. Alfred Angot.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. F. Harms in Würzburg. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Digitized by Google

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

No. 8. 15. April 1924. Redaktionsschluß für No. 10 am 5. Mai 1924. 25. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

K. Lichtenecker, Der elektrische Leitungswiderstand künstlicher und natürlicher Aggregate. S. 169.

G. Wentzel, Bemerkungen über Serienspektren, an deren Emission mehr als ein Elektron beteiligt ist. S. 182.

E. Anding, Über eine endliche Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Gravitation. S. 183.

L. Courvoisier, Bemerkungen zu dem Artikel von Hans Kienle „Kosmische Refraktion". S. 187.

C. Cranz, Erwiderung auf einige Bemerkungen des Herrn v. Gleich. S. 188.

G. v. Gleich, Entgegnung auf die hauptsächlichsten Bemerkungen des Herrn Cranz. S. 191.

Besprechungen:

K. Gruhn, Elektrotechnische Meßinstrumente. S. 192.

M. Milankovitch, Théorie mathématique des phénomènes thermiques produits par la radiation solaire. S. 192.

Tagesereignisse. S. 192.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Der elektrische Leitungswiderstand künstlicher und natürlicher Aggregate.

Von Karl Lichtenecker.

Inhalt.

I. Kapitel.
Entwicklung des Problems. Zweck und Ziel der vorliegenden Untersuchung.

II. Kapitel.
Abhängigkeit des Widerstandes von der Gestalt, Lage und Anordnung der „Bausteine".

III. Kapitel.
Die Abhängigkeit des Widerstandes von dem Raumverhältnis und von dem Widerstandsverhältnis der Bestandteile.
Tafeln und Diskussionen.

IV. Kapitel.
Aufstellung einer allgemeinen Funktion für den Widerstand und für die Leitfähigkeit eines zweidimensionalen Leiters bei beliebigem Raumanteil der Bestandteile.

V. Kapitel.
Der körperliche Leiter. Anwendung auf natürliche Metallegierungen.
Zusammenfassung.

I. Kapitel.

Entwicklung des Problems. Zweck und Ziel der vorliegenden Untersuchung.

Die Frage des elektrischen Leitungswiderstandes künstlicher und natürlicher metallischer Aggregate bei Ausschluß sekundärer Erscheinungen (Mischkristallbildung und so fort) habe ich durch eine Anzahl von Abhandlungen geklärt.

Angeregt wurden meine Untersuchungen durch den Hinweis W. Guertlers[1]) darauf, daß die Berechnung eines Konglomerates etwa schachbrettartig angeordneter Elemente aus zwei Metallen zwei verschiedene, also miteinander nicht vereinbare Werte für den elektrischen Widerstand liefert, wenn man den Körper einmal nach Platten, ein zweites Mal nach Stäben zerlegt denkt.

Guertler, der in der angeführten Arbeit das Paradoxon aufstellt, gibt in derselben auch schon die Ursache des scheinbaren Widerspruches richtig an, die darin liegt, daß zur fehlerfreien Widerstands-, bzw. Leitfähigkeitsberechnung eines räumlichen Leiters nur eine Zerlegung nach Stromfäden, bzw. nach Niveauflächen zulässig ist, Stromfäden und Niveauflächen im Innern des Leiters jedoch im allgemeinen nicht mit den Begrenzungsflächen der Elemente zusammenfallen, die das Konglomerat aufbauen.

Da die Zerlegung nach Längsstäben in der Stromrichtung für den spezifischen Widerstand (Widerstand eines Würfels von der Kante 1) das arithmetische, die Zerlegung nach Platten quer zur Stromrichtung dagegen das harmonische Mittel der spezifischen Widerstände der beiden Bestandteile ergibt, schloß Guertler richtig, daß der wahre Widerstandswert irgendwo zwischen diesen beiden Grenzen liegen müsse, wie es auch die Messungen Matthiessens[1]) an Metallegierungen ohne wesentliche Mischkristallbildung zeigen.

Wo innerhalb dieser Schranken — arithmetisches und harmonisches Mittel — der Widerstand des Aggregates zu suchen sei, darüber versucht Guertler keinerlei Vermutung aufzustellen. Er bezeichnet diese Frage a. a. O. vielmehr als „ein schwieriges und bislang ungelöstes mathematisches Problem, dessen Lösung von außerordentlichem Werte wäre".

In meiner ersten, diesen Gegenstand behandelnden Arbeit[2]), die im Nachfolgenden der Kürze halber mit (I) bezeichnet sei, wurde es meines Wissens zum erstenmal unternommen, den Wert des Widerstandes innerhalb obiger

1) W. Guertler, Jahrb. d. Rad. u. Elektr. **5**, 17, 1908.

1) A. Matthiessen, Pogg. Ann. **122**, 19, 1864.

2) K. Lichtenecker, Physik. Zeitschr. **10**, 1005, 1909.

Digitized by Google

beider Grenzen unter Zugrundelegung einfachster Annahmen näher zu bestimmen. Die Gebiete, innerhalb derer die Stromfadenbegrenzungen bzw. die Niveauflächen über die Materialgrenzen hinübergreifen, stellen bei würfelförmiger Gestalt der Teilchen, die dort nach Guertlers Anregung angenommen ist, jedenfalls sehr flache Segmente dar, solange das Verhältnis der beiden Widerstände $v = \frac{w_1}{w_2}$ sich der Größenordnung nach nicht wesentlich von der Einheit entfernt. Diese Gebiete wurden bei der Rechnung durch kongruente, parallelepipedische Räume von der geringen, unbekannten Dicke h ersetzt und diese letztere durch Gleichsetzung des nach Querplatten und nach Längsstäben zerlegt berechneten Leitungswiderstandes bestimmt. Die sich aus diesem Ansatze ergebenden Werte für den Widerstand von Legierungen mit 50 Proz. Mischungsverhältnis stimmen für alle fünf in Betracht kommenden Metallegierungen, die Matthiessen untersucht hat, nämlich: *Zn Cd*, *Cd Sn*, *Zn Sn*, *Sn Pb* und *Cd Pb*, mit den gemessenen Widerstandswerten innerhalb der experimentellen Unsicherheitsgrenze überein.

Als das — recht zurückhaltend formulierte — Ergebnis dieser Untersuchung, das auch heute im vollem Umfange aufrecht erhalten werden muß, wurde festgestellt:

1. Die Aufstellung einer einfachen Formel, mittels deren die Widerstände gleicher Raumteile von Legierungen des mischkristallfreien Typus aus den spezifischen Widerstandswerten der Bestandteile berechnet werden können.

2. Es wurde in hohem Maße wahrscheinlich gemacht, daß die Abweichungen des Widerstands der betrachteten Legierungen vom linearen Gesetz tatsächlich von Schwankungen des Stromfadenquerschnittes im Innern des inhomogenen Leiters herrühren.

3. Es wurde für die übrigen Legierungen (nämlich die mit Mischkristallbildung) eine genauere Trennung des beobachteten Widerstands in den primären und den durch die Mischkristallbildung hervorgerufenen zusätzlichen Widerstand ermöglicht.

Ein Bericht über Versuche[1]), die die Abweichung des Widerstandswertes vom linearen Verlauf nicht einmal dem Vorzeichen nach richtig lieferten, indem der Widerstand zum Teil erheblich über dem arithmetischen Mittel der Bestandteile angegeben war, gab mir Anlaß zu einer kurzen Mitteilung (II)[2]).

1) C. Benedicks, Jahrb. d. Rad. u. Elektr. **13**, 351, 1916; **14**, 481, 1917.

2) K. Lichtenecker, Jahrb. d. Rad. u. Elektr. **14**, 484, 1917.

In dieser Mitteilung ziehe ich eine Untersuchung von Maxwell zum Vergleiche mit den numerischen Ergebnissen meiner Arbeit (I) heran. Der nach der Maxwellschen Formel sich berechnende Widerstand befindet sich in vollster Übereinstimmung mit den von mir seinerzeit berechneten Werten. Es ist dies aus einem doppelten Grunde bemerkenswert. Erstens bezieht sich die Maxwellsche Untersuchung auf Kugeln, die in einem zusammenhängenden Leiter eingebettet sind. Man kann daher zwei Werte für den Widerstand der Legierung angeben, je nachdem man bei gleichem Widerstandsverhältnis $v = \frac{w_1}{w_2}$ und gleichem Raumanteil beider Bestandteile an dem Aggregat den besseren oder den schlechteren Leiter als den eingesprengten annimmt und danach in die Maxwellschen Rechnungen eingeht. Damit erhält man, da in der Natur keine der beiden Komponenten bei gleichem Raumverhältnis diesbezüglich ausgezeichnet sein wird, zum erstenmal zwei neue Schrankenwerte für den Widerstand der Legierung, die wesentlich enger liegen, als die beiden, durch arithmetisches und harmonisches Mittel gegebenen Grenzen. Die von mir damit beschrittene Methode der Einengung der zu ermittelnden Widerstandswerte in ein System von enganschließenden Schranken hat, wie die folgenden und insbesondere die vorliegenden Untersuchungen des Verfassers zeigen, gestattet, das Problem mit Erfolg zu bearbeiten.

Zur zahlenmäßigen Orientierung sei hier das in der Arbeit (II) herausgegriffene Beispiel wiederholt.

Tabelle I.

Bestandteile	Widerstand berechnet als lin. Funktion		Widerstand		
	d. Widerstandes	der Leitfähigkeit	berechnet nach Maxwell schlecht. bess. Leiter zusammenhängend	berechnet nach Lichtenecker (I)	gemessen v. Matthiessen
b ... 21,68	14,63		12,68	12,24	12,18
		11,23	11,93		
c ... 7,58					

Diese weitgehende Übereinstimmung der von Maxwell für Kugeln, die in einem zusammenhängenden Leiter suspendiert sind, berechneten Widerstandswerte mit den vom Verf. auf Grundlage des Guertlerschen räumlichen Schachbrettmodells ermittelten Werten gab aber auch

Digitized by Google

zweitens den ersten Hinweis auf das wichtige Ergebnis der folgenden Untersuchungen, wonach der Widerstand eines Leiteraggregates von der Gestalt der das Aggregat aufbauenden Elemente nur in überraschend geringem Maße abhängt.

Als drittes und letztes Ergebnis konnte aus der Vergleichung der Tabelle I geschlossen werden, daß in den natürlichen Legierungen offenbar beide Bestandteile gleichberechtigt, das heißt, im gleichen Maße zusammenhängend, bzw. isoliert auftreten, da sowohl der von Matthiessen gemessene als auch der vom Verfasser auf Grund des Schachbrettmodells errechnete Widerstandswert innerhalb (und zwar ziemlich genau in der Mitte) des recht engen Intervalls liegt, das von den beiden nach Maxwell sich ergebenden Werten eingeschlossen wird. Ob allerdings Maxwells Rechnung auch für namhafte Konzentrationen hinreichend genau ist, blieb noch offen.

In umfassenderer Form habe ich das vorliegende Problem im Jahre 1918[1]) wieder aufgegriffen (III). Als dauernde Ergebnisse dieser Arbeit sind anzuführen:

1. Volle Auswirkung des Rayleighschen Gesetzes in der demselben von Maxwell gegebenen Form über den Leitungswiderstand körperlicher Leiter — ergibt die von Guertler als für das Schachbrettmodell gültig ausgesprochenen Grenzwerte (arithmetisches und harmonisches Mittel der Widerstände der Bestandteile) als allgemeingültige äußerste Schranken, und zwar sowohl für künstliche Aggregate mit vollständig regelloser Anordnung und Gestalt der konstituierenden Teilchen, als auch für natürliche Legierungen.

2. Das Rayleigh-Maxwellsche Gesetz gibt die — vom Verfasser zunächst an einem Beispiel nachgewiesene — Möglichkeit, bedeutend engere Schranken für den wahren Wert des Widerstandes von Aggregaten zu berechnen, als es die „Guertlerschen" Schranken sind.

3. Die vom Verfasser in der Abhandlung I errechneten Widerstandswerte liegen nicht bloß innerhalb des alten, großen Guertlerschen Intervalls, sondern auch innerhalb des für eine besondere Form und Lagerung der konstituierenden Teilchen vom Verfasser errechneten, sehr engen, neuen Intervalls (und zwar wieder in der Mitte desselben).

Ein dort (III) berechnetes Beispiel sei zur Orientierung über die Größenverhältnisse der Intervalle wiedergegeben. Wie man aus der Tabelle ersieht, ist das „neue" Intervall in dem angezogenen Beispiel nur etwa ein Viertel des alten, „Guertlerschen" Intervalls.

1) K. Lichtenecker, Physik. Zeitschr. **19**, 374, 1918.

Tabelle II.

der Bestandteile	Widerstand „Guertlers" Intervall	Widerstand „Neues" Intervall Lichtenecker (III)	berechnet nach Lichtenecker (I) ex 1909
1	1.33	1.39	1,414
2	1.5	1.44	

Kurz darauf suchte H. C. Burger[1]) den Leitungswiderstand eingesprengter Partikel in erster Näherung aus den Feldgleichungen, allerdings unter Beschränkung auf sehr kleine Konzentrationen, zu berechnen. Die Werte Burgers für Kugeln erwiesen sich als innerhalb der vom Verfasser angegebenen Grenzen liegend. Herr Burger schreibt: „Es verdient Beachtung, daß die gefundenen Werte für die Leitfähigkeit zwischen den von Lichtenecker angegebenen Grenzen liegen".

Bezüglich der Abhängigkeit des Aggregatwiderstandes von der Gestalt der Partikel jedoch glaubte Herr Burger den Schluß aus seiner Rechnung ziehen zu sollen, daß das Leitvermögen der Kombination außer von den spezifischen Widerständen der Komponenten auch als „sehr wesentlich von der Begrenzung", also von der Gestalt der Partikel, abhängig anzunehmen sei.

Demgegenüber war darauf hinzuweisen[2]), daß die von Burger in Betracht gezogenen Unterschiede in der Gestalt der Partikel — nämlich (1) Kugeln, unendlich dünne, unendlich ausgebreitete (2) Fäden und (3) Platten (als Grenzfälle eines dreiachsigen Ellipsoids) — Extreme darstellen, die weder bei künstlichen Aggregaten, noch bei natürlichen Legierungen auch nur näherungsweise erreichbar sind (IV). Für solche extreme Partikelgestalten ist die Abhängigkeit des Leitungswiderstandes von der Gestalt — und namentlich auch von der Lage der Partikel — trivial. Bei der Anwendung der Burgerschen Rechnungsweise ist außerdem große Vorsicht geboten, da wie Verfasser a. a. O. nachgewiesen hat, für faden- und plattenförmige Partikel Burgers Formeln auch negative, also unmögliche Werte für die Leitfähigkeit und für den Widerstand des Aggregates ergeben. Innerhalb des engen Geltungsbereiches der Burgerschen Rechnung (sehr geringe Volumkonzentration des einen Bestandteiles und gleichzeitig geringer Unterschied der spezifischen Leitfähigkeiten beider Komponenten) dagegen, ist nicht nur Übereinstimmung mit den vom Verfasser angegebenen Grenzen aus Burgers Formeln zu

1) H. C. Burger, Physik. Zeitschr. **20**, 73, 1919.
2) K. Lichtenecker, Physik. Zeitschr. **21**, 352, 1920.

Digitized by Google

folgern, sondern auch eine nur geringe Abhängigkeit des Widerstands von der Partikelgestalt (vgl. IV).

In einer zweiten Notiz[1]) hat übrigens Burger loyalerweise ausdrücklich hervorgehoben, daß die Geltung meiner Untersuchungen über die Leitfähigkeit von Legierungen durch seine Arbeit nicht berührt werden.

II. Kapitel.

Abhängigkeit des Widerstandes von der Gestalt, Lage und Anordnung der „Bausteine".

Die Frage nach dem elektrischen Leitungswiderstand künstlicher Aggregate erscheint zunächst sehr verwickelt. Denn es wird auf den Wert des Widerstandes des Aggregats zunächst ohne Frage von Einfluß sein können:

1. Das Widerstandsverhältnis $v = \frac{w_1}{w_2}$, also der Quotient aus den spezifischen, d. h. auf die Flächen- bzw. Raumeinheit bezogenen Widerstandswerten der beiden Bestandteile.

Für Aggregate, deren spezifische Widerstände sich nur in sehr geringem Maße unterscheiden, bei denen sich also das Widerstandsverhältnis nur sehr wenig von der Einheit unterscheidet, kann der in Frage stehende Widerstand des Aggregates, wie jede natürliche Funktion in genügend engem Bereiche, als linear abhängig von den bestimmenden Größen, also hier von dem Raumanteil der Bestandteile, erwartet werden, ebenso natürlich auch die Leitfähigkeit als Reciprocum des Widerstandes oder irgendeine andere Funktion des Widerstandes. Dieser Fall bietet kein weiteres Interesse.

Andererseits liegt es außerhalb des Anwendungsgebietes, Widerstandsverhältnisse in Betracht zu ziehen, die sich etwa in der Größenordnung, also z. B. um eine Zehnerpotenz von der Einheit unterscheiden. Das Widerstandsverhältnis ist daher im Folgenden stets als von der Einheit merklich verschieden, aber nicht in der Größenordnung verschieden, zu denken.

2. Der Raumanteil der Bestandteile. Wenn es sich, wie hier stets vorausgesetzt, nur um zwei Bestandteile handelt, die das Aggregat zusammensetzen, so genügt die Betrachtung des Raumanteils des einen Bestandteils am Aggregat, da sich der des zweiten mit ihm zur Einheit ergänzt. Dieser Raumanteil wird im folgenden stets mit ϑ bezeichnet (Volumenkonzentration).

3. „Gleichberechtigung" und „Nichtgleichberechtigung" der Bestandteile.

Wenn die elementaren Bausteine der Anordnung so beschaffen sind, daß der eine der beiden Bestandteile in nichtzusammenhängenden gleichen Stücken, also „eingesprengt" wie kleine Kristalle, vorkommt, so wird bei gleichem Raumanteil und gleicher Gestalt der Bausteine der Widerstand des Aggregates noch zwei verschiedene Werte annehmen können, je nachdem der „eingesprengte" Bestandteil der besser leitende ist oder der schlechter leitende. Wie ich in II. ausgeführt und an einem anschaulichen Grenzfall beleuchtet habe, ist der Widerstand einer im übrigen gleichen Anordnung beliebiger Beschaffenheit im ersteren Falle stets größer als im letzteren. Zusammenhanglose Kupferteilchen, in Hartgummi eingesprengt gedacht, geben einen unendlich großen, die umgekehrte Anordnung dagegen gibt einen endlichen Gesamtwiderstand.

Außer diesen „nichtgleichberechtigten" Anordnungen werden auch „gleichberechtigte" der Betrachtung unterzogen werden können und die Bedeutung gerade dieser letzteren für praktische Anwendungen auf Legierungen liegt auf der Hand.

4. Die Gestalt der Bausteine der Anordnung. Der Frage nach der Abhängigkeit des Aggregatwiderstandes von der Gestalt der das Aggregat aufbauenden Teilchen kommt besondere Wichtigkeit zu. Irgendwelche theoretisch gesicherte Ergebnisse hierüber sind bisher nicht bekannt geworden; die vorliegende Arbeit wird sich daher mit diesem Punkt besonders zu beschäftigen haben.

5. Die Orientierung der Bausteine gegen die Stromrichtung. Wie schon Maxwell bemerkt hat, ist die Leitfähigkeit eines körperlichen Leiters, der aus Teilen verschiedenen spezifischen Widerstandes besteht, von der Stromrichtung im allgemeinen nicht unabhängig. Es wird daher für jede der in Untersuchung gezogenen elementaren Gestaltsformen der „Bausteine" des Aggregates jedesmal — kreisförmige (kugelförmige) Gestalt der Bausteine ausgenommen — gesondert die Frage nach dem Einfluß der Orientierung der Teilchen gegen die Stromrichtung zu stellen sein, wenn eine solche geordnete Orientierung in Ansatz gebracht wird; bzw. ist zu untersuchen, ob und in welchem Umfange sich diese Einflüsse gegenseitig wegheben, wenn die „Bausteine" eine über alle Richtungen in der Ebene (im Raume) regellos verteilte Orientierung aufweisen.

6. Die Anordnung der „Bausteine". Teilchen gleichen spezifischen Widerstandes, gleichen Raumanteils, gleicher Gestalt und gleicher Orientierung gegen die Stromrichtung werden noch verschiedene Widerstände des Aggregates ergeben können, je nach ihrer Anordnung in der Ebene (im Raume). Besteht eine solche regelmäßige Anordnung, so werden also die ver-

1) H. C. Burger, Physik. Zeitschr. **22**, 28, 1921.

Digitized by Google

schiedenen Flächengitter, bzw. Raumgitteranordnungen, deren Gitterpunkte mit den Bausteinen des Aggregates besetzt zu denken sind, wenigstens die einfachsten derselben auf ihren Einfluß auf den Gesamtwiderstand hin zu untersuchen sein.

Im Folgenden soll nun, unter Beschränkung auf typische, einfachste Fälle, gezeigt werden, in welcher Weise und in welchem Ausmaße sich dieses große Gebiet durch infinitesimale Anwendung der Rayleighschen Schranken des Widerstandes bearbeiten läßt. Wegen der größeren Einfachheit und Durchsichtigkeit der Rechnungen, aber auch aus einem besonderen, noch zu besprechenden sachlichen Grunde werden dabei zunächst zweidimensionale Aggregate der Untersuchung unterzogen.

In bekannter Weise wird der Widerstandswert des Aggregates bestimmt, bzw. in Schranken eingeengt, indem eine Zerlegung in parallel geschaltete Streifen in der Stromrichtung, ein andermal in hintereinander geschaltete Streifen quer zur Stromrichtung zugrunde gelegt wird, wobei jedoch die Unterteilung infinitesimal fortgesetzt gedacht wird.

Zugrunde gelegt wird der Rechnung stets ein „Elementargebiet", d. h. das kleinste Gebiet, durch dessen Aneinanderreihung sich das Aggregat selbst herstellen läßt. Das Elementargebiet muß außerdem der Bedingung genügen, daß seine Begrenzungen infolge der Symmetrieeigenschaften der Anordnung durch Stromfäden, bzw. Niveaulinien gebildet werden.

Ist das Elementargebiet, wie im folgenden stets, quadratisch, so ist der Widerstand des Elementargebietes bei zweidimensionalen Aggregaten auch bereits der gesuchte spezifische Widerstand der Gesamtanordnung, da der Widerstand eines flächenförmigen Leiters nur von der Gestalt und Beschaffenheit, aber nicht von der Größe der Fläche abhängt.

Aufstellung von vier Schrankenwerten für den Aggregatwiderstand in einem einfachen, konkreten Fall.

Die hier in Anwendung gebrachte Methode soll zunächst an einem besonders einfachen und ergiebigen Spezialfall vorgeführt werden.

Betrachtet werde ein flächenhaftes Aggregat, bestehend aus quadratischen eingesprengten Partikeln vom spezifischen Widerstand w_1 in eine Muttersubstanz vom spezifischen Widerstande w_2. Die Anordnung der Partikel sei ein quadratisches Flächengitter, die Begrenzungen der Partikel seien den Hauptgitterrichtungen parallel, die Stromrichtung falle gleichfalls mit einer der beiden Gitterrichtungen zusammen. Das Elementargebiet, durch dessen Zusammensetzung sich das Aggregat aufbauen läßt, ist in diesem Falle ein Quadrat vom spezifischen Widerstande w_1, eingebettet in ein Quadrat vom spezifischen Widerstande w_2. Für die Berechnung genügt es in diesem, sowie in einer Reihe folgender Fälle, den vierten Teil dieses Elementargebietes zugrunde zu legen. Hierbei erscheint der vierte Teil des eingesprengten Quadrates in einer der vier Ecken des umgebenden, wie es Fig. 1 veranschaulicht. Die halbe Quadratseite

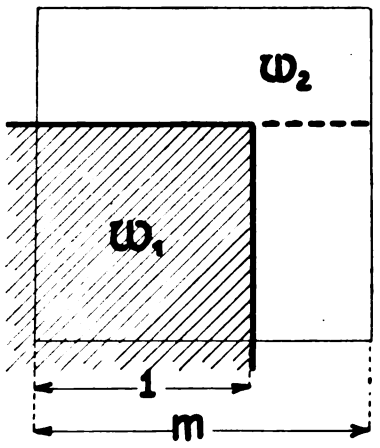


Fig. 1.

des „Einschlusses" sei gleich der Einheit, die halbe Quadratseite des umschließenden Materials gleich m gesetzt.

A. Berechnung der oberen Grenze W_0 des spezifischen Widerstandes des Aggregates.

Zerlegung in gegeneinander isolierte, infinitesimale Streifen, die sich in der Stromrichtung erstrecken, ergibt in diesem Falle ohne Rechnung für die Gesamtleitfähigkeit

$$A = \frac{1}{w_1 + w_2(m-1)} + \frac{1}{w_2 \cdot m/m - 1} = \frac{(m-1)\cdot w_1 + (m^2 - m + 1)\cdot w_2}{/\, w_1 + (m-1)\cdot w_2 /\cdot m w_2}$$

und somit für die obere Grenze des gesuchten spezifischen Widerstandes

$$W_0 = \frac{w_1 + (m-1)w_2}{(m-1)w_1 + (m^2 - m + 1)w_2} \cdot m w_2 .$$

Beispiel: Es sei $m = 2$; dies entspricht einem Raumverhältnis $\vartheta = 25$ Proz. Dies in die Formel für W_0 eingesetzt, ergibt:

$$W_0 = \frac{2 w_2 (w_1 + w_2)}{w_1 + 3 w_2} .$$

Wählt man schließlich etwa

$$w_1 = 1, \quad w_2 = 2,$$

so ergibt sich für

$$W_0^{1,2} = \frac{12}{7} = 1{,}714.$$

Digitized by Google

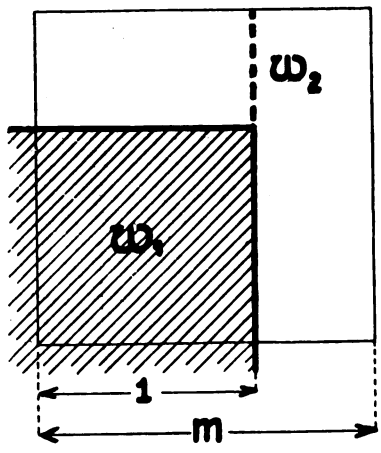


Fig. 2.

B. Berechnung der unteren Grenze W_u des spezifischen Widerstandes des Aggregates.

Zerlegung in zur Stromrichtung senkrechte Streifen (mit unendlich dünnen, unendlich leitenden Zwischenwänden) ergibt auch hier ohne weitere Rechnung (vgl. Fig. 2):

$$W_u = \frac{1}{\frac{1}{w_1} + \frac{m-1}{w_2}} + \frac{w_2(m-1)}{m} =$$

$$= \frac{w_2[(m^2 - m + 1)w_1 + (m-1)w_2]}{m[w_2 + (m-1)w_1]}.$$

Beispiel:

$m = 2$; $\vartheta = 25$ Proz. $\quad W_u = \frac{w_2(3w_1 + w_2)}{2(w_1 + w_2)}$,

setzt man wieder

$$w_1 = 1, \qquad w_2 = 2,$$

so erhält man:

$$W_u^{1,2} = \frac{5}{3} = 1{,}667.$$

Wir haben nun zu untersuchen, welche Grenzen für den Widerstand sich ergeben, wenn unter sonst gleichen Umständen, also unter Annahme gleicher spezifischer Widerstände der Bestandteile und bei gleichem Raumanteil der Bestandteile an dem Aggregate, nicht der besser leitende, sondern der schlechter leitende Bestandteil eingesprengt ist.

Wir setzen daher in die gewonnenen Ausdrücke W_0 und W_u jetzt $w_1 = 2$ und $w_2 = 1$ ein. Das Raumverhältnis ϑ für den eingesprengten Bestandteil beträgt, wenn der Anteil der beiden Bestandteile an dem Aggregat derselbe sein soll, wie früher, jetzt 75 Proz.

Die Vielfachheitszahl m (Verhältnis der beiden Quadratseiten des Elementargebietes) nimmt für dieses Raumverhältnis den Wert an:

$$m = \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

Die Einsetzung ergibt:

$$W_0^{2,1} = 1{,}672$$
$$W_u^{2,1} = 1{,}662.$$

Der Vergleich mit den Werten:

$$W_0^{1,2} = 1{,}714$$
$$W_u^{1,2} = 1{,}667$$

die wir im Vorausgehenden gewonnen hatten, ergibt folgendes:

1. Obere und untere Schranke für den Wert des Widerstandes des Aggregates fallen, wie zu erwarten stand, beide höher aus, wenn der besserleitende Bestandteil den Einschluß bildet.

2. Die Wertunterschiede zwischen der oberen und unteren Grenze sowohl, als auch zwischen den beiden Grenzwertepaaren untereinander, sind sehr gering. Man beachte, daß im vorliegenden Falle Linearität des Widerstandes eine obere Grenze $W_0 = 1{,}750$ und Linearität der Leitfähigkeit eine untere Grenze $W_u = 1{,}600$ liefert. Die bisherige Unsicherheit betrug demzufolge 150 Tausendstel; dieselbe ist durch unser Verfahren in dem einen Falle ($W^{1,2}$) auf 47 Tausendstel, im anderen ($W^{2,1}$) sogar auf nur 10 Tausendstel herabgedrückt. Die Allgemeingültigkeit dieser, an dem vorliegenden Beispiel gezeigten Ergebnisse geht aus der beigegebenen Tabelle III hervor.

Außer diesen Ergebnissen, die volle Strenge zu beanspruchen haben, ergeben sich für das später zu Behandelnde schon jetzt die folgenden Anhaltspunkte:

3. Für Aggregate, die sich aus einer großen Anzahl elementarer Räume von der hier angenommenen Beschaffenheit zusammensetzen, bei denen aber weder der Fall, daß der Einschluß der besser leitende Bestandteil ist, noch der entgegengesetzte Fall bevorzugt erscheint, ist der Spielraum, der für den fraglichen Wert des Aggregatwiderstandes in Betracht kommt, tatsächlich noch viel enger, indem wir dann zu erwarten haben, daß der Gesamtwiderstand innerhalb der Werte zu liegen kommt, die durch das Mittel der oberen beiden Schrankenwerte einerseits, und durch das Mittel der beiden unteren Schrankenwerte andererseits gegeben sind. Diese beiden Werte sind für das gewählte Beispiel

$$\overline{W}_0 = 1{,}667 \text{ und } \overline{W}_u = 1{,}690.$$

Da, wie bereits hervorgehoben, und in meiner Arbeit III ausführlich erörtert ist, es im Wesen der angewandten Schrankenmethode liegt, daß der wirkliche Wert des Aggregatwiderstandes nicht an den Rändern, sondern im Inneren des aufgefundenen Intervalls liegt, so hat als wahrscheinlichster Wert unseres hier als Beispiel herausgegriffenen Aggregates zu gelten:

$$W = 1{,}679.$$

Digitized by Google

Der Grad der Übereinstimmung dieses Wertes mit den unter anderen Voraussetzungen sich ergebenden Werten findet später Behandlung.

Die für die Raumanteile

$\vartheta = 25$ Proz., $= 50$ Proz. und $= 75$ Proz.

und das Widerstandsverhältnis

$$v = \frac{w_1}{w_2} = 2, \text{ bzw. } v = \tfrac{1}{2}$$

sich ergebenden je vier Schrankenwerte finden sich in Tabelle III zusammengestellt. Die Mittel, die sich aus der Zusammenfassung der vier Schrankenwerte ergeben und die ursprünglichen Grenzen des großen „Guertlerschen" Intervalls sind in dieser und den folgenden Tabellen zum Vergleich hinzugefügt.

Einfluß der Orientierung der Partikel gegen die Stromrichtung.

In dem Vorangegangenen war angenommen, daß die Stromrichtung parallel zur Seitenkante der quadratischen Partikel verläuft. Wie ich in meiner Arbeit III hervorgehoben habe, hat schon Maxwell darauf hingewiesen, daß der Widerstand körperlicher Leiter im allgemeinen von der Stromrichtung nicht unabhängig sein wird. Es ist daher unsere Aufgabe, den Einfluß der Orientierung der Partikel, die das Aggregat aufbauen, auf den Widerstand desselben, bzw. auf die vier Schrankenwerte, innerhalb derer er liegen muß, zu untersuchen.

Für den besonderen Fall gleicher Volumprozente beider Bestandteile, also $= 50$ Proz., ist die Berechnung für um 45^0 gegen die Stromrichtung verdrehte quadratische Partikel in der Arbeit III des Verfassers bereits durchgeführt worden. (Siehe Einleitung S. 171). Hier soll nun der allgemeine Fall (beliebiges Raumverhältnis) behandelt werden.

Berechnung der oberen Schranke W_0 für den Widerstand.

Der Raumanteil ϑ des durch den Index „1" gekennzeichneten Bestandteils ist mit dem Längenverhältnis m, dessen Bedeutung sich unmittelbar aus der Fig. 3 ergibt, und das als „Vielfachheitszahl" bezeichnet werden möge, wie ersichtlich, durch die Beziehung verknüpft:

$$\vartheta = \frac{1}{2m^2}.$$

Zur Bestimmung des oberen Grenzwertes W_0 findet man durch Zerlegung in Streifen in der Stromrichtung (Fig. 3)

$$d\lambda = \frac{dy}{x \cdot w_1 + (m - x) w_2},$$

und somit, da

$$x + y = 1,$$

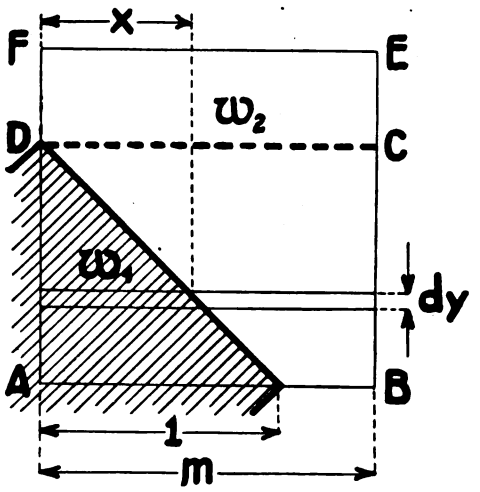


Fig. 3.

als Leitfähigkeit des Gebietes $ABCD$.

$$\lambda = \int_0^1 \frac{dx}{x w_1 + (m - x) w_2} = \frac{1}{w_1 - w_2} \cdot [\lg (x (w_1 - w_2) + m w_2)]_0^1 =$$

$$= \frac{1}{w_1 - w_2} \cdot \lg \frac{w_1 + (m - 1) w_2}{m w_2}.$$

Für die Leitfähigkeit λ' des Gebietes $CDEF$ hat man

$$\lambda' = \frac{m - 1}{m w_2},$$

somit

$$W_0 = \frac{1}{\lambda + \lambda'} = \frac{1}{\frac{1}{w_1 - w_2} \lg \frac{w_1 + (m-1) w_2}{m w_2} + \frac{m - 1}{m w_2}}.$$ [1])

Analog ergibt sich für den unteren Grenzwert W_u durch Zerlegung in Streifen senkrecht zur Stromrichtung (Fig. 4)

$$d\lambda = \frac{y}{w_1 dx} + \frac{m - y}{w_2 dx}$$

$$dw = \frac{w_1 w_2 dx}{w_2 y + (m - y) w_1}$$

---

1) Für den Rauminhalt $\vartheta = 50$ Proz., d. h. für $m = 1$, geht dies, wie man sieht, über in den von mir, in der Arbeit III (Physik. Zeitschr. **19**, 377, 1918) mitgeteilten Ausdruck

$$W_0 = \frac{w_1 - w_2}{\lg \frac{w_1}{w_2}}.$$

Digitized by Google

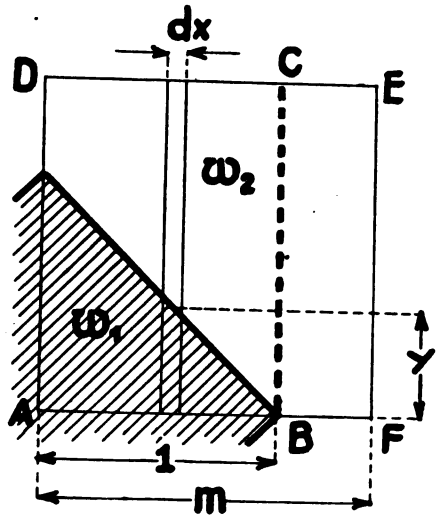


Fig. 4.

und, da wieder

$$x + y = 1$$

$$W_u = \int_0^1 \frac{w_1 w_2 dy}{y w_2 + (m-y) w_1} + \frac{(m-1) w^2}{m} =$$

$$= \frac{w_1 w_2}{w_2 - w_1} \lg \frac{w_2 + (m-1) w_1}{m w_1} + \frac{(m-1) w_2}{m}$$

$$= w_1 w_2 \left(\frac{1}{w_2 - w_1} \lg \frac{w_2 + (m-1) w_1}{m w_1} + \frac{m-1}{m w_1} \right)$$

wobei der erstere Summand von dem Gebiete $ABCD$, der zweite von dem Gebiete $BCEF$ der Fig. 4 herrührt.

Eine Zusammenstellung der nach diesen Formeln berechneten Werte gibt die Tabelle IV. Eine eingehende Diskussion der Ergebnisse findet sich an späterer Stelle. Hier sei lediglich die überraschend weitgehende Übereinstimmung der Grenzwerte und ihrer Mittel in Tabelle IV mit den entsprechenden Werten der Tabelle III für zur Stromrichtung parallele Lage der Teilchenbegrenzung hervorgehoben.

Kreisförmige Gestalt der Aggregatteilchen.

Nachdem im Vorausgehenden die Abhängigkeit des Aggregatwiderstandes von der Lage, d. h. von der Richtung der Begrenzungslinien der Aggregatteilchen untersucht worden ist, mit dem Ergebnis, daß diesem Faktor nur ein außerordentlich kleiner Einfluß auf den Wert des Gesamtwiderstandes innewohnt, haben wir den Einfluß der Gestalt der Teilchen auf den Widerstand des Aggregates unter sinngemäßer Anwendung der im Vorhergehenden mit Erfolg angewandten Methode zu untersuchen. Als besonders wichtige Gestalt kommt ohne Zweifel die Kreisgestalt in Betracht.

Wir nehmen an, das Aggregat setze sich aus Elementargebieten zusammen, die gebildet sind von einer Kreisscheibe vom spezifischen Widerstand w_1 und vom Radius r, eingebettet in ein Quadrat von der halben Quadratseite mr und vom spezifischen Widerstand w_2. Das Elementargebiet, bzw. dessen vierten Teil, stellt Fig. 5 dar.

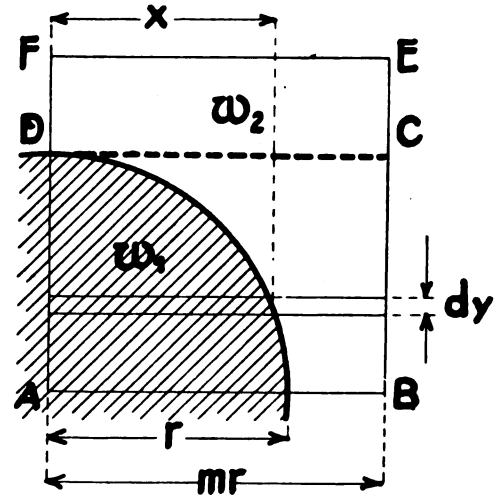


Fig. 5.

A. Berechnung der oberen Grenze W_0 des spezifischen Widerstandes des Aggregates.

$$dw = w_1 x + w_2 (mr - x) / dy$$
$$d\lambda = dy / (w_1 - w_2) x + w_2 mr.$$

Dies gibt, für $x = \sqrt{r^2 - y^2}$ eingesetzt, nach leichter Umformung

$$\lambda = \frac{1}{w_1 - w_2} \int_0^1 \frac{d(y/r)}{\frac{m w_2}{w_1 - w_2} + \sqrt{1 - (y/r)^2}},$$

wenn mit λ die Leitfähigkeit des rechteckigen Gebietes $ABCD$ der Fig. 5 bezeichnet wird. Dieses Integral läßt sich in geschlossener Form auswerten; es ist

$$\lambda = \frac{1}{w_1 - w^2} \left[\frac{\pi}{2} - \frac{2}{\sqrt{1 - 1/a_2}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{a-1}{a+1}} \right],$$

wobei

$$a = \frac{m w_2}{w_1 - w_2}$$

den konstanten Summanden im Nenner des Integranden bedeutet.

Digitized by Google

Die Leitfähigkeit des ganzen Elementargebietes $ABEF$ und somit auch die spezifische Leitfähigkeit des Aggregates ist

$$A = \lambda + \lambda',$$

wobei

$$\lambda' = \frac{1}{w_2} \cdot \frac{m-1}{m}$$

die Leitfähigkeit des Gebietes $CDEF$ ist.

Daraus ergibt sich für die obere Grenze des spezifischen Widerstandes W_0 des betrachteten Aggregates

$$W_0 = \frac{1}{A} = \frac{1}{\lambda + \lambda'}.$$

Die Größe m, die „Vielfachheitszahl", wird durch das Raumverhältnis ϑ der Bestandteile des Aggregates bestimmt.

Der Zusammenhang zwischen beiden Größen ist im Nachfolgenden übersichtlich zusammengestellt.

Raumverhältnis ϑ in Proz. des Einschlusses	Vielfachheitszahl m
0	∞
10	$\frac{1}{2}\sqrt{10\pi} = 2{,}8025$
20	$\frac{1}{2}\sqrt{5\pi} = 1{,}9817$
25	$\frac{1}{2}\sqrt{4\pi} = 1{,}7725$
30	$\frac{1}{2}\sqrt{10\pi\,3} = 1{,}6181$
40	$\frac{1}{2}\sqrt{5\pi\,2} = 1{,}4013$
50	$\frac{1}{2}\sqrt{2\pi} = 1{,}2533$
60	$\frac{1}{2}\sqrt{5\pi\,3} = 1{,}1441$
70	$\frac{1}{2}\sqrt{10\pi\,7} = 1{,}0593$
75	$\frac{1}{2}\sqrt{4\pi\,3} = 1{,}0233$

Anschließend sei die numerische Berechnung beispielsweise für den Fall gleicher Volumprozente beider Bestandteile (Raumverhältnis $\vartheta = 50$ Proz.) mitgeteilt:

$w_1 = 1$, $w_2 = 2$, $\vartheta = 50$ Proz., $m = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$,

$$a = -2m = -2\sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

$$\lambda = -\left[\frac{\pi}{2} - \frac{2}{\sqrt{1-1/a^2}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{a-1}{a+1}}\right] = 0{,}5898$$

$$\lambda' = \tfrac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{\frac{\pi}{2}} - 1}{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} = 0{,}1011$$

$$A = \lambda + \lambda' = 0{,}6909$$

$$W_0^{1,2} = 1{,}447$$

Für Werte $-1 < a < +1$ nimmt das Argument des arctg imaginäre Werte an.

$$\lambda = \frac{1}{w_1 - w_2}\left[\frac{\pi}{2} - \frac{2}{i\sqrt{1/a^2-1}} \operatorname{arctg} i\sqrt{\frac{1-a}{1+a}}\right].$$

Durch Umformung erhält man in diesem Falle in reeller Form:

$$\lambda = \frac{1}{w_1 - w_2}\left[\frac{\pi}{2} + \frac{1}{\sqrt{1/a^2-1}} \lg \frac{\sqrt{1+a} - \sqrt{1-a}}{\sqrt{1+a} + \sqrt{1-a}}\right].$$

Nach dieser letzteren Formel sind die Werte für $W_0^{3,1}$, $W_0^{4,1}$ usw. berechnet.

B. Bestimmung der unteren Grenze W_u des spezifischen Widerstandes.

Zerlegung nach Streifen senkrecht zur Stromrichtung ergibt (vgl. Fig. 6):

$$d\lambda = \frac{1}{w_1} \cdot \frac{y}{dx} + \frac{1}{w_2} \cdot \frac{mr - y}{dx}$$

$$dw = \frac{dx}{\frac{y}{w_1} + \frac{mr-y}{w_2}}.$$

Setzt man $y = \sqrt{r^2 - x^2}$ ein, so erhält man für den Widerstand des Gebietes $ABCD$ der Fig. 6

$$w = \int_0^r \frac{dx}{\frac{1}{w_1}\sqrt{r^2-x^2} + \frac{1}{w_2}(mr - \sqrt{r^2-x^2})}$$

und nach leichter Umformung

$$w = \frac{w_1 w_2}{w_2 - w_1} \int_0^1 \frac{d\left(\frac{x}{r}\right)}{\frac{w_1}{w_2 - w_1} m + \sqrt{1 - \left(\frac{x}{r}\right)^2}}.$$

$w_1 = 2$, $w_2 = 1$, $\vartheta = 50$ Proz., $m = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$.

$$a = m = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

$$\lambda = \frac{\pi}{2} - \frac{2}{\sqrt{1-1/a^2}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{a-1}{a+1}} = 0{,}4974$$

$$\lambda' = \frac{\sqrt{\frac{\pi}{2}} - 1}{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} = 0{,}2021$$

$$A = \lambda + \lambda' = 0{,}6995$$

$$W_0^{2,1} = 1{,}4296$$

Digitized by Google

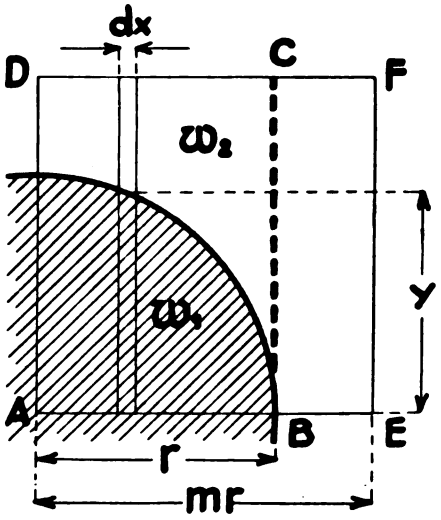


Fig. 6.

Die Ausführung der Integration liefert

$$w = \frac{w_1 w_2}{w_2 - w_1}\left[\frac{\pi}{2} - \frac{2}{\sqrt{1 - 1/a^2}}\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{a-1}{a+1}}\right]$$

wobei $a = \frac{w_1 m}{w_2 - w_1}$ gesetzt ist.

Der Widerstand w' des rechtsseitigen Gebietes $BCEF$ der Fig. 6 ist gegeben durch

$$w' = w_2 \frac{m-1}{m}.$$

Somit ist die gesuchte untere Grenze W_u für den spezifischen Widerstand des Aggregates

$$W_u = w + w'.$$

Für die beispielsweise Berechnung der numerischen Werte sei wieder der Fall gleicher Volumprozente (Raumverhältnis $\vartheta = 50$ Proz.) gewählt:

$w_1 = 1$, $w_2 = 2$, $\vartheta = 50$ Proz., $m = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$,

$$a = m = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

$$w = 2\left[\frac{\pi}{2} - \frac{2}{\sqrt{1 - \frac{2}{\pi}}}\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{\sqrt{\frac{\pi}{2}} - 1}{\sqrt{\frac{\pi}{2}} + 1}}\right]$$

$w = 2\,(1{,}5708 - 1{,}0734) = 0{,}9948$

$w' = 2\frac{m-1}{m} = 0{,}4042$

$$W_u^{1,2} = 1{,}3990$$

Eine Zusammenstellung der Schrankenwerte des spezifischen Widerstandes für Aggregate mit kreisförmigen Einschlußelementen gibt, analog den Tabellen III und IV, die Tabelle V.

Ein vergleichender Blick auf diese Tabelle V im Verein mit den Tabellen III und IV läßt erkennen: Nicht nur die Lage der das Aggregat konstituierenden Teilchen gegen die Stromrichtung, sondern auch die Gestalt der elementaren Bestandteile — Quadrat und Kreis — hat innerhalb der Grenzen, innerhalb deren man Widerstände praktisch reproduzierbar messen kann, keinen Einfluß auf den Widerstand des Aggregates. Immerhin sind bisher nur Gestaltstypen zur Behandlung gelangt, die in der Stromrichtung und normal zu ihr gleiche Ausdehnung aufweisen. Es soll daher im Folgenden die Untersuchung durch Behandlung elliptischer Teilchen, bei denen obige Einschränkung gleicher Ausdehnung nicht mehr zutrifft, vervollständigt werden.

Elliptische Gestalt der Aggregatteilchen.

Die Bestimmung der Schrankenwerte des Aggregatwiderstandes für elliptische Teilchen läßt sich unschwer auf die unmittelbar vorausgegangene Ableitung für kreisförmige Teilchen zurückführen.

A. Bestimmung der oberen Grenze des Aggregatwiderstandes.

Für den rechteckigen Gebietsteil $ABCD$ (vgl. Fig. 7) mit kreisförmig gedachtem Einschluß sei genau nach dem Vorausgehenden durch Zerlegung in infinitesimale Streifen parallel zur Stromrichtung ein oberer Schrankenwert des Leitungswiderstandes bestimmt worden; der reziproke Wert dieses Widerstandswertes sei durch λ bezeichnet. Einen analogen Schrankenwert λ_o für die Leitfähigkeit des Gebietes $ABC'D'$ mit elliptischem Einschluß, gekenn-

$w_1 = 2$, $w_2 = 1$, $\vartheta = 50$ Proz., $m = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$.

$$a = -2m = -2\sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

$$w = -2\left[\frac{\pi}{2} - \frac{2}{\sqrt{1 - \frac{1}{2\pi}}}\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{2\sqrt{\frac{\pi}{2}} + 1}{2\sqrt{\frac{\pi}{2}} - 1}}\right]$$

$w = -2\,(1{,}5708 - 2{,}1606) = 1{,}1796$

$w' = \frac{m-1}{m} = 0{,}2021$

$$W_u^{2,1} = 1{,}3817.$$

Digitized by Google

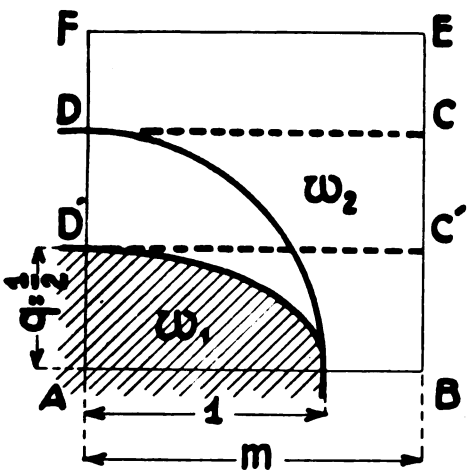


Fig. 7.

zeichnet durch die beiden Halbachsen 1 und q, erhalten wir offenbar durch die Beziehung

$$\lambda_\circ = \lambda \cdot q.$$

Um die Berechnung der numerischen Werte an die für kreisförmige Einschlußpartikel anzuschließen, wollen wir zu der rechten Seite der obigen Gleichung

$$\frac{1}{w_2} \cdot \frac{m-1}{m} \cdot q$$

addieren und subtrahieren; dies gibt

$$\lambda_\circ = \left(\lambda + \frac{1}{w_2} \cdot \frac{m-1}{m}\right) \cdot q - \frac{1}{w_2} \cdot \frac{m-1}{m} \cdot q.$$

Der Ausdruck in der Klammer stellt den im Vorausgehenden berechneten Leitfähigkeitswert $\frac{1}{W_0}$ des ganzen Elementargebietes mit kreisförmigem Einschluß dar. Um den entsprechenden Schrankenwert für die Leitfähigkeit des Elementargebietes mit elliptischem Einschluß zu berechnen, ist zu dem Werte $\lambda_\circ$ für das Gebiet $ABC'D'$ noch der Wert für die Leitfähigkeit des Gebietes $C'D'EF$ hinzuzufügen. Derselbe beträgt

$$\frac{1}{w_2} \cdot \frac{m-q}{m}.$$

Der obere Schrankenwert $(W_0)_\circ$ des Widerstandes des Elementargebietes mit elliptischem Einschluß ist daher im vorliegenden Falle (d. i., große Achse der Ellipse zusammenfallend mit der Stromrichtung)

$$(W_0)_\circ = \frac{1}{\frac{1}{W_0} \cdot q - \frac{1}{w_2} \cdot \frac{m-1}{m} \cdot q + \frac{1}{w_2} \cdot \frac{m-q}{m}} = \frac{w_2}{(1-q)} \frac{W_0}{W_0 + q w_2}.$$

Dabei ist jedoch wohl zu beachten, daß der Schrankenwert für den spezifischen Widerstand bei kreisförmigem Einschluß W_0 und der bei elliptischem Einschluß $(W_0)_\circ$ sich nicht auf das gleiche Raumverhältnis der beiden Bestandteile beziehen. Ist z. B. $q = \frac{1}{2}$, so ist auch die Fläche der Ellipse und damit der Raumanteil $\vartheta_\circ$ des elliptischen Einschlusses halb so groß wie der Raumanteil ϑ des kreisförmigen Einschlusses.

Um dies an einem Beispiel klar zu machen und gleichzeitig Anschluß an die Tabellen III bis VIII zu gewinnen, sei angenommen:

$$w_1 = 1, \quad w_2 = 2, \quad \vartheta = 50 \text{ Proz.}$$

somit

$$\vartheta_\circ = 25 \text{ Proz.}$$

$$(W_0)_\circ^{\vartheta = 25\,\text{Proz.}} = \frac{2 \cdot 2 \cdot W_0^{\vartheta = 50\,\text{Proz.}}}{W_0^{\vartheta = 50\,\text{Proz.}} + 2}.$$

Der Tabelle V entnehmen wir

$$W_0^{\vartheta = 50\,\text{Proz.}} = 1{,}447;$$

somit

$$(W_0)_\circ^{\vartheta = 25\,\text{Proz.}} = \frac{4 \cdot 1{,}447}{1{,}447 + 2} = 1{,}680.$$

Wir entnehmen nun zum Vergleich gleichfalls der Tabelle V, und zwar unmittelbar, den entsprechenden oberen Schrankenwert des Widerstandes W_0 bei gleichem Raumanteil der Bestandteile, jedoch kreisförmiger Gestalt der Einschlüsse

$$W_0^{\vartheta = 25\,\text{Proz.}} = 1{,}717.$$

Der Widerstand eines Aggregates mit elliptischem Einschluß, wobei die größere Achse parallel der Stromrichtung liegt, ist bei gleichem Raumanteil der Bestandteile am Aggregate von vornherein kleiner zu erwarten als der entsprechende Widerstandswert bei kreisförmigem Einschluß. Beim Übergang aus der kreisförmigen Gestalt des Einschlusses in immer gestrecktere elliptische Formen nähert sich ja die Gesamtanordnung dem Grenzfalle der Parallelschaltung $W = \frac{2 w_1 w_2}{w_1 + w_2}$ und entfernt sich von dem Grenzfalle der Hintereinanderschaltung $W = w_1 + w_2$. Das soeben erhaltene Ergebnis läßt dies deutlich hervortreten, indem es unter sonst gleichen Umständen für ein Aggregat mit elliptischem Einschluß einen geringeren oberen Schrankenwert des Widerstandes liefert als für ein Aggregat mit kreisförmigem Einschluß.

Das Gleiche ist der Fall, wenn der eingesprengte Bestandteil der schlechtere Leiter ist. Es sei ceteris paribus

$$w_1 = 2, \quad w_2 = 1,$$

dann wird

$$(W_0)_\circ = \frac{2 \cdot W_0}{W_0 + 1} = \frac{2 \cdot 1{,}429}{1{,}429 + 1} = 1{,}177$$

Digitized by Google

gegenüber dem entsprechenden Wert für kreisförmigen Einschluß (siehe Tabelle V)

$$W_0 = 1{,}204.$$

In beiden Fällen, mag der eingesprengte Bestandteil der bessere oder schlechtere Leiter sein, ergibt sich also für elliptische Gestalt der Einlagerung eine Herabsetzung des Widerstandswertes W_0 gegenüber kreisförmiger Gestalt der Einlagerung, wobei vorausgesetzt ist, daß die große Ellipsenachse mit der Stromrichtung übereinfällt. Für das im Vorausgehenden der numerischen Berechnung beispielsweise zugrunde gelegte Achsenverhältnis 1 : 2 beträgt diese Herabsetzung des Widerstandswertes durch die Exzentrizität des Einschlusses beidemal übereinstimmend 2 Proz.

Ist dagegen die große Achse der Ellipse zur Stromrichtung normal, so ist eine Erhöhung des Widerstandswertes $(W_0)_\ominus$ für elliptische Gestalt des Einschlusses gegenüber dem Widerstandswert W_0 für kreisförmigen Einschluß zu erwarten. (Annäherung an Hintereinanderschaltung).

Tatsächlich ergibt sich:

$$w_1 = 1,\ w_2 = 2,\ q = 2,\ \vartheta = 12{,}5 \text{ Proz.},\quad \vartheta_\ominus = 25 \text{ Proz.}$$

$$(W_0)_\ominus^{\vartheta = 25\,\text{Proz.}} = \frac{2 \cdot W_0^{\vartheta = 12{,}5\,\text{Proz.}}}{4 - W_0^{\vartheta = 12{,}5\,\text{Proz.}}}$$

$$= \frac{2 \cdot 1{,}865}{4 - 1{,}865} = 1{,}747.$$

gegenüber (siehe wieder Tabelle V)

$$W_0^{\vartheta = 25\,\text{Proz.}} = 1{,}717$$

und schließlich, wenn der eingesprengte Bestandteil der schlechtere Leiter ist:

$$w_1 = 2,\quad w_2 = 1$$

bei gleichem Achsenverhältnis und gleichem Raumanteil der Einsprengung

$$(W_0)_\ominus = \frac{W_0}{2 - W_0} = \frac{1{,}112}{2 - 1{,}112} = 1{,}227$$

gegenüber (Tabelle V)

$$W_0 = 1{,}204.$$

Für elliptische Gestalt des Einschlusses, wobei die große Achse der Ellipse zur Stromrichtung normal liegt, ergibt sich somit gegenüber kreisförmiger Gestalt der Einsprengung bei sonst gleichem Raumanteil der Bestandteile stets eine Erhöhung des Widerstandswertes W_0, mag der eingesprengte Bestandteil der besser leitende sein oder umgekehrt.

Diese Erhöhung des Widerstandswertes beträgt bei dem der numerischen Berechnung im Vorausgehenden wieder zugrunde gelegten Achsenverhältnis 1 : 2 genau ebensoviel wie die Herabsetzung des Widerstandswertes für zur Stromrichtung parallele große Achse, nämlich in beiden Fällen übereinstimmend 2 Proz.

Enthält somit das Aggregat elliptische Einsprengungen beliebiger Orientierung gegen die Stromrichtung, die regellos verteilt sind, so daß die normale Lage der großen Achse ebenso wahrscheinlich ist, wie die zur Stromrichtung parallele, so steht zu erwarten, daß sich die oben berechneten Abweichungen gegenüber dem Widerstandswert für kreisförmige Einlagerungen gleichen Raumanteils weitgehend ausgleichen. Bildet man das Mittel der Widerstandswerte für elliptische Einlagerung in den betrachteten beiden Hauptlagen gegen die Stromrichtung, so hat man:

$$w_1 = 2,\quad w_2 = 1$$

große Achse parallel ...	$W_0 =$	1,177
große Achse normal ...	$W_0 =$	1,227
Mittel:		**1,202**

Der entsprechende Widerstandswert für kreisförmige Partikel **1,204**.

$$w_1 = 1,\quad w_2 = 2$$

große Achse parallel ...	$W_0 =$	1,747
große Achse normal ...	$W_0 =$	1,680
Mittel:		**1,714**

Der entsprechende Wert für kreisförmige Partikel **1,717**.

Wir sehen:

Selbst bei beträchtlicher Konzentration des eingesprengten Bestandteils ($\vartheta = 25$ Proz.) und bedeutender Abweichung von der Kreisgestalt (Achsenverhältnis 1 : 2) bleibt der Widerstandswert W_0 für das Aggregat weitgehendst der gleiche wie für ein Aggregat mit kreisförmigen Einsprengungen, wenn keine Lage der Längsausdehnung der Teilchen gegen die Stromrichtung bevorzugt ist[1]).

Es ist nun die Untersuchung für den unteren Schrankenwert W_u des Widerstandes eines Aggregates mit elliptischem Einschluß anzuschließen. Das Ergebnis wird zeigen, daß die Folgerungen, die für W_0 ausgesprochen werden konnten, auch für W_u volle Geltung beanspruchen können.

B. Bestimmung des unteren Schrankenwertes W_u für Aggregate mit elliptischen Einschlußpartikeln.

Die Berechnung des Schrankenwertes W_u des Aggregatwiderstandes kann man an die Berechnung des oberen Schrankenwertes W_0 durch die folgende Überlegung anschließen. (Da sich

1) Die noch auftretenden Abweichungen (weniger als 0,2 Proz. in dem numerischen Beispiel) liegen an der Grenze der für die zahlenmäßige Auswertung herangezogenen Genauigkeit.

Digitized by Google

im Folgenden alle Größen auf Aggregate mit elliptischen Einschlüssen beziehen, ist das im Vorausgehenden als Index angewendete Unterscheidungszeichen $()_0$ gegenüber den entsprechenden Werten bei kreisförmigen Einschlüssen weggelassen.) Für den oberen Schrankenwert W_0 — entsprechend Zerlegung in Streifen in der Stromrichtung — hatten wir (vgl. Fig. 8)

$$dW_0 = \frac{l_1 w_1 + l_2 w_2}{dy},$$

$$d\lambda = \frac{1}{dW_0} = \frac{dy}{l_1 w_1 + l_2 w_2},$$

$$W_0 = \frac{1}{\int d\lambda} = \frac{1}{\int \frac{dy}{l_1 w_1 + l_2 w_2}}.$$

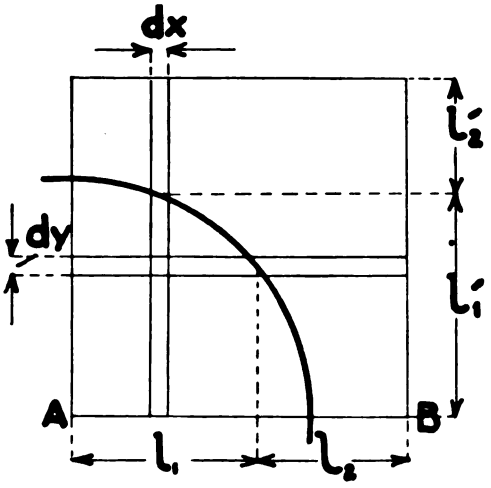


Fig. 8.

Für den unteren Schrankenwert W_u — Zerlegung in Streifen quer zur Stromrichtung — ergibt sich

$$d\lambda = \frac{1}{dW_u} = \frac{l_1'}{w_1 dx} + \frac{l_2'}{w_2 dx} =$$

$$= \frac{1}{w_1 w_2} \cdot \frac{l_1' w_2 + l_2' w_1}{dx}$$

$$W_u = w_1 w_2 \int \frac{dx}{l_1' w_2 + l_2' w_1} = w_1 w_2 \cdot \frac{1}{[W_0]}$$

$[W_0]$ ist der obere Schrankenwert eines Elementargebietes, in dem

1. die Lage der Einsprengung um 90° gedreht ist.

2. die Werte w_1 und w_2 der Widerstände der Einsprengung und der Muttersubstanz vertauscht sind.

Wir behandeln wieder ein zu dem vorigen analoges numerisches Beispiel:

$$w_1 = 1, \quad w_2 = 2$$

große Achse parallel zur Stromrichtung; $\vartheta = 25$ Proz.

$$W_u = 1 \cdot 2 \cdot \frac{1}{1{,}227} = 1{,}630$$

gegenüber **1,667** für kreisförmigen Einschluß.

Die Differenz $= -0{,}037$ entspricht 2 Proz. Unterschied.

$$w_1 = 1, \quad w_2 = 2$$

große Achse normal zur Stromrichtung; $\vartheta = 25$ Proz.

$$W_u = 1 \cdot 2 \cdot \frac{1}{1{,}177} = 1{,}700$$

gegenüber **1,667** für kreisförmigen Einschluß.

Die Differenz $= +0{,}033$ entspricht wieder 2 Proz. Unterschied.

Es zeigt sich auch für den Widerstandswert W_u, genau ebenso, wie im Vorausgehenden für den Widerstandswert W_0 gefunden worden ist:

Elliptische Einsprengung mit der Längsrichtung der eingesprengten Partikel in der Stromrichtung setzt den Aggregatwiderstand, verglichen mit dem bei kreisförmiger Einsprengung, herab; elliptische Einsprengung quer zur Stromrichtung vergrößert ihn. Die beiden, durch die Ellipsenexzentrizität hervorgerufenen Abweichungen sind quantitativ von gleicher Größe, so daß bei gleichberechtigtem Vorhandensein von elliptischen Partikeln beider betrachteten Lagen im Aggregat die Widerstandswerte W_u ebenso wie W_0 genau gleich denen bei kreisförmiger Gestalt der eingesprengten Partikel sind.

Der Vollständigkeit halber und zum Vergleich mit dem Vorigen seien zum Schluß auch die Werte von W_u angegeben, wenn der eingesprengte Bestandteil der schlechtere Leiter ist.

$$w_1 = 2, \quad w_2 = 1$$

große Achse normal zur Stromrichtung, Raumanteil $\vartheta = 25$ Proz. analog wie früher.

$$W_u = 2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{1{,}680} = 1{,}190.$$

$$w_1 = 2, \quad w_2 = 1$$

große Achse parallel zur Stromrichtung.

$$W_u = 2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{1{,}747} = 1{,}145.$$

Demgegenüber ergibt sich **1,166** laut Tabelle V für kreisförmige Einsprengung unter sonst gleichen Umständen. Die Differenz beträgt somit:

im ersteren Falle $+0{,}024$
im letzteren Falle $-0{,}021$,

somit wieder zwei sich entgegenwirkende Abweichungen von 2 Proz. des gesamten Betrages gegenüber kreisförmiger Gestalt der eingesprengten Teilchen.

(Fortsetzung folgt.)

Digitized by Google

Bemerkungen über Serienspektren, an deren Emission mehr als ein Elektron beteiligt ist. (Nachtrag.)

Von Gregor Wentzel.

In einer Arbeit obigen Titels[1]) diskutierte der Verf. unter anderem die sog. gestrichenen Terme der Erdalkalispektren, ausgehend von der Bohr-Franckschen Vorstellung, daß die ihnen entsprechenden Atomzustände durch Anregung beider Valenzelektronen zustande kämen; das zweite Valenzelektron sollte sich etwa in einer 3_3-Bahn befinden anstatt in einer 4_1-Bahn, wie bei den gewöhnlichen (ungestrichenen) Termen. Es wurde daraus die Folgerung gezogen, daß die Serien mp', md', falls sie existieren, eine andere Seriengrenze haben müssen als die gewöhnlichen Serien mp, md. Die beiden Seriengrenzen (∞p, $\infty p'$) entsprechen nämlich verschiedenen Zuständen des positiven Ions; einmal befindet sich das übrig gebliebene Valenzelektron in einer 4_1-Bahn, das andere Mal in einer 3_3-Bahn. Die Differenz der Seriengrenzen sollte danach gleich einer Termdifferenz des Funkenspektrums sein:

$$\infty p - \infty p' = 1s^+ - 3d^+.$$

Der Verf. kannte damals nur zwei p'-Terme und einen d'-Term, entsprechend den bekannten Gruppen (pp') und (dd') von Rydberg und Götze, und es war zweifelhaft, ob die beiden p'-Terme zur gleichen Serie gehörten (oder ob nicht etwa eine dritte Lage (4_2) des zweiten Serienelektrons in Frage käme). Inzwischen ist von A. del Campo[2]) bei Ca eine dritte Gruppe (pp') analysiert worden, und es hat den Anschein, daß sie mit den beiden Götzeschen Gruppen (pp') serienmäßig zusammengehört. Die entsprechenden Termgrößen, bezogen auf die Seriengrenze $\infty s = \infty p = \infty d = 0$, sind rund:

$2p' = 10800$, $3p' = 750$, $4p' = -5000\,\mathrm{cm}^{-1}$.

Die Numerierung der p'-Terme deutet an, daß wir sie als konsekutive Glieder einer Serie auffassen, welche Annahme sich im folgenden bewähren wird. Das negative Vorzeichen des Del Camposchen Terms entspricht unserer Erwartung, daß die den höheren Seriengliedern p' zugehörenden Atomzustände sehr wohl höhere Energie haben können als der 4_1-Zustand des Ca^+-Ions. Nun kann man aus den drei Seriengliedern $2p'$, $3p'$, $4p'$ nach der Ritzschen Formel

$$mp' + g = \frac{R}{[m + a + \alpha(mp' + g)]^2}$$

die Seriengrenze g extrapolieren. Man erhält:

$$g = 1{,}37 \cdot 10^4\,\mathrm{cm}^{-1}, \quad a = -0{,}760,$$
$$\alpha = 3{,}57 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{cm}.$$

Der Wert $g = \infty p - \infty p' = 13700\,\mathrm{cm}^{-1}$ stimmt aber genau mit der Termdifferenz $1s^+ - 3d^+$ des Ca-Funkenspektrums überein, was unsere Deutung der Götze-Del Camposchen Terme schlagend bestätigt. Der Term $5p'$ ist nach der Ritz-Formel bei $-8130\,\mathrm{cm}^{-1}$ zu erwarten.

Die Kombinationen $2p - 3p'$, $2p - 4p'$ lehren, daß gleichzeitige Übergänge beider Serienelektronen gar nicht selten sind. Bemerkenswerterweise lassen sich aber in den Erdalkalispektren keine Kombinationen vom Typus (pd') oder $(p'd)$ nachweisen, sondern immer nur (pp') und (dd'). D. h. der innere Sprung $3_3 \to 4_1$ findet nur statt, wenn die äußere Bahn ihr Azimutalquantum k beibehält. O. Laporte[1]) hat diese Auswahlregel $\Delta k = 0$ in den komplizierten Spektren von V und Fe in ausgedehntestem Maße bestätigt gefunden. Dagegen gilt sie nicht bei Neon, wo Paschens Ritzsche und Nicht-Ritzsche Terme nach der gewöhnlichen Regel $\Delta k = \pm 1$ kombinieren. Vielleicht kann man diese beiden Tatsachen auf eine gemeinsame Formel bringen, indem man sagt: Wenn 2 (N) Elektronen springen, muß Δk im Mittel für jedes Elektron gleich 1 sein, d. h. insgesamt $\Delta k = 2\,(N)$. In der Tat ist bei Ca usw. $\Delta k = 2 + 0 = 2$, bei $Ne\ \Delta k = 1 + 1 = 2$.

Von diesem Gesichtspunkt aus möge noch die Möglichkeit erörtert werden, daß das zweite Valenzelektron bei der Anregung statt in die 3_3-Bahn in die energetisch noch höherwertige 4_2-Bahn gelangt; die zugehörigen Terme wollen wir durch zwei Akzente kennzeichnen. Führt nun das zweite Elektron Übergänge $4_2 \to 4_1$ oder $4_2 \to 3_3$ ($\Delta k = 1$) aus, so werden wir nach unserer Regel für das erste Elektron gleichfalls Übergänge $\Delta k = 1$ erwarten, d. h. Kombinationen nach der gewöhnlichen Auswahlregel von folgenden Typen:

$$(s''p),\ (sp''),\ (p''d),\ (pd''),\ (d''f) \ldots.$$
$$(s''p'),\ (s'p''),\ (p''d'),\ (p'd''),\ (d''f') \ldots.$$

Wir sind geneigt, den in den Tabellen von Paschen-Götze[2]) aufgeführten Ca-Term $3p'$; $\simeq 10000\,\mathrm{cm}^{-1}$, welcher mit $2s$ und $3d$ kombiniert, als Term $2p''$ (beide Valenzelektronen in 4_2-Bahnen) anzusprechen. Daß die Termdifferenz $2p - 2p'' \simeq 24000\,\mathrm{cm}^{-1}$ beinahe gleich der Funkenfrequenz $1s^+ - 2p^+ \simeq 25000\,\mathrm{cm}^{-1}$

1) Phys. Zeitschr. **24**, 104, 1923.
2) Trabajos del Laboratorio fisico, Nr. 68, Madrid 1923. Schema [3], s. S. 43.

1) Zeitschr. f. Phys. **23**, 135, 1924.
2) Seriengesetze der Linienspektren. Berlin 1922, S. 75, 76.

Digitized by Google

ist, spricht für unsere Auffassung, welche die Gleichung

$$\infty p - \infty p'' = 1s^+ - 2p^+$$

fordert. Vielleicht kann man auch eine von del Campo[1]) mitgeteilte Liniengruppe bei $\lambda = 6500$ Å als Kombination $2p - 3d''$ deuten.

Bohr und Franck haben die Vermutung geäußert, daß die große Intensität der Gruppe $2p - 2p'$ (Fraunhofers G) durch die Metastabilität des $3d$-Terms von Ca^+ bedingt sei. Doch ist das metastabile Ion sicher keine notwendige Bedingung für das Auftreten „gestrichener" Terme überhaupt, wie z. B. das Be- und Mg-Spektrum lehrt. Vermutlich hängt die Wahrscheinlichkeit, mit der solche Terme angeregt werden, im wesentlichen nur von der Größe der Anregungsarbeit ab.

1) l. c., S. 43, Schema [10]. Die Linie $\nu = 15381{,}19$ steht, wenn sie überhaupt in das Schema hineingehört, vermutlich nicht am richtigen Platz.

München, Institut für theoretische Physik.

(Eingegangen 14. März 1924.)

Über eine endliche Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Gravitation.

Von E. Anding.

1. Es ist ein naheliegender Gedanke, zu fragen, welche Folgen in der Bewegung der Planeten eintreten müßten, wenn sich die Gravitation mit einer endlichen Geschwindigkeit fortpflanzen würde. Besonders heutzutage. Aber sonderbarerweise ist die Frage bis jetzt noch nicht behandelt worden.

Was Laplace im vierten Bande der Méc. cél. (Buch 10, Kap. 7, Art. 22) unter dieser Überschrift ausgeführt hat, ist etwas ganz anderes: er nimmt an, die Gravitation entstände, indem eine äußerst dünne Materie mit äußerst großer Geschwindigkeit von außen gegen die Sonne hinströmte. Dann entsteht allerdings als Stoßwirkung auf einen Planeten die Gravitation, aber infolge der Relativbewegung gegen den Planeten zugleich auch eine Seitenkomponente, und diese ist es, welche er berechnet: eine Art von Widerstandswirkung also. Die Grundvorstellung hat sonst mit dem Monumentalwerk keinen Zusammenhang.

Eine andere Lösung hat Lehmann-Filhés gegeben, aber sie hängt zusammen mit der Bewegung der Sonne durch den Weltraum, und beruht nicht auf der Relativbewegung der Planeten gegen die Sonne oder den Schwerpunkt des Sonnensystems.

2. Spricht man heute von einer Fortpflanzung der Gravitation, so ist der natürlichste Gedanke doch wohl der, daß von der Sonne aus sich nach allen Seiten ein Zustand fortpflanze, welcher die Eigenschaft hat, einem Planeten, über den er hinwegschreitet, einen Impuls zu verleihen, der gegen die Sonne hin gerichtet ist. Daß die Fortpflanzungsrichtung der Erregung und die Richtung der Impulswirkung entgegengesetzten Sinn haben, darf keinen Einwand bilden. Denn beides sind verschiedene Begriffe. Auch gibt es konkrete Beispiele, wo gerade dieses Verhalten physikalisch realisiert ist. Doch unterlasse ich absichtlich, sie anzuführen, um das Mißverständnis auszuschließen, als wolle ich damit etwa eine Entstehungsweise der Gravitation begründen.

Ein Planet also, der sich in der Entfernung r befindet, wird während der Zeit dt in radialer Richtung überschritten von einer Strecke der Erregung, welche die Länge $c\,dt$ besitzt. Hat aber der Planet selbst eine radiale Bewegungskomponente, so ist die Dicke der ihn überholenden Zone nur $c\,dt - dr$. Mithin verkleinert sich die Gravitation im Verhältnis des letzteren Inkrementes zum vorigen; also es bestehen die Bewegungsgleichungen:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} &= -\mu\cdot\frac{x}{r^3} + \frac{\mu}{c}\cdot\frac{x}{r^3}\frac{dr}{dt} \\ \frac{d^2y}{dt^2} &= -\mu\cdot\frac{y}{r^3} + \frac{\mu}{c}\cdot\frac{y}{r^3}\frac{dr}{dt} \end{aligned}\right| \qquad (1)$$

welche zu integrieren sind.

Erste Art der Behandlung.

3. Für die Gleichungen (1) gilt zwar das Prinzip der Flächen:

$$r^2\frac{du}{dt} = f \qquad (2)$$

(wo f die Integrationskonstante bedeutet), aber statt des Prinzips der lebendigen Kraft würde man, wieder in Polarkoordinaten, erhalten:

$$d\left[\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + r^2\left(\frac{du}{dt}\right)^2\right] = -2\mu\frac{1}{r^2}dr + 2\frac{\mu}{c}\frac{1}{r^2}\frac{dr}{dt}dr. \qquad (3)$$

Eliminiert man hier mittels (2) das Inkrement dt:

$$f^2\cdot d\left[\frac{1}{r^4}\left(\frac{dr}{du}\right)^2 + \frac{1}{r^2}\right] = -2\mu\frac{1}{r^2}dr + 2\frac{\mu f}{c}\frac{1}{r^4}\frac{dr}{du}dr$$

führt die neuen Variablen ein

$$x = \frac{1}{r} \qquad y = \frac{dx}{du} \qquad (4)$$

(die also nichts zu tun haben mit den rechtwinkligen Koordinaten in (1), die fortan nicht

Digitized by Google

mehr auftreten), und statt f und c die neuen Konstanten:

$$h = \frac{\mu}{f^2} = \frac{1}{p} \qquad \varepsilon = \frac{hf}{c} \tag{5}$$

so wird die Gleichung (3) zu

$$\mathrm{d}(y^2 + (x-h)^2) = 2\varepsilon \cdot y\,\mathrm{d}x \tag{6}$$

oder mit Ausführung der Differentiation zu

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} + \frac{x-h}{y} = \varepsilon,$$

so daß nach der Substitution

$$z = \frac{y}{x-h} \tag{7}$$

die Gleichung

$$\frac{\mathrm{d}x}{x-h} + \frac{z\,\mathrm{d}z}{1-\varepsilon z+z^2} = 0 \tag{8}$$

zu behandeln ist.

4. Ist nun speziell $\varepsilon = 0$, so muß sich hieraus die Keplersche Bewegung ergeben. Am einfachsten würde man hierzu an die Gleichung (6) anknüpfen; aber im Hinblick auf das folgende gehen wir gerade von (8) aus, integrieren bei $\varepsilon = 0$:

$$\log(x-h) + \frac{1}{2}\log(1+z^2) = \log he,$$

wo rechts die Integrationskonstante steht, erhalten durch Einsetzen von (7):

$$(x-h)^2 + y^2 = h^2e^2,$$

durch Einsetzen von y nach (4)

$$\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}u}\right)^2 = h^2e^2 - (x-h)^2 \tag{9a}$$

und jetzt durch abermalige Integration (wobei man die Wurzel negativ zu nehmen hat)

$$x - h = he\cos(u-u_0) \tag{10a}$$

wo u_0 die Integrationskonstante bedeutet. Dies ist aber wegen der ersten Gleichung in (4) und in (5) die Keplersche Ellipse:

$$r = \frac{p}{1+e\cos(u-u_0)}.$$

5. Ist ε von Null verschieden, so gehen wir den soeben im Spezialfall vorgezeichneten Weg: durch Integration von (8) folgt

$$\log(x-h) + \tfrac{1}{2}\log(1-\varepsilon z+z^2) + \\ + \frac{\varepsilon}{\sqrt{4-\varepsilon^2}}\operatorname{arc\,tg}\frac{2z-\varepsilon}{\sqrt{4-\varepsilon^2}} = \log he$$

(wo rechts wieder die Integrationskonstante steht) und hieraus, indem man z nach (7) und dann y nach (4) einsetzt:

wo e_1 für den Augenblick die Basis der natürlichen Logarithmen bezeichnen möge.

Es hat sich also eine transzendente Differentialgleichung ergeben, welche der einfachen Gleichung (9a) entspricht.

6. Um hieraus das Bahnintegral zu erhalten, welches (10a) entsprechen würde, läge es nahe, im Exponenten von (9), wo doch ε eine sehr kleine Größe sein wird, die Ausdrücke (9a) und (10a) als erste Näherungen einzuführen. Dadurch nimmt, indem man überhaupt die zweite Potenz von ε vernachlässigt, der Exponent die einfache Form an:

$$-\varepsilon(u-u_0),$$

aber in der Differentialgleichung, die man auf diese Weise erhält:

$$\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}u}\right)^2 - \varepsilon\cdot\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}u}\cdot(x-h) + (x-h)^2 = \\ = h^2e^2\cdot(1+\varepsilon(u-u_0))$$

lassen sich die Variablen nicht trennen.

7. In diesem Zusammenhange beweisen wir zunächst, daß eine Perihelbewegung nicht vorliegt.

Hierzu gehen wir von der Gleichung (9) aus, wo die Variablen getrennt sind, setzen zur Vereinfachung der Schreibweise

$$\varrho = \frac{x-h}{he} \tag{10}$$

und lassen auch hier ε^2 und die höheren Potenzen fort. So ist jetzt die Gleichung zu integrieren

$$\left(\frac{\mathrm{d}\varrho}{\mathrm{d}u}\right)^2 + \varrho^2 = 1 - \varepsilon\left(\operatorname{arc\,tg}\frac{1}{\varrho}\frac{\mathrm{d}\varrho}{\mathrm{d}u} - \varrho\frac{\mathrm{d}\varrho}{\mathrm{d}u}\right). \tag{11}$$

Nun besagt eine „säkulare" Perihelbewegung, daß statt der Gleichung

$$r = \frac{p}{1+e\cos(u-u_0)}$$

der Faktor von u sich um eine kleine Größe σ von der Einheit unterscheidet, also

$$r = \frac{p}{1+e\cos(u-u_0+\sigma u)} \\ = \frac{p}{1+e\cos(u-u_0) - e\sigma\cdot u\cdot\sin(u-u_0)}.$$

Mit (4), (5) und (10) wird dies

$$\varrho = \cos(u-u_0) - \sigma\cdot u\cdot\sin(u-u_0)$$

und es ist die Unbekannte σ durch Einsetzen dieses Ausdrucks in (11) zu bestimmen. Auf der rechten Seite von (11) genügt es, beim

$$\left[\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}u}\right)^2 - \varepsilon(x-h)\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}u} + (x-h)^2\right]e_1^{\frac{2\varepsilon}{\sqrt{4-\varepsilon^2}}\operatorname{arc\,tg}\left(\frac{2}{\sqrt{4-\varepsilon^2}}\frac{1}{x-h}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}u} - \frac{\varepsilon}{\sqrt{4-\varepsilon^2}}\right)} = h^2e^2 \tag{9}$$

Digitized by Google

ersten Glied $\varrho = \cos(u - u_0)$ stehen zu bleiben; sie wird

$$R = 1 + \varepsilon \cdot (u - u_0) - \varepsilon \cdot \sin(u - u_0) \cos(u - u_0). \qquad (11_R)$$

In die linke aber setzt man das obige ϱ und

$$\frac{d\varrho}{du} = -\sin(u - u_0) - \sigma \cdot \sin(u - u_0) - \sigma \cdot u \cdot \cos(u - u_0)$$

und erhält bei Vernachlässigung des Quadrats von σ:

$$\left(\frac{d\varrho}{du}\right)^2 + \varrho^2 = 1 + \sigma - \sigma \cdot \cos 2(u - u_0). \qquad (11_\sigma)$$

Vergleicht man aber in (11_R) und (11_σ) die Koeffizienten gleicher Funktionen von $(u - u_0)$, so folgt, was zu beweisen war, daß

$$\sigma = 0.$$

8. Wie wir bis jetzt dem Element u_0 ein säkulares Glied beigegeben haben, so machen wir diese Hypothese jetzt auch mit den Elementen p und e. Nach unserem Ergebnis dürfen wir dabei

$$u - u_0 = v \qquad (12)$$

schreiben, so daß v vom Perihel gezählt ist. Indem man in der Ellipsengleichung

p durch $\frac{p}{1 + \eta \cdot v}$ und e durch $e(1 + \varepsilon' \cdot v)$

ersetzt, folgt

$$r = \frac{p}{1 + e\cos v + \eta \cdot v + e(\eta + \varepsilon') \cdot v \cos v}$$

und wieder mit (4), (5) und (10):

$$\varrho = \cos v + \frac{\eta}{e} v + (\eta + \varepsilon') \cdot v \cos v,$$

$$\frac{d\varrho}{dv} = -\sin v + \frac{\eta}{e} - (\eta + \varepsilon') \cdot v \sin v + (\eta + \varepsilon') \cdot \cos v$$

und mithin wird die linke Seite von (11):

$$\left(\frac{d\varrho}{dv}\right)^2 + \varrho^2 = 1 - 2\frac{\eta}{e} \cdot \sin v + 2\frac{\eta}{e} \cdot v \cos v + 2(\eta + \varepsilon') \cdot v - 2(\eta + \varepsilon') \cdot \sin v \cos v). \qquad (11_L)$$

Vergleicht man dies wieder mit (11_R), so folgt

$$\eta = 0 \qquad \varepsilon' = \tfrac{1}{2}\varepsilon$$

und die Gleichung der Bahn wird

$$r = \frac{p}{1 + e(1 + \frac{1}{2}\varepsilon \cdot v) \cdot \cos v}. \qquad (13)$$

Die Gleichung (13) entspricht der Gleichung (10a) als drittes Integral von (1). Hiernach bleibt der Parameter konstant, aber die Exzentrizität wächst unaufhaltsam, bis sie die Einheit erreicht. Weiter steigt sie nicht, weil sich die wahre Anomalie dann nicht mehr erheblich ändert; sondern der Punkt verliert sich schließlich auf einer parabelnahen Bahn ins Unendliche.

9. Es fragt sich nunmehr, in welcher Zeitdauer sich die Umwandlung der Bahn vollzieht. Hierzu ist statt v die Zeit einzuführen, was sehr leicht geschehen kann, da nach (2) der Flächensatz fortbesteht. Nach (5) wird er

$$dt = \frac{r^2 dv}{\sqrt{\mu p}}$$

und indem man den Ausdruck (13) einführt, folgt

$$dt = \frac{p^{3/2}}{\sqrt{\mu}} \frac{dv}{(1 + e(1 + \frac{1}{2}\varepsilon \cdot v)\cos v)^2}.$$

Sagen wir nun, der Planet vollziehe den

ersten zweiten dritten ... Umlauf

jedesmal von $v = -\pi$ bis $v = +\pi$ mit der konstanten Exzentrizität

$$e_i = e \qquad e + e\varepsilon\pi \qquad e + 2 \cdot e\varepsilon\pi \ldots$$

so haben wir, wie der Differentialausdruck zeigt, im Integral erst die zweite Potenz von ε vernachlässigt, und da

$$\int_{-\pi}^{+\pi} \frac{dv}{(1 + e_i \cos v)^2} = \frac{2\pi}{(1 - e_i^2)^{3/2}}$$

so wird die Zeitdauer des Umlaufs mit der Nummer i

$$T_i = \frac{p^{3/2}}{\sqrt{\mu}} \frac{1}{(1 - e_i^2)^{3/2}} \cdot 2\pi,$$

gemessen in astronomischen Zeiteinheiten, und mithin die Summe aller dieser Umlaufszeiten

$$\Sigma T_i = \frac{2}{e\varepsilon} \cdot \frac{p^{3/2}}{\sqrt{\mu}} \sum_{i=0}^{i} \frac{1}{[1 - (e + i \cdot e\varepsilon\pi)^2]^{3/2}} e\varepsilon\pi.$$

Gehen wir hier von der Summe mit Hilfe der Mac Laurinschen Summenformel auf das Integral über, indem wir dx für $e\varepsilon\pi$ und x für $e + i \cdot e\varepsilon\pi$ schreiben, so kämen zum Integral, der genannten Formel zufolge, zunächst noch 2 Korrektionsglieder, die halben Integranden für $i = 0$ und $i = i$. Diese Glieder aber bringen wir dadurch zum Wegfall, daß wir die zu bestimmende Größe etwas anders definieren, indem wir beim ersten Umlauf die Werte $v < 0$ und beim letzten die Werte $v > i \cdot 2\pi$ ausschließen. Dies hat zugleich die bequeme Wirkung, daß die i fortan nicht mehr Nummern sind, sondern Maßzahlen. Die folgenden Korrektionsglieder, mit den Bernoullischen Zahlen, bringen zum mindesten den Faktor ε^2.

Der Planet braucht also, damit sich seine Exzentrizität vom anfänglichen Betrag e auf

Digitized by Google

$e_i = e + i \cdot e\varepsilon\pi$ erhöhe, i Umläufe, welche einen Zeitraum erfordern

$$t_i - t = \frac{2}{e\varepsilon} \cdot \frac{p^{3/2}}{\sqrt{\mu}} \cdot \left(\frac{e_i}{\sqrt{1 - e_i^2}} - \frac{e}{\sqrt{1 - e^2}} \right).$$

Führt man die anfängliche Umlaufszeit ein

$$T = 2\pi \cdot \frac{a^{3/2}}{\sqrt{\mu}} = 2\pi \frac{p^{3/2}}{\sqrt{\mu}} \cdot \frac{1}{(1 - e^2)^{3/2}} \quad (14)$$

so wird unser Resultat:

$$\frac{t_i - t}{T} = \frac{1 - e^2}{\pi\varepsilon} \cdot \left(\frac{e_i}{\sqrt{1 - e_i^2}} \cdot \frac{\sqrt{1 - e^2}}{e} - 1 \right). \quad (15)$$

10. Wir machen eine Anwendung auf den Planeten Merkur. Nach Leverrier ist für 1850,0

$$e = \sin 11^0\, 51'\, 53'',7 \quad \log a = 9{,}587821 - 10$$
$$\log p = 9{,}569063 - 10.$$

Auch setzen wir die Geschwindigkeit der Gravitation gleich der des Lichts. Dann ist astronomischen Einheiten der Strecken und der Zeit

$$c = 173{,}3$$

und hieraus folgt nach (5)

$$\varepsilon = 163{,}0 \cdot 10^{-6}.$$

Fragen wir zunächst, innerhalb welcher Zeit sich die Exzentrizität verdoppelt, dann ist zu setzen $e_i = 2e$ und die Formel (15) sagt, daß hierzu 2146 Umläufe der anfänglichen Dauer erforderlich wären. Da

$$T = 0{,}2408 \text{ in Julianischen Jahren,}$$

so würde sich e verdoppeln in

516,7 Jahren.

11. Fragen wir umgekehrt, wieviel e in 100 Jahren zunimmt, so ist auf der linken Seite von (15) die 100jährige Anzahl der Umläufe jetziger Dauer zu setzen = [2,61826], und da der Außenfaktor rechter Hand = [3,27189] (wo die eckigen Klammern die Logarithmen der Zahlen enthalten), so wird $e_i = 0{,}24867$. Da $e = 0{,}20560$, so ist die Zunahme in 100 Jahren 0,04307. Multipliziert man diese Zahl mit 206264,8, so wird die Zunahme in e'' in 100 Jahren

$$8883''.$$

Dies ist die Zahl, welche vergleichbar wäre mit der Angabe, die von Newcomb als säkulare Änderung angeführt wird. Er findet den Unterschied zwischen der theoretischen und der beobachteten Exzentrizität in 100 Jahren

$$-0'',88.$$

Das ist der zehntausendste Teil, aber was noch wichtiger ist: mit dem entgegengesetzten Vorzeichen!

Zweite Lösung.

12. Da der Frage ein allgemeines Interesse zukommt, so ist sie im vorstehenden einfach auf direktem Wege behandelt worden. Mit den Störungsformeln, die dem Astronomen geläufig sind, läßt sie sich in wenigen Strichen erledigen.

Wirkt in der Richtung des Radiusvektors außer der gegenseitigen Anziehung des Planeten und der Sonne noch eine Kraft (S), so bestehen die Differentialgleichungen der oskulierenden Elemente (z. B. Tisserand, Méc. cél. I, S. 433):

$$\left.\begin{aligned}
\frac{1}{a}\frac{da}{dt} &= \frac{2}{na} \cdot \frac{e}{\sqrt{1 - e^2}} \cdot \sin v \cdot (S) \\
e\frac{d\tilde{\omega}}{dt} &= -\frac{1}{na} \cdot \sqrt{1 - e^2} \cdot \cos v \cdot (S) \\
\frac{d\varepsilon'}{dt} &= -\frac{2}{na} \cdot 1 \cdot \frac{r}{a} \cdot (S) - \\
&\quad - \frac{1}{na} \frac{\sqrt{1 - e^2}\,(1 - \sqrt{1 - e^2})}{e} \cdot \cos v \cdot (S) \\
\frac{de}{dt} &= \frac{1}{na} \cdot \sqrt{1 - e^2} \cdot \sin v \cdot (S).
\end{aligned}\right\} \quad (16)$$

Hier bedeutet v die wahre Anomalie, $\tilde{\omega}$ die Perihellänge, die vorhin mit u_0 bezeichnet wurde; die mittlere Länge aber, zur Zeit der Epoche, ist mit ε' bezeichnet worden, weil der gewöhnlich benutzte Buchstabe ε hier schon vergeben ist.

13. Handelt es sich nun speziell um die endliche Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Gravitation, so ist nach Art. 2

$$(S) = +\frac{\mu}{c} \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \frac{dr}{dt}$$

und da in (16) rechts alles auf die Variable v gebracht ist, so tun wir dies auch in (S). Es ist

$$\frac{1}{r^2}\frac{dr}{dt} = -\frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dt} = -\frac{1}{p}\frac{d\left(\frac{p}{r}\right)}{dt} = -$$
$$-\frac{e}{p}\frac{d\cos v}{dt} = \frac{e}{p}\sin v \frac{dv}{dt}$$

und nach (5):

$$\frac{\mu}{c} = \varepsilon f = \varepsilon\sqrt{\mu p} = \varepsilon \cdot na \cdot \frac{p}{\sqrt{1 - e^2}}.$$

Mithin wird

$$(S) = \varepsilon \cdot na \frac{e}{\sqrt{1 - e^2}} \cdot \sin v \frac{dv}{dt} \quad (17)$$

und wenn man dies in (16) einsetzt, so erscheint dort statt t durchweg die willkürliche Variable v eingeführt.

14. So erhalten wir für die Exzentrizität die äußerst einfache und doch strenge Gleichung:

$$de = \varepsilon e \cdot \sin^2 v\, dv \quad (18)$$

welche aussagt, daß die Exzentrizität für einen vollen Umlauf um genau genug $e\varepsilon\pi$ zunimmt, was mit Art. 9 übereinstimmt. Streng integriert gibt sie

$$e_i = e \cdot e_1^{\frac{1}{2}\varepsilon v - \frac{1}{4}\varepsilon \cdot \sin 2v}$$

Digitized by Google

und es ist mithin nach i Umläufen die säkular veränderte Exzentrizität

$$e_i = e \cdot e_1^{i\,\pi\varepsilon} \qquad (19)$$

wo e die anfängliche Exzentrizität und e_1 die Basis der natürlichen Logarithmen bedeuten möge, um mit der Bezeichnung in Art. 10 und 11 in Einklang zu bleiben.

15. Die Veränderung der großen Halbachse a ergibt sich aus der ersten der Gleichungen (16). Einfacher ist es, diese durch die letzte Gleichung dort zu dividieren:

$$\frac{da}{a} = 2e\frac{de}{1-e^2}. \qquad (20)$$

Strenge Integration ergibt

$$a_i = a\frac{1-e^2}{1-e_i^2}, \qquad (21)$$

wodurch sich das Resultat von Art. 8 bestätigt, daß nämlich der Parameter konstant bleibt.

16. Die zwei noch übrigen Elemente erleiden keine säkularen Veränderungen. Denn man erhält

$$d\tilde{\omega} = -\varepsilon \cdot \sin v \cos v \cdot dv \qquad (22)$$

und

$$\left.\begin{aligned} d\varepsilon' = &-2\varepsilon \cdot e\sqrt{1-e^2}\frac{\sin v}{1+e\cos v}dv - \\ &-\varepsilon(1-\sqrt{1-e^2})\sin v\cos v\,dv. \end{aligned}\right\} \qquad (23)$$

Alles in Übereinstimmung mit dem früheren.

Ergebnis.

17. Die Anomalie in der Bewegung des Merkur-Perihels hat Veranlassung gegeben, daß man entweder hypothetische Massen einführte, die man ohnedies nicht in Betracht gezogen hätte, oder daß man am Newtonschen Gravitationsgesetz Erweiterungen oder eine Veränderung vornahm.

Um hierbei sicher zu gehen, ist es erforderlich, daß man Stellung nimmt zu derjenigen logischen Möglichkeit, von welcher der hier vorliegende Aufsatz ausging. Das Ergebnis der Betrachtung ist nun:

1. Eine endliche Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Gravitation wäre eine überflüssige Hypothese; denn sie hat auf die Perihelbewegung keinen Einfluß.

2. Noch mehr: sie ist eine sachlich unmögliche Hypothese, denn sie würde, so groß die Geschwindigkeit auch sein würde, solche säkularen Veränderungen der Exzentrizität zur Folge haben, denen die Beobachtungen auf das bestimmteste widersprechen.

Mit einem Wort: Die Bahn ist frei für andere Erklärungen.

Gotha, 8. August 1923.

(Eingegangen 23. März 1924.)

Bemerkungen zu dem Artikel von Hans Kienle „Kosmische Refraktion" (Physik. Zeitschr. 25, 1—6, 1924.)

Von L. Courvoisier.

Der Artikel von Herrn Kienle ist mir erst am 31. März zu Gesicht gekommen, deshalb erfolgt diese Entgegnung so spät. Ich halte sie für nötig wegen einer Reihe von Irrtümern, Widersprüchen und Entstellungen, die sich in der genannten Arbeit vorfinden, auf die ich hier aber nur mit einigen allgemeinen Bemerkungen eingehen kann.

1. In meinen bisherigen Publikationen über die beobachtete Erscheinung glaubte ich genügend betont zu haben, daß es mir zunächst nur auf die Tatsache, nicht auf ihre physikalische Deutung ankommt. Wenn trotzdem Herr Kienle, nach einigen Wendungen in seinem Aufsatz zu schließen, das Gegenteil annimmt, so muß ich hier wiederholen, daß mir die kosmische Erklärung lediglich als Arbeitshypothese gedient hat.

2. Bei der vorliegenden Erscheinung kann selbstverständlich nur die Bearbeitung einer großen Masse von Beobachtungen im allgemeinen ein Urteil über den systematischen Charakter ihrer Resultate herbeiführen. Es geht daher nicht an, daß der Kritiker einzelne, vielleicht gerade besonders unsichere, Beobachtungsreihen herausgreift, um an ihnen gewissermaßen die geringe Vertrauenswürdigkeit des ganzen Materials nachzuweisen. So sind von Herrn Kienle z. B. die große Effekte liefernden α-Beobachtungen der Venus in oberer Konjunktion nach 1917 und ebenso die vielen früheren Beobachtungen des Planeten in Greenwich, Paris und Washington, ferner die ersten δ-Beobachtungen heller Fixsterne, die genauen Zenitsternbeobachtungen, die Polsternbeobachtungen, einfach übergangen, dafür aber unter anderm meine Venusbeobachtungen in δ angeführt worden, die ich ausdrücklich nur als Versuch bezeichnet habe.

3. Es wird einesteils gegen mich der Vorwurf erhoben, ich wäre bei der ersten Behandlung der Beobachtungen zu summarisch verfahren, indem ich die gebildeten Mittelwerte nicht einer Ausgleichung unterworfen hätte, andernteils, mein Standpunkt sei nicht ganz unvoreingenommen, insofern als ich auch weiterhin den Effekt unabhängig von der — übrigens durchaus nicht der Refraktionstheorie, sondern einfach den zuerst gefundenen Ablenkungen angepaßten — empirischen Formel hätte untersuchen müssen. Ich bin natürlich summarisch vorgegangen, weil es bei einem ersten Überblick gar nicht anders möglich war und weil wegen

Digitized by Google

der Unsicherheit mancher Beobachtungsreihen sich nur eine Überschlagsrechnung lohnte. Erst nach Aufstellung der empirischen Formel konnten einige dazu geeignete Messungen auch durch Ausgleichung ausgewertet werden. Herr Kienle dagegen gleicht, im Widerspruch zu seiner eigenen Forderung, sofort nach der a posteriori gefundenen Formel die ursprünglichen Beobachtungen aus.

4. Vor allem muß hier ein fundamentaler Irrtum des Verfassers berichtigt werden, der, wie es scheint, auf seine ganze Urteilsbildung in der behandelten Frage von maßgebendem Einfluß gewesen ist. Er behauptet nämlich, es seien von mir bei der Reduktion der Heidelberger α-Beobachtungen der Venus, wegen der Unsicherheit der graphischen Interpolation des Uhrstandes für Venus aus den Tagesbeobachtungen der Anhaltssterne, diese letzteren kurzerhand verworfen und an ihre Stelle Nachtbeobachtungen gesetzt worden. Das ist selbstverständlich nicht der Fall gewesen. Es wurden lediglich die Uhrgänge aus den gewöhnlichen Zeitbestimmungen herangezogen, um den Mittelwert des Uhrstandes aus den beobachteten — durchschnittlich fünf — Anhaltssternen eines Tages auf die Durchgangszeit der Venus zu übertragen. Da die Anhaltssterne immer derselben Gruppe von acht Ursa major-Sternen angehörten, so sind also gerade die Heidelberger Beobachtungen in systematischer Hinsicht so einwandfrei wie möglich angelegt, während dies bei den von Herrn Kienle als Muster angeführten Beobachtungen Kępińskis nicht zutrifft, indem dort verschiedene Gruppen von — zudem noch ungünstig gelegenen — Anhaltssternen vor und nach der Konjunktion verwendet wurden. Das hätte Herr Kienle bei etwas genauerer Lektüre meines Aufsatzes (A. N. **202**, 369) ohne weiteres erkennen müssen. Die Sachlage ist also gerade umgekehrt wie in seiner Darstellung: die Heidelberger Beobachtungen sind grundsätzlich die vertrauenswürdigeren, es liegt nicht der mindeste Anlaß vor, sie den anderen Messungsreihen gegenüber auszuschließen, und damit entfallen natürlich auch alle vom Verfasser gezogenen Folgerungen, wie z. B., daß keine funktionelle Abhängigkeit des Effektes vom Sonnenabstande zu erkennen sei.

5. Wenn man ihrer Natur nach unsichere Beobachtungsreihen nach zwei verschiedenen Rechenverfahren auswertet, also etwa wie hier ursprünglich mittels einer für genügend erachteten Überschlagsrechnung, und hernach durch mehr oder weniger strenge Ausgleichung, so wird man selbstverständlich stets zu etwas verschiedenen numerischen Resultaten gelangen. Solche zufälligen Unterschiede besagen aber schwerlich etwas gegen den Charakter der abgeleiteten Erscheinung. Ich glaube kaum, daß man von den Zahlenwerten, die Herr Kienle auf für mich z. T. unkontrollierbarem Wege findet, den Eindruck bekommt, als seien sie dem Sinne nach andere als die meinigen.

6. Herr Kienle erklärt am Schlusse seiner Kritik kurzweg, der Effekt sei ein durch die Art der Beobachtung bedingter systematischer Fehler, der nichts zu tun habe mit den auf den Sonnenfinsternisaufnahmen beobachteten Verschiebungen der Sterne. Nach meinen obigen Feststellungen dürften diese zwei apodiktischen Behauptungen zu weit gehen. Wenn, wie Herr Kienle meint, der Effekt auf atmosphärischen Störungen beruhen könnte, warum soll er sich dann auf den Finsternisplatten nicht ebensogut zeigen wie bei den Meridiankreisbeobachtungen? Die Schlußbehauptung ist also völlig aus der Luft gegriffen.

Ich hoffe, daß endlich einmal der — von deutscher Seite längst geplante und von der Expedition 1923 in Mexiko auch ausgeführte — Versuch gelingt, bei Sonnenfinsternisaufnahmen auch zu einer Bestimmung der absoluten Ablenkungen der Sterne zu gelangen, weil m. E. nur auf diese Weise eine Entscheidung in der jetzt viel, aber vergeblich umstrittenen Frage des Gravitationseffektes möglich ist.

Berlin-Babelsberg, Sternwarte, April 1924.

(Eingegangen 18. April 1924.)

Erwiderung auf einige Bemerkungen des Herrn v. Gleich.

Von C. Cranz.

In der Physik. Zeitschr. **25**, 21, 1924 bringt Herr General v. Gleich zu dem im Jahre 1922 erschienenen Lehrbuch der Ballistik von Th. Vahlen eine nochmalige Besprechung, die, wie man beim Lesen sofort erkennt, in Wirklichkeit der Hauptsache nach eine Entgegnung auf die Rezension desselben Buches darstellt, die ich im Septemberheft 1923, S. 397 gegeben hatte. Darin hatte ich die Vorzüge des Buches hervorgehoben, das Studium desselben nachdrücklich empfohlen und dem Verfasser recht zahlreiche Neuauflagen gewünscht; aber gleichzeitig hatte ich auf einige Irrtümer aufmerksam gemacht, damit diese bei der nächsten Auflage ausgemerzt werden. Die Haupteinwände bezogen sich erstens auf das Luftwiderstandsgesetz für sehr große Geschoßgeschwindigkeiten und zweitens auf das Operieren mit Differentialen. Herr

Digitized by Google

v. Gleich bestreitet nun die Richtigkeit dieser Einwände. Ich muß daher nochmals das Wort in dieser Angelegenheit ergreifen.

1. Zu S. 14 und S. 61 war von mir angeführt worden, daß bei sehr großen Geschwindigkeiten v der Luftwiderstand W nicht, wie in dem Buche behauptet wird, der einfachen Geschwindigkeit, sondern dem Quadrat von v proportional sei. Dazu bemerkt Herr v. Gleich: „Unbegreiflicherweise beanstandet Cranz, daß Vahlen den Luftwiderstand bei sehr großer Geschwindigkeit dieser proportional annimmt. In der Tat führen alle bekannten Widerstandsgesetze, auch v. Eberhards, hierauf."

Die wichtigsten Luftwiderstandsversuche und -gesetze findet man z. B. in der in Bälde bei Springer in Berlin erscheinenden 5. Auflage meines Lehrbuchs der Ballistik oder auch, soweit er nicht vergriffen ist, in Band I der 4. Auflage von 1918 (anastatischer Neudruck der Auflage von 1917, mit einem Ergänzungsbogen, Verlag von B. G. Teubner in Leipzig); aus dieser 4. Auflage sind im folgenden die betreffenden Autorennamen und dazu in Klammern die zugehörigen Seitenzahlen vermerkt. Wenn der Luftwiderstand W, dividiert durch das Quadrat der Geschwindigkeit v von vornherein konstant ist oder wenn sich mit wachsender Geschwindigkeit v das Verhältnis $W : v^2$ asymptotisch einem von Null verschiedenen konstanten Grenzwert nähert, so ist der Luftwiderstand für sehr große Geschwindigkeiten proportional v^2. Darüber, ob dies der Fall ist oder nicht, läßt sich nur entscheiden oder wenigstens wahrscheinlich machen auf Grund der am weitesten gehenden und zugleich zuverlässigsten Luftwiderstandsversuche zusammen mit den rein theoretisch abgeleiteten Luftwiderstandsgesetzen, die allerdings bei dem heutigen Stand der Aerodynamik bloße Ansätze sind. Wie steht es nun damit?

Zunächst die letzteren. Bezüglich des Gesetzes von Newton (45), für das $W : v^2$ konstant ist, hat schon N. Mayevski 1870 aus den damals bekannt gewordenen Versuchen abgeleitet, daß sowohl für die Unterschallgeschwindigkeiten, wie für die Überschallgeschwindigkeiten dieses Gesetz zutreffe, jedoch mit einem rasch sich vollziehenden Wechsel des Luftwiderstandskoeffizienten, von 0,014 auf 0,039, in der Gegend der Schallgeschwindigkeit. P. Vieille (47) hat 1899 die Riemannsche Theorie der Luftwellen von endlicher Amplitude dazu benutzt, um ein mathematisches Luftwiderstandsgesetz aufzustellen. Dieses gibt $\lim (W : v^2)/_{v=\infty} = \text{const}$. Dasselbe folgt aus dem Luftwiderstandsgesetz von A. Sommerfeld (49), es ist im Jahre 1910 mittels der Analogie des elektromagnetischen Feldes abgeleitet, das entsteht, wenn ein Elektron sich mit Überlichtgeschwindigkeit bewegt; die ballistische Verwendbarkeit wurde von P. Riebesell (503) gezeigt. Ebenso liefert die Formel, die H. Lorenz 1907/1917 (542) gelegentlich seiner bekannten Untersuchungen über den Schiffs- und Geschoßwiderstand entwickelt hat, den Grenzwert $\lim (W : v^2)/_{v=\infty} = \text{const}$; mit der Bestimmung der darin vorkommenden Koeffizienten zum Zweck der Verwendung des Gesetzes in der ballistischen Praxis haben sich Sängewald und Falkenhagen beschäftigt. Endlich hat L. Prandtl (vgl. Handwörterbuch der Naturwissenschaften, Band 4, 1913, Artikel „Gasbewegung", S. 559) die Druckerhöhung berechnet, welche die Luft vor einem bewegten kleinen Körper im Staupunkt erfährt. Seine Berechnung zeigt, daß diese Druckerhöhung nicht nur für die kleinen Geschwindigkeiten, sondern wieder für die sehr großen Geschwindigkeiten proportional dem Quadrat der Geschwindigkeit ist. L. Prandtl gibt den von ihm abgeleiteten mathematischen Ausdruck und dazu eine kleine Tabelle. Speziell betreffs der Geschosse führt L. Prandtl dabei aus: „Durch einen Analogieschluß aus dem Verhalten des Staudrucks läßt sich vermuten, daß auch der Geschoßwiderstand bei sehr großen Geschwindigkeiten wieder proportional dem Quadrat der Geschwindigkeit wird, wenn auch mit einem anderen Koeffizienten, wie bei kleinen Geschwindigkeiten."

Was ferner die rein empirischen Luftwiderstandsformeln für Langgeschosse betrifft, nämlich die Zonen-Potenzgesetze $c \cdot v^n$ von Mayevski, Hojel, Siacci, Sabudski; das lineare Gesetz von Chapel-Vallier-Scheve (54) und das einheitliche Gesetz von Siacci (56), so wollten die Urheber dieser Formeln lediglich die Zahlenwerte der bis dahin bekannt gewordenen Luftwiderstandsdaten mathematisch approximieren. Aus diesen Formeln alsdann einen Schluß auf den Verlauf der Luftwiderstandsfunktion bei noch viel größeren Geschwindigkeiten, als sie bei den Versuchen selbst Verwendung fanden, ziehen zu wollen, lag den betreffenden Autoren fern. Ebenso sollen die Funktionen $i(v)$, die O. v. Eberhard bezüglich des Spitzenkoeffizienten i gebildet hat, bloß zur Zusammenfassung der betreffenden Versuchsreihen dienen. Übrigens ist die Richtigkeit der Exponenten n in jenen Potenzgesetzen zum Teil angefochten worden; z. B. von Siacci und Vallier die Richtigkeit der Hojelschen Exponenten. Und aus den Originalabhandlungen von Siacci (Rivista d'artigleria e genio, 1896, vol. 1) kann man ersehen, wie Siacci, bei der Aufstellung seines einheitlichen Gesetzes mittels der Methode der kleinsten Quadrate, zuerst von

Digitized by Google

dem linearen Gesetz von Chapel ausging, wie er aber bald sich genötigt sah, immer weitere Korrektionsglieder hinzuzufügen, bis schließlich jene Formel entstand, deren Aussehen sofort erkennen läßt, daß man es hier nicht mit dem Kind irgendeiner Theorie zu tun hat; das zugehörige, in der Enzykl. d. math. Wiss., Band IV Mechanik, Artikel 18 Ballistik, wiedergegebene Versuchsdiagramm zeigt, daß dabei die verschiedenartigsten Luftwiderstandsversuche, namentlich deutsche, englische, holländische und russische zusammengefaßt sind; verschieden waren die Kaliber, die Geschoßformen, die Messungsstrecken und damit die Bahnkrümmungen und Pendelungen. Aber Siacci hat sich ein Verdienst dadurch erworben, daß er alle damals vorliegenden Versuche streng wissenschaftlich zusammengefaßt hat. Wohl am meisten Vertrauen verdienen die Luftwiderstandsversuche, die 1911/12 von O. v. Eberhard mit Artilleriegeschossen und gleichzeitig von K. Becker und C. Cranz (58) mit Infanteriegeschossen durchgeführt worden sind (Artill. Monatshefte 1912, Nr. 69 und 71). Denn die Messungen erfolgten je mit einheitlichen Geschoßformen, auf möglichst kurzer Messungsstrecke, mit den neuesten Chronographen und unter möglichstem Ausschluß von Pendelungen. In den so gewonnenen Luftwiderstandstabellen von O. v. Eberhard (58) Nr. a für Kruppsche Normalgeschosse und Nr. b für zylindrische Geschosse ist keinerlei unsichere Theorie enthalten; die Zahlen geben lediglich die Versuchswerte an; auch eine $i(v)$-Funktion kommt darin nicht vor. Von diesen Tabellen nun gibt Nr. a einen konstanten Wert von $W:v^2$ für die sämtlichen letzten v-Werte, nämlich von $v = 1260$ m/sec ab bis zum Schluß der Tabelle, die bei $v = 1300$ endigt. Und die Tabelle Nr. b für zylindrische Geschosse zeigt eine Konstanz des Verhältnisses $W:v^2$ schon von $v = 1160$ ab, bis zum Schluß der Tabelle.

Aber mehr soll auch aus diesen Tabellen nicht herausgelesen werden, als was darin steht, daß nämlich die letzten Zahlen bis zu den Tabellenenden eine Proportionalität des Luftwiderstands mit dem Quadrat des Widerstands bei den größten gemessenen Geschoßgeschwindigkeiten andeuten. Im ganzen ist das Problem des Luftwiderstands bei Überschallgeschwindigkeiten so außerordentlich verwickelt, daß man sich vor jeder unbegründeten Extrapolation wird hüten müssen. Dessen sind sich die Ballistiker wohl bewußt. Wollte jemand es unternehmen, z. B. aus dem einheitlichen Gesetz von Siacci den Grenzwert von $\lim(W:v^2)$ für $v = \infty$ zu berechnen, so würde Siacci, wenn er noch lebte, sicherlich dagegen protestieren, und er würde erklären: Dies wäre eine noch gewagtere Extrapolation, als wenn jemand aus den heutigen politischen Zuständen Europas einen Schluß auf die Zustände im Jahr 2024 ziehen wollte.

Jedenfalls scheint nach dem Obigen genau das Gegenteil von dem richtig zu sein, was Herr v. Gleich mit so großer Bestimmtheit behauptet. Es ist nötig, dies festzustellen; denn die Frage nach dem Luftwiderstand bei sehr großer Geschoßgeschwindigkeit ist für die künftige Weiterentwicklung der Ballistik von grundlegender Wichtigkeit; und es muß verhindert werden, daß durch solche apodiktische Kundgebungen wie diejenigen des Herrn Generals sich bei den Jüngern der ballistischen Wissenschaft unrichtige Anschauungen festsetzen.

2. Zu S. 145 des Buchs hatte ich auf eine unzulässige Art des Differentiierens aufmerksam gemacht. Wenn es sich dabei nur darum gehandelt hätte, daß durch einen Druckfehler oder ein sonstiges kleines Versehen ein Buchstabe oder eine Zahl weggelassen worden war, hätte ich nicht daran gedacht, den betreffenden Punkt zu erwähnen (ebenso wie ich es unerwähnt gelassen hatte, daß in dem Buch von Vahlen der Name des Ballistikers Siacci durchweg falsch geschrieben ist). Aber es handelte sich darum, daß ein grundsätzlich unrichtiges Operieren mit den Differentialen vorliegt, das mit Notwendigkeit zu einem unrichtigen Ergebnis führt. Herr v. Gleich behauptet nun, „das gerügte Versehen bestehe lediglich darin, daß in der Beziehung

$$\frac{d^2p}{dx \cdot dp} = -2 \cdot \frac{d^2x}{dx^2}$$

der Faktor 2 rechts irrtümlich vergessen wurde". Ich muß Herrn v. Gleich darauf aufmerksam machen, daß an dieser Stelle Th. Vahlen noch richtig gerechnet hat, indem er hier den Faktor 2 nicht beisetzt. Da somit Herr v. Gleich nicht einmal die Stelle gefunden hat, wo der Fehler steckt, und noch weniger das Grundsätzliche des Einwands erkannt hat, muß die Angelegenheit im einzelnen besprochen werden:

Aus der Gleichung

$$\frac{dp}{dt} \cdot \frac{dx}{dt} + g = 0$$

oder

$$\frac{dp}{dx} \cdot \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + g = 0,$$

wo p den Tangens des Horizontalneigungswinkels ω der Flugbahntangente im Punkt (x, z), somit $p = \operatorname{tg}\omega = \frac{dz}{dx}$ und t die Zeit bedeutet, wird geschlossen

$$\frac{d^2p}{dt^2} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{d^2x}{dt^2} \cdot \frac{dp}{dt} = 0$$

Digitized by Google

und daraus

$$\frac{\frac{d^2p}{dt^2}}{\frac{dx}{dt}\cdot\frac{dp}{dt}} = -\frac{\frac{d^2x}{dt^2}}{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2};$$

(Th. Vahlen läßt der Kürze halber in den Ableitungen die Nenner weg). Er schließt dann weiter:

$$\frac{d^2p}{dx\cdot dp} = -\frac{\ddot{x}}{\dot{x}^2} = \frac{w\cdot\cos\omega}{v^2\cdot\cos^2\omega} = \frac{c}{\cos\omega},$$

wenn man das Newtonsche Gesetz $w = c\cdot v^2$ zugrunde legt. Bis dahin ist die Rechnung richtig. Nun aber wird weiter geschlossen: „Demnach erhält man eine integrable Gleichung z. B. für die Substitution $c = c_0\cdot\frac{\cos\omega}{\cos\omega_0}$ (Borda). Denn das gibt:

$$\frac{d}{dp}\left(\frac{dp}{dx}\right) = \frac{c_0}{\cos\omega_0};\quad \frac{dp}{dx} = \frac{c_0}{\cos\omega_0}(p-p_0)+p'_0\text{“}.$$

Dies ist nicht richtig. Der Bruch

$$\frac{\frac{d^2p}{dt^2}}{\frac{dx}{dt}\cdot\frac{dp}{dt}}$$

darf nicht ersetzt werden durch den Differentialquotient

$$\frac{d}{dp}\left(\frac{dp}{dx}\right).$$

Daß dies in der Tat unzulässig ist, kann Herr v. Gleich aus dem Umstand erkennen, daß sich aus letzterem ein anderes Resultat ergeben muß. Nämlich es ist:

$$\frac{d}{dp}\left(\frac{dp}{dx}\right) = \frac{d\left(\frac{1}{\frac{dx}{dp}}\right)}{dp} = \frac{d\left(\frac{-g}{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2}\right)}{dt}\cdot\frac{1}{\frac{dp}{dt}} =$$

$$= -2\cdot\frac{\frac{d^2x}{dt^2}}{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2},\ \text{anstatt}\ -\frac{\frac{d^2x}{dt^2}}{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2}\ \text{wie oben.}$$

Hätte Herr v. Gleich auch zu diesem Einwand geschwiegen, so wäre mir erspart worden, darauf hinzuweisen, daß ein derartiges Umgehen mit den Differentialen bei den Studierenden der Mathematik unter Umständen ungünstig wirken kann.

Die weitere Bemerkung des Herrn v. Gleich, Cranz scheine am Standpunkt der Vorkriegszeit festhalten zu wollen, möchte ich dem Herrn General zur nochmaligen Überlegung empfehlen. Was dies und die sonstigen Einwände betrifft, so verweise ich auf den Aufsatz „Circa una recenta publicatione ballistica“, den der bekannte italienische Ballistiker Cavalli in der Rivista d'artigleria e Genio, Okt. 1923, S. 5—33 veröffentlicht hat. Darin unterzieht Cavalli das Vahlensche Buch auf rund 27 Druckseiten einer eingehenden, allerdings ziemlich bitteren Kritik. Sein Urteil faßt er schließlich in den Worten zusammen: „Im Ganzen bringt das Buch keine neue Erleuchtung, es würde vielmehr darauf abzielen, das Licht zu zerstören, das existiert.“

Mit Vorstehendem ist für mich diese Rezensionsangelegenheit abgeschlossen.

(Eingegangen 21. Februar 1924.)

Entgegnung auf die hauptsächlichsten Bemerkungen des Herrn Cranz.

Von G. v. Gleich.

In eigener Sache würde ich die vorstehenden Belehrungen des Herrn Geheimrats Cranz schweigend hinnehmen. Da es sich aber nur der Form nach um mich, in Wirklichkeit aber um Herrn Prof. Dr. Th. Vahlen handelt, bin ich schon als Kriegskamerad des letzteren wenigstens zu einer kurzen Antwort verpflichtet:

Zu 1. Unter den heutigen bedrängten wirtschaftlichen Verhältnissen ist es mir leider versagt, die von Herrn Cranz angeführte Literatur in vollem Umfang mit seinen Ausführungen zu vergleichen. Das ist aber auch kaum nötig.

Daß das verwickelte Widerstandsproblem von der Theorie mit einfachen Formeln restlos zu erfassen wäre, derart, daß z. B. bei sehr großen Geschwindigkeiten der Widerstand genau der ersten Potenz der Geschwindigkeit proportional wäre, glaube ich selbst am allerwenigsten. Das kann ein vorurteilsfreier Leser aus meiner Besprechung auch unmöglich herausgelesen haben. Vor allem scheint mir die Frage der äußeren Reibung noch lange nicht spruchreif zu sein, die ihrerseits von den noch ganz ungenügend bekannten Bewegungen der Geschoßachse sicher nicht unabhängig ist.

Die empirischen „Gesetze“ approximieren lediglich die Tabelle, die natürlich das Primäre ist. Würde man, was offenbar frei steht, andere Exponenten wählen, so würden sich damit andere Zonen ergeben.

Daß für verhältnismäßig kleine Intervalle (W/v^2) konstant erscheint, ist nur die Folge der Abrundung und kann deshalb nichts beweisen.

Der Abfall der Zahl $n = \frac{v\,\Delta w}{w}$ von $v = 333$ m/sec ab gegen Eins hin ist, soweit

Digitized by Google

die Tabelle reicht, unverkennbar. Man kann $\lim (n_{v=\infty}) = 1$ vermuten, aber natürlich nicht beweisen. Prandtls Analogieschluß, den Herr Cranz wie ein gewichtiges Argument anführt, ist auch nichts anderes als eine „Vermutung". Daß aber Siacci zu einer Analogie mit den politischen Verhältnissen des Jahres 2024 gegriffen haben würde, wie Herr Cranz „sicherlich" annimmt, erscheint mir angesichts der überragenden Bedeutung des großen italienischen Ballistikers recht unwahrscheinlich. Inzwischen hat, wie ich höre, Herr Vahlen zur Frage des Luftwiderstandes selbst das Wort ergriffen (Zeitschr. f. d. ges. Schieß- u. Sprengstoffwesen 1923, S. 120).

Zu 2. Diesen unerheblichen Rechenfehler hat Herr Vahlen selbst in einer Zeile berichtigt, wie ihn jeder nicht voreingenommene Leser ohne weiteres berichtigen wird. Die betr. Seite ist für alles übrige ohne jede Folgen.

Daß Herr Cavalli seinen Landsmann Siacci auf Kosten des Ausländers Vahlen lobt, ist verständlich. Immerhin aber hätte er schwerlich volle 27 Druckseiten aufgewendet, wenn Herrn Vahlens „Ballistik" wirklich so unbedeutend wäre, wie Herr Cranz es unter Anführung eines Italieners als Kronzeugen hinstellt.

Ludwigsburg, 17. April 1924.

(Eingegangen 18. April 1924.)

BESPRECHUNGEN.

K. Gruhn, Elektrotechnische Meßinstrumente. 2. Aufl. 223 S. m. 321 Fig. Berlin, Julius Springer. 1923. Geb. M. 5,80.

Nach einleitenden allgemeinen Bemerkungen über die konstruktiven Ausführungen der Meßinstrumente werden in 17 Kapiteln die verschiedenen in der elektrotechnischen Praxis verwendeten Arten behandelt. Die Zähler sind fortgelassen. In das Kapitel „Widerstandsmesser" ist der nicht unmittelbar zu den elektrotechnischen Meßinstrumenten gehörende Druck-Fernmesser von Hartmann & Braun aufgenommen. Wenn ein solches Instrument mit in den Rahmen des Buches gezogen wurde, hätten auch weitere erwähnt werden dürfen, die auf demselben Prinzip, einer durch irgendwelche Einflüsse erfolgenden Widerstandsänderung, beruhen, z. B. Luftgeschwindigkeitsmesser und Rauchgasprüfer. Das Kapitel über Oszillographen ist reichlich kurz. Im wesentlichen wird nur ihr Prinzip erläutert, während über Empfindlichkeit, Eigenschwingungsdauer usw. nichts gesagt wird. — Die Darstellung ist klar und die Anordnung des Stoffes sehr übersichtlich. Jede Instrumentengattung wird nach denselben Gesichtspunkten in derselben Reihenfolge behandelt, so daß man sich rasch beim Suchen nach irgendeiner Angabe zurechtfindet. Die Abbildungen sind sehr gut, zeigen allerdings vorwiegend Ausführungsformen der Firma Hartmann & Braun. Lohaus.

M. Milankovitch, Théorie mathématique des phénomènes thermiques produits par la radiation solaire. Gr. 8°. XVI u. 339 S. m. 27 Abbildungen. Paris, Gauthier-Villars & Cie. 1920.

Als Aufgabe einer theoretischen Klimatologie kann man ansehen, die großen Züge in der räumlichen Verteilung der Witterungserscheinungen aus wenigen astronomischen und physikalischen Voraussetzungen rein deduktiv abzuleiten. Von einer Lösung dieser Aufgabe sind wir noch weit entfernt, im besonderen sind ja für eine Behandlung der dynamischen Vorgänge (Winde, Druckverhältnisse) und damit des allgemeinen Kreislaufs der Atmosphäre nur erst Ansätze vorhanden. Als einfachere Aufgabe läßt sich aber eine Theorie der thermischen Erscheinungen abgrenzen, soweit sie sich unabhängig von den dynamischen Vorgängen behandeln läßt. Diese Aufgabe behandelt das vorliegende Buch zum erstenmal in sehr umfassender Weise.

Ein rein theoretischer Teil behandelt die Verteilung der Sonnenstrahlung auf der Oberfläche eines Planeten unter möglichst allgemeinen Voraussetzungen und ihre Beziehung zur Temperatur. Die Ergebnisse werden im zweiten Teil auf die Erdoberfläche angewandt. Besonders der Einfluß langperiodischer Änderungen der Sonnenstrahlung auf das Klima wird eingehend diskutiert: das Problem des Klimas früherer Zeiten (z. B. Eiszeit) wird behandelt, soweit dies im Rahmen der gestellten Aufgabe möglich ist (z. B. ohne Berücksichtigung der Verteilung von Land und Meer). Das Schlußkapitel endlich gibt sehr hübsche Anwendungen auf das Klima der anderen Planeten und des Mondes.

Die Darstellung ist ausführlich und leicht verständlich. Eine große Zahl von Beispielen ist zahlenmäßig vollständig durchgerechnet. Dabei werden die mathematischen Hilfsmittel weitgehend entwickelt, so daß das Buch auch für solche, die das mathematische Rüstzeug weniger gewohnt sind, als etwa der theoretische Physiker, eine gute Übersicht bietet über einen wesentlichen Fragenkreis der theoretischen Klimatologie. F. Hund.

Tagesereignisse.

Glastechnische Tagung. Im Hause des „Vereins deutscher Ingenieure", Berlin NW 7, Sommerstraße 4a, findet Freitag, den 23. Mai 1924, erstmalig eine Zusammenkunft aller derjenigen Personen und Kreise statt, welche an der Entwicklung der deutschen Glastechnik unter Mithilfe der wissenschaftlichen Forschung tätigen Anteil nehmen. Neben einer den geschäftlichen Teil behandelnden Mitgliederversammlung der „Deutschen glastechnischen Gesellschaft" (D. G. G.) wird eine Anzahl von Vorträgen technischen Inhaltes mit Lichtbildern gehalten. Veranlassung zu der Tagung gab die Notwendigkeit, für 323 glaserzeugende und 900 glasverarbeitende Betriebe Deutschlands die Gelegenheit zum technischen Meinungsaustausch zu schaffen. An ihm beteiligen sich auch die der Glasindustrie nahestehenden Forschungsstätten und fachlichen Berater. Anfragen an Dr. Ing. Maurach, Frankfurt a M., Gutleutstr. 8.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. F. Harms in Würzburg. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Digitized by Google

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

No. 9. 1. Mai 1924. Redaktionsschluß für No. 11 am 10. Mai 1924. 25. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

K. Lichtenecker, Der elektrische Leitungswiderstand künstlicher und natürlicher Aggregate. (Fortsetzung.) S. 193.

E. Hückel, Die Kataphorese der Kugel. S. 204.

H. Winter-Günther u. J. Zenneck, Über Spulen mit veränderlicher Selbstinduktion für Mittelfrequenz. S. 210.

A. Wigand u. K. Genthe, Zur Präzisierung der Sichtmessung. S. 212.

H. Müller, Die Zerreißfestigkeit des Steinsalzes. S. 223.

Besprechungen:

S. Valentiner, Vektoranalysis. S. 224.

Personalien. S. 224.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Der elektrische Leitungswiderstand künstlicher und natürlicher Aggregate.

Von Karl Lichtenecker.

(Fortsetzung.)

Einfluß der Anordnung der „Bausteine" in der Ebene (Gitteranordnung).

Bisher war in allen behandelten Fällen — quadratische, kreisförmige und elliptische Gestalt der eingesprengten Partikel und verschiedene Lage derselben bezüglich der Stromrichtung — übereinstimmend ein quadratisches Flächengitter für die Anordnung der das Aggregat aufbauenden Teilchen in der Ebene des flächenhaften Leiters zugrunde gelegt.

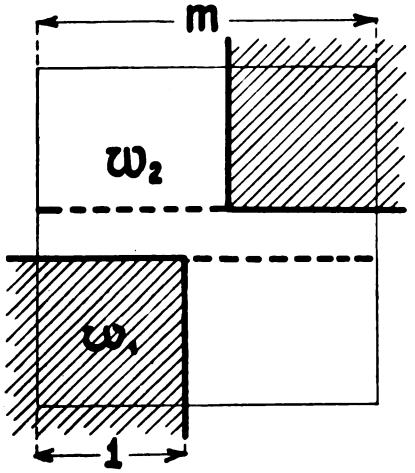


Fig. 9.

Es war nun die Frage des Einflusses der Gitteranordnung ceteris paribus auf den Aggregatwiderstand zu untersuchen und zu diesem Ende mindestens noch für eine weitere ebene Gitterstruktur die Reihe der vorausgehenden Untersuchungen zu übertragen. Gewählt wurde als die zunächst liegende die punktiert quadratische Gitterstruktur. Die Rechnungen, die sich unter der Annahme einer solchen Anordnung der „Bausteine" ergeben, sind etwas verwickelter als die für das einfach quadratische Gitter, sollen aber im Folgenden im Hinblick auf die Analogie der vorausgehenden Ableitungen gekürzte Darstellung finden.

Gestalt der Teilchen quadratisch; eine Quadratseite der Stromrichtung parallel.

Das Elementargebiet der Anordnung hat in diesem Falle die durch Fig. 9 gekennzeichnete Gestalt.

Durch Zerlegung in drei Teilgebiete parallel zur Stromrichtung, gemäß Fig. 9, erhält man als obere Schranke des Gesamtwiderstandes

$$W_0 = \frac{1}{\frac{2}{w_1 + (m-1)w_2} + \frac{m-2}{m w_2}}$$

und durch analoge Zerlegung normal zur Stromrichtung im Sinne der Fig. 10 als untere Schranke

$$W_u = w_1 w_2 \cdot \left(\frac{2}{w_2 + (m-1)w_1} + \frac{m-2}{m w_1} \right).$$

Die so errechneten Werte vereinigt die Tabelle VI; daß größere Raumanteile als $\vartheta = 50$ Proz. bei dieser Gitterstruktur nicht auftreten können, ergibt sich von selbst; daher fallen die betreffenden Werte in der Tabelle, die größeren Anteilen für den eingesprengten Bestandteil entsprechen würden, aus.

Gestalt der Teilchen quadratisch; Quadratseiten gegen die Stromrichtung um 45 Proz. geneigt.

Digitized by Google

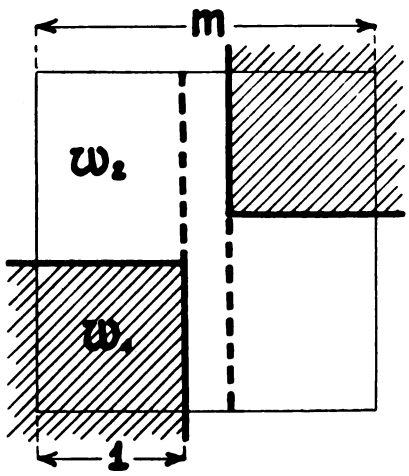


Fig. 10.

Es ist, wie aus Fig. 11 hervorgeht, zur Berechnung der oberen Schranke

$$dw = \frac{w_1 x + w_2(m-x)}{dy},$$

$$dA = \frac{1}{dw} = \frac{dy}{w_1 x + w_2(m-x)}.$$

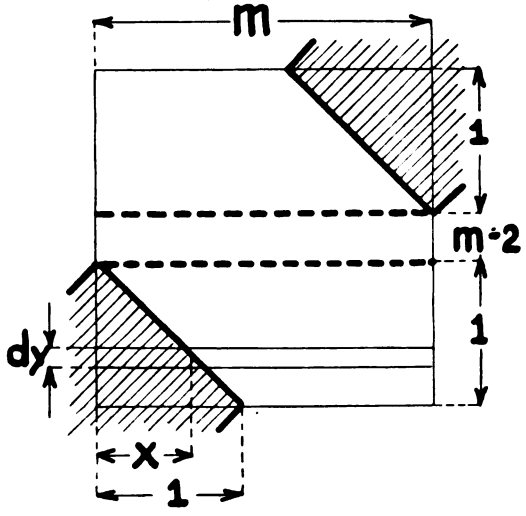


Fig. 11.

Die Summation zerfällt ersichtlich in drei Teile; die Gesamtleitfähigkeit A ist, falls $m > 2$ angenommen wird

$$A = 2\int_0^1 \frac{dx}{x(w_1 - w_2) + m w_2} + \frac{m-2}{m}\cdot\frac{1}{w_2} =$$

$$= \frac{2}{w_1 - w_2} \lg \frac{w_1 + (m-1)w_2}{m w_2} + \frac{m-2}{m w_2}.$$

Ist dagegen $m < 2$, entsprechend Fig. 12, so ergibt sich für den Schrankenwert der Gesamtleitfähigkeit der Ansatz

$$A = 2\int_{x=1}^{x=2-m} \frac{dx}{x(w_1 - w_2) + m w_2} +$$

$$+ \frac{(2-m)}{(2-m)w_1 + (2m-2)w_2}$$

und, nach Umformung

$$A = \frac{2}{w_1 - w_2} \cdot \lg \frac{w_1 + (m-1)w_2}{(2-m)w_1 + (2m-2)w_2} +$$

$$+ \frac{2-m}{(2-m)w_1 + (2m-2)w_2}.$$

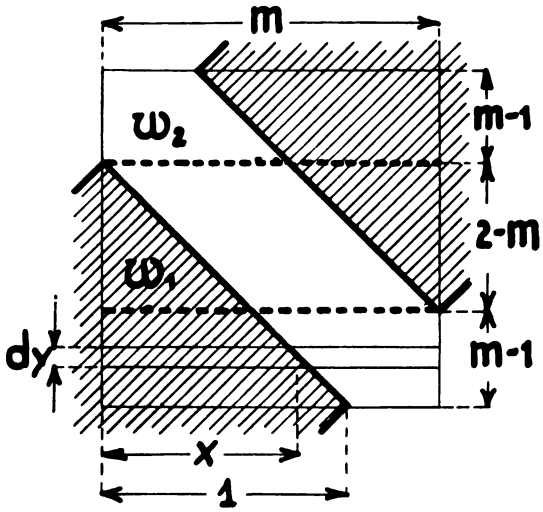


Fig. 12.

Der gesuchte obere Schrankenwert W_0 ist das Reziprokum des ermittelten Leitfähigkeitswertes.

$$W_0 = \frac{1}{A}.$$

Als untere Schranke des spezifischen Widerstandes des Aggregates W_u erhält man in ähnlicher Weise, jedoch durch Zerlegung in infinitesimale Streifen quer zur Stromrichtung für

$m > 2$

$$W_u = \frac{2 w_1 w_2}{w_2 - w_1} \lg \frac{w_2 + (m-1)w_1}{m w_1} +$$

$$+ \frac{m-2}{m} w_2$$

$m < 2$

$$W_u = w_1 w_2 \cdot$$

$$\left[\frac{2}{w_2 - w_1} \lg \frac{w_2 + (m-1)w_1}{(2-m)w_2 + (2m-2)w_1} + \right.$$

$$\left. + \frac{2-m}{(2-m)w_2 + (2m-2)w_1}\right].$$

Digitized by Google

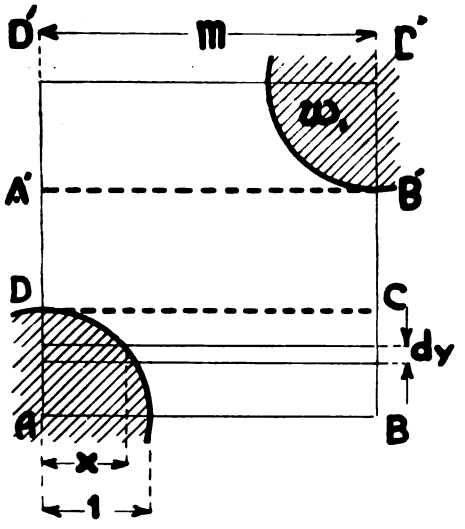


Fig. 13.

Die numerischen Werte von W_0 und W_u für diesen Fall sind zusammengestellt in Tabelle VII.

Gestalt der Teilchen kreisförmig.

Das Elementargebiet eines Aggregates mit kreisförmigen Einschlüssen in punktiert quadratischer Gitteranordnung ist gekennzeichnet durch Fig. 13. Für die Auswertung des Aggregatwiderstandes sind zwei Fälle zu unterscheiden:

a) $m > 2$ (Fig. 13).

In diesem Falle ist die Berechnung derjenigen bei nichtpunktierter Gitteranordnung vollkommen analog; statt in zwei, zerfällt die Integration in drei Gebiete. Man erhält für die obere Widerstandsgrenze:

Leitfähigkeit des Gebietes $ABCD$

$$\lambda_1 = \frac{1}{w_1 - w_2} \cdot \left[\frac{\pi}{2} - \frac{2}{\sqrt{1 - 1/a^2}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{a-1}{a+1}}\right].$$

Leitfähigkeit des Gebietes $CDA'B'$

$$\lambda_2 = \frac{1}{w_2} \cdot \frac{m-2}{m}.$$

Leitfähigkeit des Gebietes $A'B'C'D'$

$$\lambda_3 = \lambda_1,$$

wobei der Kürze wegen

$$\frac{m w_2}{w_1 - w_2} = a$$

gesetzt ist.

Somit ergibt sich als obere Schranke des spezifischen Widerstandes des Aggregates:

$$W_0 = \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3} = \frac{1}{\frac{2}{w_1 - w_2} \cdot \left[\frac{\pi}{2} - \frac{2}{\sqrt{1 - 1/a^2}} \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{a-1}{a+1}}\right] + \frac{m-2}{w_2 m}}.$$

Analog findet man für die untere Schranke:

$$W_u = \frac{2 w_1 w_2}{w_2 - w_1} \cdot \left[\frac{\pi}{2} - \frac{2}{\sqrt{1 - 1/a^2}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{a-1}{a+1}} + \frac{1}{w_1} \cdot \frac{m-2}{m}\right]$$

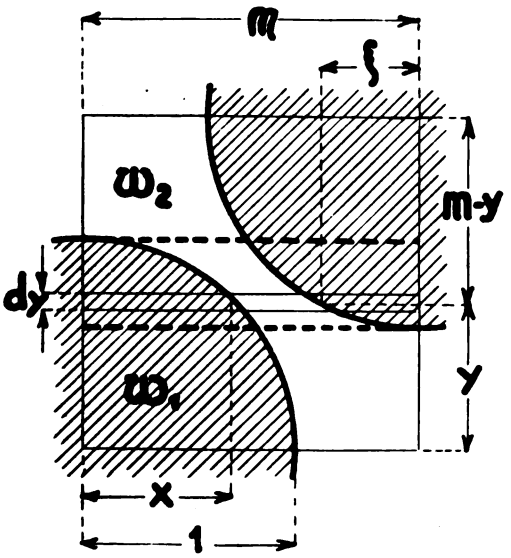


Fig. 14.

wobei a die gleiche Bedeutung hat wie in dem Ausdrucke für die obere Schranke.

b) $m < 2$ (Fig. 14).

Für den Widerstand eines Streifens von der Breite dy in der Stromrichtung ergibt sich in diesem Falle der Ausdruck:

$$dw = \frac{w_1(x + \xi) + w_2(m - x - \xi)}{dy}$$

wobei

$$x = \sqrt{1 - y^2}$$

und

$$\xi = \sqrt{1 - (m - y)^2}$$

und für die Leitfähigkeit eines Streifens von der Breite dx quer zur Stromrichtung

$$d\lambda = \frac{1}{dx} \cdot \left(\frac{1}{w_1}(y + \eta) + \frac{1}{w_2}(m - y - \eta)\right)$$

wobei wieder

$$y = \sqrt{1 - x^2}$$

$$\eta = \sqrt{1 - (m - x)^2}.$$

Digitized by Google

Daraus folgt für die beiden Schranken des Aggregatwiderstandes:

$$W_0 = \frac{1}{w_1 - w_2} \cdot \frac{1}{\int \frac{dy}{\frac{w_2 m}{w_1 - w_2} + \sqrt{1 - y^2} + \sqrt{1 - (m - y)^2}}}$$

$$W_u = \frac{w_1 w_2}{w_2 - w_1} \cdot \int \frac{dx}{\frac{w_1 m}{w_2 - w_1} + \sqrt{1 - x^2} + \sqrt{1 - (m - x)^2}}.$$

Die numerische Auswertung der Schranken W_0 und W_u für das Widerstandsverhältnis $v = \frac{w_1}{w_2} = 2$ und für verschiedene Werte des Raumanteiles ϑ sowohl für den Fall, daß der eingesprengte Bestandteil der besserleitende ist, als auch für den Gegenfall, enthält die Tabelle VIII.

III. Kapitel.

Die Abhängigkeit des Widerstandes von dem Raumverhältnis und vom Widerstandsverhältnis der Bestandteile.

Tabellen und Diskussionen.

Es erübrigt, die im vorausgegangenen Kapitel entwickelte Methode der Einschließung des Aggregatwiderstandes auf ihre Leistungsfähigkeit hin zu prüfen, in den einzelnen behandelten Fällen untereinander zu vergleichen und schließlich sie zur genauen Darstellung der Abhängigkeit des Aggregatwiderstandes vom Raumanteil ϑ und Widerstandsverhältnis v der das Aggregat aufbauenden Bestandteile anzuwenden.

Wir betrachten zunächst die Tabellen III bis VIII und greifen aus denselben den für die Leistungsfähigkeit unserer Methode ungünstigsten Fall, nämlich $\vartheta = 50$ Proz., also gleiches Raumverhältnis beider Bestandteile, heraus.

Die alten (Guertlerschen) Schranken — Linearität des Widerstandes bis Linearität der Leitfähigkeit — für $v = w_1/w_2 = 1:2$ betragen 1,500 und 1,333; das Unsicherheitsintervall somit 0,167 = 12 Proz. des ganzen Wertes.

Die neuen Schranken betragen für quadratisches Flächengitter, nicht punktiert:

Partikel quadratisch, Seite zur Stromrichtung parallel (Tabelle III)

besserer Leiter eingesprengt

1,442 bis 1,414; Interv. 0,028 = 2 Proz.,

schlechterer Leiter eingesprengt

1,414 bis 1,387; Interv. 0,027 = 2 Proz.

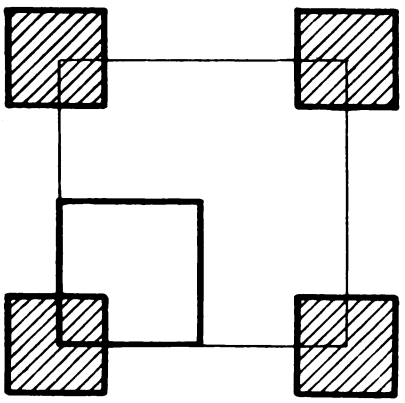


Fig. 15.

Tabelle III (Fig. 15).

Gestalt der Partikel quadratisch; Seite zur Stromrichtung parallel; quadratisches Flächengitter (nicht punktiert); Widerstandsverhältnis $v = 1:2$.

Raumanteil ϑ des besser leitenden Bestandteils	$\vartheta = 25$ Proz.			$\vartheta = 50$ Proz.			$\vartheta = 75$ Proz.		
	besser leitender Bestandteil eingesprengt	schlechter leitender Bestandteil eingesprengt		besser leitender Bestandteil eingesprengt	schlechter leitender Bestandteil eingesprengt		besser leitender Bestandteil eingesprengt	schlechter leitender Bestandteil eingesprengt	
Spezifischer Widerstand des Aggregats: wenn der Widerstand lineare Funktion wäre			1,750			1,500			1,250
obere Schranke W_o	1,714	1,672		1,442	1,414		1,204	1,200	
Mittel der Schrankenwerte W_o und W_u			1,679			1,414			1,192
untere Schranke W_u	1,667	1,662		1,414	1,387		1,196	1,167	
wenn die Leitfähigkeit lineare Funktion wäre			1,600			1,333			1,143

Digitized by Google

Tabelle IV (Fig. 16).

Gestalt der Partikel quadratisch; Seite gegen die Stromrichtung um 45° gedreht; quadratisches Flächengitter (nicht punktiert); Widerstandsverhältnis $v = 1 : 2$.

Raumanteil ϑ des besser leitenden Bestandteils	$\vartheta = 25$ Proz.		$\vartheta = 50$ Proz.		$\vartheta = 75$ Proz.	
	besser leitender Bestandteil eingesprengt	schlechter leitender Bestandteil eingesprengt	besser leitender Bestandteil eingesprengt	schlechter leitender Bestandteil eingesprengt	besser leitender Bestandteil eingesprengt	schlechter leitender Bestandteil eingesprengt
wenn der Widerstand lineare Funktion wäre	*1,750*		*1,500*			*1,250*
obere Schranke W_o	1,716	—	1,442		—	1,208
Mittel der Schrankenwerte W_o und W_u	*1,685*[1]		*1,414*			*1,187*[2]
untere Schranke W_u	1,655	—	1,386		—	1,166
wenn die Leitfähigkeit lineare Funktion wäre	*1,600*		*1,333*			*1,143*

Spezifischer Widerstand des Aggregats

1) Muß etwas hoch liegen, da die kleineren Schrankenwerte fehlen.

2) Muß etwas zu niedrig ausfallen; da die größeren Schrankenwerte fehlen. Tatsächlich ergibt Vergleich mit Tabelle III, Spalte 3, daß der erstere Wert um 0,006 höher, der letztere um 0,005 tiefer liegt, als die entsprechenden Werte für quadratische Elemente, deren Kanten in der Stromrichtung liegen.

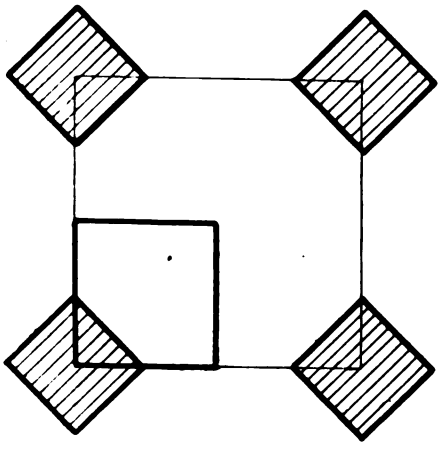


Fig. 16.

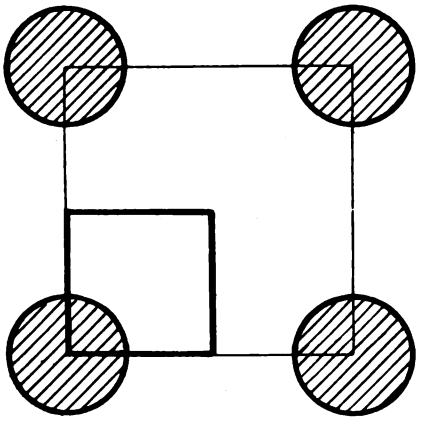


Fig. 17.

Tabelle V (Fig. 17).

Gestalt der Partikel kreisförmig; quadratisches Punktgitter (nicht punktiert); Widerstandsverhältnis $v = 1 : 2$.

Raumanteil ϑ des besser leitenden Bestandteils	$\vartheta = 25$ Proz.		$\vartheta = 50$ Proz.		$\vartheta = 75$ Proz.	
	besser leitender Bestandteil eingesprengt	schlechter leitender Bestandteil eingesprengt	besser leitender Bestandteil eingesprengt	schlechter leitender Bestandteil eingesprengt	besser leitender Bestandteil eingesprengt	schlechter leitender Bestandteil eingesprengt
wenn der Widerstand lineare Funktion wäre	*1,750*		*1,500*			*1,250*
obere Schranke W_o	1,717	1,701	1,447	1,429	1,214	1,204
Mittel der Schrankenwerte W_o und W_u	*1,683*		*1,414*			*1,189*
untere Schranke W_u	1,667	1,648	1,399	1,382	1,171	1,166
wenn die Leitfähigkeit lineare Funktion wäre	*1,600*		*1,333*			*1,143*

Spezifischer Widerstand des Aggregats

Digitized by Google

Tabelle VI (Fig. 18).

Gestalt der Partikel quadratisch; Seite zur Stromrichtung parallel; quadratisches Flächengitter (punktiert); Widerstandsverhältnis $v = 1 : 2$.

Raumanteil ϑ des besser leitenden Bestandteils		$\vartheta = 25$ Proz.			$\vartheta = 50$ Proz.			$\vartheta = 75$ Proz.		
		besser leitender Bestandteil eingesprengt	schlechter leitender Bestandteil eingesprengt		besser leitender Bestandteil eingesprengt	schlechter leitender Bestandteil eingesprengt		besser leitender Bestandteil eingesprengt	schlechter leitender Bestandteil eingesprengt	
Spezifischer Widerstand des Aggregats	wenn der Widerstand lineare Funktion wäre			*1,750*			*1,500*			*1,250*
	obere Schranke W_o	1,736	—		1,500			—	1,226	
	Mittel der Schrankenwerte W_o und W_u			*1,684*			*1,416*			*1,189*
	untere Schranke W_u	1,631	—		1,333			—	1,152	
	wenn die Leitfähigkeit lineare Funktion wäre			*1,600*			*1,333*			*1,143*

Bemerkung: Ein größerer Raumanteil ϑ des eingesprengten Bestandteils als 50 Proz. ist für diese Struktur nicht möglich. Für $\vartheta = 50$ Proz. fallen die beiden Konfigurationen zusammen und bilden die „Schachbrettanordnung".

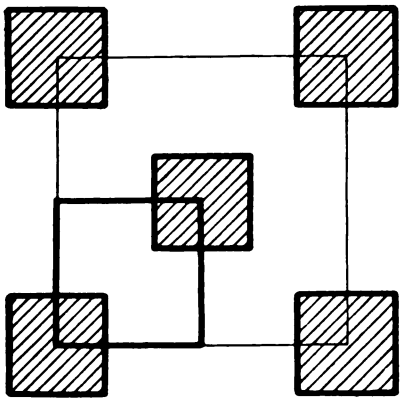


Fig. 18.

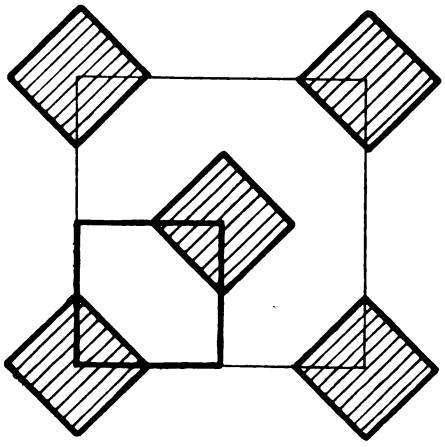


Fig. 19.

Tabelle VII (Fig. 19).

Gestalt der Partikel quadratisch; Seite zur Stromrichtung um 45° gedreht; quadratisches Flächengitter (punktiert); Widerstandsverhältnis $v = 1 : 2$.

Raumanteil ϑ des besser leitenden Bestandteils		$\vartheta = 25$ Proz.			$\vartheta = 50$ Proz.			$\vartheta = 75$ Proz.		
		besser leitender Bestandteil eingesprengt	schlechter leitender Bestandteil eingesprengt		besser leitender Bestandteil eingesprengt	schlechter leitender Bestandteil eingesprengt		besser leitender Bestandteil eingesprengt	schlechter leitender Bestandteil eingesprengt	
Spezifischer Widerstand des Aggregats	wenn der Widerstand lineare Funktion wäre			*1,750*			*1,500*			*1,250*
	obere Schranke W_o	1,738	1,749		1,494	1,494		1,249	1,233	
	Mittel der Schrankenwerte W_o und W_u			*1,680*			*1,414*			*1,192*
	untere Schranke W_u	1,622	1,600		1,333	1,333		1,143	1,151	
	wenn die Leitfähigkeit lineare Funktion wäre			*1,600*			*1,333*			*1,143*

Bemerkung: Es sei besonders bemerkt, daß die gleichlautenden Zahlen für 50 Proz. Raumanteil dieser Tabelle sich aus zwei wesentlich verschiedenen Ausdrücken errechnen, die aber für dieses Raumverhältnis auf 3 Dezimalen übereinstimmende Werte liefern.

Digitized by Google

Tabelle VIII (Fig. 20).

Gestalt der Partikel kreisförmig; quadratisches Flächengitter (punktiert); Widerstandsverhältnis $v = 1 : 2$.

Raumanteil ϑ des besser leitenden Bestandteils	$\vartheta = 25$ Proz.		$\vartheta = 50$ Proz.		$\vartheta = 75$ Proz.	
	besser leitender Bestandteil eingesprengt	schlechter leitender Bestandteil eingesprengt	besser leitender Bestandteil eingesprengt	schlechter leitender Bestandteil eingesprengt	besser leitender Bestandteil eingesprengt	schlechter leitender Bestandteil eingesprengt
Spezifischer Widerstand des Aggregats: wenn der Widerstand lineare Funktion wäre	*1,750*		*1,500*			*1,250*
obere Schranke W_o	1,736	—	1,490	1,479	—	1,228
Mittel der Schrankenwerte W_o und W_u	*1,683*		*1,415*			*1,190*
untere Schranke W_u	1,629	—	1,352	1,342	—	1,152
wenn die Leitfähigkeit lineare Funktion wäre	*1,600*		*1,333*			*1,143*

Bemerkung: Ein Raumanteil $\vartheta = 75$ Proz. für den eingesprengten Bestandteil ist für diese Struktur nicht möglich; daher fehlen die entsprechenden Werte in der Tabelle.

Partikel quadratisch, Seite um 45° gedreht (Tabelle IV)

1,442 bis 1,386; Interv. 0,056 = 4 Proz.

Partikel kreisförmig (Tabelle V)

besserer Leiter eingesprengt

1,447 bis 1,399; Interv. 0,048 = 3,3 Proz.,

schlechterer Leiter eingesprengt

1,429 bis 1,382; Interv. 0,047 = 3,3 Proz.

Für quadratisches Flächengitter, punktiert:

Partikel quadratisch, Seite zur Stromrichtung parallel (Tabelle VI)

1,500 bis 1,333; Interv. 0,167 = 12 Proz.

Partikel quadratisch, um 45 Proz. gedreht (Tabelle VII)

1,494 bis 1,333; Interv. 0,161 = 11 Proz.

Partikel kreisförmig

besserer Leiter eingesprengt

1,490 bis 1,352; Interv. 0,138 = 9,8 Proz.,

schlechterer Leiter eingesprengt

1,479 bis 1,342; Interv. 0,137 = 9,7 Proz.

Man sieht zunächst, daß für Aggregate mit verschieden gestalteten und verschieden angeordneten Partikeln die Leistungsfähigkeit der Methode, was die Enge der Grenzen anlangt, zwischen die sie den gesuchten Aggregatwiderstand einschließt, beträchtlich verschieden ist.

Während die Methode z. B. bei nicht punktiertem Flächengitter für quadratische Elemente parallel zur Stromrichtung, das alte Intervall von 12 Proz. auf 2 Proz., also auf ein Sechstel seines Wertes herabdrückt, findet bei quadratischen Elementen, deren Seite gegen die Stromrichtung um 45° gedreht ist, eine Herabdrückung des Intervalls von 12 Proz. auf 4 Proz., somit auf

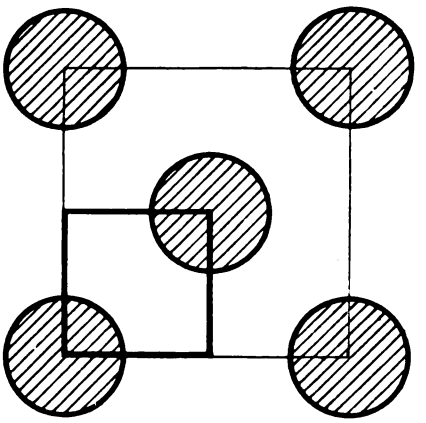


Fig. 20.

ein Drittel des früheren Wertes und bei kreisförmiger Gestalt der Bausteine von 12 Proz. auf 3,3 Proz., also auf etwa ein Fünftel statt. Dieser sehr bedeutenden Leistungsfähigkeit steht eine viel geringere gegenüber für Aggregate mit punktiert quadratischer Gitteranordnung. Allerdings ist, wie schon eingangs bemerkt, der herausgegriffene Fall — gleiches Raumverhältnis beider Bestandteile also $\vartheta = 50$ Proz., der für die Leistungsfähigkeit der Methode allerungünstigste Fall.

Hier ist von Interesse besonders der Fall quadratisch gestalteter Aggregatteilchen, Seite parallel zur Stromrichtung, wo die infinitesimale Methode natürlich zu keinem anderen Ergebnis als die ursprüngliche Guertlersche Betrachtung führen kann. Eine Einengung des Intervalls findet also in diesem einzigen Falle durch die neue Methode überhaupt nicht statt. Dieser

Digitized by Google

Tabelle IX.

Widerstandsverhältnis $v = w_1/w_2 = 2:1$.

Raumanteil des schlecht leitenden Bestandteils in Proz.	Guertlers obere Schranke	Neue Schrankenwerte des Widerstandes					Guertlers untere Schranke
		oberer			unterer		
	Lineare Änderung des Widerstandes ergäbe	guter Leiter eingesprengt	schlechter Leiter eingesprengt	$W = w_1^{\vartheta} w_2^{1-\vartheta}$	guter Leiter eingesprengt	schlechter Leiter eingesprengt	Lineare Änderung der Leitfähigkeit ergäbe
		W_o^{12}	W_o^{21}		W_u^{12}	W_u^{21}	
0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
10	1,100	—	1,083	1,072	—	1,059	1,052
20	1,200	—	1,163	1,149	—	1,127	1 111
25	1,250	1,214	1,204	1,180	1,171	1,166	1,143
30	1,300	1,255	1,247	1,231	1,216	1,204	1,176
40	1,400	1,348	1,334	1,321	1,306	1,289	1,250
50	1,500	1,447	1,429	1,414	1,399	1,382	1,333
60	1,600	1,552	1,532	1,516	1,497	1,483	1,429
70	1,700	1,661	1,645	1,623	1,604	1,593	1,539
75	1,750	1,717	1,701	1,682	1,667	1,648	1,600
80	1,800	1,775	—	1,741	1,719	—	1,667
90	1,900	1,889	—	1,866	1,846	—	1,818
100	2,000	2,000	—	2,000	2,000	—	2,000

Fall aber realisiert eben das von Guertler zu Beginn der Betrachtungen in der Literatur über den vorliegenden Gegenstand herangezogene Schachbrettmodell. Von diesem Standpunkte aus betrachtet war also das gewählte Modell tatsächlich nicht nur willkürlich, sondern auch insofern besonders ungünstig, indem gerade dieses Modell allein unter allen denkbaren, die Möglichkeit verdeckte, die Widerstandswerte zwischen engere als die Guertlerschen Schranken einzuschließen.

Wie bereits im vorausgegangenen Kapitel gezeigt ist, treffen die für bestimmte, regelmäßig angeordnete Aggregate gewonnenen Ergebnisse in weit erhöhtem Maße zu für Aggregate, bei denen keiner der beiden Bestandteile bezüglich seines Zusammenhanges im Aggregat vor dem anderen ausgezeichnet ist, wie es für willkürlich zustandegekommene Aggregate aus einer sehr großen Anzahl von Partikeln im allgemeinen wird angenommen werden müssen. Von diesem Standpunkte aus haben wir die Mittelwerte aller vier Schrankenwerte für verschiedene Gestalt und Lagerung der Partikel untereinander und mit dem nach der früheren, gänzlich verschiedenen Betrachtungsweise des Verfassers (1909) sich ergebenden Werte zu vergleichen. Für den der Betrachtung unterzogenen besonderen Fall, also $\vartheta = 50$ Proz. und $v = 1:2$, ergibt das Mittel der vier Schrankenwerte:

Tabelle	III	1,415
„	IV	1,414
„	V	1,414
„	IV	1,416
„	VII	1,414
„	VIII	1,416

Die Berechnungsweise nach der Methode des Verf. in Abhandlung (I) schließlich, ergibt das geometrische Mittel der Widerstände der Bestandteile, also:

$$w = w_1 w_2 = 2 = 1{,}414.$$

Diese Übereinstimmung kann innerhalb der Genauigkeit der numerischen Durchrechnung als Identität bezeichnet werden.

Bezüglich der Abhängigkeit der Leistungsfähigkeit der mitgeteilten Methode vom Raumverhältnis ϑ der Anteile am Aggregate sei angeführt, daß unter Zugrundelegung quadratischer Teilchen und eines punktierten Gitters, wo für $\vartheta = 50$ Proz. die Methode überhaupt versagt, dieselbe bei $\vartheta = 25$ Proz. und $\vartheta = 75$ Proz. das Intervall beide Male immerhin um etwa ein Drittel seiner Größe herabdrückt.

Besondere Aufmerksamkeit ist der Frage zuzuwenden, wie sich die Leistungsfähigkeit der Methode mit wachsendem Werte des Widerstandsverhältnisses v ändert. Mit wachsendem Werte von v wird ja das Unsicherheitsintervall, das die alten Schranken für den Widerstand des Aggregates offen ließen, an sich immer größer, nicht bloß absolut, sondern auch relativ, in Prozenten des zu bestimmenden Wertes ausgedrückt. Für $v = 4$ z. B. betragen die „Guertlerschen" Schranken 2,5 bis 1,6, also schon 40 Proz. des wahren Wertes! Auch ist gerade für solche relativ große Werte des Widerstandsverhältnisses beider Bestandteile das Auftreten irgendwelcher größerer Abweichungen wiederholt vermutet worden. Wie nun aber Tabelle IX, X und XI, miteinander verglichen, und besonders übersichtlich das die Zahlenwerte

Digitized by Google

Tabelle X.

Widerstandsverhältnis $v = w_1/w_2 = 3:1$.

Raumanteil des schlecht leitenden Bestandteils in Proz.	Guertlers obere Schranke	Neue Schrankenwerte des Widerstandes					Guertlers untere Schranke
	Lineare Änderung des Widerstandes ergäbe	oberer guter Leiter eingesprengt W_o^{13}	oberer schlechter Leiter eingesprengt W_o^{31}	$W = w_1^{\vartheta}\, w_2^{1-\vartheta}$	unterer guter Leiter eingesprengt W_u^{13}	unterer schlechter Leiter eingesprengt W_u^{31}	Lineare Änderung der Leitfähigkeit ergäbe
0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
10	1,200	—	1,138	1,116	—	1,084	1,071
20	1,400	—	1,278	1,246	—	1,188	1,154
25	1,500	1,379	1,348	1,316	1,272	1,230	1,200
30	1,600	1,466	1,421	1,390	1,354	1,311	1,250
40	1,800	1,651	1,580	1,552	1,523	1,461	1,364
50	2,000	1,850	1,760	1,732	1,704	1,622	1,500
60	2.200	2,053	1,969	1,933	1,898	1,817	1,667
70	2,400	2,288	2,216	2,158	2,110	2,046	1,875
75	2,500	2,406	2,358	2,280	2,225	2,175	2,000
80	2,600	2,525	—	2,403	2.347	—	2.143
90	2,800	2,768	—	2,688	2,636	—	2,500
100	3,000	3,000	—	3,000	2,000	—	3,000

Tabelle XI.

Widerstandsverhältnis $v = w_1/w_2 = 4:1$.

Raumanteil des schlecht leitenden Bestandteils in Proz.	Guertlers obere Schranke	Neue Schrankenwerte des Widerstandes					Guertlers untere Schranke
	Lineare Änderung des Widerstandes ergäbe	oberer guter Leiter eingesprengt W_o^{14}	oberer schlechter Leiter eingesprengt W_o^{41}	$W = w_1^{\vartheta}\, w_2^{1-\vartheta}$	unterer guter Leiter eingesprengt W_u^{14}	unterer schlechter Leiter eingesprengt W_u^{41}	Lineare Änderung der Leitfähigkeit ergäbe
0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
10	1,300	—	1,189	1,149	—	1,097	1,081
20	1,600	—	1,363	1,320	—	1,223	1,176
25							
30	1,900	1,658	1,554	1,516	1,462	1,376	1,290
40	2,200	1,935	1,771	1,741	1,708	1,563	1,429
50	2,500	2,236	2,029	2,000	1,972	1,789	1,600
60	2,800	2,560	2.342	2,298	2,259	2,066	1,818
70	3,100	2,906	2,736	2,639	2,533	2,413	2,105
75							
80	3,400	3,270	—	3,013	2,973	—	2,500
90	3,700	3,644	—	3,482	3.364	—	3,077
100	4,000	4,000	—	4,000	4,000	—	4,000

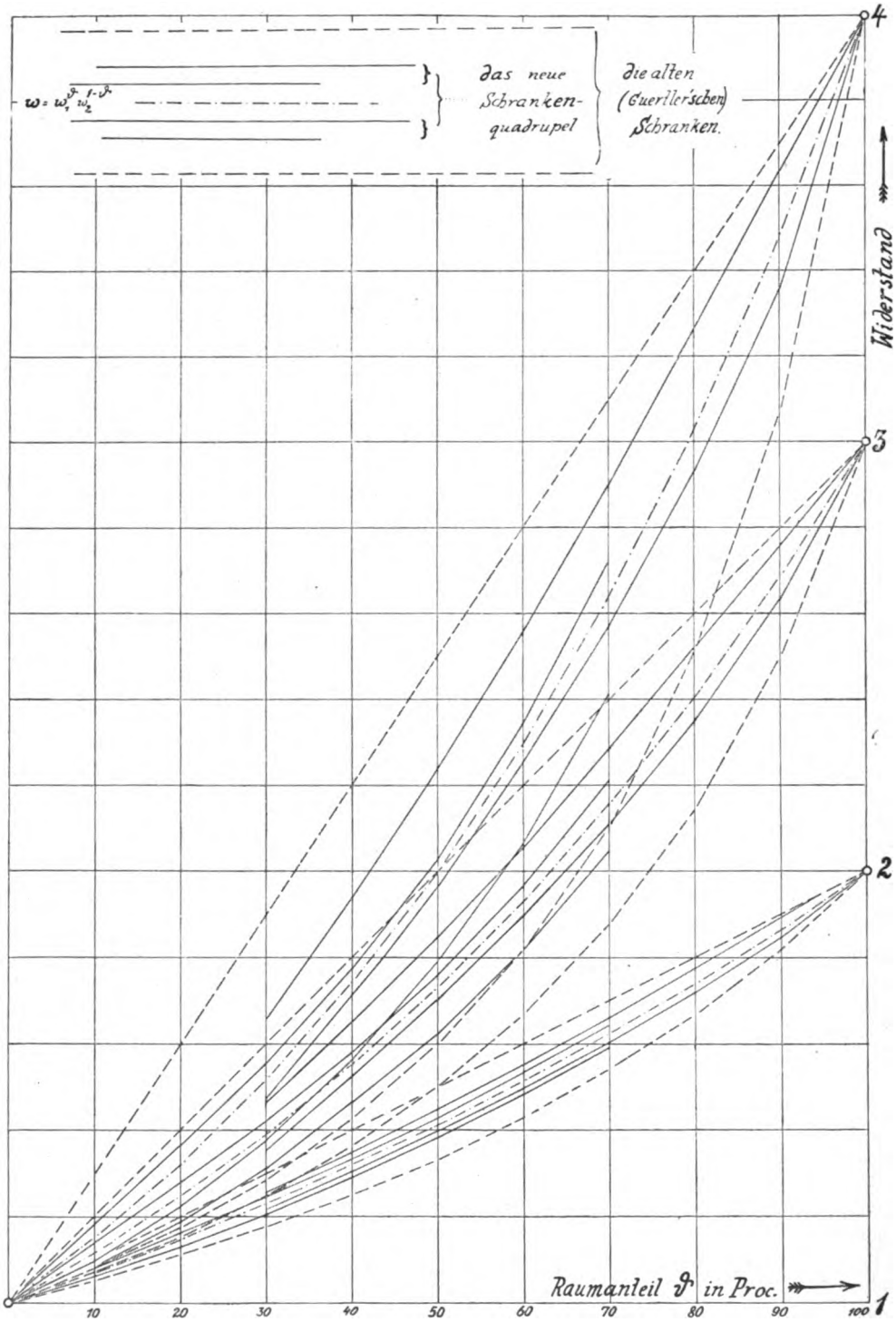
dieser drei Tabellen zusammenfassend darstellende Diagramm I zeigt, nimmt die relative Leistungsfähigkeit der hier in Anwendung gebrachten infinitesimalen Einschränkungsmethode mindestens bis zum Werte $v = 1:4$ nicht ab, sondern zu. Während sich für die in den Tabellen IX, X und XI für die dort zugrunde gelegte kreisförmige Partikelgestalt für das Widerstandsverhältnis $v = 1:2$ eine Einschränkung des Unsicherheitsintervalls auf ein Drittel des alten Wertes ergeben hat, ergibt die Methode für den Wert $v = 4$ eine Einschränkung desselben auf weniger als ein Viertel.

Wenn wir schließlich noch die im vorigen Kapitel gewonnenen Ergebnisse betreffend elliptische Gestalt der Aggregatteilchen uns vergegenwärtigen, so muß als Gesamtergebnis festgestellt werden, daß Gestalt, Orientierung und Raumgitteranordnung der konstituierenden Teilchen auf den Aggregatwiderstand innerhalb des ganzen Bereiches der in der vorliegenden Untersuchung betrachteten Aggregate einen geringen, und für regellose (gleichberechtigte) Anordnung sich überdies noch weitgehend heraushebenden Einfluß haben.

Zur ausführlichen und genauen numerischen Auswertung der Darstellung der Widerstandsschranken für zweidimensionale Aggregate als

Digitized by Google

Diagramm I. Der elektrische Leitungswiderstand eines Aggregates als Funktion von Raumanteil ϑ und Widerstandsverhältnis v der Bestandteile.



Funktion der beiden unabhängig Veränderlichen: Raumanteil und Widerstandsverhältnis werden wir uns daher auf eine bestimmte Gestalt der Aggregatteilchen beschränken können. Die Wahl fiel auf die kreisförmige Gestalt der Aggregatpartikel, die somit für die Zahlenwerte der Tabellen IX, X und XI ausschließlich zugrunde liegt. Die numerische Berechnung des Schranken-

Digitized by Google

quadrupels für kreisförmige Teilchengestalt ist allerdings durchaus nicht die einfachste unter den behandelten, sondern verursacht verhältnismäßig die größte Rechenmühe. Auch ist die Methode für kreisförmige Teilchengestalt durchaus nicht die leistungsfähigste, wie wir gesehen haben. Wenn sie trotzdem hier gewählt wurde, so geschah es aus folgenden Erwägungen:

1. Gerade wegen der weniger weitgehenden Leistung der Methode für kreisrunde Teilchen haben die so errechneten Schranken umso universellere Bedeutung für beliebige Teilchengestalt, indem sie z. B. die Grenzen für quadratische Teilchen, wie wir gesehen haben, in sich einschließen.

2. Diese Gestalt ist am weitgehendsten frei von willkürlichen Annahmen über die wahre Form im Inneren natürlicher etwa durch Molekularkräfte entstandener Aggregate (z. B. zweidimensionale Dünnschliffe solcher) und entspricht, ins Räumliche übertragen, den kugelförmigen Suspensionen (Emulsionen) in flüssigen oder festflüssigen Aggregaten. Dieser Auffassung pflichtet offenbar auch Guertler in seiner letzten Veröffentlichung bei: „.... diese neue Anordnung (gemeint sind eben die hier besprochenen Aggregate mit kreisrundem Einschluß) hat den wesentlichen Vorteil, daß sie dem tatsächlichen Aufbau gewisser Legierungen wesentlich näher kommt“[1]).

3. Gerade die durch kreisförmige Einschlüsse gekennzeichneten Aggregate haben wiederholt bei experimentellen Untersuchungen künstlicher zweidimensionaler Leiterkombinationen Anwendung in der Literatur gefunden und die seinerzeit aufgestellte irrtümliche Behauptung, die Leitfähigkeit gehe linear mit dem Raumanteil der konstituierenden Bestandteile, wurde besonders auf Aggregate dieser Gestalt gestützt.

4. Die für Aggregate mit kreisförmigem Einschluß gewonnenen Daten haben, wie im vorausgegangenen Kapitel gezeigt ist, auch volle Geltung für Aggregate mit elliptischem Einschluß, wenn bei der Orientierung der Einschlußpartikel keine Richtung bevorzugt ist, selbst bis zu beträchtlichen Werten der numerischen Exzentrizität, so daß dieselben zweifellos die weitaus allgemeinste Geltung bezüglich Einschlußgestalt beanspruchen können.

1) W. Guertler, Jahrb. d. Rad. u. Elektr. **17**, 281. Leider ist Herrn Guertler bei Abfassung seiner, am 15. Dezember 1920 abgeschlossenen Arbeit meine Publikation vom August 1918 in der Physik. Zeitschr. **19**, 374, 1918 offenbar nicht bekannt gewesen, da er sie weder unter meinen übrigen Arbeiten über den Gegenstand zitiert noch sonst darauf Bezug nimmt, obzwar sie wesentliche Gedankengänge und Feststellungen der Guertlerschen Veröffentlichung vorwegnimmt.

Die Kurven des Diagramms I sind nicht durch die numerisch bestimmten Punkte hindurch mittels Kurvenlineal oder sonst ausgleichend hindurchgezogen, sondern die numerisch bestimmten Kurvenpunkte (von 10 zu 10 Proz. Raumanteil) sind durch gerade Strecken miteinander verbunden, um jede Willkürlichkeit in der Kurvenführung auszuschließen und den trotz des gebrochenen Linienzuges hervortretenden stetigen Verlauf der vier Schrankenwerte umso augenfälliger zu machen. Die mittelste Kurve ist auf Grund eines im nachfolgenden (vierten) Kapitel aufgestellten allgemeinen Ausdruckes bestimmt, sie liefert aber auch, innerhalb der erreichten numerischen Rechnungsgenauigkeit, das Mittel der vier neu aufgestellten Schrankenwerte des Widerstandes.

Folgendes verdient möglicherweise noch hinzugefügt zu werden. Unter Zugrundelegung einer früheren Versuchsanordnung von C. Benedicks, die, wie in der Einleitung erwähnt, die Abweichungen des Widerstandes künstlicher Aggregate von der Linearität zum Teil nicht einmal dem Vorzeichen nach richtig ergeben hatte, veröffentlichte inzwischen Herr W. Esmarch neue Messungen[1]). Diese Messungen sind zweifellos besser ausgefallen als die ursprünglichen von Herrn Benedicks, denn während die Abweichungen seiner Messungen von meinen Werten 10 bis 18 Proz. betrugen, findet Herr Esmarch auf Grund seiner Versuche nurmehr eine Abweichung von meinen errechneten Werten „.... meist um 2 bis 3 Proz ....“[2]). Leider hat Herr Esmarch, genau wie Herr Benedicks seinerzeit die großen Abweichungen von meinen Werten zu Lasten meiner Rechnung gebucht hatte, es nun seinerseits ohne Bedenken ebenso mit den kleinen, bei seinen Messungen noch übrig bleibenden Abweichungen getan.

Die beigegebene Tabelle XII zeigt, daß dies nicht berechtigt war. Sie stellt die von W. Esmarch gemessenen Werte für kreisförmige Einsprengung des schlechteren Leiters beim Widerstandsverhältnis 1 : 2, die unverändert seiner Tabelle VII entnommen und auf $w_1 = 1$ reduziert sind, zusammen mit dem in der vorliegenden Arbeit für dieses Aggregat ermittelten oberen Schrankenwert des Widerstandes, entnommen der Tabelle IX, dritte Spalte. Der Vergleich zeigt, daß auch die von Esmarch nach der Benedicksschen Methode angestellten Messungen theoretisch unmögliche, nämlich zu hohe Werte für den Widerstand liefern. Das beigegebene Diagramm II macht dies anschaulich. Der so sichergestellte Fehler beträgt, wach-

1) Jahrb. d. Rad. u. Elektr. **19**, 141, 1922.
2) a. a. O. S. 157.

Digitized by Google

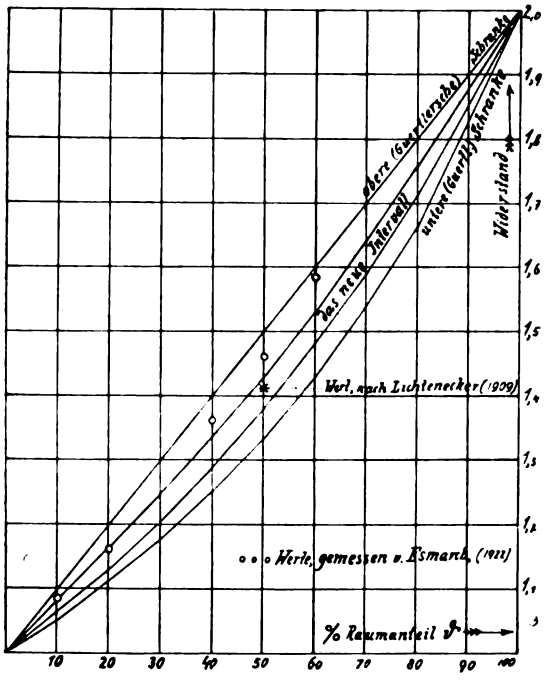
Tabelle XII.

Aggregat mit kreisrundem Einschluß, schlechterer Leiter eingesprengt.

Raumanteil ϑ in Proz.	Widerstand: gemessen von Esmarch (Tabelle VII)	Widerstand: theoretisch möglicher Höchstwert	Abweichung vom Höchstwert in Proz.
0	1,000	1,000	
10	1,085	1,083	
20	1,160	1,163	0,0
40	1,360	1,334	2,0
50	1,460	1,429	2,1
60	1,585	1,532	3.5
100	2,005	2,000	

Diagramm II. Künstliches zweidimensionales Aggregat mit kreisrunden Einschlüssen; schlechterer Leiter eingesprengt. Widerstandsverhältnis

$$v = \frac{w_1}{w_2} = 2 : 1.$$



send mit steigendem Raumanteil des eingesprengten Bestandteils, 0,0, 2,0, 2,1 bis 3,5 Proz. des gemessenen Wertes. Dies sind die Abweichungen der Esmarchschen Widerstandswerte von den theoretisch möglichen (oberen) Schrankenwerten des Widerstandes; die Abweichung von den wahren Werten des Aggregatwiderstandes sind noch um ein Geringes größer. Doch braucht, da die Leistungsfähigkeit der analytischen Untersuchung nunmehr auch diese Versuche bereits überholt hat, nicht des Näheren darauf eingegangen zu werden.

(Schluß folgt.)

Die Kataphorese der Kugel.

Von E. Hückel.

Vor kurzem wurde gezeigt[1]), daß die kataphoretische Wanderungsgeschwindigkeit suspendierter Teilchen, deren Oberfläche gegen das Innere der Flüssigkeit, in der sie suspendiert sind, die Potentialdifferenz $\bar{\psi}$ besitzt, berechnet werden kann nach der Formel:

$$V = C \frac{D\bar{\psi}}{\eta} X. \qquad (1)$$

Hier bedeutet V die Wanderungsgeschwindigkeit, X die wirkende Feldstärke, D die Dielektrizitätskonstante und η den Koeffizienten der inneren Reibung der Flüssigkeit. Der Faktor C ist eine reine Zahl, deren Wert, wie in der erwähnten Notiz gezeigt wurde, im Gegensatz zu einer Behauptung von Smoluchowski, nach welcher jener Faktor allgemein gleich $1/4\pi$ zu setzen wäre, von der Form des Teilchens abhängt und daher allgemein nicht angegeben werden kann; er muß vielmehr in jedem Fall besonders durch eine genaue Analyse der Flüssigkeitsbewegung ermittelt werden. Bei der Ableitung der Formel (1) wurde Gebrauch gemacht von der Voraussetzung, daß der Potentialabfall von der Oberfläche des Teilchens in das Innere der Flüssigkeit an jeder Stelle der Teilchenoberfläche auf einer Strecke erfolgt, welche klein ist gegenüber dem kleinsten Hauptkrümmungsradius der Teilchenoberfläche an dieser Stelle.

In einer Anmerkung[2]) wurde bemerkt, daß für kugelförmige Teilchen sich der Faktor C zu $1/6\pi$ ergibt, und zwar unabhängig von der oben erwähnten Voraussetzung, so daß also für kugelförmige Teilchen für die kataphoretische Wanderungsgeschwindigkeit gilt:

$$V = \frac{1}{6\pi} \frac{D\bar{\psi}}{\eta} X. \qquad (2)$$

Da die Formel für die kataphoretische Wanderungsgeschwindigkeit der Kugel häufig angewandt wird, und das angegebene Resultat sich von der bisher stets angewandten Formel im Zahlenfaktor unterscheidet, so erscheint es angebracht, die Rechnung, welche zu jenem Resultat führt, zu skizzieren, und damit gleichzeitig die in jener Notiz angestellten allgemeinen Überlegungen durch einen speziellen Fall zu illustrieren. Die Rechnung wird dabei ganz analog durchgeführt, wie das von P. Debye[3]) geschehen ist zur Berechnung der kataphoretischen Kräfte, welche ein einzelnes Ion in einer ver-

1) P. Debye u. E. Hückel, diese Zeitschr. **25**, 49, 1924.

2) l. c., S. 50.

3) P. Debye u. E. Hückel, diese Zeitschr. **24**, 311 ff., 1923.

Digitized by Google

dünnten Elektrolytlösung bei Anlegen eines äußeren Feldes durch die Anwesenheit der übrigen Ionen erfährt, nur mit dem Unterschied, daß hier keine besondere Voraussetzung über das Zustandekommen und den Verlauf der Ladungs- und Potentialverteilung um die Kugel gemacht wird.

§ 1. Die Bewegungsgleichungen für die Flüssigkeit.

Wir haben auszugehen von den Stokesschen Bewegungsgleichungen für eine reibende, inkompressible Flüssigkeit mit dem Koeffizienten η der inneren Reibung, welche Gültigkeit besitzen, wenn die auftretenden Beschleunigungen so klein sind, daß die Trägheitskräfte neben den Reibungs-, Druck- und Volumkräften vernachlässigt werden können. Diese Gleichungen lauten:

$$\left.\begin{aligned} \eta \operatorname{rot}\operatorname{rot}\mathfrak{v} + \operatorname{grad} p &= \mathfrak{F}, \\ \operatorname{div}\mathfrak{v} &= 0 \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

($\mathfrak{v}$ Geschwindigkeit, p Druck, $\mathfrak{F}$ Volumkraft).

Ist nun in der Flüssigkeit an irgendeiner Stelle die elektrische Ladungsdichte ϱ und herrscht dort die Feldstärke $\mathfrak{E}$, so greift an der Stelle die Volumkraft

$$\mathfrak{F} = \varrho\mathfrak{E} \quad (4)$$

an. Das zu der Ladungsverteilung ϱ gehörige Potential sei ψ genannt, dann ist nach der Poissonschen Gleichung:

$$\Delta\psi = -\frac{4\pi\varrho}{D}. \quad (5)$$

(D Dielektrizitätskonstante), so daß für $\mathfrak{F}$ auch geschrieben werden kann:

$$\mathfrak{F} = -\frac{D\mathfrak{E}}{4\pi}\Delta\psi. \quad (6)$$

Die Potentialverteilung um die Kugel hänge nur ab vom Abstand r vom Mittelpunkt der Kugel[1]) und sei dargestellt durch:

$$\psi = \psi(r).$$

Dabei sei über ψ keine weitere Voraussetzung gemacht als die, daß in großer Entfernung von der Kugel $\frac{d\psi}{dr}$ stärker als $\frac{1}{r}$ abnimmt. Das Potential im Unendlichen sei Null gesetzt.

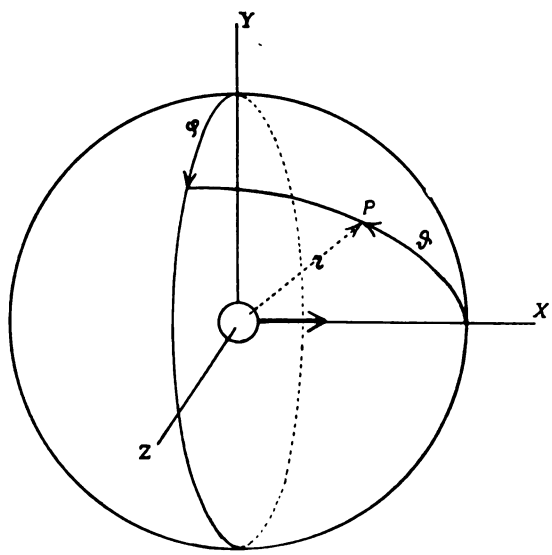
Die Berechnung der kataphoretischen Wanderungsgeschwindigkeit der Kugel hat auf Grund der Bewegungsgleichungen in folgender Weise zu erfolgen: Man denke sich zunächst die Kugel zwangsweise mit einer Geschwindigkeit V in Richtung der wirkenden Feldstärke X durch die Flüssigkeit bewegt. Die hierbei auftretende Flüssigkeitsströmung überträgt auf die Kugel Druckkräfte, deren Resultierende $K = K(V)$ von V abhängt und entgegengesetzt gleich der Summe aller übrigen auf die Kugel wirkenden Kräfte sein muß. Ist e die Ladung der Kugel, so wirkt auf die Kugel die Kraft eX und außerdem die Kraft, welche mit eX zusammen notwendig ist, um der Kugel die Geschwindigkeit V zu erteilen. Es wird eine Geschwindigkeit geben, für welche diese letztere Kraft gerade verschwindet, so daß sich die Resultierende der durch die Strömung übertragenen Druckkräfte mit eX das Gleichgewicht hält; sie ist also zu berechnen aus:

$$K(V) + eX = 0. \quad (7)$$

Diese Geschwindigkeit ist dann diejenige, welche die Kugel unter Einwirkung der äußeren Feldstärke X in der ruhenden Flüssigkeit annimmt, d. h. ihre kataphoretische Wanderungsgeschwindigkeit.

§ 2. Die allgemeine Form der Geschwindigkeits- und Druckverteilung.

Zur Berechnung der Geschwindigkeits- und Druckverteilung, aus der dann weiter die auf die Kugel übertragenen Druckkräfte zu berechnen sind, führen wir ein mit der Kugel mitbewegtes Polarkoordinatensystem r, ϑ, φ gemäß nebenstehender Figur ein, dessen Polarachse mit der



Richtung der äußeren Feldstärke, die jetzt X genannt sei, zusammenfalle. Dann lauten die Differentialgleichungen für die Geschwindigkeits- und Druckverteilung:

1) Wir sehen also hier von der Berücksichtigung folgender Punkte ab:
1. Daß infolge der endlichen Relaxationszeit der die Kugel umgebenden Ionenatmosphäre bei der bewegten Kugel die Ladungsverteilung in der Bewegungsrichtung eine Asymmetrie aufweisen wird.
2. Daß durch die Flüssigkeitsströmung die Ladungsverteilung abgeändert wird.

Digitized by Google

$$\left.\begin{aligned} \eta \operatorname{rot}\operatorname{rot}\mathfrak{v} + \operatorname{grad} p &= -\frac{DX}{4\pi}\Delta\psi, \\ \text{mit } \Delta\psi &= \frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{d\psi}{dr}\right); \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

$$\operatorname{div}\mathfrak{v} = 0. \quad (8')$$

Zur Elimination von $\mathfrak{v}$ bilden wir die div der Gleichung (8) und erhalten mit Rücksicht auf (6) und auf die über die Richtung von $\mathfrak{E}$ gemachte Annahme:

$$\Delta p = -\frac{DX}{4\pi}\frac{d}{dr}(\Delta\psi)\cos\vartheta = -\frac{DX}{4\pi}\Delta\frac{d\psi}{dr}\cos\vartheta. \quad (9)$$

Andererseits bilden wir zur Elimination von p die rot von (8) und erhalten unter Einführung der Wirbelstärke $\mathfrak{w} = \operatorname{rot}\mathfrak{v}$:

$$\eta \operatorname{rot}\operatorname{rot}\mathfrak{w} = -\frac{D}{4\pi}\operatorname{rot}(X\Delta\psi). \quad (10)$$

Den Symmetrieverhältnissen des Problems entsprechend ist die Strömung in jeder durch die Polarachse gelegten Meridianebene dieselbe. Es ist also $\mathfrak{v}_r$ und $\mathfrak{v}_\vartheta$ vorhanden, während $\mathfrak{v}_\varphi = 0$ ist. Dementsprechend stellt man fest[1]), daß sowohl rot rot $\mathfrak{w}$ wie $\mathfrak{w}$ nur eine φ-Komponente besitzen; für diese letztere ergibt sich aus (9) die Gleichung:

$$-\frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r^2}(r\mathfrak{w}_\varphi) - \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\frac{1}{\sin\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\sin\vartheta\,\mathfrak{w}_\varphi = \frac{DX}{4\pi\eta}\sin\vartheta\frac{d}{dr}\Delta\psi. \quad (11)$$

Zur Berechnung der gesamten Strömung (und ihrer Druckverteilung) zerlegen wir die Strömung in zwei Anteile $\mathfrak{v}'$ und $\mathfrak{v}^*$ mit den zugehörigen Drucken p und p^*, von denen die erste (die gestrichene), eine spezielle Lösung der Gl. (8) und damit (9) und (11) sein soll, welche den rechten Gliedern dieser Gleichungen entspricht, während $\mathfrak{v}^*$ eine Lösung dieser Gleichungen ohne Volumkräfte, d. h. der zugehörigen homogenen Gleichungen sein soll.

Wir betrachten zunächst die Strömung $\mathfrak{v}'$ für sich. Die dem rechten Gliede von (9) entsprechende Lösung lautet:

$$p' = -\frac{DX}{4\pi}\frac{d\psi}{dr}\cos\vartheta. \quad (12)$$

Um die dem rechten Gliede von (11) entsprechende Lösung für die Wirbelstärke zu finden, machen wir den Ansatz:

$$\mathfrak{w}_\varphi' = P'\sin\vartheta, \quad (13)$$

wobei P' eine Funktion von r ist. Setzen wir dies in (11) ein, so ergibt sich für P' die Differentialgleichung:

$$\frac{2P'}{r^2} - \frac{2}{r}\frac{dP'}{dr} - \frac{d^2P'}{dr^2} = \frac{DX}{4\pi\eta}\frac{d}{dr}\left[\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{d\psi}{dr}\right)\right]. \quad (14)$$

1) Siehe l. c., diese Zeitschr. **24**, 313, 1923.

Die dem rechten Gliede dieser Differentialgleichung entsprechende Lösung lautet:

$$P' = -\frac{DX}{4\pi\eta}\frac{d\psi}{dr}.$$

Wir haben also für die Strömung $\mathfrak{v}'$:

$$\left.\begin{aligned} p' &= -\frac{DX}{4\pi}\frac{d\psi}{dr}\cos\vartheta; \\ \mathfrak{w}_r' &= 0, \\ \mathfrak{w}_\vartheta' &= 0, \\ \mathfrak{w}_\varphi' &= -\frac{DX}{4\pi\eta}\frac{d\psi}{dr}\sin\vartheta. \end{aligned}\right\} \quad (15)$$

Durch Einsetzen in die ursprüngliche Gl. (8) überzeugt man sich, daß diese erfüllt ist.

Nunmehr ist aus (15) auf die Geschwindigkeit $\mathfrak{v}'$ selbst zurückzuschließen, wozu natürlich die Inkompressibilitätsbedingung (8) mit heranzuziehen ist. Explizite lauten die Differentialgleichungen für die Komponenten $\mathfrak{v}_r'$, $\mathfrak{v}_\vartheta'$:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{w}_\varphi' = \operatorname{rot}_\varphi\mathfrak{v}' = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\mathfrak{v}_\vartheta') - \\ -\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\vartheta}(\mathfrak{v}_r') = -\frac{DX}{4\pi\eta}\frac{d\psi}{dr}\sin\vartheta; \end{aligned}\right\} \quad (16)$$

$$\operatorname{div}\mathfrak{v}' = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\mathfrak{v}_r) + \frac{1}{r\sin\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}(\sin\vartheta\,\mathfrak{v}_\vartheta) = 0. \quad (17)$$

Setzt man als Lösung an:

$$\mathfrak{v}_r' = R_1'\cos\vartheta, \quad \mathfrak{v}_\vartheta' = R_2'\sin\vartheta,$$

wobei R_1', R_2' noch zu bestimmende Funktionen von r sind, so folgen aus (17) und (18) für R_1', R_2' die Differentialgleichungen:

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}(r^2R_1') + \frac{1}{r}R_1' = -\frac{DX}{4\pi\eta}\frac{d\psi}{dr},$$

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}(r^2R_1') + \frac{2}{r}R_2' = 0;$$

oder wenn man r^2R_1' und rR_2' als zu bestimmende Funktionen ansieht:

$$\frac{d^2}{dr^2}(r^2R_1') - \frac{2}{r^2}(r^2R_1') = \frac{DX}{2\pi\eta}r\frac{d\psi}{dr}, \quad (18)$$

$$(rR_2') + \frac{1}{2}\frac{d}{dr}(r^2R_1') = 0. \quad (19)$$

Die der rechten Seite von (18) entsprechende spezielle Lösung lautet:

$$r^2R_1' = \frac{DX}{6\pi\eta}\left\{r^2\int\frac{d\psi}{dr}dr - \frac{1}{r}\int r^3\frac{d\psi}{dr}dr\right\}. \quad (20)$$

Nach (19) folgt hieraus weiter:

$$rR_2' = -\frac{DX}{6\pi\eta}\left\{r\int\frac{d\psi}{dr}dr + \frac{1}{2r^2}\int r^3\frac{d\psi}{dr}dr\right\}. \quad (21)$$

Digitized by Google

Wir haben also für die Geschwindigkeits- und Druckverteilung der Strömung $\mathfrak{v}'$:

$$\left.\begin{aligned} p' &= -\frac{DX}{4\pi}\frac{d\psi}{dr}\cos\vartheta;\\ \mathfrak{v}_r' &= R_1'\cos\vartheta = \frac{DX}{6\pi\eta}\left[\int\frac{d\psi}{dr}dr - \right.\\ &\qquad \left. -\frac{1}{r^3}\int r^3\frac{d\psi}{dr}dr\right],\\ \mathfrak{v}_\vartheta' &= R_2'\cos\vartheta = -\frac{DX}{6\pi\eta}\left[\int\frac{d\psi}{dr}dr + \right.\\ &\qquad \left. +\frac{1}{2r^3}\int r^3\frac{d\psi}{dr}dr\right],\\ \mathfrak{v}_\varphi' &= 0. \end{aligned}\right\} \quad (22)$$

Um die allgemeine Form der gesamten Geschwindigkeits- und Druckverteilung der Strömung $\mathfrak{v}$ zu bekommen, haben wir hierzu eine Strömung $\mathfrak{v}^*$ zu addieren, welche den volumkraftfreien Gleichungen:

$$\eta\,\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\mathfrak{v}^* + \mathrm{grad}\,p^* = 0 \quad (23)$$

sowie:

$$\mathrm{div}\,\mathfrak{v}^* = 0 \quad (23')$$

genügt.

Eliminieren wir wieder zunächst $\mathfrak{v}^*$ durch Divergenzbildung von (23), so erhalten wir:

$$\Delta p^* = 0. \quad (24)$$

Als Lösung setzen wir an:

$$p^* = A_0 + \frac{B_0}{r} + \left(A_1 r + \frac{B_1}{r^2}\right)\cos\vartheta, \quad (25)$$

wobei A_0, B_0, A_1, B_1 noch zu bestimmende, willkürliche Konstanten sind. Eliminieren wir weiter p^* durch Rotationsbildung von (23), so erhalten wir für $\mathfrak{w}_\varphi^*$ die entsprechende, homogene Gleichung; machen wir für $\mathfrak{w}_\varphi^*$ den Ansatz:

$$\mathfrak{w}_\varphi^* = P^*\sin\vartheta,$$

so folgt für P^* aus der (14) entsprechenden homogenen Gleichung:

$$P_1^* = C_1 r + \frac{D_1}{r^2}, \quad (26')$$

und also:

$$\mathfrak{w}_\varphi^* = \left(C_1 r + \frac{D_1}{r^2}\right)\sin\vartheta. \quad (27)$$

Durch Einsetzen von (25) und (27) in (23) stellt man fest[1]), daß:

$$B_0 = 0, \quad C_1 = -\frac{A_1}{2\eta}, \quad D_1 = \frac{B_1}{\eta}$$

sein muß, so daß also:

$$\mathfrak{w}_\varphi^* = \left(-\frac{A_1}{2\eta}\frac{1}{r} + \frac{B_1}{\eta}\frac{1}{r^2}\right)\sin\vartheta.$$

1) Siehe l. c., S. 314, Gleichungen (29), (30).

Setzt man jetzt, um auf $\mathfrak{v}^*$ selbst zu kommen, als Lösung der (16) und (17) entsprechenden Gleichungen

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\,\mathfrak{v}_\vartheta^*) - \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\vartheta}(\mathfrak{v}_r^*) = \left(-\frac{A_1}{2\eta}\frac{1}{r} + \frac{B_1}{\eta}\frac{1}{r^2}\right)\sin\vartheta,$$

$$\mathrm{div}\,\mathfrak{v}^* = 0$$

an:

$$\mathfrak{v}_r^* = R_1^*\cos\vartheta, \quad \mathfrak{v}_\vartheta^* = R_2^*\sin\vartheta,$$

wo R_1^*, R_2^* noch zu bestimmende Funktionen von r sind, so bekommt man für R_1^*, R_2^* die Differentialgleichungen:

$$\frac{d^2}{dr^2}(r^2R_1^*) = \frac{2}{r^2}(r^2R_1^*) = \frac{A_1}{\eta}r^2 - \frac{2B_1}{\eta}\frac{1}{r},$$

$$rR_2^* + \frac{1}{2}\frac{d}{dr}(r^2R_1^*) = 0.$$

Die Lösungen dieser Gleichungen lauten:

$$r^2R_1^* = \frac{A_1}{\eta}\frac{r^4}{10} + \frac{B_1}{\eta}r + A_2r^2 + B_2\frac{1}{r},$$

$$rR_2^* = -\frac{A_1}{\eta}\frac{r^3}{5} - \frac{B_1}{2\eta} - A_2r + \frac{B_2}{2}\frac{1}{r^2},$$

so daß sich für die Geschwindigkeits- und Druckverteilung der Strömung $\mathfrak{v}^*$ ergibt:

$$\left.\begin{aligned} p^* &= A_0 + \left(A_1r + \frac{B_1}{r^2}\right)\cos\vartheta;\\ \mathfrak{v}_r^* &= \left[\frac{A_1}{\eta}\frac{r^2}{10} + \frac{B_1}{\eta}\frac{1}{r} + A_2 + B_2\frac{1}{r^3}\right]\cos\vartheta;\\ \mathfrak{v}_\vartheta^* &= \left[-\frac{A_1}{\eta}\frac{r^2}{5} - \frac{B_1}{2\eta}\frac{1}{r} - A_2 + \frac{B_2}{2}\frac{1}{r^3}\right]\sin\vartheta;\\ \mathfrak{v}_\varphi^* &= 0. \end{aligned}\right\} \quad (28)$$

Die allgemeine Form der gesamten Geschwindigkeits- und Druckverteilung ergibt sich aus (22) und (28) zu:

$$\mathfrak{v} = \mathfrak{v}' + \mathfrak{v}^*, \quad (29)$$

$$p = p' + p^*. \quad (29')$$

§ 3. Erfüllung der Grenzbedingungen.

Nunmehr ist festzustellen, ob mit der allgemeinen, durch (22), (28), (29), (29') gegebenen Geschwindigkeits- und Druckverteilung die vorgeschriebenen Grenzbedingungen erfüllt werden können, bzw. welche Werte die darin auftretenden Konstanten besitzen müssen, damit die Grenzbedingungen erfüllt werden.

Die Grenzbedingungen verlangen erstens: daß im Unendlichen die Geschwindigkeit in Richtung der negativen Feldstärke X gerichtet ist und den Absolutwert V hat, und zweitens, daß an der Oberfläche der Kugel die Geschwindigkeit verschwindet; ferner sei das Potential im Unendlichen gleich Null gesetzt und sein

Digitized by Google

Wert an der Oberfläche der Kugel mit $\bar{\psi}$ bezeichnet. Die Grundbedingungen lauten also:

$$\left.\begin{array}{l} \text{für } r=\infty \text{ soll sein: } v_r=-V\cos\vartheta, \\ \qquad v_\vartheta = V\sin\vartheta; \quad \psi = 0; \\ \text{für } r=a \text{ (a Radius der Kugel) soll sein:} \\ \qquad v_r = 0,\ v_\vartheta = 0; \quad \psi=\bar{\psi}. \end{array}\right\} \tag{30}$$

Aus (30) folgt zunächst:

$$A_1 = 0 \tag{31}$$

und weiter:

$$\left.\begin{array}{l} -V = \dfrac{DX}{6\pi\eta}\left[\displaystyle\int_\infty^\infty \frac{d\psi}{dr}\,dr - \right. \\ \left. -\left(\dfrac{1}{r^3}\displaystyle\int_\infty^\infty r^3\frac{d\psi}{dr}\,dr\right)_{r=\infty}\right] + A_2, \\ V = -\dfrac{DX}{6\pi\eta}\left[\displaystyle\int_\infty^\infty \frac{d\psi}{dr}\,dr + \right. \\ \left. +\left(\dfrac{1}{2r^3}\displaystyle\int_\infty^\infty r^3\frac{d\psi}{dr}\,dr\right)_{r=\infty}\right] - A_2. \end{array}\right\} \tag{32}$$

Hieraus ergibt sich, daß:

$$\left(\frac{1}{r^3}\int_\infty^\infty r^3\frac{d\psi}{dr}\,dr\right)_{r=\infty}$$

verschwinden muß, damit die Grenzbedingung durch die allgemein angegebene Form der Geschwindigkeitsverteilung erfüllt werden kann, d. h. es muß $\frac{d\psi}{dr}$ stärker als $\frac{1}{r}$ verschwinden; das wird immer der Fall sein, da $\frac{d\psi}{dr} \sim \frac{1}{r^2}$ der Potentialverteilung einer geladenen Kugel entspricht. Aus (32) ergibt sich dann:

$$A_2 = -\frac{DX}{6\pi\eta}\int_\infty^\infty \frac{d\psi}{dr}\,dr - V. \tag{33}$$

Aus (30′) folgt unter Berücksichtigung von (31) und (32):

$$\frac{DX}{6\pi\eta}\left[\int_\infty^a \frac{d\psi}{dr}\,dr - \frac{1}{a^3}\int_\infty^a r^3\frac{d\psi}{dr}\,dr\right] + \frac{B_1}{\eta}\frac{1}{a} - V + \frac{B_2}{a^3} = 0,$$

$$-\frac{DX}{6\pi\eta}\left[\int_\infty^a \frac{d\psi}{dr}\,dr + \frac{1}{2a^3}\int_\infty^a r^3\frac{d\psi}{dr}\,dr\right] - \frac{B_2}{2\eta}\frac{1}{a} + V + \frac{B_2}{2a^3} = 0.$$

Und hieraus folgt, wenn man bedenkt, daß

$$\int_\infty^a \frac{d\psi}{dr}\,dr = \bar{\psi}:$$

$$\frac{B_1}{\eta a} = \frac{3}{2}V - \frac{DX}{4\pi\eta}\bar{\psi},$$

$$\frac{B_2}{a^3} = -\frac{V}{2} + \frac{DX}{12\pi\eta}\bar{\psi} + \frac{DX}{6\pi\eta}\frac{1}{a^3}\int_\infty^a r^3\frac{d\psi}{dr}\,dr. \tag{34}$$

Setzt man die so für die Konstanten erhaltenen Werte (31), (33), (34) in die allgemeine durch (22), (28), (29), (29′) gegebene Form der Geschwindigkeits- und Druckverteilung ein, so erhält man die gesamte Geschwindigkeits- und Druckverteilung zu:

$$p = \left[\frac{3}{2}V - \frac{DX}{4\pi}\bar{\psi}\frac{a}{r^2} - \frac{DX}{4\pi}\frac{d\psi}{dr}\right]\cos\vartheta,$$

$$v_r = \left[-V\left(1 - \frac{3}{2}\frac{a}{r} + \frac{1}{2}\frac{a^3}{r^3}\right) - \frac{DX}{4\pi\eta}\bar{\psi}\left(\frac{a}{r} - \frac{1}{3}\frac{a^3}{r^3}\right) + \frac{DX}{6\pi\eta}\left(\psi - \frac{1}{r^3}\int_a^r r^3\frac{d\psi}{dr}\,dr\right)\right]\cos\vartheta,$$

$$v_\vartheta = \left[V\left(1 - \frac{3}{4}\frac{a}{r} - \frac{1}{4}\frac{a^3}{r^3}\right) + \frac{DX}{4\pi\eta}\bar{\psi}\left(\frac{1}{2}\frac{a}{r} + \frac{1}{6}\frac{a^3}{r^3}\right) - \frac{DX}{6\pi\eta}\left(\psi + \frac{1}{2r^3}\int_a^r r^3\frac{d\psi}{dr}\,dr\right)\right]\sin\vartheta,$$

$$v_\varphi = 0, \tag{35}$$

wobei noch die belanglose Konstante A_0 in (28′) gleich Null gesetzt worden ist, da sie nur die Bedeutung eines überall hinzukommenden konstanten Druckes hat.

Die Strömung kann also angesehen werden als zusammengesetzt aus einer reinen Stokesschen Strömung v_1 [dem V proportionalen Anteil in (35)], welche die Grenzbedingungen an der Oberfläche der Kugel und im Unendlichen erfüllt, einer volumkraftfreien Strömung v_2, welche überall dem Potential $\bar{\psi}$ an der Oberfläche proportional ist, an der Oberfläche die Grenzbedingungen verletzt und im Unendlichen verschwindet, und einer dritten Strömung v_3, welche der Wirkung der Volumkräfte entspricht, im Unendlichen verschwindet, die Grenzbedingungen an der Oberfläche verletzt, mit der zweiten Strömung zusammen sie aber erfüllt. Man verifiziert dies leicht, indem man in (35) einmal $r=a$, $\psi=\bar{\psi}$, und das andere Mal $r=\infty$, $\psi=0$ setzt. Dieses Resultat entspricht der in der zitierten Notiz allgemein aufgewiesenen Zerlegbarkeit der Gesamtströmung.

§ 4. Die von der Strömung übertragene Gesamkraft.

Es bleibt nun noch übrig, aus der durch (35) gegebenen Geschwindigkeits- und Druckverteilung die auf die Kugel übertragene Gesamtkraft zu berechnen. Wegen der Symmetrieverhältnisse

Digitized by Google

der Strömung heben sich alle Komponenten senkrecht zur Polarachse (zur Richtung der Feldstärke) auf; führen wir jetzt ein rechtwinkliges Koordinatensystem x, y, z ein, dessen x-Achse mit der Richtung von X zusammenfällt, so ist es also nur nötig, die Spannungskomponenten in Richtung von x zu betrachten.

Durch ein Flächenelement mit der Normalen n wird von der Flüssigkeit in der x-Richtung die Spannungskomponente p_{nx} übertragen. Sind α, β, γ die Richtungscosinusse der Normalen n, so gilt für p_{nx}:

$$p_{nx} = \alpha p_{xx} + \beta p_{yx} + \gamma p_{zx}; \qquad (36)$$

außerdem ist:

$$\left.\begin{aligned} p_{xx} &= -p + 2\eta \frac{\partial v_x}{\partial x}, \\ p_{yx} &= \eta\left(\frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y}\right), \\ p_{zx} &= \eta\left(\frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z}\right). \end{aligned}\right| \qquad (37)$$

Die gesamte auf die Kugel übertragene Kraft ergibt sich durch Integration von p_{nx} über die Kugeloberfläche. Der V proportionale Teil v_1 der Strömung ergibt so nach Stokes die Kraft:

$$K_1 = -6\pi a \eta V; \qquad (38)$$

es brauchen also nur die von den beiden anderen Teilströmungen v_2 und v_3 übertragenen Kräfte neu berechnet zu werden. Für diese ergibt zunächst nach (36) und (37) eine längere, aber elementare Rechnung für p_{rx} den Ausdruck:

$$p_{rx} = \frac{DX}{4\pi}\left[\psi\frac{a^3}{r^4} - \frac{2}{r^4}\int_a^r r^3\frac{d\psi}{dr}dr + \frac{d\psi}{dr}\right] + \frac{DX}{4\pi}\left[\psi\left(\frac{3a}{r^2} - \frac{3a^3}{r^4}\right) + \frac{6}{r^4}\int_a^r r^3\frac{d\psi}{dr}dr\right]\cos^2\vartheta.$$

Hieraus erhält man durch Integration über die Kugeloberfläche für die durch $v_2 + v_3$ übertragene Kraft, indem man $r = a$ setzt:

$$K_2 + K_3 = DX\bar{\psi}a + DXa^2\left(\frac{d\psi}{dr}\right)_{r=a}. \qquad (39)$$

Nun ist nach den Grundgesetzen der Elektostatik:

$$-Da^2\left(\frac{d\psi}{dr}\right)_{r=a} = e, \qquad (40)$$

wenn e die Gesamtladung der Kugel bedeutet, so daß (39) auch geschrieben werden kann:

$$K_2 + K_3 = DX\bar{\psi}a - eX. \qquad (41)$$

Die gesamte durch die Strömung übertragene Kraft ist also nach (38) und (41):

$$K = K_1 + K_2 + K_3 = -6\pi a\eta V - eX + DX\bar{\psi}a. \qquad (42)$$

§ 5. Die Formel für die kataphoretische Wanderungsgeschwindigkeit.

An der Kugel selbst greift die Kraft eX an. Die kataphoretische Wanderungsgeschwindigkeit ergibt sich also aus:

$$K + eX = -6\pi a\eta V + DX\bar{\psi}a = 0 \qquad (43)$$

zu:

$$V = \frac{1}{6\pi}\frac{D\bar{\psi}}{\eta}X, \qquad (44)$$

und dieses ist das vorausgenommene Resultat (2).

Es ist noch von Interesse, dieses Resultat zu vergleichen mit dem Ausdruck, wie er sich für die Wanderungsgeschwindigkeit eines einzelnen Ions unter Wirkung der Feldstärke X in einer reinen Flüssigkeit ergibt, wenn man das Ion als Kugel vom Radius a und der Ladung e ansieht. Hierfür schließt man bekanntlich in einfacher Weise folgendermaßen: an dem Ion greift die Kraft eX an; bewegt es sich mit der Geschwindigkeit V, so erfährt es nach Stokes die Reibungskraft:

$$-6\pi a\eta V.$$

Aus der Bedingung:

$$eX - 6\pi a\eta V = 0$$

ergibt sich die Wanderungsgeschwindigkeit des Ions zu:

$$V = \frac{e}{6\pi a\eta}X. \qquad (45)$$

Andrerseits kann man aus (44) zu diesem Ausdruck gelangen; denn da außerhalb des Ions keine Ladungen vorhanden sind, kann das Potential ψ an der Oberfläche des Ions einfach berechnet werden zu:

$$\bar{\psi} = \frac{e}{Da}. \qquad (46)$$

Geht man mit diesem Ausdruck in (44) ein, so ergibt sich für V wieder das Resultat (45).

Es fällt also der vermeintliche Widerspruch dahin, den Smoluchowski glaubte feststellen zu müssen[1]), wenn man einmal die Wanderungsgeschwindigkeit eines Ions aus der Stokesschen Formel und das andere Mal aus der Formel für die Kataphorese berechnet. Smoluchowski mußte aber zu diesem Widerspruch gelangen, da er in (44) $\frac{1}{4\pi}$ statt $\frac{1}{6\pi}$ setzte.

Bei suspendierten Teilchen werden die Bedingungen für die Gültigkeit von (46) kaum je praktisch erfüllt sein. Die Umgebung wird wohl stets als verdünnte Elektrolytlösung aufgefaßt werden müssen; dann hat man zur Berechnung

1) M. v. Smoluchowski in L. Graetz, Handbuch der Elektrizität und des Magnetismus, Bd. II, S. 384.

Digitized by Google

der kataphoretischen Kraft in (42) für $\bar{\psi}$ nicht mehr den Wert (46), sondern den Wert[1]):

$$\bar{\psi} = \frac{e}{Da} \frac{1}{1+\varkappa a}$$

einzusetzen, wobei $\varkappa$ die für die Elektrolytlösung charakteristische reziproke Länge ist:

$$\varkappa = \sqrt{\frac{4\pi\varepsilon^2 \Sigma n_i z_i^2}{DkT}}$$

(ε elektrisches Elementarquantum, n_i Anzahl der Ionen der Sorte i im ccm, z_i ihre Wertigkeit, k Boltzmannsche Konstante. T absolute Temperatur).

Dieses explizite Resultat für $\bar{\psi}$ gilt indessen nur, so lange für die Ionenverteilung nur Coulombsche Kräfte ins Spiel treten und die Differentialgleichung für ψ in der l. c. angegebenen Weise genähert behandelt werden darf. Bedingung für letzteres ist, daß das Potential $\bar{\psi}$ des Teilchens so klein ist, daß $e\bar{\psi}/kT$ als Größe, welche klein gegen 1 ist, angesehen werden kann. Sobald diese Voraussetzungen nicht mehr zutreffen, ist der Zusammenhang zwischen $\bar{\psi}$ und e ein viel komplizierterer, so daß z. B. zwischen diesen beiden Größen keine Proportionalität mehr besteht. Lassen wir hier aber die genannten Voraussetzungen gelten, so erhält man für die kataphoretische Kraft:

$$K = -6\pi a\eta V + eX\left(\frac{1}{1+\varkappa a} - 1\right).$$

Ist $\varkappa a \ll 1$, d. h. ist die Konzentration genügend klein, so liefert die Entwickelung nach $\varkappa a$ für K den Ausdruck:

$$K = 6\pi a\eta V - eX\varkappa a.$$

Dieses ist der früher[2]) berechnete Ausdruck. Bei Ionen kann die Geschwindigkeit aber nicht aus (43) berechnet werden, da hier noch berücksichtigt werden muß, daß infolge der endlichen Relaxationszeit der Ionenatmosphäre beim bewegten Ion eine Unsymmetrie der Ladungsverteilung auftritt, welche eine bremsende Kraft hervorruft, wie dies a. a. O. ausgeführt wurde.

1) P. Debye u. E. Hückel, diese Zeitschr. **24**, 192, 1923, Gleichungen (17) u. (18').
2) l. c. diese Zeitschr. **24**, 315, 1923, Gl. (39).

Zürich, Physikal. Inst. d. Eidg. Techn. Hochschule, 5. März 1924.

(Eingegangen 10. März 1924.)

Über Spulen mit veränderlicher Selbstinduktion für Mittelfrequenz.

Von H. Winter-Günther und J. Zenneck.

Für Versuche mit Wechselströmen, deren Frequenz etwa in der Gegend von 500/sec liegt (Miltelfrequenz), ist das Bedürfnis nach Spulen mit veränderlicher Induktivität nicht ganz leicht zu befriedigen. Die Anordnungen, die für niederfrequente Ströme gebräuchlich sind, haben zu viel Eisen, und eisenfreie Spulen von genügend großer Induktivität erhalten unbequem große Dimensionen, wenn ihr Widerstand ausreichend klein sein soll. Eine Anordnung, die diesem Mangel abhilft und sich durch Einfachheit auszeichnet, ist im hiesigen Institut seit längerer Zeit im Gebrauch. Da sie sich bei allen möglichen Untersuchungen sehr gut bewährt hat, so glauben wir sie im folgenden kurz beschreiben zu dürfen.

Die Anordnung besteht aus einem geraden, unterteilten Eisenkern, auf dem 2 Spulen S_1 und S_2 verschiebbar sind (Fig. 1). Werden die beiden Spulen hintereinander geschaltet, so ist ihre Induktivität am größten, wenn die beiden Spulen sich in der Mitte des Kerns berühren; sie wird umso kleiner, je mehr die Spulen auseinander gerückt werden.

Die Eisenkerne werden aus einseitig mit Papier beklebten Blechen von 50 cm Länge und 3 cm Breite, den Normaldimensionen des Epsteinapparates, angefertigt. Zur Verringerung der Eisenverluste wird die Dicke der Bleche so klein als möglich und als Material möglichst hochlegiertes Eisen gewählt. Wir haben 2 Kerngrößen verwendet; eine vom Querschnitt $3\times2{,}7$ und eine vom Querschnitt $3\times5{,}4$ cm². Der letztere Kern ist im folgenden als doppelter Kern bezeichnet. Auf den einfachen Kern bezieht sich Fig. 1. Als Material stand uns legiertes Blech von 0,4 mm zur Verfügung, das wir Herrn Direktor Dr. Fleischmann von der A.E.G. und solches von 0,3 mm, das wir Herrn Direktor Dr. Winter-Günther von den Siemens-Schuckert-Werken verdanken. Die auf das erste Material bezüglichen Messungen sind im folgenden mit Kreuzen, die auf das zweite mit Kreisen eingetragen.

Die Windungszahl des Spulenpaars richtet sich nach der Induktivität, die erzielt werden soll. Sie betrug bei unserer Anordnung mit dem einfachen Kern 2×119, bei derjenigen mit dem doppelten Kern 2×224. Der Drahtdurchmesser war in beiden Fällen 1,5 mm, der Gleichstromwiderstand der beiden Spulen im ersten Fall 0,3, im zweiten 1,1 Ohm.

In Fig. 2 stellen die Kurven A die Induktivität der beiden hintereinander geschalteten Spulen auf dem einfachen Kern in ihrer Abhängigkeit von dem Abstand der beiden Spulen dar (vgl. das Schema in Fig. 2 rechts oben), und zwar die Kurven A_1 nach Messungen mit der gewöhnlichen Schwachstrom-Wechselstrom-Brücke, die Kurven A_2 nach Messung mit einer Starkstrom-Wechselstrom-Brücke, bei der ein

Digitized by Google

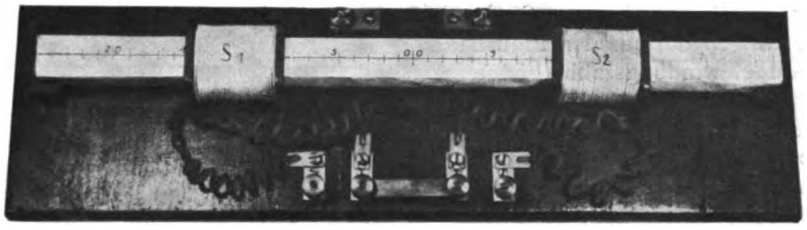


Fig. 1.

Strom von 2 Amp. die Spulen durchfloß (Frequenz in beiden Fällen ca. 500/sec). Die Kurven B_1 bzw. B_2 geben in entsprechender Weise den äquivalenten Wirkwiderstand der Eisen- (Hyste-

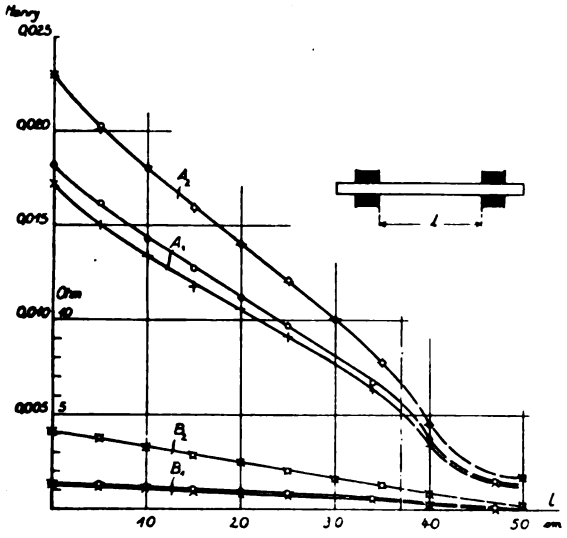


Fig. 2.

resis- und Wirbelstrom-)Verluste, wie ihn die angegebenen Messungen lieferten. In Fig. 3 sind die entsprechenden Meßresultate für die Spulen mir dem doppelten Kern wiedergegeben. Dabei war der Strom in den Spulen bei der Stark-

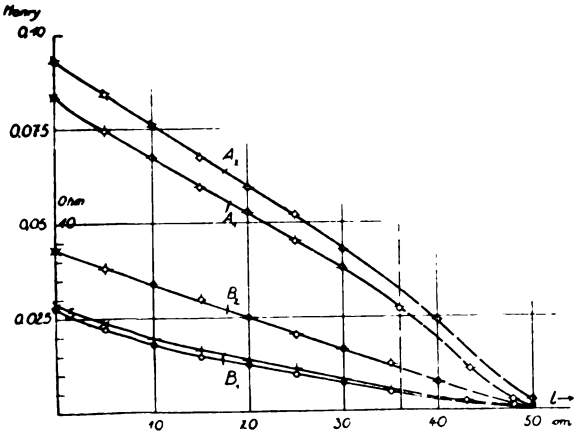


Fig. 3.

strombrücke (Kurve A_2 bzw. B_2) 1 Amp. Sowohl in Fig. 2 als in Fig. 3 reicht der ausgezogene Teil der Kurven (vgl. die strichpunktierte Ordinate) bis zu demjenigen Abstand der Spulen, bei dem ihre äußeren Stirnflächen eben mit den Enden des Eisenkerns abschneiden. Die gestrichelt eingetragene bezieht sich auf den Fall, daß die Spulen noch weiter voneinander entfernt werden, so daß also ihr Inneres nur noch teilweise vom Eisenkern ausgefüllt ist[1]). Vermeidet man eine so starke Entfernung der Spulen und beschränkt man sich auf das Gebiet, in dem die Spulen noch vollkommen auf dem Eisenkern sitzen, so fällt die Induktivität der Spulen, wie die Kurven A von Fig. 2 und 3 zeigen, sehr nahezu linear mit dem Abstand derselben ab, wie man es von einem bequemen Selbstinduktionsvariometer verlangt. Dabei bleiben die Eisenverluste nach den Kurven B innerhalb sehr mäßiger Grenzen. Das Dekrement $(R/2\nu L)$[2]) der Anordnung und ihr Phasenwinkel ist für alle Entfernungen der Spulen ungefähr gleich, und zwar beträgt für die verwandte Meßfrequenz von 500/sec bei dem einfachen Eisenkern das Dekrement 0,076 (Schwachstrombrücke) bzw. 0,170 (Starkstrombrücke), der Phasenwinkel 89^0 bzw. ca. $86{,}5^0$. Bei dem doppelten Eisenkern sind die entsprechenden Zahlen 0,054 bzw. 0,086 und 89^0 bzw. $88{,}5^0$.

Für die praktische Verwendung der Spulen ist die Frage wesentlich, bis zu welcher Ampèrewindungszahl sie an Stelle von eisenfreien Spulen benutzt werden können, d. h. bis zu welcher Ampèrewindungszahl ihre Stromspannungscharakteristik geradlinig ist. Das Ergebnis der Messungen, die zu diesem Zweck ebenfalls mit 500-periodigem Wechselstrom für die Spulen mit einfachem und doppeltem Eisenkern gemacht wurden, ist in Fig. 4 bzw. 5 dargestellt. Darin beziehen sich die oberen Kurven auf den Fall, daß die beiden Spulen sich berührten ($l = 0$), die unteren auf den Fall, daß der

1) Zur Herstellung kleinerer Induktivität kann man die Spulen gegen einander schalten; doch empfiehlt sich statt dessen Auswechseln derselben gegen solche von kleinerer Windungszahl.

2) R = äquivalenter Wirkwiderstand der Eisenverluste, ν = Frequenz.

Digitized by Google

Abstand der inneren Stirnflächen der Spulen $l = 30$ cm war. Bis zu der aus den Figuren ersichtlichen Ampèrewindungszahl können also die Spulen unbedenklich statt eisenfreier Spulen in Kreisen verwendet werden, in denen eine von der Stromstärke merklich unabhängige Induktivität verlangt wird.

Die beschriebene Anordnung läßt sich nicht nur zur Herstellung einer veränderlichen Induktivität (beide Spulen im selben Kreis), sondern ebenso auch zur Herstellung einer veränderlichen Koppelung (beide Spulen in verschiedenen Kreisen) verwenden. Sie ist auch sehr bequem für Röhrengeneratoren im Gebiet der hörbaren Frequenzen, wenn man auf dem Kern außer den beiden Spulen, die zur Veränderung der Induktivität dienen, noch eine dritte Spule für die Rückkoppelung anbringt[1]).

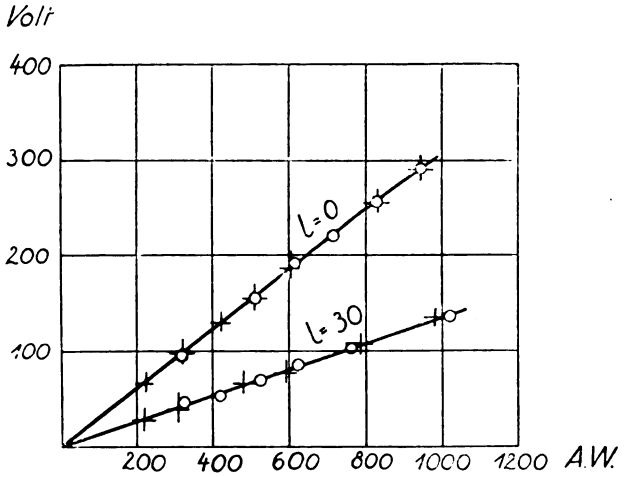


Fig. 4.

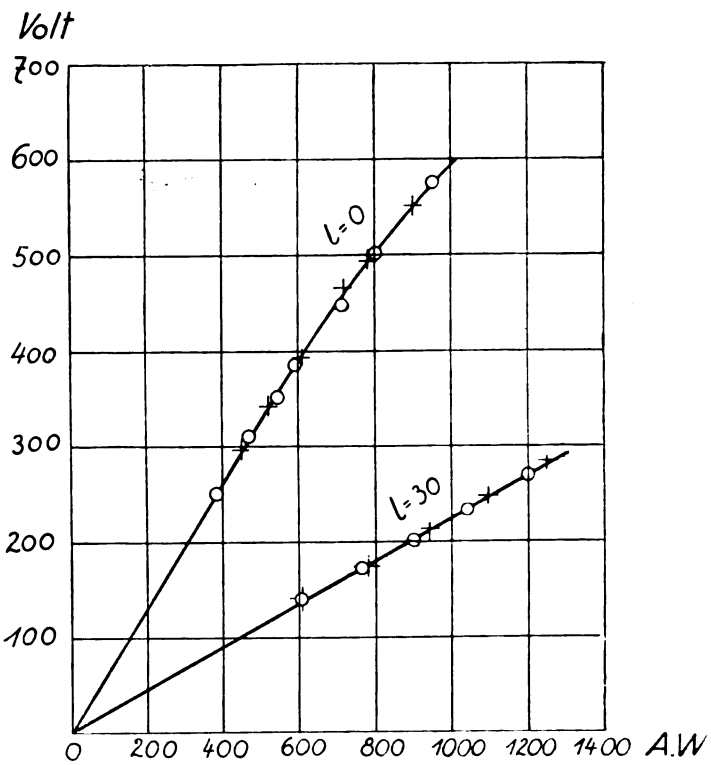


Fig. 5.

1) Für diese dritte Spule sind die beiden in Fig. 1 oben befindlichen Anschlußklemmen bestimmt.

München, Physikalisches Institut der Technischen Hochschule.

(Eingegangen 8. April 1924.)

Zur Präzisierung der Sichtmessung.

Von A. Wigand und K. Genthe.

Inhalt: 1. Aufgabe. — 2. Einfluß der Entfernung des Ziels, Bestimmung der Sichtweite. — 3. Einfluß der Größe des Ziels. — 4. Einfluß der Verwendung eines Fernglases mit dem Sichtmesser. — 5. Einfluß der Sehschärfe des Beobachters. — 6. Zusammenfassung.

1. Aufgabe.

Die Methode des Mattglas-Sichtmessers[1]) läßt sich über den anfangs erstrebten Grad von Genauigkeit hinaus verfeinern, indem man einige, zunächst als Nebeneinflüsse außer acht gelassene Gesichtspunkte mit in Betracht zieht und bei der Berechnung des Sichtwertes aus den Beobachtungen durch Korrektionen berücksichtigt.

Den Anlaß zu einer solchen Präzisierung der Methode gab die Verwendung des Sichtmessers bei der Bestimmung der vertikalen Sicht nach einem Verfahren, das sich eines Pilotballons als Ziel bedient und den Sichtmesser vor das Objektiv eines Ballontheodoliten geschaltet verwendet. Der Theodolit diente, außer zum besseren Erkennen des im Laufe des Aufstiegs kleiner werdenden Zieles, zur Bestimmung der Entfernung und Richtung des Ziels.

Hierbei sind, wenn man auf mehr als nur qualitative Ergebnisse Wert legt, die folgenden Besonderheiten zu beachten: Entfernung und Größe des Ziels ändern sich in sehr weiten Grenzen; und durch die Verwendung eines Fernrohrs zusammen mit dem Sichtmesser wird die Trübung des Meßgerätes vergrößert im Vergleich mit der Sichtmessertrübung allein. Außer der experimentellen und theoretischen Untersuchung dieser Einflüsse und ihrer Berücksichtigung bei der Berechnung des Sichtwertes wurde noch durch Versuche festgestellt, inwieweit Unterschiede der Sehschärfe bei verschiedenen Sichtbeobachtern von Einfluß auf das Ergebnis der Messungen sind.

1) A. Wigand, Physik. Zeitschr. **20**, 151, 1019.

Digitized by Google

2. Einfluß der Entfernung des Ziels, Bestimmung der Sichtweite.

In einer vorangehenden Arbeit „zur Theorie der Sichtmessung“[1]) ist bereits untersucht worden, wie man bei der Berechnung der Lufttrübung und der Sicht aus den Beobachtungen mit dem Sichtmesser die Tatsache zu berücksichtigen hat, daß die Trübung des im Meßgerät verwendeten Mattglases physikalisch auf andere Weise zustandekommt als die Trübung der Luft bei dunstigem und nebeligem Wetter. Die Lufttrübung ändert sich mit der Schichtdicke nach einem anderen Gesetze als die Mattglastrübung mit der Anzahl der aufeinandergelegten, gleich getrübten Mattgläser. Diese Tatsache äußert sich praktisch in folgendem:

Nach den Beobachtungen mit dem Sichtmesser wurde anfangs[2]) folgende Definition der Sicht S gegeben:

$$S = \frac{l}{a_m - a},$$

mit Zugrundelegung der Annahme, daß sich die Trübung der Luft bis zu dem Grade des Verschwindens nicht selbstleuchtender Objekte proportional der Schichtdicke l ändert, und daß die Trübungsskala des Mattglases im Sichtmesser einen der Lufttrübungsänderung angepaßten Maßstab darstellt; die Sicht S wurde gleichgesetzt dem reziproken Wert des optischen Trübungsgrades der Luft für die Zielentfernung $l = 1$. a bedeutet die eingestellte Sichtmessertrübung, a_m den konstanten maximalen Trübungswert, so daß $(a_m - a)$ das Maß der Lufttrübung für die Zielentfernung l und $\frac{a_m - a}{l}$ die Lufttrübung für $l = 1$ ist. Es müßte sich danach bei gleichem Zustand der getrübten Luft für verschieden entfernte Ziele derselbe S-Wert ergeben.

Spätere Beobachtungen mit Objekten von großen Entfernungsunterschieden zeigten jedoch, was bereits aus den ersten Sichtmessungen andeutungsweise hervorgegangen war, daß das entferntere Ziel stets einen größeren Wert für S ergibt als das nähere Ziel. Die Formel wird also der Forderung strenger Gültigkeit nicht gerecht. Daraus ist der Schluß zu ziehen, daß der mit dem Sichtmesser gemessene Trübungsgrad der Luft in anderer Weise auf die Einheit der Zielentfernung zu reduzieren sei, um dann durch seinen reziproken Wert ein von der Zielentfernung unabhängiges Sichtmaß zu ergeben. Wie dies zu geschehen hat, wurde empirisch durch Sichtmessungen untersucht. Als Objekte dienten Ziele, deren Entfernung vom Beobachter um ein Vielfaches der Entfernung des nächsten Zieles variierte bis zum Verhältnis 1 : 10.

Der Einfluß der Beleuchtungsrichtung konnte, sofern er nicht bei bedecktem Himmel wegfiel, ausgeschaltet werden durch passende Wahl von Zielen in nahe gleicher Blickrichtung. War die Anzahl der Ziele in diesen Fällen zu gering, so änderte der Beobachter möglichst schnell seinen Standort in der Zielrichtung und variierte so die Entfernung. Da jedoch bei dem Standwechsel mit einer möglichen zeitlichen Änderung der Sicht gerechnet werden mußte, wurde zur Nachprüfung am Schluß der Beobachtungsreihe auf dem ersten Standpunkte nochmals gemessen.

Die inviduelle Zielbeschaffenheit, die weiterhin als beeinflussender Faktor auftreten kann, ließ sich weitgehend ausschalten durch passende Auswahl der Ziele, indem bei Nebel und starkem Dunst Telegraphenstangen oder die gleichartigen Masten einer Überlandleitung oder einer Seilbahn genommen wurden, wobei allerdings der Änderung der Zielgröße mit der Entfernung Rechnung zu tragen war. Bei schwächerem Dunst und klarer Luft waren die Ziele Türme, Schornsteine und Windmühlen von nahezu gleicher scheinbarer Größe und Färbung. Die Ziele wurden stets so anvisiert, daß sie als Hintergrund den Himmel hatten. Danach gab also die wechselnde Witterungslage mit ihrer verschiedenen Sichtweite eine wechselnde Auswahl in den Zielen.

Bei einer Einzelbeobachtung wurde der Sichtmesser durchschnittlich dreimal eingestellt. Im ganzen waren es rund 30 Versuchsreihen bei verschiedensten Graden der Lufttrübung von klarer Fernsicht mit nur geringer Dunststärke bis zu dichtem Nebel (Wassernebel), mit durchschnittlich 7 Zielentfernungen für jede Reihe. Einige Reihen mußten von der weiteren Verwertung ausgeschlossen werden, weil die Trübung offenkundig örtlich inhomogen verteilt war (Schwadenbildung) oder sich zeitlich schnell änderte.

Durchweg stellte sich nun bei Benutzung der S-Formel mit wachsender Zielentfernung ein gleichzeitiges Wachsen des S-Wertes heraus. Wenn das in einzelnen Fällen für nahe benachbarte Ziele einer Reihe nicht eintrat, so konnte die Ursache dafür stets in lokalen Anomalien der Lufttrübung oder in abweichender Beschaffenheit der Ziele festgestellt werden. Stellt man die Sicht S als Funktion der Zielentfernung l graphisch dar, so hat die S-Kurve einen ansteigenden Verlauf, der bei Dunst etwas steiler liegt als bei Nebel. Die oberen Kurven der Fig. 1 u. 2 zeigen je zwei Beispiele für Nebel und schwachen Dunst.

1) A. Wigand, Physik. Zeitschr. **23**, 277, 1922.
2) A. Wigand, Physik. Zeitschr. **20**, 151, 1919.

Digitized by Google

Es besteht daher die Aufgabe, die Berechnung der Beobachtungen so auszuführen, daß man einen konstanten, von der Zielentfernung unabhängigen Sichtwert erhält. Das wurde erreicht mit einer zur alten Sichtformel hinzugefügten Korrektion, die einen horizontalen Sichtkurvenverlauf hervorruft (untere Kurven der Fig. 1 u. 2), und für die, im Einklang mit theoretischen Überlegungen über die Ursache der Erscheinung, nach Versuchen mit einigen anderen Ansätzen die folgende einfache Form gefunden wurde. Der korrigierte Sichtwert ist:

$$S_\sigma = \frac{l}{a_m - a} - \sigma l = l\left(\frac{1}{a_m - a} - \sigma\right).$$

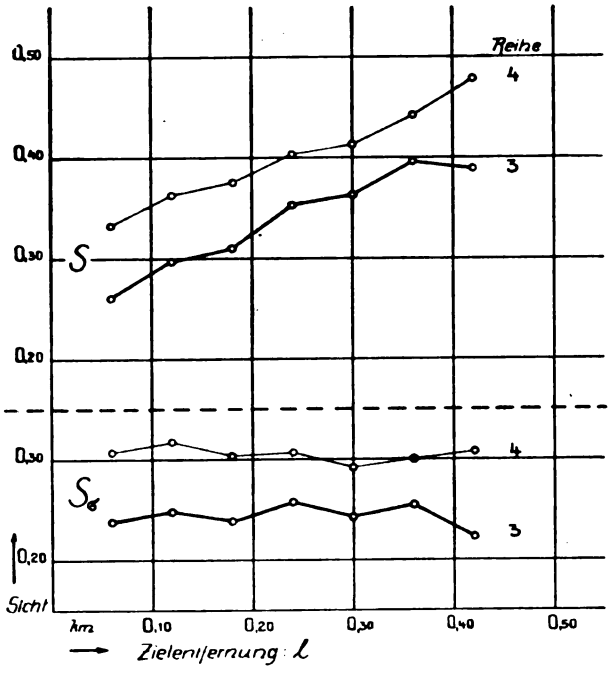


Fig. 1.

Die Berechnung der Korrektionskonstanten σ geschah, mit Zugrundelegung des Wertes 14,3 für die Apparatkonstante a_m, indem man die Beobachtungen einer Reihe zu je zweien kombinierte und S_σ für die beiden verschiedenen Werte von l und a gleichsetzte:

$$S_\sigma = \frac{l_1}{a_m - a_1} - \sigma l_1 = \frac{l_2}{a_m - a_2} - \sigma l_2.$$

Führt man nach der alten S-Formel:

$$\frac{l_2}{a_m - a_2} = S_2 \text{ und } \frac{l_1}{a_m - a_1} = S_1$$

ein, so ist:

$$\sigma = \frac{S_2 - S_1}{l_2 - l_1}.$$

Bei der Berechnung von σ aus der Gesamtheit der Beobachtungen wurden solche Kombinationen als zu ungenau außer Betracht gelassen, bei denen die Entfernungsdifferenz kleiner war als 10 Proz. des l_1-Wertes. Außerdem blieben Versuche mit a-Werten größer als 12 wegen zu geringer Meßgenauigkeit für den Wert von $(a_m - a)$ unberücksichtigt.

Da man es mit der σ-Korrektur erreicht, daß der Sichtwert S_σ praktisch unabhängig wird von der Zielentfernung, so kann man einen

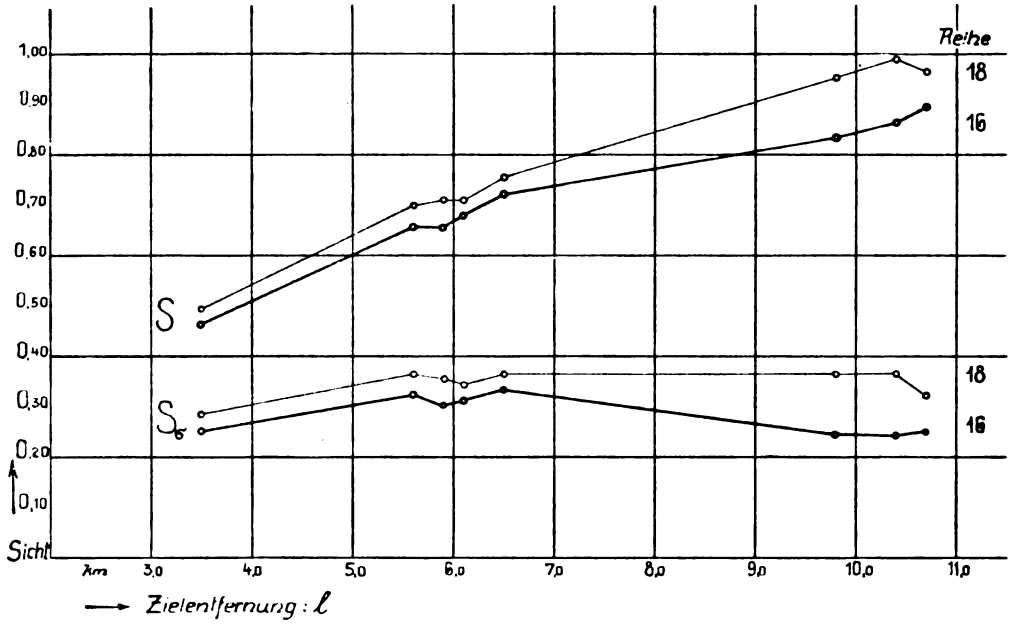


Fig. 2.

Digitized by Google

Tabelle I.

Bestimmung der σ-Korrektur für Nebel.

Reihe	Art der Ziele	Zielentfernung kleinste km	Zielentfernung größte km	Anzahl der Einzel-σ	S_σ-Mittel mit dem σ-Gesamtmittel	σ-Reihenmittel
1	Telegraphenstangen (Holz)	0,025	0,205	10	0,015	0,039
2	„	0,052	0,180	6	0,015	0,047
3	Holzmasten der Überlandleitung	0,060	0,420	21	0,0242	0,038
4	„	0,060	0,420	21	0,0305	0,038
5	„	0,150	0,530	27	0,034	0,029
6	„	0,149	0,572	35	0,038	0,040
7	„	0,090	0,530	35	0,041	0,047
8	„	0,060	0,500	35	0,041	0,036

Gesamtmittel: 0,039 (rund 0,04)
Mittlerer Fehler: $\pm$ 0,002

Tabelle II.

Bestimmung der σ-Korrektur für Dunst.

Reihe	Art der Ziele	Zielentfernung kleinste km	Zielentfernung größte km	Anzahl der Einzel-σ	S_σ Mittel mit dem σ-Gesamtmittel	σ-Reihenmittel
9	Eisenmasten der Überlandleitung	0,20	1,80	26	0,035	0,065
10	Eisenmasten der Drahtseilbahn	0,13	0,98	53	0,041	0,075
11	Häuser und Türme	1,00	2,60	8	0,096	0,045
12	Turm	0,50	2,60	28	0,102	0,066
13	Schornstein und Türme	1,30	5,80	10	0,137	0,048
14	Windmühle und Türme	3,50	10,70	20	0,199	0,046
15	Schornstein und Türme	0,40	4,70	26	0,241	0,046
16	Windmühle und Türme	3,50	10,70	20	0,282	0,055
17	„	3,50	10,70	20	0,288	0,053
18	„	3,50	10,70	20	0,346	0,067
19	Türme	5,80	16,00	1	0,360	0,056
20	„	3,30	13,50	1	0,650	0,065

Gesamtmittel: 0,061 (rund 0,06)
Mittlerer Fehler: $\pm$ 0,003

Mittelwert S_σ für sämtliche Zielentfernungen einer Versuchsreihe angeben.

Die noch bestehenbleibenden Schwankungen um den so berechneten Mittelwert von S_σ beruhen auf zwei Ursachen: Erstens können, ohne daß man es direkt mit dem Auge wahrnimmt, Unregelmäßigkeiten der Dunst- und Nebeldichte vorliegen, sowohl örtliche (Schwadenbildung) wie auch während der Dauer der Messungen auftretende zeitliche; zweitens zeigt mitunter die Beschaffenheit der Ziele individuelle Unterschiede, so daß einzelne Ziele wegen verschiedener Form, Größe oder Färbung ceteris paribus besser oder schlechter erkennbar sind als die normalen Ziele. Im ersteren Falle sind die S_σ-Schwankungen reell und stellen neben dem S_σ-Mittelwert ein für die Sicht charakteristisches Messungsergebnis dar, nämlich den Betrag der örtlichen oder zeitlichen Veränderlichkeit (vgl. die systematische Schwanknng der Nebelkurven in Fig. 1). Im zweiten Falle handelt es sich um eine der Methode anhaftende Unvollkommenheit, die man durch Auswahl möglichst gleichartiger Ziele weit herabsetzen, aber doch nicht immer so ganz ausschalten kann, daß sie nicht gelegentlich zu eben merklichen Fehlern führte. Wie diese Fehler beseitigt werden können, indem man für solche abnormen Ziele der individuellen Zielbeschaffenheit durch eine Korrektion Rechnung trägt, wird im nächsten Abschnitt näher untersucht.

Die Ergebnisse der 20 Versuchsreihen mit konstanter Lufttrübung für jede Reihe sind in den Tabellen I und II zusammengestellt; die Beobachtungen bei klarer Luft mit nur schwachem Dunst gehören zu denen für stärkeren Dunst. Die Fig. 1 und 2 zeigen je zwei einzelne Reihen für Nebel und Dunst.

Die Reihenmittelwerte von σ wurden zu je einem Gesamtmittel für Nebel und für Dunst vereinigt. Das geschah, indem entsprechend der Anzahl der zur σ-Berechnung verwendeten

Digitized by Google

Kombinationen einer Reihe den Mittelwerten der Reihen verschiedenes Gewicht beigelegt wurde zur Bildung des Gesamtmittelwertes aller Reihen. Auch der unter den Tabellen angegebene „mittlere Fehler", der für die Abweichungen der Reihenmittel vom Gesamtmittel gilt, ist mit Berücksichtigung dieser Gewichte berechnet.

Der physikalische Sinn der σ-Korrektur ist die Kompensation des Einflusses, den der zu Anfang dieses Abschnittes erwähnte Unterschied der Trübungsgesetze für Mattglas und getrübte Luft bei der Sichtmessung ausübt. Die theoretische Überlegung[1]) ergab, da für beide Medien die Trübung nicht linear und gleichartig, sondern nach anderen und verschiedenen Gesetzen mit der Schichtdicke zunimmt, daß man die mit dem Sichtmesser gemessene Trübungszahl a um einen bestimmten Betrag verkleinern muß, um mit der auf der Annahme der Linearität beruhenden einfachen S-Formel rechnen zu können. Die S_σ-Formel leistet diese a-Korrektion mit hinreichender Genauigkeit. Schreibt man diese S_σ-Formel:

$$S_\sigma = l\left(\frac{1}{a_m - a} - \sigma\right),$$

so sieht man, daß die σ-Korrektur darin besteht, daß der Betrag von $\frac{1}{a_m - a}$ um den Wert der positiven Konstante σ verkleinert wird; das entspricht einer Vergrößerung von $(a_m - a)$ und, da a_m konstant ist, einer Verkleinerung von a um einen von a selbst abhängigen Betrag.

Zieht man den im nächsten Abschnitt untersuchten Einfluß in Betracht, den die Änderung der Zielgröße auf die Sichtmessung ausübt, so ändert sich der σ-Wert für die Reihen, innerhalb deren ein Ziel von gleicher wirklicher Größe aus verschiedenen Entfernungen anvisiert wird, also verschieden groß erscheint; es sind das sämtliche Nebelreihen (Tab. I, Fig. 1) und für Dunst (Tab. II) die Reihen 9, 10, 12, während für die übrigen Dunstreihen die Zielgrößen annähernd normal sind. Wird als „normal" die Größe von 0,34° zugrunde gelegt, so ergibt die Anbringung der Zielgrößenkorrektion a_β (siehe den folgenden Abschnitt) fast durchweg eine Vergrößerung des σ-Wertes.

So berechnet sich, wenn man bei den Nebelversuchen eine Stangengröße von 3 m frei über dem Horizont einsetzt, für:

Reihe 1	$\sigma = 0{,}062$	statt	0,039,
„ 2	$\sigma = 0{,}063$	„	0,047,
„ 3	$\sigma = 0{,}058$	„	0,038,
„ 4	$\sigma = 0{,}071$	„	0,038.

1) A. Wigand, Physik. Zeitschr. **23**, 277, 1922.

Dadurch erreicht der Mittelwert von σ für Nebel bei normaler Zielgröße den σ-Wert für Dunst von 0,06.

Bei den Versuchsreihen für Dunst mit variabler Zielgröße ergibt die Anbringung der Zielgrößenkorrektion mit Annahme einer Mastengröße von 6 m (Reihe 9 und 10) und einer Turmhöhe von 10 m über dem Horizont (Reihe 12 mit Variierung des Standortes) für:

Reihe 9	$\sigma = 0{,}060$	statt	0,065,
„ 10	$\sigma = 0{,}085$	„	0,075,
„ 12	$\sigma = 0{,}094$	„	0,066.

Hierdurch würde der Mittelwert von σ für Dunst bei normaler Zielgröße auf rund 0,065 erhöht werden. Die Genauigkeit, wie sie durch die Abweichungen der einzelnen Reihenwerte für σ vom Mittel angezeigt wird, ist jedoch infolge der objektiven räumlichen und zeitlichen Trübungsschwankungen der Luft nicht so groß, daß man nicht zur Vereinfachung der Rechnungen mit dem runden Wert $\sigma = 0{,}06$ rechnen dürfte.

Man ist daher berechtigt, bei Sichtmessungen mit gleicher, annähernd normaler Zielgröße von etwa 0,34° für alle Grade der Lufttrübung von Nebel über Dunst bis zu klarer Luft gemeinsam $\sigma = 0{,}06$ zu setzen. Die Sicht S_σ ist also zu berechnen nach der Formel:

$$S_\sigma = l \cdot \left(\frac{1}{14{,}3 - a} - 0{,}06\right).$$

Da der Sichtwert S_σ definitionsgemäß die Dimension einer Länge hat, ist er unmittelbar das Maß der Sichtweite. Man versteht unter „Sichtweite" seit langem in der meteorologischen und nautischen Praxis diejenige Entfernung, in der ein Ziel gerade noch erkennbar ist, gemessen in Kilometern oder Seemeilen. Soll ein Ziel von der Entfernung der Sichtweite mit dem Sichtmesser zum Verschwinden gebracht werden, so wird man nur das Mattfilter vom Trübungsgrad 1 vorzuschalten haben, also $a = 1$ einstellen. In die S_σ-Formel ist daher $a = 1$ und für l die Sichtweite L einzusetzen. Je nachdem man bei den Sichtmessungen als Einheit für die Zielentfernung l Kilometer oder Seemeilen zugrunde legt, bekommt man auch die Sichtweite L in Kilometern oder Seemeilen. Es ist also:

$$S_\sigma = L \cdot \left(\frac{1}{a_m - 1} - \sigma\right) = L \cdot \left(\frac{1}{14{,}3 - 1} - 0{,}06\right) =$$
$$= L \cdot (0{,}075 - 0{,}06) = 0{,}015 \cdot L.$$

Daraus folgt die Sichtweite:

$$L = \frac{S_\sigma}{0{,}015} = 66 \cdot S_\sigma.$$

Digitized by Google

Vorausgesetzt ist für die Brauchbarkeit dieser Formel, daß zur Bestimmung von S_a Ziele mit annähernd normaler Größe (0,34°) benutzt werden; dann kann man bei Nebel, Dunst und klarer Luft aus einer Messung mit dem Sichtmesser an einem näheren, gut sichtbaren Ziele die Sichtweite nach der L-Formel angeben.

Will man sich die Umrechnung von S_a in L ersparen, so kann man dies durch andere Bezifferung der Trübungsskala des Sichtmessers und entsprechende Änderung der Konstanten a_m und σ erreichen, so daß dann der nach der Sichtmesserformel berechnete Sichtwert sofort die Sichtweite darstellt. Bezeichnen wir die so veränderten Werte von S_a, a_m, a und σ mit S_a', a_m', a' und σ', so folgt aus der Formel:

$$L = 66 \cdot S_a = 66 \cdot l \cdot \left(\frac{1}{a_m - a} - \sigma \right) =$$

$$= l \left(\frac{1}{\frac{a_m}{66} - \frac{a}{66}} - 66 \cdot \sigma \right) :$$

$$S_a' = 66 \cdot S_a = L,$$

$$a_m' = \frac{a_m}{66} = \frac{14{,}3}{66} = 0{,}216,$$

$$a' = \frac{a}{66} = 0{,}015 \cdot a,$$

$$\sigma' = 66 \cdot \sigma = 66 \cdot 0{,}06 = 4{,}0.$$

Die Einerstufe der gewöhnlichen Sichtmesserskala hat also nach dieser anderen Bezifferung den Wert 0,015, und die Sichtweite L wird:

$$L = l \cdot \left(\frac{1}{0{,}216 - a'} - 4{,}0 \right).$$

Die vorstehenden Beobachtungsreihen sind durchweg nicht ganz bis zu solchen Zielentfernungen, die an der Grenze der Erkennbarkeit liegen, durchgeführt worden. Für einige Reihen, deren größte Zielentfernung dieser Grenze nahekommt, ergibt die Berechnung nach der L-Formel durchaus plausibele Werte für die Sichtweite bei Nebel, Dunst und klarer Luft.

3. Einfluß der Größe des Ziels.

Als individuelle Zieleigenschaften sind anzusprechen im besonderen die Größe, Form und Farbe des Zieles. Sie verursachen Unterschiede in der Einstellung des Sichtmessers und zwingen somit zu besonderer Berücksichtigung. Wie dies zu geschehen hat, wurde durch einige Versuchsreihen festgestellt, die sich auf den wichtigsten dieser Einflüsse, die Zielgröße, bezogen. Da die Arbeiten auf die Untersuchung der Vertikalsicht mit Hilfe von Pilotballonen hinzielten, waren als Objekte solche Ballone und ihnen ähnliche Gegenstände zu wählen.

a) Papierballone.

Bei Pilotballonaufstiegen werden in Deutschland zurzeit hauptsächlich Papierballone von gleicher Größe, Form und Rotfärbung verwendet. Form und Farbe ändern sich im Verlauf eines Aufstieges nicht; wohl aber nimmt die scheinbare Größe des Pilotballons während eines Aufstieges in weiten Grenzen ab.

In der ersten Abhandlung über die Sichtmessung[1]) wurde als günstigste Größe des Ziels 0,2°—0,5° Höhe und Breite angegeben. Damit ist bereits eine als normal anzusehende Zielgröße festgelegt.

Zur Klärung der Frage, wie die Einstellung des Sichtmessers durch Veränderung der Zielgröße beeinflußt wird, wurden 7 mit rotem Pilotballonpapier bezogene Kreisscheiben in verschiedener Größe hergestellt und in einer Entfernung von 1,3 km vor dem freien Himmel als Hintergrund anvisiert. Dazu diente ein Bambergscher Ballontheodolit von 17facher Fernrohrvergrößerung mit einem Stufensichtmesser vor dem Objektiv. Die Größe der Scheiben war so gewählt, daß jede folgende Scheibe halb so großen Flächeninhalt hatte wie die vorhergehende. Die größte Scheibe Nr. 1 war von der Größe eines Pilotballons mit 1,20 m Durchmesser.

Die Beobachtungen an 2 Tagen mit genau gleicher Sicht und gleicher Zielentfernung ergaben die in Tabelle III mitgeteilten 6 Versuchsreihen für die mit dem Theodolit-Sichtmesser eingestellten Werte des Trübungsgrades a_f. Diese Werte sind in der Tabelle einzeln angegeben und lassen in ihrer Übereinstimmung für jede Scheibe den Genauigkeitsgrad erkennen, mit dem der Sichtmesser auch bei verschiedenen Beobachtern arbeitet.

In der Tabelle steht neben dem Durchmesser der Scheiben ihre in dem 17fach vergrößernden Fernrohr erscheinende Größe sowie die Entfernung, aus der ein Pilotballon von 1,20 m Durchmesser gleich groß wie die betreffende Scheibe erscheinen würde.

Fig. 3 zeigt die graphisch ausgeglichene Kurve der beobachteten Abhängigkeit des a_f-Wertes von der Zielgröße. Die Anzahl der Kreise um die eingetragenen Punkte gibt die Zahl der für sie beobachteten Einzelwerte an.

Die Kurve verläuft für große Ziele nahezu horizontal und nähert sich dem konstanten Grenzwert $a_f = 4{,}95$. Nach unten für kleine Ziele wurde sie durch den Punkt $a_f = 0$ bei der Zielgröße von 60″ extrapoliert, in der Überlegung, daß ein Ziel von der Größe einer Winkelminute normalerweise die physiologische Grenze der Erkennbarkeit für das Auge darstellt, wo-

1) A. Wigand, Physik. Zeitschr. **20**, 152, 1919.

Digitized by Google

Tabelle III.

Nr.	Scheibe: Durchmesser	Scheinbare Größe mit Fernrohr (Winkelsekunden)	Reihennummer / Beobachter / Korrespondierende Ballonentfernung	1 G.	2 W.	3 G.	4 G.	5 G.	6 G.	Mittel
				a_f-Werte des Sichtmessers						
1	1,20 m	3'30"	1,30 km	5,0	4,5	4,5	5,0	5,0		4,8
2	0,85 „	2295"	1,83 „	5,0	4,5	4,5	4,5	4,5		4,6
3	0,60 „	1615"	2,60 „		4,0	4,5	4,5			4,3
4	0,42 „	1156"	3,64 „	3,0	3,25	3,5	3,5	3,5	3,5	3,4
5	0,30 „	816"	5,16 „		2,5	3,0	2,75	2,75	3,0	2,8
6	0,21 „	578"	7,28 „				2,25	2,5	2,5	2,4
7	0,15 „	408"	10,31 „				1,5	1,75	1,5	1,5
2	Kontrollmessungen					4,5				
3									3,5	

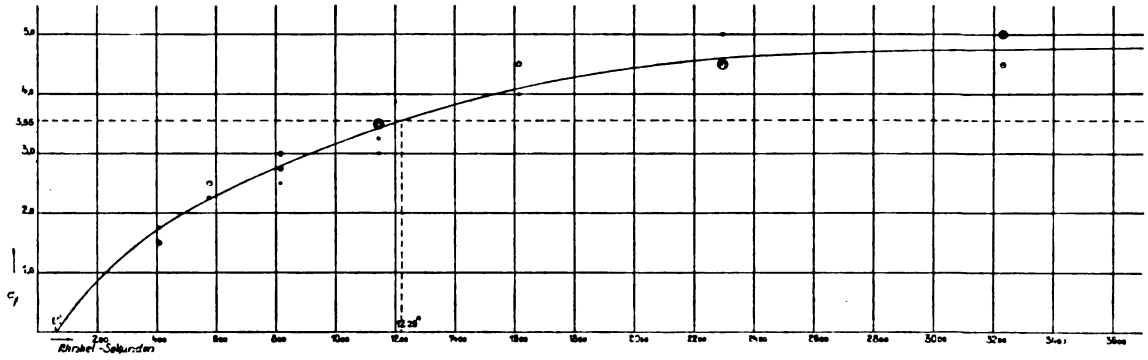


Fig. 3.

durch der zur Einstellung auf Verschwinden des Zieles im Sichtmesser erforderliche Trübungsgrad gleich Null wird.

Die Beobachtungen ergeben also eine Zunahme von a_f mit der Zielgröße als Folge der Tatsache, daß ein Ziel um so deutlicher erkennbar ist, je größer es ist. Es muß daher, um das Ziel im Sichtmesser zum Verschwinden zu bringen, ceteris paribus ein desto höherer Trübungsgrad a_f eingeschaltet werden, je größer das Ziel ist. Läßt man diesen Größeneinfluß des Ziels unberücksichtigt, so nimmt der berechnete Sichtwert mit der Zielgröße zu, statt unabhängig davon konstant zu bleiben.

Da sich für die Sichtmesserbeobachtungen eine mittlere Zielgröße von $0{,}2^0$—$0{,}5^0$ als am günstigsten erwiesen hat, wurde eine solche willkürlich als „normal" eingeführt und auf $0{,}34^0 = 1220''$ festgelegt. Der dieser Zielgröße zugehörige a-Wert des Sichtmessers (im Falle unserer Beobachtungen $a_f = 3{,}55$) wird daher bei allen Trübungsgraden der Luft als ungestört angesehen. Weicht die Zielgröße vom Normalwert $0{,}34^0$ nach oben oder unten ab, so ist eine aus den Beobachtungen der Tabelle III nach der Kurve der Fig. 3 zu gewinnende Korrektion an dem beobachteten a-Wert anzubringen. Zwar wurden die a_f-Werte der Tabelle III nur bei einem bestimmten Trübungsgrad der Atmosphäre gewonnen; es unterliegt jedoch keinem Zweifel, daß die Abweichung dieser a_f-Werte von dem für die normale Zielgröße gefundenen a_f-Wert auch für die Sichtmessereinstellungen bei allen anderen Trübungsgraden der Luft gültig ist. Denn da man stets auf Verschwinden des Ziels im Sichtmesser einstellt, und da die Mattglasskala des Sichtmessers linear ist hinsichtlich der Anzahl der aufeinander gelegten, gleichgetrübten Einheits-Mattgläser, so ist es für den Einfluß der Zielgröße auf die Messung gleichgültig, ob der sich aus Lufttrübung und Filtertrübung additiv zusammensetzende Maximalwert a_m für das Verschwinden des Ziels mehr oder weniger Lufttrübung enthält.

Wir nehmen daher nach der Kurve der Fig. 3 die Werte der Abweichung von dem zur normalen Zielgröße gehörigen a_f-Werte mit Umkehrung des Vorzeichens allgemein als Zielgrößenkorrektion a_β und fügen diese dem beobachteten a-Wert (bzw. a_f Wert bei Fernrohrbenutzung) als additive Konstante hinzu.

Die Tabelle IV enthält für den praktischen Gebrauch des vorkommenden Bereichs die zu-

Digitized by Google

Tabelle IV.

Zielgröße Winkelsekunden	Ballonentfernung l km	Zielgrößenkorrektion a_β	Zielgröße Winkelsekunden	Ballonentfernung l km	Zielgrößenkorrektion a_β	Zielgröße Winkelsekunden	Ballonentfernung l km	Zielgrößenkorrektion a_β
21039	0,2	— 1,40	842	5,0	+ 0,7	351	12,0	+ 2,0
10518	0,4	— 1,35	765	5,5	+ 0,9	337	12,5	+ 2,05
7013	0,6	— 1,30	701	6,0	+ 1,0	324	13,0	+ 2,1
5260	0,8	— 1,25	647	6,5	+ 1,1	301	14,0	+ 2,2
4208	1,0	— 1,20	601	7,0	+ 1,2	281	15,0	+ 2,3
3366	1,25	— 1,15	561	7,5	+ 1,3	263	16,0	+ 2,4
2805	1,5	— 1,10	526	8,0	+ 1,4	248	17,0	+ 2,5
2404	1,75	— 1,05	495	8,5	+ 1,5	234	18,0	+ 2,55
2104	2,0	— 0,9	468	9,0	+ 1,6	221	19,0	+ 2,60
1683	2,5	— 0,6	443	9,5	+ 1,7	210	20,0	+ 2,65
1403	3,0	— 0,3	421	10,0	+ 1,8	200	21,0	+ 2,70
1202	3,5	± 0,0	401	10,5	+ 1,85	191	22,0	+ 2,75
1052	4,0	+ 0,3	383	11,0	+ 1,9	183	23,0	+ 2,80
935	4,5	+ 0,5	366	11,5	+ 1,95			

sammengehörigen Werte der Zielgrößenkorrektion a_β und der Zielgröße sowie Ballonentfernung von Papierpilotballonen mit 1,20 m Durchmesser bei Verwendung eines 17fach vergrößernden Fernrohres.

Ist der hier eingeschlagene Weg zur Ausschaltung des Einflusses der Zielgröße richtig, so muß sich für Beobachtungen des gleichen Ziels bei gleicher Sicht mit und ohne Fernrohr nach Anbringung der a_β-Korrektur der gleiche Wert für a ergeben. Die Erfüllung dieser Forderung sowie die Berechtigung zur allgemeinen Verwendung der bei einer bestimmten Lufttrübung gefundenen a_β-Werte auch bei anderen Werten der Lufttrübung wurde durch 3 weitere Versuchsreihen mit 19 Einzelbeobachtungen nachgeprüft. Dazu verwendeten wir die größte der Scheiben (Nr. 1) an 2 Tagen teils mit derselben Sicht wie bei den vorigen Versuchen, teils mit einer um 1,2 Filtereinheiten größeren Sicht. Es ergab sich, daß die mit und ohne Fernrohr im Sichtmesser eingestellten und entsprechend der Zielgröße korrigierten a-Werte im Mittel um nur 0,25 voneinander abwichen, eine durchaus befriedigende Übereinstimmung. Hierbei wurde für die Beobachtung mit dem Fernrohr der (im nächsten Abschnitt bestimmte) Wert der Fernrohrtrübung $a_{opt} = 5{,}85$ benutzt und dem mit Fernrohr plus Sichtmesser eingestellten Werte von a_f hinzugefügt.

Als Beispiel eine Einzelbeobachtung (Tab. V):

Tabelle V.

	mit Fernrohr $a_{opt} = 5{,}85$	ohne Fernrohr
Zielgröße	3230″	190″
a_β	— 1,15	+ 2,75
a beobachtet	$a_f = 6{,}0$	$a' = 8{,}0$
a korrigiert	$a_f + a_{opt} + a_\beta = 10.70$	$a' + a_\beta = 10{,}75$

b) Gummiballone.

Bei der Benutzung von Gummiballonen zur Vertikalsichtmessung äußert sich der Einfluß der veränderlichen Zielbeschaffenheit in anderer und komplizierterer Weise als bei Papierballonen. Gummiballon und Papierballon unterscheiden sich rein stofflich so, daß die Hülle des letzteren den Charakter der vollen Undurchsichtigkeit trägt, jener aber schon im Stadium der Füllung durchscheinend wird und mit wachsender Größe beim Steigen mehr und mehr an Durchsichtigkeit zunimmt; darin liegen schon zwei grundverschiedene Bedingungen für die Leuchtkraft der Ballone. Ein Papierballon gibt durch die diffuse Reflexion ein intensives volles Rot, gleichmäßig über seine ganze matte Oberfläche, während die glänzende Oberfläche des Gummiballons bei Sonnenschein einen grellen Reflex des Sonnenlichtes in das Beobachtungsinstrument spiegeln kann und nur an den Randteilen diffuses Rot trägt. Eine weitere Tatsache ist die, daß der Gummiballon anfänglich eine braunrote Färbung hat und diese zugunsten des Rot ändert, je weitere Ausdehnung er annimmt. Dieser Wechsel der Farbe kann zudem, je nach dem Steigwert, den man dem Ballon gibt, in verschiedenen Höhen eintreten. Besonders bei Beleuchtung durch die Sonne treten solche Ungleichmäßigkeiten markant hervor. Auch Wegener und Kuhlbrodt[1]) berichten über diese Tatsachen; sie sprechen von zwei Stadien, dem braunroten in niederen Höhen und dem leuchtend hellen in den Höhen über 3000 m. Beim Übergang von einem Stadium in das andere geht der Ballon sogar leicht verloren. Solche Erscheinungen machen natürlich die Sichtbeobachtung kompliziert. Bei abgedeckter Sonne liegen die Dinge einfacher. Dann aber ist ja

1) A. Wegener und E. Kuhlbrodt, Archiv der Deutschen Seewarte **40**, Nr. 4, 1922.

Digitized by Google

die Verfolgungsweite des Ballons beschränkt durch die Wolkendecke. Dem Gummiballon sollte aber gerade die Aufgabe zufallen, größere Höhen der Sichtmessung aufzuschließen.

Was die Form des Gummiballons betrifft, so kann ihre Konstanz bei gutem Gummi schon gewährleistet werden. Immerhin muß man die Ballone darauf bei der Füllung besonders prüfen, damit sie nicht wegen Ungleichmäßigkeit des Gummis in größerer Höhe bei stärkerer Ausdehnung deformiert werden, wodurch auch ein die Sichtmessung beeinflussendes, ständiges Schwanken und frühzeitiges Platzen verursacht werden kann.

Da beim Papierballon das Füllgas bei innerem Überdruck durch die Hülle entweichen kann, wird seine Größe während des ganzen Aufstiegs erhalten. Beim fest abgeschlossenen Gummiballon ist eine Diffusion des Gases nach außen nicht möglich. Daher nimmt dieser Ballon an Größe zu bei Abnahme der äußeren Luftdichte. Dehnt er sich gleichmäßig nach allen Richtungen aus, so behält er seine Kugelgestalt. Für die Sichtmessung hätte man dieser Größenänderung neben der durch die Zunahme der Entfernung bedingten Abnahme der scheinbaren Größe Rechnung zu tragen. Da sich das Volumen des Ballons umgekehrt proportional dem in seiner Höhe herrschenden Luftdruck b ändert, hat man für den Durchmesser des Ballons Proportionalität mit $b^{-1/3}$, woraus sich mit seiner Entfernung die scheinbare Größe ergibt.

In der Geeignetheit für die Sichtmessung steht also der Gummiballon hinter dem Papierballon zurück. Die angeführten komplizierenden Einflüsse wären bei Verwendung von Gummipiloten zu berücksichtigen, was bisher noch nicht geschehen ist, da wir nur wenige Höhensichtmessungen mit Gummipiloten ausgeführt haben und die Ergebnisse mit Papierpiloten befriedigend waren.

4. Einfluß der Verwendung eines Fernglases mit dem Sichtmesser.

Um kleine Ziele besser erkennen zu können, verwendet man zweckmäßig ein Fernglas zusammen mit dem Sichtmesser. Behält man diesen am Auge und schaltet das Fernglas zwischen Sichtmesser und Ziel, so wird wegen der dadurch verringerten Beleuchtung der Mattgläser deren vorwiegend auf der Lichtzerstreuung beruhende Trübung[1]) verkleinert, und man erhält einen erheblich höheren a-Wert als ohne Fernrohr, so daß die vorhandene a-Skala nach oben nicht ausreicht. Schaltet man andererseits den Sichtmesser zwischen Fernglas und Ziel, so wird zwar auch hierbei der a-Wert verändert, nämlich verkleinert; doch ist diese Veränderung nicht so beträchtlich, daß man mit der üblichen a-Skala des Sichtmessers nicht auskäme. Dies Verfahren verdient also den Vorzug, zumal es auch für die konstruktive Ausführung der Kombination Fernglas—Sichtmesser und ihre Handhabung bequemer ist.

Bei solcher Verwendung eines Fernrohres am Auge zusammen mit dem Sichtmesser wirkt also die Fernrohroptik wie ein Mattglas von bestimmtem Trübungsgrad, den wir, nach der a-Skala des Sichtmessers gemessen, mit a_{opt} bezeichnen. Der Grund für diesen Effekt ist zunächst die Lichtzerstreuung in den Linsen und Prismen des optischen Systems und an ihrer Oberfläche. Ferner wirken auch die Lichtverluste durch Reflexion und Absorption in der Fernrohroptik sowie eine Herabsetzung der Flächenhelligkeit des Ziels durch Pupillenverlust bei der Vergrößerung in dem Sinne, daß das Ziel weniger gut erkennbar ist, als es, unter gleichem Sehwinkel betrachtet, ohne Fernrohr wäre. Allen diesen Einflüssen zusammen wird durch den korrespondierenden Mattglastrübungswert a_{opt} Rechnung getragen. Dieser Wert ist für ein bestimmtes Fernrohr eine Konstante und nimmt bei verschiedenen Ferngläsern im allgemeinen mit der Vergrößerungszahl zu (Tab. VIII).

Der Einfluß der Fernglasoptik ist bei früheren Beobachtungen[1]) nicht beachtet worden, weil er infolge der Verwendung eines sehr lichtstarken Zeißschen 6fach-Prismenglases nicht erheblich war und durch den entgegengesetzten Einfluß der Zielvergrößerung bis nahe zur Grenze der Beobachtungsfehler kompensiert wurde.

Der Unterschied der a-Einstellung des Sichtmessers ohne und mit Fernrohr werde mit a_φ bezeichnet. Dann ist a_φ gleich der Trübung der Fernrohroptik a_{opt} plus der nach Tab. IV des vorigen Abschnittes zu bestimmenden Zielgrößenkorrektion a_β für das im Fernrohr vergrößerte Ziel, wenn dieses ohne Fernrohr Normalgröße besitzt. a_β hat stets einen negativen Zahlenwert und läßt sich ohne weiteres mit der Fernrohrvergrößerung ermitteln. Die Trübung der Fernrohroptik, gemessen nach der a-Skala des Sichtmessers, ergibt sich also aus solchen a_φ-Bestimmungen zu:

$$a_{opt} = a_\varphi - a_\beta .$$

Während sich a_φ mit der Zielgröße ändern kann, hat a_{opt} einen für ein bestimmtes Fernrohr konstanten Wert.

Die Frage, wie der Fernrohreinfluß bei der Sichtmessung sich geltend macht und in Rech-

1) A. Wigand, Physik. Zeitschr. **22**, 484. 1921; **23**, 277, 1922.

1) A. Wigand, Physik. Zeitschr. **20**, 151. 1919.

Digitized by Google

nung zu setzen ist, gab zu eingehenden Beobachtungen Anlaß. Als Ziele wurden wieder Objekte im Gelände mit wechselnden Entfernungen benutzt. Sie waren leicht in Normalgröße für die Untersuchungen aufzufinden und standen bei wechselnden Wetterlagen und verschiedenartigsten Sichtverhältnissen zur Verfügung.

Gleichzeitig mit den Sichtmesser-Fernrohrbeobachtungen wurde auch mit einem Sichtmesser ohne Fernrohr die Sicht gemessen und danach der Sichtwert S_a berechnet. Es waren zugleich mit dem 17fach vergrößernden Theodolitfernrohr zwei Prismengläser mit 8- und 6facher Vergrößerung, jedes mit einem Sichtmesser vor dem Objektiv, in Gebrauch.

Die Beobachtungen bei verschiedener Sicht wurden für jedes Ziel tabellarisch zusammengestellt und nach steigendem S_a geordnet. Das ergab dann für sieben Ziele mit Zielentfernungen von 1,3 km bis 12,3 km 7 Reihen mit zusammen 119 Einzelbeobachtungen, deren jede aus den 4 a-Einstellungen für die drei Ferngläser und den Sichtmesser ohne Fernglas bestand. Tabelle VI zeigt ein Beispiel einer solchen Reihe.

Tabelle VI.

Instituts-Turm – Giebichenstein-Burg
($l = 2{,}05$ km).

S_a	a ohne Fernglas	a_f mit Fernglas			$a_\varphi = a - a_f$ für Fernglas			Gewicht
		6fach	8fach	17fach	6fach	8fach	17fach	
0,12	6,0	3,0	2,5	2,5	3,0	3,5	3,5	3
0,20	8,0	6,0	4,0	2,5	2,0	4,0	5,5	2
0,20	8,0	5,0	4,0	4,0	3,0	4,0	4,0	2
0,20	8,0	6,0	4,0	3,0	2,0	4,0	5,0	2
0,20	8,0	6,5	4,5	4,0	1,5	3,5	4,0	2
0,20	8,0	5,5	4,5	3,0	2,5	3,5	5,0	2
0,26	9,0	6,0	5,0	3,0	3,0	4,0	6,0	2
0,26	9,0	7,0	6,0	5,0	2,0	3,0	4,0	2
0,35	10,0	8,0	7,0	6,0	2,0	3,0	4,0	1
0,35	10,0	7,5	6,0	6,0	2,5	4,0	4,0	1
0,50	11,0	7,5	5,5	5,5	3,5	5,5	5,5	1
0,50	11,0	8,5	7,0	6,5	2,5	4,0	4,5	1
0,50	11,0	8,0	6,0	6,5	3,0	5,0	4,5	1
0,50	11,0	8,0	6,0	6,0	3,0	5,0	5,0	1
		Reihenmittel $a_\varphi =$			2,50	3,87	4,56	

Wie früher bei der σ-Bestimmung wurden auch hier Beobachtungen mit a-Werten von der Größe 12 und darüber als zu ungenau ausgeschaltet. Die Mittelwertbildung für a_φ ist mit Berücksichtigung von Gewichten ausgeführt, um der Verschiedenwertigkeit der einzelnen Beobachtungen Rechnung zu tragen, die dadurch hervorgerufen wird, daß den Sichtmessungen mit niederen a-Werten größere Genauigkeit zukommt als solchen mit höheren. Entsprechend den beobachteten a_f-Werten wurden die zugehörigen a_φ-Werte in 3 Gruppen eingeteilt mit den Gewichten 3, 2 oder 1. Die Durchprüfung jeder dieser nach steigenden S_a geordneten Reihen ergab für die Differenz a_φ der ohne und mit Fernrohr eingestellten a-Werte weder einen Gang noch irgendwelche anderen Gesetzmäßigkeiten für eine etwaige Abhängigkeit dieser Differenz von der Sicht S_a. Wenn dann weiter die für jede Reihe gemittelten a_φ-Werte nach steigenden Zielentfernungen geordnet wurden (Tab. VII), so konnte auch hier kein Gang festgestellt werden. Vielmehr gruppieren sich die

Tabelle VII.

Zielentfernung km	a_φ mit Fernglas 6fach	8fach	17fach	Gewicht
1,3	2,57	3,73	4,85	37
1,7	2,76	3,99	4,54	39
1,7	2,45	3,55	3,99	38
2,05	2,50	3,87	4,56	23
2,1	2,40	3,42	4,30	51
2,35	2,69	3,92	4,62	13
12,3	2,85	3,82	4,38	20
Gesamtmittel:	2,56	3,71	4,43	
Mittl. Fehler:	± 0,06	± 0,07	± 0,11	

Reihenmittel für a_φ regellos um die Gesamtmittelwerte, die wieder mit Berücksichtigung von Gewichten nach der Anzahl der Einzelwerte in den Reihen und deren durch die a-Größe gegebenen Gewicht berechnet wurden.

Aus den Gesamtmittelwerten für a_φ der Tabelle VII ergeben sich dann mit den aus Tabelle IV zu entnehmenden Werten von a_β für die Winkelgrößen, in denen normalgroße Ziele in den 3 Ferngläsern erscheinen, die Werte der Tabelle VIII für die Trübung der Fernglasoptik a_{opt}.

Tabelle VIII.

	Fernglas 6fach	8fach	17fach
a_φ	2,55	3,7	4,45
Winkelgröße des normalgroßen Ziels im Fernrohr	7320″	9760″	20740″
a_β	− 1,3	− 1,35	− 1,4
$a_{opt} = a_\varphi - a_\beta$	3,85	5,05	5,85

Die Werte für a_{opt} und auch für a_φ wachsen mit der Vergrößerung des Fernrohres.

Das Ergebnis der Untersuchung über den Einfluß der Fernglasoptik auf die Sichtmessung ist eine additive Korrektion: Der für die Kombination Fernglas plus Sichtmesser abgelesene a_f-Wert wird korrigiert durch Addieren der Fernrohrtrübungskonstante a_{opt}. Dazu tritt dann noch additiv die Zielgrößenkorrektion a_β, gemäß

Digitized by Google

der Winkelgröße des Ziels im Fernrohr. Es ist also:

$$a_f + a_{opt} + a_\beta = a$$

der korrigierte a-Wert, den man bei gleicher Sicht und gleicher Zielentfernung mit dem Sichtmesser ohne Fernrohr an einem Ziel normaler Größe messen würde, wie es durchweg bei den Beobachtungen der Tab. VI—VIII geschehen ist. Ein Beispiel für die Prüfung der letzten Formel an Beobachtungen mit Zielen, die ohne Fernrohr kleiner als normal sind, zeigt Tab. V.

Was den Meßbereich einer Fernrohr-Sichtmesser-Kombination betrifft, so beschränkt die Größe a_φ diesen nach niederen a-Werten, d. h. wenn die Zielentfernung der Sichtweite nahekommt. Dem Werte $a = 0$ für den Sichtmesser ohne Fernrohr entspricht überhaupt kein a_f-Wert der Kombination. Erst wenn die Lufttrübung unterhalb eines gewissen Wertes liegt, nämlich wenn der Wert $a = a_{opt} + a_\beta$ überschritten wird, kann $a_f > 0$ und dadurch meßbar werden. Liegt a unterhalb dieser Grenze, so ist das Objekt nur ohne Fernrohr beobachtbar, dagegen mit dem Sichtmesser plus Fernrohr überhaupt nicht zu erkennen.

Der größtmögliche a_f Wert ergibt sich aus

$$a_m = a_f + a_{opt} + a_\beta$$

für das 17fach vergrößernde Theodolitfernrohr, wenn das Ziel ohne Fernrohr Normalgröße hat, zu:

$$a_f = 14{,}3 - 4{,}45 = 9{,}85.$$

In der Praxis der Vertikalsichtbeobachtung durch Verfolgung von Pilotballonen mit Theodolitfernrohr und Sichtmesser sind also an der S_σ-Formel Korrektionen für Fernrohroptik und Zielgröße anzubringen, so daß die vollständige Formel zur Berechnung der Vertikalsicht folgendermaßen lautet:

$$S_v = l \cdot \left(\frac{1}{a_m - (a_f + a_{opt} + a_\beta)} - \sigma \right).$$

5. Einfluß der Sehschärfe des Beobachters.

Daß Unterschiede der Sehschärfe des Auges bei verschiedenen Beobachtern die Sichtmessung beeinflussen müssen, liegt auf der Hand, da bei geringerer Sehschärfe naturgemäß die Erkennbarkeit der Gegenstände schlechter ist. Es wurde deshalb zur Ausschaltung dieses Einflusses in der Gebrauchsanweisung für den Sichtmesser vorgeschrieben, daß Fehlsichtigkeit des Auges durch Brille oder Fernglasokular auf normale Sehschärfe zu korrigieren sei.

Über die Größe dieses Einflusses lagen bisher nur Vermutungen vor. Wir haben nun durch Versuche festgestellt, wie sich die Einstellung des Sichtmessers ändert, wenn man die normale Sehschärfe des Auges durch Erzeugung von Fehlsichtigkeit mit vorgesetzten Linsen verringert. Dazu wurden bei diesigem Wetter Ziele im Gelände mit dem Sichtmesser anvisiert. Die Bestimmung der Sehschärfe mit vorgesetzten Linsen geschah nach dem üblichen Verfahren durch einen Augenarzt.

Tabelle IX enthält das Ergebnis dieser Versuche nach zahlreichen, gut miteinander übereinstimmenden Einzelmessungen.

Tabelle IX.

Fehlsichtigkeit, erzeugt durch Linse von	Sehschärfe	a-Differenz des Sichtmessers ohne und mit Linse
— 0,5 Dioptr.	5/5	$< 0{,}5$
0 „	5/4	0
+ 0,3 „	5/5	$< 0{,}5$
+ 0,5 „	5/5	$< 0{,}5$
+ 1,1 „	5/10 — 5/8	1,0

Bei Abweichungen bis zu $\pm 0{,}5$ Dioptrien von der Normalsichtigkeit des Auges bleibt die Änderung der Sichtmessereinstellung unter der Grenze des Einstellungsfehlers, der für eine Einzelmessung auf $^1/_4\,a$-Stufe zu schätzen ist; dem entspricht eine Abnahme der Sehschärfe von 20 Proz. Übersteigt die Fehlsichtigkeit den Betrag von einer Dioptrie, entsprechend einer Herabsetzung der Sehschärfe auf die Hälfte des normalen Wertes, so wird ein um eine Einheit kleinerer a-Wert mit dem Sichtmesser eingestellt und die Sicht entsprechend zu klein gemessen.

Es ist also für übereinstimmende Sichtmessungen verschiedener Beobachter zu verlangen, daß die Verschiedenheit ihrer Sehschärfe nicht mehr als $^1/_2$ Dioptrie entspricht. Unternormale Sehschärfe bewirkt bei der Sichtmessung einen zu kleinen a-Wert, dessen Erniedrigung für eine durch eine Fehlsichtigkeit von 1 Dptr. auf $^1/_2$ herabgesetzte Sehschärfe eine a-Einheit beträgt. Übernormale Sehschärfe kommt nur selten mit Beträgen von mehr als 20 Proz. Steigerung über den Normalwert hinaus vor. Erst oberhalb dieses Betrages kann sich eine übernormale Sehschärfe bei der Sichtmessung merklich äußern, und zwar durch Vergrößerung des a-Wertes und damit scheinbarer Sichtvergrößerung. Solche Überschreitungen der normalen Sehschärfe wird man zweckmäßig durch eine für ein bestimmtes Auge leicht zu bestimmende Zahl korrigieren, die man bei allen Sichtmessungen von dem eingestellten a-Wert abzieht. Auch für unternormale Sehschärfe ist dies Verfahren gangbar, indem man eine entsprechende Korrektionszahl zu a addiert; zweckmäßiger ist es aber hier, bei der Sichtmessung die unternormale Seh-

Digitized by Google

schärfe durch Brille oder Fernglasokular auf normale Sehschärfe zu korrigieren.

6. Zusammenfassung.

Zur Erhöhung der Genauigkeit der Sichtbestimmung mit dem Mattglas-Sichtmesser werden einige Einflüsse untersucht und die zu deren Ausschaltung geeigneten Korrektionen ermittelt.

a) Nach Versuchen bei Nebel, Dunst und klarer Luft mit weitgehender Variierung der Entfernung des Ziels wird die Formel zur Berechnung der Sicht so gestaltet, daß sich der mit verschieden entfernten Zielen gewonnene Sichtwert unabhängig von der Zielentfernung ergibt. Dieser Sichtwert ist unmittelbar das Maß der Sichtweite.

b) Da Verschiedenheiten der Größe der Ziele auf ihre Erkennbarkeit von Einfluß sind, wird für die Abweichungen der Zielgröße von einem als normal festgesetzten Betrage durch Versuche eine Korrektion bestimmt, deren Anbringung die Sichtmessung unabhängig von der Zielgröße macht.

c) Bei der Verwendung eines Fernglases zusammen mit dem Sichtmesser kommt zu der Sichtmessertrübung die Trübung der Fernglasoptik hinzu, deren Betrag für mehrere Ferngläser mit verschiedener Vergrößerung durch Versuche bestimmt wird, so daß sich mit ihrer Berücksichtigung und bei Anbringung der Zielgrößenkorrektion derselbe Sichtwert mit und ohne Fernglas ergibt.

d) Es wird durch Versuche festgestellt, wie sich Unterschiede der Sehschärfe des Auges verschiedener Beobachter bei der Sichtmessung äußern, und angegeben, wie dieser Einfluß, der sich erst bei größeren Abweichungen von der normalen Sehschärfe bemerkbar macht, auszuschalten ist.

Halle a. S., im April 1924.

(Eingegangen 7. April 1924.)

Die Zerreißfestigkeit des Steinsalzes.

Von Hans Müller.

F. Zwicky[1]) hat die Reißfestigkeit des Steinsalzes entlang einer Hauptachse aus dem Bornschen Gitterpotential zu 20000 kg/cm² berechnet, während ihr Wert von Voigt und Sella[2]) zu 60 kg/cm² bestimmt wurde. Die Vermutung von Zwicky, daß der theoretische Wert nur im absoluten Nullpunkt erreicht wird, bei höherer Temperatur dagegen ein rasches Sinken der Reißfestigkeit auftritt, ist daher unwahrscheinlich, weil nach der Theorie im absoluten Nullpunkt die Verlängerung des Zugstabes vor dem Bruch 14 Proz. seiner ursprünglichen Länge sein müßte, während bei gewöhnlicher Temperatur diese Verlängerung nur 0015 Proz. beträgt. Außerdem ergaben einige Messungen in flüssigem Sauerstoff nur eine Erhöhung der Reißfestigkeit um höchstens 90 Proz.

Die vorliegende Mitteilung möchte auf einige Tatsachen hinweisen, die vielleicht eine andere Erklärung der Diskrepanz zwischen Theorie und Experiment ermöglichen.

Mit einer Versuchsanordnung, analog wie sie von Voigt und Sella beschrieben ist, wurden Steinsalzstäbchen mit Schellack in Messingfassungen gekittet und auf genau zentralen Zug beansprucht. Die Belastung wurde stetig (durch zufließendes Wasser) bis zum Bruch erhöht. Die Kristallstäbchen waren aus klaren Kristallen gespalten und 3—4 cm lang. Die Begrenzungsflächen der Stäbchen waren somit natürliche, unpolierte 001 Spaltflächen. Die Zerreißproben liefern einen relativ gut reproduzierbaren Wert der Reißfestigkeit. Schließt man die wenigen Resultate aus, die infolge Materialfehler einen bedeutend zu kleinen Wert ergaben, so weichen die einzelnen Resultate um weniger als 5 Proz. voneinander ab. Als Reißfestigkeit wurde immer der maximale Wert einer Versuchsreihe genommen, weil alle Versuchsfehler die Reißfestigkeit kleiner erscheinen lassen.

Die Messungen bestätigen den von Voigt und Sella angegebenen Wert, zeigen aber eine ausgesprochene und merkwürdige Abhängigkeit der Reißfestigkeit von der Größe des Stabquerschnittes, wie die folgende Tabelle zeigt:

Querschnitt mm×mm	Bruchlast P kg	Reißfestigkeit R kg/cm²
6,0×6,0	14,4	40
4,0×4,0	6,60	42
3,0×3,0	4,20	47
2,5×2,5	3,45	56
2,0×2,0	2,90	72
1,5×1,5	2,01	89

Die Messungen von Voigt und Sella, die mit Stäbchen vom Querschnitt 2,2×2,2 mm² arbeiteten und $R = 57$ kg/cm² fanden, und von Antonoff[1]), der bei Stäben von 16 mm² Querschnitt $R = 42$ kg/cm² konstatierte, passen sehr gut in diese Tabelle.

Es wurde versucht, die Tabelle noch für kleinere Querschnitte fortzusetzen. Da es infolge der Plastizität dünner Steinsalzstäbchen

1) F. Zwicky, Physik. Zeitschr. **24**, 131, 1923.
2) Voigt u. Sella, Ann. d. Phys. **48**, 53, 1807.

1) Antonoff, Zeitschr. f. phys. Chem. **102**, 377, 1923.

Digitized by Google

nicht gelingt, sie beliebig dünn zu spalten, wurde so verfahren: Man brachte die eingekitteten Stäbchen im Zerreißapparat in Wasser, bis sie sich bis auf einen dünnen Faden gelöst hatten, trocknete dann das Stäbchen und machte den Zerreißversuch. Da beim Auflösen die Querschnittsform nicht mehr regulär bleibt, so konnte der Wert nur bis 10 Proz. genau ermittelt werden. Die folgende Tabelle gibt die Mindestwerte der Reißfestigkeit dieser dünnen Stäbchen:

Querschnitt mm	P in kg	R in kg cm^2
1,0×1,0	2,0	200
0,7×0,7	1,7	350
0,5×0,5	1,5	600

Im ganzen Bereich der Tabelle ist die Reißfestigkeit auf den 15 fachen Wert gestiegen. Dieses starke Anwachsen mit abnehmendem Querschnitt führt uns auf die Frage der Existenz einer Oberflächenfestigkeit, die schon von Voigt und Sella aus der Abhängigkeit der Reißfestigkeit von der Orientierung des Querschnittes bezüglich der Kristallachsen postuliert wurde. Tatsächlich lassen sich die vorliegenden Resultate ziemlich gut in eine Formel bringen:

$P = \sigma_l q + \sigma_u u$ (q = Querschnitt, u = Umfang).

Zugunsten einer Oberflächenfestigkeit spricht auch die Tatsache, daß Polieren, Schleifen und Ätzen der Oberfläche die Reißfestigkeit bis um 40 Proz. erhöhen kann.

Andrerseits ist es unwahrscheinlich, daß die Oberflächenschicht, die ja nach dem Gittermodell höchstens die Dicke von 10^{-7} cm hat, schon bei Stäbchen von 1 mm^2 Querschnitt einen so erheblichen Einfluß ausübt, wie das von den Experimenten nahegelegt wird.

Nach den Versuchen von Griffith[1]), der an Glas und Quarz ganz ähnliche Resultate gefunden hat, scheint es vielmehr, daß es eine allgemeine Eigenschaft der festen Materie ist, in dünnen Fäden eine viel größere Festigkeit als gewöhnlich zu zeigen. Der innere Grund, den Griffith darin sucht, daß dickere Stäbchen eher Unregelmäßigkeiten im inneren Aufbau zeigen als dünne, ist bei Steinsalzstäbchen, die aus dem gleichen Kristall gespalten sind, nicht gut haltbar.

Man kann höchstens Smekal[2]) beistimmen, wenn er sagt, daß man zwischen einer „molekularen", und einer „technischen" Festigkeit unterscheiden muß. Dabei versteht man unter der molekularen Festigkeit diejenige, die der Körper zeigen würde, wenn er ideal aufgebaut wäre, und die er unter Umständen, z. B. als dünner Faden auch erreichen kann. Wenn die Extrapolation unserer experimentell ermittelten Zahlen erlaubt ist, so müßten schon Steinsalzstäbchen von 0,1 mm Dicke den von Zwicky berechneten Wert der molekularen Reißfestigkeit zeigen.

Warum aber die technische Festigkeit, d. h. die Festigkeit, die man gewöhnlich konstatiert, einige hundertmal kleiner ist als der theoretische Wert, bleibt vorläufig unerklärt.

1) Griffith, Phil. Transactions 1921, S. 163.
2) Smekal, Naturwissenschaften 1922, S. 799.

Zürich, Physik. Inst. d. Eidg. Techn. Hochschule, 1. März 1924.

(Eingegangen 10. März 1924.)

BESPRECHUNGEN.

S. Valentiner, Vektoranalysis. (Sammlung Göschen.) kl. 8°. 132 S. mit 13 Figuren. 3. umgearbeitete Auflage. Berlin u. Leipzig, W. de Gruyter & Co., 1923.

Das Bändchen behandelt die Grundlehren der Vektoralgebra und Vektoranalysis in Anlehnung an einfache geometrische und physikalische Beispiele. Weitergehende physikalische Anwendungen auf Potentialtheorie, Hydrodynamik und Elektrizitätslehre (darin ein Abschnitt über Weltvektoren) folgen im II. Teil. Der letzte Teil ist der Dyadenrechnung und ihren Anwendungen (z. B. auf kontinuierlich verteilte Massen) gewidmet.

Die dritte Auflage ist im Vergleich zur vorhergehenden etwas kürzer ausgefallen, indem die Darstellung an einigen Stellen etwas knapper gefaßt ist und einige weniger wichtige Beispiele weggefallen sind. Leider ist die Zusammenstellung der wichtigsten Formeln, die die zweite Auflage am Ende gab, weggeblieben. F. Hund.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Ernannt: Der ord. Professor für Starkstromtechnik an der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr. Anton Schwaiger in gleicher Eigenschaft an der Technischen Hochschule München, der a. o. Professor an der deutschen Universität Prag Dr. Heinrich Rausch v. Traubenberg zum ord. Professor der Experimentalphysik ebenda.

Berufen: Der Privatdozent an der Universität Berlin und wissenschaftliches Mitglied des Kaiser-Wilhelm-Instituts für Chemie in Berlin-Dahlem Professor Dr. Otto Hahn zum ord. Professor der physikalischen Chemie an der Technischen Hochschule Hannover.

Gestorben: Der Professor der Chemie an der Temple Universität Philadelphia Dr. Merritt R. Grose, der Dozent für Mathematik an der Chinesisch-Deutschen Technischen Hochschule in Voosung Professor Paown Ku, der ord. Professor der Mathematik an der Universität Halle Geh. Regierungsrat Dr. August Gutzmer, der Begründer und Verleger der Physikalischen Zeitschrift Dr. med. und Dr. Ing. Georg Hirzel.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. F. Harms in Würzburg. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Digitized by Google

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

No. 10. 15. Mai 1924. Redaktionsschluß für No. 12 am 5. Juni 1924. 25. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

K. Lichtenecker, Der elektrische Leitungswiderstand künstlicher und natürlicher Aggregate. (Schluß.) S. 225.

O. Groll, Über die Depolarisation des Lichtes durch Suspensionen kristalliner und nichtkristalliner Teilchen. S. 233.

W. König, Ergänzende Bemerkungen zu der vorstehenden Arbeit des Herrn Groll. S. 238.

J. Plotnikow, Eine Bemerkung zu der Arbeit der Herren Thiel und Ritter über die Schmelzbarkeit des Kohlenstoffs usw. S. 239.

Zusammenfassende Berichte:

G. Mierdel, Elektrodenlose Entladungen. S. 240.

Besprechungen:

R. Ladenburg, Die Grundlagen der Quantentheorie und ihre experimentelle Prüfung. S. 256.

G. Tammann, Lehrbuch der Metallographie, Chemie und Physik der Metalle und ihrer Legierungen. S. 256.

F. Dessauer, Zur Therapie des Karzinoms mit Röntgenstrahlen. S. 256.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Der elektrische Leitungswiderstand künstlicher und natürlicher Aggregate.

Von Karl Lichtenecker.

(Schluß.)

IV. Kapitel.

Aufstellung einer allgemeinen Funktion für den Widerstand und für die Leitfähigkeit eines zweidimensionalen Leiters bei beliebigem Raumanteil der Bestandteile.

Die im Vorausgegangenen entwickelten Ergebnisse der strengen, nicht approximierenden Rechnung haben uns sehr enge Grenzen kennen gelehrt, innerhalb deren Widerstand und Leitfähigkeit eines Leiteraggregates liegen müssen und zwar für verschiedene, untereinander recht weit abweichende Formen und Lagerungen der konstituierenden Teilchen. Darauf gestützt kann man schließlich versuchen, für die Leitfähigkeit und für den Leitwiderstand eines solchen zusammengesetzten Leiters einen gemeinsamen Ausdruck aus Überlegungen allgemeiner Natur zu entwickeln und seine Berechtigung innerhalb jener feststehenden engen Grenzen erproben.

Der spezifische Widerstand des Aggregates muß zunächst offenbar eine Funktion der spezifischen Widerstände w_1 und w_2 und des Raumanteils ϑ bzw. $1-\vartheta$ seiner beiden Bestandteile sein, also

$$w = f(w_1, w_2, \vartheta) \qquad (1)$$

Wir verlangen nun weiter, daß durch den gleichen Ausdruck auch die Leitfähigkeit λ aus den beiden Leitfähigkeiten der Bestandteile λ_1 und λ_2 sich herleite, also

$$\left.\begin{aligned} \lambda &= f(\lambda_1, \lambda_2, \vartheta) \\ \text{oder} \\ \frac{1}{w} &= f\left(\frac{1}{w_1}, \frac{1}{w_2}, \vartheta\right) \end{aligned}\right| \qquad (2)$$

Aus (1) und (2) folgt schließlich

$$f\left(\frac{1}{w_1}, \frac{1}{w_2}, \vartheta\right) = \frac{1}{f(w_1, w_2, \vartheta)}. \qquad (3)$$

Für den Raumanteil $\vartheta = 0$ bzw. $\vartheta = 1$ muß der Widerstand w in den der einen, bzw. in den der anderen Komponente übergehen, wir haben also noch die Bedingungen

$$f(w_1, w_2, 0) = w_2 \qquad (4)$$

$$f(w_1, w_2, 1) = w_1. \qquad (5)$$

Die Funktion

$$w = w_1^{\vartheta} \cdot w_2^{1-\vartheta} \text{ bzw. } \lambda = \lambda_1^{\vartheta} \cdot \lambda_2^{1-\vartheta}$$

genügt, wie man sieht, gleichzeitig den obigen Bedingungen. Die Werte dieser Funktion sind für verschiedene Raumanteile ϑ von 10 zu 10 Proz. und für verschiedene Werte des Widerstandsverhältnisses $v = w_1/w_2$ berechnet und in der nachfolgenden Tabelle XII zusammengestellt. Zum Vergleich mit den aus der neuen Anwendung des Rayleighschen Gesetzes sich ergebenden Grenzwertquadrupeln sind sie außerdem als mittlere Zeile auch in die Tabellen IX, X, XI des III. Kapitels eingetragen.

Es zeigt sich, daß die Werte der hier aufgestellten Funktion nicht nur nirgends in Widerspruch mit den bisher entwickelten exakten Ergebnissen stehen, sondern sich besonders vorzüglich in dieselben einfügen, insofern, als diese Funktionswerte während des ganzen Verlaufes des Raumverhältnisses von $\vartheta = 0$ bis $\vartheta = 1$

Digitized by Google

und für die verschiedenen Werte des Widerstandsverhältnisses gerade in der Mitte des sehr engen Intervalles liegen, wo sich die Gebiete „besserleitendes Material zusammenhängend" und „schlechter leitendes Material zusammenhängend" überdecken.

Für das Raumverhältnis $\vartheta = \frac{1}{2} = 50$ Proz. geht die Funktion

$$f = w_1^{\vartheta} \cdot w_2^{1-\vartheta}$$

über in

$$f = \sqrt{w_1 \cdot w_2},$$

d. h. in das geometrische Mittel der Widerstände der Komponenten, also genau in jenen Wert, der sich, wie Carl Benedicks a. a. O. zuerst hervorgehoben hat, für das zweidimensionale Schachbrettmodell auch nach der Berechnungsweise des Verfassers aus dem Jahre 1909 ergibt.

Besonders deutlich zeigt die beigegebene Kurventafel (Diagramm I) wie die Kurve

$$w = w_1^{\vartheta} \cdot w_2^{1-\vartheta}$$

genau in der Mitte des streifenförmigen Intervalles verläuft, das die vier Kurven der Widerstandsgrenzwerte bilden. Die Tafel enthält die Kurve samt den vier Grenzwertkurven dreifach, und zwar für die drei verschiedenen Widerstandsverhältnisse

$$v = w_1/w_2 = 1:2,\ v = 1:3,\ v = 1:4.$$

Es muß besonders darauf hingewiesen werden, daß auch für dieses letztere Verhältnis, nämlich $v = 1:4$, die Kurve

$$w = w_1^{\vartheta} \cdot w_2^{1-\vartheta}$$

die Mittelwerte der exakt bestimmten vier Grenzwerte längs des ganzen Kurvenverlaufes vorzüglich wiedergibt, da insbesondere bei höheren Werten des Widerstandsverhältnisses seinerzeit Abweichungen vermutet worden sind. Bei dem im folgenden Kapitel zu behandelnden mischkristallfreien Legierungen kommen Werte des Widerstandsverhältnisses, die die Zahl 3 überschreiten, nicht vor. Vom Standpunkte der im folgenden zu behandelnden praktischen Anwendung ist das Gebiet des Widerstandsverhältnisses, auf welches hier die numerische Auswertung und Erprobung der Formel

$$w = w_1^{\vartheta} \cdot w_2^{1-\vartheta}$$

erstreckt worden ist, sehr reichlich bemessen.

Durch Logarithmieren folgt:

$$\lg w = \vartheta \lg w_1 + (1 - \vartheta) \lg w_2,$$

aber auch gleichzeitig

$$\lg \lambda = \vartheta \lg \lambda_1 + (1 - \vartheta) \lg \lambda_2.$$

Das heißt: bei zweidimensionalen Aggregaten mit wahlloser Verteilung der Bestandteile mischen sich weder die Leitfähigkeiten, noch die Widerstände, sondern die Logarithmen der Leitfähigkeiten (und die Logarithmen der Widerstände).

Das vom Standpunkte des Satzes vom zureichenden Grunde unbefriedigende Dilemma: Welche der beiden Größen, Widerstand oder Leitfähigkeit, bestimmt sich nach der „Mischungsregel"? — wird dadurch beseitigt. Dieses Dilemma mußte, wie man sieht, vorzüglich bei dem zweidimensionalen Problem hervortreten, wo sowohl Leitfähigkeit als auch Widerstand gegenüber der absoluten Größe des Aggregates invariant sind, wo also spezifische Leitfähigkeit und spezifischer Widerstand von der Wahl der Längeneinheit unabhängig sind, während bei dreidimensionalen Aggregaten mit wachsender Kante der Widerstand ab-, die Leitfähigkeit zunimmt.

Tabelle XII.

Widerstand eines zweidimensionalen Aggregates, berechnet nach der Formel

$$w = w_1^{\vartheta} \cdot w_2^{1-\vartheta}.$$

Raumverhältnis ϑ in Proz.	Der Widerstand des Aggregates beträgt für		
	$v = w_1 w_2 = 2$	$v = 3$	$v = 4$
0	1,000	1,000	1,000
10	1,072	1,116	1,149
20	1,149	1,246	1,320
25	1,189	—	—
30	1,231	1,390	1,516
40	1,321	1,552	1,741
50	1,414	1,732	2,000
60	1,516	1,933	2,298
70	1,625	2,158	2,539
75	1,681	—	—
80	1,741	2,408	3,031
90	1,866	2,668	3,482
100	2,000	3 000	4,000

Diskussion der Widerstandkurve $w = w_1^{\vartheta} \cdot w_2^{1-\vartheta}$ und technische Näherungskonstruktion derselben.

Die aufgestellte Widerstandsgleichung

$$w = w_1^{\vartheta} \cdot w_2^{1-\vartheta} = w_2 \cdot v^{\vartheta}$$

ergibt

$$\frac{\partial w}{\partial \vartheta} = w_2 \cdot v^{\vartheta} \cdot \lg v = w \lg v,$$

wenn, wie früher, mit v das Verhältnis der Widerstände w_1/w_2 beider Bestandteile bezeichnet wird. Man erhält somit: die Änderung des Widerstandes eines (zweidimensionalen) Aggregates mit dem Raumverhältnis ϑ seiner beiden Bestandteile ist dem Widerstand des Aggregates

Digitized by Google

selbst proportional. Der konstante Proportionalitätsfaktor ist der Logarithmus des Widerstandsverhältnisses beider Komponenten.

Wir greifen ein Zahlenbeispiel heraus, dessen Ausrechnung und Konstruktion sich besonders einfach gestaltet, und daneben den allgemeinen Fall. (Die Annahme $w_2 = 1$ ist natürlich keine Beschränkung der Allgemeinheit, da es nur auf das Verhältnis der Widerstände der Bestandteile ankommt.)

Besonderer Fall: $w_2 = 1$

$$w_1 = e = 2{,}718\ldots$$

$$\left(\frac{\partial w}{\partial \vartheta}\right)_{\vartheta=0} = 1$$

$$\left(\frac{\partial w}{\partial \vartheta}\right)_{\vartheta=1} = e = 2{,}718\ldots$$

$$\left(\frac{\partial w}{\partial \vartheta}\right)_{\vartheta=1/2} = \sqrt{e} = 1{,}65\ldots$$

Allgemeiner Fall: $w_2 = 1$

$$w_1 = \text{beliebig} = v$$

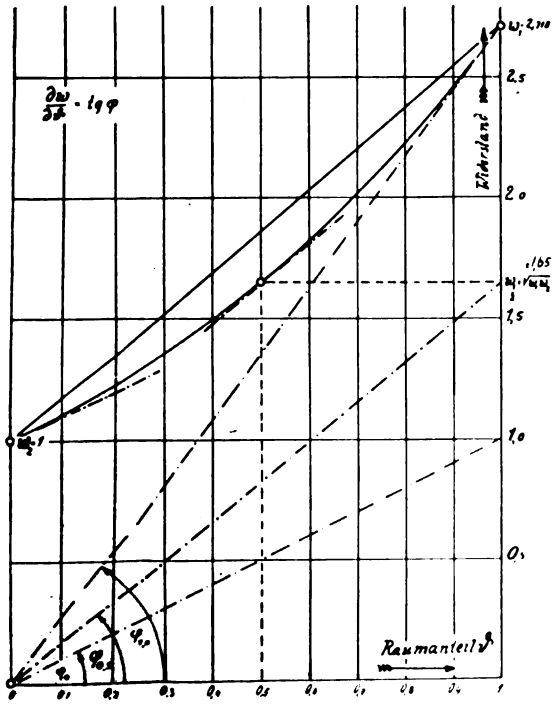
$$\left(\frac{\partial w}{\partial \vartheta}\right)_{\vartheta=0} = \lg v$$

$$\left(\frac{\partial w}{\partial \vartheta}\right)_{\vartheta=1} = v \lg v$$

$$\left(\frac{\partial w}{\partial \vartheta}\right)_{\vartheta=1/2} = \sqrt{v} \lg v.$$

Diagramm III.

Näherungskonstruktion der Widerstandskurve $w = w_1^{\vartheta} w_2^{1-\vartheta}$ aus 3 Punkten und 3 Tangenten.



Hieraus ergibt sich die für praktische Zwecke wohl stets ausreichende Konstruktion der Widerstandskurve aus drei Punkten und den zugehörigen drei Tangenten. Das beigegebene Diagramm III bedarf keiner näheren Erklärung. Für den betrachteten besonderen Fall ist:

$$\frac{\partial w}{\partial \vartheta} = w = v = \text{tang}\,\varphi:$$

somit

$$\text{tang}\,\varphi_0 = 1$$
$$\text{tang}\,\varphi_{0,5} = 1{,}65$$
$$\text{tang}\,\varphi_1 = 2{,}718.$$

Im allgemeinen Falle ($w_2 = 1$; $w_1 =$ beliebig) ist der Ordinatenmaßstab für die zu ziehenden Tangenten im Maßstabe $1 : \lg v$ zu vergrößern. Im übrigen bleibt die Konstruktion mit der vorstehend mitgeteilten und in Diagramm III dargestellten identisch.

Selbstredend läßt sich auf genau gleiche Weise die Kurve der Leitfähigkeit des Aggregates konstruieren; man hat lediglich als die beiden Endpunkte der zu konstruierenden Kurve statt der beiden spezifischen Widerstände der Komponenten w_1 und w_2 die beiden spezifischen Leitfähigkeiten λ_1 und λ_2 derselben zu nehmen.

V. Kapitel.

Der körperliche Leiter. Anwendung auf wirkliche Metallegierungen.

Das Vorstehende ermöglicht leicht den Übergang von dem zweidimensionalen zu dem körperlichen Problem. Allerdings werden die Ausdrücke für die Schrankenwerte des Widerstandes hier im allgemeinen verwickelter. Wegen des geringen Einflusses jedoch, den die Gestalt der Elemente, wie in Kapitel II dieser Arbeit ausführlich gezeigt ist, auf die Schrankenwerte des Widerstandes der Kombination hat, erscheint es statthaft, die Gestalt herauszugreifen, für welche sich die Berechnung am einfachsten gestaltet. Es ist dies die Würfelgestalt, und als für die Rechnung einfachste Annahmen seien weiter gewählt: Stromrichtung parallel zur Kante, und schließlich kubische, nicht punktierte Raumgitteranordnung.

Das Elementargebiet, bzw. ein Achtel desselben, hat unter diesen Annahmen die in der beistehenden Fig. 21 gekennzeichnete Gestalt. Die Bestimmung der oberen Grenze des Widerstandes der Kombination erfolgt wieder durch Einfügung nichtleitender Zwischenwände in der Stromrichtung längs der Materialgrenzen und in deren Verlängerung. Nur ist hier zu beachten, daß der Widerstand eines Würfels vom Volum nicht unabhängig, sondern der Würfelkante reziprok ist, so daß der spezifische Widerstand

Digitized by Google

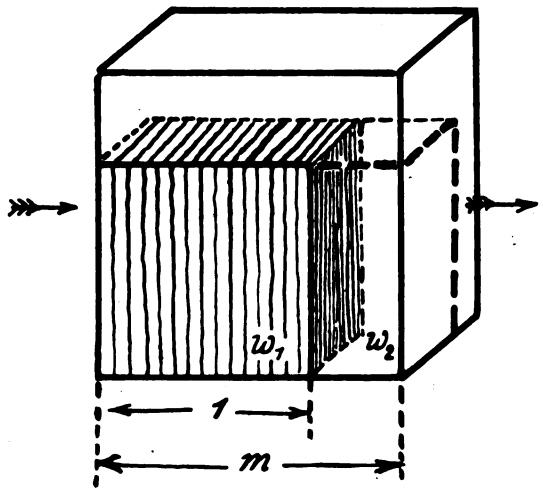


Fig. 21.

des ganzen Aggregates nicht unmittelbar gleich dem des betrachteten Elementargebietes ist, wenn die Kantenlänge des letzteren nicht gleich der gewählten Längeneinheit ist. Wenn analog wie in den vorstehenden Kapiteln w_1 den spezifischen Widerstand der Einsprengung, w_2 den der Muttersubstanz bezeichnet, ferner 1 und m die Würfelkanten bezeichnen, so ergibt sich für den oberen Schrankenwert des spezifischen Widerstandes der betrachteten Kombination:

$$W_0 = \frac{m}{\frac{1}{w_1 + w_2(m-1)} + \frac{m^2-1}{m w_2}},$$

$$W_0 = \frac{w_1 + w_2(m-1)}{w_1(m^2-1) + w_2(m^3 - m^2 + 1)} \cdot w_2 m^2.$$

Analog erhält man eine untere Grenze für den spezifischen Widerstand des Aggregates durch Zerlegung des Elementargebietes nach Platten senkrecht zur Stromrichtung, entlang und in der Verlängerung der Materialgrenzen:

$$W_u = \frac{m w_1 w_2}{w_2 + (m^2-1) w_1} + \frac{(m-1) w_2}{m}$$

$$= \frac{w_1(m^3 - m + 1) + w_2(m-1)}{w_1(m^2-1) + w_2} \cdot \frac{w_2}{m}.$$

Die beiden so erhaltenen Grenzen liegen sehr eng beisammen. Für den Fall:

$w_1 = 1$, $w_2 = 2$, $\vartheta = 50$ Proz., somit $m = \sqrt[3]{2}$

ergeben die soeben aufgestellten beiden Gleichungen für die

obere Grenze des Widerstandes $W_o^{1,2} = 1{,}4139$,

untere „ „ „ $W_u^{1,2} = 1{,}3865$.

Der Unterschied der beiden Grenzwerte beträgt somit weniger als 2 Proz. Die beiden Grenzwerte liegen, wie besonders hervorgehoben sein möge, durchaus in dem Gebiete, in dem sie zu erwarten waren. Denkt man sich nämlich eine kubische Raumgitteranordnung durch unendlich dünne, isolierende, ebene Schichten in der Stromrichtung in eine Schar von Schachbrettern aufgelöst, so muß der Widerstand dadurch notwendig zunehmen. Da aber der Widerstand des zweidimensionalen Schachbretts mit sehr weitgehender Annäherung als gleich dem geometrischen Mittel der spezifischen Widerstände seiner Bestandteile sichergestellt ist, so muß der wirkliche Widerstand des räumlichen Schachbrettmodells notwendig zwischen dem geometrischen Mittel der Komponentenwiderstände als oberer und dem harmonischen Mittel als unterer Schranke liegen. Darüber hinaus war zu erwarten, daß er dem ersteren Mittelwert wesentlich näher als dem unteren liegen muß, der durch die alten „Guertlerschen" Schranken gegeben ist. Tatsächlich liegt das soeben gefundene enge Intervall 1,4139 — 1,3865 in der gekennzeichneten Weise in dem größeren 1,4142 — 1,3333, das aus dem geometrischen Mittel ($= \sqrt{2}$) und dem harmonischen Mittel ($= 4/3$) gebildet ist.

Natürlich läßt sich auch im dreidimensionalen Falle nicht bloß ein Grenzwertpaar für den Widerstand des Aggregates angeben, sondern zwei solche Paare, je nachdem, ob man den besser leitenden oder den schlechter leitenden Bestandteil als den eingesprengten annimmt. Für natürliche mischkristallfreie Legierungen, bei denen kein Grund vorliegt, anzunehmen, daß eine dieser Möglichkeiten bevorzugt ist, ist die Verläßlichkeit, mit welcher der Mittelwert der vier Schranken den wahren Wert des Widerstands des Aggregates, bzw. der Legierung kennen lehrt, noch wesentlich gesteigert.

Ist der eingesprengte Bestandteil der schlechter leitende, also entsprechend dem eben behandelten Beispiel etwa:

$$w_1 = 2, \quad w_2 = 1, \quad \vartheta = 50 \text{ Proz.},$$

so haben wir kleinere Werte für den Legierungswiderstand, bzw. für dessen Schrankenwerte zu erwarten, als im vorausbehandelten Falle. Tatsächlich ergeben die oben aufgestellten Formeln jetzt die Werte:

obere Grenze des Legierungswiderstandes

$$W_o^{2,1} = 1{,}3865,$$

untere Grenze des Legierungswiderstandes

$$W_u^{2,1} = 1{,}3650.$$

Die Differenz der beiden Schrankenwerte untereinander beträgt, ebenso wie im vorausgegangenen Falle, auch hier weniger als 2 Proz. des Wertes; die Intervalle, die durch die beiden Grenzwertpaare gebildet werden, überdecken sich

Digitized by Google

in diesem Spezialfalle überhaupt nicht, sondern grenzen scharf aneinander an[1]). Unter der Annahme der Gleichberechtigung beider Komponenten am Aufbau der Legierung kommt somit der Wert:

$$W = 1{,}3865$$

als wahrer Wert des Legierungswiderstandes aus zwei Komponenten vom spezifischen Widerstand 1 und 2 und gleichen Raumanteilen in Betracht.

Wir vergleichen schließlich den soeben gefundenen Mittelwert der vier Schrankenwerte

$$W = 1{,}389$$

mit dem Werte, der sich nach der Arbeit I des Verfassers vom Jahre 1909 ergibt. Die dort angegebene Gleichung (2) auf Seite 1007

$$W = \frac{2 w_1 w_2}{w_1 + w_2}\left(1 + 2h\left(\frac{w_1}{w_2} - 1\right) - 4h^2 \frac{w_2}{w_1}\right)$$

liefert, wenn man für $v = \frac{w_1}{w_2} = 1:2$ den zugehörigen Wert $h = 0{,}0241$ aus Tabelle I einsetzt:

$$W = 1{,}391$$

also eine Übereinstimmung bis auf etwa 1 Promille des gesuchten Wertes.

In der angeschlossenen Tabelle XIII sind diese neuen, für körperliche Aggregate unter den obigen Bedingungen sich streng ergebenden Schrankenwerte für die von Matthiessen experimentell untersuchten fünf mischkristallfreien Legierungen berechnet und mit den übrigen, bisher bekannten, experimentellen und durch Rechnung gefundenen Zahlenwerten übersichtlich vereinigt.

Die Spalten 1 bis 3, ferner 11 und 12 der Tabelle XIII sind unverändert der Tabelle der Arbeit I des Verfassers vom Jahre 1909, S. 1007, entnommen. Neu hinzugefügt sind die Werte, die der Legierungswiderstand annehmen würde, wenn er gleich dem geometrischen Mittel der Widerstände der Bestandteile wäre (Spalte 4), sowie die Werte, die dem Widerstande zukommen würden, wenn er gleich dem harmonischen Mittel wäre (Spalte 5).

Ersterer Fall (geometrisches Mittel) träfe, wie wir gesehen haben, für ein zweidimensionales Aggregat zu, letzterer (harmonisches Mittel) dann, wenn nicht der Widerstand, sondern die Leitfähigkeit sich linear zusammensetzen würde. Betrachtet man zunächst diese ersten fünf Spalten und vergleicht sie mit den Zahlen der letzten (12.) Spalte, die die Ergebnisse aus Matthiessens Messungen an Metallegierungen enthält, so sieht man zunächst, daß in allen vier in Betracht kommenden Fällen[1]) der experimentelle Wert Matthiessens deutlich und ausgeprägt zwischen dem geometrischen und dem harmonischen Mittel der Widerstände der beiden Komponenten liegt. Diese Feststellung ist unbedingt zuverlässig; die Genauigkeit der Messungen Matthiessens reicht hierzu vollkommen aus. Dieses Verhalten der natürlichen Legierungen steht aber in vollkommener Übereinstimmung mit der im Vorausgehenden für beliebige dreidimensionale künstliche Aggregate gezogenen theoretischen Schlußfolgerung. Denn ein zweidimensionales Aggregat zeigt einen Widerstand gleich dem geometrischen Mittel aus den Widerständen der Komponenten. Ein gleiches Verhalten muß auch ein körperliches Aggregat zeigen, daß aus Platten mit isolierenden Zwischenschichten in der Stromrichtung aufgebaut gedacht ist. Durch Weglassung der gedachten isolierenden Zwischenschichten kann der Widerstand des körperlichen Aggregates nur kleiner werden, muß daher tatsächlich zwischen dem geometrischen und harmonischen Mittel der Werte für die beiden Bestandteile liegen.

Die weitergehende Frage, zu entscheiden, ob die experimentell gefundenen Werte nun näher dem geometrischen Mittel oder näher dem harmonischen Mittel liegen, dazu reicht die Verläßlichkeit, bzw. Übereinstimmung der einzelnen Messungen Matthiessens untereinander wohl nicht aus. In zwei Fällen liegt Matthiessens Wert ausgesprochen näher am geometrischen Mittel (*PbSn*, *PbCd*); in den beiden anderen dem harmonischen Mittel (*SnCd*, *SnZn*); der fünfte Fall scheidet, wie bereits erörtert, für die Beurteilung dieser Frage aus. Doch ist, wie gesagt, die Sicherheit, mit der man durch die den einzelnen Beobachtungen Matthiessens entsprechenden Punkte eine Kurve hindurchlegen kann, nicht groß genug, um zu entscheiden, ob dieses gegensätzliche Verhalten beider Legierungspaare ein gesichertes Meßergebnis ist oder auf Besonderheiten der untersuchten Legierungsproben und andere Zufälligkeiten zurückgeht.

Die vom Verf. auf Grund seiner Arbeit I aus dem Jahre 1909 ermittelten Werte für den Legierungswiderstand sind in Spalte 11 unver-

1) Es sei ergänzend bemerkt, daß das Zusammenfallen der beiden Grenzwerte W_u^{12} und W_o^{21} keineswegs trivial ist, da sich beide aus wesentlich voneinander verschiedenen Ausdrücken errechnen. Außerdem ist der zusammenfallende Wert $W_u^{12} = W_o^{21} = 1{,}387$ weitgehend in Übereinstimmung mit dem Mittel der beiden äußeren Schrankenwerte

$$\frac{W_o^{12} + W_u^{21}}{2} = 1{,}389.$$

1) Bei der Legierung *Cd* — *Zn* sind die zu erwartenden Abweichungen von der Linearität zu gering, als daß sie bei den Messungen hätten in Erscheinung treten können.

Digitized by Google

Tabelle XIII.

Legierungswiderstand gleicher Volumprozente ($\vartheta = 50$ Proz.).

Zusammenstellung der bisher bekannten und der hier neu ermittelten Werte.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Legierungsbestandteile	Widerstand der Bestandteile	arithm. Mittel aus den Widerständen der Bestandteile	geometr. Mittel aus den Widerständen der Bestandteile	harmon. Mittel aus den Widerständen der Bestandteile	Neue theoretische Grenzwerte für den Legierungswiderstand, obere Grenze, besserer Leiter eingesprengt	Neue theoretische Grenzwerte für den Legierungswiderstand, obere Grenze, schlechter Leiter eingesprengt	Neue theoretische Grenzwerte für den Legierungswiderstand, untere Grenze, besserer Leiter eingesprengt	Neue theoretische Grenzwerte für den Legierungswiderstand, untere Grenze, schlechter Leiter eingesprengt	Widerstand: Mittel der 4 Grenzwerte	Widerstand: berechnet nach Lichtenecker Methode ex 1909	Widerstand: gemessen von Matthiessen
Pb	21,68	18,10	17,74	17,28	17,909	17,641	17,596	17,540	**17,62**	**17,65**	**17,58**
Sn	14,51										
Pb	21,68	14,63	12,82	11,23	12,965	12,139	12,396	11,756	**12,31**	**12,24**	**12,18**
Cd	7,58										
Sn	14,51	11,05	10,49	9,95	10,48	10,31	10,31	10,17	**10,31**	**10,31**	**10,00**
Cd	7,58										
Sn	14,51	10,33	9,44	8,62	9,471	9,128	9,189	8,922	**9,18**	**9,18**	**8,80**
Zn	6,14										
Cd	7,58	6,86	6,82	6,78	6,816	6,813	6,805	6,802	**6,81**	**6,81**	**(6,86)***)
Zn	6,14										

*) Die Abweichungen vom linearen Gesetz sind bei dieser Legierung zu gering, als daß sie hätten bei den Messungen Matthiessens hervortreten können.

ändert beigefügt. Diese Werte liegen gleichfalls, wie man sieht, sämtlich innerhalb des Intervalls: geometrisches Mittel — harmonisches Mittel, aber, wie man sieht, in allen Fällen wesentlich näher dem geometrischen Mittel als dem harmonischen[1]).

1) Der errechnete Widerstandswert liegt in allen 5 Fällen zwischen dem ersten Fünftel und dem ersten Drittel des besprochenen Intervalls, gebildet aus harmonischem und geometrischem Mittel.

In den neu eingefügten Spalten 6 bis 10 der Tabelle XIII sind nun die Ergebnisse der hier mitgeteilten Untersuchung, betreffend dreidimensionale Aggregate, enthalten. In den Spalten 6 bis 9 sind die vier Schrankenwerte eingetragen, innerhalb deren der Aggregatwiderstand liegen muß, je nachdem der besser oder der schlechter leitende Bestandteil eingesprengt auftritt.

In Spalte 10 ist dann für jede Legierung

Digitized by Google

der Mittelwert dieser vier Schrankenwerte eingetragen, entsprechend der Auffassung, daß in den untersuchten mischkristallfreien Legierungen beide Bestandteile bezüglich der Struktur, in der sie im Inneren der Legierung auftreten, sich gleichartig verhalten. Zunächst zeigt sich, daß die so gewonnenen Werte für den Legierungswiderstand in allen Fällen im Inneren des Intervalls: geometrisches Mittel — harmonisches Mittel, aber sämtlich dem geometrischen Mittel wesentlich näher liegen. Der Vergleich der hier neu mitgeteilten Werte schließlich mit den vom Verfasser im Jahre 1909 gewonnenen Werten zeigt eine Übereinstimmung von 1 bis 2 Promille; nur in einem einzigen Falle ist sie größer, aber auch noch unter 5 Promille.

Wenn man einerseits die vollkommene Unsicherheit in Erwägung zieht, die bis zu den Arbeiten des Verfassers über den Widerstandswert mischkristallfreier Legierungen — zwischen Linearität von Widerstand und Linearität von Leitfähigkeit als Grenzen — herrschte, andererseits die fundamentale Verschiedenheit der Betrachtungen, die zu den Werten des Jahres 1909 und den jetzt vorliegenden führten, dürfte die Bedeutung einer so weitgehenden Übereinstimmung der Ergebnisse hervortreten.

Zusammenfassend läßt sich sagen: Bei mischkristallfreien Legierungen zeigen zweifellos weder der Widerstand, noch auch (wie sich irrtümlich in der Literatur angegeben fand) die Leitfähigkeit linearen Verlauf bei Änderung des Raumanteils der Bestandteile.

Der Verlauf der Widerstandsfunktion ist vielmehr ein solcher, daß für Legierungen aus gleichen Raumteilen beider Bestandteile der Widerstand der Legierung zwischen dem geometrischen und harmonischen Mittel der Widerstände der Bestandteile liegt, und zwar wesentlich näher dem ersteren[1]).

Aufstellung eines allgemeinen Ausdruckes für den Widerstand eines dreidimensionalen Aggregates.

Schließlich ist auch für das dreidimensionale Problem, also für den körperlichen aus beliebigen Partikeln zweier Bestandteile zusammengesetzten Leiter zu versuchen, eine allgemeine Funktion aufzustellen, die den Widerstand einer Legierung zweier Bestandteile von beliebigem Raumanteil (ϑ) und beliebigen Werten der spezifischen Widerstände der Bestandteile w_1 und w_2 anzuschreiben erlaubt.

Wir werden die Form dieser Funktion in Übereinstimmung zu halten haben mit der bei der Behandlung des zweidimensionalen Falles so gut bewährten. Nur ist dem Umstande Rechnung zu tragen, daß für 50 Proz. Raumanteil, also $\vartheta = \frac{1}{2}$, der Wert der Funktion nicht gleich dem geometrischen Mittel $\sqrt{w_1 w_2}$ aus den spezifischen Widerständen der beiden Bestandteile werden soll, sondern gleich einem etwas kleineren Werte $w_{1,2}$ ist. Dieser Wert läßt sich durch die Ermittlung des Grenzwertvierlings mit voller Strenge innerhalb sehr enger Grenzen einschließen, wie im Vorausgehenden gezeigt worden ist.

Die Funktion hat daher folgenden Bedingungen zu genügen:

1. Sie muß vom Typus $w = f^{\vartheta} f^{1-\vartheta}$ sein.

2. Sie muß in formal gleicher Weise sowohl für die Berechnung des Widerstandes, als auch für die Berechnung der Leitfähigkeiten Geltung haben; d. h. es muß sich auch schreiben lassen:

$$\lambda = f^{\vartheta} f^{1-\vartheta},$$

wenn an Stelle der spezifischen Widerstände innerhalb der Funktion f die spezifischen Leitfähigkeiten treten.

3. Sie muß in dem ganzen Intervall $0 < \vartheta < 1$ überall kleiner sein als der für ein zweidimensionales Aggregat sich ergebende Wert $w_1^{\vartheta} w_2^{1-\vartheta}$.

4. Sie muß für $\vartheta = 0$ den Wert $w = w_2$,
„ „ „ $\vartheta = 1$ „ „ $w = w_1$
annehmen.

Die Funktion:

$$w = (w_1)^{\vartheta} (w_2^{1-\varkappa\vartheta})^{1-\vartheta}$$

oder, wenn wir $(1 - \varkappa\vartheta)(1 - \vartheta) = \vartheta'$ setzen:

$$w = w_1^{\vartheta} w_2^{\vartheta'}$$

und gleichzeitig:

$$\lambda = \lambda_1^{\vartheta} \lambda_2^{\vartheta'}$$

genügt, wie man sieht, den vorstehenden Bedingungen. Dabei ist $\varkappa$ eine kleine Größe, die durch die Abweichung des Widerstandes $w_{1,2}$ (bzw. der Leitfähigkeit) eines Aggregates gleicher Raumanteile vom geometrischen Mittel der Widerstände (Leitfähigkeiten) der Bestandteile bestimmt ist.

Zur Berechnung des numerischen Wertes von $\varkappa$ hat man:

$$w_{1,2} = w_1^{\frac{1}{2}} \cdot w_2^{\frac{1}{2}(1-\varkappa)}$$

somit

$$\varkappa = 2\left(1 - \frac{2 \lg w_{1,2} - \lg w_1}{\lg w_2}\right).$$

Für $w_{1,2}$ ist entweder das Mittel aus den vier oben hergeleiteten Schrankenwerten einzusetzen oder einfacher der sich nach der Be-

1) Oder, wenn man vorzieht, die Leitfähigkeit statt des Widerstandes ins Auge zu fassen, muß die Leitfähigkeit einer Legierung gleicher Raumanteile zwischen dem geometrischen und dem arithmetischen Mittel der Leitfähigkeiten der Bestandteile liegen, und zwar näher dem ersteren.

Digitized by Google

rechnungsweise des Verfassers vom Jahre 1909 unmittelbar ergebende Wert.

Für das einfache, bereits mehrfach herangezogene numerische Beispiel:

$w_1 = 1$, $w_2 = 2$, $w_{1/2} = 1{,}39$, $\sqrt{w_1 w_2} = 1{,}414$

beträgt $\varkappa = 0{,}10$.

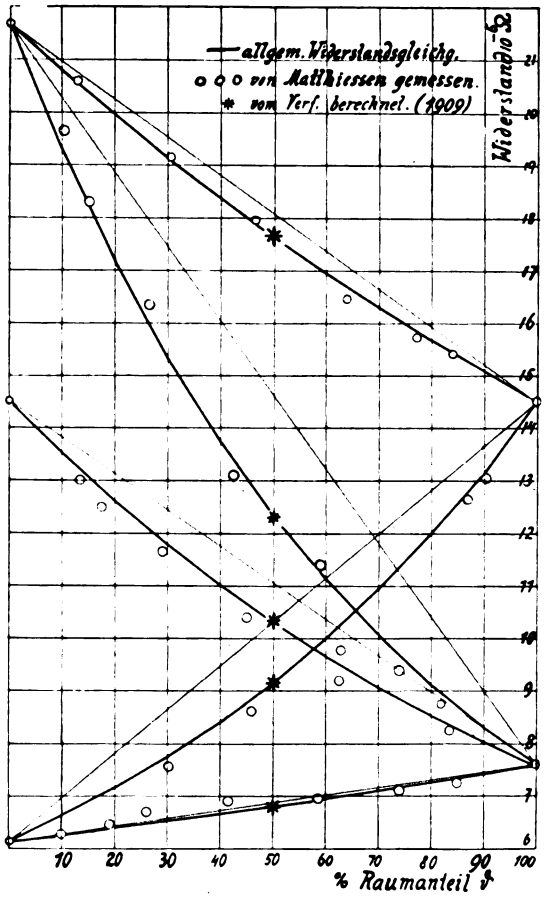
Die Anwendbarkeit der allgemeinen Formel:

$$w = w_1^{\vartheta} w_2^{\vartheta'}$$

auf den Verlauf der Widerstandskurve der experimentell untersuchten mischkristallfreien Legierungen bei veränderlichem Raumanteil ihrer beiden Bestandteile zeigen schließlich die Tab. XIV und das Diagramm IV[1]).

Diagramm IV.

Widerstand der fünf, von Matthiessen experimentell untersuchten mischkristallfreien Legierungen.



1) Bemerkt sei, daß für die Ausrechnung der Werte der Tabelle XIV nur die hier abgeleiteten Schrankenwerte verwendet wurden und nicht die Werte nach der Methode des Verf. v. J. 1909, um einen unabhängigen Vergleich der Ergebnisse beider Methoden mit den Ergebnissen der experimentellen Messung an den Legierungswiderständen zu ermöglichen.

Tabelle XIV.

Die Widerstandswerte der 5 experimentell untersuchten mischkristallfreien Legierungen berechnet nach der Formel $w = w_1^{\vartheta} w_2^{\vartheta'}$.

Raumanteil der Beimischung in Proz.	*Zn*	*Zn*	*Cd*	*Cd*	*Sn*
	als Beimischung tritt auf:				
ϑ	*Cd*	*Sn*	*Sn*	*Pb*	*Pb*
0	6,14	6,14	7,58	7,58	14,51
10	6,28	6,62	8,04	8,30	15,07
20	6,42	7,16	8,54	9,12	16,65
30	6,55	7,76	9,08	10,05	16,28
40	6,68	8,43	9,67	11,11	16,92
50	6,81	9,18	10,31	12,31	17,62
60	6,96	10,01	11,01	13,71	18,34
70	7,11	10,95	11,77	15,30	19,11
80	7,26	12,00	12,61	17,12	19,92
90	7,42	13,15	13,52	19,20	20,77
100	7,58	14,51	14,51	21,68	21,68

Das Diagramm IV enthält die Widerstandskurven der von Matthiessen experimentell untersuchten fünf mischkristallfreien Legierungen *ZnCd*, *ZnSn*, *CdSn*, *CdPb*, *SnPb* nach den von 10 zu 10 Proz. Raumanteil berechneten Werten der Tabelle XIV.

Außer diesen nach der allgemeinen Formel hergeleiteten Kurven enthält das Diagramm die von Matthiessen gemessenen Werte, die durch Ringe, und die für 50 Proz. Raumanteil in der Arbeit I des Verfassers berechneten Werte, die durch Sternchen gekennzeichnet sind.

Die verwendete allgemeine Widerstandsgleichung für dreidimensionale Aggregate stellt sonach den Verlauf der experimentell gefundenen Widerstandswerte längs ihres ganzen Verlaufes, soweit es die experimentellen Daten zu beurteilen gestatten, vollkommen dar.

Zusammenfassung.

1. Die Arbeit lehrt auf streng analytischem Wege für den Widerstand künstlicher zweidimensionaler Aggregate Schrankenwerte kennen, die das alte Unsicherheitsintervall (Widerstand linear — Leitfähigkeit linear?) bis auf ein Sechstel seines Umfanges herabdrücken.

Je nachdem, ob der besser oder schlechter leitende Bestandteil als eingesprengt auftritt, ergeben sich zwei Paare solcher Schrankenwerte.

2. Die allgemeinen Ausdrücke für diese neuen Schrankenwerte des Widerstandes zweidimensionaler Aggregate werden für verschiedene Gestalt der eingelagerten Partikel (Quadrat, Kreis, Ellipse), für verschiedene Lage derselben gegen die Stromrichtung, und für verschiedene Gitter-

Digitized by Google

anordnungen aufgestellt und für geeignete besondere Fälle numerisch ausgewertet.

3. Durchgehends zeigt sich, daß die so gewonnenen engen Schrankenwerte und somit auch der von ihnen eingeschlossene wahre Wert des Aggregatwiderstandes von Gestalt, Lage und Anordnung der eingelagerten Partikel äußerst wenig abhängen.

Insbesondere stimmen die Mittel aus den vier Schrankenwerten in allen der Betrachtung unterzogenen Fällen bis auf ein Promille untereinander überein.

Für kreisrunde Einschließungen werden die vier Schrankenwerte des Widerstandes als Funktion von Raumverhältnis und Widerstandsverhältnis der beiden, das Aggregat bildenden Bestandteile ausgewertet und tabellarisch dargestellt.

Der Vergleich dieser Werte mit Werten, die jüngst W. Esmarch nach einer von C. Benedicks herrührenden Versuchsanordnung erhalten hat, zeigt, daß auch die Esmarchschen Messungen theoretisch unmögliche, nämlich zu hohe Werte für den Aggregatwiderstand liefern, wenn auch die Abweichung bei den Esmarchschen Messungen viel geringer ist, als bei den ursprünglichen, von C. Benedicks herrührenden.

5. Es wird eine allgemeine Funktion für den Widerstand und für die Leitfähigkeit zweidimensionaler Leiteraggregate bei beliebigem Raumanteil und beliebigem Widerstandsverhältnis der Bestandteile aufgestellt, die der Forderung genügt, daß sich Widerstand und Leitfähigkeit gleichartig und gleichberechtigt aus den entsprechenden Werten der Bestandteile errechnen. Die so aufgestellte Funktion stimmt längs ihres ganzen Verlaufes mit der aus den Mittelwerten des Schrankenquadrupels sich ergebenden Kurve überein.

Eine sehr einfache Näherungskonstruktion für diese Kurve, die sie aus drei Punkten und den zugehörigen drei Tangentenrichtungen bestimmt, wird angegeben.

Für gleiche Raumanteile beider Bestandteile (Raumverhältnis $\vartheta = 50$ Proz.) geht die allgemeine Funktion über in das geometrische Mittel aus den entsprechenden Werten beider Bestandteile, also exakt in jenen Wert, der sich wie C. Benedicks bemerkt hat, für ein zweidimensionales Aggregat nach der Berechnungsweise des Verfassers vom Jahre 1909 ergibt.

Im ganzen ergibt sich: Bei zweidimensionalen Aggregaten mit wahlloser Verteilung der Bestandteile mischen sich weder die Leitfähigkeiten, noch die Widerstände, sondern die Logarithmen der Leitfähigkeiten (und der Widerstände).

6. Die analytische und numerische Ermittlung der vier Schrankenwerte für den Widerstand wird schließlich auch für körperliche (dreidimensionale) Aggregate durchgeführt.

Ebenso wird die für zweidimensionale Aggregate aufgestellte allgemeine Widerstandsfunktion auf das dreidimensionale Problem sinngemäß erweitert. Sowohl die Kurve der Mittelwerte aus den vier analytisch bestimmten Schrankenwerten, als auch die aus der aufgestellten allgemeinen Widerstandsfunktion folgende stimmen sowohl untereinander, als auch mit den Messungen Matthiessens an mischkristallfreien Legierungen — innerhalb der Unsicherheitsgrenzen der einzelnen experimentellen Messung — vollkommen überein.

Ebenso finden die für gleiche Raumanteile (Raumverhältnis $\vartheta = 50$ Proz.) vom Verfasser in seiner Arbeit vom Jahre 1909 auf durchaus anderem Wege berechneten Werte volle Bestätigung, wobei die numerische Übereinstimmung bis auf durchschnittlich 2 Promille geht.

Wenn W. Guertler[1]) jüngst wieder feststellte: „Das ganze Problem des Zusatzwiderstandes (in der allgemeinen Theorie der Legierungen) muß also nach wie vor zurückgestellt werden, bis die Frage des normalen Widerstandes bei Abwesenheit von Mischkristallbildung zuvor geklärt worden ist", so kann zusammenfassend festgestellt werden, daß die vorliegende Arbeit diese Klärung erbracht hat.

1) a. a. O. S. 286.

Reichenberg, den 15. März 1924.

(Eingegangen 24. März 1924.)

Über die Depolarisation des Lichtes durch Suspensionen kristalliner und nichtkristalliner Teilchen.

Von O. Groll.

(Auszug aus der Gießener Dissertation.)

Im August 1921 hat Procopiu in den C. R.[1]) einige Untersuchungen über die Depolarisation mitgeteilt, die gradlinig polarisiertes Licht erfährt, wenn es durch Suspensionen, besonders solche kristallinischer Teilchen hindurchgeht. Ich habe die Versuche wiederholt und erweitert, vor allem um die Beziehung zu einer anderen Erscheinung zu prüfen und erlaube mir, im folgenden über meine Ergebnisse zu berichten.

Bringt man eine Suspension in den Strahlengang zwischen gekreuzte Nikols, so tritt eine

1) Procopiu, C. R. 173, 409, 1921.

Digitized by Google

Aufhellung des Gesichtsfeldes ein, und es gelingt durch keine Stellung des Analysators, wieder vollständige Dunkelheit herzustellen. Den Betrag dieser Depolarisation habe ich nach demselben Verfahren wie Procopiu gemessen.

Als Lichtquelle diente mir eine *Hg*-Punkt-Lampe, die in einem Kasten stand, um unnötiges Licht abzublenden. Durch ein Mattglasfenster trat das Licht aus. Ich arbeitete mit monochromatischem Licht, das ich mir mittels der Zeißschen Lichtfilter[1]) herstellte. Dieses homogene Licht wird durch einen Polarisator polarisiert, fällt durch einen rechteckigen Spalt, dessen Ausmessungen so ausgeprobt waren, daß die beiden durch ein doppelbrechendes Prisma erzeugten Bilder dieser Öffnung scharf aneinander grenzten. Zwischen Spalt und Doppelspat kam der Trog mit der zu untersuchenden Suspension zu stehen. Die Beobachtung geschah durch einen Analysator, dessen Stellung genau ablesbar war.

Die Beobachtungsweise ist folgende: Ich stelle den Analysator auf Dunkelheit, bringe dann den Doppelspat in den Strahlengang und drehe ihn so lange, bis beide Spaltbilder verschwinden. Der Polarisator war so eingestellt, daß die Bilder beim Verschwinden genau horizontal nebeneinander lagen. Nun bringe ich die Suspension in den Strahlengang. Das eine Bild erscheint wieder. Bei Drehung des Analysators erscheint auch das zweite Bild genau neben dem ersten. Ich drehe so lange, bis beide Bilder gleich hell sind und bestimme das Azimut des Analysators. Dann drehe ich den Analysator im entgegengesetzten Sinne und bestimmte das zweite Azimut gleicher Helligkeit. Der Winkel zwischen beiden Stellungen bildet ein Maß für die Depolarisation. Die Hälfte des Winkels bezeichne ich mit α und nenne ihn Depolarisationswinkel.

Die Bedeutung dieser Messung läßt sich nach Procopiu folgendermaßen formulieren. Das auf die Suspension fallende Licht schwingt lotrecht, längs OB (Fig. 1). Das austretende Licht besteht aus einem unpolarisierten Teil und dem restlichen polarisierten, lotrecht schwingenden Teil. Der letztere habe die Amplitude OP. Der erstere liefert die beiden lotrecht und wagerecht schwingenden Komponenten von den gleichen Amplituden OC und ON. Dann ist die Intensität des einen Bildes $OP^2 + OC^2 = OB^2$ (folglich $OB = PN$), die des andern gleich ON^2. Ist OA die Analysatorebene, in der beide Bilder gleich hell erscheinen, so ist

$$\operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{ON^2}{OP^2 + ON^2}.$$

1) A. Köhler, Zeitschr. f. wiss. Mikroskopie u. f. mikrosk. Technik **27**, 330, 1910.

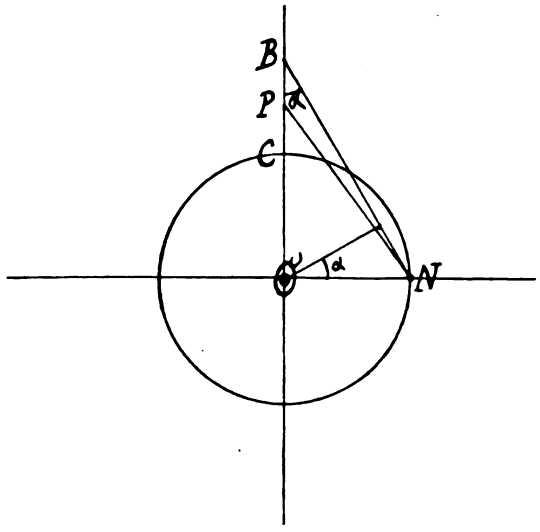


Fig. 1.

Die Gesamtintensität des depolarisierten Lichtes ist gleich der Summe der Intensitäten der beiden Komponenten, also gleich $2ON^2$. Würde man als Maß der Depolarisation das Verhältnis der Intensität des depolarisierten Anteils zu der Intensität des ganzen hindurchgehenden Lichtes nehmen, so würde man für dieses Maß der Depolarisation den Betrag erhalten:

$$D = \frac{2ON^2}{OP^2 + 2ON^2} = \frac{2ON^2}{BN^2} = 2\sin^2\alpha.$$

Procopiu charakterisiert die depolarisierende Wirkung der von ihm untersuchten Suspensionen, indem er den Wert von $\operatorname{tg}^2\alpha$ angibt. Vielleicht ist es richtiger, den Wert von $2\sin^2\alpha$ anzugeben.

Ich habe zunächst dieselben Suspensionen untersucht wie Procopiu und stelle seine und meine Zahlen in folgender Tabelle zusammen. Es sind jedesmal 0,014 g in 50 cm² Suspensionsmittel aufgeschwemmt. Der Trog hat 1,5 cm Dicke.

Tabelle I.

Suspension	in	Proc. α_1	meine α_2	$\frac{\alpha_1}{\alpha_2}$	$\frac{\operatorname{tg}^2\alpha_1}{\operatorname{tg}^2\alpha_2}$	$\frac{\sin^2\alpha_1}{\sin^2\alpha_2}$
reines Wasser		0°	0°	∞	∞	∞
Alaun	Petroleum	1°	40′	1,50	2,25	2,25
Kochsalz	„	2°	1°15′	1,60	2,56	2,56
Schwefel	„	3°	1°50′	1,64	2,68	2,68
Glas	„	5°	3°10′	1,58	2,50	2,49
Quarz	„	6°	3°35′	1,67	2,82	2,80
Kalkspat	„	33°	20°45′	1,59	2,94	2,36
Borsäure	„	36°	22°30′	1,60	3,08	2,36

Meine Zahlen zeigen die gleiche Folge wie die Procopius. Daß sie durchweg kleiner sind, läßt sich daraus erklären, daß die Dicke der durchstrahlten Schicht oder die Konzentration bei meinen Versuchen kleiner war. Daß ein

Digitized by Google

Umstand dieser Art die Wirkung in einem bestimmten Maß verkleinert, dafür spricht das fast konstante Verhältnis der α-Werte bzw. der Werte von $\sin^2\alpha$. Von dem Wert der $\mathrm{tg}^2\alpha$ kann man das nicht in gleichem Maße behaupten.

Die Abhängigkeit der Depolarisation von der Tatsache der Einfach- oder Doppelbrechung der suspendierten Teilchen zeigt folgende Tabelle II. Die Tatsache der Doppelbrechung muß also einen wichtigen Faktor in der Erklärung der Depolarisation ausmachen. Auf den Umstand, daß eingelagerte Kriställchen stark depolarisierend wirken, hat übrigens schon A. Zimmermann bei der Untersuchung von Guttaperchalamellen, die aus einer Lösung in Chloroform hergestellt waren, hingewiesen[1]).

Tabelle II.

Suspension	Suspensionsmittel	α	
Flußspat	Petroleum	30′	regulär
Salmiak	„	2°15′	„
umgeschmolz. *Na*-Borat	„	3°30′	„
Kadmiumsulfat	„	13°50′	zweiachsig
Kalkspat	„	21°	einachsig

Eine Zuckerlösung bewirkte in meiner Apparatur wohl eine Drehung der Polarisationsebene, aber keine Depolarisation.

Die auch von Procopiu bereits festgestellte Abhängigkeit von der Konzentration zeigt die nächste Tabelle. Die verschiedenen Konzentrationen habe ich mir hergestellt, indem ich die Suspensionen entsprechend verdünnte.

Tabelle III.

Suspension	Konz. c	α	$100\,\alpha/c$
Borsäure in Petroleum	100	28,0	28,0
	66,6	18,5	27,8
	50	13,9	27,8
	40	11,2	28,0
	33,3	8,9	26,7
	28,5	7,95	27.9
$Ca\,CO_3$-Niederschlag	100	19,1	19,1
	66	12,7	19,2
	44	8,2	18,6
	29	5,4	19,0
	19	3,6	19,0
	12,5	2,8	18,4
	8,4	1,6	18,9

Der Bruch α/c ist also für jede Suspension eine bestimmte Konstante. Wenn Procopiu dieses Ergebnis schließlich dahin deutete, daß α der Zahl der getroffenen Teilchen proportional sei, so führt diese Auffassung zu der weiteren Folgerung, daß bei derselben Suspension α der Dicke der Schicht proportional sein müßte. Ich habe diese Frage geprüft, indem ich gequollene Gelatine in Trögen von verschiedener Dicke untersuchte. Das Ergebnis der in Tabelle IV zusammengestellten Messungen würde in der Tat für die Richtigkeit jener Folgerung sprechen. Allein für dieses Problem lassen sich theoretische Erwägungen anstellen, die zu einem anderen Ergebnis führen. Siehe die angefügten Bemerkungen von Prof. W. König.

Tabelle IV.

Trog	Dicke in cm	α	α/d	Suspension
I	1	8,25	8,25	Gelatine
II	2	16,4	8,2	„
III	3,5	28,35	8,1	„
IV	4,5	36,5	8,1	„

Nun stellte ich mir Suspensionen verschiedener Korngröße her. Die mittlere Korngröße maß ich im Mikroskop. Ergebnis:

Tabelle V.

Suspension: Kalkspat in Glyzerin (0,014 g in 50 ccm).

Nr.	Ausmessung in Skalenteilen	$r^2\pi$	r^2	r	r in mm	α
1	16×16	256	80	9	0,135	14″
2	22×11	242	75	8,7	0,130	15″
3	5×5	25	7,8	2,8	0,042	32″
4	3×4,5	13,5	4,5	2,05	0,031	35″

Mit zunehmender Korngröße nimmt also die Depolarisation ab.

Den Einfluß der Brechungsexponenten von Suspension und Suspensionsmittel lehrt folgende Tabelle. Sie zeigt, daß bei der Möglichkeit eintretender Totalreflexion an einzelnen Teilchen die beobachtete Depolarisation geringer war.

Tabelle VI.

Suspension	n	Suspensionsmittel	n	α
Nickelsulfat	1,49—1,5	Methylalkohol	1,33	6°30′
		Glyzerin	1,46	6°
		Xylol	1,50	6°20′
		Schwefelkohlenstoff	1,65	4°50′
Borsäure	1,46	Methylalkohol	1,33	25°30′
		Glyzerin	1,46	18°
		Schwefelkohlenstoff	1,65	17°30′
Kalkspat	1,67	Methylalkohol	1,33	29°
		Xylol	1,50	29°30′
		Schwefelkohlenstoff	1,65	29°10′

Einen Einfluß der Wellenlänge des benutzten Lichtes konnte ich nicht feststellen, wenn ich die Wellenlänge veränderte durch Einschalten

1) A. Zimmermann, Ber. d. Deutsch. Bot. Ges. 9, 82, 1899.

Digitized by Google

verschiedener Farbfilter oder eines Monochromators. Die Unabhängigkeit der nach dieser einfachen Methode zu erzielenden Ergebnisse von der Wellenlänge besteht aber nur so lange, als die Unterschiede der Brechungsexponenten nicht sehr klein werden. Ich stellte mir nach der Methode von Christiansen[1]) ein Monochrom für grünes Licht (Glaspulver in CS_2—C_6H_6-Mischung) her und untersuchte dessen Depolarisation, wobei ich allerdings auf starke Depolarisationswirkung doppelbrechender Teilchen verzichten mußte. Das Monochrom zeigte eine Depolarisation

im blauen Licht von 4^0,
„ grünen „ von 1^0,
„ gelben „ von 3^0.

Hier tritt also ein Einfluß der Wellenlänge hervor.

Als 1. Anwendung der beschriebenen Versuchsmethode stellte ich die Depolarisation noch nicht untersuchter Substanzen fest. (Konzentration wie bei Tabelle I).

Tabelle VII.

Suspension	Suspensionsmittel	α	
Kalkspat	Petroleum	$20^0 45'$	hexagonal
Dolomit	„	$16^0 25'$	„
Strontianit	„	$19^0 10'$	rhomb.
Aragonit	„	$19^0 5'$	„
Magnesit	„	17^0	hexagonal
Eisenspat	„	$16^0 15'$	„

Tabelle VIII.

1 mm Schichtdicke von	α
Paraffin	18^0
Butter	15^0
Margarine	22^0
Schmalz	20^0
Diphenylamin	25^0

Die in Tabelle VIII aufgeführten Stoffe wurden geschmolzen und zwischen 2 Glasplatten erstarren gelassen.

Verschiedene milchige Trübungen, wie Milch, Mastixlösung, Myrrhentinktur in Wasser, zeigten in meinen Trögen kaum merkliche Depolarisation.

Sodann untersuchte ich Gelatine. Ich experimentierte mit Gelatine in flüssigem und erstarrtem Zustand. Beim Erstarren fand keine Änderung der Depolarisation statt. Ich fand bei der gequollenen Gelatine einen relativ großen Depolarisationswinkel, beim Lösen von 2,5 g Gelatine in 50 cm^2 bei einer Schichtdicke von 2 cm ein α von ca. 5^0 und konnte durch Erhöhung der Schichtdicke ein α bis 39^0 erhalten, bis die Absorption zu groß wurde. Eine so große Depolarisation, wie sie die gequollene Gelatine zeigt, läßt sich sonst nur bei Suspensionen doppelbrechender Teilchen feststellen, was eine eventuelle Doppelbrechung der Gelatineteilchen vermuten läßt.

Die wasserfreie Gelatine zeigt nicht so große Depolarisation, ein einzelnes Blatt überhaupt kaum merkliche, obwohl die Gelatinemengen, die vom Licht durchquert wurden, bei den Versuchen mit wasserfreier Gelatine teilweise größer waren als bei den Versuchen mit gequollener Gelatine. Die wasserfreie Gelatine verhält sich also, falls sie keine inneren Spannungen zeigt, wie eine homogene isotrope Substanz.

Zur Untersuchung von Celluloid maß ich die Depolarisation einer 2 mm dicken Platte mit einem α von $1{,}5^0$. Tauchte ich aber das Celluloid vorher in heißes Wasser, so war die Depolarisation stark vermindert. Das läßt sich nach Ambronn[1]) durch das Schmelzen der im Celluloid suspendierten Kampferkriställchen erklären, die dadurch ihre Anisotropie verlieren.

Wasserdampf zeigte kaum merkliche Depolarisation. Bei Salmiaknebeln wurde Aufhellung festgestellt[2]). Bedeutend größer war die Depolarisation für Borsäurenebel, die ich mir herstellte, indem ich fein verteiltes Borsäurepulver durch Einblasen aufwirbelte.

Schon Procopiu hat darauf hingewiesen, daß seine Methode zum Studium der Bildung kristallinischer Niederschläge benutzt werden kann. Man möchte daran denken, die Beziehung, die zwischen dem Depolarisationswinkel und der Konzentration besteht, geradezu zur quantitativen Bestimmung von Niederschlägen zu benutzen. Nur muß die Ausfällung so erfolgen, daß die Niederschläge gleiche Korngröße haben. Wie weit hier die Korngröße einen störenden Einfluß haben kann, bedarf noch weiterer Untersuchung. Es müßte folgender Gang zugrunde gelegt werden: Man erzeugt sich zunächst aus bekannten Mengen einen Niederschlag bekannter Konzentration, bestimmt dadurch das ihm zukommende α/c. Dann kann man zu jedem α die zugehörige Konzentration berechnen.

Im Jahre 1881 hat A. Kundt[3]) zuerst den Nachweis geführt, daß in manchen Flüssigkeiten bei geeigneter Bewegung durch scherende Kräfte Doppelbrechung auftritt. Seine Untersuchungen wurden weitergeführt von de Metz[4]) und Umlauf[5]). Sie arbeiteten alle drei mit fast der

1) Christiansen, Wied. Ann. **23**, 298, 1884 u. **24**, 439, 1885.

1) H. Ambronn, Leipz. Ber. **63**, 249, 402, 1911.
2) Über das Verhalten von Salkmiaknebeln im elektrischen Felde s. P. Zeeman und C. M. Hoogenboom, Physik. Zeitschr. **13**, 912, 1912.
3) A. Kundt, Wied. Ann. **13**, 110, 1888.
4) G. de Metz, Wied. Ann. **35**, 497, 1884.
5) Umlauf, Wied. Ann. **45**, 304, 1892.

Digitized by Google

gleichen Apparatur. Sie bestand aus 2 Zylindern, zwischen denen sich die zu untersuchende Flüssigkeit befand. Der innere Zylinder wurde rotiert und dadurch die Flüssigkeit bewegt.

Unter den Flüssigkeiten, bzw. Lösungen, die nach dieser Methode Doppelbrechung ergaben, waren auch solche, die, nach der hier vorliegenden Methode untersucht, Depolarisation zeigten. Es lag daher der Gedanke nahe, daß ein durchgehender Parallelismus zwischen beiden Eigenschaften bestehen könnte. Die folgende Tabelle enthält die Ergebnisse der älteren Beobachtungen über die Doppelbrechung und daneben die von mir gemessenen Depolarisationswinkel. Sie zeigt, daß der vermutete Parallelismus nicht besteht.

Tabelle IX.

Flüssigkeit	untersucht von:	Doppelbrechung	Depolarisationswinkel α
Gelatine	Umlauf	D	3^0-6^0
Gelatine + H_2SO_4	„	D	$2{,}5^0$
Gummi arabic.	Kundt-Umlauf	D	4^0
Kirschgummi in Alkohol	Umlauf	D	$4{,}5^0$
Tragant in Alkohol	„	D	5^0
Kanadabalsam in Alkohol	Kundt-Umlauf	D	4^0
Kanadabalsam in Benzol	Kundt	D	3^0
Kollodium	Kundt-Umlauf	D	$1{,}5^0$
Paraffin, flücht	Kundt	D	s. schwach
Leinöl	Kundt-Metz	D	—
Terpentinöl	Metz	D	—
Rizinusöl	Kundt-Metz	D	—
Glyzerin	Kundt	—	—
Zuckerlösung	„	—	—
Natronwasserglas	„	—	—
Kaliwasserglas	„	—	—
Petroleum	„	—	—
Benzol	„	—	—
konz. Chlorkalziumlösung	„	—	—
Alkohol	„	—	—

Nun galt es noch, das Umgekehrte zu zeigen, d. h. zu prüfen, ob die Suspensionen kristallinischer Teilchen, an denen Procopiu und ich so starke Depolarisationen gefunden haben, nach der Kundtschen Methode Doppelbrechung zeigen. Herr Geh. Rat Wiener in Leipzig hatte die Liebenswürdigkeit, mir zu diesem Zweck den einst von Umlauf benutzten Apparat zur Verfügung zu stellen. Ich habe darin folgende Suspensionen untersucht: $CaCO_3$-Niederschlag, Kalkspat in Petroleum und Borsäure in Petroleum, habe aber keine Doppelbrechung beobachten können.

Ich habe schließlich noch eine Anwendung dieser Methode durch Untersuchung einer Vanadinpentoxydsuspension gemacht. Ihre merkwürdigen optischen Erscheinungen unter dem Einfluß scherender, mechanischer, elektrischer und magnetischer Kräfte sind von Dießelhorst und Freundlich[1]) beschrieben worden. Sie finden für das reine Hydrosol keine Depolarisation. Bei mir handelte es sich um eine Suspension, da die V_2O_5-Teilchen nicht alle in den kolloidalen Zustand übergegangen waren. Die Dielektrizitätskonstante des V_2O_5-Hydrosols ist kürzlich von Errera[2]) gemessen worden. Er fand eine Abhängigkeit derselben vom Alter der Lösung. Das Gleiche fand ich bei der Depolarisation.

Ich habe mir 4 Suspensionen verschiedener Konzentration hergestellt und die gemessenen Depolarisationen in folgender Tabelle und den beiden Kurven zusammengestellt.

Tabelle X.

Alter der Suspension	Konz.: 1,6 ‰	0,8 ‰	0,4 ‰	0,08 ‰	
frisch	12^0	6^0	3^0	$0{,}8^0$	α
½ Tag	12^0	$6{,}1^0$	$3{,}7^0$	2^0	
1 Tag	$12{,}2^0$	$6{,}2^0$	$3{,}9^0$	$2{,}5^0$	
2 Tage	$12{,}2^0$	$6{,}3^0$	4^0	$2{,}8^0$	
3 „	$12{,}2^0$	$6{,}5^0$	$4{,}1^0$	$2{,}9^0$	
4 „	$12{,}25^0$	$6{,}6^0$	$4{,}2^0$	$3{,}1^0$	
5 „	$12{,}3^0$	$6{,}65^0$	$4{,}25^0$	$3{,}3^0$	
6 „	$12{,}3^0$	$6{,}65^0$	$4{,}3^0$	$3{,}5^0$	
7 „	$12{,}3^0$	$6{,}65^0$	$4{,}3^0$	$3{,}6^0$	

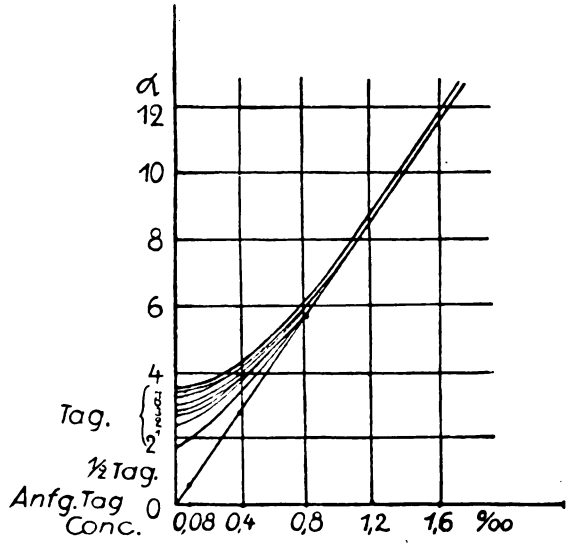


Fig. 2.

Daß die Depolarisation durch die besprochenen Suspensionen eine Folge der vielfachen Bre-

1) H. Dießelhorst, H. Freundlich u. W. Leonhardt, Elster-Geitel-Festschrift 1915, S. 453; Physik. Zeitschr. **16**, 419, 1915; **17**, 117, 1916.

2) Errera, Kolloidzeitschrift **31**, 59, 1922; **32**, 157, 1923.

Digitized by Google

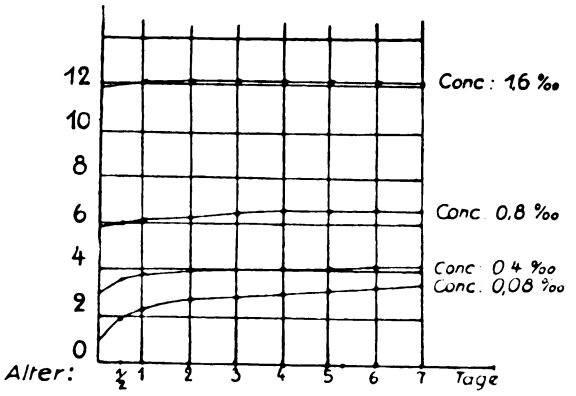


Fig. 3.

chungen und Reflexionen ist, die das Licht an den einzelnen Teilchen erfährt, erscheint ohne weiteres einleuchtend. Daß dabei der Brechung ein wesentlicher Anteil zufällt, dafür spricht der Umstand, daß doppelbrechende Teilchen eine viel stärkere Depolarisation bewirken als einfach brechende, ebenso der Umstand, daß in einem höher brechenden Mittel, an dem im Innern der Teilchen Totalreflexion auftreten kann, die Depolarisation verringert wird. Aber für die einfachen Beziehungen, die in Tabelle III und IV ihren Ausdruck finden — daß der Depolarisationswinkel der Konzentration der Suspension und bei gleicher Konzentration der Schichtdicke angenähert proportional ist, läßt sich eine einfache theoretische Ableitung nicht geben. Ich verweise in bezug auf diese Frage auf die nachstehenden Bemerkungen von Herrn Prof. König, der die Untersuchung dieses Punktes noch durch einen anderen Herrn hat fortsetzen lassen. Die vorliegende Arbeit sollte im wesentlichen dazu dienen, die Procopiuschen Angaben nachzuprüfen und auf gewisse Verwendungsmöglichkeiten, die sich für die Beobachtung dieser Depolarisationswirkungen ergeben, hinzuweisen.

(Eingegangen 18. April 1924.)

Ergänzende Bemerkungen zu der vorstehenden Arbeit des Herrn Groll.

Von Walter König.

Daß bei verschiedenen Dicken der gleichen Suspension der Depolarisationswinkel, wie ihn Procopiu nach seiner Methode bestimmt, der Dicke der Schicht proportional sein soll, ist entschieden unwahrscheinlich. Denn man kann folgende Überlegung anstellen. Aus der Art, wie Procopiu den Depolarisationswinkel definiert, folgt, daß das Verhältnis der Intensität des depolarisierten Anteils zur Intensität des ganzen hindurchgegangenen Lichtes $= 2 \cdot \sin^2 \alpha$ ist (s. vorst. Arbeit S. 234). Dann ist das Verhältnis der Intensität des polarisierten Anteils zur Intensität des ganzen Lichtes durch $\cos 2\alpha$ gegeben. Wir denken uns zwei Tröge von gleicher Dicke mit derselben Suspension gefüllt hintereinander stehen, und wir bezeichnen mit P_1 den polarisierten, mit D_1 den unpolarisierten Anteil des Lichtes nach dem Durchgange durch den ersten Trog. Dann ist der entsprechende Depolarisationswinkel α_1 gegeben durch $\cos 2\alpha_1 = P_1/(P_1 + D_1)$. Das polarisierte Licht P_1 fällt auf den zweiten Trog und erfährt in ihm die gleiche depolarisierende Wirkung; es wird also nach dem Durchgang aus einem polarisierten Anteil P_2 und einem depolarisierten Anteil D_2 bestehen, so daß

$$\frac{P_2}{P_2 + D_2} = \frac{P_1}{P_1 + D_1}$$

sein muß. Andererseits beobachtet man nach dem Durchgange durch beide Tröge einen Depolarisationswinkel α_2, der durch die Gleichung $\cos 2\alpha_2 = P_2/J$ gegeben ist, wenn J die ganze hindurchgelassene Intensität ist. Dieses J setzt sich zusammen aus $P_2 + D_2 +$ dem Betrage von D_1, der von dem zweiten Troge durchgelassen wird; diesen Betrag wollen wir D_1' nennen. Es wird anzunehmen sein, daß von P_1 in dem zweiten Troge durch seitliche Zerstreuung etwas verloren geht, so daß $P_2 + D_2 = k \cdot P_1$ gesetzt werden kann, wo k ein echter Bruch ist. Entsprechend wird $D_1' = k \cdot D_1$ sein. Dann ist $J = k \cdot (P_1 + D_1)$. Daher

$$\cos 2\alpha_2 = \frac{P_2}{k(P_1 + D_1)} = \frac{P_1 P_2}{k P_1 (P_1 + D_1)} = \frac{P_1 \cdot P_2}{(P_1 + D_1)(P_2 + D_2)} = \cos^2 2\alpha_1$$

oder

$$2 \sin^2 \alpha_2 = \sin^2 2\alpha_1.$$

Also gilt für die doppelte Dicke nicht die Formel

$$\alpha_2 = 2\alpha_1, \qquad (1)$$

sondern die Formel

$$\sin \alpha_2 = \frac{\sin 2\alpha_1}{\sqrt{2}}. \qquad (2)$$

Ich habe Herrn Stud. Seip veranlaßt, diesen Punkt noch einmal genauer nachzuprüfen. Er benutzte zwei Tröge, von denen der eine die Dicke 2,04, der andere die Dicke 3,93 cm hatte. Der letztere war also annähernd, allerdings nicht genau, doppelt so dick wie der erstere. Es sollen α_1 und α_2 die Depolarisationswinkel für den ersten und für den zweiten Trog bedeuten. Es wurden drei Suspensionen von verschiedenen Konzentrationen untersucht und es wurde gefunden:

Digitized by Google

1. Schwache Konzentration:

$$\alpha_1 = 4^0 32' \quad \alpha_2 = 6^0 54',$$

ber. nach (2) $6^0 25'$, nach (1) $9^0 4'$.

2. Stärkere Konzentration:

$$\alpha_1 = 6^0 40' \quad \alpha_2 = 9^0 33',$$

ber. nach (2) $9^0 23'$, nach (1) $13^0 20'$.

3. Starke Konzentration:

$$\alpha_1 = 15^0 26' \quad \alpha_2 = 26^0 47',$$

ber. nach (2) $21^0 17'$, nach (1) $30^0 52'$.

Berücksichtigt man, daß der zweite Trog eine etwas kleinere als die doppelte Dicke des ersten Troges hatte, so sieht man, daß die gemessenen Werte von α_2 immer größer sind, als die nach (2) berechneten Werte. Aber die gemessenen Werte liegen in den beiden ersten Fällen den nach (2) berechneten Werten sehr nahe und jedenfalls weit unter den nach (1) berechneten Werten. Bei der starken Konzentration im Falle 3 dagegen liegt α_2 nahezu in der Mitte zwischen dem nach (1) und dem nach (2) berechneten Werte. Um diese Abweichung im Sinne der obigen Betrachtungen zu erklären, müßte man annehmen, daß der Faktor k für den polarisierten und unpolarisierten Anteil des auf den zweiten Trog fallenden Lichtes nicht gleich ist. Man müßte also setzen:

$$P_2 + D_2 = k \cdot P_1 \text{ und } D_1' = k' \cdot D_1.$$

Bezeichnet man noch das Verhältnis $k'k$ mit ε, so erhält man statt der obigen Gleichung (2) die Gleichung:

$$\cos 2\alpha_2 = \frac{P_1 + D_1}{P_1 + \varepsilon D_1} \cdot \cos^2 2\alpha_1,$$

die für $\varepsilon = 1$ in die Gleichung (2) übergeht. Soll diese Gleichung größere Werte für α_2 ergeben, als die Formel (2), so muß ε größer als 1 sein, d. h. der unpolarisierte Anteil muß mit einem größeren Betrage als der polarisierte Anteil von dem zweiten Troge durchgelassen werden, und dieser Unterschied würde nach den Ergebnissen der Beobachtung mit wachsender Konzentration steigen.

Sprechen diese Erwägungen gegen eine Proportionalität des Depolarisationswinkels mit der Zahl der getroffenen Teilchen, so erscheint von diesem Gesichtspunkte aus auch die Proportionalität mit der Konzentration zunächst auffallend und zweifelhaft. Herr Seip hat auch darüber noch einmal eine genaue Versuchsreihe ausgeführt, deren Ergebnisse ich in der folgenden Tabelle zusammenstelle.

Konzentration c:	100	95	90	85	80	75	70	60	55	50	40	30	25 Proz.
Depol.-Winkel α:	8,98	8,71	8,70	8,11	7,73	7,10	6,47	5,81	5,66	5,40	4,11	3,23	2,71°
$\frac{100 \cdot \alpha}{c}$:	8,98	9,15	9,65	9,53	9,65	9,47	9,25	9,65	10,25	10,80	10,25	9,65	10,80

Die untersuchte Suspension war, ebenso wie bei den anderen oben angeführten Versuchen, Borsäure in Petroleum. Die stärkste Konzentration war so gewählt, daß nach gutem Umrühren die Teilchen während der Messung schweben blieben und sich nicht sofort zu Boden setzten. Von dieser mit 100 bezeichneten Konzentration aus wurden die andern Konzentrationsgrade durch Verdünnen mit Petroleum erreicht. Hier ist nun aber doch der Depolarisationswinkel in der Tat der Konzentration durchaus proportional, wie es Herr Groll (s. o.) und für schwächere Konzentrationen Procopiu gefunden haben. Will man in den Verschiedenheiten der Zahlen der letzten Reihe einen gewissen Gang erblicken, so würde dieser dafür sprechen, daß mit wachsender Konzentration der Depolarisationswinkel etwas schwächer wächst als die Konzentration. Dem aber würden die Ergebnisse der Messungen Procopius widersprechen, der für allerdings wesentlich stärkere Konzentrationen (für Werte von α zwischen 11^0 und 23^0) eine Zunahme des Verhältnisses α/c findet. Daher dürften die Schwanknngen der Werte von $100\,\alpha/c$ in der obigen Tabelle doch vielleicht auf Meßfehlern beruhen, die den Gang nur vortäuschen. Die Klärung dieser Verhältnisse bedarf weiterer Versuche und eingehenderer theoretischer Überlegungen.

Gießen, April 1924.

(Eingegangen 18. April 1924.)

Eine Bemerkung zu der Arbeit der Herren Thiel und Ritter über die Schmelzbarkeit des Kohlenstoffs usw.

Von J. Plotnikow.

In ihrer interessanten Arbeit[1]) haben die Verfasser manche Autoren, die sich ebenfalls mit der Lösung dieser und ähnlicher Fragen beschäftigt haben, nicht erwähnt. Deshalb erlaube ich mir die Verfasser noch auf folgende Literatur aufmerksam zu machen:

J. Plotnikow, 1. Zur Frage der Herstellung künstlicher Diamanten und der Verflüssigung der Kohle, Prometheus, XXX, Nr. 1555, S. 361, 1919; 2. Ein Erweichen und Biegen

1) Zeitschr. f. angew. und anorg. Chem. **132**, 153, 1923.

Digitized by Google

eines Kohlenstabes bei sehr hohen Temperaturen, Physik. Zeitschr. **19**, 520, 1918; 3. Dasselbe in ausf. Form, Ber. d. Petersb. Akademie 1917, S. 883.
J. Gmachl-Pammer, Notizen über das Erweichen des Kohlenstoffs, Wien. Akad. Ber. **129**, 6, 7, 1920; Wien. Monatshefte f. Chemie **41**, 6, 7, 1920.

Zagreb-Agram, 1. März 1924, Phys.-Chem. Inst. d. Königl. Techn. Hochschule.

(Eingegangen 24. März 1924.)

ZUSAMMENFASSENDE BERICHTE.

Besorgt von R. Seeliger.

Elektrodenlose Entladungen.

Von G. Mierdel.

Das Studium elektrodenloser Entladungen scheint deswegen von besonderem Wert zu sein, weil die Anwesenheit metallischer Elektroden innerhalb des Entladungsrohres gewisse Komplikationen und Fehlerquellen mit sich bringt, die die Übersicht über die beobachteten Erscheinungen erschweren und deshalb ihrer theoretischen Deutung große Schwierigkeiten bereiten können. Einmal pflegen die Elektroden allein durch ihre Anwesenheit gewissermaßen rein geometrisch die Homogenität und Symmetrie der Entladung zu stören, besonders dann, wenn sie, wie es bei derartigen Experimentaluntersuchungen oft der Fall ist, der Glaswand sehr nahe kommen, dann aber auch sind die den ganzen Mechanismus der Gasentladungen bestimmenden elektrischen Größen, wie z. B. der Kathodenfall, weitgehendst vom Elektrodenmaterial, dessen Oberflächenbeschaffenheit, Reinheit, eventuell Gasbeladung, elektrischen Doppelschichten usw. abhängig.

Dazu kommt wenigstens bei spektralanalytischen Untersuchungen ein Vorteil mehr praktischer Art in Betracht, daß sich nämlich ein Rohr ohne Innenelektroden im allgemeinen viel leichter und besser reinigen und entgasen läßt als bei Anwesenheit größerer metallischer Massen, so daß es auf diese Weise möglich sein wird, mit verhältnismäßig geringen Mitteln reine Versuchsbedingungen zu schaffen.

Demgegenüber muß man bei allen elektrischen Entladungen als beträchtlichen Nachteil den wesentlichen Umstand mit in Kauf nehmen, daß es sich hierbei naturgemäß ausschließlich um elektrische Wechselfelder meist hoher Frequenz handelt, so daß elektrische oder optische Messungen an den Entladungen wesentlich erschwert sind und überhaupt nur meist zeitliche Mittelwerte gemessen werden können. Neben einer örtlichen Veränderlichkeit der Raumladungen, Feldstärken, Elektronengeschwindigkeiten usw. ist hierbei also auch eine zeitliche Veränderlichkeit dieser Größen zu berücksichtigen. Bei Messungen von kritischen Feldstärken, Zünd- oder Anregungsspannungen sind derartige Schwierigkeiten natürlich unwesentlich.

Wir wollen für das Folgende den Begriff der „elektrodenlosen Entladung" dahin erweitern, daß wir hier auch diejenigen Entladungserscheinungen einordnen, bei denen zwar Elektroden vorhanden sind, diese aber mit dem Entladungsraum in keiner direkten Verbindung stehen, sondern von ihm durch die Glaswand der Entladungsröhre oder noch andere Dielektrika getrennt sind. In diesem Fall ist es klar, daß für eine Entladung nur zeitlich veränderliche Ströme in Frage kommen, die in Form von Verschiebungsströmen die isolierenden Schichten (Glas, Luft) durchsetzen. Bei allen derartigen Fällen handelt es sich also um das Problem des „geschichteten Kondensators", bei dem die eine Schicht eine relativ große und mit der Feldstärke veränderliche Leitfähigkeit aufweist. Die zweite Möglichkeit, Gasentladungen ohne Elektroden zu erzeugen, ist unter dem Namen „elektrodenloser Ringstrom" bekannt und beruht im wesentlichen auf elektromagnetischer Induktion seitens eines hochfrequenten magnetischen Wechselfeldes im Innern einer Spule. Dieser Fall repräsentiert einen im wahrsten Sinne elektrodenlosen Strom. Denn während die Entladungen des ersten Typs stets an der Glaswand des Entladungsrohres ansetzen, und es dabei an diesen Stellen zur vollen Ausbildung der charakteristischen kathodischen Glimmlichtgebilde kommt, stellt die Ringentladung einen in sich selbst geschlossenen Strom dar ohne irgendwelche Differenzierungen der elektrischen oder optischen Struktur längs der Strombahn.

Wir werden zweckmäßig die Entladungserscheinungen unter Verwendung von Außenelektroden (Teil 1) und den elektrodenlosen Ringstrom (Teil 2) gesondert behandeln.

Digitized by Google

1. Entladungen mit Außenelektroden.

a) Elektrische Eigenschaften.

Lädt man einen Kondensator, zwischen dessen Belegen sich ein passend evakuiertes Rohr ohne Elektroden befindet, gleichmäßig zunehmend auf ein hohes Potential auf, so entsteht innerhalb der Röhre ein elektrisches Feld, das, wenn seine Stärke groß genug ist, im Gasinhalt eine selbständige Ionenstoßentladung hervorbringt. Diese Entladung hat zur Folge, daß sich sofort die den Kondensatorplatten nächstliegenden Teile der inneren Glaswand entgegengesetzt der Ladung der benachbarten Platte aufladen, wodurch das elektrische Feld im Innern der Röhre abgeschwächt wird, bis die zur Aufrechterhaltung der Entladung notwendige Feldstärke unterschritten ist und die Entladung erlischt. Steigt die Potentialdifferenz der Kondensatorplatten immer noch mehr, so wächst auch die Feldstärke im Innern des Rohres wieder, bis die Röhre von neuem zündet und das Spiel sich wiederholt. Generell wird man also für die im Gase herrschende Feldstärke in ihrer Abhängigkeit von der Zeit den in Fig. 1 skizzierten Verlauf erhalten. Hier bedeuten Z die zum Zünden und M die zur Erhaltung der Entladung erforderliche Mindestfeldstärke. Die gestrichelte Linie stellt das Feld im Kondensatorraum dar, wenn die Röhre nicht vorhanden wäre.

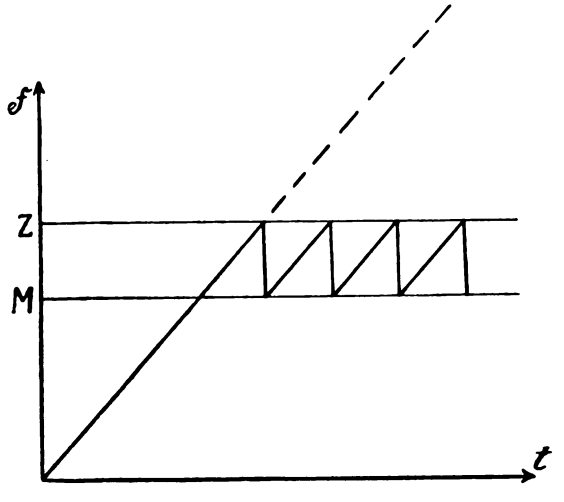


Fig. 1.

Aus der Spannungsdifferenz des Kondensators, seinen Dimensionen und geometrischen Verhältnissen ließe sich auf diese Weise die zum Zünden der Entladung notwendige Mindestfeldstärke bestimmen. In der Absicht, nach dieser Methode genaue Werte für die kritische Feldstärke zu erhalten, stellte O. Lehmann[55]) eine evakuierte Glaskugel in die Nähe einer frei im Raume stehenden Konduktorkugel auf, die er langsam auf immer höheres Potential auflädt. Dabei zeigt es sich nun, daß die nicht vollständig zu beseitigende Leitfähigkeit der inneren Glaswandung eine störende Rolle spielt. Das Aufleuchten erfolgt nämlich nicht immer genau bei demselben Potentialwert des Konduktors, sondern tritt zuweilen auch bei konstant gehaltener Ladung nach einiger Zeit spontan ein. In sehr instruktiver Weise hat O. Lehmann den Einfluß der Glasleitfähigkeit folgendermaßen demonstriert. Ein drei Meter langes evakuiertes Rohr ist an beiden Enden mit Außenelektroden versehen, an die mit Hilfe einer Akkumulatorenbatterie eine konstante Gleichspannung von ca. 2000 Volt gelegt ist. Wir müssen nach dem oben Gesagten erwarten, daß jetzt ein dauernder Strom durch die Röhre nicht fließen kann. Tatsächlich beobachtete Lehmann ein kurzes Aufleuchten des Rohres in regelmäßigen Intervallen von etwa 1 Sekunde. Diese Beobachtung erklärt sich ungezwungen durch die Annahme einer geringen Leitfähigkeit der inneren Glaswand, so daß sich die bei jeder momentanen Entladung entstehenden Wandladungen ausgleichen können. Dies führt automatisch zur Erhöhung des inneren Potentialgradienten und schließlich zum Durchbruch der Gasstrecke. Da im Moment des Aufleuchtens infolge der Wandladungen usw. die Verhältnisse bezüglich der elektrischen Feldverteilung natürlich unübersehbar sind, ist es auf diese Weise unmöglich, zu genauen Werten für die kritische Feldstärke zu gelangen.

Nun muß es natürlich auch gelingen, das Gas ohne Innenelektroden zum Aufleuchten zu bringen, wenn man die Änderung des Potentialgradienten statt durch allmähliches Aufladen eines Konduktors oder Kondensators bei unveränderter geometrischer Anordnung durch Veränderung der Lage des Rohres im zeitlich konstanten elektrischen Feld hervorruft. Hierhin gehört die bekannte, zuerst wohl von Hawksbee[38]) erwähnte Erscheinung, daß ein elektrodenloses Vakuumrohr aufleuchtet, wenn man es einem geriebenen Glasstab nähert. In eleganter Form haben O. Lehmann (l. c.) und fast gleichzeitig Rimington und Smith[65]) durch Bewegung von Entladungsröhren in ruhenden elektrostatischen Feldern Aufleuchten derselben erhalten: Sie ließen ein zylindrisches evakuiertes Glasrohr zwischen den Platten P eines geladenen Kondensators sich um eine Achse senkrecht zur Feldrichtung drehen (Fig. 2). Jedesmal wenn die auf die ganze Rohrlänge fallende Potentialdifferenz und somit die Feldstärke im Innern des Rohres einen gewissen von Gasinhalt, Druck usw. abhängigen Wert erreicht hat, setzt

Digitized by Google

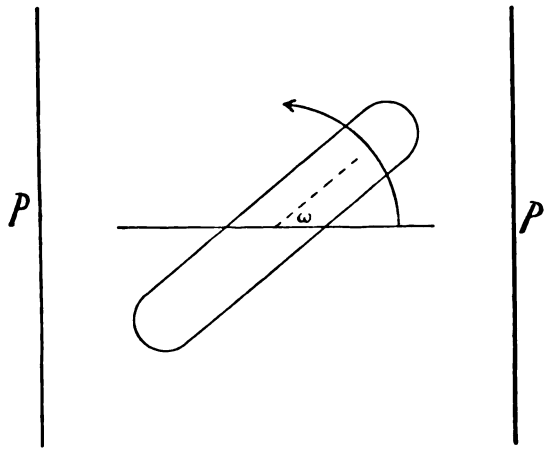


Fig. 2.

die Entladung ein, die Wandladungen bilden sich usf. In ganz bestimmten Lagen, die übrigens von der Drehgeschwindigkeit unabhängig zu sein scheinen, wird also die Röhre jedesmal aufleuchten, und man kann aus der Messung des Winkels ω, bei dem das erste Aufleuchten eintritt, die kritische Feldstärke berechnen unter der Voraussetzung, daß durch die Anwesenheit des Rohres das homogene Kondensatorfeld nicht merklich verzerrt wird. Jervis-Smith[43]) läßt eine Kugel im Feld eines Plattenkondensators rotieren und beobachtet ein die ganze Kugel erfüllendes diffuses Leuchten.

Das Auftreten von Wandladungen und die damit verbundene Abschirmung des äußeren Feldes spielt auch eine wesentliche Rolle bei den früher oft mit negativem Erfolg angestellten Versuchen, Kathodenstrahlen durch einen außen angelegten Kondensator abzulenken. Wo bei derartigen Anordnungen trotzdem eine dauernde Ablenkung eintrat, konnten E. Wiedemann und G. C. Schmidt[91]) zeigen, daß sie auf einer Verlegung des Ansatzfleckes der Kathodenstrahlen beruhte. Erst J. J. Thomson[84]) arbeitete nach dem Vorgang von Hertz mit Innenkondensator und konnte so als erster die elektrostatische Ablenkung der Kathodenstrahlen einwandfrei nachweisen; erst dadurch wurden alle bis dahin bestehenden Zweifel an der Auffassung der Kathodenstrahlung als Korpuskularstrahlung restlos beseitigt. Tatsächlich gelingt es jetzt auch mit Außenelektroden, die elektrostatische Ablenkung der Kathodenstrahlen nachzuweisen; man muß nur, wie aus obigen Darlegungen hervorgeht, veränderliche Felder, am besten Wechselfelder verwenden, wie es zuerst H. Ebert[22]) gemacht hat, unter Verwendung einer Wechselspannung von 1500 Volt und einer Frequenz von 500 sec^{-1}.

Die Verwendung von nieder- und hochfrequenten Wechselfeldern ist natürlich für das Studium der elektrodenlosen Entladungen ungleich bequemer als die bisher behandelten Methoden, die mit einmaligen Aufladungen eines Kondensators oder mit Bewegungen von Röhren im elektrostatischen Feld arbeiten. Als Beispiel für die Anwendung niederfrequenten Wechselstroms diene die von W. Siemens[74]) angegebene Ozonröhre. Hier haben wir zwischen den beiden Elektroden, die als koaxiale Zylinder ausgebildet sind, zwei ebenfalls zylindrische Glasschichten als Dielektrikum und dazwischen den Gasinhalt. Als Stromquelle dient hochgespannter Wechselstrom, der als reiner Verschiebungsstrom die Glaswände und als Verschiebungs- und Leitungsstrom das Gas durchsetzt. Solange die äußere Spannung kleiner ist als ein bestimmter Minimalwert, geht keine Entladung durch das Gas hindurch und die Röhre verhält sich wie ein gewöhnlicher geschichteter Kondensator. Wird aber jetzt diese Potentialdifferenz überschritten, so tritt selbständige Ionenstoßentladung im Gase ein, die inneren Wände beladen sich mit das Feld im Innern schwächenden Ladungen, bis die zur Aufrechterhaltung der Entladung notwendige Mindestpotentialdifferenz M unterschritten ist und die Entladung erlischt. Das Spiel kann sich natürlich während ein und desselben Potentialanstieges mehrfach wiederholen, so daß wir in jeder Halbwelle der Spannung eine große Anzahl Entladungsstöße im Gase haben (disruptive Entladung). Unter gewissen vereinfachenden Annahmen, z. B. der, daß die eine Elektrode momentan aufgeladen und mit dem Polwechsel solange gewartet wird, bis die von der vorhergehenden Aufladung herrührenden Verschiebungs- und Leitungsströme abgeklungen sind, also bezüglich des rein elektrostatischen Problems und unter Umgehung der eigentlichen ionenkinetischen Schwierigkeiten kann man zu Beziehungen zwischen leicht meßbaren elektrischen Größen kommen ([90, 70, 31, 32])), die sich durch Versuche bestätigen lassen. Gray[31]) macht zuerst darauf aufmerksam, daß für die Ozonbildung in derartigen Röhren natürlich nur der Leitungsstrom in Frage kommt, während ältere Arbeiten die Ozonausbeute ausschließlich auf den der direkten Messung zugänglichen Gesamtstrom beziehen, und kommt auf Grund eigener Messungen zu dem Ergebnis, daß die Ozonausbeute unabhängig vom Elektrodenpotential und sehr nahe proportional der Stärke des Leitungsstromes ist.

Die Erscheinungen, die elektrodenlose Röhren im Hochfrequenzfeld darbieten, sind sehr eingehend und systematisch zuerst von H. Ebert und E. Wiedemann[23–26]) untersucht worden. Sie bedienten sich dabei ausschließlich der

Digitized by Google

Lecherschen Anordnung. Die zu untersuchenden Röhren wurden zwischen oder neben die Platten des Endkondensators gebracht. Es zeigte sich, daß die Erscheinungen um so heller und schärfer ausgeprägt sind, je kleiner die Dämpfung des Systems gemacht wird, während die Gegenwart leuchtender Gase selbst keinen Einfluß auf die Lage der Knoten auf den Lecherdrähten hat.

Als typisches Bild der Entladung in einem zylindrischen Rohr zwischen den Endkondensatorplatten diene die schematische Fig. 3. In-

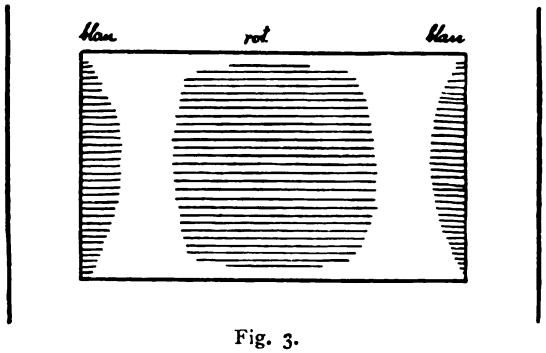


Fig. 3.

folge Fehlens jeglicher Ventilwirkung ist selbstverständlich die ganze Entladungserscheinung symmetrisch zur Mittellinie angeordnet. Die beiden den Elektroden zunächstgelegenen in Luft blauen Schichten und die in der Mitte befindliche rote Lichtsäule lassen sich unschwer als negatives Glimmlicht bzw. positive Säule identifizieren. Der Faradaysche Dunkelraum ist stets deutlich erkennbar, die positive Säule ist immer ungeschichtet. (Über die gelegentliche Beobachtung von Schichten vgl. weiter unten.) Das Vorhandensein des Faradayschen Dunkelraums deutet darauf hin, daß die oben skizzierte Struktur auch wirklich vorhanden ist und nicht etwa nur dem Auge durch Superposition zweier im schnellen Wechsel aufeinanderfolgender Entladungsbilder vorgetäuscht wird; wäre dies der Fall, so müßte man nämlich ein die ganze Röhre ausfüllendes rotes Licht mit blauen Rändern an den Elektroden erwarten. Es ist also auch tatsächlich an der jeweiligen Anode eine positive Raumladung und ein dadurch bedingter hoher Potentialfall vorhanden, was durchaus plausibel erscheint, wenn man annimmt, daß die kathodischen Gebilde wegen ihrer Trägheit dem raschen Potentialwechsel (10^8 sec^{-1}) nicht so schnell zu folgen imstande sind wie die anodischen[25]).

Bezüglich der Schichtdicke, der Dicke des Dunkelraumes und ihrer Abhängigkeit vom Druck gelten natürlich dieselben Regeln wie bei der gewöhnlichen Entladung mit Innenelektroden. Auch ist bei Röhren verschiedener Länge cet. par. nur die Länge der positiven Säule veränderlich, alle andern Dimensionen und geometrischen Verhältnisse bleiben erhalten.

Wegen der Absorption von Energie aus dem Schwingungsfelde muß natürlich eine leuchtende Röhre einen elektrodynamischen Schatten werfen, d. h. sie schirmt andere in ihrer Nähe befindliche Röhren gegen das Wechselfeld ab. Moser[61]) hat diese Schirmwirkung an zwei ineinander gesteckten Röhren untersucht, wobei der Druck in der umhüllenden Röhre variiert wurde. Er konnte so zeigen, daß die Schirmwirkung und damit auch die Energieabsorption bei einem gewissen Druck von der Größenordnung 1 mm ein Maximum hat und bei weiterer Evakuation wieder bis auf null abnimmt. Ebert und Wiedemann[24]) beobachteten eine Schirmwirkung, die sich auf gewisse Entfernung auch nach der Seite und sogar nach vorn erstreckt.

Wie bei den gewöhnlichen Entladungen mit Innenelektroden gibt es auch hier bei gegebenen Anregungsbedingungen einen begrenzten Druckbereich, innerhalb dessen das Rohr anspricht. Der Optimaldruck ist im allgemeinen kleiner als bei Innenelektroden, und der Minimaldruck verschiebt sich wie üblich mit wachsenden Gefäßdimensionen nach kleineren Werten, was verständlich ist, wenn man annimmt, daß das Verhältnis der freien Elektronenweglänge zu den Gefäßabmessungen eine Rolle spielt. Auffallend ist allerdings eine von C. Gutton, S. K. Mitra und V. Ylöstalö[33]) in einer später noch genauer zu besprechenden Publikation erwähnte Erscheinung bezüglich der Druckabhängigkeit der elektrodenlosen Entladung. Ein zylindrisches Rohr mit eng anliegenden großen Außenelektroden wird mit Wechselstrom hoher Periodenzahl betrieben. Es zeigt sich, daß bei sehr hohen Frequenzen (ca. 10^6 sec^{-1}) das Stadium der grünen Glasfluoreszenz bei sehr viel höheren Drucken (1,4 mm) als sonst erhaltbar ist und daß im Rohrlumen befindliche Körper noch bei 0,5 mm Druck scharf konturierte Schatten auf den Fluoreszenzfleck werfen.

In Analogie mit gewöhnlichen Entladungen wird man auch hier einen Unterschied zwischen der zum Zünden und zum Fortbestehen der Entladung erforderlichen Potentialdifferenz erwarten können. Direkt zeigt sich ein solcher Unterschied an der bekannten Tatsache, daß ein evakuiertes Rohr im Felde eines Teslatransformators in gewisser Entfernung von der Spule zum Leuchten erregt wird, während man es von dieser Stelle beträchtlich entfernen kann, ehe die Entladung aussetzt[40, 62]). Die zum Zünden erforderliche Feldstärke im Innern des

Digitized by Google

Rohres hängt, wie wir weiter unten sehen werden, von Druck und Frequenz ab und ist von der Größenordnung 30 Volt/cm.

H. Brusch[11]) hat als erster versucht, die Erscheinungen der Entladung mit Außenelektroden auch nach der quantitativen Seite näher zu untersuchen. Er arbeitet mit Sonden und nimmt dadurch von vornherein die damit verbundenen bekannten Fehlerquellen in Kauf, was bei derartigen hochfrequenten Wechselströmen und disruptiven Entladungen einigermaßen bedenklich erscheint. Untersucht werden von ihm zwei Röhrenformen, die erste im Prinzip dem Gehrckeschen Glimmlichtoszillographen ähnlich, aber die Elektroden mit einer dünnen Glasschicht bedeckt, die zweite zylindrisch mit ebenen Außenelektroden an beiden Enden. Als Stromquelle benutzt er einen mit 50 per. Wechselstrom betriebenen Transformator. Bei derartig langsamem Polwechsel hat die Entladung hinreichend Zeit, sich der neuen Stromrichtung gemäß umzustellen und in normaler Weise auszubilden, so daß im rotierenden Spiegel die beiderseitigen typischen Entladungsbilder sichtbar werden. Gemessen werden die Momentanwerte der Sondenspannungen und zwar mittels eines der Joubertschen Scheibe nachgebildeten mit dem benutzten Wechselstrom synchron laufenden Kontaktapparates, der die verschiedensten Phasen einzustellen gestattet. Als Resultat einer Messung mit 7 auf die ganze Rohrlänge verteilten Sonden ergibt sich qualitativ der übliche Potentialverlauf der ungeschichteten Entladung. Bemerkenswert ist die Abhängigkeit des Kathoden- und Anodenfalls vom Druck. Es zeigt sich nämlich ein langsames Abnehmen des Kathodenfalles bei wachsender Evakuation bis auf etwa die Hälfte des normalen Wertes, worauf ein etwas schnellerer Anstieg folgt. Der Anodenfall dagegen steigt bei abnehmendem Druck außerordentlich rasch zu auffallend hohen Werten an, überschreitet ein scharf ausgeprägtes Maximum, um dann sehr schnell auf kleine Werte herabzusinken. Die Fig. 4 zeigt in rohen Zügen dies Verhalten. Über die absolute Größe des Kathodenfalls wäre zu bemerken, daß der bei Hartgummi und Siegellack gefundene Wert von ca. 260 Volt der Größenordnung nach durchaus mit den üblichen Werten an metallischen Kathoden übereinstimmt. Der für Glas gefundene Wert von ca. 140 Volt erscheint allerdings recht klein. Dies mag seinen Grund haben in einer allmählichen Bedeckung der inneren Glaswand mit metallischem Natrium, die nach Campbell-Swinton[13]) durch oberflächliche Zersetzung des Glases in elektrodenlosen Röhren stets eintreten soll.

Wie die Aufnahme der Spannungskurve und

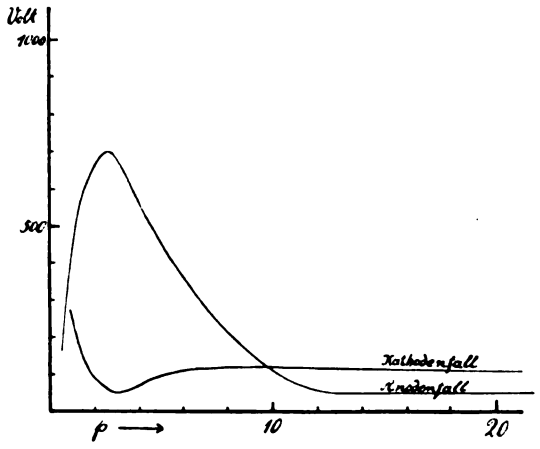


Fig. 4.

die Betrachtung des Rohres im rasch rotierenden Spiegel erkennen lassen, ist die Entladung diskontinuierlich und besteht während jeder Periodenhälfte aus einer sehr großen Anzahl von Einzelentladungen.

Auch K. Przibram[62]) hat durch Sondenmessung an einem langen im Teslafeld leuchtenden Rohre den Spannungsverlauf längs der Entladungsbahn gemessen und zwar in einer geschichteten Entladung. Abgesehen von einer nebenbei erwähnten Beobachtung von H. Ebert und E. Wiedemann[25]) scheint Przibram als einziger das Auftreten geschichteter elektrodenloser Entladungen beobachtet zu haben. Er arbeitete mit ziemlich primitiven Mitteln (Funkenmikrometer zur Messung der Sondenspannung) und kann daher nur rohe Werte bekommen. In Analogie mit der gewöhnlichen Entladung spiegelt sich auch hier die optische Inhomogenität des Entladungsbildes in einer Periodizität des Feldverlaufs wieder. Jedoch scheint hier der Mechanismus der Schichtung ein anderer zu sein als sonst; dafür spricht erstens die verhältnismäßig große Schichtlänge bei großen Drucken, zweitens die Unabhängigkeit der Schichtlänge vom Druck. Interessant wäre auch die Abhängigkeit der Schichtlänge von der Frequenz. Leider werden hierüber keine Angaben gemacht.

Aus den eingangs erwähnten Gründen liegt es nahe, mit elektrodenlosen Röhren die elektrische Durchbruchsfestigkeit von Gasen zu messen, da man auf diese Weise hoffen kann, zu Werten zu gelangen, die für das betreffende Gas als solches charakteristisch sind und nicht noch von anderen Faktoren abhängen. Derartige Messungen mehr qualitativer Art hat zunächst O. Lehmann[55]) angestellt. Er nähert ein Entladungsrohr einem geladenen Konduktor bekannten Potentials, bis das Gas momentan aufleuchtet. Das Aufleuchten geschieht natür-

Digitized by Google

lich in um so größerer Nähe des Konduktors, je größer die elektrische Festigkeit des Gases ist. Man kann mit diesen einfachen Mitteln natürlich keine Absolutwerte für die Festigkeit erhalten, wohl aber recht gut zu relativen Werten für die einzelnen Gase gelangen.

Diese Messungen wurden wiederholt und erweitert durch K. Przibram[62]), der folgende Gesetzmäßigkeiten aufstellte: 1. Mit abnehmendem Druck nimmt die kritische Feldstärke auch ab. Dies steht im Einklang mit den Messungen von Brusch[11]), der für die Feldstärke-Druckabhängigkeit eine den Entladungsverhältnissen mit Innenelektroden entsprechende Kurve erhält. 2. Je größer das Gefäß, desto kleiner die kritische Feldstärke.

Die Abhängigkeit der kritischen Feldstärke von Druck und Rohrdurchmesser läßt sich rein empirisch durch eine einfache Formel wiedergeben. W. Matthies[60]) und E. Bouty[9, 10]) machen auf die unter Umständen recht lang andauernde Restionisation aufmerksam, die bei einer wiederholten Zündung die kritische Feldstärke erheblich herabsetzen kann. Die angegebene Abklingzeit von etwa 10 Minuten scheint jedoch viel zu hoch zu sein und widerspricht den üblichen Vorstellungen von der Rekombinationszeit, die nach Messungen von E. Rumpf[69]) und neuerdings R. Seeliger[72]) von bedeutend kleinerer Größenordnung (10^{-3} Sekunden) sein dürfte. Allerdings wird man vermuten können, daß bei Gegenwart metallischer Oberflächen der Rekombinations- und Diffusionsvorgang bedeutend schneller sich abspielt als in elektrodenlosen Röhren. Vielleicht spielen hierbei auch Erscheinungen, die mit der Rückstandsbildung in Leidener Flaschen zusammenhängen und bisher bei derartigen Untersuchungen wenig beachtet wurden, eine störende Rolle.

Erheblich genauere Messungen der Durchbruchsfeldstärke sind von E. Bouty[3–8]) angestellt worden, und zwar in folgender Weise: Das Potential eines Kondensators, zwischen dessen Platten sich das Entladungsgefäß befindet, wird langsam so weit gesteigert, bis die Entladung eintritt. Nach dieser Methode wird eine große Anzahl von Gasen und Dämpfen untersucht. Die Abhängigkeit der Durchschlagsfestigkeit vom Gasdruck läßt sich sehr gut genähert durch eine dem Paschenschen Gesetz entsprechende Formel wiedergeben. Eine Zusammenstellung der beobachteten Werte geben W. A. Roth und K. Scheel[68]).

In neuerer Zeit haben C. Gutton, S. K. Mitra und V. Ylöstalö[33]) sehr saubere und sorgfältige Messungen der kritischen Feldstärke veröffentlicht und zwar sowohl an Röhren mit Innen-, wie mit Außenelektroden. Gemessen wird hier nicht wie in den vorerwähnten Untersuchungen bei einmaligem Durchbruch (statische Zündung), sondern unter Verwendung von hochfrequentem Wechselstrom. Die Frequenzen sind zum Teil so hoch, daß hierbei im Gegensatz zu früheren Arbeiten eine beträchtliche Restionisation für jede neue Zündung in Frage kommen dürfte. Zur Erzeugung der Schwingungen wird ein Röhrengenerator benutzt. Für eine feste Frequenz wird durch Steigerung der Röhrenheizung die Spannung langsam so weit erhöht, daß der Durchbruch des Gases erfolgt. Die so aufgenommenen Spannung-Druckkurven haben stets bei allen zur Verwendung gelangenden Frequenzen (50 — etwa $2 \cdot 10^6$ sec^{-1}) denselben Verlauf wie die bekannten Paschenschen Kurven der Minimumpotentiale (Fig. 5).

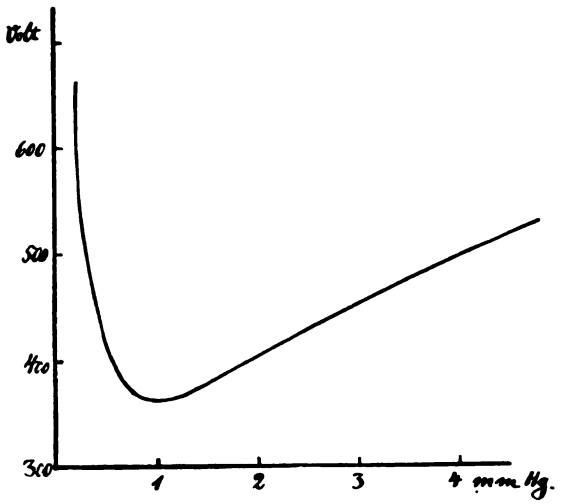


Fig. 5.

Ein merkwürdiger Unterschied besteht aber zwischen dem Fall der Innen- und Außenelektroden. Es nimmt nämlich im ersten Fall bei konstantem Druck die Zündspannung mit der Frequenz stets zu, während sie im Fall der Außenelektroden bei kleinen Drucken zunimmt, bei großen aber abnimmt; bei mittleren Drucken ergeben sich für die Zündspannung-Frequenzabhängigkeit Kurven, die bei bestimmten Frequenzen ein Minimum besitzen. Die Lage dieses Minimums hängt von den Rohrdimensionen ab, weniger vom Druck, und ist von der Größenordnung 10^5 sec^{-1}. Zeichnet man also nach Art der Fig. 5 für verschiedene Frequenzen die Kurven auf, so erhält man für Außenelektroden eine Schar von sich schneidenden Kurven, während sie im ersten Fall einander weitgehendst parallel laufen, sich jedenfalls nicht schneiden.

Abgesehen von derartigen Einzelheiten kann man wohl sagen, daß im allgemeinen wenigstens

Digitized by Google

in elektrischer Beziehung keine prinzipiellen Unterschiede zwischen Entladungen mit und ohne Innenelektroden bestehen.

b) Optische Eigenschaften.

Über die optischen Eigenschaften der elektrodenlosen Entladungen liegen noch recht wenig Arbeiten vor. Es scheint hier die Fülle der Erscheinungen und ihre Mannigfaltigkeiten von einem eingehenden systematischen Studium abgeschreckt zu haben. H. Ebert und E. Wiedemann machen in ihren grundlegenden Untersuchungen (l. c.) auf die große Ökonomie der Lichtemission derartiger Vakuumentladungen aufmerksam. Überschlagsrechnungen führen zu erstaunlich geringen Werten für die zur Lichtanregung erforderliche Energie, so daß die Verwendung derartiger Erscheinungen als Lichtquellen naheliegt. In praktischer Ausführung liegt nur die von H. Ebert[21]) angegebene Hochfrequenzluminiszenzlampe vor (Fig. 6). In-

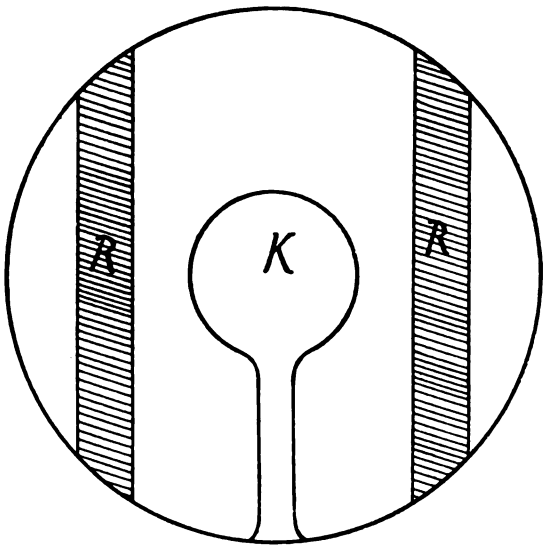


Fig. 6.

mitten einer ziemlich hoch evakuierten Glaskugel von 10 cm Durchmesser befindet sich ein mit grünlich fluoreszierender Substanz bestrichener Knopf K. Auf der Außenseite des Entladungsgefäßes sind zwei Stanniolringe R als Elektroden aufgeklebt, die mit der Hochfrequenzapparatur verbunden werden. Es gehen dann von der inneren Glaswand unter den Elektroden kaum sichtbare Kathodenstrahlen aus, die die fluoreszierende Substanz K zu hellem Leuchten erregen. Die Lampe soll etwa 2000 mal ökonomischer sein als die Normal-Hefnerkerze; ihre Helligkeit läßt sich bequem auf 0,03 HK steigern. Trotz ihrer großen Ökonomie — der von Ebert selbst angegebene Wert $5 \cdot 10^{-5}$ Watt/HK kann natürlich nicht richtig sein, da die optisch wirksame Gesamtstrahlung einer Hefnerkerze eine Energie von ca. 0,1 Watt repräsentiert — wird die Lampe wegen ihrer verhältnismäßig komplizierten Erregungsart als Lichtquelle kaum in Betracht kommen können.

Spektroskopische Untersuchungen mehr orientierender Art hat zuerst ebenfalls H. Ebert[21]) angestellt, und zwar an Jod, Brom und Wasserstoff. Er sucht nach einer Abhängigkeit der spektralen Intensitätsverteilung von der Frequenz des anregenden Schwingungskreises und findet, daß sich mit wachsender Frequenz der spektrale Schwerpunkt der Intensität nach kürzeren Wellenlängen verschiebt.

Eingehendere Untersuchungen auf diesem Gebiet sind von R. Lawson[50]) angestellt worden, rein aus dem Bestreben heraus, die Struktur der Spektren unter möglichst vielseitigen Anregungsbedingungen zu studieren. Er benutzt die ungedämpften Schwingungen einer Poulsenlampe. Als Außenelektroden dienen Quecksilbernäpfe, in die die Röhre eintaucht. Zunächst ergab sich als allgemein gültig die Unabhängigkeit von der Frequenz bei sonst gleichbleibenden Verhältnissen. Dieses Resultat steht im Widerspruch mit der oben erwähnten Feststellung Eberts bezüglich der Verlagerung der Intensitätsverteilung, der sich aber aufklärt im Sinne Lawsons durch die Annahme, daß bei den Ebertschen Versuchen der Strom nicht konstant blieb, sondern mit wachsender Frequenz naturgemäß zunahm, so daß die Intensitätsänderung einzelner Spektralzonen ausschließlich auf Konto der Stromänderung zu setzen ist. Ein ähnlicher Fall trat bei den Lawsonschen Messungen bei Argon ein: hält man die Frequenz konstant und steigert lediglich die Stromstärke, so resultiert eine Schwächung des roten und eine Zunahme des blauen Spektrums, also eine Intensitätsverlagerung nach kürzeren Wellen, ganz in Übereinstimmung mit den Ebertschen Resultaten. Allgemein läßt sich wohl auch hier vermuten, daß cet. par. mit wachsender Stromdichte die Intensitätsverteilung wegen des damit verbundenen größeren Potentialgradienten zugunsten der Linien höherer Anregungsspannung sich verschiebt. Den gleichen Effekt muß auch eine Druckabnahme haben, denn infolge der größeren freien Weglänge der Elektronen ändert sich ihre Geschwindigkeitsverteilung zugunsten der größeren Werte. Die Lawsonschen Ergebnisse rechtfertigen weitgehendst diese Vermutung. In Stickstoff z. B. erscheinen bei hohem Druck nur die positiven Banden, während bei Druckerniedrigung auch die negativen sichtbar

Digitized by Google

werden (bei konstanter Stromstärke). Den gleichen Habitus finden wir bei Wasserstoff bezüglich seines Vielliniespektrums und der Balmerserie. Im Sauerstoff zeigt sich eine interessante Temperaturabhängigkeit der Lichtemission, während bei Zimmertemperatur das Compound-Linienspektrum allein auftritt, erscheint erst bei der Temperatur der festen Kohlensäure ein kontinuierliches Spektrum. Ob dieser Temperatureffekt von einer direkten Beeinflussung der Sauerstoffentladung oder von der vollständigen Beseitigung des Quecksilberdampfes herrührt, läßt sich aus der Arbeit nicht entnehmen.

2. Der elektrodenlose Ringstrom.

a) Grundlegende Erscheinungen.

Der elektrodenlose Ringstrom wurde im Jahre 1884 von W. Hittorf[41]) entdeckt, wurde aber erst 7 Jahre später von J. J. Thomson[82]) eingehender untersucht. Die zur Erzeugung des Ringstroms gebräuchliche Schaltung ist in Fig. 7

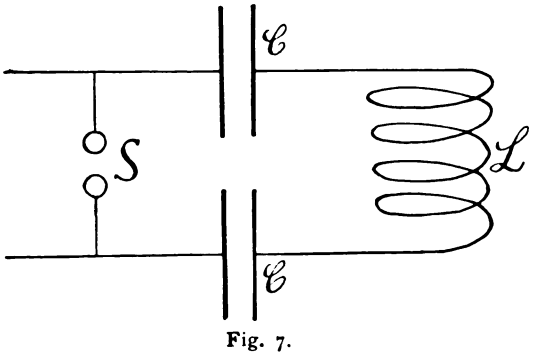


Fig. 7.

gegeben. Der aus den Kapazitäten C und der Selbstinduktion L bestehende Schwingungskreis wird durch die Funkenstrecke S angeregt. Bei genügender Spannung beginnt eine in L hineingeschobene passend evakuierte Glaskugel zu leuchten, und zwar zeigt sich bei verhältnismäßig hohen Drucken ein heller Ring in der Ebene der Spule, der sich bei wachsender Evakuierung des Gefäßes immer mehr verbreitert, bis schließlich die ganze Kugel von einem diffusen Licht erfüllt ist. Wird das Auspumpen noch weiter fortgesetzt, so nimmt die Lichtstärke der Erscheinung ab, und bei einem bestimmtem Druck erlischt plötzlich die Entladung, wenigstens dann, wenn man den Quecksilberdampf fernhält. Die Ringentladung ist also nur in einem gewissen ziemlich scharf begrenzten Druckintervall erhältlich; die das Intervall bestimmenden Grenzen hängen naturgemäß von der Art der Erregung (Frequenz, Stromstärke, Windungszahl der Spule), Größe des Gefäßes und Gasinhalt ab.

Bezüglich der Natur des Ringstroms liegt zunächst die Vermutung nahe, die bereits Hittorf (l. c.) ausgesprochen hat, daß nämlich das innerhalb der Spule liegende mit hoher Wechselzahl pulsierende Magnetfeld in dem Gas durch reine elektromagnetische Induktion einen Wirbel elektrischer Kraft erzeugt, der bei hinreichender Intensität den Durchbruch des Gases und damit das Einsetzen der Ringentladung hervorruft. Der leuchtende Ring wäre in diesem Falle etwa die sekundäre Windung eines kernlosen Transformators. Daß eine solche Annahme a priori gerechtfertigt erscheint, ergibt sich aus einer Abschätzung der im Innern einer solchen Spule tatsächlich auftretenden Feldstärke. Nehmen wir z. B. die von J. Zenneck[94]) beschriebene Anordnung zur Erzeugung des elektrodenlosen Ringstroms, so ergibt sich nach seinen eigenen Angaben längs der Peripherie des von ihm benutzten Entladungsgefäßes eine gesamte E.M.K. von 11750 Volt, und da der Durchmesser der Kugel 46,5 cm betrug, haben wir am Umfange, also dort, wo der Ringstrom zuerst auftritt, eine Feldstärke von 82 Volt/cm, die nach unsern bisherigen Erfahrungen über die elektrische Festigkeit der Gase zum Durchbruch ausreichend sein würde.

Trotzdem sind von mehreren Autoren Einwände gegen eine derartige Auffassung des Ringstromes als einer rein elektromagnetischen Induktionswirkung erhoben worden, und von verschiedenen Seiten wurde die Vermutung ausgesprochen, die wesentliche Ursache für die Entstehung des Ringstromes seien die von der Spule herrührenden elektrostatischen Kraftfelder. Infolge der großen Impedanz der Spule bestehen nämlich an ihrem Ende große wechselnde Spannungsdifferenzen, die sich nach Art der im ersten Abschnitt behandelten Entladungsformen durch den Gasraum hindurch ausgleichen können. Zuerst hat O. Lehmann[55]) hierauf aufmerksam gemacht und zwar auf Grund folgender Beobachtung: Stellte er ein zu einem Kreise zusammengebogenes Rohr so, daß seine Ebene mit der Ebene der vom Hochfrequenzstrom durchflossenen Spule parallel liegt, so blieb das Rohr dunkel, während es in einer Stellung senkrecht dazu an gewissen Stellen hell aufleuchtete. Da man nun gerade im ersten Falle auf Grund der Hittorfschen Auffassung des Ringstromes als eines Induktionsphänomens helles Leuchten und im zweiten Falle Dunkelheit erwarten sollte, so schloß Lehmann, daß der Ringstrom ein durchaus elektrostatisches Gebilde sei. Demgegenüber läßt sich allerdings der Einwand machen, daß Lehmann mit riesigen Spulen und Rohrdimensionen arbeitete (1,5 m Durchmesser), so daß in der ca. 4,5 m langen Gasstrecke der Potentialgradient zu klein gewesen

Digitized by Google

ist, um das Gas zu durchbrechen. Außerdem wirkt natürlich ein enges Rohr nachteiliger auf die Entstehung der Ringentladung ein als ein weites kugeliges Lumen; die in Richtung des induzierten elektrischen Feldes beschleunigten Elektronen haben nämlich, worauf J. Stark[75]) hingewiesen hat, infolge der Zentrifugalkraft das Bestreben, in tangentialer Richtung aus der Entladungsbahn heraus zu fliegen und werden dann natürlich um so eher die Wand erreichen und so für weitere Stoßionisation ausgeschaltet werden, je enger das Rohr ist.

Daß unter gewissen Umständen zweifellos eine elektrostatische Einwirkung eintritt, geht deutlich aus einer diesbezüglichen Beobachtung von N. Tesla[81]) hervor. Tesla bedeckte die Kugel mit Stanniol und fand dann, daß sie, in geeigneter Weise angeregt, weniger hell aufleuchtete, wenn der Stanniolüberzug geerdet wurde. Daß E. C. Rimington[64]) gerade ein umgekehrtes Verhalten fand, nämlich helleres Leuchten bei Erdung der Hülle, zeigt, wie sehr die Erscheinungen von der speziell benutzten Anordnung abhängen, und wie wenig sich die Ergebnisse der verschiedenen Autoren miteinander vergleichen lassen. Aus diesem Grunde stehen einer fruchtbaren Diskussion des vorhandenen umfangreichen Tatsachenmaterials große Schwierigkeiten entgegen.

Man hat vielfach versucht, Verhältnisse zu konstruieren, bei denen die Wirkung entweder des elektrischen oder des magnetischen Feldes ausgeschaltet wird. So z. B. stellte E. Lecher[53]) zwischen Kugel und Spule einen parallel zur Spulenachse geschlitzten Stanniolschirm, um so die Kugel vor den elektrischen Feldern der Spule weitgehendst zu schützen. Das Resultat war, daß sich mit dieser Anordnung kein Ringstrom erzeugen ließ. Erst wenn man zwei an das Gefäß gelegte Außenelektroden mit den Spulenenden verbindet, bekommt man einen hellen Ringstrom. A. Steiner[76]) benutzte zwei gleiche miteinander kommunizierende Entladungsgefäße: Um das eine (1) legte er eine Spule, das zweite (2) besaß zwei Außenelektroden, die mit den Enden der Spule verbunden waren. In 2 waren also nur elektrostatische Kräfte wirksam, während in 1 die normalen Verhältnisse zur Ringstromerzeugung bestanden. Das Resultat war, daß beide Gefäße aufleuchteten, und zwar 1 stärker als 2. Lecher und Steiner glaubten aus ihren Versuchen schließen zu müssen, daß die elektrodenlose Ringentladung erst durch die Anwesenheit eines elektrostatischen Feldes bedingt sei. Die Wirkung des magnetischen Feldes der Spule besteht dann darin, die schon gebildeten Ionen nach außen zu drängen und zu einem Ring zu ordnen.

Daß aber auch durch reine elektromagnetische Induktion ohne Anwesenheit elektrostatischer Kräfte Ionisation entstehen kann, ist durch einen bemerkenswerten Versuch von J. Härdén[34]) nachgewiesen worden (Fig. 8). Sp_1 ist eine von

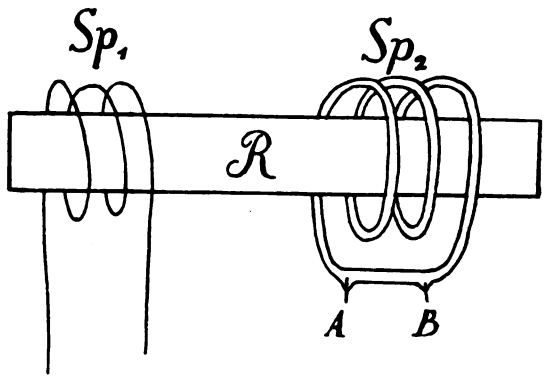


Fig. 8.

hochfrequenten Wechselströmen durchflossene Spule aus wenigen Windungen. Sp_2 ist ein zur Spule von drei Windungen gebogenes evakuiertes Glasrohr mit zwei kleinen Elektroden in A und B. Beide Spulen waren so weit voneinander entfernt, daß elektrostatische Wirkungen von Sp_1 aus nicht in Frage kamen. Als „Kern" befand sich in beiden Spulen ein mit Fe_3O_4 gefülltes weites Glasrohr R. Wurde jetzt an A und B eine Spannung von 125 Volt gelegt, die an und für sich noch nicht ausreichte, in dem Gas eine Entladung einzuleiten, so bildete sich in dem Moment, wo die Spule Sp_1 von den Wechselströmen durchflossen war, zwischen A und B eine Bogenentladung aus, wodurch in eindeutiger Weise gezeigt ist, daß es im Prinzip wohl möglich ist, durch rein elektromagnetische Induktion in einem Gasvolumen eine in sich geschlossene Entladung zu erzeugen.

Im allgemeinen läßt sich wohl sagen, daß bei dem Zustandekommen des elektrodenlosen Ringstromes das elektrostatische Feld und die elektromagnetische Induktion der Spule gleichzeitig wirksam sind und je nach den speziellen Versuchsbedingungen bald die eine, bald die andere Wirkung überwiegt. So wird man z. B. bei eng an der Gefäßwand anliegenden oder im Vergleich zum Windungshalbmesser langen Spulen ein Vorherrschen der Wirkung des elektrischen Feldes, bei Spulen, deren Windungen in einer Ebene liegen (Bergen Davis[18])) oder die nur aus einer Windung bestehen (J. Zenneck[94])), der magnetischen Induktion erwarten können.

b) Elektrische Messungen.

Verhältnismäßig großes Interesse hat man der durch den Ringstrom im Gas erzeugten Leit-

Digitized by Google

fähigkeit zugewandt und zwar deshalb, weil es die einzige der direkten Messung zugängliche Größe ist. Auf zweierlei Weise hat man versucht, die Leitfähigkeit und ihre Abhängigkeit vom Druck zu messen: durch Absorptions- und Sondenmessung. Bereits J. J. Thomson[82]) hat die Abhängigkeit der Leitfähigkeit vom Gasdruck, allerdings nur qualitativ, untersucht und das Vorhandensein eines Maximums bei einem gewissen Druck nachgewiesen; er setzt in ein Gefäß nach Art der Dewarbecher ein zweites evakuiertes Rohr und umgab beide mit einer Spule. War in dem äußeren Gefäß ein für die Ausbildung einer hellen Ringentladung passender Gasdruck vorhanden, so war das Innere gegen die eindringenden Wechselfelder geschützt und blieb infolgedessen dunkel; bei höheren oder tieferen Drucken im äußeren Gefäß dagegen leuchtet nur das innere. Bemerkenswert ist, daß bei Drucken oberhalb des Optimaldruckes auch schon dann eine Schirmwirkung eintritt, wenn das äußere Gefäß noch keine sichtbare Entladung zeigt. Man muß also annehmen, daß eine gewisse Leitfähigkeit existiert, die von keiner sichtbaren Lichtemission begleitet ist. Interessant ist auch die von Lecher[52]) erwähnte Beobachtung, daß eine Ringentladung in Luft von passendem Druck sehr viel stärker nach innen abschirmt als bestleitende Schwefelsäure, die man statt ihrer in das äußere Gefäß füllt. Aus dieser großen Schirmwirkung der Entladung nach innen erklärt J. J. Thomson[82]) die geringe Dicke des leuchtenden Ringes.

Die ersten quantitativen Versuche über die Energieabsorption durch den Ringstrom und ihre Druckabhängigkeit rühren von E. Lecher[51,52]) her. Er benutzt bei der endgültigen Anordnung ebenfalls ein doppelwandiges Gefäß, taucht aber statt der zweiten Röhre eine kleine Spule in das innere Lumen und mißt den in ihr induzierten Wechselstrom i mit Thermoelement und Galvanometer. Ebenso wird der in der Primärspule fließende Strom I gemessen. Das Verhältnis i/I stellt dann ein Maß für die Energieabsorption der Ringentladung dar. Für Luft erhält Lecher etwa folgende Kurve (Fig. 9). Das Maximum der Energieabsorption und damit auch der Leitfähigkeit liegt also bei Drucken unterhalb 0,1 mm Hg, rückt aber mit zunehmender Primärfunkenstrecke, also mit wachsender Spannung, zu größeren Drucken.

B. Davis[15]) verwendet zum ersten Male metallische Sonden zur Messung der Leitfähigkeit. In einem doppelwandigen ringförmigen Gefäß befindet sich oben und unten je ein breiter Aluminiumring, an die die konstante Meßspannung von etwa 200 Volt gelegt wird. Die Kraftlinien dieses Feldes stehen also senk-

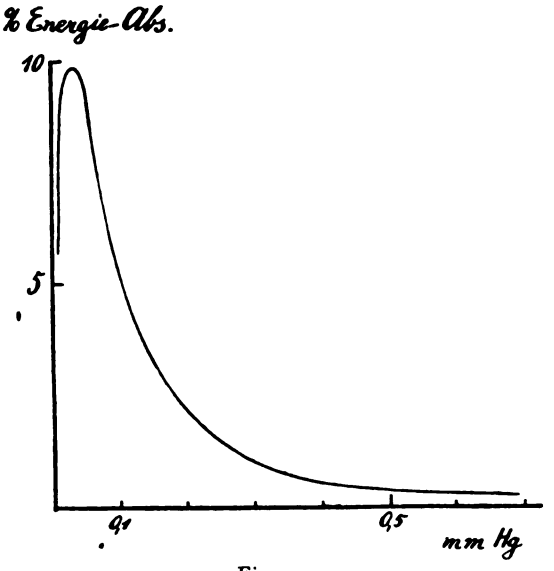


Fig. 9.

recht zu denen der Ringentladung (Querstrommethode). Der in dem Sondenkreis fließende Strom wird gemessen wieder in Abhängigkeit vom Gasdruck p, und es resultiert eine ähnliche Kurve, wie sie E. Lecher erhalten hatte (Fig. 9). Sowohl die Lecherschen als auch die Davisschen Resultate stehen im Widerspruch mit den Messungen, die von R. Wachsmuth und B. Winawer[87,88]) folgendermaßen ausgeführt worden sind: Eine Kugel diente als Ringstromgefäß, an ihren Polen — die Spule liegt in der Äquatorebene — befinden sich zwei Platinstifte als Sonden. Gemessen wird bei konstanten Anregungsbedingungen (Primärfunkenlänge) der durch die Sonden fließende Querstrom bei konstantem Sondenpotential (etwa 60 Volt) in Abhängigkeit vom Druck. Die so erhaltenen Kurven zeigten bei allen untersuchten Gasarten etwa den in Fig. 10 angedeuteten Verlauf.

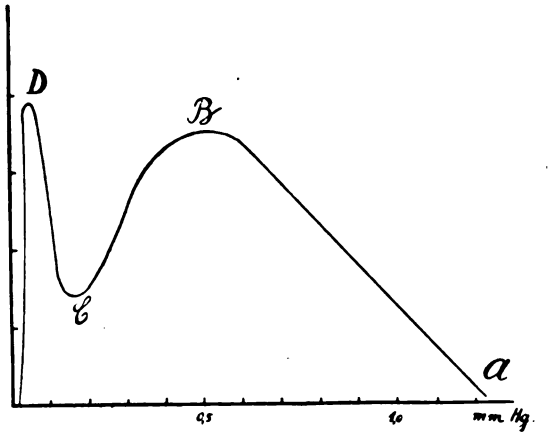


Fig. 10.

Digitized by Google

Überraschend ist zunächst das Vorhandensein eines ausgesprochenen Maximums bei Drucken, bei denen ein sichtbarer Ringstrom in der vorliegenden Anordnung nicht vorhanden war. Nach Wachsmuth kann man diesen Verlauf der Leitfähigkeit qualitativ erklären, wenn man sich vorstellt, daß die Spule von derselben ionisierenden Wirkung ist wie etwa ein Bündel Röntgenstrahlen, so daß also die Zahl der pro Zeiteinheit produzierten Ionen mit dem Druck proportional wächst. So lange der Querstrom gesättigt ist, resultiert bei dieser Annahme das Stück CB der Kurve (Strom proportional p), bei zunehmendem Druck hört der Strom auf, gesättigt zu sein, es kommen Rekombinationen zustande und der Sondenstrom nimmt ab (BA, Strom nahe proportional $\frac{1}{\sqrt{p}}$). Was den Wiederanstieg CD anbelangt, so glauben die Verfasser hierin die Erreichung eines zweiten Schwellenwertes der Elektronenenergie sehen zu müssen. Denn je kleiner der Druck, desto größer ist die freie Weglänge der Elektronen, desto mehr Energie können sie zwischen zwei Stößen aufnehmen, da ja der Potentialgradient längs der Strombahn unabhängig vom Druck nur durch die Art der äußeren Erregung bestimmt ist. Dem Punkt A, bei dem die Entladung überhaupt erst zustande kommt, entspräche dann der erste elektrische Durchbruch, für ihn wären also die oben erwähnten Resultate von E. Bouty über die „cohésion électrique" maßgebend. Tatsächlich stimmen auch, wie die Verfasser zeigen, bei der angenommenen Feldstärke von 145 Volt/cm die beobachteten Drucke A mit den aus der Paschen-Boutyschen Formel errechneten Drucken überein. Diese Auffassung über die Natur der beiden Maxima wird gestützt durch spektrale Beobachtungen, von denen weiter unten die Rede sein wird.

A. Hartmann[37]) wendet sich allerdings gegen eine derartige Deutung der Leitfähigkeitskurve und erklärt das Maximum B als durch Büschelentladung an den Sonden vorgetäuscht. Er arbeitet mit der gleichen Anordnung wie Wachsmuth und Winawer und erhält wenigstens bei nicht geerdeter Spule ähnliche Kurven, gleichzeitig beobachtete er Büschelentladung an den Sonden. Wird jedoch die Spule an dem einen Punkt geerdet, so verschwinden die Büschel und man erhält eine Kurve, die nur ein Maximum bei niedrigen Drucken aufweist, ganz dem Kurvenverlauf bei E. Lecher und B. Davis entsprechend. Dieser Auffassung Hartmanns ist aber zunächst entgegenzuhalten, daß Wachsmuth und Winawer ihre Sonden durch geerdete Stanniolkappen gegen elektrostatische Felder weitgehendst geschützt haben. Außerdem entsprechen die Stromspannungskurven für einen bestimmten konstanten Gasdruck durchaus den theoretischen Erwägungen bezüglich des Ionisationsvorganges (Sättigung zwischen B und C, keine Sättigung zwischen A und B). Eine endgültige Entscheidung zwischen beiden Auffassungen läßt sich auch hier nicht ohne genaue Kenntnis der Einzelheiten erzielen.

c) Wesen der Ringentladung.

Stellen wir also auf Grund des vorhandenen Tatsachenmaterials einmal zusammen, wie man sich den Mechanismus des elektrodenlosen Ringstroms etwa vorzustellen hätte, so ergibt sich folgendes Bild: Wir nehmen der Einfachheit halber an, daß keine von der Spule herrührenden elektrostatischen Kräfte vorhanden sind, und vernachlässigen die magnetische Wirkung des Ringstromes nach innen. Die durch das alternierende Magnetfeld induzierte elektrische Feldstärke hat natürlich in der Nähe der Kugelwand den größten Wert und sinkt nach innen zu bis auf o herab. Unter dem Einfluß dieses naturgemäß mit derselben Frequenz wie der Spulenstrom pulsierenden elektrischen Feldes werden etwa bereits vorhandene Elektronen harmonische Oszillationen ausführen, deren Amplitude der Feldstärke proportional ist. Dasselbe gilt auch für die Elektronengeschwindigkeit. Überschreitet diese einen gewissen Schwellenwert, so tritt Ionisation und Lichtanregung ein, natürlich immer erst dort, wo die Feldstärke am größten ist; d. h. es bildet sich ein dünner leuchtender Ring an der inneren Wandung. Ist aber der Gasdruck hoch genug, so werden die der Feldstärke entsprechenden Amplituden nicht erreicht, die Elektronen können deshalb nicht die zur Anregung und Ionisation notwendigen Energien ansammeln, es sind daher bei höherem Druck größere Feldstärken zur Ringstrombildung erforderlich, Bei abnehmendem Gasdruck, also wachsender freien Weglänge, dagegen sind kleinere Feldstärken ausreichend, es kommen jetzt also auch die inneren Partien der Kugel für die Ionisation in Betracht, d. h. der Ringstrom verbreitert sich nach innen. Dabei verschiebt sich die Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen zugunsten höherer Werte. Ist der Druck so klein geworden, daß die freie Weglänge von der Größenordnung der Gefäßdimensionen wird, so gelangen zahlreiche Elektronen an die Wand und werden dort teils festgehalten und so für weitere Ionisation ausgeschaltet, teils reflektiert und gelangen auch ins Innere der Kugel, die sich auf diese Weise mit einem diffusen Licht anfüllt, von dem sich der eigentliche Ringstrom immer undeutlicher ab-

Digitized by Google

hebt, je weiter evakuiert wird. Die Leitfähigkeit nimmt jetzt rapid ab, bis die Entladung vollends erlischt. Die positiven Ionen kommen vermutlich wegen der verhältnismäßig kleinen Feldstärken für Ionisation und Lichtanregung nicht in Betracht, so daß wir etwa analoge Verhältnisse wie in der positiven Säule der normalen Glimmentladung erwarten müssen (vgl. auch B. Davis[18]).

Dieses in großen Zügen und mehr qualitativ entwickelte Bild vom Mechanismus der Ringentladung wird sich vielleicht in manchen Einzelheiten vervollkommnen und bis zu gewissem Grade auch quantitativ gestalten lassen und zwar unter Zuhilfenahme des Beobachtungsmaterials über Durchbruchsfeldstärken bei hochfrequenten Wechselfeldern einerseits und unter Heranziehung spektroskopischer Tatsachen, bei denen die bisher gesammelten Erfahrungen über den Zusammenhang zwischen Lichtemission und Elektronengeschwindigkeit in Frage kommen werden, anderseits.

Ein Ansatz hierzu, wenigstens was den zuerst erwähnten Punkt anbetrifft, findet sich in einer Arbeit von B. Davis[18]), der als erster versucht hat, eine auf quantitativer Grundlage beruhende Theorie zu geben und zwar unter Benutzung der Townsendschen Theorie der Stoßionisation, die eben damals in großen Zügen gerade vorlag. Unter gewissen die Durchführung der Rechnung vereinfachenden Annahmen (Wirkungsgrad der Stoßionisation = 1 oberhalb der Ionisierungsspannung, Benutzung eines Mittelwertes für die freien Weglängen) kommt Davis zu einfachen Beziehungen zwischen direkt oder indirekt leicht meßbaren Größen. Als wichtigstes Resultat ergibt sich die Proportionalität der im Ringinnern induzierten E.M.K. mit der primären Spannung, wobei der Proportionalitätsfaktor außer von den Abmessungen der Spule nur von deren Selbstinduktion, nicht aber von der Kapazität des Kondensators abhängt. Diese Tatsache ist deshalb in experimenteller Hinsicht bemerkenswert, weil bei einer Veränderung der Kapazität cet. par. nur die Frequenz des Kreises geändert wird, so daß man auf diese Weise die Frequenzabhängigkeit irgendwelcher Größen studieren kann, ohne die induzierte E.M.K. selbst zu verändern.

Anderseits natürlich kann man aus einer Messung der primären Spannung (Funkenmikrometer) auf die im Ringstrom wirksame Feldstärke schließen. Nach dieser Methode hat B. Davis die zum Einsatz der Ringentladung erforderliche Mindestfeldstärke in ihrer Abhängigkeit vom Gasdruck gemessen. Es zeigt sich im wesentlichen der in Fig. 11 angedeutete Verlauf. Typisch ist das Vorhandensein eines

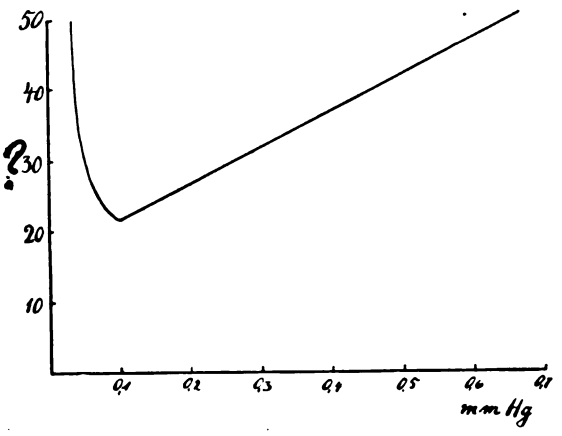


Fig. 11.

deutlich ausgeprägten Minimums beim „kritischen" Druck p; der Zweig für größere p-Werte ist angenähert linear und von der Frequenz unabhängig und ergibt bei Extrapolation auf Atmosphärendruck den Wert 37 000 Volt/cm, der mit den Messungen des Funkenpotentials an Plattenelektroden in guter Übereinstimmung ist, während der andere Zweig sich mit wachsender Frequenz etwas nach rechts verschiebt. Der kritische Druck und die dazu gehörige Minimumfeldstärke sind bei allen Gasen von derselben Größenordnung (0,1 mm bzw. 20 Volt/cm). Aus diesen Werten lassen sich mit Hilfe der obenerwähnten Vereinfachungen Rückschlüsse ziehen auf die Größe der Ionisierungsspannung einerseits, und das Verhältnis der freien Weglänge des Elektrons zu der des Moleküls anderseits. Was die Ionisierungsspannung betrifft, so erhält hierfür Davis im allgemeinen Werte, die mit moderneren Messungen verglichen viel zu niedrig zu sein scheinen (5—8 Volt). Wahrscheinlich rühren diese Zahlen her von der Ionisation des anwesenden Quecksilberdampfes; denn die Versuche Davis' beziehen sich auf die sog. „weiße Entladung", die in gänzlich Hg-freiem Ringstrom nie erhältlich ist und daher wesentlich auf Ionisation und Lichtanregung des Hg-Dampfes zurückzuführen sein dürfte. Für das Verhältnis der freien Weglängen erhält Davis den Wert 3,7.

d) Optik der Ringentladung.

Zu spektroskopischen Untersuchungen ist der Ringstrom bereits recht häufig benutzt worden und zwar einmal deshalb, weil bekannt war, daß unter geeigneten Bedingungen im Ringstrom sämtliche Spektren eines Gases, wie sie sonst nur im Bogen, Funken usw. einzeln erhältlich sind, gleichzeitig emittiert werden, was auf die zeitliche und räumliche Mannigfaltigkeit der Elektronengeschwindigkeit hinzudeuten scheint.

Digitized by Google

Aus diesem Grunde ist z. B. der Ringstrom von A. Hagenbach und H. Schumacher[36]) zum Studium der Bandenspektren von Kadmium und Zink benutzt worden, wobei auch das Auftreten bisher unbekannter Linien festgestellt wurde.

Außer diesen für die Zwecke der eigentlichen Spektroskopie bestimmten Arbeiten existieren eine ganze Reihe von Untersuchungen, die in erster Linie wohl zum Studium des Ringstromes selbst unternommen worden sind, und aus deren Ergebnissen bezüglich der spektralen Intensitätsverteilung man auf Grund der anderweitig bei bekannteren elektrischen Verhältnissen gesammelten Erfahrungen gewisse Rückschlüsse über den Elektronenmechanismus in der Ringentladung ziehen kann.

Aus der Fülle der auf diesem Gebiet gemachten Beobachtungen wollen wir hier nur die charakteristischsten und auf Grund der oben entwickelten Vorstellungen vom Zustandekommen der Ringentladung am leichtesten verständlichen Erscheinungen zu einer näheren Besprechung heranziehen. Am häufigsten ist bei derartigen Untersuchungen das Quecksilberspektrum beachtet worden, einmal natürlich deswegen, weil der *Hg*-Dampf bei den üblichen Vakuumanordnungen ohne irgendwelche Vorsichtsmaßregeln stets mit seinem Sättigungsdruck zugegen ist, dann aber auch deshalb, weil sich das Quecksilberspektrum derart gegenüber anderen Spektren hervordrängt, daß es auch bei vorgeschalteter Kühlung mit flüssiger Luft nicht zu unterdrücken ist. So können z. B. A. Hagenbach und W. Frey[35]) bei Füllung mit Wasserstoff das Wasserstoffspektrum deshalb nicht dauernd erhalten, weil im Laufe der Entladung das *Hg*-Spektrum immer mehr dominiert, und ihm gegenüber jede andere spektrale Emission zurücktritt. I. v. Kowalski[47]) hat sich eingehender mit dem *Hg*-Spektrum der Ringentladung beschäftigt und insbesondere seiner Abhängigkeit vom Gasdruck Aufmerksamkeit zugewandt. Nach den oben entwickelten Vorstellungen werden wir bei abnehmendem Druck, also abnehmender Temperatur, cet. par. eine Zunahme der Anregungsintensität erwarten müssen. Es zeigt sich nun bei einer Temperatur oberhalb etwa 160° C, also bei einem Drucke 1,9 mm, ein intensives smaragdgrünes Leuchten und im Spektroskop ein kontinuierliches Spektrum zwischen 4300 und 6500 AE. Wird jetzt die Kugel abgekühlt, so tritt ziemlich plötzlich bei etwa 60° C, also 0,025 mm Druck, ein blendend weißer Ring auf, der nun das gesamte *Hg*-Spektrum zeigt. Ein ähnliches Verhalten wurde neuerdings auch von J. K. Robertson[66]) beobachtet. In Anlehnung an die Versuche von Wachsmuth und Winawer (l. c.) glaubt v. Kowalski auch hier auf das Vorhandensein von zwei Ionisationsstufen schließen zu müssen; ob allerdings das Auftreten des grünen Stadiums bei hohem Druck mit einem Maximum der Leitfähigkeit verknüpft ist, scheint fraglich; plausibler ist die Annahme, daß wir es in diesem Falle mit einer zur Molekülbildung führenden Anregung des Quecksilberatoms und dementsprechender Emission des Molekülspektrums zu tun haben. Nebenbei sei hier bemerkt, daß dieses smaragdgrüne Licht und das kontinuierliche *Hg*-Spektrum auch an in Betrieb befindlichen Diffusionspumpen auftritt, besonders dann, wenn hochgespannte elektrische Wechselfelder vorhanden sind. St. v. Lingen[58]) beobachtet sogar drei Stadien des Quecksilberringstroms bei verschiedenen Temperaturen, die sich spektroskopisch etwa in gleicher Weise wie bei v. Kowalski unterscheiden.

Interessante Beobachtungen ähnlicher Art sind auch an Argon angestellt worden. Argon besitzt zwei Spektren, das „rote“ und „blaue“, die sich in bekannter Weise bezüglich ihrer Anregungsbedingungen unterscheiden. R. Wachsmuth und B. Winawer[88]) haben in der Absicht, Aufschlüsse über die Natur der beiden oben erwähnten Leitfähigkeitsmaxima zu erhalten, insbesondere um festzustellen, ob den vermeintlichen zwei Energiestufen auch in optischer Beziehung zwei Anregungsstufen entsprechen, das Argonspektrum in seiner Abhängigkeit vom Gasdruck untersucht und dabei folgendes Verhalten festgestellt: Vor dem Anstieg, d. h. bei größeren Drucken, zeigt sich nur das rote Argonspektrum, während nach dem Anstieg auch das blaue aufleuchtet, was durchaus im Einklang steht mit der von den beiden Autoren vorgeschlagenen Deutung der beiden Maxima.

Bei den bisher besprochenen einatomigen Gasen und Dämpfen ist der Zusammenhang zwischen optischer Emission und elektrischer Anregung verhältnismäßig einfach und übersichtlich und dürfte im wesentlichen durch die Größe des Anregungspotentials gegeben sein. Bei zwei- und mehratomigen Gasen jedoch kommt durch die erweiterte Mannigfaltigkeit der Spektren eine weitere Schwierigkeit hinzu, die sich in einer Abhängigkeit des Dissoziationsgrades von den Anregungsbedingungen äußert. In solchen Fällen kann man nicht den allgemeinen Schluß ziehen, daß sich mit steigender Elektronengeschwindigkeit das Spektrum im Sinne einer Bevorzugung der Frequenzen mit höherer Anregungsspannung verschiebt. Über den Dissoziationsgrad selbst und seine Abhängigkeit von den elektrischen Bedingungen weiß man noch recht wenig. Von vornherein wird man wohl die Vermutung aussprechen können, daß der

Digitized by Google

Dissoziationsgrad sowohl mit wachsender Stromstärke, als auch mit wachsender Spannung zunimmt. Von diesem Gesichtspunkt aus diskutiert auch J. K. Robertson[66, 67]) seine an Jod erhaltenen Beobachtungen. Er arbeitet mit konstantem Gasdruck und erreicht die Veränderung der Anregungsbedingungen durch Variation der zum Anstoß des Schwingungskreises dienenden Funkenstrecke. Nach B. Davis[18]) ist die mittlere induzierte Spannung im Innern der Kugel proportional der primären Funkenstrecke. Eine Vergrößerung der Funkenstrecke muß also cet. par. ebenso wirken, wie eine Verminderung des Gasdruckes. So zeigt sich in Jod bei einer Funkenlänge von ca. 1 mm und geeignetem Druck ein blaßgelber Ring, dessen Spektrum das typische Jodmolekülemissionsspektrum ist; bei Verlängerung der Funkenstrecke aber tritt eine eigentümliche konzentrische Schichtung der Ringentladung auf: Um eine rosa gefärbte Innenschicht lagert sich außen eine grünliche Zone. Außen zeigen sich im Spektrum helle Linien, innen ein schwaches kontinuierliches Band im Roten. Dies Verhalten läßt sich nun so deuten, daß bei Funkenstrecken über 1 mm die an der Peripherie der Kugel induzierten Feldstärken ausreichen, um eine Dissoziation des Moleküls herbeizuführen, so daß es hier, nicht jedoch im Innern, zur Emission des Atomspektrums kommt.

Geschichtete Ringentladungen sind auch in anderen Fällen mehrfach beobachtet worden, z. B. in Argon von R. J. Strutt[77]). Bei einem gewissen Druck zeigt sich hier ein außen rein blauer, innen roter Ring, deren Spektren vermutlich dem blauen, bzw. roten Argonspektrum entsprechen. Noch mannigfaltiger und schöner ausgeprägt zeigt sich die geschichtete Ringentladung aber in Wasserstoff. Generell haben wir auch hier wieder den von vornherein zu erwartenden Verlauf der spektralen Änderung mit den Anregungsbedingungen, wobei sich die Intensitätsverteilung im Spektrum in besonders typischer Weise durch die Änderung des subjektiven Aussehens der Entladung widerspiegelt. J. K. Robertson[67]) beobachtet im ganzen vier Stadien bei zunehmender Intensität der Anregung (abnehmendem Druck), und zwar:

1. weißlich. Viellinien.
2. fleischfarben. Viellinien, Balmerserie.
3. rot. Viell. schwach, Balmerserie stark.
4. blau. Balmerserie, u. zwar $H_\beta > H_\alpha$.

Auch in der bereits mehrfach zitierten Arbeit von R. Wachsmuth und B. Winawer finden sich ähnliche Angaben: das Balmerspektrum tritt bei abnehmendem Druck erst beim Anstieg zu dem zweiten Leitfähigkeitsmaximum auf. Das Zurücktreten des Viellinienspektrums deutet zweifellos auf eine recht weitgehende Dissoziation des Wasserstoffmoleküls hin. Nach den Erfahrungen. die R. W. Wood an gewöhnlichen Entladungen in Wasserstoff gesammelt hat, muß man bereits bei ziemlich geringen Stromdichten wenigstens in reinen Gasen mit einer recht vollkommenen Dissoziation rechnen. In dieser Beziehung bemerkenswert ist eine noch nicht veröffentlichte Beobachtung des Verfassers an sehr reinem und gänzlich quecksilberfreiem Wasserstoff, dessen Ringstromspektrum im Innern der Kugel ausschließlich die Balmerserie zeigt (bis zum 7. Glied), während das sehr schwache Viellinienspektrum auf die unmittelbare Nähe der Wand beschränkt ist. Dieses unseren bisherigen Annahmen über die Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen widersprechende Verhalten läßt sich nun zwanglos erklären durch Berücksichtigung der Dissoziation und durch die Ansicht von Wood, daß nämlich die fast vollständige Dissoziation in der Nähe der Glaswand durch eine katalytische Wirkung derselben beträchtlich herabgesetzt wird. Innerhalb eines ziemlich eng begrenzten Druckintervalls kann man in Wasserstoff eine sehr deutlich ausgeprägte dreifache Schichtung erreichen (von außen nach innen in der Reihenfolge rosa, rotbraun, blaugrün), die auch von Irvine Masson[59]) beobachtet zu sein scheint. Diesen beim subjektiven Anblick recht scharf gegeneinander abgegrenzten Schichten entsprechen nun keineswegs etwa auch im Spektrum ebenso scharf gegeneinander abgesetzte Differenzierungen. Wohl aber lassen sich die drei Schichten als Emissionsgebiete gewisser Teilspektren in folgender Weise auffassen: Die äußere rosa gefärbte Schicht rührt vom Viellinienspektrum her, die folgende rotbraune von der Balmerserie, unter Vorherrschaft von H_α, die innerste blaugrüne ebenfalls von der Balmerserie, aber unter Vorherrschaft von H_β. Daß im inneren Ring H_β stärker als H_α ist[67]), erklärt sich zwanglos aus dem Verlauf der Anregungsfunktionen von H_α und H_β, und aus der dadurch bedingten Verschiebung der relativen Intensitäten beim Übergang zu größeren Geschwindigkeiten[73]).

In Luft endlich zeigt das Stickstoffspektrum ein durchaus mit den sonstigen Befunden im Einklang stehendes Verhalten (H. Donaldson[20])). Bei hohen Drucken wird ausschließlich das sogenannte positive Bandenspektrum emittiert, bei niedrigen Drucken erscheint das N-Linienspektrum sehr hell, was ebenfalls auf einen recht großen Dissoziationsgrad hindeutet.

Auch ohne Benutzung des Spektroskops, allein durch das Aussehen der Ringentladung, kann man einen für jedes Gas typischen Farbenumschlag bei einem bestimmten Druck, der dem

Digitized by Google

zweiten Wachsmuthschen Minimum entsprechen würde, feststellen; und zwar läßt sich im allgemeinen sagen, daß sich die Gesamtfarbe nach dem kurzwelligen Ende des Spektrums verschiebt, bei Stickstoff z. B. von rot nach blau[88]), und es ist bemerkenswert, daß dieser Farbenumschlag in jedem Falle derselbe ist, wie ihn E. Gehrcke und R. Seeliger[30]) an einem verzögerten Kathodenstrahl beobachtet haben. Versucht man nun aber, aus dem Verhältnis der beiden von Wachsmuth und Winawer gemessenen kritischen Drucke das Verhältnis der beiden entsprechenden Anregungsstufen zu berechnen, so kommt man zu wesentlich höheren Zahlen (30—40), die sowohl den Gehrcke-Seeligerschen Ergebnissen, als auch neueren quantitativen Angaben über die Anregungsstufen widersprechen.

Eine bemerkenswerte und recht auffällige Erscheinung wäre noch zu besprechen, das Nachleuchten. Wenn man in einer z. B. mit Stickstoff gefüllten Kugel einen recht intensiven Ringstrom längere Zeit hindurch betreibt, so leuchtet nach dem Abstellen das Gas oft noch minutenlang mit orangerotem Licht nach, und zwar nicht nur dort, wo vorher der Ringstrom war, sondern die ganze Kugel leuchtet in diffusem Licht. Die Erklärung hierfür hat bereits J. J. Thomson gegeben[82]): Die ursprünglich im leuchtenden Ring angeregten „Träger" behalten längere Zeit hindurch die Fähigkeit zur Lichtemission und können daher im angeregten Zustand in das Innere der Kugel hineindiffundieren, wo sie vermutlich infolge eines gaskinetischen Zusammenstoßes mit anderen Teilchen ihr Licht emittieren. Nach den eingehenden Untersuchungen von R. I. Strutt[78—80]) hat man sich unter einer derartigen Anregung des Stickstoffmoleküls eine Art chemischer Aktivierung vorzustellen. Außer in reinem Stickstoff ist das Nachleuchten auch in Sauerstoff (Thomson[82])), Luft[20. 35]) und Helium (B. Davis[18])) beobachtet worden. C. C. Trowbridge[85. 86]) gibt an, daß die Dauer des Nachleuchtens bei einem Drucke von ungefähr 0,1 mm *Hg* am längsten ist, daß dieser Optimaldruck jedoch von den Anregungsverhältnissen abhängig ist. Auch Hagenbach und Frey[35]) stellen fest, daß in Luft nur bei stärkster Anregung (sogenanntes weißes Stadium) Nachleuchten eintritt. Natürlich ist es bei der Frage nach der Art der Anregung von größtem Interesse, den zeitlichen Abfall der Lichtintensität zu kennen. Hierüber scheint nur die Arbeit von E. v. Angerer[1]) zu existieren, der durch Photometrie mit einer lichtelektrischen Zelle das Abklingen messend verfolgen konnte. Es ergab sich kein exponentieller Abfall, wie man vielleicht zu erwarten versucht sein wird, sondern es ist annähernd die Quadratwurzel aus der Intensität der Zeit umgekehrt proportional.

Vom Standpunkt des Leuchttechnikers wäre ferner die Frage nach der photometrischen Ökonomie der Ringentladung von Interesse, M. Hönig[42]) hat sie unter mehreren Bedingungen gemessen; allerdings benutzt er Anordnungen, bei denen zweifellos die elektrostatischen Felder der Spule in hohem Maße die Entladung beeinflussen. Im allgemeinen scheint jedoch die optische Ökonomie der Ringentladung, verglichen mit unseren gebräuchlichen Lichtquellen, recht klein zu sein. Es zeigt sich, daß Quecksilber bei weitem die größte Lichtausbeute aufweist, nämlich beinahe 2 Watt/HK, während für Wasserstoff, Sauerstoff und Luft bedeutend ungünstigere Werte erhalten werden (15—30 Watt/HK). Bezüglich der Druckabhängigkeit der optischen Ökonomie scheint die Regel zu gelten, daß sie dann am größten ist, wenn die Entladung selbst am hellsten ist.

e) Äußeres Magnetfeld.

Die Wirkung eines Magnetfeldes auf die Ringentladung ist derartig, wie man sie von vornherein erwarten sollte. Stehen die Kraftlinien des Magnetfeldes senkrecht zur Ringstromebene, so spaltet sich bei geeigneten Entladungsbedingungen der Ring in zwei voneinander mehr oder weniger deutlich getrennte Teile (J. J. Thomson[82]), A. Righi[63])). Ein starkes äußeres Magnetfeld scheint übrigens das Zustandekommen der Ringentladung beträchtlich zu erschweren, vermutlich deshalb, weil die Elektronen unter seiner Einwirkung aus der Ebene des stärksten elektrischen Feldes herausgerissen werden. Man kann deshalb bei konstanten Entladungsbedingungen allein durch Steigerung des äußeren Magnetfeldes ein Erlöschen der Entladung erzielen.

f) Mechanische Wirkungen.

Wie oben auseinandergesetzt wurde, führen im Ringstrom die einzelnen Ionen harmonische Schwingungen um eine Mittellage aus, deren Amplituden sowohl vom Gasdruck, als auch von den elektrischen Anregungsbedingungen abhängen und bei den üblichen Verhältnissen von der Größenordnung 1 cm sein dürften. Da alle Ionen angenähert mit der gleichen Phase hin und her pendeln, resultiert ein in sich geschlossener Ring von Ionen, der sich unter Umständen infolge von Mitbewegung neutraler Gasmoleküle als „Ionenwind", wenn auch nicht hydrodynamisch, so doch vielleicht gaskinetisch infolge der Bevorzugung einer Geschwindigkeitskomponente bemerkbar machen kann.

Von diesem Gedanken ausgehend untersuchte B. Davis[14]) die Wirkung des Ringstroms

Digitized by Google

auf ein kleines im Innern der Glaskugel montiertes Schalenkreuzanemometer und beobachtete eine Drehung des Kreuzes je nach Druck und Entladungsbedingungen bald in der einen, bald in der anderen Richtung. Bei Drucken von ca. 0,6 mm dreht sich das Anemometer vorwärts, d. h. mit der konvexen Schalenseite nach vorn, bei kleineren Drucken dagegen rückwärts. Dies Verhalten erklärt sich nach Davis aus dem Vorhandensein zweier entgegengesetzt auf das Anemometer wirkender Kräfte, von denen die eine vorwärtsgerichtete von der Bewegung der Ionen herrührt, die andere rückwärtsgerichtete eine Folge der Temperaturdifferenz zwischen Schalenkreuz und Umgebung zu sein scheint. Es zeigt sich nämlich bei Umhüllung der Kugel mit einem Wärmeschutz im allgemeinen eine Verminderung der Rückwärtstendenz, die vermutlich ihren Grund hat in dem verminderten Temperaturgefälle im Innern der Kugel. Was die Vorwärtsbewegung unter dem Einfluß der Ionenstöße anbelangt, so kann man hierfür vielleicht eine gewisse Ventilwirkung der Anemometerschalen etwa nach Art der bekannten Trichterröhren verantwortlich machen.

Literaturverzeichnis.

1) E. v. Angerer, Phys. Zeitschr. **22**, 97, 1921.
2) J. Borgmann, Boltzm. Festschr. S. 76, 1904.
3) E. Bouty, C. R. **129**, 152, 204, 1899.
4) —, C. R. **131**, 443, 469, 503, 1900.
5) —, C. R. **133**, 213, 1901.
6) —, C. R. **138**, 616, 1904.
7) —, C. R. **141**, 312, 1905.
8) —, C. R. **150**, 1643, 1910.
9) —, Journ. de Phys. **2**, 1903.
10) —, Journ. de Phys. **3**, 1904.
11) H. Brusch, Ann. d. Phys. **33**, 1116, 1910.
12) Burke, Phil. Mag. **1**, 342, 455, 1901.
13) A. A. Campbell-Swinton, Proc. R. Soc. A. **81**, 453, 1908.
14) Bergen Davis, Phys. Zeitschr. **3**, 275, 1902.
15) —, Phys. Zeitschr. **4**, 289, 1903.
16) —, Amer. Phys. Soc. 31. Okt. 1903.
17) —, Annal. New-York Acad. **18**, 198, 1904.
18) —, Phys. Rev. **20**, 129, 1905.
19) —, Phys. Rev. **24**, 224, 1907.
20) H. Donaldson, Phil. Mag. **22**, 720, 1911.
21) H. Ebert, Wied. Ann. **53**, 144, 1894.
22) —, Wied. Ann. **64**, 240, 1898.
23) — und E. Wiedemann, Wied. Ann. **48**, 549, 1893; Sitzungsber. Phys. med. Soc. Erlangen. **24**, 84, 241, 1892.
24) — —, Wied. Ann. **49**, 1, 32, 1893.
25) — —, Wied. Ann. **50**, 1, 221, 1893.
26) — —, Wied. Ann. **62**, 174, 182, 187, 1897.
27) Edlund, Beibl. **8**, 145, 1884.
28) K. Fischer, Phys. Zeitschr. **11**, 39, 1910.
29) L. Fomm, Wied. Ann. **68**, 620, 1899.
30) E. Gehrcke und R. Seeliger, Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 335, 1912.
31) A. W. Gray, Wied. Ann. **13**, 477, 1904.
32) —, Wied. Ann. **15**, 606, 1904.
33) C. Gutton, S. K. Mitra und V. Ylöstalö, Journ. de Phys. (5) **4**, 420 1923; C. R. **176**, 1871, 1923.
34) J. Härdén, Phys. Zeitschr. **5**, 74, 1904.
35) A. Hagenbach und W. Frey, Phys. Zeitschr. **18** 544, 1917.
36) — und H. Schumacher, Zeitschr. f. wiss. Photogr. **19**, 129, 142, 1919.
37) A. Hartmann, Diss. Basel 1919.
38) Hawskbee, Phil. Trans. 1707.
39) A. de Hemptinne, Bull. de Belgique, 1903, S. 851.
40) F. Himstedt, Wied. Ann. **52**, 473, 1894.
41) W. Hittorf, Wied. Ann. **21**, 137, 1884.
42) M. Hönig, Diss. Rostock 1901.
43) F. J. Jervis-Smith, Proc. R. Soc. **80**, 212, 1908; Nature. **78**, 70, 1908.
44) H. Jung, Verhdl. d. D. Phys. Ges. **3**, 6, 1922.
45) S. Kalischer, Naturw. Rundsch. **10**, 86, 1895.
46) H. Kauffmann nnd B. Hell, Phys. Zeitschr. **2**, 476, 1901.
47) I. v. Kowalski, Phys. Zeitschr. **15**, 249, 1914.
48) —, C. R. **158**, 788, 1914.
49) —, Soc. Suisse de Phys. Berne. 1914; Arch. sc. phys. et nat. **39**, 82, 1915.
50) R. Lawson, Phil. Mag. **26**, 966, 1913.
51) E. Lecher, Phys. Zeitschr. **4**, 32, 811, 1902 03.
52) —, Wien. Ber. **112a**. 994, 1903.
53) —, Phys. Zeitschr. **5**, 179, 1904.
54) O. Lehmann, Wied. Ann. **44**, 652, 1891.
55) —, Wied. Ann. 47, 427, 1892.
56) —, Elektrische Lichterscheinungen. Halle 1898.
57) P. Lewis, Amer. Phys. Soc. 29. Dezbr. 1903.
58) St. v. Lingen, Zeitschr. f. Phys. **8**, 145, 1922.
59) Irvine Masson, Nature **92**, 503, 1914.
60) W. Matthies, Phys. Zeitschr. **6**, 690, 1905.
61) I. Moser, C. R. **110**, 397, 1890.
62) K. Przibram, Ann. d. Phys. **14**, 378, 1904; Wien. Ber. **113a**, 1904.
63) A. Righi, Phys. Zeitschr. **12**, 835, 1911.
64) E. C. Rimington, Phil. Mag. **35**, 506, 1893.
65) — u. W. Smith, Phil. Mag. **35**, 70, 1893.
66) I. K. Robertson, Phys. Rev. **19**, 470, 1922.
67) —, Proc. Trans. R. Soc. Canada. **16**, 151, 1922.
68) W. A. Roth und K. Scheel, Konstanten der Atomphysik. 1923, S. 106.
69) E. Rumpf, Ann. d. Phys. **66**, 50, 1921.
70) St. Sachs, Ann. d. Phys. **47**, 866, 1915.
71) D. Salomons, Proc. R. Soc. **56**, 229, 1894.
72) R. Seeliger, Jahrb. Rad. u. El. **20**, 372, 1924.
73) — und G. Mierdel, Zeitschr. f. Phys. **1**, 355, 1920.
74) W. Siemens, Pogg. Ann, **102**, 120, 1857.
75) J. Stark, Die Elektrizität in Gasen. **150**, 412, 1902. (Hier auch eingehendes Verzeichnis der älteren Literatur.)
76) A. Steiner, Wien. Ber. **113a**, 403, 1904.
77) R. I. Strutt, Phil. Mag. **49**, 300, 1900.
78) —, Proc. R. Soc. **85**, 219, 377, 1911.
79) —, Proc. R. Soc. **86**, 56, 202, 1911|12.
80) —, Proc. R. Soc. **87**, 179, 1912.
81) N. Tesla, Electrical Engineer. July 1891.
82) J. J. Thomson, Phil. Mag. **32**, 321, 450, 1891.
83) —, Proc. Cambr. Soc. **7**, 314, 1892.
84) —, Phil. Mag. **44**, 293, 1897.
85) C. C. Trowbridge, Science (N. S.) **21**, 308, 918, 1905.
86) —, Phys. Rev. **21**, 410, 1905.
87) R. Wachsmuth, Ann. d. Phys. **39**, 611, 1912.
88) — und B. Winawer, Ann. d. Phys. **42**, 585, 1913.
89) E. Warburg, Wied. Ann. **54**, 730, 1895.
90) —, Verhd. d. D. Phys. Ges. **5**, 382, 1903.
91) E. Wiedemann und G. C. Schmidt, Wied. Ann. **60**, 510, 1897.
92) — —, Wied. Ann. **62**, 603, 1897.
93) W. Winter, Phy. Zeitschr. **13**, 442, 1912.
94) J. Zenneck, Phys. Zeitschr. **22**, 102, 1921.

Greifswald, im April 1924.

(Eingegangen 14. April 1924.)

Digitized by Google

BESPRECHUNGEN.

Rudolf Ladenburg, Die Grundlagen der Quantentheorie und ihre experimentelle Prüfung. 45 S. Leipzig, Joh. Ambr. Barth. 1923. Gz. M. 0.8.

Nach einem kurzen Überblick über den experimentellen Beweis der auf quantentheoretischer Grundlage gewonnenen Planckschen Strahlungstheorie und einem Hinweis auf die Einführung der Quanten in die Theorie der spezifischen Wärme wird die Einsteinsche Quantenbeziehung und ihre experimentelle Bestätigung auf dem Gebiete der Strahlungsanregung und Elektronenauslösung behandelt. Verf. wendet sich sodann zur Bohrschen Theorie, deren Grundlagen (Bohrs „Postulate") als Axiome der Quantentheorie bezeichnet und formuliert werden. Unter Benutzung nur einfachster mathematischer Formulierungen wird die primitive Theorie der Serienspektren des Wasserstoffatoms und die Quantentheorie der spektralen Absorption gegeben mit einem Ausblick auf die Leistungsfähigkeit und auch die Schwierigkeiten der zugrunde gelegten Vorstellungen. Anschließend folgt die Behandlung des Korrespondenzprinzips von Bohr, der gestörten Keplerellipsen und der Feinstruktur der Spektrallinien, und schließlich ein Überblick über die Bohrschen Überlegungen zur Aufstellung einer geschlossenen Theorie des gesamten Systems der Elemente. Den Schluß bildet die Quantentheorie der Röntgenspektren und die aus ihnen folgende Bestätigung genereller Gedanken über den Bau der Atome.

Die knappe, klare und leicht verständliche Darstellung wird zur orientierenden Einführung und zur Ergänzung schon bestehender Schriften über diese Fragen willkommen sein. Fußnoten und ein Anhang geben einige der wichtigeren Arbeiten aus der großen Originalliteratur.

Walther Gerlach (Frankfurt a. M.).

G. Tammann, Lehrbuch der Metallographie, Chemie und Physik der Metalle und ihrer Legierungen. gr. 8°. XVIII u. 450 S. m. 294 Fig. im Text. 3., erweiterte Auflage. Leipzig, Leopold Voss 1923. Gz. brosch. M. 14.5, geb. M. 16.5

Die Tatsache, daß bereits zwei Jahre nach Erscheinen der zweiten Auflage eine dritte notwendig wurde, zeigt nicht nur, welcher Wertschätzung sich das Werk in Fachkreisen dauernd erfreut, es ist vielmehr auch ein gutes Zeichen für die an der Metallkunde interessierten Kreise, daß sie gerade dieses Buch bevorzugen, das ihnen den Stoff durchaus nicht in bequemer Form darbietet, sondern ein gründliches Studium und inniges Eingehen in die Gedankengänge des Verfassers fordert, dafür aber auch das Streben nach wissenschaftlicher Vertiefung in vollstem Maße zu befriedigen weiß.

Da die ersten beiden Auflagen an dieser Stelle eingehend gewürdigt sind, hat der Referent nur darauf hinzuweisen, welche Änderungen die dritte Auflage der zweiten gegenüber zeigt. Es handelt sich diesmal im wesentlichen um Zusätze an mehr als 20 Stellen, die das Werk um etwa 2 Bogen erweitert haben. So sind, um nur einige Beispiele zu nennen, die interkristallinen Zwischenschichten, die für die mechanischen Eigenschaften der Metalle von Bedeutung sind, neu behandelt, die Kapitel über Verfestigung durch Kaltrecken, sowie Rekristallisation wesentlich erweitert auf den alten Grundanschauungen aufgebaut. Das Verhalten intermetallischer Verbindungen bei der Deformation wird besprochen und konstatiert, daß die bekannte Sprödigkeit und Spaltbarkeit bei gewöhnlicher Temperatur teils allmählich, teils plötzlich bei steigender Temperatur in Plastizität übergeht. Das Kapitel über Anlauffarben ist durch neue Forschungsergebnisse über die Gesetze der Verdickung der Anlaufschichten ergänzt. Gewisse eigenartige Seigerungserscheinungen werden in neuartiger Weise dadurch gedeutet, daß unter Umständen entgegen den Aussagen des Schmelzdiagramms derjenige Mischkristall sich bei schneller Abkühlung zuerst ausscheidet, dessen lineare Kristallisationsgeschwindigkeit unter den obwaltenden Bedingungen der Wärmeentziehung den größten Wert hat. Einige Zustandsdiagramme erscheinen in verbesserter Form und auch die Diffusion in Metallen ist ausführlicher als bisher behandelt. Durch Potentialmessungen an Amalgamen, in denen sich zwei Metalle, die intermetallische Verbindungen zu bilden imstande sind, gelöst befinden, vermag Tammann durch Vergleich mit den Spannungen der Amalgame des unedleren der beiden Metalle eine Methode zu schaffen, um über den Verbindungszustand in Lösung und sogar über die Affinitätskonstanten der Verbindungen Aufschluß zu gewinnen; er findet, daß es in Amalgamlösung Verbindungen der verschiedensten Dissoziationsstufen gibt. Über weitere Forschungen betreffend das elektrochemische Verhalten von Mischkristallen berichten die letzten Kapitel des Absatzes über die binären Legierungen und auch ein Abschnitt über nicht rostende Stähle sei noch erwähnt.

W. Fraenkel.

F. Dessauer, Zur Therapie des Karzinoms mit Röntgenstrahlen (Strahlentherapeutische Monographien, Bd. 1.) 2. Aufl. 8°. VI u. 74 S. Dresden u. Leipzig, Theodor Steinkopff. 1923. Gz. M. 2.—, Schweiz. Fr. 2.—.

Das vorliegende Büchlein verdankt seine Entstehung einer Reihe von Vorlesungen, die in Spanien gehalten wurden. Es faßt die Hauptarbeiten Dessauers in übersichtlicher Form zusammen. Die Möglichkeit, eine durchdringungsfähige Strahlung zu erhalten, war erst mit Schaffung eines durchschlagsicheren Transformators kleinerer Ausmessung gegeben, eine Aufgabe, die seit 1917 durch den Dessauer-Transformator gelöst erschien. Das zweite Problem war die physikalische Untersuchung der Intensitätsverteilung im menschlichen Körper. D. teilt die gemeinsam mit Vierheller vorgenommenen Messungen mit und erläutert diese an zahlreichen Kurven. In der letzten Vorlesung schildert D. die praktische Anwendung mit Hilfe des von ihm und Warnekros angegebenen Strahlungsgerätes und der aus anatomischen Atlanten her bekannten Körperquerschnitte und Zeichnungen. Der Anhang stellt die Arbeiten D.s von 1905—1921 zusammen. Trotz der flüssigen und anschaulichen Form, in der das Büchlein geschrieben ist, verliert es doch sehr durch die einseitige Auswahl des verwendeten Materials, das bis auf wenige Autoren nur von dem Verfasser selbst stammt.

Meyer.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. F. Harms in Würzburg. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Digitized by Google

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

No. 11. 1. Juni 1924. Redaktionsschluß für No. 13 am 10. Juni 1924. 25. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

G. Joos u. H. Kulenkampff, Die Erhaltung des Impulses beim Anregungs- und Ionisierungsstoß. S. 257.

A. Wigand u. K. Genthe, Über die Messung der vertikalen Sicht. S. 263.

W. Wessel, Über das Massenwirkungsgesetz in ionisierten Systemen. S. 270.

R. Mecke u. P. Lindau, Über den Bau der zweiten positiven Gruppe der Stickstoffbanden. S. 277.

M. Sende u. G. Wiarda, Über die Drehung der Polarisationsebene des Lichtes in Flüssigkeiten durch ein magnetisches Feld. S. 278.

P. Ludewig, Messung des Emanationsgehaltes der radioaktiven Quellen in Brambach und Oberschlema. S. 280.

F. Schindelhauer, „Zur Elektrodynamik der Vorgänge in der Atmosphäre" des Herrn Fr. Kaftan. S. 281.

C. W. Lutz, Zum Saitenelektrometer neuer Form. S. 282.

88. Versammlung der Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte in Innsbruck vom 21. bis 27. September 1924. S. 282.

Besprechungen:

A. u. O. Föppl, Grundzüge der Festigkeitslehre. S. 284.

Schlömilch, Kompendium der höheren Analysis. S. 285.

B. v. Kerékjártó, Vorlesungen über Topologie. S. 285.

J. Boussinesq, Cours de Physique mathématique, Complements au tome III. S. 285.

W. Brand, Der Kugelblitz. S. 286.

W. Köppen, Die Klimate der Erde, Grundriß der Klimakunde. S. 286.

P. Pfeiffer, Organische Molekülverbindungen. S. 286.

P. Walden, Molekulargrößen von Elektrolyten in nichtwäßrigen Lösungsmitteln. S. 287.

H. Greinacher, Bausteine der Atome. S. 288.

W. Wien, Goethe und die Physik. S. 288.

Personalien. S. 288.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Die Erhaltung des Impulses beim Anregungs- und Ionisierungsstoß.

Von G. Joos und H. Kulenkampff.

1. Einleitung.

Bekanntlich lautet die Bedingung für die Anregung einer Spektrallinie der Frequenz $\nu = \frac{1}{h}(W_2 - W_1)$ durch Elektronenstoß:

$$\tfrac{1}{2} m v^2 \geqq W_2 - W_0. \qquad (1)$$

Dabei bedeutet W_0 die Energie des Atoms im Normalzustand, W_2 diejenige im Endzustand des Stoßes, der zugleich der Ausgangszustand für die Emission ist, W_1 den Endzustand nach der Emission, der nicht notwendig mit W_0 identisch zu sein braucht. Diese Beziehung stellt nur die Energiebilanz dar, sie bedeutet, daß die kinetische Energie des Elektrons mindestens gleich der Energiedifferenz zwischen Grundzustand und angeregtem Zustand sein muß. Wenn auch beim heutigen Stand der Forschung wenig Aussicht besteht, in die Einzelheiten des Stoßvorgangs einzudringen, so kommt man doch noch einen Schritt weiter, wenn man gemäß den Gesetzen der Mechanik für den Gesamtvorgang außer der Erhaltung der Energie noch die Erhaltung von Impuls und Drehimpuls verlangt. Denn was auch für Gesetze die Einzelheiten des Stoßvorganges regeln, für das Endergebnis behalten die Integralgesetze der Mechanik ihre Gültigkeit. Die Hinzunahme der Impulsbedingung führt beim Elektronenstoß nur zu einer praktisch belanglosen Korrektur der üblichen Anregungsbedingung, dagegen ergeben sich aus der Anwendung der so abgeleiteten Bedingungen auf den Stoß von Kanalstrahlen wichtige Beziehungen.

Was die Erhaltung des Drehimpulses betrifft, so wird durch diese Bedingung jedenfalls die Anregungsfunktion, d. h. die Abhängigkeit der Ausbeute an anregenden Stößen von der Stoßgeschwindigkeit beeinflußt. Für die Frage nach der Mindestgeschwindigkeit, die wir in erster Linie untersuchen wollen, kommt die Erhaltung des Drehimpulses als einschränkende Bedingung wohl nicht in Frage, da, wie unten näher belegt werden wird, bei den aus Energie- und Impulssatz abgeleiteten Mindestgeschwindigkeiten in allen beobachteten Fällen bis auf eine Ausnahme die Anregung auch tatsächlich stattfindet, und in dem einzigen bekannten Ausnahmefall, bei dem trotz Erfüllung der beiden Bedingungen keine Anregung stattfindet (vgl. S. 259), die Ursache kaum mit der Erhaltung des Drehimpulses zusammenhängen dürfte. Aus diesem Grund wollen wir, zumal sich auch der Ansatz für die Erhaltung des Drehimpulses nicht ohne eine gewisse Willkür machen läßt — es bleibt als unbestimmte Größe der „Hebelarm" des Stoßes — die Untersuchung dieser Bedingung zurückstellen, uns nur mit der Erhaltung des Impulses befassen und uns auf den Grenzfall eines zentralen Stoßes beschränken.

Digitized by Google

Es taucht nun sofort die Frage auf: Ist der Ansatz so zu machen, als ob sich der Stoß gegen das gesamte Atom richtet, dessen ganze Masse in die Impulsgleichung einzusetzen ist, oder spielt sich der Stoßvorgang nur zwischen dem stoßenden Teilchen und dem Elektron ab, das in eine kernfernere Bahn geworfen wird, bzw. ganz aus dem Atomverband ausscheidet? Wir werden an Hand des experimentellen Materials sehen, daß die beiden hier aufgestellten Alternativen wirklich auftreten, die erste im Fall kleiner, die zweite im Fall großer Geschwindigkeiten. In letzterem wird nämlich das getroffene Elektron aus dem Atomverband abgerissen, ehe die Bindungskräfte, die es mit dem Atomrest verknüpfen, den Stoß an diesen fortgepflanzt haben. Derselbe Gedanke liegt ja auch der Bohrschen Theorie der Absorption[1]) von Korpuskularstrahlen zugrunde.

2. Anregungsstoß[2]) bei kleinen Geschwindigkeiten.

Wir untersuchen zunächst die Konsequenzen der ersten Annahme, nach der für den Stoßvorgang die ganze Masse des getroffenen Atoms maßgebend ist. Wir wollen dabei den allgemeinen Fall zweier Elektronensysteme untersuchen, von denen das erste die Masse M_1, vor dem Stoß die Geschwindigkeit u_1, nach dem Stoß die Geschwindigkeit v_1, das zweite entsprechend die Masse M_2 und die Geschwindigkeiten u_2 und v_2 habe. Bezeichnet man die zur Anregung bzw. Ionisierung aufzuwendende Energie mit W (statt $W_2 - W_0$), so lautet die Energiebilanz $\frac{1}{2}M_1 u_1^2 + \frac{1}{2}M_2 u_2^2 = \frac{1}{2}M_1 v_1^2 + \frac{1}{2}M_2 v_2^2 + W$, (2) während die Erhaltung des Impulses ergibt:

$$M_1 u_1 + M_2 u_2 = M_1 v_1 + M_2 v_2. \qquad (3)$$

Löst man nach v_1 und v_2 auf, so erhält man:

$$v_1 = \frac{u_2 + \frac{M_1}{M_2} u_1 - \sqrt{(u_1 - u_2)^2 - 2W\left(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2}\right)}}{1 + \frac{M_1}{M_2}}, \qquad (4)$$

$$v_2 = \frac{u_1 + \frac{M_2}{M_1} u_2 + \sqrt{(u_1 - u_2)^2 - 2W\left(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2}\right)}}{1 + \frac{M_2}{M_1}}. \qquad (5)$$

Dabei bestimmt sich das Zeichen der Wurzel aus der Forderung, daß die Formeln für $W = 0$ in die gewöhnlichen Formeln des elastischen Stoßes übergehen müssen. Die Diskussion dieser Gleichungen führt zu wichtigen Folgerungen:

a) Allgemeine Anregungsbedingung: Da der Ausdruck unter dem Wurzelzeichen nicht negativ sein kann, folgt als allgemeine Anregungsbedingung:

$$\frac{1}{2}\frac{1}{\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2}}(u_1 - u_2)^2 \geqq W. \qquad (6)$$

Führt man eine „resultierende Masse" ein durch die Gleichung:

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2}, \qquad (7)$$

so ergibt sich:

$$\tfrac{1}{2}\mu(u_1 - u_2)^2 \geqq W. \qquad (6a)$$

Die unter Berücksichtigung der Erhaltung des Impulses gewonnene Anregungsbedingung unterscheidet sich also von der rein energetisch für den Elektronenstoß geltenden nur dadurch, daß an Stelle der Elektronenmasse m die resultierende Masse μ getreten ist. Im Fall, daß sich das getroffene System ebenfalls bewegt, geht nur die Relativgeschwindigkeit der beiden Systeme ein.

Der Gleichung (6) kann man noch eine etwas andere Deutung geben: Bezieht man nämlich alle Geschwindigkeiten auf das Koordinatensystem, in dem der Schwerpunkt der beiden zusammenstoßenden Systeme ruht, so ergibt eine einfache Rechnung folgende Formulierung der allgemeinen Anregungsbedingung: Die Summe der kinetischen Energien, bezogen auf das im Schwerpunkt ruhende Koordinatensystem, muß mindestens gleich der am Atom zu leistenden Arbeit sein.

In dem Sonderfall, daß eines der beiden Systeme aus einem einzigen Elektron von der Masse m besteht, überwiegt in Gleichung (7) das Glied $1/m$ gegen $1/M_2$, so daß die resultierende Masse gleich der Elektronenmasse wird und man die alte Anregungsbedingung für den Elektronenstoß erhält. Da es nur auf die Relativgeschwindigkeit ankommt, ist es gleichgültig, ob man Elektronen gegen Atome oder Atome gegen ruhende Elektronen schießt.

Anders liegt die Sache, wenn die beiden Massen M_1 und M_2 von der gleichen Größenordnung sind, wie es beim Leuchten der Kanalstrahlen der Fall ist. Ist speziell das gestoßene Atom, das wir, ohne die Allgemeinheit zu be-

1) N. Bohr, Phil. Mag. **25**, 10, 1913; **30**, 581, 1915; vgl. dazu auch W. Bothe, Jahrb. d. Radioakt. **20**, 46, 1923.

2) Hier und im folgenden wollen wir, soweit nicht ausdrücklich unterschieden ist, in die Bezeichnung „Anregung" auch den Fall der Ionisierung einschließen.

Digitized by Google

schränken, als ruhend annehmen können, von gleicher Art wie das stoßende, so wird

$$\mu = M/2$$

und die Anregungsbedingung lautet

$$\tfrac{1}{2} M u_1^2 \geqq 2W. \qquad (8)$$

Führt man als Maß der Geschwindigkeit des Kanalstrahlteilchens die von ihm durchlaufene Spannung V ein, aus der für ein einfach geladenes Teilchen die Geschwindigkeit u gemäß der Beziehung

$$\tfrac{1}{2} M u^2 = eV$$

folgt, und drückt die Anregungsenergie in üblicher Weise durch die Anregungsspannung V' aus, d. h. diejenige Spannung, die ein Elektron zur Anregung durchlaufen muß, so wird in diesem Fall (Zusammenstoß zweier Atome gleicher Masse):

$$V = 2V' \qquad (8a)$$

d. h. das Teilchen muß ein Potentialgefälle gleich der doppelten Anregungsspannung durchlaufen haben, um anregen zu können. Die Geschwindigkeit ist dabei wegen der größeren Masse bedeutend kleiner (bei Wasserstoffkanalstrahlen 30mal kleiner) als die eines Elektrons, das eben anregen kann.

Beobachtungen an derart langsamen Kanalstrahlen, die an einer Wehnelt-Kathode erzeugt wurden, sind von Dempster[1]) angestellt worden. Er findet Lichterregung bis herab zu etwa 5 Volt. Da die Anregungsspannung der in Betracht kommenden Linien etwa 3 Volt beträgt, paßt dies vorzüglich zu der von uns abgeleiteten Anregungsbedingung. Dempster bemerkt noch, daß bei diesen kleinen Geschwindigkeiten nur die geladenen Atome anregen, während die ungeladenen wesentlich größere Geschwindigkeiten haben müssen. Der Grund für dieses Verhalten geht aus unseren Betrachtungen nicht hervor, doch dürfte er kaum in der Bedingung der Erhaltung des Drehimpulses (vgl. Einleitung) liegen, eher läßt es sich dadurch verstehen, daß man als das eigentliche Wesen des Anregungsstoßes die Einwirkung eines starken inhomogenen Feldes annimmt, das einen Mindestwert haben muß, der in dem vorliegenden Fall vom neutralen Atom nicht erreicht wird.

b) Geschwindigkeitsübertragung an das gestoßene Atom: Nehmen wir wieder M_2 als ruhend an, so wird nach (5)

$$v_2 = \frac{u_1 + \sqrt{u_1^2 - 2W \cdot 1/\mu}}{1 + \frac{M_2}{M_1}}. \qquad (9)$$

Es sei nun:

α) Das stoßende Teilchen ein Elektron; dann wird hiernach am kritischen Punkt an ein gestoßenes Atom weniger als ein Tausendstel der Elektronengeschwindigkeit übertragen. Für langsame Kathodenstrahlen, für die allein diese Überlegungen gelten, wird die so erreichte Geschwindigkeit von der Größenordnung der Wärmebewegung, so daß sie sich einem experimentellen Nachweis entzieht.

β) Das stoßende Teilchen habe eine Masse von gleicher Größenordnung wie das gestoßene. In diesem Fall findet eine beträchtliche Geschwindigkeitsübertragung statt: Ist z. B. $M_1 = M_2$, so wird am kritischen Punkt $v_2 = u\,\frac{1}{2}$. Oberhalb der kritischen Geschwindigkeit wird die übertragene Geschwindigkeit noch größer bis zum Grenzwert $v_2 = u_1$.

Die Frage der Geschwindigkeitsübertragung ist an langsamen Kanalstrahlen noch nicht experimentell untersucht worden. Versuche von W. Wien[1]) über diese Frage wurden mit sehr schnellen Kanalstrahlen (10000 bis 20000 Volt gegenüber einigen 10 Volt bei Dempster!) ausgeführt und ergaben keine Geschwindigkeitsübertragung. Dies stützt die eingangs erwähnte Auffassung, daß bei großen Relativgeschwindigkeiten der stoßenden Systeme ein anderer Ansatz zu machen ist.

c) Das Schicksal des stoßenden Teilchens: aus (4) folgt für $u_2 = 0$:

$$v_1 = \frac{\frac{M_1}{M_2} u_1 - \sqrt{u_1^2 - 2W \cdot 1/\mu}}{1 + \frac{M_1}{M_2}}. \qquad (10)$$

Ist das stoßende Teilchen ein Elektron, so wird im Fall, daß seine Geschwindigkeit zur Anregung eben ausreicht,

$$v_1 = \frac{u_1 \frac{m}{M_2}}{1 + \frac{m}{M_2}},$$

also praktisch null. Ist dagegen die Geschwindigkeit wesentlich größer, so findet Reflexion statt (wegen des negativen Vorzeichens der Wurzel). Nach den Angaben von Lenard[2]) findet derartige echte Reflexion bei kleinen Geschwindigkeiten tatsächlich statt, während sie bei großen bisher nicht beobachtet wurde.

Im Falle von Kanalstrahlen erhält man entsprechend:

$$v_1 = \frac{\frac{M_1}{M_2} u_1 - \sqrt{u_1^2 - 2\frac{W}{\mu}}}{1 + \frac{M^1}{M_2}}.$$

1) A. J. Dempster, Phys. Rev. **8**, 652, 1916.

1) W. Wien, Ann. d. Phys. **43**, 955, 1914.

2) P. Lenard, Quantitatives über Kathodenstrahlen aller Geschwindigkeiten. Heidelberg 1918, S. 191.

Digitized by Google

Handelt es sich hierbei um gleiche Massen, also um Kanalstrahlen, die nicht in einem fremden Gas verlaufen, so wird in der Nähe der Anregungsgrenzgeschwindigkeit $\left(u_1^2 = 2\frac{W}{\mu}\right)$:

$$v_1 = \tfrac{1}{2} u_1 .$$

Bei größeren Geschwindigkeiten wird die Bewegung des stoßenden Teilchens noch stärker gehemmt, und im Grenzfall einer gegen seine kinetische Energie verschwindend kleinen Ablösungsarbeit W geht sie vollkommen auf Null herunter; es entspricht dies einfach dem Fall eines vollkommen elastischen Stoßes, bei dem keine Anregung erfolgt. Die gesamte Bewegungsgröße wird dann an das getroffene Teilchen übertragen; diese würde also in jeder Hinsicht als Fortsetzung des Strahles erscheinen. Dieser Fall besitzt deshalb geringe Bedeutung und man entnimmt daraus nur so viel, daß durch Messungen an Kanalstrahlen, die im Gas des Entladungsraumes verlaufen, keine näheren Aufschlüsse über die betrachteten Stoßvorgänge zu erwarten sind.

Treffen dagegen die Kanalstrahlen gegen schwerere Atome, so werden sie nach unserer obigen Gleichung reflektiert bei Geschwindigkeiten, die je nach dem Massenverhältnis mehr oder weniger oberhalb der Grenzgeschwindigkeit liegen. In der Tat sind nun bei mäßigen Geschwindigkeiten reflektierte Kanalstrahlen mehrfach beobachtet worden. Nach Messungen von Stark und Steubing[1]) sind sie in großer Zahl nur bei kleinen Geschwindigkeiten von der Größenordnung einiger 100 Volt vorhanden; mit zunehmender Strahlengeschwindigkeit nimmt ihre Anzahl ab. Wir haben oben bereits darauf hingewiesen, daß auch die entsprechende Geschwindigkeitsübertragung an das gestoßene Atom bei langsamen Kanalstrahlen vorhanden sein kann, während bei schnellen Strahlen beides — Reflexion und Geschwindigkeitsübertragung — äußerst selten wird und sich der direkten Messung entzieht.

In dem Maße also, wie die Stoßvorgänge der bisher betrachteten Art seltener werden, treten offenbar die der zweiten Art hervor, die wir im Grenzfall äußerst großer Geschwindigkeiten (α-Strahlen) darin sehen, daß der Stoß gegen das abgetrennte Elektron allein geführt wird. Alle Beobachtungen deuten aber darauf hin, daß der Übergang ein kontinuierlicher ist; zwischen beiden Grenzen liegt die große Mannigfaltigkeit aller der Stöße, bei denen die Bindungskräfte zwischen Elektron und Restatom noch eine gewisse, aber schwer anzugebende Rolle spielen.

1) J. Stark und W. Steubing, Ann. d. Phys. **28**, 974, 1909.

3. Anregungsstoß bei großen Geschwindigkeiten.

Als „große Geschwindigkeiten" wollen wir solche definieren, bei denen die kinetische Energie des stoßenden Teilchens, bezogen auf das anzuregende Atom, groß ist gegen die zu leistende Ablösungsarbeit des Atomelektrons. Die obigen Ansätze, bei denen der Stoß sich gegen das ganze Atom richten soll, stehen, wie bereits erwähnt wurde, für diesen Fall im Widerspruch mit der Erfahrung. Es muß also jetzt ein neuer Ansatz gemacht werden, der sich zwar nicht in so eindeutiger Weise ergibt, wie der erste; aber die Lösung ist doch sicher in der Richtung zu suchen, daß der eigentliche Stoßvorgang nicht mehr zwischen dem stoßenden Teilchen und dem ganzen Atom stattfindet, daß er vielmehr im Grenzfall nur noch das Atomelektron betrifft, das in eine höhere Quantenbahn geworfen bzw. abgetrennt wird. Das bedeutet, daß man für den Stoßvorgang dieses Elektron als praktisch frei ansehen muß.

Die konsequente Durchführung dieses Gedankens führt allerdings, sofern man die gewöhnliche Mechanik hier noch anwenden kann, zu einer bedenklichen Folgerung: Da dann nämlich für den Stoßvorgang selbst nur die Relativgeschwindigkeit des abzulösenden Elektrons gegen das stoßende Teilchen in Betracht kommt, müßte man die Bahngeschwindigkeit des Elektrons berücksichtigen, die sich zur Relativgeschwindigkeit zwischen stoßendem Teilchen und Atom, je nach dem Punkte der Bahn, wo der Stoß trifft, mit verschiedenem Bruchteil bald addiert, bald von ihr subtrahiert. Besteht diese Überlegung zu Recht, so existiert für die Anregung durch schnelle Ionen (z. B. α-Strahlen) überhaupt keine scharfe Geschwindigkeitsgrenze, sondern es können Anregungsstöße noch vorkommen bei Geschwindigkeiten bis herunter zum dritten Teil des Mittelwerts aus beiden Extremfällen. Allerdings ist, wie unten näher ausgeführt werden soll, auch dann keine vollkommen scharfe Anregungsgrenze zu erwarten, wenn man die Bahngeschwindigkeit außer acht läßt. Immerhin aber besteht vielleicht hier die Möglichkeit, von der Existenz der Bahngeschwindigkeit direkte Kunde zu erhalten[1]).

Für unsere rein orientierenden Rechnungen wollen wir indes die Bahngeschwindigkeit außer Betracht lassen; die Geschwindigkeitsgrenze für den Anregungsstoß, die wir so erhalten, stellt für den Fall, daß die Bahngeschwindigkeit berücksichtigt wird, einen mittleren Wert dar,

1) Theoretisch ist die Bahnbewegung bereits von P. Debye (Phys. Zeitschr. **22**, 302, 1921) zur Erklärung der gaskinetischen Abstoßungskräfte herangezogen worden.

Digitized by Google

oberhalb dessen mehr, unterhalb dessen weniger als 50 Proz. der Stöße zur Anregung führen können.

Als Bedingung für die Anregung stellen wir die naheliegende Forderung auf, daß an das Elektron beim Stoß mindestens eine kinetische Energie übertragen wird, die gleich der zu leistenden Anregungsarbeit W ist. Den Maximalwert der übertragbaren kinetischen Energie können wir dabei nach den einfachen Gesetzen des zentralen, elastischen Stoßes berechnen, auch im Fall des Stoßes zwischen Elektron und positivem Ion. Denn wie bereits in der kinetischen Gastheorie gezeigt wird, lassen sich durch diese die Zusammenstöße sowohl bei anziehenden, als auch bei abstoßenden Kräften mit guter Annäherung darstellen. An das im Atom als ruhend gedachte Elektron kann demnach von einem stoßenden Elektron eine Geschwindigkeit übertragen werden, die gerade gleich dessen Relativgeschwindigkeit zum Atom ist, von einem stoßenden Ion, dessen Masse groß ist gegen die Elektronenmasse, dagegen eine solche gleich der doppelten Relativgeschwindigkeit zwischen Ion und Atom.

a) Die Anwendung dieser Überlegungen auf den Elektronenstoß ist gemäß unserer Definition der großen Geschwindigkeiten in der Nähe der Grenzgeschwindigkeit nicht zulässig; man sieht aber leicht, daß man zur alten Anregungsbedingung gelangen würde. Für den Fall großer Geschwindigkeiten wollen wir nur bemerken, daß nach der jetzigen Auffassung Reflexionen nicht stattfinden können, eine Folgerung, die durch die experimentellen Ergebnisse bestätigt wird.

b) Für den Ionenstoß, der uns hier besonders interessiert, erhalten wir als Anregungsbedingung: Es muß die Relativgeschwindigkeit des Ions gegen das Atom

$$u_r \geqq \sqrt{\frac{W}{2m}} \qquad (11)$$

sein. Wie bereits erwähnt wurde, ist allerdings diese Bedingung wohl nicht in dem Sinne aufzufassen, daß durch sie eine scharfe Anregungsgrenze festgelegt sei. Wahrscheinlich vermag auch ein Teilchen kleinerer Geschwindigkeit noch anzuregen; dann müssen aber notwendig die Bindungskräfte zwischen dem Elektron und seinem Atom zur Geltung kommen, es wird Bewegungsenergie an das ganze Atom übertragen und das stoßende Teilchen erleidet eine wesentliche Einbuße an kinetischer Energie. Die Folge muß sein, daß es nach verhältnismäßig wenigen Anregungstößen selbst zur Ruhe kommt, während im Gegensatz dazu bei Geschwindigkeiten oberhalb des durch (11) gegebenen Grenzwertes Anregung bei nahezu freier Durchquerung möglich ist. Wir wollen, wenn sich dies auch nicht durch Beobachtungen direkt belegen läßt, noch bemerken, daß bei Geschwindigkeiten unterhalb des Grenzwertes, vermöge der mehr und mehr hervortretenden Einwirkung des ganzen Atoms auf den Stoßvorgang, eine stärkere Diffusion des α-Strahls oder Kanalstrahls erwartet werden darf.

α) Am reinsten ausgeprägt finden wir den hier betrachteten Fall in den α-Strahlen. Die α-Strahlen des RaC mit einer Anfangsgeschwindigkeit von $1{,}922 \cdot 10^9$ cm/sec besitzen eine kinetische Energie, die rund 500000 mal größer ist als die Ionisierungsarbeit (etwa 16 Volt) eines Stickstoff- oder Sauerstoffatoms; unsere obige Voraussetzung ist also zweifellos erfüllt. So ist denn ja auch bekannt, daß ein α-Teilchen eine außerordentlich große Zahl von Atomen zu ionisieren vermag, ohne kinetische Energie an diese zu übertragen. Die Grenzgeschwindigkeit, unterhalb deren dies nicht mehr möglich ist, ergibt sich aus (11) für eine Ionisierungsarbeit von 16 Volt zu

$$u_r = 1{,}2 \cdot 10^8 \text{ cm/sec} = 0{,}062 \cdot v_0,$$

wenn wir mit v_0 in üblicher Weise die Anfangsgeschwindigkeit der α-Strahlen des RaC bezeichnen.

Damit sollte also das Ende der Reichweite gegeben sein. Die kleinste Geschwindigkeit, die gegen das Ende der Reichweite hin festgestellt wurde, ist etwa doppelt so groß; Rutherford[1]) gibt einen Wert von ungefähr $0{,}15 \cdot v_0$ an. Dies ist indessen nicht als ein Widerspruch gegen unsere Überlegungen aufzufassen; man hat nur zu bedenken, daß zur Erzeugung wahrnehmbarer Szintillationen das α-Teilchen mindestens noch mehrere Hundert Leuchtzentren durchqueren und anregen muß. Der Grenzgeschwindigkeit von $0{,}063 \cdot v_0$ kommt aber nach dem oben Gesagten gerade die Bedeutung zu, daß für diese, wie für kleinere Geschwindigkeiten, das α-Teilchen hierzu nicht mehr imstande ist, und auch für wenig größere Geschwindigkeiten werden die Szintillationen so schwach sein, daß sie sich der Beobachtung entziehen.

Es ergibt sich also aus diesen einfachen Betrachtungen eine durchaus plausible Größe für die Grenzgeschwindigkeit der α-Strahlen. Man fühlt sich nun versucht, die gleiche Betrachtung auf die Umladung der α-Strahlen anzuwenden und entsprechend eine Grenzgeschwindigkeit für die Rückbildung eines α-Teilchens aus einem einfach geladenen He^+-Teilchen zu berechnen. Allerdings haben wir es dann nicht mehr mit

1) E. Rutherford, Phil. Mag. **47**, 277, 1924.

Digitized by Google

dem Stoß eines reinen Atomkernes zu tun, sondern mit zwei Elektronensystemen, aber man wird für eine erste Orientierung etwa annehmen können, daß Ionisierung des He^+-Teilchens nur dann eintritt, wenn es einem Atom des ruhenden Gases so nahe kommt, daß wesentlich dessen Kern, allenfalls die sehr festgebundenen inneren Elektronen, den eigentlichen Stoß ausüben. Da lediglich die Relativgeschwindigkeit beider Atomsysteme in Betracht kommt, ist also einfach der obige Ansatz für eine Ionisierungsarbeit von 54 Volt auszuwerten; dies liefert eine Grenzgeschwindigkeit

$$u_r = 2{,}18 \cdot 10^8 \text{ cm/sec} = 0{,}114 \cdot v_0.$$

Rutherford[1]) hat Umladungen im Sinne $He^+ \rightarrow He^{++}$ festgestellt bis herunter zur Geschwindigkeit $0{,}23 \cdot v_0$: Messungen für kleinere Geschwindigkeiten sind uns nicht bekannt, so daß wir nicht angeben können, ob unterhalb $0{,}113 \cdot v_0$ Umladungen in diesem Sinne tatsächlich nicht mehr vorkommen, bzw. nur vorkommen in Verbindung mit teilweisem Austausch der kinetischen Energie beider Atomsysteme.

β) Bei Betrachtung der Kanalstrahlen wollen wir uns mit einigen orientierenden Angaben begnügen und schreiben dafür zweckmäßig — mit den bereits oben eingeführten Bezeichnungen — die Bedingungsgleichung (11) so, daß sich die Geschwindigkeit der Kanalstrahlen in Volt ausdrückt. Man erhält dann:

$$V \geqq \frac{1}{4} \frac{M}{m} V'. \qquad (11a)$$

Dies liefert beispielsweise für Wasserstoffkanalstrahlen in Wasserstoff ($V' = 13{,}5$ Volt) eine Grenzgeschwindigkeit

$$V = 6200 \text{ Volt},$$

in Sauerstoff ($V' =$ ca. 16 Volt) eine Grenzgeschwindigkeit

$$V = 7400 \text{ Volt}.$$

Oberhalb dieser Werte also sollten den Wasserstoffkanalstrahlen im wesentlichen die Eigenschaften von α-Strahlen zukommen. Nachdem für letztere die Umladungserscheinungen in gleicher Art, wie sie bei Kanalstrahlen bekannt sind, festgestellt worden sind, steht dieser Folgerung offenbar nichts im Wege. So gibt auch Rutherford an, daß sich seine Messungen über die freien Weglängen der Umladungen an α-Strahlen denjenigen von Rüchardt[1]) an Wasserstoffkanalstrahlen so gut anschließen, wie bei der Verschiedenheit der Versuchsbedingungen und der Geschwindigkeitsbereiche erwartet werden darf.

1) E. Rüchardt, Ann. d. Phys. **71**, 377, 1923.

Da nach dem, was wir oben ausgeführt haben, Umladungen und Anregung auch noch bei Geschwindigkeiten unterhalb des kritischen Wertes wohl möglich sind, und zwar bei den niedrigen Gasdrucken, bei denen alle Messungen an Kanalstrahlen ausgeführt werden, noch auf sehr beträchtliche Wegstrecken hin, können wir nicht erwarten, daß sich bei Untersuchungen dieser Art die Grenzgeschwindigkeit als solche ausprägt. Dagegen sollte sie bei Messungen des wahren Absorptionskoeffizienten hervortreten. Dieser sollte erst unterhalb der kritischen Geschwindigkeit eine nennenswerte Größe erreichen, wenn unter Absorption nicht Geschwindigkeitsverlust, sondern Verminderung der Zahl der Kanalstrahlteilchen verstanden wird. Diese Folgerung steht allerdings im Widerspruch zu Messungen von Wien[1]) und von Königsberger und Kutschewski[2]).

Wie man aus (11a) ableitet, liegen alle bisherigen Messungen an Kanalstrahlen schwererer Gase (mit Ausnahme von He) im Geschwindigkeitsbereich unterhalb der Anregungsgrenze. Die Tatsache, daß auch hier Anregung und Umladungen vorkommen, weist mit aller Deutlichkeit auf den Punkt hin, den wir schon mehrfach hervorgehoben haben, daß nämlich die Anregungsbedingung beides in diesem Geschwindigkeitsgebiet nicht absolut ausschließt. Sie verlangt aber, daß in allen diesen Fällen gleichzeitig mit dem Anregungsstoß auch eine teilweise Übertragung von kinetischer Energie an das Atom stattfindet. Wieviel Energie übertragen wird, dürfte davon abhängig sein, um wieviel die Geschwindigkeit unterhalb des kritischen Wertes liegt.

Daß W. Wien[3]) bei Anregung von Quecksilber durch Jodkanalstrahlen eine Geschwindigkeitsübertragung an das Quecksilberatom von höchstens 2 Proz. der maximal verfügbaren fand, läßt sich also wohl verstehen; beträchtliche Geschwindigkeitsübertragung findet wahrscheinlich erst bei viel kleineren Geschwindigkeiten statt. Wir nähern uns damit dem Gebiet, welches wir im ersten Teil betrachtet haben, wo wir bereits aus dem vorliegenden Beobachtungsmaterial zu den gleichen Folgerungen gelangten. Quantitative Angaben lassen sich über die hier vorliegenden Verhältnisse kaum machen, vielmehr sind wir der Ansicht, daß umgekehrt aus geeigneten Messungen Aufschlüsse über die beim Stoß wirksamen Bindungskräfte zu erhalten sind.

1) W. Wien, Ann. d. Phys. **23**, 415, 1907.
2) H. E. Königsberger und J. Kutschewski, Ann. d. Phys. **37**, 161, 1912.
3) W. Wien, Ann. d. Phys. **43**, 955, 1914.

Digitized by Google

Zusammenfassung.

1. Beim Anregungsstoß ist außer der Erhaltung der Energie noch die Erhaltung des Impulses zu fordern; für den Ionenstoß führt dies zu neuen Anregungsbedingungen.

2. Unter der Voraussetzung, daß bei kleinen Relativgeschwindigkeiten der Stoßvorgang zwischen dem stoßenden Teilchen und dem ganzen getroffenen Atom stattfindet, ergibt sich für die Anregung durch langsame Kanalstrahlen: Ihre Geschwindigkeit muß mindestens doppelt so groß sein, als die im Falle des Elektronenstoßes zur gleichen Anregung erforderliche; ein solcher Stoß ist mit großer Geschwindigkeitsübertragung an das getroffene Atom verbunden. Diese Ergebnisse stehen im Einklang mit den wenigen bisher vorhandenen Beobachtungen.

3. Bei großen Geschwindigkeiten bleiben wir im Einklang mit der Erfahrung, wenn wir annehmen, daß der Stoß im wesentlichen gegen ein einzelnes Atomelektron geführt wird. In diesem Fall findet keine Geschwindigkeitsübertragung an das Atom statt; die Grenzgeschwindigkeit für die Anregung liegt bedeutend höher. Aus diesem Ansatz ergibt sich die Geschwindigkeit der α-Strahlen am Ende ihrer Reichweite von der richtigen Größenordnung.

4. Zwischen beiden Extremen liegt ein Geschwindigkeitsbereich, für welchen sich die Verhältnisse nur qualitativ als Mittel zwischen beiden Grenzfällen überblicken lassen.

München, Physikalisches Institut der Technischen Hochschule.

(Eingegangen 30. April 1924.)

Über die Messung der vertikalen Sicht [1]).

Von A. Wigand und K. Genthe.

Inhalt: 1. Allgemeines. — 2. Ballone. — 3. Meßinstrumente. — 4. Beobachtung. — 5. Auswertung. — 6. Diskussion von Messungsergebnissen. — 7. Vertikale Sichtweite und Sichtskala. — 8. Zusammenfassung.

1. Allgemeines.

Will man die Methode des Sichtmessers zur Bestimmung der vertikalen Sicht mit Hilfe von Pilotballonen verwenden, so hat man neben der Einstellung des Sichtmessers die Aufgabe, die Entfernung, Höhe und Richtung des Ballons zu messen. Während bei der horizontalen Sichtmessung die Zielentfernung sich einfach aus der Karte abgreifen läßt, ist man bei der Höhensicht zu der umständlicheren Handhabung eines Anschneidegerätes genötigt. Als geeignetstes Instrument kommt dafür ein Pilotballontheodolit in Frage, dessen Fernrohr auch zur Erhöhung der Erkennbarkeit des Ballons bei den größeren Entfernungen erforderlich ist. Man bringt dazu zweckmäßig einen Stufensichtmesser vor das Objektiv des Theodolit-Fernrohrs.

Für eine systematische Anwendung dieser neuen optischen aerologischen Methode zu Untersuchungen über das Verhalten der Höhensicht unter den wechselnden meteorologischen Bedingungen und ihre Ausnutzung zum Studium der atmosphärischen Struktur ist es das Gegebenste, diese Messungen den üblichen regelmäßigen Pilotballonaufstiegen anzuschließen. Da dann sowieso die Entfernung, Höhe und Richtung des Ballons bestimmt wird, ist es ein leichtes, nebenher die Sichtberechnung auszuführen.

2. Ballone.

Als Pilotballone wurden neben einigen Gummiballonen in der Hauptsache die während des Krieges im Heereswetterdienst eingeführten Papierballone benutzt. Diese Einheitsballone von 1,20 m horizontalem Durchmesser zeichnen sich durch große Gleichmäßigkeit in Farbe und Form aus. Ihr Steigwert kann so gewählt werden, daß sich der Ballon beim Vorschalten der Mattglasfilter des Sichtmessers stets bequem verfolgen läßt.

Die Vorzüge des Papierballons vor dem Gummiballon bei der Höhensichtmessung sind im Abschnitt 3 der vorangehenden Untersuchung „zur Präzisierung der Sichtmessung“ eingehend besprochen worden. Es wurde vorderhand wegen der hier vorliegenden Komplikationen von der Bearbeitung der mit Gummiballonen ausgeführten Höhensichtmessungen abgesehen, unter Beschränkung auf die zu Sichtmessungen unternommenen, bis 6 km Höhe reichenden Papierpilotaufstiege. Will man größere Höhen der Sichtmessung zugänglich machen, so wird man auf den Gummiballon zurückkommen müssen. Besonderes Interesse bieten solche Trübungsstudien in der Substratosphäre und unteren Stratosphäre, wozu die großen Gummiballone der Registrierballonaufstiege zu verwenden sind.

Bei der Berechnung der Ballonhöhen wurden die Formeln, Tabellen und Diagramme aus dem „Handbuch des Heereswetterdienstes“ benutzt.

3. Meßinstrumente.

Da ein zuverlässiges Einstellen des Theodolit-Sichtmessers und Ablesen der Bestimmungsstücke für die Ballonbahn und die Sicht durch einen einzigen Beobachter nicht möglich ist, wurde von vornherein eine Trennung der Ballonbahnbestimmung und der Sichtmessung in der Weise vorgesehen, daß zwei Theodolite mit je einem Beobachter zur Aufstellung kamen. Sind doch

1) Fortsetzung von: Physik. Zeitschr. **25**, 212, 1924.

Digitized by Google

im Grunde außerdem die Beobachtungsvorschriften ganz verschieden. Der Beobachter für die Ballonbahn muß jeweils in den für die Ablesungen vorgeschriebenen Zeitpunkten den Ballon genau in Fadenkreuzmitte eingestellt haben, wogegen der Beobachter für Sicht gezwungen ist, möglichst lange den Ballon im Gesichtsfelde zu halten, um in Ruhe das Vor- und Umschalten der Mattglasfilter ausführen zu können. Hierfür gewinnt er Zeit durch Einstellen des Ballons an denjenigen Rand des Gesichtsfeldes, der der Zugrichtung entgegengesetzt liegt.

Für die Fixierung der Ballonbahn kam ein Ballontheodolit von Bosch mit 20facher Fernrohrvergrößerung zur Verwendung.

Zur Sichtmessung wurde ein Stufensichtmesser auf einen Bambergschen Ballontheodoliten mit 17facher Fernrohrvergrößerung aufmontiert (Fig. 1), und zwar so, daß der Sicht-

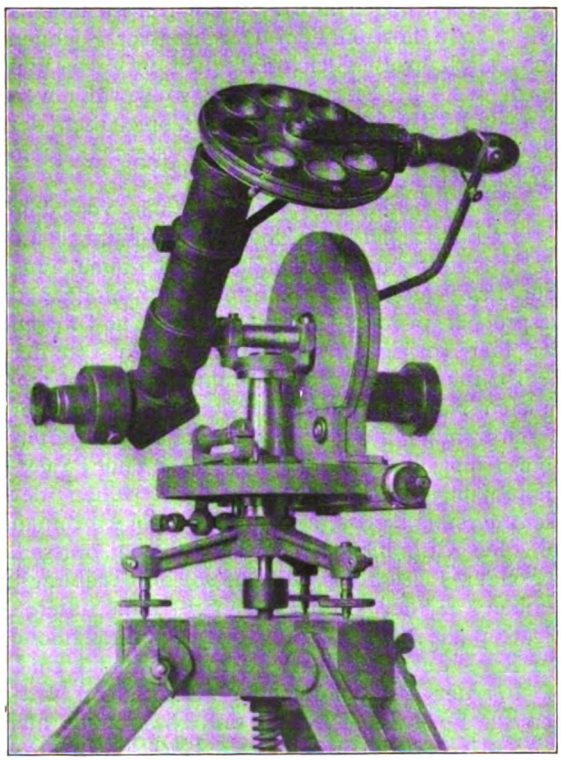


Fig. 1.

messer dicht vor dem Objektiv des Fernrohrs saß, also zwischen Fernrohr und Ziel. Am Sichtmesser selbst blieb alles unverändert bis auf die Maske, die als hier überflüssig entfernt wurde. Mit dem Ende des Handgriffs ruht der Sichtmesser auf einem Träger, der an der Fernrohrkippachse fest anschraubbar ist. Die Schere, zwischen der die Metallscheiben mit den Mattfiltern sich drehen, greift mit einem Bügel an dem Fernrohr an. Auf diese Weise ist der Sichtmesser eng mit dem Fernrohr verbunden und damit kippbar in jeder Richtung. Das durch den Anbau des Sichtmessers hervorgerufene Übergewicht wird ausbalanciert durch Gegengewichte, die auf dem geknickten Okularende des Fernrohrs und auf der Verlängerung des Handgriffträgers sitzen. Gegen das Eintreten von Lichtstrahlen zwischen Objektivende und Sichtmesser ist ein Sammetring angebracht. Die Visiervorrichtung am Fernrohr, unverwendbar geworden durch den vorgesetzten Sichtmesser, wurde erhöht durch Aufsetzen von Kimme und Korn.

Zum Auf- und Abbau des Sichtmessers bedarf es nur der Lösung und des Anziehens einiger Schrauben, so daß der Sichtmesser nebenher der Horizontalsichtmessung dienen kann. Bei Beobachtungen an festen Stationen bleiben die Instrumente jedoch am besten meßbereit montiert.

Die hier beschriebene Anordnung stellt nur eine Improvisation aus vorhandenen Instrumenten dar. Für Höhensichtmessungen größeren Stils und zu handlicherer Gestaltung des Meßgeräts verwendet man zweckmäßig an Stelle des Stufensichtmessers einen Mattglaskeil[1]), der bequem nach Art eines Objektivverschlußdeckels aufsetzbar ist.

4. Beobachtung.

Als Beobachtungspersonal für die Höhensichtmessung genügen zwei Beobachter, der eine für die normale Pilotverfolgung, der andere für die Sichtmessung; eine dritte Person zur Hilfe beim Füllen des Ballons, zur Angabe der Ablesungstermine und Notierung der Beobachtungen ist erwünscht, aber nicht unbedingt nötig. Die Instrumente werden auf dem Beobachtungsplatz nicht zu weit voneinander entfernt aufgestellt, aber auch nicht zu nahe beieinander, weil auf Plattformen die Erschütterungen das Beobachten stören können. Beide Theodoliten orientiert man in der üblichen Weise gemeinsam mit der Nullrichtung des Azimutkreises nach dem geographischen Norden, nachdem die Instrumentenachsen lotrecht gestellt worden sind.

1) Beim „Keilsichtmesser" (A. Wigand, Met. Zeitschr. 1924) wird ein solcher Trübungskeil in Kreisform mit mattglasartiger Trübung verwendet, so daß man in der Lage ist, die künstliche Trübung des Sichtmessers stetig zu verändern, an Stelle der stufenförmigen Veränderlichkeit der Filtertrübung des Stufensichtmessers. Dieser Kreiskeil, ein Fabrikat der Ica-A.-G., Dresden, sitzt drehbar in einer lichtdichten Kapsel, die eine Visieröffnung freiläßt. Die Skala gibt an, welchen Trübungsgrad die vor der Visieröffnung befindliche Stelle des Keils besitzt; sie ist durch Vergleichung mit der Normalskala des Stufensichtmessers geeicht. Die Meßgenauigkeit ist die gleiche wie bei diesem.

Digitized by Google

Eine solche Parallelstellung beider Instrumente ist für die Praxis der Höhensichtmessung unerläßlich; denn infolge des Vorschaltens der Mattfilter des Sichtmessers kann es vorkommen, vornehmlich bei großer Windstärke und scharfem Windrichtungswechsel, daß der Pilotballon nach Zurückdrehen der Mattfilter aus dem Gesichtsfelde verschwunden ist. Reicht die Visiervorrichtung nicht aus, um den Ballon dann wieder zu finden, so genügt einfach ein Zuruf des anderen Beobachters, um mit den angegebenen Werten für Seiten- und Höhenwinkel den Ballon in das Gesichtsfeld des Sichtmeßtheodoliten zurückzubringen.

Zum erstmaligen Anschnitt wird der Ballon mit Hilfe der Visiervorrichtung ins Gesichtsfeld gebracht. Bei mittleren und größeren Windstärken ist dies Einstellen wegen der schnellen Bewegung des Ballons in den bodennahen Höhen immer besonders anstrengend. Mit einiger Übung ist es möglich, die erste Einstellung des Sichtmeßtheodoliten bereits nach einer Minute zu machen. Eine frühere Einstellung ist schon deshalb nur selten möglich, weil der Ballon dann noch so groß erscheint, daß er fast das ganze Gesichtsfeld überdeckt. Gelegentlich wurden deshalb die ersten Sichtbeobachtungen eines Aufstiegs mit dem Sichtmesser allein, ohne Theodolitfernrohr ausgeführt.

Das Vorschalten der Mattfilter geschieht in der sonst üblichen Weise, wobei der Ballon an den Gesichtsfeldrand, von dem aus er antreibt, zu bringen ist. Nun ist aber das Treiben des Ballons ein Umstand, der eigentlich andere Verhältnisse schafft, als sie bisher zur Beobachtung der horizontalen Sicht mit festen Zielen vorlagen. Denn bekanntlich liegt der Schwellenwert der Erkennbarkeit von bewegten Gegenständen tiefer als von ruhenden. Infolgedessen würde solch ein bewegtes Ziel wie der Ballon auch andere, höhere a-Werte geben, ein Einfluß, der die Größe einer ganzen Filtereinheit erreichen kann. Dem muß abgeholfen werden, und bei einiger Übung gelingt es auch bald, durch einfaches Nachdrehen mittels der Horizontal- sowie Vertikalkreisschraube, daß der Ballon den Anschein erweckt, still zu stehen. Daneben können bequem die Mattglasfilter vorgeschaltet werden. Es wurden sogar zwischen den üblichen Minutenablesungen halbminutliche Sichtmessungen vorgenommen. Diese sollten jedoch nur ausnahmsweise bei schnellen Sichtänderungen ausgeführt werden, um das Auge zu schonen. Erfordert doch gerade die Einstellung auf „gerade nicht mehr Sichtbarsein" des Zieles besondere Anstrengung vom Auge, so daß in der Regel zur Vermeidung von Ermüdung die Zeit zwischen den Minutenablesungen dem Ausruhen des Auges vorbehalten sein muß. Dazu dient es auch, wenn man vor jeder neuen Einstellung die Trübungsskala der Mattfilter wieder gänzlich zurückschaltet.

Besonders scharfe Sichtsprünge, die sich so schnell wieder ändern, daß eine genaue Filtereinstellung nicht möglich ist, werden im Beobachtungsbuch qualitativ vermerkt. Es kommt doch leicht einmal vor, daß der Ballon auf seiner Bahn durch eine im Entstehen begriffene Wolke hindurchgeht, bei anderer Windströmung darüber aber bald wieder neben der Wolke sichtbar wird.

Infolge der Verbindung mit den üblichen Pilotaufstiegen beansprucht eine Höhensichtmessung, abgesehen von einer anschließenden Horizontalsichtbeobachtung an geeigneten Erdzielen, keine weiteren Vorbereitungen und Beobachtungen; denn die mit einem Pilotaufstieg verbundenen Bodenbeobachtungen von Luftdruck, Temperatur, Feuchtigkeit, Sonnenschein und Bewölkung sowie die vertikale Windverteilung als Ergebnis der Pilotierung liegen ja vor. Außer diesen Daten sind zu Untersuchungen über die Beziehungen der Höhensicht zu den meteorologischen Elementen noch gleichzeitige Registrieraufstiege erwünscht, die über die vertikale Temperatur- und Feuchtigkeitsverteilung Aufschluß geben.

5. Auswertung.

Zur Berechnung der Sicht ist die Kenntnis der Entfernung l des Ballons erforderlich, die aus der Bestimmung der Ballonbahn nach den gebräuchlichen Auswertungsmethoden gewonnen werden kann. Die Höhe h des Ballons über dem Boden wurde für die benutzten Papier-Einheitsballone den Tabellen im Handbuch des Heereswetterdienstes entnommen. Mit h und dem Höhenwinkel φ ergibt sich die gesuchte Ballonentfernung l einfach zu:

$$l = \frac{h}{\sin \varphi} = h \cdot \operatorname{cosec} \varphi.$$

Als nützlich hat sich erwiesen, dem so berechneten l eine Kontrolle angedeihen zu lassen, indem man mit dem Rechenschieber

$$l = \sqrt{h^2 + e^2}$$

ausrechnet, worin

$$e = h \cdot \operatorname{ctg} \varphi$$

die horizontale Entfernung des Ballons ist, die auch für die Windmessung ausgewertet wird.

Die so gefundene Ballonentfernung l wird dann mit den zugehörigen Werten für den mit dem Fernrohr gefundenen Filtertrübungsgrad a_f, den Fernrohrtrübungsgrad a_{opt} und die Zielgrößenkorrektion a_β in die am Schlusse von

Digitized by Google

Abschnitt 4 der vorangehenden Abhandlung „zur Präzisierung der Sichtmessung" aufgestellte vollständige Sichtmesserformel einsetzt:

$$S_\sigma = l \cdot \left(\frac{1}{a_m - (a_f + a_{opt} + a_\beta)} - \sigma \right).$$

Die Fernrohrtrübung a_{opt} hat im vorliegenden Falle für das 17fach vergrößernde Fernrohr des Bambergschen Theodoliten den Wert $a_{opt} = 5{,}85$. Für die Konstanten a_m und σ gelten die Werte: $a_m = 14{,}3$ und $\sigma = 0{,}06$.

Damit erhalten wir die Sicht zwischen Instrument und Ballon. Für den sicheren Rechnungsgang ist es auch hier angebracht, mit Kontrollen zu operieren. Für $\sigma \cdot l$ wurde eine Tabelle aufgestellt, der die betreffenden Werte einfach zu entnehmen waren.

Genauigkeitsbetrachtungen zu der vorstehenden vollständigen Sichtmesserformel zeigen folgendes:

Nimmt man den Fehler der einzelnen Einstellung von a_f zu $\pm 0{,}25$ Filtereinheiten und den Fehler der mit größerer Genauigkeit aus zahlreichen Einzelversuchen gewonnenen Werte a_m, a_{opt} und a_β zusammen ebenfalls zu $\pm 0{,}25$ Filtereinheiten an, so hat

$$(a_m - (a_f + a_{opt} + a_\beta)) = (a_m - a_{korr})$$

einen absoluten Fehler von $\pm 0{,}5$ Filtereinheiten. Der relative Fehler für $(a_m - a_{korr})$ liegt dann bei den Höhensichtmessungen zwischen 15 Proz. und 6 Proz., die für a_{korr} Werte zwischen 11 und 6 vorkommen. Je kleiner a_{korr}, desto größer ist die relative Meßgenauigkeit für $(a_m - a_{korr})$, da der absolute Fehler von a_{korr} stets nahe gleich $\pm 0{,}5$ ist. Gegenüber diesem, durch die Einstellung der Filtertrübung gegebenen Fehler kommt für die Genauigkeit des Sichtwertes S_σ der Fehler der Zielentfernung l von wenigen Prozent und der Fehler der Korrektion σ kaum noch in Betracht. Wir haben also mit einem auf rund 10 Proz. genauen Sichtwert zu rechnen. Handelt es sich jedoch um Sichtänderungen oder um den Vergleich höhenbenachbarter Sichtwerte, so ist wegen der wahrscheinlichen Gleichsinnigkeit der Fehler die Genauigkeit für den Unterschied zweier Sichtwerte nicht halb so groß wie für den einzelnen Sichtwert, sondern kaum geringer als für diesen.

Ein weiterer Fehler tritt bei Höhensichtmessungen dadurch auf, daß die Richtung zum Ziel durch Drehung und Geschwindigkeitsänderung des Windes sich ändert, so daß auch die Beleuchtungsrichtung bei der Sichtbeobachtung mit Sonnenschein während eines Ballonaufstiegs nicht die gleiche bleibt. Doch ist dieser Einfluß bei einer Höhensichtmessung nicht entfernt so beträchtlich wie bei der Horizontalsichtmessung mit Zielen von großem Richtungsunterschied[1]) und wurde außer Betracht gelassen.

Ordnet man die für die einzelnen Ballonentfernungen gewonnenen Sichtwerte den diesen Entfernungen entsprechenden Ballonhöhen graphisch zu, so ergibt sich eine Zustandskurve der Vertikalsicht, und zwar für den Mittelwert der Sicht jedesmal vom Boden bis zur betreffenden Höhe. Diese die Beobachtungen unmittelbar wiedergebende Kurve läßt bereits deutlich nach ihrem durch Neigung und Knickpunkte charakterisierten Verlauf die jeweilige Trübungsschichtung der Atmosphäre erkennen.

Um aus solchen direkt gemessenen Werten der „Mittelsicht" die Sicht einer zwischen zwei Meßpunkten verschiedener Höhe gelegenen Schicht („Schichtsicht") zu bekommen, verfährt man folgendermaßen: Nach der Definition ist die Sicht gleich dem reziproken Wert der Trübung der Luft für die Einheit der Schichtdicke. Für Schichten beliebiger Dicke dürfen wir die Lufttrübung proportional der Schichtdicke setzen, wenn wir den nach der vervollständigten Formel berechneten Sichtwert S_σ nehmen, wobei auch die Anbringung der übrigen Korrektionen (Zielgröße, Fernrohrtrübung, Sehschärfe) vorausgesetzt ist; zur Vereinfachung mögen die diesbezüglichen Indizes an der Bezeichnung des Sichtwertes S wegbleiben. Verstehen wir unter n die Ordnungszahlen, mit denen die einzelnen Beobachtungen der Höhensicht fortlaufend von unten nach oben numeriert sind, so ist:

S_n der Sichtwert für die Schicht zwischen den Höhen h_{n-1} und h_n („Schichtsicht"),

$T_n = \frac{1}{S_n}$ der Trübungswert der Schichtdicke 1 für die Schicht zwischen den Höhen h_{n-1} und h_n,

$\overline{S}_n$ der Sichtwert für die Schicht zwischen dem Boden und der Höhe h_n („Mittelsicht"),

$\overline{T}_n = \frac{1}{\overline{S}_n}$ der Trübungswert der Schichtdicke 1 für die Schicht zwischen dem Boden und der Höhe h_n.

Dann ist:

$T_n \cdot (h_n - h_{n-1})$ die Trübung der Schicht $(h_n - h_{n-1})$,

$\overline{T}_n \cdot h_n$ die Trübung der Schicht vom Boden bis h_n,

$\overline{T}_{n-1} \cdot h_{n-1}$ die Trübung der Schicht vom Boden bis h_{n-1}.

1) A. Wigand, Physik. Zeitschr. **23**, 277, 1922.

Digitized by Google

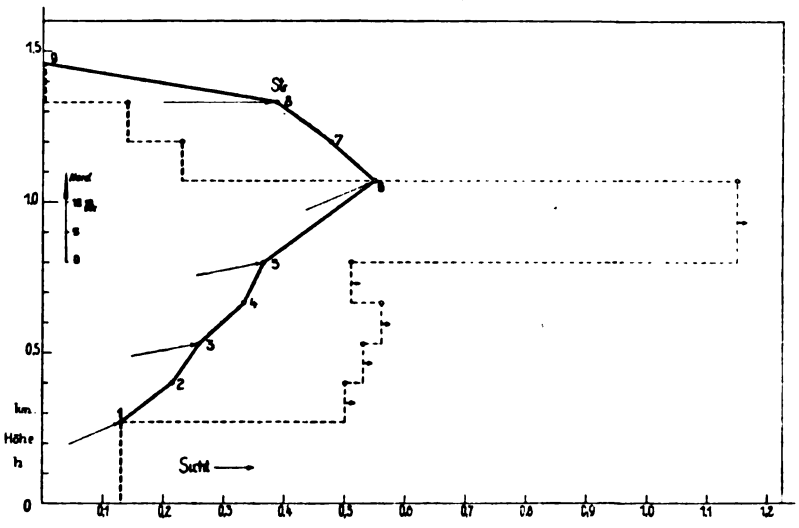


Fig. 2.

Die so berechneten Trübungen für benachbarte Schichten addieren sich:

$$\overline{T}_n \cdot h_n = \overline{T}_{n-1} \cdot h_{n-1} + T_n \cdot (h_n - h_{n-1})$$

$$T_n = \frac{\overline{T}_n \cdot h_n - \overline{T}_{n-1} \cdot h_{n-1}}{h_n - h_{n-1}}.$$

Der reziproke Wert hiervon ist alsdann die gesuchte Schichtsicht:

$$S_n = \frac{1}{T_n} = \frac{h_n - h_{n-1}}{\overline{T}_n \cdot h_n - \overline{T}_{n-1} \cdot h_{n-1}} = \frac{h_n - h_{n-1}}{\frac{h_n}{\overline{S}_n} - \frac{h_{n-1}}{\overline{S}_{n-1}}}.$$

Da die für diese Berechnung zugrunde gelegten Sichtwerte $\overline{S}_n$ sich bereits auf die Einheit der Schichtdicke beziehen, ist es belanglos, daß an Stelle der bei den Beobachtungen schräg-aufwärts auftretenden Ballonentfernungen die entsprechenden Ballonhöhen eingesetzt werden, also eine senkrecht nach oben ausgeführte Sichtmessung fingiert wird.

Die Anwendbarkeit der Formel zur Berechnung der Schichtsicht S_n ist begrenzt durch die Meßgenauigkeit des Sichtmessers, die wir zu $\pm$ 0,5 Einheiten für den korrigierten a-Wert annahmen. Der hieraus folgende prozentische Fehler des Sichtwerts ergibt auch die Genauigkeit der Trübung $\overline{T}_n \cdot h_n$. Ist nun die Trübungsdifferenz $(\overline{T}_n \cdot h_n - \overline{T}_{n-1} \cdot h_{n-1})$ nicht merklich größer als der Fehler von $\overline{T}_n \cdot h_n$, so ist die Berechnung von S_n nach dieser Formel sinnlos, und man kann nur angeben, daß T_n kleiner oder S_n größer ist als der durch die Fehlergrenze bestimmte Wert.

Im nächsten Abschnitt wird die Anwendung dieses Verfahrens an einigen Beispielen gezeigt.

6. Diskussion von Messungsergebnissen.

Nach orientierenden Vorversuchen in Halle vom Dache des Physikalischen Instituts aus und in Magdeburg bei der dortigen Wetterwarte wurden in Jüterbog mit freundlicher Unterstützung durch Herrn Dr. Habermehl 19 wohlgelungene Höhensichtmessungen mit Pilotballonen ausgeführt. Von diesen seien hier 4 als typisch ausgewählte in graphischer Darstellung mitgeteilt (Fig. 2—5).

In der für aerologische Schaubilder üblichen Weise ist die Sicht (Abszisse) in Abhängigkeit von der Höhe (Ordinate) aufgetragen, und zwar als stark ausgezogene Kurve die direkt beobachtete mittlere Sicht vom Boden bis zu der betreffenden Höhe (Mittelsicht), während der Verlauf der Schichtsicht durch gestrichelte Linienführung dargestellt ist; bei dieser bedeutet der mit einem kleinen Pfeil nach rechts gekennzeichnete Sichtwert die durch die Meßgenauigkeit bedingte untere Grenze, oberhalb deren der wirkliche Sichtwert der betreffenden Schicht liegt.

Außerdem sind die Ergebnisse der gleichzeitigen Windmessungen eingetragen, indem durch Pfeile mit verschiedener Richtung und Länge die Richtung und Geschwindigkeit des Windes angegeben ist. An dem links seitlich eingetragenen N-Pfeil ist der Maßstab der Windgeschwindigkeit zu ersehen. Man hat sich die Windrose in die Ebene der Zeichnung gelegt und die Pfeile mit dem Winde fliegend zu denken. Der Windwert des Pfeils gilt für diejenige Luftschicht, die sich zwischen dem von der Pfeilspitze getroffenen Kurvenpunkte und dem vom nächsttieferen Windpfeil getroffenen Kurvenpunkte (bzw. dem Boden) befindet.

Digitized by Google

Ferner sind in den Schaubildern Angaben über die Bewölkung und (in Fig. 3) über die Höhenlage einer Inversion nach einem gleichzeitigen Lindenberger Registrieraufstieg gemacht. Diese und die Windeintragungen machen den Zusammenhang der vertikalen Sichtverteilung (oder der Trübung) mit der durch die anderen meteorologischen Elemente bedingten Schichtung der Atmosphäre deutlich.

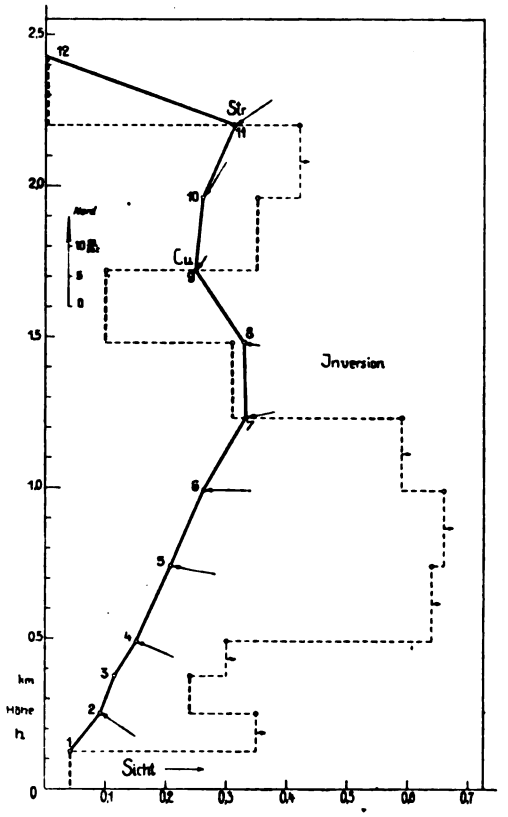


Fig. 3.

Allgemein zeigt sich zunächst eine starke sprungweise Zunahme der Sicht mit der Höhe oberhalb des untersten Beobachtungspunktes, der nahe über der Bodendunstschicht liegt und den Sichtwert für diese angibt. Es wechseln nun Klarschichten mit gehobenen Dunstschichten, Wolkendunstschichten und Wolkenschichten, deren Grenzen sich durch charakteristische Knicke in der Mittelsichtkurve markieren, und für die bei nicht zu kleiner Trübung der Schichtsichtwert quantitativ angebbar ist.

Die vertikale und die horizontale Sicht zeigen in ihrer Struktur eine grundsätzliche Verschiedenheit. Die Horizontalsicht ist normalerweise gleichmäßig nach Entfernung und Richtung, da der Wind eine gleichmäßige horizontale Verteilung von Dunst und Nebel bewirkt; Ungleichmäßigkeit beruht hier auf lokalen Störungen oder der Wirkung der Beleuchtungsrichtung. Die Vertikalsicht dagegen ist normalerweise ungleichmäßig, da sich die Dichte des Dunstes und der Bewölkung gesetzmäßig mit der Höhe ändert, in Abhängigkeit von der durch Wind, Temperatur und Feuchtigkeit bedingten Schichtung.

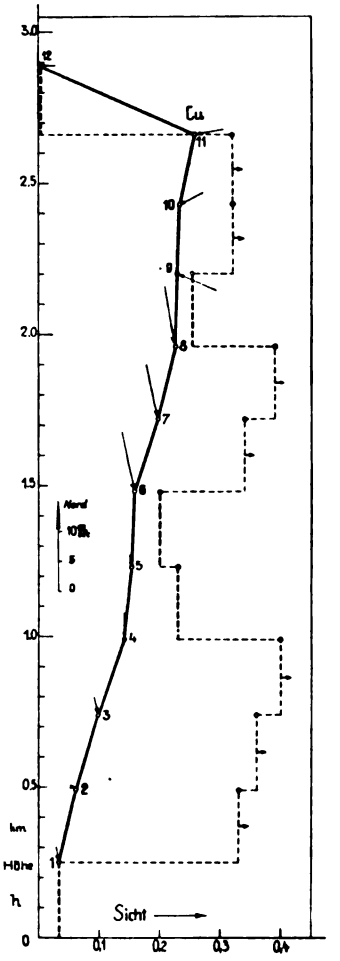


Fig. 4.

Die wesentlichen Ergebnisse der 4 nach der Maximalhöhe geordneten Aufstiegsbeispiele sind folgende:

1. Aufstieg (Fig. 2): 16. Juli 1923, $8^h 10$ bis $15^1/_2{}^m$ p. m. Wetterlage zyklonal, Rückseite. Keine Sonne. Bewölkung Str 10. Horizontalsicht am Boden 1,11, nach dem Aufstieg 0,93. Starke Abnahme der Vertikalsicht auf 0,13, in der Bodendunstschicht bis 0,27 km Höhe. Darüber sprungweise Sichtzunahme in Klarschicht bis 1,07 km Höhe. Sodann plötzliche und fortschreitende Sichtabnahme in Wolkendunst unter dem Str bis zum Sichtwert 0 in 1,46 km Höhe

Digitized by Google

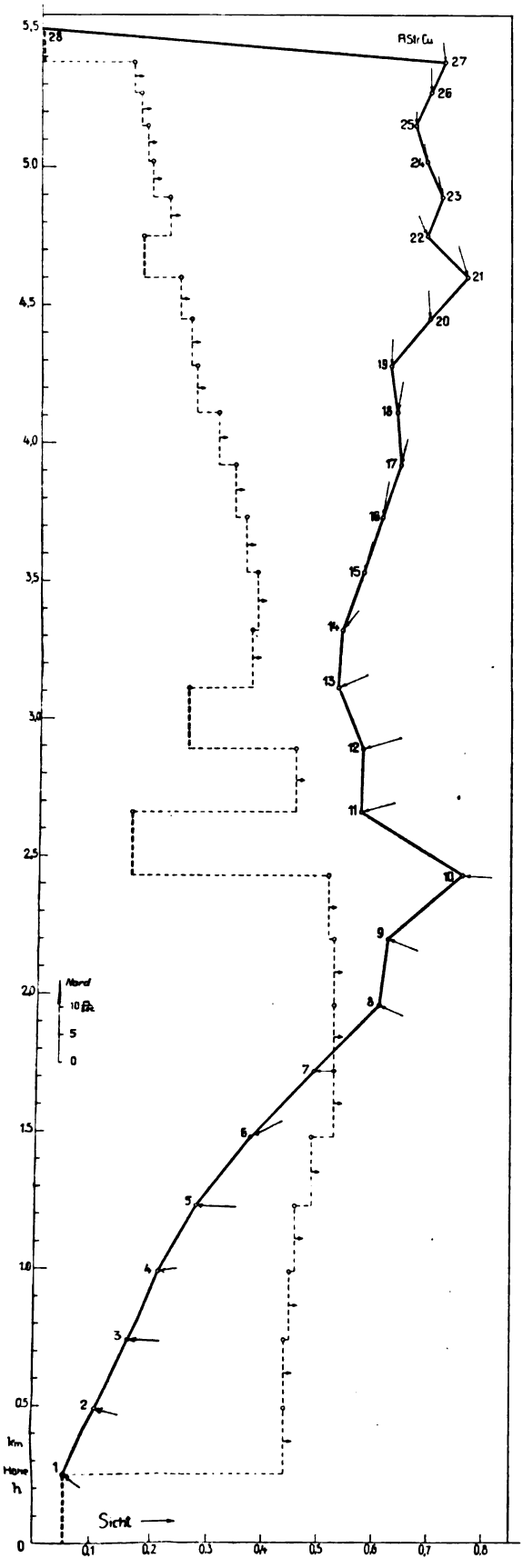


Fig. 5.

im Str selbst, mit gleichzeitiger Rechtsdrehung und Zunahme des Windes.

2. Aufstieg (Fig. 3): 10. Juli 1923, $9^h 20$ bis 30^m a. m. Wetterlage antizyklonal. Keine Sonne, Bewölkung Cu, Str. Über der Bodendunstschicht in Klarschicht von 0,125 km Höhe an starke Sichtzunahme. In gehobener Dunstschicht zwischen 0,250 und 0,375 km Höhe Abnahme der Sicht. Darüber in Klarschicht bis 1,23 km Höhe mit allmählicher Linksdrehung des Windes Sichtzunahme. Sodann in Inversion mit Rechtsdrehung und Abnahme des Windes Sichtabnahme bis zum Cu-Niveau in 1,72 km Höhe. Von hier an mit Linksdrehung und Zunahme des Windes wieder fortschreitende Zunahme der Sicht bis 2,20 km Höhe nahe unterhalb des Str, der dann den Sichtwert in 2,43 km Höhe auf 0 bringt.

3. Aufstieg (Fig. 4): 12. Juli 1923, $1^h 15$ bis 27^m p. m. Wetterlage antizyklonal. Sonne $\odot^2$. Bewölkung Cu 1. Himmelsfarbe tiefblau. Horizontalsicht am Boden 1,91, nach dem Aufstieg 1,90. Sehr starke Abnahme der Vertikalsicht auf 0,033 in der Bodendunstschicht bis 0,25 km Höhe. Darüber Klarschicht bis 0,99 km Höhe bei schwachen, etwas wechselnden Winden mit sprungweiser Sichtzunahme. Sodann bis 1,48 km Höhe gehobene Dunstschicht mit geringerer Sicht und weiterhin Klarschicht mit großem Sichtwert bis 1,96 km Höhe bei beträchlicher Windzunahme, die bereits im oberen Teil der darunterliegenden Dunstschicht einsetzt. Darüber liegt eine zweite gehobene Dunstschicht bis 2,20 km Höhe, charakterisiert durch kleinen Sichtwert und fast vollständige Umkehrung der Windrichtung. Es folgt bis 2,66 km Höhe wieder eine Klarschicht mit Sichtzunahme bei starker Linksdrehung und Abnahme des Windes. Darauf bringt in Höhe von 2,89 km bei Abnahme des Windes mit etwas Rechtsdrehung ein Cu den Ballon zum Verschwinden und damit den Sichtwert auf 0.

4. Aufstieg (Fig. 5): 11. Juli 1923, $7^h 20$ bis 48^m p. m. Wetterlage antizyklonal. Sonne $\odot^2$, geht während des Aufstiegs unter. Bewölkung A Str Cu zum Teil. Himmelsfarbe weißlich blau. Horizontalsicht am Boden 0,69, nach dem Aufstieg 0,23. Vertikalsicht nimmt in der Bodendunstschicht bis 0,25 km Höhe auf 0,055 ab und sodann sprungweise zu bis 2,43 km Höhe in einer Klarschicht, die zunächst linksdrehende Winde hat und von 1,96 km Höhe an bei rechtsdrehendem Wind anscheinend einen etwas geringeren Sichtwert aufweist. Darüber liegen bis 3,11 km Höhe zwei durch eine flache, sichtigere Klarschicht getrennte flache Dunstschichten mit geringer Sicht und Linksdrehung des Windes. Die nach oben anschließende, bis zum Wolken-

Digitized by Google

niveau in 5,38 km reichende Klarschicht mit größerer Sicht und allmählich linksdrehenden Winden ist unterbrochen von einer flachen Dunstschicht mit kleinem Sichtwert in 4,60 bis 4,75 km Höhe. Im A Str Cu in 5,50 km Höhe verschwindet der Ballon, so daß die Sicht o wird.

7. Vertikale Sichtweite und Sichtskala.

Durch das Verfahren, die Vertikalsicht vom Boden aus mit dem Sichtmesser, Theodolit und Pilotballon zu messen, wird das Prinzip der Sichtweite, auf dem die Kennzeichnung der Horizontalsicht beruht, auch auf die Vertikalsicht ausgedehnt, so daß als einheitliches physikalisches Maß der Sicht und Lufttrübung in horizontaler und vertikaler Richtung die Sichtweite L zu gelten hat. Diese hängt nach dem Ergebnis der vorangehenden Arbeit „Zur Präzisierung der Sichtmessung" mit dem Sichtwert S_σ durch folgende Beziehung zusammen:

$$L = 66 \cdot S_\sigma.$$

Danach kann man zur Meldung und Verschlüsselung ebenso wie für die Horizontalsicht auch für die Vertikalsicht eine auf der Sichtweite beruhende Sichtskala aufstellen, die auch über Höhenlage und Grenzen der Trübungen Auskunft gibt. Eine solche Skala ist, wie die Messung der Vertikalsicht überhaupt, einer Schätzung der Sicht nach oben auf Grund einer nach dem Grau-Blau-Ton des Himmels eingeteilten Skala an Exaktheit und Differenzierung erheblich überlegen.

Die exakte Messung und Meldung der Vertikalsicht hat erhebliche praktische Bedeutung für die zivile und militärische Luftfahrt, da die Navigation sowie die Beobachtung und Photographie vom Luftfahrzeug aus weitgehend von der Vertikalsicht abhängig sind.

8. Zusammenfassung.

a) Die Methode des Mattglas-Sichtmessers wird zur Messung der vertikalen Sicht mit Hilfe von Pilotballon und Theodolit verwendet. Neben Gummiballonen werden vorzugsweise Papierballone benutzt.

b) Die Auswertung der Beobachtungen geschieht durch Einsetzen der beim Anschneiden des Ballons sich ergebenden Ballonentfernung in die vervollständigte Sichtmesserformel. Aus der so gewonnenen mittleren Sicht vom Boden bis zur Ballonhöhe wird durch geeignete Differenzbildung der Sichtwert für die einzelnen Schichten bestimmt. Als Maß für die Vertikalsicht ist damit wie für die Horizontalsicht die Sichtweite zugrunde gelegt.

c) Die graphische Darstellung der Ergebnisse zeigt Zustandskurven der vertikalen Sicht und läßt die schichtweise Trübungsverteilung im Zusammenhang mit der Schichtung von Wind, Temperatur, Feuchtigkeit und Bewölkung erkennen.

d) Die typischen Strukturelemente der vertikalen Trübung werden durch diese neue optische aerologische Methode nach Dichte und Begrenzung quantitativ erfaßt: Bodendunstschicht, Klarschichten wechselnd mit gehobenen Dunstschichten, Wolkendunstschichten und Wolkenschichten.

Halle a. S., im April 1924.

(Eingegangen 14. April 1924.)

Über das Massenwirkungsgesetz in ionisierten Systemen.

Von Walter Wessel.

(Aus der Göttinger Dissertation.)

Der Einfluß der Ladungen von Ionen auf thermodynamische Gleichgewichte wurde von P. Debye und E. Hückel[1]) für starke Elektrolyte theoretisch behandelt. Ihre Theorie überträgt sich leicht auf Gase und ist hier vielleicht noch unbedenklicher anzuwenden, weil die Dielektrizitätskonstante, deren Einführung in eine atomistische Theorie nicht ganz konsequent ist und die überdies temperaturabhängig ist, hier konstant gleich eins wird, und weil die Unterschiede der Ionenradien, deren Berücksichtigung bei Debye gewisse einfache Hypothesen erfordert, bei der viel geringeren Dichte der Gase keine Rolle spielen. Beim Versuch, die Debyesche Theorie auf gewisse Gasgleichgewichte anzuwenden, fand der Verf., daß sich unter ihrem verwickelten Formalismus ein sehr einfaches Gesetz verbirgt. Daß sich die Resultate sehr vereinfachen lassen, bemerkte für gewisse Fälle Herr Debye kürzlich selber[2]). Wir möchten den Grund dafür in einem weiteren Zusammenhange aufweisen und den Bereich der Vereinfachung noch ausdehnen. Aus Gründen der Darstellung reden wir zunächst nur von Gasen; die Übertragung auf Elektrolyte folgt dann ganz ohne Rechnung. Einige Male wird es sich nicht vermeiden lassen, Debyesche Formeln zu wiederholen. Wir schließen uns insbesondere seiner Bezeichnung an.

Debye geht davon aus, daß in der Umgebung eines Ions die Zahl der ungleichnamigen Partikel im Zeitmittel etwas erhöht, die der gleichnamigen Partikel etwas erniedrigt sein muß

1) Physik. Zeitschr. **24**, 185, 1923.
2) Ebenda **25**, 97, 1924.

Digitized by Google

gegenüber ihrer Dichte in der Umgebung eines ungeladenen Teilchens. Bewegt sich das Ion, so wandert mit ihm eine Verdichtung der entgegengesetzt geladenen Teilchen, die beständig sein Potential etwas heruntersetzen. Dieser Potentialdefekt ist die wesentlichste Größe der Theorie, denn aus ihm folgt unmittelbar ein Defekt der inneren Energie, der sich seinerseits im Massenwirkungsgesetz äußert. Man erhält den elementaren Potentialdefekt, wenn man die mit dem Teilchen wandernde Verdichtung, deren Zusammensetzung beständig wechselt, durch eine statische Ionenwolke schematisiert, die das Teilchen begleitet. Man kann das Koordinatensystem mit dem Teilchen als Anfangspunkt sich bewegen lassen.

Die mittlere Dichte der Ionen $i$ter Art an einer Stelle r in diesem Systeme ist dann, falls $\psi(r)$ das Potential daselbst, $z_i\varepsilon$ die Ladung dieser Ionen und n_i^0 ihre Dichte im feldfreien Raume ist, nach dem Boltzmannschen Prinzip

$$n_i(r) = n_i^0 e^{-z_i \frac{\varepsilon\psi(r)}{kT}}$$

($\varepsilon = 4{,}77 \cdot 10^{-10}$ el. st. CGS, $k = 1{,}37 \cdot 10^{-16} \frac{\text{erg}}{\text{grad}}$, T = abs. Temperatur). Das unbekannte Potential genügt seinerseits der Poissonschen Differentialgleichung

$$\Delta\psi = -4\pi\varrho;$$

und da ϱ, die elektrische Dichte an der Stelle r, den Wert

$$\Sigma n_i(r) z_i \varepsilon$$

hat, so geht die Poissonsche Differentialgleichung über in

$$\Delta\psi = -4\pi\varepsilon \sum_{i=1}^{s} n_i^0 z_i e^{-z_i \frac{\varepsilon\psi}{xT}}. \qquad (1)$$

Es ist vielleicht bemerkenswert, daß sich diese Differentialgleichung auch ableiten läßt, wenn man die eben herangezogene Vorstellung einer „statischen Ionenwolke" ernst nimmt und eine primitive Anwendung der „Barometerformel" und der Zustandsgleichung idealer Gase darauf macht. Diese Ableitung macht wesentlich von der Kugelsymmetrie Gebrauch.

Man denke sich dazu das hervorgehobene Ion von einer kontinuierlichen Gashülle umgeben, die elektrische Teile beiderlei Vorzeichens und neutrale einschließt. Innerhalb dieser Wolke sei in genügend kleinen Raumteilen bloß der klassische Gasdruck wirksam. Dann gibt es einen Gleichgewichtszustand, in dem die auf ein Volumelement dv am Orte r wirkende, elektrische Kraft K dem Gradienten des Gasdruckes der geladenen Partikel daselbst gleich ist

$$dK = -\frac{dp}{dr} dv.$$

Das hervorgehobene Volumelement enthält die Ladung

$$\sum_{i=1}^{s} n_i(r) z_i \varepsilon \cdot dv$$

und erfährt daher vom Zentralion die Anziehung

$$-\frac{z_i\varepsilon}{r^2} \sum_{i=1}^{s} n_i(r) z_i \varepsilon \cdot dv.$$

Darüber lagert sich eine Abschirmung durch die „Raumladung". Wegen der Kugelsymmetrie — es wird an dieser Stelle davon Gebrauch gemacht — ist am Orte r nur eine Abschirmung durch diejenigen Ionen wirksam, die sich innerhalb der mit r beschriebenen Kugel befinden. Die Ladung dieser Kugel ist

$$\int^{r} \sum_{i=1}^{s} n_i(r) z_i \varepsilon \cdot dv$$

und gleichsam im Mittelpunkte vereinigt, so daß sich eine „effektive Zentralladung" vom Betrage

$$z_i\varepsilon - \int^{s} \sum_{i=1}^{s} n_i(r) z_i \varepsilon \cdot dv =$$

$$= z_i\varepsilon - 4\pi \int_0^r \sum_{i=1}^{s} n_i(r) z_i \varepsilon r^2 dr$$

ergibt. Gleichgewicht ist vorhanden, wenn

$$-\frac{dp}{dr} dv = dK =$$

$$= \frac{\left\{ z_i\varepsilon - \varphi\pi \int_0^r \sum_{i=1}^{s} n_i(r) z_i \varepsilon r^2 dr \right\} \Sigma n_i(r) z_i \varepsilon \, dv}{r^2} \qquad (2)$$

ist. Wir verknüpfen nun den Gasdruck mit der Zahl der Teilchen pro Volumeinheit durch die isotherme Zustandsgleichung

$$p = \sum_{i=1}^{s} p_i = kT \sum_{i=1}^{s} n_i$$

und finden, indem wir die Gl. (2) auf Grund der Unabhängigkeit der Partialdrucke zerlegen,

$$-kT \cdot r^2 \frac{dn_i(r)}{dr} =$$

$$= \left\{ z_i\varepsilon - 4\pi \int_0^r \sum_{j=1}^{s} n_j(r) z_j \varepsilon r^2 dr \right\} n_i(r) z_i \varepsilon.$$

$$i = 1, 2, \ldots, s.$$

Wir bringen nun $n_i(r)$ auf die linke Seite, setzen

$$\frac{dn_i(r)}{n_i(r)} = d \log \frac{n_i(r)}{n_i^0} \qquad (n_i^0 \text{ unbestimmt})$$

Digitized by Google

und differentiieren alles nach r:

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}r^2\frac{d\log\frac{n_i(r)}{n_i^0}}{dr} = 4\pi\frac{z_i\varepsilon}{kT}\sum_{j=1}^{s} n_j(r)\,z_j\varepsilon.$$

Endlich führen wir an Stelle von $n_i(r)$ neue Ortsfunktionen $\psi_i(r)$ ein durch die Substitution

$$\log\frac{n_i(r)}{n_i^0} = -\frac{z_i\varepsilon}{kT}\psi_i(r).$$

Dadurch wird

$$\left.\begin{aligned} n_i(r) &= n_i^0 e^{-\frac{z_i\varepsilon}{kT}\psi_i(r)}, \quad n_i^0 = (n_i)_{\psi i=0}, \\ i &= 1, 2, \ldots, s \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

und die Differentialgleichungen werden

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{d\psi_i}{dr}\right) &= -4\pi\sum_{j=1}^{s} n_j(r)\,z_j\varepsilon = \\ &= -4\pi\sum_{j=1}^{s} n_j^0 z_j\varepsilon\, e^{-z_j\frac{\varepsilon\psi_j}{kT}}, \\ i &= 1, 2, \ldots, s. \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

Hier stimmen die rechten Seiten sämtlich überein; es ist also

$$\Delta\psi_1 = \Delta\psi_2 = \ldots = \Delta\psi_s$$

und, da wir die ψ_i sämtlich denselben Grenzbedingungen zu unterwerfen haben, nach bekannten Sätzen

$$\psi_1 = \psi_2 = \ldots = \psi_s = \psi.$$

Dadurch geht Gl. (3) in das Boltzmannsche Prinzip über, und die Differentialgleichungen (4) werden sämtlich identisch untereinander und mit der Debyeschen Differentialgleichung (1) für Kugelsymmetrie. — Die Debyesche Differentialgleichung ist übrigens für Kreissymmetrie

$$\left(\Delta = \frac{1}{r}\frac{d}{dr}r\frac{d}{dr}\right)$$

und $z = \pm 1$ eine von den sechs Fundamentalgleichungen der Painlevéschen Transzendenten[1]) $\left(\text{Substitution } \frac{\varepsilon\psi}{kT} = 2\ln\varphi\right)$. — Wir möchten noch eine mathematische Bemerkung dazu machen. Nach dem Debyeschen Gedankengange braucht man die Lösung der Differentialgleichung nur im Nullpunkte. Das Verhalten ihrer Integrale dort erkennt man, wenn man, zunächst für $z = \pm 1$,

$$\frac{\varepsilon}{kT}\psi(r) = -2\ln\varphi\left(\frac{1}{r}\right) \quad (5)$$

setzt. Die Differentialgleichung wird dann

$$\varphi\varphi'' - \varphi'^2 = -\frac{2\pi\varepsilon^2}{kT}r^4(n_1^0 - n_2^0\varphi^4).$$

Falls $\varphi\left(\frac{1}{r}\right)$ für $r = 0$ verschwindet oder endlich bleibt, verschwindet die rechte Seite sehr schnell mit r, sodaß man für kleines r

$$\varphi\varphi'' - \varphi'^2 = 0, \quad \varphi\left(\frac{1}{r}\right) = ae^{-\frac{b}{r}}$$

(a, b Integrationskonstanten) setzen kann. Wie man sieht, genügt dafür die Bedingung

$$b \geqq 0.$$

Aus (5) folgt das Verhalten von ψ für $r \to 0$:

$$\psi_{r\to 0} = \frac{b'}{r} + \psi_0^* \qquad b' \geqq 0.$$

Der erste Term ist, wenn man $b' = \varepsilon$ setzt, das Potential des hervorgehobenen Teilchens selber; ψ_0^* ist der gesuchte Potentialdefekt. Wünscht man $b' < 0$ zu haben, so hat man nur in (5) den Logarithmus mit dem positiven Vorzeichen zu nehmen; kommen höhere Werte von z vor, von denen m der höchste ist, so hat man

$$\frac{\varepsilon}{kT}\psi(r) = \pm\frac{2}{m}\ln\varphi\left(\frac{1}{r}\right)$$

zu setzen, um dieselbe Betrachtung machen zu können. Wesentlich ist, daß das Verhalten der Integrale von (1) im Nullpunkte, ob regulär oder singulär, von der Wahl der Integrationskonstanten abhängt („verschiebbare Singularität"). Physikalisch bedeutet das, daß wir die Debyesche Differentialgleichung ebensowohl für das Gesamtpotential, als für das Zusatzpotential allein bestimmend ansehen können. Wenn Debye also die Exponentialfunktion entwickelt und die höheren Glieder streicht, so sehen wir die mathematische Berechtigung dafür in der Verschiebbarkeit des Poles im Nullpunkte. Würde ψ dort notorisch unendlich werden, so wäre die Entwicklung für kleines r sinnlos.

Debye berechnet auf diese Weise

$$\psi_i^* = -z_i\varepsilon\varkappa,$$
$$\varkappa = \sqrt{\frac{4\pi\varepsilon^2}{kT}\Sigma n_i z_i^2} \quad (6)$$

und findet für die gesamte elektrische Energie der Partikel $i$ter Art

$$U_{i,\,\text{gesamt}} = \frac{N_i}{2}z_i\varepsilon\psi_i^* = -\frac{N_i z_i^2\varepsilon^2\varkappa}{2}.$$

Dabei bezeichnet

$$N_i = n_i V \quad (7)$$

die Gesamtzahl dieser Partikel. Wir gehen an dieser Stelle noch einen Schritt weiter als Debye und führen die „elektrische Energie pro Mol $U_{i,\,\text{Mol}}$" ein, indem wir $N_i = N$ (Loschmidtsche Zahl) setzen:

$$U_{i,\,\text{Mol}} = -\frac{Nz_i^2\varepsilon^2\varkappa}{2}. \quad (8)$$

1) Siehe darüber z. B. B. Gambier, Acta math. **33**, 1, 1909; Enzyklopädie d. math. Wiss. II B (2), 6, **9**.

Digitized by Google

Sie ist der Umwandlungswärme pro Mol analog gebildet, unterscheidet sich aber von dieser durch ihre wesentliche Druck- und Temperaturabhängigkeit. Entsprechend benutzen wir auch die „spezifische, elektrische Energie“

$$u_{i_e} = \frac{U_{i_e\,\mathrm{Mol}}}{M_i} = \frac{N z_i^2 \varepsilon^2 \varkappa}{2 M_i}$$

(M_i = Molekulargewicht).

Wir bilden nun das thermodynamische Potential

$$\varphi_i = s_i - \frac{u_i + p_i v_i}{T} = \int \frac{d u_i + p_i d v_i}{T} - \frac{u_i + p_i v_i}{T},$$

oder (nach einer partiellen Integration)

$$\varphi_i = \int \frac{u_i}{T^2} dT + \int \frac{p_i d v_i}{T} - \frac{p_i v_i}{T}$$

und zerlegen mit Debye u_i in seinen thermodynamischen und seinen elektrischen Bestandteil

$$u_i = u_{i_t} + u_{i_e},$$

während wir auf die beiden andern Terme die gewöhnliche Gasgleichung anwenden[1]). Mit der inneren Energie führen wir sogleich die spezifischen Bindungsenergien u_{i_0} der Moleküle ein (es kommt uns nur auf einen Namen an; gemeint sind die Konstanten der inneren Energie), die man an dieser Stelle sonst gewöhnlich unbestimmt läßt, setzen also

$$u_{i_t} = c_{v_i} T + u_{0_i}.$$

Die Zustandsgleichung liefert

$$\frac{p_i d v_i}{T} = \frac{R}{M}\left[\frac{dT}{T} - \frac{d p_i}{p_i}\right]. \quad (R = \text{Gaskonstante}).$$

Wir setzen ein und gehen durch Multiplikation mit der Masse $m_i = M_i \frac{N_i}{N}$, mit der die Reaktionsteilnehmer in dem Gemische auftreten, und durch Summation über i gleich über zum Gesammtpotential[2])

$$\Phi = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{s} N_i \left[\int \frac{U_{i_e}}{T^2} dT - \frac{U_{0_i}}{T} + C_{p_i} \ln T - R \ln p_i + \text{Const}\right].$$

Im Gleichgewichte ist dieses Potential ein Minimum:

$$\delta\Phi = \frac{1}{N}\left[\delta \sum_{i=1}^{s} N_i \int \frac{U_{i_e}}{T^2} dT - \sum_{i=1}^{s} \delta N_i \frac{U_{0_i}}{T} + \sum_{i=1}^{s} \delta N_i (C_{p_i} \ln T - R \ln p_i + \text{Const}\right] = 0. \quad (9)$$

1) Die elektrische Kohäsion, die dem Gasdruck etwas entgegenwirkt, ist bei geringer Ionisierung äußerst schwach.

2) Der Index „Mol“ bleibt bei U_{i_e} weiterhin fort.

Im ersten Gliede integrieren wir partiell und gewinnen so die wichtige Formel

$$\left.\begin{aligned}\delta \sum_{i=1}^{s} N_i \int \frac{U_{i_e}}{T^2} dT = &- \sum_{i=1}^{s} \delta N_i \frac{U_{i_e}}{T} + \\ + \sum_{i=1}^{s} \int \Big[&\frac{\partial U_{i_e}}{\partial T} \frac{\delta N_i}{T} + N_i \sum_{j=1}^{s} \frac{\partial U_{i_e}}{\partial n_j}\Big(\frac{\partial n_j}{\partial N_j} + \\ &+ \frac{\partial n_j}{\partial V}\frac{\partial V}{\partial N_j}\Big)\frac{\delta N_j}{T^2}\Big] dT.\end{aligned}\right\} \quad (10)$$

Die Funktion U_{i_e} genügt nun, ähnlich wie $\varkappa$, wovon sie sich ja nur durch eine Konstante unterscheidet, den folgenden beiden Differentialgleichungen (die sie übrigens bis auf eine Konstante definieren):

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial U_{i_e}}{\partial T} &= -\frac{U_{i_e}}{2T}, \\ \frac{\partial U_{i_e}}{\partial n_j} &= \frac{z_j^2 U_{i_e}}{2\sum_{j=1}^{s} n_j z_j^2}.\end{aligned}\right\} \quad (11)$$

Dadurch kann man beide Differentialquotienten von U_{i_e} unter dem Integral durch U_{i_e} selber ausdrücken. Fügt man

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial n_j}{\partial N_j} &= \frac{1}{V}, \\ \frac{\partial n_j}{\partial V} &= -\frac{N_j}{V^2}\end{aligned}\right\} \quad (12)$$

und die aus der Zustandsgleichung fließende Beziehung

$$\frac{\partial V}{\partial N_j} = \frac{V}{\sum_{\varkappa=1}^{s} N_\varkappa}, \quad (13)$$

so gelangt man zu folgendem Ausdruck für das Integral

$$\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{s} \int \left[-\delta N_i + N_i \sum_{j=1}^{s} \frac{z_j^2}{\sum_{j=1}^{s} N_j z_j^2}\left(1 - \frac{N_j}{\sum_{\varkappa=1}^{s} N_\varkappa}\right)\delta N_j\right] \frac{U_{i_e}}{T^2} dT.$$

Wir ziehen die Klammer vor das Integral, das wir mit Hilfe der ersten partiellen Differentialgleichung (11) durch partielle Integration auflösen:

$$\int \frac{U_{i_e}}{T^2} dT = -\frac{U_{i_e}}{T} + \int \frac{\partial U_{i_e}}{\partial T}\frac{\partial T}{T}$$

$$\frac{3}{2}\int \frac{U_{i_e}}{T^2} dT = -\frac{U_{i_e}}{T}.$$

Digitized by Google

Endlich benutzen wir noch, daß

$$U_{i_e} = z_i^2 U_e \qquad (14)$$

ist, wo U_e eine vom Index freie Funktion bedeutet, und finden für denselben Ausdruck

$$-\frac{1}{3}\sum_{i=1}^{s}\left[-z_i^2\,\delta N_i + z_i^2 N_i \frac{\sum_{j=1}^{s} z_j^2\,\delta N_j}{\sum_{j=1}^{s} N_j z_j^2}\right]\frac{U_e}{T} + \frac{1}{3}\frac{\sum_{j=1}^{s} N_j z_j^2\,\delta N_j}{\sum_{x=1}^{s} N_x}\frac{U_e}{T}.$$

Der erste Term ist Null, wie man bei Wechsel der Summation im zweiten Gliede bemerkt; im andern gehen wir mit U_e über (14) wieder unter das Summenzeichen; so findet sich am Ende

$$\delta\sum_{i=1}^{s} N_i \int \frac{U_{i_e}}{T^2}\,dT = -\sum_{i=1}^{s}\delta N_i \frac{U_{i_e}}{T}\left(1 - \frac{1}{3}\frac{N_i}{\sum_{x=1}^{s} N_x}\right). \qquad (15)$$

Die δN_i verhalten sich bekanntlich wie die reagierenden Grammmoleküle ν_i; man erhält durch Auflösung der Gl. (9) nach den p_i mit Benutzung von (15) das Massenwirkungsgesetz der ionisierten Gase

$$\prod_{i=1}^{s} p_i^{\nu_i} = C e^{-\Sigma\nu_i \frac{U_{i_0} + \left(1-\frac{\gamma}{3}\right)U_{i_e}}{RT}} T^{\Sigma\nu_i C_{p_i}/R}. \qquad (16)$$

Für $U_{i_e} = 0$ muß dieses Gesetz in das Guldberg-Waagesche übergehen; man findet durch Vergleich

$$\ln C = \Sigma\nu_\lambda i_\lambda \quad (i_\lambda = \text{chemische Konstanten})$$

und

$$\Sigma\nu_i U_{i_0} = Q - \Sigma\nu_i C_{p_i} T, \qquad (17)$$

wo Q die Wärmetönung bedeutet. Die Größe

$$\gamma = \frac{N_i}{\sum_{x=1}^{s} N_x} \qquad (18)$$

kann bei genügend geringer Ionisierung neben 1 vernachlässigt werden, denn die N_i sind die Teilchenzahlen der Ionen — nur für diese ist U_{i_e} von Null verschieden — während $\sum_{x=1}^{s} N_x$ alle Teilchen umfaßt; wir können also auch setzen

$$\left.\begin{aligned}\prod_{i=1}^{s} p_i^{\nu_i} &= J_p(T)\, e^{-\Sigma\nu_i \frac{U_{i_0}+U_{i_e}}{RT}},\\ J_p(T) &= C T^{\Sigma\nu_i C_{p_i}/R},\end{aligned}\right\} \qquad (19)$$

d. h.: bei genügend geringer Ionisierung gehorchen ionisierte Gase dem Guldberg-Waageschen Massenwirkungsgesetz, wenn man darin die Bindungsenergien pro Mol der Reaktionsteilnehmer um ihre elektrischen Energien pro Mol vermehrt.

Diese Formel ist in der Arbeit von Debye vollständig enthalten, worauf wir jedoch erst weiter unten kommen. Sie ist so zu interpretieren: Die Bindungsenergie $\frac{U_0}{N}$ einer Molekel ist die Arbeit, die man aufwenden muß, um ihre Bestandteile vollständig voneinander zu trennen und auf das Potential Null zu bringen. Befindet sich die Molekel in einem ionisierten Gase und haben ihre Teile nach der vollständigen Trennung noch das Potential U_e/N, so ist die aufzuwendende Arbeit bloß $(U_0 - U_e)/N$. Haben nun $\nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_s$ Mol vor einer chemischen Umwandlung die Bindungsenergien $U_{1_0}, U_{2_0}, \ldots, U_{s_0}$ und die elektrischen Energien $U_{1_e}, U_{2_e}, \ldots, U_{s_e}$, und gehen sie durch die Reaktion in $\nu_1', \nu_2', \ldots, \nu_s'$ Mol über mit entsprechenden gestrichenen Energien, so ist der ganze Umsatz an potentieller Energie

$$\begin{aligned}&\nu_1(U_{1_0}+U_{1_e}) - \nu_1'(U'_{\cdot}+U'_{1_e}) + \ldots +\\ &+\nu_s(U_{s_0}+U_{s_e}) - \nu_s(U'_{s_0}+U'_{s_e}) =\\ &= \sum_{i=1}^{s}\nu_i(U_{i_0}+U_{i_e}),\end{aligned}$$

— denn wenn man die Striche wegläßt, muß man die Vorzeichen der ν umkehren — und dieser Ausdruck tritt an Stelle von $\sum_{i=1}^{s}\nu_i U_{i_0}$. Man bemerke wohl, daß sich zwar die Formel (19) ohne weiteres durch den Energiesatz interpretieren läßt, daß man aber das einfache, additive Verhalten der elektrischen Energie damit allein keineswegs voraussehen konnte. Die elektrische Energie ist ja von der Temperatur und gewissen Partialdrucken abhängig, und die chemische Umwandlung ist nicht nur vom Energieprinzip, sondern wesentlich vom zweiten Hauptsatze beherrscht. Das einfache, additive Verhalten der elektrischen Energie muß also seine Ursache in ihren besonderen funktionalen Eigenschaften haben; der kinetische Bestandteil $C_v T$ der inneren Energie z. B. verhält sich ja nicht in diesem Sinne additiv, auch gilt ja die reine Additivität schon nicht mehr bei zu großer Konzentration. Indem wir diese Eigenschaften aufsuchen, werden wir die Verallgemeinerung der Formel (19) auf verdünnte Elektrolyte erhalten.

Wie aus der Ableitung hervorgeht, ist für die reine Additivität von U (die Betrachtung

Digitized by Google

ist nicht auf die elektrische Energie beschränkt) notwendig, daß in (10) der Ausdruck

$$\sum_{i=1}^{s}\int\Big[\frac{\partial U_i}{\partial T}\frac{\delta N_i}{T}+ +N_i\sum_{j=1}^{s}\frac{\partial U_i}{\partial n_j}\Big(\frac{\partial n_j}{\partial N_j}+\frac{\partial n_j}{\partial V}\frac{\partial V}{\partial N_j}\Big)\frac{\delta N_j}{T^2}\,dT$$

verschwinde, d. h., daß der Integrand verschwinde. Wir benutzen (7), (12) und (13) und finden die Bedingung

$$\sum_{i=1}^{s}\Big[\frac{\partial U_i}{\partial T}\frac{\delta N_i}{T}+ +n_i\sum_{j=1}^{s}\frac{\partial U_i}{\partial n_j}\Big(1-\frac{n_j}{\sum_{x=1}^{s}n_x}\Big)\frac{\delta N_j}{T^2}\Big]=0.$$

Das letzte Glied lieferte oben den Term γ; wir lassen es hier von Anfang an fort, wobei wir es natürlich nicht gegen den Rest des Ausdrucks, der verschwindet, sondern gegen $\Sigma\delta N_i U_i/T$ in (10) vernachlässigen. Es läßt sich zeigen, daß dafür wieder die Kleinheit von γ gegen 1 erforderlich ist und hinreicht; wir unterdrücken den Beweis, der sich auf die gleich anzugebenden Differentialgleichungen stützt, und der einige Zeilen erfordert, der Kürze halber. Es soll also

$$\sum_{i=1}^{s}\Big[\frac{\partial U_i}{\partial T}\delta N_i+\frac{n_i}{T}\sum_{j=1}^{s}\frac{\partial U_i}{\partial n_j}\delta N_j\Big]=0$$

werden. Das Bestehen der oben benutzten Differentialgleichungen (11) für U_i ist dazu bloß hinreichend; notwendig ist, daß der Koeffizient jeder Variation einzeln verschwinde, was auf die viel allgemeineren Differentialgleichungen

$$\frac{\partial U_j}{\partial T}+\frac{1}{T}\sum_{i=1}^{s}n_i\frac{\partial U_i}{\partial n_j}=0\quad j=1,2,\ldots,s \qquad (20)$$

führt. Wir multiplizieren sie der Reihe nach mit $n_1, n_2, \ldots, n_s$. Setzen wir noch formal

$$T=n_0,$$

so heißen die Differentialgleichungen

$$\left.\begin{aligned}
n_1n_0\frac{\partial U_1}{\partial n_0}+n_1^2\frac{\partial U_1}{\partial n_1}+n_2n_1\frac{\partial U_2}{\partial n_1}+\cdots+n_sn_1\frac{\partial U_s}{\partial n_1}&=0,\\
n_2n_0\frac{\partial U_2}{\partial n_0}+n_1n_2\frac{\partial U_1}{\partial n_2}+n_2^2\frac{\partial U_2}{\partial n_2}+\cdots+n_sn_2\frac{\partial U_s}{\partial n_2}&=0,\\
\vdots\qquad\qquad&\qquad\vdots\\
n_sn_0\frac{\partial U_s}{\partial n_0}+n_1n_s\frac{\partial U_1}{\partial n_s}+n_2n_s\frac{\partial U_2}{\partial n_s}+\cdots+n_s^2\frac{\partial U_s}{\partial n_s}&=0.
\end{aligned}\right\} \qquad (21)$$

Der Koeffizient $B_{i,x}=n_in_x$ des Gliedes $\frac{\partial U_i}{\partial n_x}$ genügt dann der Beziehung

$$\frac{B_{i,0}}{B_{1,0}}=\frac{B_{i,1}}{B_{1,1}}=\cdots=\frac{B_{i,s}}{B_{1,s}},\quad i=1,2,\ldots,s.$$

Daraus folgt auf Grund einer gewissen Determinantenrelation[1]) die Äquivalenz des Systemes (21) und des Systemes totaler Differentialgleichungen

$$\left.\begin{aligned}
dn_j-\frac{n_j}{n_0}dn_0&=0,\\
j&=1,2,\cdots,s\\
\frac{n_1}{n_0}dU_1+\frac{n_2}{n_0}dU_2+\cdots+\frac{n_s}{n_0}dU_s&=0,
\end{aligned}\right\} \qquad (22)$$

das sich sogleich integrieren läßt:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{n_j}{n_0}&=c_j,\\
j&=1,2,\cdots,s\\
\frac{n_1}{n_0}U_1+\frac{n_2}{n_0}U_2+\cdots+\frac{n_s}{n_0}U_s&=c_0.
\end{aligned}\right.$$

Die allgemeine Lösung des Systems (21) ist dann gegeben durch

$$F\Big(\frac{n_1}{n_0},\frac{n_2}{n_0},\ldots,\frac{n_s}{n_0};\sum_{j=1}^{s}\frac{n_j}{n_0}U_j\Big)=0,$$

wo F eine willkürliche Funktion darstellt. Da die U_j nur verbunden vorkommen, kann man die Gleichung auflösen zu

$$\sum_{j=}^{s}\frac{n_j}{n_0}U_j=G\Big(\frac{n_1}{n_0},\frac{n_2}{n_0},\ldots,\frac{n_s}{n_0}\Big),$$

wo G eine neue willkürliche Funktion ist; und diese Gleichung bleibt richtig, wenn man jedes U gleich einer willkürlichen Funktion von

$$\frac{n_1}{n_0},\frac{n_2}{n_0},\ldots,\frac{n_s}{n_0}$$

setzt. Wir schreiben für n_0 wieder T:

$$U_j=U_j\Big(\frac{n_1}{T},\frac{n_2}{T},\ldots,\frac{n_s}{T}\Big). \qquad (23)$$

Die Betrachtung beschränkt sich nicht auf Gase; bei Flüssigkeiten ist nur die Bedingung für die Vernachlässigung des Volumgliedes durch eine

1) Hamburger, Crelles Journ. 100.

Digitized by Google

geeignete Zustandsgleichung entsprechend zu formulieren. D. h. in heterogenen Systemen verhält sich jede Form innerer Energie, die von der Temperatur T und gewissen, im Verhältnis zur Gesamtzahl der Partikel hinreichend kleinen Teilchenzahlen pro V.-E. $n_1, n_2, \cdots, n_s$ nur in der Verbindung

$$\frac{n_1}{T}, \frac{n_2}{T}, \cdots, \frac{n_s}{T}$$

abhängt, bei chemischen Umsetzungen wie die Bindungsenergie.

Diese selbst subsumiert sich als Konstante; eine der nächst einfachen Energieformen ist unsere elektrische (8) wegen (6); die kinetische, innere Energie der Gase $C_v T$ fällt nicht darunter; ebenfalls darin eingeschlossen ist aber der Debyesche Ausdruck für die elektrische Energie der Elektrolyte in seiner allgemeinsten Form. In den Flüssigkeiten spielen nämlich wegen der viel größeren Dichte die endlichen Abmessungen der Atome eine Rolle. Nach Debye kann man auf Grund einer gewissen einfachen Modellvorstellung folgende Formel mit Vorteil dafür benutzen:

$$U_{i_e} = -\frac{N z_i^2 \varepsilon^2 \varkappa}{2D(1+\varkappa a_i)}. \qquad (24)$$

(D = Dielektrizitätskonstante, a_i individueller Ionendurchmesser). $\varkappa a_i$ ist gegen 1 nicht zu vernachlässigen[1]). Wie man sieht, ist auch diese kompliziertere Form elektrischer Energie nur Funktion von $\varkappa$ und damit von $\frac{n_1}{T}, \cdots, \frac{n_s}{T}$. Es gilt also für verdünnte Elektrolyte, wenn wir auf Konzentrationen c_i statt der Partialdrucke p_i umrechnen, ganz entsprechend Formel (19)

$$\left.\begin{aligned} \prod_{i=1}^{s} c_i^{\nu_i} &= J_c(T)\, e^{-\sum \nu_i \frac{U_{i_0}+U_{i_e}}{RT}}, \\ J_c(T) &= C T^{\sum \nu_i C_{p_i}/R} p^{-\sum \nu_i}, \end{aligned}\right\} \qquad (25)$$

wenn jetzt für U_{i_e} der Ausdruck (24) genommen wird. Führen wir die klassische Gleichgewichtskonstante K_c ein, so erscheint diese mit einem Faktor multipliziert:

$$\prod_{i=1}^{s} c_i^{\nu_i} = K_c(T)\, e^{-\nu_i \frac{U_{i_e}}{RT}}.$$

Debye schreibt dafür[2])

$$\prod_{i=1}^{s} c_i^{\nu_i} = f_a K_c(T)$$

und spricht mit Bjerrum von f_a als dem „Aktivitätskoeffizienten". Wie man sieht, ist dieser nichts anderes als[1])

$$\ln f_a = -\sum_{i=1}^{s} \nu_i \frac{U_{i_e}}{RT}, \qquad (26)$$

also mit den elektrischen Energien pro Mol der Reaktionsteilnehmer genau so gebildet, wie in (17) die Wärmetönung mit den Konstanten der inneren Energie: mit einem Wort, die Größe $RT \ln f_a$ ist die „elektrische Wärmetönung" des Prozesses. Es empfiehlt sich wohl, den Namen des „Aktivitätskoeffizienten", der einem phänomenologischen, korrigierenden Faktor zukommt, der historischen, empirischen Darstellung zu überlassen und das Naturgesetz, das von Debye dafür abgeleitet und so eindrucksvoll an der Erfahrung bestätigt wurde, lieber durch die „innere, elektrische Energie pro Mol" auszudrücken, die dem Gegenstande eigentümlich ist und die sich in der theoretischen Ableitung von selbst darbietet. Man darf nur die Konzentrationsabhängigkeit von U_e nicht vergessen.

Besonders helles Licht fällt durch die Diskussion der Formel (19) auf das Vorzeichen von $\ln f_a$. In der angegebenen Fassung ist nämlich f_a im allgemeinen größer als eins. Zerfällt z. B. ein neutrales Molekül in Ionen und wählt man die ν_i der entstehenden Teile in gewohnter Weise positiv, so wird $\ln f_a$, wie aus (24) und (26) hervorgeht, positiv, d. h., das Vorhandensein der Ladungen befördert die Dissoziation. Das erscheint auf den ersten Blick äußerst unglaubwürdig, denn wenn man sich ein Bild von dem Reaktionsvorgange macht, so denkt man wohl zunächst daran, daß die gegenseitige Anziehung ungleichnamiger Ionen die Wahrscheinlichkeit der Wiedervereinigung vergrößern und das Gleichgewicht zugunsten der

1) Wie das bei Gasen der Fall ist. In den Dämpfen der Salze vom Typus $NaCl$ z. B. ist $\varkappa$ noch bei 1000° erst von der Größenordnung $10^3\,\mathrm{cm}^{-1}$.

2) In der ersten Fassung des Aktivitätskoeffizienten.

1) Die entsprechende Formel, die sich durch Einsetzen von (24) ergibt, wurde von Herrn Debye inzwischen gefunden und als „bemerkenswert einfach" in einer Anmerkung (2. Mitteilung, S. 102) erwähnt. Sie ergibt sich jedoch aus seiner ersten Formel (1. Mitteilung [45], S. 199) nur, wenn man die Unterschiede der Ionenradien vernachlässigt, während unsere Ableitung die strenge Gültigkeit verlangt. Tatsächlich findet sich bei Debye ein Rechenfehler; es muß S. 198 unten heißen:

$$\delta \sum_{i=1}^{s} N_i \frac{z_i^2 \varepsilon^2 \varkappa}{3DT} \chi_i = \sum_{i=1}^{s} \delta N_i \frac{z_i^2 \varepsilon^2}{3DT} \varkappa \chi_i + \sum_{i=1}^{s} N_i \frac{z_i^2 \varepsilon^2}{3D} \frac{d}{d\varkappa}\left(\frac{\varkappa \chi_i}{T}\right) \delta \varkappa.$$

Die Größe T darf im letzten Term nicht herausgezogen werden, da $\varkappa$ temperaturabhängig ist. Man beachte am Schlusse, daß $\Sigma \nu_i z_i = 0$, und $\Sigma N_i z_i = 0$, daher für die geladenen Teile

$$N_i : N_j : N_k \ldots = \nu_i : \nu_j : \nu_k \ldots$$

gilt.

Digitized by Google

ungespaltenen Partikel verschieben müßte. In der Thermodynamik ist für diese Vorstellung kein Platz; das Massenwirkungsgesetz (19) oder (25) konstatiert vielmehr einfach, daß die Ionisierungsarbeit herabgesetzt ist[1]).

Die Möglichkeit dieser Deutung verdankt der Verf. Herrn Prof. Born, dem er auch für die Anregung zur Beschäftigung mit dem Gegenstande zu Danke verpflichtet ist!

1) Man lasse sich nicht durch das Vorzeichen von U_e irritieren! Vgl. die Diskussion von (19).

Göttingen, 7. April 1924.

(Eingegangen 24. April 1924.)

Über den Bau der zweiten positiven Gruppe der Stickstoffbanden.

Von R. Mecke und P. Lindau.

(Mitteilung aus dem Physikalischen Institut der Universität Bonn.)

An der Hand von Plattenmaterial, das teilweise von Zeit[1]), teilweise von Prof. Konen herrührt oder neu hergestellt wurde, und auf Veranlassung von Prof. Konen wurde von einem von uns (Lindau) eine eingehende Durchmessung der zweiten positiven Gruppe der Stickstoffbanden vorgenommen. Die Methode der Ausmessung schloß sich an das Verfahren von Exner und Haschek an. Dadurch wurde eine Vollständigkeit der Ausmessung erreicht, die nach den bisherigen Methoden schwer zu erreichen war. Auf Grund dieser Messungen gelang es uns, in der zweiten Gruppe in weitgehendem Maße unter Berücksichtigung der zahlreichen Störungen, die sowohl die Zuordnung der Linien verschiedener Banden als auch der verschiedener Zweige einer Bande ermöglichten, eine Darstellung des Spektrums durch Kombinationsbeziehungen zu geben, durch die alle daraufhin untersuchten Linien mit ausreichender Genauigkeit dargestellt werden. Es wurden mehr als 1000 Kombinationswerte erhalten, die später veröffentlicht werden sollen. In jeder der untersuchten 9 Banden wurden 200—250 Linien gemessen; diese 9 Banden verteilen sich auf die gesamten 44 Banden so, daß mit Ausnahme der Längsserien mit den Oszillationsquantenzahlen $n' = 3$ und $n' = 4$, deren Untersuchung noch nicht beendet ist, alle erforderlichen Anfangsterme und die Endterme bis $n = 5$ isoliert werden konnten.

Die Banden sind nach Violett abschattiert. Die einzelnen Linien lassen deutlich eine Gruppierung in 2 mal 3 Zweige erkennen derart, daß bei den am weitesten nach Violett zu verfolgenden Banden je drei Linien des einen Zweigtripels zu scheinbaren (den sogenannten starken) Tripletts zusammentreten, deren Komponenten von Violett nach Rot mit R_1, R_2, R_3 bezeichnet werden sollen. Diesen unterlagert sind die schwachen Tripletts. Ihre Komponenten mögen P_1, P_2, P_3 heißen. Die Umkehrstellen der letzterwähnten drei Zweige bilden die, namentlich bei geringer Dispersion deutlich in die Erscheinung tretenden, drei starken Kantenlinien, die für die zweite positive Gruppe charakteristisch sind.

Der R_1- und P_1-Zweig bestehen aus Dubletts mit Komponenten verschiedener Intensität, und zwar ist abwechselnd die brechbarere oder weniger brechbare der diese Dubletts bildenden Linien die stärkere. Sowohl die nach Violett als auch die nach Rot zu liegenden Komponenten liegen auf kontinuierlichen Kurven. In den Fällen, wo die Dubletts nicht aufgelöst sind, erscheinen sie nach der Seite der schwächeren Komponente verwaschen. Die Glieder des R_2- und P_2-Zweiges sind einfach. Jede zweite Linie ist verschoben. Für die Bande 3371 z. B. ergibt sich unter Verwendung Zeitschen Zahlenmaterials für die Größe dieser Verschiebung in Å.-E. 0,012 bzw. 0,013. Der R_3- und P_3-Zweig sind einfach und nicht verschoben. Die Berechtigung für die Zuordnung der Zweige als R_1- und P_1-, R_2- und P_2- und R_3- und P_3-Zweig ergibt sich aus den Kombinationsbeziehungen. Die Korrespondenz der Störungen läßt über die Richtigkeit der erfolgten Zuordnung keinen Zweifel. Die Störungen bestehen darin, daß Linien ausfallen oder neu auftreten, verschoben sind oder daß sie anomale Intensität aufweisen. Die Kombinationsbeziehungen wurden an den Relationen

$$\begin{aligned} R_i(m+1) - P_i(m-1) &= F_i(m+1) - F_i(m-1) = \Delta F_i \\ R_i(m) \quad - P_i(m) \quad &= f_i(m+1) - f_i(m-1) = \Delta f_i \end{aligned} \qquad (i = 1, 2, 3)$$

geprüft. Diese folgen aus den beiden Ansätzen

$$\begin{aligned} R_i(m) &= F_i(m) - f_i(m-1) \\ P_i(m) &= F_i(m) - f_i(m+1). \end{aligned} \qquad (i = 1, 2, 3)$$

1) P. Zeit, Zeitschr. f. wiss. Photogr. 21, 1—27, 1921.

Digitized by Google

n' \ n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	**3371**	**3577**	**3805**	**4059**	4344	4666						[1]
1	3159	3339	**3536**	**3755**	**3998**	4269	4574	4917				
2	2977	3136	3309	3500	**3710**	**3942**	4201	4490	4814			
3	2820	2962	3116	3285	3469	3671	3894	4141	4416	4723		
4		2814	2953	3104	3267	3446	3642	3857	4094	4356	4648	4975

Aus dem gleichen Verlauf der Differenzen ΔF_i und Δf_i können wir auf den gleichen Anfangs- bzw. Endzustand des emittierenden Moleküls schließen. Dadurch findet das bekannte Kantenschema (siehe oben) in den untersuchten Teilen seine Bestätigung.

Die Richtigkeit dieser Anordnung wird ferner dadurch erhärtet, daß ausnahmslos alle Banden einer Längsserie in allen untersuchten Fällen dieselbe Störung aufweisen, der gestörte Term daher der Anfangsterm ist. Einzelheiten sollen in einer ausführlichen Mitteilung erörtert werden.

1) Die fett gedruckten Banden sind bisher untersucht.

Bonn, 1. Mai 1924.

(Eingegangen 15. Mai 1924.)

Über die Drehung der Polarisationsebene des Lichtes in Flüssigkeiten durch ein magnetisches Feld.

Von M. Sende und G. Wiarda.

Herr Marshall Holmes beschreibt in einer kurzen Mitteilung[1]) folgende Erscheinung:

Ein Polarimeter wird in das Feld eines Elektromagneten gebracht, etwa wie beim Faraday-Effekt. Zwischen den beiden Nikols liegt ein mit Glyzerin gefülltes Rohr. Vor dem Einschalten des Magneten wird das Gesichtsfeld auf Gleichförmigkeit eingestellt; dann erscheint (bei einem Halbschattenapparat) nach dem Einschalten die eine Hälfte des Gesichtsfeldes hell, die andere dunkel. Wird der Magnet nun wieder ausgeschaltet, so stellt sich nach Herrn Holmes nicht sofort Gleichförmigkeit ein, sondern es wird die vorher helle Hälfte für $1-1^1/_2$ Sekunden schwach dunkel, und erst dann wird das Gesichtsfeld wieder gleichförmig. Dies geschieht beim Glyzerin, bei fast allen anderen Flüssigkeiten dagegen ergibt sich ohne weiteres Gleichförmigkeit. Außer bei Glyzerin beobachtet Herr Holmes den Halbschattenumschlag auch bei Lösung von Zitronensäure in Glyzerin und bei wäßriger Lösung von leicht mit Essigsäure angesäuertem Bleiazetat, während er ausbleibt bei Flüssigkeiten mit geringerer und auch größerer Viskosität als Glyzerin sie besitzt. Auf Grund dieser Beobachtung entwickelt Herr Holmes eine Theorie für die beschriebene Erscheinung: Er nimmt magnetische Moleküle in der Flüssigkeit an, die beim Einstellen des Magnetfeldes geordnet werden. Nach dem Ausschalten des Magneten nehmen leichtflüssige Substanzen sehr schnell wieder ihre ursprüngliche Gleichgewichtslage an, so daß man nichts Besonderes beobachten kann; bei Glyzerin und Substanzen von etwa der gleichen Viskosität dagegen sollen diese Moleküle erst etwas über ihre Gleichgewichtslage hinausschwingen, wodurch kurze Zeit das Gegenbild der Halbschatten sichtbar wird; bei noch zäheren Flüssigkeiten soll dies jedoch nicht mehr möglich sein, und daher bleibt hier der neue Effekt aus.

Wir prüften auf Anregung von Herrn Prof. Dember diese Mitteilung mit einem Halbschattenapparat von Schmidt & Haensch[1]), Berlin, mit besonders großer Empfindlichkeit. Wir erhielten als Resultat, daß die von Herrn Holmes beschriebene Erscheinung auf subjektiver Täuschung beruht.

Unsere Versuchsanordnung war folgende: Der Halbschattenapparat wurde, um den Einfluß des Erdmagnetismus auszuschalten, senkrecht zum magnetischen Meridian aufgestellt. Zwischen den beiden Nikols brachten wir die Spulen des Elektromagneten so an, daß die Durchbohrung der Kerne genau in der optischen Achse lag, die Pole stießen an die Endflächen eines 10,0 cm langen Rohres, welches die jeweilige Untersuchungsflüssigkeit enthielt. Als Lichtquelle diente eine intensive Natriumflamme eines großen Teclubrenners, mit mehreren Bromnatriumperlen an Platinreusen. Hinter dem Analysator brachten wir eine bewegliche Lochblende an, durch die wir nach Belieben das Gesichtsfeld verdunkeln

1) M. Holmes, Phil. Mag. (6) **46**, 335, 1923. Vgl. auch Phys. Ber. V. 469, 1924.

1) H. Landolt, Das optische Drehvermögen, 2. Aufl., S. 324. Die Trommel war bei unserem Apparat in 100 Teile geteilt, so daß ein Trommelteil = $0{,}0009^0$ betrug.

Digitized by Google

	I			II		
	10 Amp.	15 Amp.	20 Amp.	10 Amp.	15 Amp.	20 Amp.
Glyzerin	1,870	2,619	3,228	0,324	0,418	0,475
Wasser	1,847	2,609	3,205	0,316	0,400	0,456
Glyzerin mit Zitronensäure .	1,805	2,588	3,159	0,302	0,386	0,435
Azeton	—	—	—	0,274	0,357	0,419
	550 Gauß	750 Gauß	950 Gauß			

oder gleichzeitig mit oder kurz vor oder auch kurz nach dem Ausschalten des Magneten öffnen konnten. Wir wechselten in der Beobachtung und der Bedienung von Magnet und Lochblende ab.

Es ergab sich nun, daß der von Herrn Holmes beschriebene Effekt (nach hinreichender Gewöhnung des Auges) regelmäßig eintrat, wenn die Lochblende dauernd das Gesichtsfeld frei gab. Es zeigte sich also z. B. bei ursprünglicher Gleichförmigkeit nach dem Einschalten des Magneten etwa rechts Dunkelheit, links Helligkeit; nach dem Ausschalten des Magneten aber stellte sich nicht sogleich die Gleichförmigkeit beider Hälften wieder ein, sondern die linke erschien für etwa 1 Sekunde schwach dunkel, und erst dann wurde das Gesichtsfeld wieder gleichförmig. Im Gegensatz zu Herrn Holmes konnten wir diesen ungefähr eine Sekunde dauernden Halbschattenumschlag bei allen von uns untersuchten Flüssigkeiten beobachten, nicht nur bei Glyzerin, sondern auch z. B. bei Wasser und Azeton. Damit ist der von Herrn Holmes angenommene Einfluß der Viskosität widerlegt. Wir vermuteten, daß die beschriebene Erscheinung als eine Kontrastwirkung zu erklären ist. Eine eindeutige Entscheidung darüber gestattete die Benutzung der beweglichen Lochblende zu treffen. Wir beobachteten folgendermaßen.

Das durch ein Tuch vor jedem Nebenlicht der Natriumflamme geschützte Auge stellte zunächst auf Gleichförmigkeit des Gesichtsfeldes ein, und zwar benutzten wir als Nullpunkt den überaus empfindlichen Dunkelumschlag. Kurz vor dem Einschalten des Magneten verdunkelte die Blende das Gesichtsfeld. Wenn jetzt unmittelbar nach oder gleichzeitig mit dem Ausschalten des Magneten erhellt wurde, so sah der Beobachter sofort Gleichförmigkeit. Wurde jedoch die Lochblende kurz vor dem Ausschalten des Elektromagneten geöffnet, so sah man auf der einen Hälfte noch einen Hauch Dunkelheit und dann wieder Gleichförmigkeit. Dieser gerade noch beobachtete Halbschatten war aber ausnahmslos bei über 100 Beobachtungen derjenige, welcher der betreffenden Schaltung des Magneten entsprach. (In unserem obigen Beispiel also rechte Gesichtsfeldhälfte dunkel.) Nach Herrn Holmes hätte in diesem Falle auf das Verschwinden des vom Magnetfeld hervorgerufenen Halbschattens erst noch eine kurze Verdunkelung der anderen (in unserem Beispiel linken) Gesichtsfeldhälfte folgen müssen, bevor die Gleichförmigkeit wieder eintrat. Dies wurde von uns niemals beobachtet, und es war ganz gleichgültig, welche Flüssigkeit wir in das Rohr brachten, welche Richtung wir dem Magnetfeld gaben, und zu welcher Zeit wir die Lochblende öffneten, ob gleichzeitig mit, kurz vor oder kurz nach dem Ausschalten des Magnetfeldes. Wir wiederholten diese Beobachtung auch bei geringeren Stromstärken und bei seitlicher Stellung des Magneten und fanden, wie zu erwarten, qualitativ dasselbe Ergebnis, speziell sahen wir wieder bei allen untersuchten Flüssigkeiten ohne Benutzung der Lochblende die Holmessche Erscheinung, allerdings entsprechend der geringeren Drehung der Polarisationsebene erheblich schwächer, während bei Benutzung der Lochblende nach dem oben beschriebenen Verfahren kein Effekt mehr beobachtet werden konnte. Die Beobachtungen führten wir so aus, daß der am Halbschattenapparat Beobachtende von der Zeitfolge des Ein- und Ausschaltens des Magnetfeldes und der Lochblende und auch von der Richtung des Magnetfeldes keine Kenntnis hatte. Eine Trübung der Beobachtungen durch Selbstbeeinflussung oder Erwartung eines bestimmten Resultates ist also bei dem gewählten Beobachtungsverfahren nicht möglich. Wir ließen die Versuche auch noch von mehreren Personen, die von dem Holmesschen Effekt keine Kenntnis hatten, wiederholen und erhielten unsere Beobachtungen ausnahmslos bestätigt.

Es seien in der obigen Tabelle noch die Drehwinkel der Polarisationsebene bei den verwendeten Stromstärken von 10, 15, 20 Ampère angegeben. I bezieht sich dabei auf die zuerst beschriebene zentrale Stellung (Längsachse der Flüssigkeitssäule parallel den Kraftlinien des Feldes), II auf die seitliche Stellung des Magneten. Die Zahlen bedeuten Grade. Die Temperatur wurde auf 20° C konstant gehalten.

Mit Benutzung der Verdetschen Konstanten für Wasser und der unter I angegebenen Zahlen ergab sich bei 10, 15, 20 Ampère für den Magneten eine Feldstärke von bzw. 550, 750, 950 Gauß. Eine direkte Messung mit einer

Digitized by Google

Wismutspirale von Hartmann & Braun ergab beste Übereinstimmung.

Dresden, Physikalisches Institut der Techn. Hochschule, April 1924.

(Eingegangen 30. April 1924.)

Messung des Emanationsgehaltes der radioaktiven Quellen in Brambach und Oberschlema.

Von P. Ludewig.

Nachdem auf der Freiberger Radiumtagung 1921[1]) empfohlen worden war, radioaktive Quellen in Zukunft nach dem Vergleichsverfahren mit Hilfe von Normallösungen zu messen, wurde das Freiberger Radiuminstitut vom Sächsischen Finanzministerium beauftragt, diese Messungen an den wichtigsten sächsischen Quellen auszuführen. Im folgenden werden die Ergebnisse mitgeteilt.

Zu den Messungen wurde eine Apparatur[2]) benutzt, die aus einem Wulfschen Zweifaden-Elektrometer normaler Bauart bestand, auf das ein evakuierter Ionisationsraum von 3 Liter Inhalt aufgesetzt war. Ihre Konstanz wurde durch die Gammastrahlung eines kleinen *Ra*-Präparats kontrolliert. Die Eichung auf Emanationsmengen geschah mit Radiumnormallösungen der Phys.-Techn. Reichsanstalt[3]).

Für die Messung der Quellen wurde das Quellwasser unmittelbar an der Quelle in vorher evakuierte Glaskolben eingefüllt, und die Glaskolben dann verschlossen. Die Überführung der Emanation aus dem Quellwasser in den Ionisationsraum geschah in der Weise, daß der evakuierte Ionisationsraum mit dem einen Schenkel des Glaskolbens verbunden und durch die Flüssigkeit hindurch Luft in den Ionisationsraum eingelassen wurde. Zwischen der Zeit der Entnahme und der Messung der ersten Wasserprobe lag jedesmal ein Tag, da die Glaskolben für die Messung nach Freiberg transportiert wurden. Die Messungen der verschiedenen Proben erfolgten an den auf den Tag der Entnahme folgenden Tagen so, daß an jedem Tage eine Messung ausgeführt wurde. Das Abklingen der Emanation zwischen Entnahme und Messung wurde in Rechnung gesetzt.

Die folgenden Tabellen enthalten die Ergebnisse von Messungen, die mit dieser Apparatur in der Zeit vom Januar 1923 bis Februar 1924 an den radioaktiven Quellen in Brambach und Oberschlema ausgeführt worden sind. Die Zahlen bedeuten Eman ($= 10^{-10}$ Curie) pro Liter. Die Messungen wurden vom Assistenten am Radium-Institut Dr. Lorenser ausgeführt.

Brambach: Gemessen wurde in Brambach nur die Hauptquelle, die sog. „Wettinquelle". In der Tabelle I steht:

in der 1. Vertikalreihe das Datum, an dem das Wasser entnommen wurde;

in der 2. Vertikalreihe die Ergebnisse der Einzelmessungen der verschiedenen Wasserproben, die entnommen wurden;

in der 3. Vertikalreihe die Mittelwerte aus den Zahlen der 2. Vertikalreihe.

Die Werte sind auf 3 Zahlenstellen abgerundet, da die Genauigkeit der Emanationsmessungen mit der beschriebenen Apparatur nur etwa 2 Proz. beträgt.

Tabelle I.

Brambach.

	Wettinquelle	Mittelwert
25. Januar 1923	6570 Eman/Liter	6500 Eman/Liter
	6620 „	
	6320 „	
	6500 „	
27. Mai 1923	6900 „	
	7070 „	7010 „
	7060 „	
24. Januar 1924	7700 „	
	7430 „	7540 „
	7500 „	

Oberschlema: Gemessen wurde die „Trinkquelle" und die Wässer aus Bohrloch I, II und III. Die Ergebnisse sind in Tabelle II zusammengestellt. Wo keine Zahlen angegeben sind, konnte an dem betreffenden Tage aus technischen Gründen kein Wasser entnommen werden. Es steht:

in der 1. Vertikalreihe das Datum der Wasserentnahme;

in der 2. Vertikalreihe die Ergebnisse der Einzelmessungen an der Trinkquelle;

in der 3. Vertikalreihe die entsprechenden Mittelwerte.

Die übrigen Vertikalreihen enthalten die Ergebnisse der Einzelmessungen von Bohrloch I, II und III.

In der Tabelle III sind ferner für die „Wettinquelle" in Brambach und für die „Trinkquelle" in Oberschlema die Aktivitäten in Eman pro Liter herausgeschrieben. In der 3. Vertikalreihe sind daraus durch Division durch 3,64 die Mache-Einheiten pro Liter errechnet, um so einen

1) Physik. Zeitschr. **22**, 368, 1921.
2) Genauere Beschreibung s. Strahlentherapie **15**, 384, 1923.
3) Physik. Zeitschr. **24**, 286, 1923.

Digitized by Google

Tabelle II.

Oberschlema.

	Trinkquelle	Trinkquelle Mittelwert	Bohrloch I	Bohrloch II	Bohrloch III
18. Dezember 1923	6560 Eman/Liter 6830 „	6690 Eman/Liter	—	1340 Eman/Liter	—
24. April 1923	6870 „ 6900 „	6880 „	3790 Eman/Liter 3760 „	1200 „	4210 Eman/Liter 4240 „
1. Februar 1924	9580 „ 9350 „	9460 „	3570 „ 3460 „	1440 „ 1470 „	3670 „ 3760 „
15. Februar 1924	9240 „ 9120 „ 9250 „	9200 „	—	—	—

Tabelle III.

Brambach (Wettinquelle).

	Eman pro Liter	M. E. pro Liter
25. Januar 1923	6500	1790
27. Mai 1923	7010	1930
24. Januar 1924	7540	2070

Oberschlema (Trinkquelle).

18. Dezember 1923	6690	1840
24. April 1923	6880	1890
1. Februar 1924	9460	2600
15. Februar 1924	9200	2530

Vergleich mit früheren Messungen zu ermöglichen.

Die Änderung des Emanationsgehaltes im Liter der Trinkquelle in Oberschlema hängt mit der geförderten Wassermenge zusammen. Je größer die pro Stunde gelieferte Wassermenge ist, desto kleiner ist bei diesem Bohrloch der Emanationsgehalt im Liter. Der Anstieg des Emanationsgehaltes im Liter der Trinkquelle im Winter 1924 hat wahrscheinlich seine Ursache in der langdauernden Frostperiode, die verhinderte, daß größere Wassermengen in die Quellwege gelangten. Die Wässer der andern Bohrlöcher zeigten eine derartige Abhängigkeit nicht.

Freiberg i/S., Radium-Institut der Bergakademie.

(Eingegangen 9. Mai 1924.)

„Zur Elektrodynamik der Vorgänge in der Atmosphäre" des Herrn Fr. Kaftan.

Von F. Schindelhauer.

In Heft 5, S. 111—115 dieser Zeitschrift[1]) gibt Herr Fr. Kaftan bekannt, daß er die bisherige thermodynamische Betrachtungsweise meteorologischer Vorgänge verlassen und dafür eine elektrodynamische einsetzen wolle. Den luftelektrischen Erscheinungen sei bis jetzt nicht die gebührende Bedeutung beigemessen worden. So sehr man mit den letzteren Worten einverstanden sein kann: Herr Kaftan tut der Sache der Luftelektrizität einen schlechten Dienst mit seiner Erklärungsweise. Es ist in Angelegenheiten der exakten Naturwissenschaften (zu denen die Meteorologie jetzt auch gehört) bisher üblich gewesen, die Behauptungen mit ihren Beweisen gleichzeitig zu veröffentlichen. Herr Kaftan tut das nicht, er ersetzt ohne Not durch Beobachtungstatsachen wohlbegründete Theorien durch „elektrodynamische" Erklärungsversuche, deren Berechtigung er später beweisen will. So ersetzt er in der Bjerknesschen Zyklonentheorie, welche wirklich beobachtete Temperaturunterschiede als hinreichende Erklärung benutzt, die thermischen Unterschiede durch elektrische, wodurch ihm die Bjerknessche Theorie in einem „neuen Lichte" erscheint. Luftdruckschwankungen sind bei ihm in Wirklichkeit gar nicht vorhanden, sie werden durch veränderliche Elektrostriktion vorgetäuscht. So wird die durch den Einbruch kalter Luft hervorgerufene Druckerhöhung bei Böen — sogenannte Barometernase — durch verstärkte Elektrostriktion erklärt![1]) Leider vergißt Herr Kaftan manchmal sein Prinzip. Er behauptet: „Auf der Erde selbst wird aber sehr wahrscheinlich bei jeder aufwärts gerichteten Luftbewegung unter der Einwirkung des normalen luftelektrischen Feldes eine Trennung der positiven und negativen Elektrizitätsträger erfolgen." Wie, sagt Herr Kaftan nicht[2]). „Diese Trennung muß in äquatorialen Gebieten am ausgeprägtesten auftreten." Ganz ohne thermische Unterschiede scheint es also doch nicht zu gehen.

1) Vgl. auch Naturwissensch. **12**, 246, 1924. Ferner die Bemerkungen dazu von Kähler (S. 281) und die Erwiderung von Kaftan (S. 349).

1) Naturwissensch. l. c. S. 246.

2) Anscheinend liegt hier eine Verwechslung vor mit den Theorien der Elektrisierung von Tropfen im aufsteigenden Luftstrome (Wasserfallwirkung, Influenzwirkung).

Digitized by Google

In seiner „Erwiderung“[1]) auf Kählers Bemerkungen“[2]) sagt Herr Kaftan selbst, daß seine „vorläufige Mitteilung“ keine genügende Unterlage für ein abschließendes Urteil bieten könne. Eine eingehende Widerlegung seiner Schlußfolgerungen ist also nicht möglich. Man kann aber mit Recht auf das beweisende Zahlenmaterial gespannt sein, das Herr Kaftan noch beibringen will.

1) Naturwissensch. S. 349.
2) Naturwissensch. S. 281.

Potsdam, Meteorologisch-Magnetisches Observatorium, 14. Mai 1924.

(Eingegangen 17. Mai 1924).

Zum Saitenelektrometer neuer Form.

Von C. W. Lutz.

Meine Erwiderung (diese Zeitschr. **24**, 460, 1923) auf seine Einwände hat Herr Th. Wulf mit einer Schärfe beantwortet (ebenda **25**, 109, 1924), die mich eine mißverständliche Auffassung meiner Ausführungen vermuten läßt.

Ich wiederhole daher, daß ich keineswegs mit Absicht die Verdienste des Herrn Wulf um die Konstruktion und Verbesserung von Fadenelektrometern verschwiegen habe oder verkenne. Auch möchte ich mit noch größerer Deutlichkeit als bisher zum Ausdruck bringen, daß Herr Wulf zuerst die elastische Befestigung von Elektrometersaiten durch einen federnden Quarzdrahtbügel eingeführt hat. Ich habe diese zweckmäßige Neuerung dann bei meinem Saitenelektrometer in eine Form gebracht, die ein müheloses Auswechseln der Saiten ermöglicht. Dazu glaubte ich mich berechtigt, weil ein derartiges Aufbauen auf den Errungenschaften eines Vorgängers gebräuchlich ist, und um so mehr berechtigt, als ja Herr Wulf selbst schon vorher einige mir eigentümliche und, wie ich glaube, durchaus nicht unwesentliche Konstruktionseinzelheiten (z. B. Form und Verschwenkbarkeit der Elektroden) bei seinen Elektrometern verwendete und sich sogar gesetzlich schützen ließ, ohne daß ich dagegen etwas eingewendet habe.

Ich hoffe, mit dieser Erklärung den leidigen Streit beenden zu können.

München, 8. Mai 1924.

(Eingegangen 8. Mai 1924.)

88. Versammlung der Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte in Innsbruck vom 21. bis 27. September 1924.

Die unterzeichneten Geschäftsführer und Einführende beehren sich, Sie zu der vom 21. bis 27. September 1924 in Innsbruck stattfindenden

88. Versammlung der Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte

ergebenst einzuladen.

Für die Versammlung ist folgendes Programm in Aussicht genommen:

Sonntag, den 21. September:

Ab 8 Uhr abends: Zwanglose Zusammenkunft in den Stadtsälen.

Montag, den 22. September:

9 Uhr vormittags: I. Allgemeine Sitzung.
Eröffnungsansprachen.
Vorträge.
a) Prof. Dr. Hoche, Freiburg i. B.: Das Leib-Seele-Problem.
b) Prof. Dr. Gruhle, Heidelberg: Konstitution und Charakter.
c) Prof. Dr. Thoms, Berlin-Dahlem: Über die Erdbebenkatastrophe in Japan am 1. September 1923.

2 Uhr 30 Min. nachmittags: Sitzung der medizinischen Hauptgruppe.
a) Prof. Dr. Dörr, Basel: Über Idiosynkrasie.
b) Prof. Dr. Hess, Zürich: Physiologie der Arbeit.
c) (Wird später bekanntgegeben.)

Dienstag, den 23. September:

9 Uhr vormittags: II. Allgemeine Sitzung.
a) Prof. Dr. v. Frisch, Breslau: Sinnesleben und „Sprache“ der Bienen.
b) Prof. Dr. Knoll, Prag: Blütenökologie und Sinnesphysiologie der Insekten.
c) Prof. Dr. Porsch, Wien: Die Aufgaben der Vogelblumenforschung auf Grund des neuesten Tatbestandes.

2 Uhr 30 Min. nachmittags: Sitzung der naturwissenschaftlichen Hauptgruppe.
Neuerungen auf dem Gebiet der Atom- und Molekularforschung.
a) Prof. Dr. Sommerfeld, München: Grundlagen der Quantentheorie und des Bohrschen Atommodells.
b) Prof. Dr. Kramers, Kopenhagen: Die chemischen Eigenschaften der Atome nach der Bohrschen Theorie.
c) Prof. Dr. Kratzer, Münster i. W.: Molekulareigenschaften und Bandenspektren.

Digitized by Google

d) Prof. Dr. E. Warburg, Berlin: Die Quantenregeln in der Photochemie.
e) Prof. Dr. J. Franck: Göttingen: Atom- und Molekülstöße und ihre chemische Bedeutung.

Mittwoch, den 24. September:

8 Uhr 30 Min. vormittags: Geschäftssitzung der Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte.

9 Uhr 30 Min. vormittags: III. Allgemeine Sitzung.
a) Prof. Dr. Penck, Berlin: Das Antlitz der Alpen.
b) Oberbergrat Dr. Ampferer, Wien: Die Tektonik der Alpen.
c) Prof. Dr. Klebelsberg, Innsbruck: Die Naturdenkmäler Südtirols.

Mittwoch nachmittag, Donnerstag und Freitag:

Abteilungs-Sitzungen und gemeinsame Sitzungen.

Gleichzeitig mit der Tagung findet eine Ausstellung der gesamten Industrie statt, welche für die Ausübung des Berufes eines Naturforschers und Arztes in Betracht kommt.

Von geselligen Veranstaltungen sind vorläufig ins Auge gefaßt: Ein Empfang durch die Landesregierung in der Hofburg und ein Tiroler Abend.

Für Schluß der Woche (Samstag uud Sonntag) werden Ausflüge und wissenschaftliche Exkursionen geplant.

Teilnehmer an der Versammlung kann jeder werden, der sich für Naturwissenschaften oder Medizin interessiert. Für die Teilnehmerkarte sind 200000 österr. Kronen zu entrichten, wovon aber für die Mitglieder der Gesellschaft der Jahresbeitrag (50000 österr. Kronen) im Abzug gebracht wird. Für die Damen der Teilnehmer werden Karten zum Preise von 100000 österr. Kronen ausgegeben. Zahlungen sind erbeten an die Tiroler Hauptbank Innsbruck oder für deren Rechnung an die Deutsche Bank, für Konto: Geschäftsführung der 88. Versammlung der Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte, Innsbruck.

Falls Sie die Absicht haben, an der Versammlung teilzunehmen, bitten wir Sie, unter Angabe der Abteilung, der Sie beizutreten wünschen, die Geschäftsstelle der 88. Versammlung, Innsbruck, Physik. Institut, Schöpfstr. 41, möglichst bald Mitteilung zu machen, worauf Ihnen späterhin das ausführliche Programm zugesandt wird. Ihre Wünsche betr. Wohnung bitten wir ebenfalls mitzuteilen.

Da das im Juli erscheinende Programm die endgültige Zusammenstellung aller Darbietungen enthalten soll, bitten wir Vorträge und Demonstrationen bis spätestens 30. Juni den unterzeichneten Einführenden der betreffenden Abteilung anmelden zu wollen. Vorträge, die sich zur Verhandlung in gemeinsamen Sitzungen mehrerer Abteilungen eignen, sind besonders willkommen.

Wir bitten um tunlichste Verbreitung dieser Einladung!

Die Geschäftsführung:

Prof. Dr. E. Schweidler, erster Geschäftsführer.
Prof. Dr. R. Klebelsberg, dessen Stellvertreter.
Prof. Dr. H. Haberer, zweiter Geschäftsführer.
Prof. Dr. S. Schuhmacher, dessen Stellvertreter.
Prof. Dr. A. Defant, Schriftführer.
Prof. Dr. A. Haberlandt, dessen Stellvertreter.
Hofrat Dr. Fr. Mader, Schatzmeister (Tiroler Hauptbank).

Beisitzer:

Die Prof.: Dr. E. Brücke, Hofrat Dr. Ipsen und Dr. K. Brunner.

Liste der Einführenden der Abteilungen der 88. Versammlung zu Innsbruck.

1. Mathematik und Astronomie:
Prof. Dr. K. Zindler, Innsbruck, Schubertstraße 3.
Prof. Dr. J. A. Gmeiner, Innsbruck, Speckbacherstr. 4.
Prof. Dr. A. Scheller, Innsbruck, Hötting, Sternwarte.

2. Physik:
Prof. Dr. O. Tumlirz, Phys. Inst., Schöpfstr. 41.
Prof. Dr. E. Schweidler, Phys. Inst., Schöpfstr. 41.

3. Technische Physik und Elektrotechnik:
Prof. Dr. A. Hammerl, Elektrotechn. Institut, Universitätsstr. 2.
Dr.-Ing. A. Mühlhofer, Elektrotechn. Institut, Universitätsstr. 2.

4a. Chemie:
Prof. Dr. K. Brunner, Chemisches Institut, Anatomiestr. 1.
Dr. R. Grüner, Assistent, Chemisches Institut, Anatomiestr. 1.

4b. Physikalische Chemie:
Prof. Dr. J. Lindner, Chem. Institut, Anatomiestr. 1.
Privatdoz. Dr. A. March, Chem. Institut, Anatomiestr. 1.

5. Angewandte Chemie:
Prof. J. Zehenter, Chem. Institut, Anatomiestr. 1.
Oberinspekt. Dr. W. Duregger, Lebensmitteluntersuchungsamt.

Digitized by Google

6. Pharmazie und pharm. Chemie:
   Mag. ph. Ludwig Winkler, Apotheker.
   Mag. ph. Karl Fischer, Apotheker.
7. Geophysik:
   Prof. Dr. A. Defant, Institut f. kosm. Physik, Schöpfstr. 41.
8. Mineralogie und Petrographie:
   Prof. Dr. Br. Sander, Miner.-petrogr. Institut, Universitätsstr. 2.
   Dr. H. Schatz, Miner.-petrogr. Institut, Universitätsstr. 2.

Ausreiseerlaubnis aus Deutschland.

Der Unterzeichnete verhandelte am 11. April mit einem Vertreter des Reichsfinanzministeriums wegen des Erlasses der Gebühr für die Ausreiseerlaubnis zur Teilnahme an der 88. Versammlung in Innsbruck. Dabei wurde festgestellt, daß die Ärzte schon nach den bisherigen Ausführungsbestimmungen die Summe von M. 500.— erlassen bekommen, falls sie ihre Teilnahme an dem Kongreß nachweisen. Bezüglich der Naturforscher liegt bisher noch kein entsprechender Beschluß des Ministeriums vor; es dürfte aber keinem Zweifel unterliegen, daß auf eine Eingabe unserer Gesellschaft und der Geschäftsführung der 88. Versammlung auch diesen der Nachlaß genehmigt werden wird.

Bezüglich der Damen verweisen wir darauf, daß die Geschäftsführung jeder Versammlung laut § 4 der Geschäftsordnung das Recht hat, Damen als Teilnehmer der Versammlung zuzulassen. Es wird somit auch den Damen, die sich als Teilnehmerinnen legitimieren können, die obengenannte Vergünstigung zuteil werden.

Zahlung des Mitgliedsbeitrages.

Die in Deutschland wohnenden Mitglieder unserer Gesellschaft, die ihren Beitrag noch nicht bezahlt haben, erhalten in den nächsten Wochen eine Postnachnahme über den Betrag von Goldmark 3.— zuzüglich Kosten. Der Herr Schatzmeister bittet dringend um Einlösung dieser Nachnahme, damit keine weiteren Unkosten entstehen.

Die im Ausland wohnenden Mitglieder werden nochmals dringend gebeten, ihren Beitrag nunmehr zu entrichten, und zwar die österreichischen Mitglieder Kr. 50000.— auf das Subkonto „Naturforschergesellschaft" des Herrn Prof. Dr. E. Brücke bei der Kreditanstalt, Filiale Innsbruck, die Mitglieder in den übrigen Ländern Goldmark 5.—, entsprechend Dollar 1.25, umgerechnet in der für das einzelne Mitglied in Frage kommenden Landeswährung, durch eingeschriebenen Brief in Banknoten ihrer Landeswährung oder in Schecks an die Chemie-Treuhand-Gesellschaft, Berlin W 10, Sigismundstr. 3.

Der geschäftsführende Sekretär.
(gez.) B. Rassow.

BESPRECHUNGEN.

A. u. O. Föppl, Grundzüge der Festigkeitslehre. (Teubners technische Leitfäden Bd. 19.) 8°. IV u. 290 S. Mit 141 Abbildungen im Text und auf einer Tafel. Leipzig u. Berlin, B. G. Teubner. 1923.

Die Verfasser hatten bei der Abfassung dieses Buches die Absicht, ein Hilfsmittel für strebsame Ingenieure zu schaffen, die über eigene praktische Erfahrungen verfügen und das Bedürfnis empfinden, ihre theoretischen Kenntnisse zu erweitern und zu vertiefen. Bei der Bedeutung, die August Föppl als Forscher und Lehrer der technischen Mechanik zukommt, versteht es sich fast von selbst, daß der beabsichtigte Zweck in vollem Maße mit dem Buche erfüllt werden wird. Dem Referenten scheint es aber auch noch ganz besonders geeignet für einen dem genannten zunächst reichlich fern liegenden anderen Zweck, der dafür dem Leserkreis dieser Zeitschrift näher liegt.

Der größere Teil der an Universitäten promovierten Physiker wandert heute in die Technik und wird dort vor Fragen der verschiedensten Art gestellt. Es ist ein offenes Geheimnis, daß sich dabei häufig eine starke Hilflosigkeit herausstellt, sobald es sich um Fragen mechanischer Natur handelt — kein Wunder bei dem bis vor kurzem üblichen Bildungsgang, der an mechanischen Vorlesungen der Universität mit geringen Ausnahmen (Göttingen) fast nur die mathematische analytische Mechanik kannte. Wenn heute an manchen Orten hier Vorstöße in Richtung der angewandten Mechanik gemacht werden, so müssen sie sich im allgemeinen auf sehr geringe Stundenzahl beschränken, die natürlich nur das Allerwichtigste mitteilen kann. Da ist es von nicht geringer Bedeutung, dem Studenten der Physik ein Buch an die Hand zu geben, das er neben der Vorlesung zur Vervollständigung zweckmäßig benutzen kann, das nach der Art seiner Darstellung unter Umständen der Vorlesung direkt zugrunde zu legen ist. Hierfür erscheint uns das vorliegende Buch nun besonders geeignet, da es eine sehr glückliche Verbindung mathematischer Deduktion, soweit sie für Wirklichkeitszwecke berechtigt und notwendig erscheint, mit gründlicher Betonung der physikalischen Tatsachen enthält. Für den hier ins Auge gefaßten Zweck wäre vielleicht nur noch zu wünschen — was wohl auch dem ursprünglich beabsichtigten nicht im Wege stünde —, daß bei der derzeitigen spärlichen Beschaffungsmöglichkeit von Anschauungsmaterial die maschinellen Prüfungseinrichtungen und ihre Ergebnisse in Wort und Bild im allgemeinen eine etwas ausführlichere Darstellung fänden, etwa wie sie bei der Schilderung der neuen Versuche des jüngeren Verfassers zur Feststellung der Schwingungsfestigkeit und

Digitized by Google

in den photographischen Wiedergaben der Schwingungsbrüche gegeben wurde.

Nach allem Gesagten darf man dem Buche weitgehende Verbreitung auch in Kreisen technisch orientierter junger Physiker wünschen. Schiller.

Schlömilch, Kompendium der höheren Analysis. 6. Auflage. Bd. I. Bearbeitet von Adolf Kneser. 8°. X, 619 S. Mit 91 Abb. Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn A.-G. 1923. Gz. 16.—.

Der alte Schlömilch hat seit fünfzig und mehr Jahren die Kenntnis der Analysis vermittelt, oder wenigstens die Kenntnis des Rechenapparates der Analysis, der in seltener Vollständigkeit zu finden war und die Beliebtheit des Kompendiums vor allem auch bei Technikern und Physikern erklärte. Auch die Neubearbeitung will die Beherrschung dieses formalen Apparates übermitteln; darüber hinaus soll aber auch der Weg zu einem wirklichen begrifflichen Verständnis geebnet werden; und man kann sagen, daß diese doppelte Aufgabe gelungen ist. In den einleitenden Paragraphen werden die Grundlagen der Analysis in knapper, faßlicher und dennoch strenger Form vorgetragen; dies gelingt vor allem dadurch, daß der Begriff der gleichmäßigen Stetigkeit im Vordergrund steht, daß also nur im abgeschlossenen Intervall stetige Funktionen betrachtet werden, was für die nachfolgenden Anwendungen ausreicht. Als weiterer wichtiger Beitrag im begrifflichen Sinn ist die Lehre vom Flächen- und Rauminhalt, vom Innern und Äußern geschlossener Kurven zu nennen; dadurch wird die Grundlage gegeben zur Theorie der Linienintegrale und der vielfachen Integrale. Hier sind dann — als für den Physiker besonders wichtig — die Sätze von Green und Stokes neu hinzugekommen, und ebenso eine an die Arbeiten von E. Schmidt anschließende Darstellung der Grundlehren der Potentialtheorie, auf die besonders hingewiesen sei; es ist wohl das erstemal, daß in einem elementaren Lehrbuch eine so weitgehende und doch so einfache Darstellung gegeben wird. Im übrigen ist der Stoff gegenüber den alten Ausgaben wenig geändert; nur im letzten Abschnitt über Differentialgleichungen ist stark gestrichen, und dafür der gruppentheoretische Standpunkt betont. Fern liegen dem Kompendium — was die Einleitung im Anschluß an frühere Ausgaben betont — alle „pathologischen Erscheinungen" in der Analysis, die der Physiker und Techniker mit Recht ablehnt. Wer freilich bis zur „Pathologie" modernster Physik vordringen will, wird gelegentlich vor der Pathologie in der Mathematik auch nicht Halt machen können.

E. Noether.

B. v. Kerékjártó, Vorlesungen über Topologie. I. Flächentopologie. Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen. VIII. 8°. 270 S. m. 60 Textfiguren. Berlin, Julius Springer. 1923. M. 11.50, geb. M. 13.—.

Die Topologie untersucht die bei stetigen Transformationen ungeändert bleibenden Eigenschaften geometrischer Gebilde. Manches mag dem Physiker dabei vielleicht selbstverständlich scheinen, wie z. B. der Jordansche Kurvensatz, der aussagt, daß eine einfache geschlossene Kurve in der Ebene zwei Gebiete bestimmt, deren Rand sie ist. Wie sehr man aber der bloßen Anschauung gerade bei solchen Fragen mißtrauen muß, zeigt das S. 92 gebrachte Beispiel einer geschlossenen Kurve, die sich nicht in zwei eigentliche Kurvenbogen zerlegen läßt. Von besonderem Interesse für die Anwendungen sind unter anderm der von Poincaré ausgesprochene, von Birkhoff bewiesene Satz S. 204, vermittels dessen man beim beschränkten Dreikörperproblem auf das Vorhandensein einer periodischen Bahnkurve schließen kann, sowie die Brower schen Sätze über die Invarianz der Dimensionszahl und die Gebietsinvarianz, die beim Nachweis der Nichtexistenz ergodischer Gase vorkommen. Auch bei der Weiterentwicklung der Relativitätstheorie werden topologische Fragen zweifellos eine wesentliche Rolle spielen.

Ein genaues Eingehen auf den Inhalt des vorliegenden ersten Bandes erfordert zahlreiche Definitionen, so daß hier nur eine ganz allgemeine Inhaltsangabe gebracht werden kann. Der 1. Abschnitt gibt die punktmengentheoretischen Grundlagen, der 2. bringt die Kurven in der Ebene, unter anderm den Jordanschen Kurvensatz, seine Erweiterung und seine Umkehrung, der 3. Gebiete von einfachem, von endlichem und von unendlich hohem Zusammenhang sowie den Satz, daß jedes topologische Bild einer geschlossenen Kurve in der Ebene selbst eine solche ist, der 4. und 5. die Topologie der Polyederflächen und der offenen Flächen. Die beiden letzten Abschnitte enthalten spezielle Untersuchungen über Abbildungen von Flächen und über Kurvenscharen auf Flächen.

Es ist zu erwarten, daß das vorliegende Buch mit seiner zusammenfassenden Darstellung eines fruchtbaren, in lebhaftester Entwicklung begriffenen Gebietes nicht nur dem Mathematiker wertvollste Anregung gibt, sondern auch das Interesse des Physikers erwecken wird.

Hilb.

J. Boussinesq, Cours de Physique mathématique, Complements au tome III. Conciliation du véritable déterminisme mécanique avec l'existence de la vie et de la liberté morale. XLVIII und 217 S. Paris 1922.

Der vorliegende Band enthält eine auf die Lichttheorie und eine auf die Oberflächenspannung der Flüssigkeiten bezügliche Ergänzung zum 3. Band des Boussinesqschen Lehrganges; der Hauptteil aber behandelt die „Versöhnung des mechanischen Determinismus mit der Existenz des Lebens und der Willensfreiheit".

Die physikalisch-chemischen Gesetze bestimmen auf Grund des gegenwärtigen Zustandes die zweiten Ableitungen der für den Zustand charakteristischen Größen, d. h. lassen sich durch Differentialgleichungen ausdrücken. Wahrscheinlich beherrschen diese Gesetze auch die inneren Bewegungen der belebten Organismen. Man könnte meinen, daß dadurch alles Geschehen streng determiniert und die Freiheit des Willens ausgeschlossen sei. Wer aber so schließt, vergißt, daß Differentialgleichungen singuläre Lösungen besitzen können. Nach der Ansicht des Verfassers ist nun ein Lebewesen ein Wesen, dessen Bewegungsgleichungen in sehr rasch aufeinander folgenden Zeitpunkten oder sogar stetig Verzweigungsstellen besitzen. Auf diese Weise entsteht eine Unbestimmtheit und das Eingreifen eines leitenden Prinzips (principe directeur) wird erforderlich. Dieses leitende Prinzip ist aber durchaus zu unterscheiden von dem Lebensprinzip der früheren Metaphysik. Es hat keine entgegenstehenden mechanischen Kräfte zu überwinden, sondern nutzt nur ihre Unzulänglichkeit aus, um seinerseits die Erscheinungsreihe zu beeinflußen. Aber die Anfangszustände, zu denen Verzweigungen gehören, sind so in der Minderheit, daß die Wahrschein-

Digitized by Google

lichkeit ihrer zufälligen Herstellung so gut wie verschwindend ist. Das bedeutet, daß die Urzeugung praktisch ausgeschlossen ist. P. Hertz.

W. Brand, Der Kugelblitz. 8°. 170 S. Mit 2 Textabbildungen, 1 Tafel. Hamburg, Henry Grand. 1923. Geh. Gz. M. 7.20.

Prof. Ch. Jensen und Arn. Schwahsmann geben eine Sammlung: „Probleme der kosmischen Physik" heraus. Der augenblickliche Stand der wichtigsten wissenschaftlichen Tagesfragen der kosmischen Physik soll hierin dargestellt und diskutiert werden. Für die wissenschaftliche Orientierung kann eine solche Sammlung ungemein wichtig werden. Das Verzeichnis der geplanten Veröffentlichungen zeigt auch Themata, die weitgehendes Interesse erregen. Bisher sind erschienen: Schmauß-Wien, Die Wettervorhersage; J. Plaßmann, Die Milchstraße und das oben angegebene Buch.

Das vorliegende Bändchen gibt zunächst 215 ausgewählte Berichte über Beobachtungen des Kugelblitzes; sodann einiges Statistisches: Der jährliche und tägliche Gang mit dem Maximum im Juli und am Nachmittag (4—6 p. m.) ähnlich wie bei Gewittern. Es folgt dann auf Grund der mitgeteilten Beobachtungen eine eingehende Beschreibung über die Gestalt, Bewegung, Farbe, Lichtstärke, Geruch, Bahn, Geschwindigkeit und Dauer des Kugelblitzes und über den Vorgang seiner Bildung und Auflösung. Das Resultat der Beobachtungen wird in 14 Erfahrungssätzen zusammengefaßt. Den Schluß bildet der Bericht über die verschiedenen Erklärungsversuche, von denen der Töpfersche einer eingehenden Kritik unterzogen und als nicht ausreichend erkannt wird. Eine Abbildung zeigt eine dem Kugelblitz ähnliche Lichterscheinung, die beim Kurzschluß eines 13500 PS-Generators (12000 Volt) entstand. Ein norwegischer Ingenieur Nielsen, von dem auch die Abbildung stammt, beobachtete während eines anderen Kurzschlusses einer Hochspannungsleitung (120 KV, 30000 PS) eine aus der Leitung herausschießende Kugel, (etwa 50 mm Durchmesser), die vom Winde 50 m weit fortgeführt wurde, worauf sie sich in mehrere kleine Kugeln teilte. Versuche in dieser Richtung, die wohl zur Klärung dieser Frage beitragen könnten, sind bisher nicht angestellt worden. G. Angenheister.

W. Köppen, Die Klimate der Erde, Grundriß der Klimakunde. 8°. 369 S., 8 Tafeln, 19 Textfiguren. W. De Gruyter & Co. Berlin 1923. Geh. M. 7,20.

Das Klima der Erde und seine geographische Verteilung sind in erster Linie bedingt durch die Größe der zugestrahlten Sonnenenergie und durch die Kugelgestalt, die tägliche Umdrehung und den jährlichen Umlauf der Erde um die Sonne. Solarkonstante, mittlere Sonnenhöhe und Taglänge bedingen das solare Klima eines Ortes, das somit, solange die Solarkonstante konstant bleibt, nur von der Breite abhängt. Das solare Klima wird nun modifiziert durch den Einfluß der Atmosphäre, durch das hohe Absorptionsvermögen des Wasserdampfgehaltes für die langwellige Rückstrahlung. Strahlungsgleichgewicht und eine isotherme Schicht bilden sich aus, hochgelegen am Äquator, niedriger an den Polen. Windsysteme entstehen; die Verteilung von Wasser und Land macht sich geltend. Winde transportieren Wärme und Feuchtigkeit. Meeresströme schaffen warme Wassermengen in hohen Breiten. Wolken vermindern Zu- und Rückstrahlung. Die Klimagegensätze von Pol und Äquator gleichen sich aus. Die Wintertemperaturen liegen in Nordeuropa um 30° und mehr höher als bei solarem Klima.

Die quantitative Verfolgung dieser Vorgänge bietet Aufgaben von hohem physikalischen Interesse. Das vorliegende Buch liefert dem Physiker die hierzu notwendigen Grundlagen, die klimatischen Beobachtungstatsachen in gedrängter Form; in sofort benutzbaren Tabellen. Das Buch gliedert sich in vier Teile:

I. Die allgemeine Klimalehre, die den Einfluß von Strahlung, Wind und Niederschlag diskutiert. Wärmehaushalt, Kreislauf der Winde und des Wassers in der Atmosphäre werden besprochen. Im II. Teil wird ein geographisches System der Klimate gegeben. Statt der üblichen Dreiteilung werden 8 Zonen unterschieden. 1. Tropischer Regengürtel, 2. zwei Trockengürtel, 3. zwei warme gemäßigte Gürtel, 4. ein nur auf der Nordhalbkugel vorhandener Schnee- und Waldgürtel, 5. zwei Polkappen. Der III. Teil behandelt an Hand dieser Einteilung die Klimate der einzelnen Kontinente und Meere. Der IV. Teil gibt in gedrängten übersichtlichen Tabellen Mittel und Grenzwerte für Lufttemperatur und Regenmenge, ferner Angaben über Bevölkerung, Luftfeuchtigkeit, Zahl der Regentage und tägliche Temperaturschwankungen.

Nach der dritten Auflage der großen dreibändigen Klimatologie von „Hann" (1500 Seiten) 1908—1911 ist das vorliegende Buch die einzige eingehende und übersichtliche Behandlung des gesamten Stoffes, und zwar aus der Feder des längst als Autorität auf diesem Gebiet bekannten Gelehrten. G. Angenheister.

P. Pfeiffer, Organische Molekülverbindungen. (Chemie in Einzeldarstellungen Bd. XI. Herausg. von Julius Schmidt.)

Das Buch gibt erstmalig eine systematische, möglichst lückenlose Bearbeitung der zahlreichen Molekülverbindungen, bei denen organische Körper eine Rolle spielen. Bei dem großen Interesse, das diese Verbindungen in praktischer und theoretischer Richtung haben, ist ihre spezielle Behandlung sehr begründet und lebhaft zu begrüßen.

Sinngemäß zerfällt der Inhalt in 2 Abschnitte, der erste behandelt Verbindungen mit gemischten Komponenten, also anorganischen und organischen, der zweite solche, die aus rein organischen Bestandteilen aufgebaut sind. Als Eingang geht eine kurze, äußerst klare Skizzierung der Wernerschen Koordinationslehre voraus, sie ist insbesondere so dargestellt, daß sich nötige Erweiterungen für die Anwendung auf organische Moleküle von selber ergeben.

Es ist ferner sehr erfreulich, daß stets ein großer Wert auf möglichste Feststellung der Konstitution der Molekülverbindung, also den genauen Angriffspunkt der Nebenvalenz gelegt wird. Während die Bindungsart des anorganischen Teiles meist leicht zu ermitteln ist durch Analogie mit gut ausgebauten Klassen, z. B. den Metallammoniaken usw., ist dies bei den organischen Komponenten meist schwieriger. Enthält eine solche außer Kohlenstoff und Wasserstoff noch andere Elemente, wie Sauerstoff, Stickstoff, Schwefel usw., so geht die Nebenvalenzbindung in der überwiegenden Zahl der Fälle von diesen aus, so daß der Übergang zum anorganischen Molekül gegeben ist. Ist jedoch kein solches fremdes Element vorhanden, wie bei den aromatischen Kohlenwasserstoffen, so ist es bis heute nicht möglich, einen Angriffspunkt festzustellen, so daß die Frage offen bleibt, ob überhaupt ein solcher

Digitized by Google

lokalisiert werden kann, oder ob die ganze Gruppe (z. B. ein Benzolring) als solche, wie sie jetzt provisorisch in den Formeln fungieren, definitiv als Nebenvalenzträger angesehen werden muß. Der Verfasser bevorzugt die zweite Auffassung, die in dem Begriff „mehratomiges Valenzfeld" gut erläutert wird.

Die einzelnen speziellen Abschnitte sind nach den Atomen geordnet, die für den Zusammenhalt wichtig sind, z. B. für Affinitätsausgleich am Sauerstoff (Alkohole, Äther, Phenole, Aldehyde usw.), Stickstoff usw. Sehr übersichtlich werden im großen Zusammenhang Tatsachen, wie z. B. solche, daß alkoholischer und Carbonyl-Sauerstoff einander koordinativ vertreten können.

Die einzelnen Verbindungsklassen sind sehr verschieden weit ausgearbeitet. Am eingehendsten untersucht sind bis heute die Sauerstoffverbindungen und die Erscheinung der Halochromie. Von rein org. Körpern sind nur 2 Klassen gut ausgebaut: Die Chinhydrone und die Komplexe der Nitrokörper, die übrigen sind mehr tabellarisch zusammengestellt.

Im letzten Kapitel werden Beispiele gebracht, wo Molekülverbindungen als Zwischenstufen verschiedener chem. Reaktionen nachgewiesen werden konnten, oder wie bei der Waldenschen Umkehrung zur Erklärung notwendig sind.

Von großer Wichtigkeit ist das Studium der einfachen org. Molekülverbindungen auch für die Beurteilung der häufig so bedeutungsvollen intramolekularen Komplexbildung. Eine solche muß z. B. für die Großzahl der gebräuchlichen Farbstoffe angenommen werden.

Selbstverständlich gründet sich die Festlegung der Struktur, bei den oft sehr labilen Verbindungen zum großen Teil auf Analogieschlüsse mit gut untersuchten Klassen, bei denen sie (durch Isomerieverhältnisse, systematische Variation von Substituenten opt. Asymmetrie usw.) bereits festgestellt wurde. Immerhin versteht es der Verfasser auch den voreingenommenen Leser zu überzeugen, daß die Koordinationslehre uns vorläufig allein ein Mittel gibt, um das weitschichtige experimentelle Material nach einheitlichen Gesichtspunkten zu ordnen.

Th. Reichstein.

P. Walden, Molekulargrößen von Elektrolyten in nichtwäßrigen Lösungsmitteln. Zur Kenntnis der Polymerie, Assoziation und Autokomplexbildung von Salzen, Säuren und Basen. 8°. XI, 350 S. Dresden und Leipzig, Theodor Steinkopff. 1923.

Der wesentliche Inhalt der Monographie ist die Zusammenstellung des experimentellen Materials, das über die Molekulargrößen von reinen Flüssigkeiten und von gelösten Stoffen Auskunft gibt. Der Verfasser hat seine Sammlung auf alle bekannten Lösungsmittel außer Wasser ausgedehnt, wie es ja seiner seit Jahren mit Erfolg festgehaltenen Forschungsrichtung entspricht. Das Buch stellt die erste und eine in ihrer Mannigfaltigkeit ungemein reizvolle und einzigartige Übersicht über ein Gebiet dar, dessen experimentelle Bearbeitung noch manchen wesentlichen Beitrag verlangt und das dem modernen theoretischen Physiker ein gerütteltes Maß dankbarer Probleme bietet.

Nach einer Einleitung (I. Teil), die sich mit der Polymerie von Molekülen als sehr allgemeiner Eigenschaft der Materie überhaupt beschäftigt und einige Beispiele dafür beschreibt, werden im II. Teil die experimentellen Daten zur Assoziation reiner Flüssigkeiten wiedergegeben und diskutiert. Auf diesem interessanten Gebiet ist, was die rationelle molekulartheoretische Bearbeitung anlangt, noch sehr viel zu tun. Stimmen doch die verschiedenen im Lauf der Zeit zur Messung des Assoziationsgrades vorgeschlagenen Methoden fast nie quantitativ überein und sogar qualitative Divergenzen kommen vor: man kann sagen, daß noch keine klare Einsicht erreicht ist darüber, was die Messungsergebnisse der verschiedenen Methoden molekulartheoretisch bedeuten. — Klarer liegt dieser Punkt für den Molekularzustand gelöster Stoffe; die hier besonders von E. Beckmann (dessen Gedächtnis das Buch gewidmet ist) geschaffenen Methoden z. B. liefern Material, dessen Deutung im Sinne der van't Hoffschen Theorie der verdünnten Lösungen einfach ist. Teil III behandelt die Methodik der M.G.-Messung gelöster Stoffe in ziemlicher Vollständigkeit; zu erwähnen wäre hier vielleicht die von Rast neuerdings in handliche Form gebrachte Bargersche Methode, die von der Beschränkung auf die engen Temperaturberichte der Gefrier- bzw. Siedepunkte frei ist. Dieser Gesichtspunkt ist bei der Temperaturabhängigkeit der Assoziationsvorgänge nicht unwichtig und würde auch die Ausdehnung der von Frazer energisch bearbeiteten direkten osmotischen Methoden auf die verschiedensten Lösungsmittel erwünscht erscheinen lassen. —

Der umfangreichste IV. Teil enthält die Messungsergebnisse an gelösten Stoffen, besonders Elektrolyten; geordnet nach Lösungsmitteln. Diese sind in die zwei Gruppen der organischen und anorganischen geteilt; die ersten sind nach Verbindungstypen geordnet (Alkohole, Säuren, Ester, Ketone, Äther usw.), die zweiten nach der Stellung des charakteristischen Elementes im periodischen System (Alkalisalze, Erdalkalisalze, Aluminiumverbindungen usw.). Im ganzen erstreckt sich die Übersicht auf 103 als L.M. verwendete Stoffe. Sie strebt in erster Linie vollständige Wiedergabe der vorliegenden Versuche an und legt weniger Gewicht auf die Kritik der einzelnen experimentellen Daten. Die Deutung geschieht nach der van't Hoffschen Theorie der verdünnten Lösungen: die hiernach berechneten Molekulargewichte, Dissoziations- bzw. Assoziationsgrade werden als Darstellung der tatsächlichen Verhältnisse der Molekulargrößen angesehen. Dies ist für schwache Elektrolyte (diese sind in nichtwäßrigen Mitteln meist noch wesentlich schwächer als in Wasser) ohne wesentliche Bedenken; für starke Elektrolyte ist dies aber nicht der Fall. Denn die jetzt so vielseitig experimentell und theoretisch gestützte Ansicht Bjerrums, wonach die zwischen den Ionen wirkenden Kräfte eine wesentliche Modifikation der van't Hoffschen Theorie bedingen, gewinnt in Mitteln kleiner Dielektrizitätskonstanten stark an Bedeutung. Die Werte der nach van't Hoff berechneten Größen (M.G. usw.) haben also bei Salzen zunächst nur Sinn als einfachste Darstellung der Messungen.

Doch wird auch eine späterhin mögliche, theoretisch besser begründete Berechnung der wahren Molekülzahl eine sich klar abzeichnende Tatsache nicht grundsätzlich verändern können: gerade die typischen starken Elektrolyte neigen in L.M. mit kleiner Dielektrizitätskonstante stark zur Assoziation. Der elektrostatische Charakter dieser Erscheinung wird besonders deutlich in der von Walden aufgedeckten Beziehung, die den nach van't Hoff berechneten Assoziationsgrad eines bestimmten Satzes mit der D.K. des Mittels quantitativ verknüpft. Die theoretische Klärung dieser Vorgänge dürfte auch Licht auf die Verhältnisse in wäßrigen Salzlösungen werfen. — Die Ergebnisse an Nichtelektrolyten, bzw. schwachen Elektrolyten, können vielleicht Aufklärung über die zwischen den Molekülen wirkenden Kräfte bringen (Dipol-, Quadrupelpolkräfte). — Für die theoretische Bearbeitung der Versuchszahlen

Digitized by Google

müssen allerdings in allen Fällen die Wirkungen eventueller chemischer Umsetzungen eliminiert werden, die zwischen dem gelösten Stoff und dem L.M. vor sich gehen können. Zur Kritik dieser Vorgänge wird in einzelnen Abschnitten, z. B. bei Chloroform und Benzol, Material geliefert (Solvolyse). — Ein V. Teil faßt die Ergebnisse zusammen und bringt allgemeine Betrachtungen über die Beziehungen des Materials zu anderen Gebieten. Ein sorgfältig angelegtes Register erhöht den Wert des Buches als vielseitig brauchbares Nachschlagewerk.

Seine äußere Form ist gefällig; die vielen Tabellen sind übersichtlich angeordnet.

Als Übersicht über z. T. wenig bekanntes und bisher zerstreutes Material hat das Buch einen besonderen Wert und wird reiche Anregung ausüben können sowohl auf die Abrundung der experimentellen Forschungsergebnisse als auf die theoretische Durchdringung einer Reihe von wichtigen Fragen. L. Ebert.

H. Greinacher, Bausteine der Atome. Neujahrsblatt, herausgegeben von der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich auf das Jahr 1924, 126. Stück. 21 S. m. 18 Abbildungen. Zürich, Beer & Cie. 1924.

Das 126. Neujahrsblatt der Naturforschenden Gesellschaft Zürich entstammt der gewandten Feder Greinachers. Wie der Titel „Bausteine der Atome" erraten läßt, gibt der Verfasser eine Übersicht über die wichtigsten Eigenschaften der Ionen, Elektronen und Alphateilchen und schildert ihre Rolle beim Aufbau der Atome. Die Arbeit zerfällt in eine Reihe kürzerer Kapitel: 1. Materie und Elektrizität; 2. die Ionen; 3. die Isolierung und Analyse des Elektrons; 4. die Elektronenröhren; 5. Eigenschaften der Elektronen; 6. Energie und Masse; 7. die Alphastrahlen; 8. die Alphateilchen und der Atomkern; 9. das Alphateilchen als Baustein des Atoms; 10. das positive Elektron; 11. der Atombau. Durch sprachliche Gewandtheit, glückliche Veranschaulichungen und Anführung einer Reihe fast durchwegs eigener Versuche, die namentlich zu Demonstrationen sehr geeignet erscheinen, hat es der Verfasser verstanden, der Darstellung einen besonderen Wert zu verleihen und dem Gegenstand neue Seiten abzugewinnen. Die Schrift wendet sich in erster Linie an den gebildeten Laien und kann diesem als angenehme Lektüre warm empfohlen werden, aber auch der Fachmann wird manche Einzelheiten darin finden, die für ihn von Interesse sind. Tank.

W. Wien, Goethe und die Physik. Vortrag gehalten in der Münchner Universität am 9. Mai 1923. 8°. 39 S. m. Zitatnachweis. Leipzig, J. A. Barth, 1923. Gz. M. 1.20.

Das Problem: Goethe als Naturforscher hat Helmholtz als erster, und zwar mehr allgemein, unter dem Gesichtspunkt einer Kritik des Unterschiedes künstlerischer und wissenschaftlicher Gestaltung geistiger Werte behandelt. Der Vortrag Wiens untersucht insbesondere die Stellung Goethes zur Physik. Diese ist in seiner Geistesrichtung begründet und immer dort glücklich, wo es auf die Verbindung der Physik mit der Geisteskultur der Menschheit ankommt, erfolglos aber da, wo es sich um die Physik als Spezialwissenschaft handelt. Dies zeigt sich in der Feindschaft Goethes gegenüber der Theorie. Er erkennt die Wichtigkeit der Mathematik für die messende Wissenschaft zwar an, tadelt aber ihre Anwendung in der Physik. Noch unglücklicher ist Goethes Feindschaft gegenüber der Experimentalphysik, die nicht etwa durch Unkenntnis der Mathematik, sondern durch die geistige Einstellung auf die pantheistische Weltanschauung bedingt ist. Experimenten wird von vornherein jede Beweiskraft abgesprochen. Sie bewirken nur eine Absonderung des Menschen von der Welt der reinen Erscheinung, während doch der Mensch selbst der genaueste Apparat ist und, soweit der Teilgeist vermag, als solcher am besten den Weltgeist, ihm direkt gegenübertretend, verstehen kann. Die Physik dagegen strebt gerade Befreiung von den spezifischen Sinnesqualitäten in ihren Methoden an, also Befreiung von dem Element, welches Goethe als Grundlage und Vorbedingung für jede Erkenntnis des Urphänomens ansieht. So kann der Physiker Goethe in seinem Kampf gegen Newton nicht recht geben; denn Goethe greift ihn nicht in Schwächen seiner Theorie, sondern in seinen Experimenten an. Der Wert der Goetheschen Farbenlehre, soweit sie heute anerkannt wird, liegt auf dem Gebiete der Physiologie; für den Physiker ist Goethes Farbentheorie logisch unhaltbar.

Wo es sich dagegen um die allgemeinen Aufgaben der Wissenschaft und ihre Zusammenhänge mit der Gesamtheit der Kultur handelt, zwingen Goethes Anschauungen zu bedingungsloser Anerkennung. Über Aufgabe und Methode der Naturforschung, über das Verhältnis der Physik zur Philosophie, weisen z. B. die Maximen und Reflexionen, wie der Entwurf einer Farbenlehre die feinsten Bemerkungen auf. In den höchsten Höhen des menschlichen Erkennens trägt uns die poetische Verklärung im zweiten Teil des Faust. Die Mütter, die Gestaltungsformen des Denkens, umschwebt von den Bildern aller Kreatur, den Theorien als Ergebnis der Anwendung des Denkens auf das Naturgeschehen, verleihen — im Dreifuß — die Macht, durch die Theorie zur Erkenntnis zu gelangen und die Natur zu meistern. Alle Erkenntnis aber dringt nicht zur Wirklichkeit selbst, sondern nur zum ewig unvollkommenen Gleichnis vor.

Der Dank des Physikers, den er dem Philosophen und Erkenntniskritiker schuldet, gehört auch der Goetheschen Kunst. Baerwald.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Berufen: Der a. o. Professor an der Universität Jena Dr. Karl Försterling zum ord. Professor der theoretischen Physik an der Universität Köln, der ord. Prof. an der Universität München Geheimrat Dr. W. Wien hat die Berufung zum Präsidenten der Phys.-techn. Reichsanstalt abgelehnt.

Verliehen: Dem Privatdozent und Konservator am Institut für angewandte Chemie der Universität Erlangen Dr. Günter Scheibe Titel und Rang eines a. o. Professors.

Gestorben: Der Elektrotechniker Dr.-Ing. Charles E. L. Brown in Montagnola, Mitbegründer der A.-G. Brown, Boveri & Co. in Baden bei Zürich.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. F. Harms in Würzburg. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Digitized by Google

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

No. 12. 15. Juni 1924. Redaktionsschluß für No. 13 am 5. Juli 1924. 25. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

M. Yamada, Über die Kristallformen und die Kristallgitter. S. 289.

F. J. v. Wiśniewski, Über die K-Anregungsgrenze der leichten Elemente. S. 297.

G. Joos, Nachtrag zu meiner Arbeit über den Einfluß eines Magnetfeldes auf die Polarisation des Resonanzlichts. S. 298.

L. S. Ornstein u. H. C. Burger, Die Polarisation des Resonanzlichts. S. 298.

I. I. Tichanowsky, Theorie der Bestimmung der Kapillarkonstanten der Flüssigkeiten durch die Methode der Ringabreißung. S. 299.

F. Kirchner, Ein einfacher Demonstrationsversuch der direkten Messung der Geschwindigkeit von Kathodenstrahlen. S. 302.

F. Kirchner, Zur Theorie des lichtelektrischen Effekts. S. 303.

H. Kienle, Kosmische Refraktion. S. 306.

Besprechungen:

Zur Besprechung von F. Auerbach, Entwicklungsgeschichte der modernen Physik. S. 307.

H. Kayser u. H. Konen, Handbuch der Spektroskopie. S. 307.

R. Haren, Aufgabensammlung zur Festigkeitslehre mit Lösungen. S. 308.

L. Prandtl, Ergebnisse der Aërodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen. S. 308.

A. Haas, Einführung in die theoretische Physik. S. 308.

K. Hahn, Mathematische Physik. S. 309.

R. Henseling, Astronomie für Alle. S. 309.

A. Fraenkel, Einleitung in die Mengenlehre. S. 309.

P. Walden, Elektrochemie nichtwäßriger Lösungen. S. 310.

G. Tammann, Lehrbuch der heterogenen Gleichgewichte. S. 310.

F. Emde, Sinusrelief und Tangensrelief in der Elektrotechnik. S. 311.

Wavelength Tables for Spectrum Analysis. S. 311.

K. Mc Kready, Sternbuch für Anfänger. S. 311.

M. Born, Atomtheorie des festen Zustandes. S. 312.

Tagesereignisse. S. 312.

Personalien. S. 312.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über die Kristallformen und die Kristallgitter.

Von Mituo Yamada.

(Mit Tafel I.)

In einer früheren Arbeit[1]) habe ich eine Methode für die Berechnung der Oberflächenenergie der Kristalle entwickelt. Wenn das Kristallgitter und das Gesetz der atomaren Wirkung bekannt sind, so kann man die Oberflächenergie einer beliebigen Oberfläche berechnen und damit können auch die dem thermodynamischen Gleichgewichte entsprechende Kristallform sowie die Flächen der Spaltbarkeit theoretisch bestimmt werden. Umgekehrterweise können wir aus den Beobachtungen der Kristallform und der Spaltflächen wichtige Kenntnisse des Kristallgitters und der atomaren Wirkung ableiten. Einige Forscher haben kürzlich versucht, die atomaren Bindungskräfte in homöopolaren Kristallen durch die Annahme der heteropolaren Gitter, die aus Elektronen und positiven Ionen aufgebaut werden, zu erklären[2]). Für derartige Probleme sind die von uns gewonnenen Kenntnisse besonders wertvoll. Ich beabsichtige daher in der vorliegenden Arbeit die Oberflächenenergien für einige einfache Fälle unter gewissen Voraussetzungen über die atomaren Wirkungen zu berechnen, um klar zu stellen, ob die theoretisch zu erwartenden Kristallformen wirklich in der Natur vorkommen.

Wir stellen uns hier einige Kristalle, die aus Atomen einer Art aufgebaut werden, vor und nehmen ihre Strukturen als homöopolar an. Die Berechnungen sind für folgende vier Fälle ausgeführt worden: das einfache kubische Gitter, das kubisch flächenzentrierte Gitter, das kubisch raumzentrierte Gitter und das Diamantgitter. Das einfache kubische Gitter ist bis jetzt noch nicht in der Natur aufgefunden worden. Es stellt jedoch einen theoretisch recht interessanten Fall dar.

Was die atomaren Wirkungen anbetrifft, so setzen wir zunächst voraus, daß jedes Atom seine Wirkung nur auf seinesgleichen in nächster Nachbarschaft ausübt und die gegenseitige potentiale Energie zweier Atome immer vernachlässigt werden kann, die Fälle der am nächsten benachbarten Atompaare ausgenommen. Zweifellos ist diese Voraussetzung ganz frei von irgendeiner detaillierten Annahme über die atomare Wirkung. Für unsere Betrachtungen ist eine nähere Kenntnis der atomaren Wirkung nicht besonders von Nutzen.

1) Diese Zeitschr. **24**, 364, 1923. In jener Arbeit haben wir vorausgesetzt, daß die Temperatur absolut Null und das umgebende Medium das Vakuum ist. Auch die vorliegende Arbeit ist unter genau den nämlichen Voraussetzungen ausgeführt worden.

2) F. Haber, Sitzungsber. d. Kgl. Preuß. Akad. d. Wiss. (1919), S. 506 u. 990; J. J. Thomson, Phil. Mag. **43**, 721, 1922 u. **44**, 657, 1922.

Digitized by Google

Man kann die Oberflächenenergie einer ebenen Fläche eines Kristalls aus der Arbeit, die fürs Schneiden des Kristalls durch jene Ebene erforderlich ist, berechnen. Wenn man die Oberflächenenergie einer Fläche P mit σ und die Schneidungsarbeit mit W bezeichnet, so ist

$$\sigma = \frac{W}{2F},$$

wobei F den Flächeninhalt der Schnittebene P bedeutet, so daß $2F$ dem gesamten Flächeninhalt der auf beiden Seiten von P erzeugten Oberflächen entspricht.

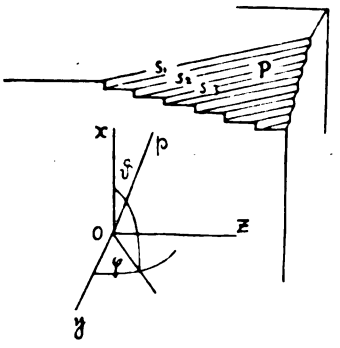


Fig. 1.

Man kann eine ebene Fläche P, die gegen die (1,0,0)-Fläche ein wenig geneigt ist, als eine aus vielen Stufen der (1,0,0)-Flächen aufgebaute treppenartige Fläche ansehen. Die Richtung der Stufenkanten s_1, s_2, s_3 ... wird durch das Azimut φ der Neigung der Fläche bestimmt. Die Höhe jeder Stufe d ist die Entfernung zwischen den benachbarten (1,0,0)-Atomschichten. Die Zahl der Stufen pro Höheneinheit ist $\frac{1}{d}$ und daher die pro Tiefeneinheit, wenn man mit ϑ den Neigungswinkel bezeichnet,

$$N = \frac{1}{d} \operatorname{tg} \vartheta.$$

Jeder Stufenkante muß eine Energiemenge, die wir „Stufenenergie" nennen, zugeschrieben werden. Die Oberflächenenergie der geneigten Fläche ist die Summe der Oberflächenenergie der Grundfläche (1,0,0) und der Stufenenergien aller Stufen. Daher erhalten wir, wenn wir die Stufenenergie pro Längeneinheit mit χ_φ bezeichnen,

$$\sigma_{\vartheta\varphi} = (\sigma_{100} + N\chi_\varphi)\cos\vartheta = \sigma_{100}\cos\vartheta + \frac{\chi_\varphi}{d}\sin\vartheta. \qquad (1)$$

Um die Stufenenergie zu berechnen, schneiden wir den Kristall zuerst durch die Ebene A_1B_1 und dann übertragen wir eine Halbschicht $B_1C_1C_2B_2$ von oberem zu unterem Teile. Aus Symmetriegründen ist es klar, daß die äußere Arbeit w nur dazu dient, die Halbschicht $B_1C_1C_2B_2$ von $A_1C_1C_2A_2$ zu trennen. Da diese Übertragung je eine Stufe auf der oberen und unteren Schnittfläche hervorruft, so ist die Stufenenergie pro Längeneinheit der Stufenkante

$$\chi_\varphi = \frac{w}{2L},$$

wobei L die Länge der Stufe bedeutet.

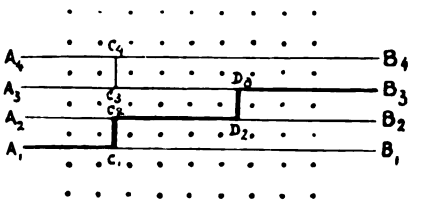


Fig. 2.

Wenn wir nochmals die Halbschicht $B_2D_2D_3B_3$ von oberem zu unterem Teile übertragen, um die zweite Stufe D_2D_3 zu machen, so ist dabei eine überschüssige Arbeit erforderlich, da wir eben $B_2D_2D_3B_3$ von dem keilförmigen Teile $A_1C_1C_2D_2D_3C_3C_4A_4$ trennen müssen. Wir nennen eine Hälfte von der dieser überschüssigen Arbeit entsprechenden Energie „gegenseitige Energie" der zwei Stufen C_1C_2 und D_2D_3. Ist aber der Bereich der atomaren Wirkung kleiner als C_2D_2, dann ist selbstredend keine überschüssige Arbeit nötig, so daß die gegenseitige Energie gleich null ist. Wenn die Neigung der geneigten Fläche klein ist, dann sind die Stufenkanten weit voneinander entfernt. Folglich kann man bis zu einem Grenzwerte von ϑ die gegenseitigen Energien der Stufen außer acht lassen. Somit ist die Formel (1) anwendbar.

In ähnlicher Weise kann eine Stufe des Azimutes φ als eine zickzackförmige Stufe, die aus vielen, $\varphi = 0$ entsprechenden Stufen besteht, angesehen werden. Jedem Stufenknickpunkte muß eine Energiemenge, die einer Hälfte der fürs Schneiden einer linearen Atomenreihe in zwei Teile erforderlichen Arbeit gleichkommt, zugeschrieben werden. Wir nennen diese „Energie des Stufenknickpunktes" und bezeichnen sie mit ε. Die Stufenenergie kann als Summe der Stufenenergie der Grundstufe und der Energien aller Knickpunkte betrachtet werden. Man kann daher χ in der Form

$$\chi_\varphi = \chi_0 \cos\varphi + \frac{\varepsilon}{d}\sin\varphi \qquad (2)$$

ausdrücken, wobei χ_0 eine $\varphi = 0$ entsprechende Stufenergie bedeutet. Wenn φ groß und die Entfernung zwischen benachbarten Knickpunkten

Digitized by Google

kleiner als der atomare Wirkungsbereich ist, so müssen wir die „gegenseitige Energie zweier Stufenknickpunkte" in Betracht ziehen. Aber bis zu einem Grenzwerte von φ kann man sie außer acht lassen.

Aus (1) und (2) erhält man ohne weiteres

$$\sigma = \sigma_{100} \cos\vartheta + \frac{\chi_0}{d} \sin\vartheta \cos\varphi + \frac{\varepsilon}{d^2} \sin\vartheta \sin\varphi, \tag{3}$$

eine Formel, welche in einem gewissen Bereiche von ϑ und φ anwendbar ist. Wenn man σ geometrisch durch die Längen derjenigen Fahrstrahlen, die von einem Punkte, d. i. dem Wulffschen Mittelpunkte, aus zu den entsprechenden geneigten Flächen senkrecht gezogen werden, darstellt, so beschreiben die Endpunkte jener Fahrstrahlen eine Kugelfläche[1]). Man ersieht diese Tatsache leicht aus (3), da diese als die sich auf Polarkoordinaten beziehende Gleichung einer Kugelfläche, die durch den Ursprung geht, gedeutet werden kann. Nehmen wir hier die tetragonalen Symmetrieachsen als rechtwinklige Koordinatenachsen, wie in Fig. 1, so sind

$$\cos\vartheta, \quad \sin\vartheta\cos\varphi, \quad \sin\vartheta\sin\varphi$$

die drei Richtungskonstanten der Fahrstrahlen und man erkennt leicht auch, daß der Punkt

$$x = \sigma_{100}, \quad y = \frac{\chi_0}{d}, \quad z = \frac{\varepsilon}{d^2}$$

der Antipol gegen o ist.

I. Einfaches kubisches Gitter.

An diesem Gitter ist jedes Atom von 6 nächstgelegenen Atomen umgeben worden. Wir können leicht den Wert von σ_{100} berechnen. Man stelle sich hier zweckmäßigerweise einen Faden zwischen je zwei benachbarten Atomen vor, um über die atomare Bindungskraft zwischen ihnen ins klare zu kommen. Dann kann man die Arbeit, die für das Schneiden des Kristalls erforderlich ist, eben als Arbeit beim Zerreißen eines Systems der Fäden ansehen. Wenn wir den Kristall durch eine (1,0,0)-Ebene schneiden, so ist die Zahl der Fäden, die dabei durchschnitten werden, $\frac{1}{\delta^2}$ pro ihrer Flächeneinheit, wobei δ die Gitterkonstante bedeutet. Bezeichnet man mit e die gegenseitige Potentialenergie zweier benachbarter Atome, die der Gitterstabilität halber natürlich negativ ist, so ist e diejenige Arbeit, welche diese Atome voneinander zu entfernen, d. h. einen Faden zwischen ihnen zn reißen, erforderlich ist. Folglich ist die Schneidungsarbeit für diese Ebene

$$\frac{1}{\delta^2} e$$

pro ihrer Flächeneinheit. Daher ist die Oberflächenenergie der (1,0,0)-Fläche

$$\sigma_{100} = \frac{1}{2\delta^2} e.$$

Die Arbeit, die eine (1,0,0)-Atomschicht durch eine, dem Azimut $\varphi = 0$ entsprechende Gerade zu schneiden erforderlich ist, kann ähnlicherweise berechnet werden. Man erhält leicht $\frac{1}{\delta} e$ pro Längeneinheit, so daß die Stufenenergie für $\varphi = 0$

$$\chi_0 = \frac{1}{2\delta} e$$

ist. Die Energie eines Stufenknickpunktes ist

$$\varepsilon = \frac{e}{2},$$

da die Arbeit, die eine lineare Atomenreihe in zwei Teile zu schneiden nötig ist, selbstverständlich e ist. Wir erhalten daher aus (3)

$$\left.\begin{aligned} \sigma = \frac{1}{2\delta^2} e\cos\vartheta + \frac{1}{2\delta^2} e\sin\vartheta\cos\varphi + \\ + \frac{1}{2\delta^2} e\sin\vartheta\sin\varphi. \end{aligned}\right\} \tag{4_1}$$

Nun müssen wir den Bereich von ϑ und φ, in welchem (4_1) anwendbar ist, vorsichtig untersuchen. Die Formel (2) ist anwendbar, wenn φ zwischen o und $\frac{\pi}{4}$ liegt, da in diesem Bereiche die gegenseitigen Energien der Stufenknickpunkte nicht in die Berechnung von χ eintreten. Im Falle von $\varphi = 0$ ist (1) zweifellos anwendbar, wenn ϑ zwischen o und $\frac{\pi}{4}$ liegt, da in diesem Bereiche die gegenseitigen Energien der Stufen nicht in die Berechnung von σ eintreten. In anderem Azimute beschränken wir zunächst den Grenzwert von ϑ in der Weise, daß die am stärksten geneigte Fläche einer digonalen Symmetrieachse parallel ist. Im Falle von $\varphi = \frac{\pi}{4}$ ist die Fläche der größten Neigung senkrecht zu einer trigonalen Symmetrieachse, und der Wert von ϑ ist $\arccos \frac{1}{\sqrt{3}}$. Bei jeder Neigung unter diesem Grenzwerte mischen sich die gegenseitigen Energien der Stufen niemals in die Berechnung von σ ein. Daher ist die Anwendbarkeit von (4_1) gerechtfertigt. Der hier betrachtete Bereich von ϑ und φ ist ein Raumwinkel q_1 in Fig. 3, der ein Sechstel eines Oktanten ist. Im diesem Bereiche wird σ durch eine Kugelfläche von (4_1) dargestellt. Aus Symmetriegründen überzeugt man sich mit

1) Vgl. P. Ehrenfest, Ann. d. Phys. **48**, 360, 1914.

Digitized by Google

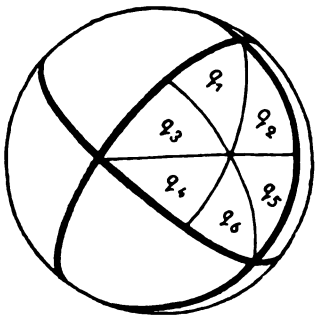


Fig. 3.

Leichtigkeit davon, daß σ auch in anderen Bereichen q_2, q_3, ... durch ganz identische Kugelflächen dargestellt wird. So wird σ im ganzen durch eine Gruppe der 48 Teilkugeln repräsentiert.

Wir müssen aber hier berücksichtigen, daß all die Teilkugeln für q_1, q_2, ... q_6 durch einen und denselben Punkt

$$x = \frac{1}{2\delta^2} e, \quad y = \frac{1}{2\delta^2} e, \quad z = \frac{1}{2\delta^2} e$$

als den Antipol gegen O durchgehen. So sind diese sechs Teilkugeln nichts anderes als die verschiedenen Teile einer und derselben Kugel,

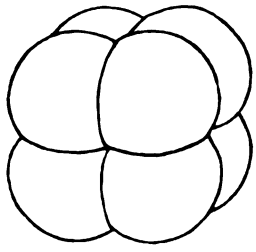


Fig. 4.

und jedem Oktanten entspricht eine Teilkugel, so daß die σ-Fläche aus 8 Teilkugeln besteht. So bildet sich längs der Schnittlinie zweier benachbarter Teilkugeln je eine scharfe Vertiefung „Tal", und an jedem Schnittpunkte, wo sich vier Teilkugeln aneinander legen, ein spitzes Loch „Grube".

Da der Wert der Oberflächenenergie bekannt ist, kann man die Kristallform durch die Wulffsche Methode konstruieren. Wenn man nämlich an jedem Endpunkte der Fahrstrahlen der σ-Fläche eine senkrechte Ebene macht, dann stellt das innerste, von diesen Ebenen umhüllte Polyeder, das Wulffsche Polyeder, die Kristallform dar. In diesem Falle ist das Wulffsche Polyeder ein Würfel, der von den, den sechs Grubenspitzen entsprechenden Ebenen umhüllt ist. Diese sechs Ebenen schneiden die tetragonalen Symmetrieachsen senkrecht in der Entfernung $\frac{1}{2\delta^2} e$ von O. Die übrigen Ebenen gehen durch einen oder durch zwei benachbarte von den acht Punkten

$$x = \pm\frac{1}{2\delta^2} e, \quad y = \pm\frac{1}{2\delta^2} e, \quad z = \pm\frac{1}{2\delta^2} e,$$

nämlich eine Ecke oder eine Kante des Würfels hindurch, und sie können nicht auf dem Wulffschen Polyeder erscheinen.

Der Kristall hat daher eine kubische Form. Die Spaltung, die wir an den Minima der Oberflächenenergie erwarten[1]), wird somit auch an den Würfelflächen auftreten.

II. Kubisch flächenzentriertes Gitter.

An diesem Gitter ist jedes Atom von 12 nächstgelegenen Atomen umgeben. Die Zahl der Fäden, die durch eine (1,0,0)-Ebene durchschnitten werden, ist 4 pro Flächeninhalt $\left(\frac{\delta}{\sqrt{2}}\right)^2$ der Schnittebene, und folglich $\frac{8}{\delta^2}$ pro ihrer Flächeneinheit, so daß

$$\sigma_{100} = \frac{4}{\delta^2} e$$

ist, wobei δ die Gitterkonstante bedeutet. Ähnlicherweise erhalten wir

$$\chi_0 = \frac{1}{\delta} e,$$

und auch

$$\varepsilon = 0.$$

Führt man diese Werte in (3) ein und berücksichtigt, daß $d = \frac{\delta}{2}$, so ergibt sich

$$\sigma = \frac{4}{\delta^2} e \cos\vartheta + \frac{2}{\delta^2} e \sin\vartheta \cos\varphi. \qquad (4_2)$$

Die Formel (2) ist anwendbar, wenn φ zwischen 0 und $\frac{\pi}{4}$ liegt, und (1) ist bis zu der Grenzneigung, die wir schon in I dargelegt haben, gültig. Daher kann man (4_2) in einem Bereiche q_1 anwenden, und die σ-Fläche besteht aus 48 Teilkugeln. Die Teilkugel für den Bereich q_7 stimmt aber mit der für q_2 ganz überein, da diese zwei Kugeln aus Symmetriegründen einen und denselben Antipol gegen O

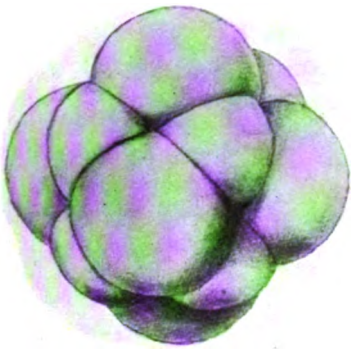
$$x = \frac{4}{\delta^2} e, \quad y = \frac{2}{\delta^2} e, \quad z = 0$$

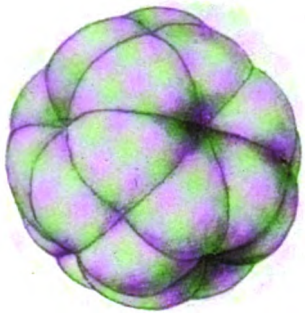
haben. Die Zahl der Teilkugeln ist daher 24, von denen jede einem Bereich wie Q entspricht. Auf jeder tetragonalen Symmetrieachse schneiden

1) Vgl. meine vormalige Arbeit, § 4, l. c.

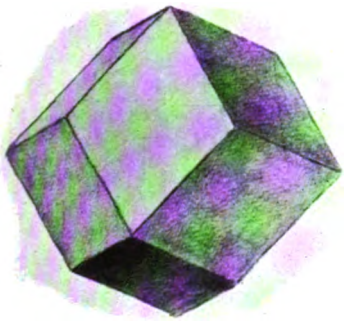
Digitized by Google

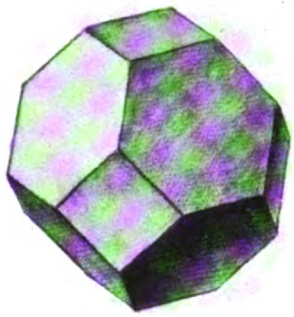
σ-Fläche.

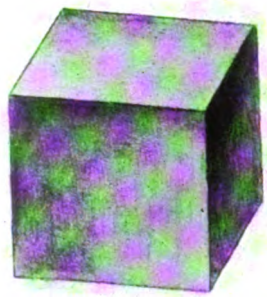




Wulffsches Polyeder.







Kubisch raumzentriertes Gitter. Kubisch flächenzentriertes Gitter. Einfaches kubisches Gitter.

Digitized by Google

Digitized by Google

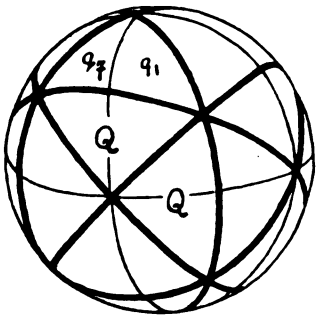


Fig. 5.

sich je vier und auf jeder trigonalen Symmetrieachse je sechs Teilkugeln. An den dadurch erzeugten Schnittpunkten kommt jedesmal eine Grubenspitze zur Bildung.

In diesem Falle ist das Wulffsche Polyeder ein Kubooktaeder. Es besteht nämlich aus sechs Würfelflächen, die den Grubenspitzen auf den tetragonalen Symmetrieachsen entsprechen, und acht Oktaederflächen, die den Grubenspitzen auf den trigonalen Symmetrieachsen entsprechen. Die Entfernung zwischen O und den Würfelflächen ist

$$\sigma_{100} = \frac{4}{\delta^2} e,$$

und die zwischen O und den Oktaederflächen läßt sich aus (4_2) berechnen, indem wir

$$\vartheta = \arccos \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad \varphi = \frac{\pi}{4}$$

setzen. Wir erhalten dafür

$$\sigma_{111} = \frac{2\sqrt{3}}{\delta^2} e.$$

Den letzten Wert kann man auch unmittelbar durch die Berechnung der Schneidungsarbeit für (1,1,1)-Ebene erhalten.

Der Kristall hat daher eine kubooktaedrische Form, wie in Fig. 6 abgebildet. Die Spaltung

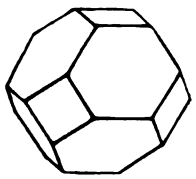


Fig. 6.

wird auch an der Würfel- und Oktaederfläche auftreten. Aber das Minimum von σ an dieser ist schärfer als das an jener, so daß sich eine vollkommene Spaltung eher an den Oktaederflächen erwarten läßt.

III. Kubisch raumzentriertes Gitter.

In diesem Gitter ist jedes Atom von 8 nächstgelegenen umgeben. Die Zahl der Fäden, die durch die (1,0,0)-Ebene durchschnitten werden, ist 4 pro Flächeninhalt δ^2 der Schnittebene und folglich $\frac{4}{\delta^2}$ pro ihrer Flächeneinheit, so daß

$$\sigma_{100} = \frac{2}{\delta^2} e$$

ist, wobei δ die Gitterkonstante ausdrückt. Ähnlicherweise erhalten wir

$$\chi_0 = 0,$$

und

$$\varepsilon = 0.$$

Setzt man diesen Wert in (3) ein, so resultiert daraus

$$\sigma = \frac{2}{\delta^2} e \cos\vartheta. \qquad (4_3)$$

Die Formel (2) ist anwendbar, ähnlich wie in I und II, wenn φ zwischen 0 und $\frac{\pi}{4}$ liegt. Wir müssen aber den Grenzwert von ϑ derart beschränken, daß die am stärksten geneigte Fläche mit einer trigonalen Symmetrieachse parallel läuft. Geht die Neigung über diesen Grenzwert hinaus, so müssen wir die gegenseitigen Energien der Stufen in Betracht ziehen. Der dabei beschränkte Bereich von ϑ und φ ist q_1^1, in Fig. 7, und die übrigen $q_2^1, q_3^1, \ldots$

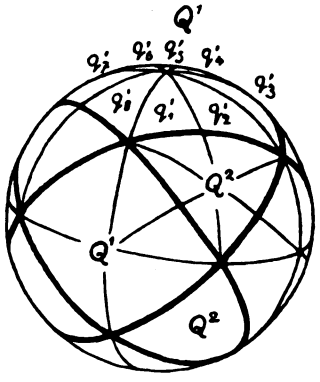


Fig. 7.

spielen auch genau die nämliche Rolle wie q_1^1. Diesen Bereichen entsprechen identische Teilkugeln. Man sieht aber, daß alle Teilkugeln für $q_1^1, q_2^1 \ldots q_8^1$ denselben Antipol gegen O

$$x = \frac{2}{\delta^2} e, \quad y = 0, \quad z = 0$$

haben. So stimmen die acht Teilkugeln miteinander ganz überein und jedem viereckigen Bereiche wie Q^1 entspricht eine Teilkugel.

Digitized by Google

Diese Tatsache läßt sich leicht begreifen. In diesem Falle ist χ immer gleich null wie χ_0 und ε. Somit hängt σ nur von ϑ ab. Die Formel (4_3) ist daher in dem Bereiche Q^1 auf alle Azimute anwendbar.

Um für die dreieckigen Bereiche wie Q^2, wovon oben noch nicht die Rede war, den Wert von σ zu berechnen, ist es zweckmäßig, die (1,1,1)-Fläche für die Grundfläche zu nehmen[1]). In der (1,1,1)-Atomschicht stellen die Atome sich in einer triangulären Verteilung. Wir bezeichnen mit θ die Neigung der Flächen in bezug auf die (1,1,1)-Fläche. Die Oberflächenenergie der (1,1,1)-Fläche kann unmittelbar aus der entsprechenden Schneidungsarbeit berechnet werden. Wir erhalten demnach

$$\sigma_{111} = \frac{\sqrt{3}}{\delta^2} e.$$

Da die Atome in einer (1,1,1) Atomschicht nicht miteinander verbunden sind, so ist

$$\chi = 0$$

von dem Azimute unabhängig. Hieraus erhellt

$$\left.\begin{aligned} \sigma &= \sigma_{111} \cos\theta, \\ &= \frac{\sqrt{3}}{\delta^2} \cos\theta. \end{aligned}\right\} \quad (5_3)$$

Die entsprechende σ-Fläche geht durch den Punkt, der auf der trigonalen Symmetrieachse in der Entfernung $\frac{\sqrt{3}}{\delta^2}$ von O liegt, d. h.

$$x = \frac{1}{\delta^2} e, \quad y = \frac{1}{\delta^2} e, \quad z = \frac{1}{\delta^2} e$$

hindurch, und dieser Punkt ist der Antipol gegen O.

Wir können den Bereich der Anwendbarkeit von (5_3) in folgender Weise bestimmen. A ist ein Atom in einer (1,1,1)-Atomschicht und B_1, B_2, B_3 sind die in der nächsten Atomschicht. Wir beschränken den Grenzwert von θ dermaßen, daß für jeden Azimut die am größten geneigte Fläche der Geraden AB_1, AB_2 oder AB_3 parallel ist. In diesem Bereiche treten die gegenseitigen Energien der Stufen nicht in die Berechnung von σ ein. Dieser Bereich ist einer der dreieckigen Bereiche Q^2...

Die σ-Fläche besteht aus 6 Teilkugeln erster Art und 8 Teilkugeln zweiter Art, wobei zwölf Grubenspitzen auf den digonalen Symmetrieachsen erscheinen. Das Wulffsche Polyeder ist ein rhombisches Dodekaeder. Die Entfernung seiner Flächen von O kann aus (4_3) berechnet werden, indem man

$$\vartheta = \frac{\pi}{4}$$

setzt. Man erhält also

$$\sigma_{110} = \frac{\sqrt{2}}{\delta^2} e.$$

Aus (5_3) kann man auch denselben Wert erhalten, wenn man

$$\frac{\pi}{2} - \theta = \arccos\frac{1}{\sqrt{3}}$$

setzt. Die unmittelbare Berechnung aus der Schneidungsarbeit führt auch zu demselben Werte.

Der Kristall hat daher eine rhombisch-dodekaedrische Form. Die Spaltung ist auch an den Flächen dieses Polyeders zu erwarten.

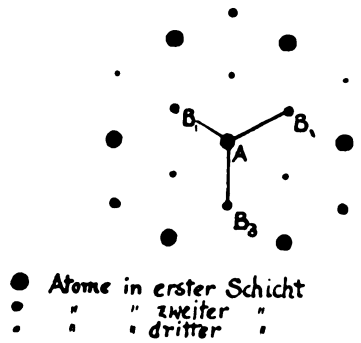


Fig. 8.

IV. Diamantgitter.

In diesem Falle ist die Verteilung der Atome etwas kompliziert, somit ist die mathematische Bestimmung der σ-Fläche sehr mühsam. Ich möchte daher die Oberflächenenergie nur für einige spezielle Flächen berechnen.

Durch unmittelbare Berechnung aus der Schneidungsarbeit erhalten wir[1])

$$\sigma_{100} = \frac{4}{\delta^2} e, \quad \sigma_{110} = \frac{4}{\sqrt{2}\delta^2} e, \quad \sigma_{111} = \frac{4}{\sqrt{3}\delta^2} e,$$

wobei δ die Gitterkonstante bedeutet. Wir müssen aber hier bemerken, daß die Zwischenräume der (1,1,1) Atomschichten abwechselnd klein und groß sind. Somit erhalten wir zwei Werte für σ_{111}. Obiger Wert ist der kleinere.

Da diese drei Werte im Verhältnisse von $1, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}}$ sind, so ist das Wulffsche Polyeder ein Oktaeder. Freilich ist diese Prüfungrechnung

1) Wir stellen uns ein prismatisches Kristallstück vor, dessen Achse einer trigonalen Symmetrieachse parallel ist. Der Querschnitt ist die (1,1,1)-Fläche, die wir für die Grundfläche nehmen, und wir betrachten andere geneigte Flächen aus den Stufen der (1,1,1)-Flächen gebildet zu sein.

1) P. P. Ewald hat die Spaltung des Diamanten in dieser Weise untersucht. Ann. d. Phys, **44**, 657, 1914.

Digitized by Google

eine ungenügende, trotzdem bleibt aber dieser Schluß zu Recht bestehen.

Man kann daher eine oktaedrische Kristallform und die Spaltung an den Oktaederflächen erwarten.

Bis jetzt haben wir vorausgesetzt, daß jedes Atom nur auf seine nächsten Nachbarn wirkt. Nun wollen wir unsere Voraussetzung sofern erweitern, als jedes Atom bis in seine zweitnächstgelegenen wirksam ist.

I'. Einfaches kubisches Gitter.

Wir stellen uns jede zwei zweitnächst gelegenen Atome durch einen Faden verbunden vor und bezeichnen mit e' die Reißarbeit eines Fadens, die der gegenseitigen Potentialenergie $-e'$ dieser Atome entspricht. Wir wollen derartige Fäden „sekundäre Fäden" nennen, im Gegensatz zu den „primären", die, wie ich schon bemerkte, die nächstgelegenen Atome miteinander verbinden.

Ein System der Atome, die miteinander durch die sekundären Fäden verbunden werden, bildet ein kubisch flächenzentriertes Gitter, und das ganze System eines einfachen kubischen Gitters besteht aus zwei sekundären Gittern. Wenn man mit δ die Gitterkonstante des ganzen Gitters bezeichnet, so ist 2δ die der zwei sekundären Gitter.

Wenn man den Kristall durch eine Ebene schneidet, kann man die Schneidungsarbeit in drei Teile zerlegen. Der erste ist die Reißarbeit der primären Fäden, der zweite ist die der einem sekundären Gitter zugehörigen und der dritte endlich ist die der dem anderen sekundären Gitter zugehörigen sekundären Fäden. Dementsprechend kann man die Oberflächenenergie als die Summe dreier Teile ansehen. Der erste σ_{prim} ist schon in I berechnet worden und die übrigen zwei σ_{sec} aus (4_2) in II berechenbar. Wir erhalten daher

$$\sigma = \sigma_{\text{prim}} + 2\,\sigma_{\text{sec}},$$

wobei für q_1 in Fig. 3

$$\sigma_{\text{prim}} = \frac{1}{2\delta^2} e \cos\vartheta + \frac{1}{2\delta^2} e \sin\vartheta \cos\varphi + \frac{1}{2\delta^2} e \sin\vartheta \sin\varphi,$$

$$\sigma_{\text{sec}} = \frac{4}{(2\delta)^2} e' \cos\vartheta + \frac{2}{(2\delta)^2} e' \sin\vartheta \cos\varphi.$$

Die σ-Fläche macht sich auch mit Hilfe von drei Komponentenflächen leicht ersichtlich. Neben sechs Gruppenspitzen auf den tetragonalen Symmetrieachsen erscheinen auch acht Spitzen auf den trigonalen Symmetrieachsen. Diese Spitzen sind nämlich Vertiefungen oder Erhöhungen, je nachdem e' positiv oder negativ ist. Wenn e' positiv ist, so ist die Kristallform ein Würfel, dessen acht Ecken durch Oktaederflächen abgeschnitten werden. Wenn e' hingegen negativ ist, so ist die Kristallform ein vollkommener Würfel. Die Spaltung wird an den Würfelflächen und Oktaederflächen oder nur an jenen erwartet. Ihre Vollkommenheit hängt eben von dem Verhältnisse $\frac{e'}{e}$ ab.

II'. Kubisch flächenzentriertes Gitter.

In diesem Falle sind die sekundären Gitter einfach kubisch, und das ganze System eines kubisch flächenzentrierten Gitters besteht aus vier sekundären Gittern. Ihre Gitterkonstante ist der des ganzen Gitters δ gleich.

Man erhält sogleich

$$\sigma = \sigma_{\text{prim}} + 4\,\sigma_{\text{sec}},$$

wobei für q_1 in Fig. 5

$$\sigma_{\text{prim}} = \frac{4}{\delta^2} e \cos\vartheta + \frac{2}{\delta^2} e \sin\vartheta \cos\varphi,$$

$$\sigma_{\text{sec}} = \frac{1}{2\delta^2} e' \cos\vartheta + \frac{1}{2\delta^2} e' \sin\vartheta \cos\varphi + \frac{1}{2\delta^2} e' \sin\vartheta \sin\varphi.$$

Vierzehn Grubenspitzen erscheinen, in gleicher Weise wie vorher, auf den trigonalen und tetragonalen Symmetrieachsen. Aber die Schärfe der auf den tetragonalen Achsen erscheinenden Spitzen hängt von dem Vorzeichen von e' ab. Die Kristallform ist, wie in II, ein Kubooktaeder, dessen Würfelfläche sich relativ vergrößert oder verkleinert, je nachdem e' positiv oder negativ ist. Die Spaltung, deren Vollkommenheit von $\frac{e'}{e}$ abhängt, wird auch an seinen Flächen erwartet.

III'. Kubisch raumzentriertes Gitter.

An diesem Gitter sind die sekundären Gitter einfach kubisch, und das ganze System eines kubisch raumzentrierten Gitters besteht aus zwei sekundären Gittern. Ihre Gitterkonstante ist der des ganzen Gitters δ gleich.

Man erhält also

$$\sigma = \sigma_{\text{prim}} + 2\,\sigma_{\text{sec}},$$

wobei für q_1^1 in Fig. 7

$$\sigma_{\text{prim}} = \frac{2}{\delta^2} e \cos\vartheta,$$

$$\sigma_{\text{sec}} = \frac{1}{2\delta^2} e' \cos\vartheta + \frac{1}{2\delta^2} e' \sin\vartheta \cos\varphi + \frac{1}{2\delta^2} e' \sin\vartheta \sin\varphi,$$

Digitized by Google

und für Q^2

$$\sigma_{\text{prim}} = \frac{\sqrt{3}}{\delta^2} e \cos\vartheta,$$

$$\sigma_{\text{sec}} = \frac{\sqrt{3}}{\delta^2} e' \cos\vartheta.$$

Diese letzte Formel kann man erhalten, wenn man bei der Berechnung von σ des einfachen kubischen Gitters die (1,1,1)-Fläche zur Grundfläche nimmt.

Auf die digonalen Symmetrieachsen erscheinen zwölf Grubenspitzen wie vorher. Auf tetragonalen Symmetrieachsen erscheinen sechs Spitzen, die als Vertiefungen oder Erhöhungen zum Vorschein kommen, je nachdem e' positiv oder negativ ist.

Wenn e' positiv ist, so ist die Kristallform ein rhombisches Dodekaeder, dessen secks Ecken durch die Würfelfläche abgeschnitten werden. Wenn e' hingegen negativ ist, so ist sie ein vollkommenes rhombisches Dodekaeder. Die Spaltung, deren Vollkommenheit von $\frac{e'}{e}$ abhängt, ist auch an seinen Flächen zu erwarten.

IV'. Diamantgitter.

In diesem Falle sind die sekundären Gitter kubisch flächenzentriert, und das ganze System eines Diamantgitters besteht aus zwei sekundären Gittern. Auf Grund der Ausführungen in IV und II sieht man ein, daß die Kristallform ein Oktaeder ist, sowie daß seine Ecken ein wenig durch die Würfelflächen abgeschnitten werden, wenn e' positiv ist. Die vollkommene Spaltung wird hier an den Oktaederflächen erwartet, und damit auch die unvollkommene an den Würfelflächen, wenn e' positiv ist.

Nun wollen wir sehen, wieweit unsere Berechnungen mit den Erfahrungen übereinstimmen. Hier stellt sich uns zunächst eine große Schwierigkeit entgegen. Unsere Berechnungen sind gemacht für denjenigen Fall, in welchem die Temperatur die absolute Null und das umgebende Medium das Vakuum darstellt. Der Einfluß der Temperatur könnte vermutlich nicht so groß sein, daß er die Kristallformen gänzlich verändert, der des umgebenden Mediums hingegen darf auf keinen Fall ignoriert werden. Nur in dem Falle, in welchem der Kristall durch das Sublimationsverfahren gebildet wird, können unsere Bedingungen annähernd erfüllt werden. Andererseits sind die Spaltungsflächen vom umgebenden Medium nicht abhängig. Jedenfalls sind aber bis jetzt nur wenige sichere Versuchsergebnisse zutage gefördert worden.

Folgende Tabelle, die ich der Chemischen Kristallographie von Groth entnehme, enthält einige glaubwürdige Daten.

Tabelle[1]).

	Beobachtete Kristallflächen	Kristallisierungsverfahren	Spaltflächen oder Gleitflächen
Cu	(111)	Sublimation	(111)
Ag	(111), (100)	Sublimation	(111)
Au	(111), (100)	Sublimation	(111)
Pt	(111), (110)	kristallisiert in geglühten Drähten	—
Pb	(111), (100)	Sublimation	(111)
Fe	(111), (100)	Sublimation	(100)
Diamant	(111)	Moissansche Versuche	(111)

Man sieht aus dieser Tabelle, daß bei den Kristallen des kubisch flächenzentrierten Gitters nur die Oktaeder- und Würfelflächen auftreten, und zwar hauptsächlich die ersteren. Die Spaltungen dieser Kristalle und des Diamanten treten auch an den Oktaederflächen auf. Diese Beispiele stimmen mit unseren Resultaten völlig überein. Freilich kann man daraus nicht die homöopolare Struktur dieser Kristalle folgern, da derartige Kristallformen und Spaltungen auch bei anderen heteropolaren Strukturen vorkommen mögen. Es ist aber bemerkenswert, daß diese Beispiele unter der Voraussetzung der homöopolaren Strukturen erklärt werden können. Es sei ferner bemerkt, daß das von einigen Forschern vorgeschlagene, steinsalzartige heteropolare Gitter der einwertigen Metalle mir schwer annehmbar scheint, da ein derartiges Gitter vermutlich eine kubische Kristallform bietet.

Der Eisenkristall macht eine Ausnahme, die mit unserem Resultate nicht übereinstimmt. Und leider ist dieser das einzige Beispiel für das kubisch raumzentrierte Gitter. Das Eisen hat aber zwei Phasenumwandlungspunkte bei den Temperaturen 900° C und 1410° C, zwischen denen sein Kristallgitter kubisch flächenzentriert ist. Wir müssen daher sehr vorsichtig sein, daraus irgendeinen bestimmten Schluß zu ziehen. Ob dieses Beispiel auf eine heteropolare Struktur des Eisenkristalls oder überhaupt aller metallischen Kristalle hinweist oder nicht, kann nur durch vorsichtige Versuche aufgeklärt werden.

1) In den Fällen von *Cu*, *Ag*, *Au* und *Pb*, wobei die Spaltflächen noch nicht klar gemacht worden sind, haben wir die sogenannten Gleitflächen an ihre Stellen eingeführt.

Sendai, 25. Dezember 1923.

(Eingegangen 18. Februar 1924.)

Digitized by Google

Über die K-Anregungsgrenze der leichten Elemente.

Von Felix Joachim v. Wiśniewski.

In der im Jahre 1923 in dieser Zeitschrift veröffentlichten Arbeit hat Herr Holtsmark[1]) darauf aufmerksam gemacht, daß die K-Anregungsgrenzen der leichten Elemente, nämlich des Heliums (He), des einfach ionisierten Lithiums ($Li^{\cdot}$), des zweifach ionisierten Berylliums ($Be^{\cdot\cdot}$), des dreifach ionisierten Bors ($B^{\cdot\cdot\cdot}$) und des vierfach ionisierten Kohlenstoffes ($C^{\cdot\cdot\cdot\cdot}$) angenähert bei dreiviertel des Wertes liegen, der diesen Elementen durch Extrapolation der für höhere Elemente bestimmten K-Grenze zuzuschreiben wäre.

Es muß bemerkt werden, daß für Kohlenstoff die beiden K-Grenzen beobachtet sind.

Da nach der Bohrschen Theorie bei der Erregung zur Emission der K_α-Linie ein Elektron aus der einquantigen Bahn auf eine höherquantige gebracht wird, so sieht Herr Holtsmark den Grund dieser Diskrepanz bei den leichten Elementen in der Tatsache, daß wenn die zweiquantige Bahn nicht vollbesetzt ist, das einquantige Elektron auf die zweiquantige Bahn springen kann, während im Falle, daß diese Bahn vollbesetzt ist, das Elektron aus der einquantigen Bahn in eine höher als zweiquantige springen muß, um die K_α-Linie zu erregen.

In dem ersten Falle fällt die K-Grenze mit der K_α-Linie zusammen, in dem zweiten aber ist die K-Grenze größer als die K_α-Linie.

Da aber für die hier besprochenen Elemente zweiquantige Elektronen fehlen, so fällt die K_α-Grenze mit der K_α-Linie zusammen, während bei den höheren Elementen, wo die zweiquantigen Bahnen vollbesetzt sind, die K-Grenze größer als die K_α-Linie sein muß.

Unten will ich zeigen, daß diese Deutung der K-Anregungsgrenze für die leichten Elemente (He, $Li^{\cdot}$, $Be^{\cdot\cdot}$, $B^{\cdot\cdot\cdot}$, $C^{\cdot\cdot\cdot\cdot}$) durch eine andere ersetzt werden kann, die zu einem mit der Erfahrung übereinstimmenden Ausdruck für das K-Anregungspotential führt.

Wir behaupten also, daß das K-Anregungspotential der genannten Elemente gleich ist dem Ionisationspotentiale dieser Elemente, wenn im Anfangszustande die beiden Elektronen nicht auf einer einquantigen, sondern auf einer zweiquantigen Bahn kreisen.

Um diese Behauptung zu beweisen, nehmen wir mit Bohr an, daß die beiden Elektronen den Kern diametral zueinander umkreisen in gleichem Abstande und auf gleicher Kreisbahn.

1) Diese Zeitschr. **24**, 225, 1923.

Wenn man mit a den Radius der Kreisbahn und mit ω die Winkelgeschwindigkeit der Elektronen bezeichnet, so erhält man durch Gleichsetzen der Zentrifugalkraft $m \cdot a \cdot \omega^2$ jedes Elektrons mit der auf dieses Elektron wirkenden elektrischen Kraft

$$\left(Z - \frac{1}{4}\right)\frac{e^2}{a^2}$$

folgende Gleichung:

$$m \cdot a \cdot \omega^2 = \left(Z - \frac{1}{4}\right)\frac{e^2}{a^2}$$

m ist gleich der Masse des Elektrons.

Aus dieser Gleichung und aus der Quantenbedingung:

$$m \cdot a^2 \cdot \omega = s \cdot \frac{h}{2\pi} \qquad (s = 1, 2, 3, \ldots)$$

erhalten wir:

$$a = \frac{s^2 \cdot h^2}{m \cdot \pi^2 \cdot e^2 \cdot (4Z - 1)}$$

$$a \cdot \omega = \frac{\pi \cdot e^2 \cdot (4Z - 1)}{2s \cdot h}.$$

Durch Einsetzen dieser Werte von a und ω in den Ausdruck

$$W = ma^2 \cdot \omega^2 - \frac{2Ze^2}{a} + \frac{e^2}{2a}$$

der totalen Energie erhalten wir:

$$W = -\frac{(4Z - 1)^2}{8} \cdot \frac{Nh}{s^2},$$

wo

$$Nh = \frac{2\pi^2 \cdot m \cdot e^4}{h^2} = 13{,}53 \text{ Volt.}$$

Die Energie Z die zugeführt werden muß, um die beiden Elektronen aus der zweiquantigen Bahn ins Unendliche zu entfernen, ist dann:

$$E = -W = \frac{(4Z - 1)^2}{32} \cdot 13{,}53 \text{ Volt},$$

da $s = 2$ ist.

In der untenstehenden Tabelle sind die berechneten Werte von E mit den für das K-Anregungspotential beobachteten zusammengestellt.

Tabelle I.

Z	Element	Berechnet E (Volt)	Beobachtet K-Grenze (Volt)	Beobachter
2	He	20,7	20,5→21.3	Franz Knipping
3	$Li^{\cdot}$	51,14	52,6	Holtsmark
4	$Be^{\cdot\cdot}$	95,1	95	„
5	$B^{\cdot\cdot\cdot}$	152,8	145→150	„
			215	Hughes
6	$C^{\cdot\cdot\cdot\cdot}$	223,6	234	Foote-Hohler

Wie man sieht, ist die Übereinstimmung zwischen den berechneten Werten von E und

Digitized by Google

den beobachteten von K-Anregungsgrenzen sehr gut, so daß unsere Behauptung bezüglich der Bedeutung der K-Anregungsgrenze als bewiesen angesehen werden darf.

Daraus folgt weiter, daß die K_α-Linie nur dann emittiert werden kann von den Metallen $Li^{\cdot}$ $Be^{\cdot\cdot}$ $B^{\cdot\cdot\cdot}$ und $C^{\cdot\cdot\cdot\cdot}$, wenn diese Elemente vollständig ionisiert sind.

Die numerischen Werte der K-Anregungsgrenze sind der oben zitierten Arbeit von Herrn Holtsmark entnommen.

Die Diskrepanz[1]) zwischen den beobachteten K-Grenzen der leichten Elemente und den für dieselben Elemente durch Extrapolation aus den höheren Elementen erhaltenen dürfte darin ihren Grund haben, daß den beiden Vorgängen verschiedene Mechanismen zugrunde liegen[2]).

Den K-Grenzen der leichten Elemente sollte der hier besprochene Mechanismus zugrunde liegen, und den höheren Elementen der von Herrn Holtsmark beschriebene.

Es folgt noch weiter, daß die He, $Li^{\cdot}$, $Be^{\cdot\cdot}$, $B^{\cdot\cdot\cdot}$, $C^{\cdot\cdot\cdot\cdot}$ Elemente auch solche stabile Anordnungen haben, bei denen die beiden Elektronen auf einem zweiquantigen Kreise sich bewegen.

1) Holtsmark, oben zitierte Arbeit.
2) Die beobachteten K-Grenzen sind angenähert $^3/_4$ der durch Extrapolation erhaltenen.

(Eingegangen 6. April 1924.)

Nachtrag zu meiner Arbeit über den Einfluß eines Magnetfeldes auf die Polarisation des Resonanzlichts[1]).

Von Georg Joos.

Herr Pringsheim machte nahezu gleichzeitig mit mir in den Naturwissenschaften[2]) eine vorläufige Mitteilung über das gleiche Thema, deren wesentlicher Inhalt sich mit meinen Ausführungen deckt. Durch diese Mitteilung wurde ich erst darauf aufmerksam, daß der Gedanke einer Erklärung der betreffenden Erscheinungen durch Zeemaneffekt, der von Wood selbst als undurchführbar bezeichnet worden war, bereits von Herrn W. Hanle[3]) ausgesprochen und vom Standpunkt der klassischen Theorie beim Quecksilber durchgeführt wurde, während F. Weigert[4]) eine ganz andere Erklärung vorschlug, mit der ich ebensowenig wie Herr Pringsheim einverstanden sein kann. Neuerdings hat nun auch Herr G. Breit[1]) in Minnesota dasselbe Thema ganz in unserem Sinn behandelt. Die Übereinstimmung von 3 unabhängigen Arbeiten (von Pringsheim, Breit und mir), die schon äußerlich in der fast vollständigen Identität der Figuren hervortritt, ist überraschend und spricht jedenfalls nicht gegen die Richtigkeit der vertretenen Auffassung. Bezeichnenderweise haben alle 3 Autoren den komplizierteren Fall des Na-Resonanzlichts ihre besondere Aufmerksamkeit gewidmet. Der Einfluß der D_1-Linie, der von Herrn Pringsheim ganz vernachlässigt war, kommt in meiner Rechnung zu stark zur Geltung: Diese setzt im anregenden Licht gleiche Intensität der beiden Linien voraus, während bei der Woodschen Anordnung das Intensitätsverhältnis $D_1 : D_2$ 1 : 2 betrug. Dementsprechend sind die Beiträge der Komponenten g bis k halb zu rechnen, woraus sich ein Polarisationsgrad von 48 statt 40 und 24 statt 20 Proz. ergibt. Meine Ausführungen über das Resonanzlicht des Quecksilbers, bei dem mir, ebenso wie Herrn Breit das Auftreten der feldfreien Polarisation als das wichtigste Moment erschien, bedürfen — worauf mich Herr Hanle freundlichst aufmerksam machte — einer Präzisierung: Die polarisationszerstörende Wirkung des Magnetfelds bezog sich auf eine ganz bestimmte, bei den früheren Versuchen von Wood ausschließlich benutzte Kombination von $\mathfrak{E}$, H und der Beobachtungsrichtung (in der früheren Bezeichnung $\mathfrak{E}//Z$, $H//X$, Beobachtung $//X$). Die Kombination $\mathfrak{E}//X$, $H \perp X$ ergibt dagegen nach der Zeemaneffekterklärung wieder Polarisation. Während ohne Feld in Übereinstimmung mit der klassischen Theorie hierbei nur ganz schwaches Resonanzlicht beobachtet wurde, ergab die Anwendung eines schwachen Feldes Verstärkung des Resonanzlichts und die von der Theorie geforderte Polarisation.

1) Diese Zeitschr. **25**, 130, 1924 (eingegangen 11. März 1924).
2) Die Naturwissenschaften **12**, 247, 1924 (eingegangen 21. Februar 1924).
3) Die Naturwissenschaften **11**, 690, 1923.
4) Die Naturwissenschaften **12**, 38, 1924.

1) Phil. Mag. **47**, 832, 1924.

München, Physikalisches Institut der Technischen Hochschule, Mai 1924.

(Eingegangen 21. Mai 1924.)

Die Polarisation des Resonanzlichts.

(Bemerkung zu einer Arbeit von Herrn G. Joos.)

Von L. S. Ornstein und H. C. Burger.

In einer neulich erschienenen sehr schönen Arbeit versucht Herr Joos[1]) die Polarisation des Resonanzlichts zu erklären, das emittiert wird,

1) G. Joos, diese Zeitschr. **25**, 130, 1924.

Digitized by Google

wenn ein einatomiges Gas durch polarisiertes Licht bestrahlt wird. Diese Beobachtungstatsache ist nach Herrn Joos nur zu verstehen, wenn man annimmt, daß das einfallende Licht eine orientierende Wirkung auf die Gasatome ausübt.

Es scheint uns aber unwahrscheinlich, daß das hochfrequente Wechselfeld des Lichtes eine Einstellung der Atome hervorrufen kann und wir glauben die beobachtete Polarisation in anderer Weise deuten zu müssen. Die Polarisation weist zwar darauf hin, daß die Atome, welche das Resonanzlicht emittieren, in bezug auf den einfallenden Lichtstrahl sich in einer orientierten Lage befinden. Sie kann aber erklärt werden durch die Annahme, daß nur diejenigen Atome, welche die richtige Orientierung zum einfallenden Lichte haben, die Strahlung absorbieren können. Weil Atome keine merkliche Drehung besitzen, senden sie die aufgenommene Energie wieder aus in derselben orientierten Lage, in der die Absorption stattgefunden hat.

Utrecht, Phys. Inst. d. Univ., Mai 1924.

(Eingegangen 26. Mai 1924.)

Theorie der Bestimmung der Kapillarkonstanten der Flüssigkeiten durch die Methode der Ringabreißung.

Von I. I. Tichanowsky.

§ 1. Für die Bestimmung der Kapillarkonstanten der Flüssigkeiten durch die Methode der Ringabreißung existiert, soviel mir bekannt, nur die Theorie M. Cantors[1]). Ausgehend vom Prinzipe der virtuellen Verrückungen, löst Cantor das Problem der Ringabreißung für den Fall eines Ringes mit kreisförmigem Querschnitt, wobei der Radius des Ringes als sehr großer vorausgesetzt wird. Von hier aus übergehend zu einem für die Praxis besser geeigneten Fall, wenn der Querschnitt des Ringes die Form eines Rechtecks hat, gelangt Cantor zu folgender Formel für die Abreißungskraft eines dünnen Ringes:

$$P = \pi g (r_1 + r_2) a^2 \left[1 + 4 \left(\frac{n}{a}\right) + 2 \left(\frac{n}{a}\right)^2 \right], \quad (1)$$

wobei g das spezifische Gewicht der Flüssigkeit, r_1 und r_2 die Radien des Ringes, a^2 die Kapillarkonstante und $4n$ die Dicke des Ringes bedeuten. Die Bezeichnungen sind hier gegen die Cantorschen verändert.

Im vorliegenden Aufsatze wird eine Lösung des Abreißungsproblemes für Ringe mit sehr großen Radien, jedoch beliebiger Dicke geboten. Die hier angeführte Ausführung der Formel der Abreißungskraft erweist sich als ziemlich einfache, der zu lösende Fall allgemeiner als der Cantorsche Fall. Letzterer ergibt sich hier als partieller, mit einem größeren Annäherungsgrade als die Cantorsche Lösung. Endlich wird die Lösung des Problemes hier nicht nur für den Fall absolut horizontaler Lage des Ringes, sondern auch für den Fall einer sehr geringen Neigung gegeben, da ja der letztere Fall, im allgemeinen, stets in der Wirklichkeit angetroffen wird und die Neigung des Ringes unbedingt in Betracht gezogen werden muß, wenn auch nur um die Genauigkeit der Bestimmung der Abreißungskraft zu schätzen.

Verweisen wir hier zu gleicher Zeit auf die besondere Bedeutung der Abreißungsmethode des Ringes aber nicht Scheibe: die Methode der Ringabreißung taugt, wovon ich mich selbst in der Praxis überzeugte, für die Bestimmung der Kapillarkonstanten der Berührungsoberflächen zweier Flüssigkeiten; und Methoden für die Bestimmung der Kapillarkonstanten für diesen Fall sind nur in sehr geringer Anzahl bekannt.

§ 2. Wollen wir nun, ehe wir zur Ausführung der Formel der Abreißungskraft selbst übergehen, vorerst noch zur Ermittlung der Gleichung des vertikalen Normalschnittes der Oberfläche der durch den Ring gehobenen Flüssigkeit schreiten, da uns diese Gleichung noch später zustatten kommt.

Lassen wir einen Ring, mit rechteckigem Schnitt, streng horizontal gelagert, mit einer ihn benetzenden Flüssigkeit in Berührung kommen. Der Ring werde gehoben, so daß die an dem Ringe haftende Flüssigkeit mit gehoben wird. Die Differentialgleichung des vertikalen Normalschnittes der äußeren Oberfläche der mit dem Ringe gehobenen Flüssigkeit hat bekanntlich folgende Form

$$\frac{y''}{(1 + y'^2)^{3/2}} + \frac{y'}{x(1 + y'^2)^{1/2}} = \frac{2y}{a^2}, \quad (2)$$

wobei die y-Achse mit der Achse des Ringes zusammenfällt und die x-Achse in der ebenen horizontalen Oberfläche der Flüssigkeit liegt; a^2, wie bereits oben angeführt, ist die bekannte Kapillarkonstante.

Wenn der äußere Radius des Ringes r_1 genügend groß ist, so kann man, wie der Versuch zeigt, ohne merklichen Fehler $x \geq r_1$ nach absoluter Größe annehmen.

Setzen wir nun den Fall, der äußere Radius des Ringes r_1 sei so groß, daß man in der Gleichung (2) das den Faktor $\frac{1}{x}$ enthaltende

1) M. Cantor, Wied. Ann. **47**, 399, 1892.

Digitized by Google

Glied vernachlässigen kann (der andere Faktor dieses Gliedes ist ≤ 1) und nehmen wir, demgemäß die Gleichung in Form von

$$\frac{y''}{(1+y'^2)^{3/2}} = \frac{2y}{a^2}.$$

Diese Gleichung integrierend und Konstanten bestimmend aus den Bedingungen, daß $y' = 0$ bei $y = 0$ und $x = r_1$ bei $y = h$, wobei h die Entfernung der unteren Ringoberfläche von der horizontalen Oberfläche der Flüssigkeit ist, welche wir im Folgenden der Kürze halber Steighöhe der Flüssigkeit nennen wollen, erhalten wir die Gleichung des vertikalen Normalschnittes der äußeren Oberfläche der gehobenen Flüssigkeit folgender Form

$$\left.\begin{aligned} x = r_1 + \frac{a}{\sqrt{2}} \lg\left(\frac{a\sqrt{2}+\sqrt{2a^2-y^2}}{y}\right) - \\ -\sqrt{2a^2-y^2} - \frac{a}{\sqrt{2}}\left(\frac{a\sqrt{2}+\sqrt{2a^2-h^2}}{h}\right) + \\ +\sqrt{2a^2-h^2}. \end{aligned}\right| \quad (3)$$

§ 3. Nunmehr eigentlich zum Probleme der Ringabreißung selbst übergehend, bezeichnen wir mit p jene Kraft, welche wir außer der dem Gewichte des Ringes gleichen und entgegengesetzten Kraft dem Ringe zufügen müssen, um ihn im Gleichgewichte auf der Höhe h über der horizontalen Oberfläche der Flüssigkeit zu erhalten. Die absolute Größe dieser Kraft (die das Gleichgewicht herstellende Last auf der anderen Wagschale) muß gleich sein der Differenz des hydrostatischen Druckes auf den zwei Oberflächen (oberen und unteren) des Ringes, plus der vertikalen Komponente der Oberflächenspannung nach den Ringkonturen. Oder, wie leicht gezeigt werden kann, muß diese Kraft gleich sein dem Gewichte der mit dem Ringe gehobenen Flüssigkeit.

Bezeichnen wir mit x_1 und x_2 die Abszisse der Schnittpunkte der äußeren bzw. inneren Oberfläche der durch den Ring gehobenen Flüssigkeit. Setzen wir den Fall, die Radien des Ringes seien so groß, daß man annehmen kann $x_1 = r_1 + f(y)$, $x_2 = r_2 - f(y)$, wobei $f(x)$ eine Funktion von y bedeutet. Daher wird das Volumen der durch den Ring gehobenen Flüssigkeit durch

$$\pi(r_1^2 - r_2^2)h + 2\pi(r_1 + r_2)\int_0^h f(y)\,dy$$

ausgedrückt, oder, wenn wir den Ausdruck $f(y) = x - r_1$ aus (3) nehmen und die Integration durchführen, durch

$$\pi(r_1^2 - r_2^2)h + \pi(r_1 + r_2)h\sqrt{2a^2 - h^2}.$$

Für die das Gleichgewicht herstellende Kraft erhalten wir den Ausdruck

$$\left.\begin{aligned} p = \pi g(r_1^2 - r_2^2)h + \\ + \pi g(r_1 + r_2)h\sqrt{2a^2 - h^2}, \end{aligned}\right| \quad (4)$$

wobei g das spezifische Gewicht der Flüssigkeit ist.

Bezeichnen wir mit P und H die Großen p und h bzw. für den Moment der Ringabreißung. Aus der Bedingung

$$\frac{dp}{dh} = 0$$

folgt nach (4)

$$\frac{H^2 - a^2}{\sqrt{2a^2 - H^2}} = \frac{r_1 - r_2}{2}. \quad (5)$$

Aus dieser Formel ergibt sich unter anderem, daß für einen unendlich dünnen Ring die Steighöhe der Flüssigkeit im Momente des Abreißens gleich a ist, für einen unendlich dicken Ring $a\sqrt{2}$.

Setzen wir zur Abkürzung $\frac{r_1 - r_2}{4} = n$, so finden aus (5) und (4)

$$H = \sqrt{a^2 - 2n^2 + 2n\sqrt{a^2 + n^2}}$$

und

$$P = \pi g(r_1 + r_2)\sqrt{a^2 - 2n^2 + 2n\sqrt{a^2 + n^2}}$$
$$\left[\sqrt{a^2 + 2n^2 - 2n\sqrt{a^2 + n^2}} + 4n\right].$$

Wir erhalten die Formel einer Abreißungsmethode für den Fall eines Ringes sehr großer Radien. Wenden wir sie im partiellen Falle eines dünnen und eines dicken Ringes an.

Für einen genügend dicken Ring großer Radien, für welchen $\frac{a}{n}$ im Vergleich zu 1 klein ist, haben wir

$$\left.\begin{aligned} P = \frac{8}{\sqrt{2}}\pi g(r_1 + r_2)a^2 \\ \left[1 + \frac{1}{8}\left(\frac{a}{n}\right) - \frac{1}{32}\left(\frac{a}{n}\right)^2 + \ldots\ldots\right] \end{aligned}\right|. \quad (6)$$

Für einen genügend dicken Ring großer Radien, für welchen $\frac{n}{a}$ im Vergleich zu 1 klein ist, haben wir

$$\left.\begin{aligned} P = \pi g(r_1 + r_2)a^2\left[1 + 4\left(\frac{n}{a}\right) + \right. \\ + 2\left(\frac{n}{a}\right)^2 - 2\left(\frac{n}{a}\right)^3 + 2\left(\frac{n}{a}\right)^4 - 2\tfrac{1}{2}\left(\frac{n}{a}\right)^5 + \\ \left. + 4\left(\frac{n}{a}\right)^6 - 7\tfrac{1}{4}\left(\frac{n}{a}\right)^7 + \cdots\cdots\right]. \end{aligned}\right| \quad (7)$$

Digitized by Google

Die Formeln (6) und (7) lassen die Kapillarkonstanten mit genügender Genauigkeit durch die Methode aufeinanderfolgender Annäherungen bestimmen. Von größtem Interesse für die Praxis erweist sich Formel (7), weswegen sie mit einer größeren Anzahl Reihenglieder angeführt ist als Formel (6). Wenn auch das Gesetz der Zusammensetzung der Reihenglieder unaufgeklärt bleibt, so kann man nichtsdestoweniger mit einiger Wahrscheinlichkeit diese Reihe, als deren Anfang wir das dritte Glied betrachten, wenn wir sie nach den angeführten Gliedern beurteilen, als auch abwechselnd positiven und negativen, nach und nach abnehmenden Gliedern zusammengesetzt denken und in diesem Falle muß bekanntlich diese Reihe konvergent sein.

§ 4. Die Cantorsche Formel, wie leicht zu ersehen ist, ergibt sich aus (7), wenn man sich auf die ersten drei Glieder beschränkt. Jedoch in der Praxis, bei gewöhnlicher Genauigkeit der Messungen, erweisen sich die von Cantor gegebenen Lösungsglieder als ungenügend, wenn man sich nicht eines sehr dünnen Ringes bedient. Letzteren wird man aber zu vermeiden suchen wegen einer möglichen Verbiegung, deren Folge der Verlust der strengen Kreisform des Ringes sein würde. Mit Hilfe speziell gebauter Federwagen Typ Jolly, deren Plattform mikrometrisch verstellbar war, habe ich die Abreißungskraft für einen Messingring, dessen äußerer Radius 26,11 mm und dessen Dicke 1,759 mm beträgt, gemessen und fand den Wert der Abreißungskraft für Benzol 1582 ± 5 mgr (Durchschnittswert von sieben Messungen); die mittlere Temperatur des Benzols war 18,5° und die Dichte (mittels Westphal-Wage bestimmt) 0,880. Eine Berechnung der Kapillarkonstanten und des Koeffizienten der Oberflächenspannung (α) nach meiner Formel und der Cantors ergibt

	a^2 mm²	a mgr/mm
Cantorsche Formel	6,47	2,82
Meine Formel	6,52	2,87.

Aus diesen Zahlen folgt, daß für einen Ring der angeführten Dicke, für welchen $\frac{n}{a}$ ungefähr gleich ist $\frac{1}{6}$ (für Benzol), wenn wir die Glieder dritten und höheren Grades vernachlässigen, d. h. die Cantorsche Formel gebrauchen, wir bei der Bestimmung des Koeffizienten der Oberflächenspannung einen Fehler von etwa 2 Proz. begehen.

§ 5. Die tatsächliche Ausführung der Abreißungsmethode läßt sich jedoch prinzipiell nicht in den Rahmen der oben angeführten Theorie fassen (wie eben dies der Fall auch bei anderen Theorien ist) und zwar aus dem Grunde, weil die Theorie eine absolut horizontale Einstellung des Ringes voraussetzt, was in Wirklichkeit niemals der Fall sein kann. Infolgedessen erweisen sich die oben angeführten Formeln (6) und (7) als nicht ganz annehmbar und müssen in passender Weise geändert werden.

Der Einfluß der Ringneigung auf die Größe der Abreißungskraft kann nicht dadurch ausgeschaltet werden, daß wir uns der arithmetischen Mittel aus dem Werte der in verschiedenen, nach Möglichkeit horizontalen Einstellungen des Ringes ermittelten Abreißungskraft bedienen. Wie wir weiter sehen werden, ist jeder der Werte der Abreißungskraft bei derartigen Einstellungen geringer als der Wert bei absolut horizontaler Einstellung des Ringes, infolgedessen wird auch der Durchschnittswert geringer als diese sein.

Es ist nicht schwer, die Einwirkung einer ganz geringen Neigung des Ringes auf die Größe der Abreißungskraft zu berechnen.

Für das Volumen der durch den horizontal gelagerten Ring gehobenen Flüssigkeit haben wir den Ausdruck (4) ermittelt. Für das dem zentralen Winkel $d\Theta$ entsprechende Element dieses Volumens erhalten wir, indem wir (4) benutzen, folgenden Ausdruck

$$dv = \tfrac{1}{2}(r_1^2 - r_2^2) h d\Theta + \\ + \tfrac{1}{2}(r_1 + r_2) h \sqrt{2a^2 - h^2}\, d\Theta.$$

Demgemäß wird ein Volumen der Flüssigkeit, das durch den auf den Winkel ω zur horizontalen Fläche geneigten Ring gehoben ist,

$$v = \int_0^{\pi} (r_1^2 - r_2^2) h d\Theta + \int_0^{\pi} (r_1 + r_2) h \sqrt{2a^2 - h^2}\, d\Theta,$$

sein, wobei h nicht die Konstante für die gegebene Lage des Ringes, sondern die Funktion Θ ist.

Nehmen wir weiter an, der Winkel ω sei so klein, daß wir für die Höhe h folgenden Ausdruck nehmen können

$$h = h_0 + r\omega \cos\Theta,$$

wobei Θ gleich o für den am allermeist gehobenen Punkt der Ringkontur und gleich π für den am allerwenigsten gehobenen ist, und h_0 offenbar die Hebungshöhe des Zentrums der unteren Ringoberfläche ist. Nehmen wir weiter an, der Ring sei so dünn, daß man den Unterschied der Höhen der äußeren und inneren Ringkonturen für ein und dieselbe ω unberücksichtigt lassen kann. Hierbei die Bezeichnungen $r_1 + r_2 = 2r$, $r_1 - r_2 = u$ einführend, haben wir

$$v = 2ru \int_0^{\pi} (h_0 + r\omega \cos\Theta)\, d\Theta + \\ + 2r \int_0^{\pi} (h_0 + r\omega\cos\Theta) \sqrt{2a^2 - (h_0 - r\omega\cos\Theta)^2}\, d\Theta.$$

Digitized by Google

Setzen wir endlich den Fall, der Höhenunterschied der am allermeisten und allerwenigsten gehobenen Punkte des Ringes (der unteren Oberfläche), d. h. $2r\omega$, sei eine sehr kleine Größe, so daß folglich die Größe ω als Größe zweiter Kleinheitsordnung erscheint. Sodann $r\omega$ durch m bezeichnend und uns nur auf die ersten und zweiten Grade m beschränkend, haben wir

$$v = 2\pi r h_0 u + 2\pi r h_0 \sqrt{2a^2 - h_0^2} - \frac{\pi r h (3a^2 - h_0^2)}{(2a^2 - h_0^2)^{1/2}} m^2.$$

Sodann aus der Bedingung $\frac{dv}{dh_0} = 0$ die dem Maximum v entsprechende Bedeutung h_0 findend und die Produkte m^2u und m^2u^2 unberücksichtigt lassend, erhalten wir für die Abreißungskraft

$$P = \pi g (r_1 + r_2) a^2 \left[1 - \left(\frac{m}{a}\right)^2 + 4\left(\frac{n}{a}\right) + 2\left(\frac{n}{a}\right)^2 - \cdots\right],$$

wo n die gleiche Bedeutung wie in der Formel (7) hat. Also

$$P = P_0 - \pi g (r_1 + r_2) m^2, \qquad (8)$$

wo P_0 die Bedeutung der Abreißungskraft für den horizontal gelagerten Ring ist.

Für einen Ring, dessen Größe in § 4 angeführt wurde, annehmend 2 m sei gleich 0,1 mm, was ungefähr dem Grenzaugenmaß bei Schätzungen vertikaler Entfernungen innerhalb der Grenzen einiger mm entspricht, erhalten wir für Benzol

$$P_0 - P = 0{,}5 \text{ mgr}.$$

Da dieser Wert zweifellos als Mindestfehler betrachtet werden muß, so wird also der durch nicht genaue horizontale Einstellung des Ringes hervorgerufene Fehler ganz merklich sein und muß in Betracht gezogen werden. Wenn wir die Genauigkeit der horizontalen Lage kennen, können wir auch aus der in bezug auf den Einfluß der Ringneigung verbesserten Formel (8) den Wert P_0 der Abreißungskraft berechnen. Auf jeden Fall ist es notwendig die Genauigkeit der „horizontalen" Einstellung des Ringes bei allen Bestimmungen der Kapillarkonstanten nach der Methode der Ringabreißung anzugeben, da der Einfluß des Fehlers bei der Ringeinstellung auf die Größe der Abreißungskraft nicht zufälligen, sondern systematischen Charakter hat. Dies bezieht sich auch in entsprechender Weise auf den Fall einer Scheibenabreißung.

Bemerken wir endlich noch, daß der Einfluß einer nicht streng horizontalen Einstellung der Platte auf die Messung der Abreißungskraft noch auf folgende Weise eliminiert werden könnte: man muß eine Theorie der Abreißungsmethode für den Fall einer auf einem nicht zu kleinen Winkel geneigten Platte ausarbeiten und die Abreißungskraft für die Platte in dieser Lage messen, indem die Platte selbst fest gelagert ist und von ihr eine sie benetzende Flüssigkeit abgerissen wird; in diesem Falle wird das der gegebenen Neigung der Platte entsprechende arithmetische Mittel aus den einzeln bestimmten Werten der Abreißungskraft jene Eigenschaften besitzen, die ihm von der Wahrscheinlichkeitstheorie zugeschrieben wird und die Einwirkung der Ungenauigkeit der Einstellung der Platte auf die Größe der Abreißungskraft kann dann in genügendem Grade durch eine entsprechende Anzahl von Platteneinstellungen ausgeschlossen werden.

Taschkent, Physik. Institut der Universität.

(Eingegangen 22. Mai 1924.)

Ein einfacher Demonstrationsversuch der direkten Messung der Geschwindigkeit von Kathodenstrahlen.

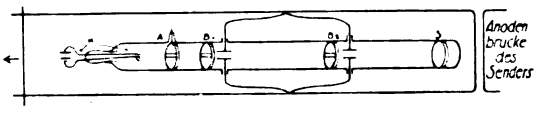
Von Fritz Kirchner.

Während einer größeren Experimentaluntersuchung, die auf Anregung von Herrn Geheimrat W. Wien begonnen wurde und noch nicht abgeschlossen werden konnte, entwickelte sich die bekannte Wiechertsche Methode der direkten Messung der Kathodenstrahlgeschwindigkeit (Ann. d. Phys. **69**, 739, 1899) durch einige Veränderungen zu einer sehr einfachen und dabei außerordentlich exakten Meßmethode. Wegen des Wiechertschen Verfahrens verweisen wir auf die Originalarbeit bzw. auf Marxs Handbuch der Radiologie **5**, 34, 1919. Die Veränderungen sind folgende:

Die Kathodenstrahlen werden durch eine Glühkathode erzeugt, so daß im Höchstvakuum gearbeitet werden kann. Infolgedessen ist es möglich, statt der magnetischen die viel exaktere elektrische Ablenkung durch elektrische Schwingungen anzuwenden. Die ungedämpften Schwingungen werden durch technische Elektronenröhren erzeugt, und zwar in der Schaltung, die von Holborn (Zeitschr. f. Physik **6**, 328, 1921) angegeben wurde. Es wurden nicht die von Holborn benutzten Röhrentypen verwendet, sondern Schottsche M-Röhren (mit zylindrischer Kupferanode und linearem Glühfaden in der Zylinderachse), die trotz Gasabgabe und sehr starker Zerstäubung im Bereich von $\lambda = 4$ m bis zu 30 m einwandfrei arbeiteten. Die Schwingung des Senders wurde nicht direkt an die Ablenkungskondensatoren gelegt, sondern mittels

Digitized by Google

einer induktiv gekoppelten Paralleldrahtleitung dorthin geleitet. Die Figur gibt schematisch die Versuchsanordnung.



Zwischen Glühkathode K und Anode A liegt die beschleunigende Spannung (gewöhnlich 2000—8000 Volt). B_1 und B_2 sind Blenden, auf deren Vorderfläche fluoreszierendes Zinksulfid aufgetragen ist. In der Mitte jeder Blende ist parallel zu den Kondensatorplatten ein Schlitz angebracht. S ist ein Zinksulfidschirm. Die Messung, eine Nullmethode, besteht in folgendem: Durch den Schlitz in B_1 tritt ein schmales Elektronenbündel. Ist die Schwingung erregt, so wird das schmale Bündel durch das Wechselfeld des Kondensators in ein breites Band auseinandergezogen, das jetzt an Stelle des schmalen Streifens auf B_2 zu sehen ist. Durch B_2 tritt nur der Teil des Bandes hindurch, der beim Durchgang durch den ersten Kondensator überhaupt nicht abgelenkt wurde. Der hindurchtretende Teil wird nun im allgemeinen beim Passieren des zweiten Kondensators wieder abgelenkt, so daß auf dem Schirm zwei mehr oder weniger weit auseinanderliegende scharfe Linien erscheinen. Richtet man aber die Schwingungsdauer so ein, daß in der Zeit, in der das Kathodenstrahlelektron die Strecke zwischen den beiden Kondensatoren passiert, gerade eine halbe Schwingungsdauer verstrichen ist, dann fallen die beiden Linien exakt zusammen. Die Einstellung ist außerordentlich scharf. (Eine Wellenlängenänderung um 3 Promille genügte bei meinen Versuchen schon, um die Nulleinstellung zu stören.) Die Wellenlänge läßt sich auf dem nach links verlängerten Paralleldrahtsystem mit einem 2—4 Volt-Lämpchen als Brücke bequem messen. Da weder eine Ablenkungsmessung noch irgendeine Zusatzrechnung bezgl. Kondensatorfeld oder -streuung erforderlich ist, sondern die einzig zu messenden Größen der Abstand der Mitten der Kondensatoren und die Wellenlänge der Schwingung sind, läßt sich die gesuchte Geschwindigkeit sehr leicht auf wenige Promille genau bestimmen. Die Methode dürfte aus diesem Grunde auch zu einer Präzisionsmessung der Abhängigkeit der Masse des Elektrons von der Geschwindigkeit wohl geeignet sein.

München, Physikalisches Institut der Universität, Mai 1924.

(Eingegangen 30. Mai 1924.)

Zur Theorie des lichtelektrischen Effekts.

Von Fritz Kirchner.

I. Einleitung. Wenn Lichtstrahlen einer gegebenen Frequenz ν auf ein Metall auftreffen, dann lösen sie bekanntlich Elektronen aus, deren maximale Austrittsenergie $e \cdot V$ nach der Quantentheorie gegeben ist durch die Gleichung $e \cdot V = h \cdot \nu - p$. Dabei soll p den Energieverlust beim Hindurchtreten durch die Oberfläche, event. noch vermehrt um den Energiebetrag, der zur Loslösung des Elektrons aus dem Atomverband notwendig ist, bedeuten. Die Größe p ist mit dem Kontaktpotential in Zusammenhang gebracht worden, das ist das Potential, das nach der Berührung zweier verschiedener Metalle zwischen diesen beiden besteht. In der Tat haben neuere Versuche einwandfrei gezeigt, daß ein solcher Zusammenhang besteht. Wird die Austrittsenergie $e \cdot V = 0$, dann sollte durch $h \cdot \nu_0 = p$ die langwellige Grenze der lichtelektrischen Erregbarkeit definiert sein. Diese langwellige Grenze ist, wie durch eine Reihe von Arbeiten bewiesen worden ist, eine charakteristische Konstante des betreffenden Metalls, die allerdings durch Gasbeladung oder irgendeine Verunreinigung (ebenso wie das Kontaktpotential) verändert werden kann. Im folgenden soll nun versucht werden, die bereits vorliegenden Messungen sowohl der Maximalenergie, wie der langwelligen Grenze mit Hilfe der aus der Spektroskopie bekannten Energieterme des Atoms quantitativ zu deuten. Aus der gewonnenen Vorstellung ergibt sich dann weiter die quantitative Deutung der Lage des „selektiven" Photoeffekts.

II. Langwellige Grenze. Wir fragen uns zunächst: Welche Mindestfrequenz muß ein intensives Lichtstrahlenbündel haben, um aus einem Atom ein Elektron gerade befreien zu können, d. h. um das Atom gerade zu ionisieren? Im allgemeinen ist nicht die Frequenz nötig, die der Ionisationsenergie entspricht, sondern es genügt schon die Resonanzfrequenz, das ist die kleinste Frequenz, durch die das normale Atom überhaupt optisch angeregt werden kann. Denn der Übergang aus dem angeregten Zustand in den normalen Zustand zurück erfolgt ja vom Standpunkt der Quantentheorie nicht momentan, sondern es verstreicht eine gewisse „Verweilzeit", die Füchtbauer an der Resonanzlinie 2537 des Quecksilbers experimentell festgestellt und die W. Wien an derselben Linie gemessen hat. Wird während dieser Verweilzeit von neuem Strahlung absorbiert, so wird das Elektron auf eine noch höhere Energiestufe gehoben bzw. ganz aus dem Atomverband herausgelöst und lichtelektrisch frei. Die Bedenken, die sich

Digitized by Google

	Li	*Na*	*K*	*Cu*	*Ag*	*Au*	*Ca*	*Zn*	*Cd*	*Hg*	*Al*	*C*	O_2	H_2
Langwellige Grenze der lichtelektrischen Erregbarkeit in Volt	2,35	1,99 [1]	~ 1,2	(4,62) (4,49)	3,92 3,64 3,80	~ 4,33	~ 2 [2]	3,6 4,1	3,93 3,94	4,75 3,93 bis 4,86	3,43	4,76 –4,84	9,15	> 9,7
Resonanzspannung (spektrosk.) in Volt	1,84	2,093	1,602	3,8	3,76	4,61	1,88	4,02	3,78	4,86	3,12	4,98 4,35	9,106	10,17
Resonanzspannung (Elektronenstoßmethode) in Volt	—	2,12	1,55	—	—	—	1,90	4,1 4,18	3,95 3,88	4,9	—	—	9,0 –9,5	10,2

gegen die Anwendung dieser Vorstellung auf die lichtelektrische Auslösung an festen Metallen aufdrängen, stellen wir zunächst zurück, um sie später zu besprechen. Wir vergleichen unsere Folgerung mit dem vorhandenen Beobachtungsmaterial [3]).

Abgesehen vom Lithium und Kalium (bei dem die Grenze im Ultraroten liegt) ist die Übereinstimmung befriedigend im Hinblick auf die Schwierigkeit, Messungen an wirklich reinen Metallflächen zu erhalten. Die experimentellen Werte für Kupfer sind eingeklammert, weil sie als unzuverlässig erscheinen; denn Hennings und Kadesch haben beim Kupfer noch die Wellenlänge 2804 (entsprechend einer Energie von nur 4,39 Volt) zu einer h-Bestimmung benutzen können. Im übrigen kann bei Metallen, bei denen die lichtelektrische Ausbeute an sich sehr klein ist, die langwellige Grenze der Erregbarkeit leicht schon bei kürzeren Wellen vorgetäuscht werden. Wenn z. B. die kleinste Anregungsspannung kleiner als die Hälfte der Ionisationsspannung ist, so müßte die Befreiung des Elektrons in drei oder mehr Stufen vor sich gehen. Da dies offenbar viel weniger wahrscheinlich als die Befreiung in zwei Stufen ist, kann etwa eine Grenze an der Stelle erscheinen, wo zum ersten Male die Befreiung in zwei Stufen möglich ist. Eine andere Möglichkeit der Entstehung einer scheinbaren Grenze ist die, daß ein Elektron aus einem besonders häufigen Anregungszustand gerade in einem Zuge herausgehoben wird.

III. Maximum des selektiven Photoeffekts. In dieser Richtung weitergehend, folgern wir für die Metalle mit großer lichtelektrischer Ausbeute allgemein, daß beim Vorschreiten zu kürzeren Wellen an der Stelle, wo eine Befreiung des Elektrons in zwei Zügen möglich ist, ein Ansteigen des Photoeffekts bemerkbar sein muß. Dieses Ansteigen muß zu einem Maximum führen an der Stelle, wo das Elektron aus dem stabilsten und deshalb relativ häufigsten Anregungszustand (das ist die Anfangsbahn der Resonanzlinie) in einem Zuge bis an die Peripherie gehoben werden kann. Die dazu notwendige Energie ist offenbar die Differenz aus Ionisierungsspannung und Resonanzspannung. Wir vergleichen diese Folgerung mit den Beobachtungsresultaten [4]):

	Li	*Na*	*K*	*Rb*	*Cs*	*Ba*	*Ca* [5])
Maximum des selektiven Photoeffekts	4,41	3,63 3,43	2,84	2,57	2,42	3,08	3,3
Spektroskopische Ionisierungsspannung, vermindert um Resonanzspannung	3,52	3,026	2,715	2,58	2,42	2,96	3,17

Die Übereinstimmung ist, abgesehen von Lithium und Natrium, vollkommen. Daß nach Überschreiten der „Resonanzstelle" die Elektronenausbeute wieder abnimmt, ist nach den Beobachtungen im Röntgengebiet (vgl. z. B. Barkla, Philos. Mag. Jan. 1924, S. 1) zu erwarten. Auch im Röntgengebiet ist ja ein solcher selektiver Effekt gefunden worden, dessen Maximum gerade an der Stelle liegt, wo die Energie der einfallenden Strahlung genau gleich der Abtrennungsarbeit des Elektrons ist. Wenn wir jetzt noch weiter zu kürzeren Wellen vorschreiten, so müssen wir ein zweites Maximum an der Stelle erwarten, wo die Energie der Strahlung hinreicht, um ein Elektron aus dem unangeregten Zustand des Atoms heraus in

1) Entsprechend der größten Wellenlänge, bei der Millikan (Phys. Rev. **7**, 380, 1916) noch Photoeffekt beobachtet hat.

2) Pohl u. Pringsheim, Verh. d. D. Phys. Ges. **15**, 111, 1913.

3) Die Zahlen sind, soweit nichts Besonderes bemerkt ist, den bei den Tabellen von Landolt-Börnstein 1923, S. 892 zitierten Arbeiten entnommen. (Es sind nur solche Zahlen aufgenommen worden, bei denen sicher war, daß sie tatsächlich durch Beobachtung der langwelligen Grenze erhalten wurden; vgl. hierzu Abschn. IV.)

4) Landolt-Börnstein 1923, S. 892.

5) Pohl u. Pringsheim, Verh. d. D. Phys. Ges. **15**, 111, 1913.

Digitized by Google

einem Zuge bis an die Peripherie zu befördern. Ein Maximum, das diesem Vorgang entspricht, ist beobachtet bei Natrium, Cäsium und Aluminium. (Seine Lage erscheint allerdings durch die Beobachtungen weniger gesichert als die des ersten Maximums.)

	Na	*Cs*	*Al*
Ionisierungsspannung	5,12	3,87	5,957
Zweites Maximum des selektiven Photoeffekts	5,43	4,93	5,62

IV. Maximalenergie der ausgelösten Elektronen. Wir müssen weiter folgern, daß die in der Einleitung erwähnte Berechnung der langwelligen Grenze aus $h \cdot \nu_0 = p$ nicht allgemein mit der Erfahrung übereinzustimmen braucht. Denn die Gleichung $h \cdot \nu_0 = p$ liefert im allgemeinen nicht die Mindestenergie, die zur Anregung des Atoms nötig ist, sondern die Mindestenergie, die zur Herausbeförderung des Elektrons aus dem angeregten Zustand bis an die Peripherie notwendig ist. Diese Mindestenergie (die aus der Messung der Maximalgeschwindigkeit der Elektronen nach der Gleichung $h \cdot \nu_0 = p$ berechnet wird) muß also, von der spektroskopisch bekannten Ionisierungsspannung abgezogen, eine Anregungsspannung des Atoms liefern. Als Beispiele führen wir Messungen an *Zn*, *Cd* und *Mg* an.

	Zn	*Cd*	*Mg*
Spektrosk. Ionisierungsspannung[4] . .	9,35	8,96	7,61
$h \cdot \nu_0 = p$ aus Photoeffekt .	3,28[1] 3,56[2]	3,43[3]	3,51[3] 3,19[2] 3,23[1]
Differenz . . .	6,07 5,79	5,53	4,10 4,42 4,38
Spektrosk. Anregungsspannung . . .	5,77	5,40	4,33

Als Ausgangsniveau für die bei der Messung der Maximalenergie beobachteten Elektronen erscheint hier also das Niveau, das zu der größeren Resonanzspannung gehört, während für die langwellige Grenze die kleinere maßgebend ist. Dies ist in Übereinstimmung mit der Vorstellung, von der wir ausgegangen sind.

V. Versuch einer Begründung der Voraussetzungen. Unsere Betrachtungen hätten wir nun eigentlich nur auf freie Atome, d. h. auf Metalldämpfe, anwenden dürfen, da ja das Atom im Raumgitter unter dem Einfluß der elektrischen Kräfte der Nachbaratome steht, Diese Schwierigkeit läßt sich wohl aber vermeiden; denn auf der einen Seite ist ja der lichtelektrische Effekt ein ausgesprochener Oberflächeneffekt (Hallwachs hat nach Versuchen von Rubens und Ladenburg berechnet, daß 99 Proz. der lichtelektrischen Wirkung aus einer Schichtdicke von etwa 30 $\mu\mu$ stammen; diese Schichtdicke ist aber bereits kleiner als die „Rauhigkeit" der bestrahlten Metalloberfläche). Auf der anderen Seite fordern Stabilitätsbedingungen, daß das Raumgitter des Metalls sich nach der Oberfläche hin auflockert. Infolge dieser Auflockerung nimmt die gegenseitige elektrische Beeinflussung der Atome mehr und mehr ab, bis sie schließlich ganz verschwindet und das Atom auch mechanisch frei wird, d. h. die Oberfläche als Dampfatom verlassen kann. (Daher rührt offenbar der endliche Dampfdruck über festen Körpern.) Eine zweite Schwierigkeit liegt in der notwendigen Annahme, daß von den Atomen des festen Metalls offenbar nicht nur bestimmte Frequenzen zur Anregung absorbiert werden, wie beim Absorptionsspektrum der Dämpfe, sondern ein kontinuierlicher Bereich. Hier zeigen aber die optischen Messungen an dünnen Metallfolien, daß die Absorptionskurven in Abhängigkeit von der Frequenz durchaus keine scharf ausgeprägten Maxima oder gar ausgesprochene Absorptionslinien enthalten. Es liegt also nahe, den Vorgang der lichtelektrischen Auslösung in der Oberflächenschicht des Metalls zu lokalisieren, die von den ganz außen liegenden, praktisch freien Atomen hineinreicht bis zu Atomen, die vielleicht tief im Raumgitter liegen, aber doch noch den beobachteten lichtelektrischen Effekt beeinflussen, wenn auch nicht durch direkte Elektronenaussendung, sondern etwa dadurch, daß von ihnen absorbierte Strahlungsenergie wieder als solche austritt und von weiter außen liegenden angeregten Atomen zur Befreiung eines Elektrons verbraucht wird.

Die ausgesprochenen Resonanzmaxima des selektiven Photoeffekts können demnach nur durch ganz außen liegende elektrisch freie Atome erzeugt sein; denn die im Gitter elektrisch beeinflußten Atome müssen eine Kurve liefern, die in Analogie zur Absorptionskurve keine ausgesprochenen Vorzugsstellen aufweist. Diese Anschauung wird gestützt einmal durch die zuerst von Elster und Geitel, dann von Pohl und Pringsheim festgestellte Tatsache, daß der selektive lichtelektrische Effekt praktisch völlig polarisiert ist, d. h. in die Schwingungsebene des elektrischen Vektors des auslösenden Lichtes hineinfällt. Eine zweite Stütze liefert die Beobachtung, daß an kolloiden Metallen — d. h. bei stark vergrößerter Oberfläche des Gitters, oder mit anderen Worten bei einer Vermehrung

1) Compton u. Richardson, Phil. Mag. **24**, 586, 1912.
2) Berechnet aus Hennings u. Kadesch, Phys. Rev. **8**, 210, 1916.
3) Hughes, zitiert im Handb. d. Radiologie III, 393, 1916.
4) Landolt-Börnstein 1923, S. 846.

Digitized by Google

der elektrisch freien Atome gegenüber den Gitteratomen — die Resonanzkurve des selektiven Photoeffekts wesentlich steiler verläuft als an der gewöhnlichen Metalloberfläche.

Weitere Überlegungen, besonders bezüglich der Kontaktpotentiale und der Nutzausbeute des Photoeffekts, sollen vorläufig zurückgestellt werden.

Zusammenfassung. Es wird gezeigt, daß sich die langwellige Erregungsgrenze des Photoeffekts, die Maximalenergie der ausgelösten Elektronen, sowie die Lage des Maximums des selektiven Photoeffekts zahlenmäßig durch aus der Spektroskopie bekannte Energieterme des Atoms deuten lassen, wenn man die Annahme macht, daß es an der äußersten Oberfläche des Metalls Atome gibt, die elektrisch frei sind.

Anmerkung. Die vorliegende Arbeit wurde in der Sitzung der D. Phys. Ges., Gauver. München, am 23. V. 1924 vorgetragen. In der Diskussion wurde darauf hingewiesen, daß nach der vorgetragenen Theorie sich besonders an der langwelligen Grenze Abweichungen von der Proportionalität zwischen einfallender Lichtintensität und Photostrom ergeben müßten. (Denn wenn die Anzahl der vorhandenen angeregten Atome proportional der Intensität ist, dann müßte der Bruchteil der angeregten Atome, die von neuem absorbieren, proportional dem Quadrat der Intensität sein.) Diese Abweichungen können aber wahrscheinlich dadurch verdeckt werden, daß die angeregten Atome ihrerseits wieder durch Emission andere Atome anregen usf., so daß bie Zahl der vorhandenen angeregten Atome auch bei kleiner Lichtintensität relativ groß sein kann. Derselbe Vorgang machte sich bekanntlich bei den Versuchen von Füchtbauer (diese Zeitschr. **21**, 635, 1920) durch Erhöhung der Intensität der beobachteten Strahlung bemerkbar.

München, Physikalisches Institut der Universität, Mai 1924.

(Eingegangen 30. Mai 1924.)

Kosmische Refraktion.

Erwiderung von H. Kienle.

Da Herr Courvoisier in seiner Verteidigung mir „Irrtümer, Widersprüche und Entstellungen" vorwirft, muß ich leider mich noch einmal kurz mit der „Kosmischen Refraktion" befassen.

1. Was heißt „Arbeitshypothese?" Das Wesentliche ist doch, daß Herr C. stets großes Gewicht gelegt hat auf den Nachweis der kosmischen Natur der „jährlichen Refraktion". Gerade jetzt schreibt Herr C. wieder (in einem vom 5. Nov. 1923 datierten Aufsatze[1]): „... daß aus sämtlichen bisher untersuchten Beobachtungen der Venus in der Nähe der unteren Konjunktion ein Effekt der jährlichen Refraktion sich nicht nachweisen läßt, was — wie früher erörtert — nur dadurch deutbar wird, daß man die jährliche Refraktion als eine zirkumsolare bzw. kosmische Erscheinung auffaßt. Wenn

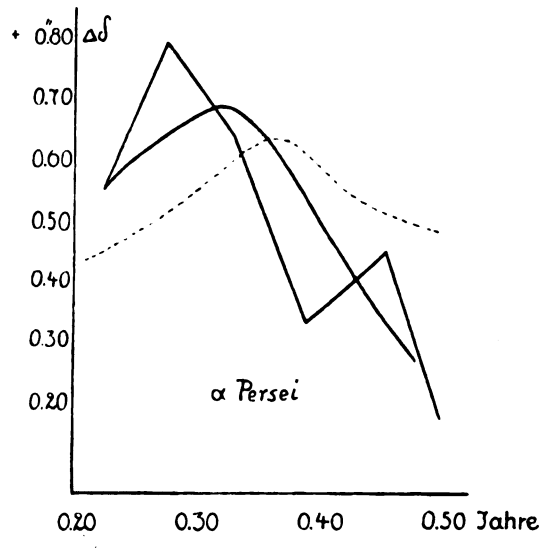


Fig. 1.

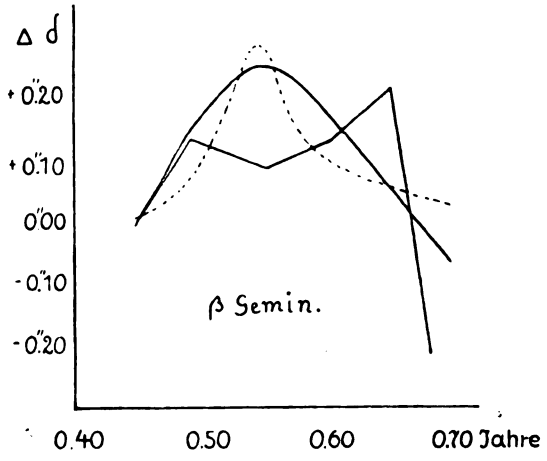


Fig. 2.

man sich auf den Boden der Lichtätherhypothese stellt, so liegt es nahe, eine physikalische Erklärung für diese Erscheinung in einer Verdichtung des Äthers in der Nähe der Himmelskörper zu suchen".

1) Astr. Nachr. **221**, Nr. 5287. Sperrdruck nach dem Original.

Digitized by Google

2. Worauf einzig und allein es mir ankam, das war, an einigen Stichproben die Anfechtbarkeit des von Herrn C. angewandten Reduktionsverfahrens zu demonstrieren, durch das eine Genauigkeit vorgetäuscht wird, die in dem Material a priori gar nicht enthalten ist. Vielleicht wird das, was ich meine, durch das folgende Beispiel deutlich. In den Figuren verbindet der gebrochene Linienzug die Mittelwerte der wirklichen Beobachtungen; die ausgezogene Linie ist Herrn C.'s „interpolierende Kurve", die er den Rechnungen zugrunde legt; die punktierte Linie stellt den theoretischen Verlauf der „jährlichen Refraktion" dar. Ein Unbefangener wird zwischen dem gebrochenen Linienzug und der gestrichelten Kurve kaum eine Ähnlichkeit feststellen können. Um diese Ähnlichkeit zu erzielen, legt Herr C. seine „interpolierende Kurve" entsprechend und setzt sie an Stelle der wirklichen Beobachtungen.

Bei solchem Vorgehen kann es nicht überraschen, wenn Herr C. zu der Feststellung gelangt: „Trotz der ursprünglichen großen Unsicherheit der Messungen ist die Darstellung und das Resultat von ϱ recht befriedigend"[1]). Und da es sich hier um ein Prinzip handelt, nicht um eine gelegentliche Entgleisung, war es wohl nicht so ganz unberechtigt, wenn ich vor der kritiklosen Übernahme C.'scher Zahlen warnte.

1) Von mir gesperrt.

Göttingen, Sternwarte.

(Eingegangen 25. Mai 1924.)

BESPRECHUNGEN.

Zur Besprechung von F. Auerbach, Entwicklungsgeschichte der modernen Physik.

Im Heft 3 dieses Jahrgangs der Physikalischen Zeitschrift befindet sich eine Besprechung meines Buches „Entwicklungsgeschichte der modernen Physik" von Herrn E. Hoppe; den größten Raum nimmt dabei die Berichtigung zahlreicher historischer Einzelangaben ein. Das ist an sich dankenswert, und ich werde die Bemerkungen natürlich einer sorgfältigen Prüfung unterziehen. Wogegen ich aber Einsprueh erheben muß, das ist die apodiktische Form der Bemerkungen; der Leser kommt dadurch aus dem Regen in die Traufe; er soll meinen Angaben mit Vorsicht gegenübertreten, die des Kritikers aber ohne weiteres hinnehmen. Nun habe ich natürlich auch meinerseits die historischen Quellen benutzt; und schon jetzt, nach flüchtiger Durchsicht, kann ich sagen, daß ich den Einwänden und Aufstellungen des Herrn Kritikers in zahlreichen Fällen nicht beipflichte. Ich will dafür nur einige wenige Beispiele anführen, alles weitere aber für eine etwaige Neuauflage aufsparen. Mit den älteren Forschern auf dem Gebiete des Magnetismus habe ich natürlich nicht Peregrinus (1269) und Gilbert (1600) gemeint, sondern die zahlreichen Beobachter aus den Jahren 1800 bis 1870, wie Lenz, J. Müller, Dub, Lamont, G. Wiedemann usw., die fast durchweg mit Zylindern gearbeitet haben, und deren Arbeiten daher heute in der Hauptsache wertlos sind; ich darf das getrost sagen, da ich selbst, mit meinen ersten magnetischen Untersuchungen, in jene Reihe gehöre; die Erkenntnis, daß und weshalb man mit Ellipsoiden (nicht mit Kugeln) arbeiten muß, ist eben erst nachher durchgedrungen; und Peregrinus und Gilbert haben davon selbstverständlich nicht die geringste Ahnung gehabt. Das atomistische Weltbild des Anaxagoras ist ganz unfruchtbar geblieben, daß des Demokrit dagegen von deutlichem Einfluß auf die Entwickelung der physikalischen Ideen geworden, wie das auch von Bernoulli, O. E. Meyer, Boltzmann u. a. betont wird. Wheatstone war eben der erste, der bei den Versuchen, die Geschwindigkeit der Elektrizität in Leitern zu bestimmen, die Zeit gemessen und dadurch Zahlenwerte gewonnen hat und darauf kommt es doch allein an. Daß ich in einzelnen Fällen, wo eine aktenmäßig beglaubigte Jahreszahl nicht vorliegt, eine nach bestem Ermessen geschätzte Zahl eingesetzt habe, wird jeder Leser, der den Sinn und Zweck des Buches würdigt, billigen; denn andernfalls hätte man sich in langatmige, spezifisch historische Diskussionen einlassen oder die Zahl ganz weglassen müssen; für das eine Verfahren bot das Buch keinen Raum, das andre hätte eine fühlbare Lücke gelassen. Was schließlich die angebliche Unzugehörigkeit von Figuren angeht, so ist mir diese Bemerkung völlig unverständlich; denn die bezeichneten Abbildungen stehen tatsächlich an den Stellen, wo im Text auf sie hingewiesen ist, und wohin sie sachlich gehören. Auerbach.

H. Kayser u. H. Konen, Handbuch der Spektroskopie. Bd. VII. Erste Lieferung. 398 S. m. X S. Anhang. Leipzig, S. Hirzel. 1924. Geh. G.-M. 30.—.

Der VII. Band des bekannten Handbuches ist gedacht als Ergänzung zu den Bänden V und VI und soll in drei Teillieferungen mit möglichster Beschleunigung erscheinen. Er enthält die Besprechung der seit dem Druck der früheren Bände erzielten Ergebnisse, und zwar bis etwa 1920 in ausführlicher Form, von da ab in einem Anhang in Gestalt eines Literaturverzeichnisses, da mit dem Druck bereits 1921 begonnen worden war. Die letzte Lieferung wird nach Ankündigung der Verfasser zudem in Nachträgen die bis dahin noch herauskommenden Arbeiten und eine allgemeine Einleitung über den Bau der Spektren, die Bezeichnung der Serien und dergleichen enthalten. Verfasser und Verlag haben sich zu dieser Einteilung entschlossen, um eine bei der großen Produktivität auf spektroskopischem Gebiet drohende Unvollständigkeit tunlichst zu vermeiden. So wird man nach Abschluß des VII. Bandes im Besitz einer bis in die neueste Zeit reichenden vollständigen Übersicht über unser spektroskopisches Wissen sein und dankbar die ungeheure Arbeit der Herausgeber würdigen, die mit diesem Werk ein unentbehrliches Hilfsmittel geschaffen haben. Wenn auch der bekanntlich mehr referierende als kritische

Digitized by Google

Charakter der Darstellung manchmal als ein gewisser Mangel empfunden wird, so war doch eine andere Behandlungsweise des Stoffes bei dessen außerordentlicher Ausdehnung wohl kaum möglich.

In der vorliegenden ersten Lieferung sind behandelt die Spektren der Luft (einschließlich derer des Nordlichts) und in der alphabetischen Reihe der chemischen Symbole die der Elemente von Argon bis Eisen. Anordnung und Behandlung des Stoffes sind dieselben wie in den früheren Bänden, neu aufgenommen sind nun aber auch die Röntgenspektren und die Anregungspotentiale. R. Seeliger.

R. Haren, Aufgabensammlung zur Festigkeitslehre mit Lösungen. 3., vollständig neu bearbeitete Auflage von Josef Furtmayr. (Sammlung Göschen Nr. 491.) 8°. 116 S. m. 43 Abbildungen. Berlin u. Leipzig, Walter de Gruyter & Co. 1923. G.-M. 1.25.

Das Büchlein enthält im ganzen 66 Aufgaben aus allen Teilen der Festigkeitslehre, die überwiegend dem Gebiete des Maschinenbaues entnommen sind. Es finden sich jedoch auch manche Aufgaben darin behandelt, die in der Praxis des Physikers gelegentlich eine Rolle spielen, so z. B. über die Wandstärke von Gefäßen, deren Inhalt unter einem bestimmten Überdruck steht, und dergleichen. In diesem Sinn kommt die Sammlung auch für die Benutzung durch den Physiker in Betracht, der solchen seltener an ihn herantretenden Aufgaben, lediglich mit den üblichen technischen Tabellen ausgerüstet, naturgemäß zunächst etwas unbeholfen gegenübersteht. Auch als Quelle für Übungsaufgaben neben Vorlesungen über Festigkeitslehre für Physiker ist die Sammlung gut geeignet.

L. Schiller.

L. Prandtl, Ergebnisse der Aërodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen. Herausgegeben unter Mitwirkung von C. Wieselsberger und A. Betz. 4°. München u. Berlin, R. Oldenbourg.

I. Lieferung (mit einer Beschreibung der Anstalt und ihrer Einrichtungen und einer Einführung in die Lehre vom Luftwiderstand). IV u. 140 S. m. 91 Abbildungen u. 2 Tafeln. 2. Auflage. 1923. G.-M. 7.—.

II. Lieferung. IV u. 80 S., m. 101 Abbildungen. 1923. G.-M. 6.—.

Die in 2. Auflage vorliegende I. Lieferung stellt bis auf ausgemerzte Druckfehler und eine Verbesserung in den Abbildungen einen unveränderten Abdruck der im Jahr 1921 erschienenen 1. Auflage dar. Da diese in dieser Zeitschrift noch nicht besprochen und auch heute beileibe noch nicht veraltet ist, sollen beide Lieferungen zusammen besprochen werden.

Die „Ergebnisse" sind gedacht als ein in zwangloser Folge herauszugebendes Werk von Einzelheften, in denen die wichtigsten Arbeitsfrüchte der Göttinger Anstalt der Fachwelt in bequemer Weise zugänglich gemacht werden sollen. Daß damit einem wirklichen Bedürfnis entsprochen wird, beweist die Tatsache, daß die I. Lieferung, deren Erscheinen nur durch Spenden ermöglicht wurde, nach jetzt $2^1/_2$ Jahren bereits in 2. Auflage erschienen ist.

Was auch für den an der technischen Materie nicht unmittelbar interessierten Physiker die „Ergebnisse" besonders anziehend gestaltet, ist die Tatsache, daß in ihnen nicht etwa nur eine trockene Aneinanderreihung von Widerstandsmessungen und dergleichen zu finden ist, sondern daß die Untersuchungen durchweg getragen sind von streng physikalisch-wissenschaftlichem Geist, ein großer Teil nicht allein auf unmittelbare technische Auswirkung zugeschnitten, vielmehr auch der experimentellen Prüfung der neueren Hydro- und Aërodynamik gewidmet ist, die in dem Leiter der Versuchsanstalt einen ihrer bedeutendsten Vertreter besitzt.

Aus dessen Feder findet sich in jedem Heft ein zur Einführung des Fernerstehenden sehr gut geeigneter Abschnitt: Im ersten eine „Einführung in die Lehre vom Luftwiderstand", die insbesondere auch das Ähnlichkeitsgesetz behandelt und einen Abriß der Prandtlschen Tragflügeltheorie bringt. Die II. Lieferung enthält deren Fortführung in dem Abschnitt „Der induzierte Widerstand von Mehrdeckern", was deswegen besonders zu begrüßen ist, weil die Originalveröffentlichung vergriffen ist. Es ist erstaunlich, wie vorzüglich ein Ergebnis der Theorie, die sogenannten Umrechnungsformeln, durch die in der I. Lieferung mitgeteilten Versuchsergebnisse bestätigt werden. Die Theorie gestattet nämlich, die bei einem bestimmten Seitenverhältnis eines Tragflügels gemessenen Luftkräfte für ein beliebiges anderes Seitenverhältnis auf rechnerischem Wege zu ermitteln. Entsprechend gestattet die Theorie des Mehrdeckers (II. Lieferung), aus der Messung eines einfachen Flügels die Luftkräfte auf einen Doppeldecker rechnerisch zu bestimmen. Auch hier zeigen die Messungen in großem Bereich eine vorzügliche Übereinstimmung mit der Theorie.

Es würde zu weit führen, auch nur die hauptsächlichsten Ergebnisse hier weiter zu charakterisieren. Als von allgemeinstem physikalischem Interesse seien nur noch folgende Untersuchungen herausgehoben: Versuche über den Widerstand von Zylindern, Kugeln, Ellipsoiden, Scheiben und anderen Körpern (teilweise den Lesern dieser Zeitschrift aus den Veröffentlichungen von Wieselsberger bekannt), dann die Aufnahmen der Ausbreitung eines freien Strahles mit einem selbstaufzeichnenden Druckschreiber und ebenso die der Geschwindigkeits- und Druckverteilung hinter Widerstandskörpern, schließlich sehr schöne Strömungsaufnahmen, die den Wirbelzopf an den Flügelenden deutlich sichtbar machen. Zu erwähnen ist schließlich noch all das Interessante, was in der Beschreibung der Anstalt und ihrer Versuchseinrichtungen über die peinliche, vielfach geradezu raffinierte Versuchstechnik dieser Anstalt, auf die wir Deutsche wahrhaft stolz sein können, berichtet wird. Den „Ergebnissen" aber können wir nur wünschen: „Vivant sequentes!"

L. Schiller.

A. Haas, Einführung in die theoretische Physik. I. Bd. 3. u. 4. Auflage. 8°. X u. 307 S. Mit 58 Abb. im Text. Berlin u. Leipzig, W. de Gruyter & Co. 1923. G.-M. 7.50, geb. G.-M. 9.20.

Der Verfasser hat sein Werk einer verbessernden Neubearbeitung unterzogen. Dem I. Bd. sind jetzt nur die Probleme zugewiesen worden, die sich ohne atomistische Hypothesen behandeln lassen. Die rein historischen Betrachtungen sind im Interesse einer didaktisch besseren Deduktion — namentlich zu Eingang — verschwunden und beschränken sich auf kurze Notizen im Text. Viele, der Tendenz des Buches wegen sicher notwendige, mathematische Überlegungen, die die physikalischen Gedankengänge z. T. ein wenig langatmig

Digitized by Google

machten, werden in besonderen Abschnitten durchgeführt. So findet man Kapitel über Vektoralgebra, die allgemeine Theorie der Vektorfelder und Potentialtheorie. Der Verfasser vermag daher auch die vorhandenen Analogien besser auszunützen und gewinnt Raum für die Behandlung bisher vernachlässigter Fragen, ohne damit den Umfang des Buches ändern zu müssen.

Es konnten Paragraphen über die Wurfbewegung, das mathematische und physische Pendel — Dinge, die für die Festigung der Grundbegriffe der Mechanik beim Anfänger notwendig sind —, ferner ein der Veranschaulichung der Coriolis-Kraft dienender Absatz über die Bewegungsvorgänge auf der rotierenden Erdkugel aufgenommen werden.

Das Kapitel über die Prinzipe der Dynamik ist stofflich unverändert. Man vermißt eine Anwendung auf irgendein dem gewünschten Leserkreis naheliegendes Problem, etwa den Kreisel, was gleichzeitig den Vorteil der Bereicherung des mit dem alleinigen Beispiel des physischen Pendels ein wenig zu kurz gekommenen Abschnittes über die Mechanik des starren Körpers haben würde. Die Mechanik deformierbarer Körper hat eine Erweiterung erfahren durch Absätze über die Deformation elastischer Medien und die elastischen Wellen.

Die Kapitel über Elektrizitätslehre und Optik sind insofern verändert, als in ihnen jetzt auf Grund der oben erwähnten Neuverteilung des Stoffes auf die beiden Bände des Werkes die Behandlung der Elektronentheorie, der elektrischen Theorie der Materie, der Kristallstruktur usw. fehlt. Hinzugetreten sind dafür erfreulicherweise Betrachtungen über Selbstinduktion, Schwingungen in Leiterkreisen, Lichtintensität und ultrarote und ultraviolette Strahlen.

Die sich konsequent der anschaulichen Vektorschreibweise bedienende Darstellung ist knapp, klar und elegant. Der Gesamteindruck des Buches wie bei den ersten Auflagen: es verrät auf Schritt und Tritt die Liebe und das Geschick des Lehrers.

H. Kornfeld.

K. Hahn, Mathematische Physik. Ausgewählte Abschnitte und Aufgaben aus der theoretischen Physik. Für höhere Lehranstalten und Fachschulen und zum Selbstunterricht für Studierende. gr. 8°. IV u. 163 S. m. 46 Figuren. Leipzig, B. G. Teubner, 1924. G.-M. 5.40.

Es ist wohl möglich, das eine oder andere Problem der mathematischen Physik schon an der Mittelschule zu behandeln; nicht die populäre Darstellung eines modernen Problems, sondern nur die mathematische Betrachtung kann zu wissenschaftlicher Denk- und Arbeitsweise erziehen. Von diesem Gesichtspunkt aus hat der als Mitarbeiter und Nachfolger Grimsehls bekannte Verfasser einige Probleme aus Mechanik, statistischer Mechanik und Wärmelehre, Elektrizitätslehre, Potential- und Relativitätstheorie in dem vorliegenden Buche eine schulmäßige Behandlung finden lassen. Etwa 130 Übungsaufgaben wurden eingefügt. Die Darstellung ist zwar knapp, aber durchaus korrekt und anschaulich, sodaß das Buch zur ersten Einführung in die mathematische Physik empfohlen werden kann.

Sieger.

Robert Henseling, Astronomie für Alle. gr. 4°. 80 S. Mit 9 Tafeln. Stuttgart, Franckhsche Verlagshandlung. 1923.

Der vorliegende erste Teil dieses Werkes, welches im ganzen auf sechs Abteilungen berechnet ist, enthält unter dem Spezialtitel: Sternhimmel und Menschheit, zwei Kapitel, die sich mit der Entstehung des astronomischen Weltbildes und der Anleitung zu einfachen Himmelsbeobachtungen beschäftigen.

Wenn es auch schon eine recht erhebliche Zahl von Werken zur allgemeineren Verbreitung astronomischer Kenntnisse gibt, so dürfte das hier in seinem ersten Teile vorliegende doch in mancher Beziehung eigenartig werden, da der Verfasser gewissermaßen sowohl historische, theoretische und praktische Astronomie zusammenfassend zu behandeln gedenkt.

Durch viele recht gut gewählte Abbildungen gibt der erste Teil allgemeinverständliche Hinweise auf das Werden der Begriffe von Erde und Weltall, wie sie sich im Laufe der Zeit und bei den verschiedenen Völkern herausgebildet haben. Mit mannigfacher Anlehnung an die Abhandlung von Boll in der „Kultur der Gegenwart" werden diese Dinge hier auch durch die Beibringung von Darstellungen, die diese Begriffe erläutern und die dort nicht eingeschaltet werden konnten, vorgetragen, Dabei mußte natürlich auch der Astrologie, gewissermaßen der Mutterwissenschaft der heutigen Astronomie, geziemend gedacht und ihre Verdienste richtig eingeschätzt werden. —

Das zweite Kapitel ist für den Liebhaber der Astronomie, der auch seinerseits durch beobachtende Tätigkeit entweder sich selbst oder sogar die Wissenschaft innerhalb der ihm gesteckten Grenzen fördern will, von erheblichem Wert; denn hier bringt der Verfasser alle möglichen Anleitungen und Beobachtungsmethoden zur Sprache und erläutert dieselben durch einfachste Skizzen, deren Ausnutzung brauchbare Resultate liefern und immer neues Interesse an dem Verlauf der Geschehnisse am gestirnten Himmel zu erwecken vermag. — So darf man nach dem im vorliegenden ersten Teile Gebotenen auch Gutes von den späteren Heften erwarten, und das Werk kann nicht nur den gebildeten Laien, sondern auch solchen Naturwissenschaftlern empfohlen werden, deren Hauptgebiet dem der Astronomie nur verwandt ist.

Ambronn.

A. Fraenkel, Einleitung in die Mengenlehre. Zweite erweiterte Auflage. (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen. IX.) 8°. 251 S. m. 13 Textfiguren. Berlin, Julius Springer. 1923. G.-M. 10.80, geb. G.-M. 12.30.

Die zweite Auflage bringt gegenüber der im Bd. 21 (1920) S. 416 besprochenen wertvolle Ergänzungen und Erweiterungen. Einzelne schwierigere Beweise, die in der ersten Auflage unterdrückt oder nur skizziert waren, sind jetzt durchgeführt. Vor allem aber sind die für die Philosophie und die Mathematik in gleicher Weise wichtigen prinzipiellen Fragen über die Grundlegung der Mengenlehre ausführlicher behandelt, entsprechend dem allgemeinen Interesse, das diese Probleme gerade jetzt finden. Es ist nämlich zurzeit ein heftiger Kampf um die Grundlagen der Mathematik entbrannt. Auf der einen Seite greifen die Intuitionisten, geführt von Brouwer, die allgemeinen Grundlagen in einer Weise an, daß, wenn diese Richtung siegen würde, die Mathematik in einen Trümmerhaufen verwandelt würde; auf der anderen Seite gründet Hilbert als Schutz-

Digitized by Google

wall gegen derartige „Putsche" die „Metamathematik", welche die Mathematik auf feste Grundlagen stellen soll. An Stelle der zersetzenden Kritik setzt Hilbert die schaffende Tat. Über alle diese Dinge berichtet Fraenkel in faßlicher, vielleicht nur allzu objektiver Weise, dem Leser und noch mehr der wissenschaftlichen Weiterentwicklung die letzte Entscheidung überlassend.

Hilb.

P. Walden, Elektrochemie nichtwäßriger Lösungen. (Handbuch der angewandten physikalischen Chemie, herausgegeben von G. Bredig. 8°. Bd. XIII.) Leipzig, Johann Ambrosius Barth. 1924. G.-M. 24.—, geb. G.-M. 28.—.

Wenn der um das Gebiet der Lösungen so sehr verdiente Verfasser im Vorwort meint, eine Lücke in der Literatur mit diesem Buche auszufüllen, so kann man ihm darin nicht nur beipflichten, sondern dies dahin ergänzen, daß damit eine besonders empfindliche Lücke geschlossen wurde. Der geschilderte Tatsachenbereich ist einerseits von ungewöhnlicher Ausdehnung, andrerseits von beträchtlichem theoretischem Interesse und wohl nur ein seit Jahrzehnten in vorderster Linie mitarbeitender Forscher konnte mit Erfolg die Aufgabe angreifen, einen übersichtlichen und, was die Literaturangaben betrifft, vollständigen Überblick hierüber zu liefern. In erster Linie bedeutet der Band eine mit großer Zuverlässigkeit ausgeführte Sammlung von Material, das großenteils hier zum ersten Male einem systematischen Vergleich unterzogen werden kann. Dann enthält es wichtige kritische Bemerkungen über das Versuchsmaterial, während die theoretischen Arbeiten mehr referierend wiedergegeben sind. —

Im einleitenden und historischen Kap. I findet man den Eindruck bestätigt, daß die Sonderstellung des Wassers als Lösungsmittel für die allgemeine Elektrochemie zwar dadurch unersetzlich gewesen ist, daß an wäßrigen Lösungen eine vielseitige Versuchsmethodik in glücklichster Weise ausgebildet werden konnte; doch mußte dies notwendigerweise zu einer gewissen Einseitigkeit des Bildes führen. Erst die Übertragung und geeignete Erweiterung der Methodik auf möglichst viele andere Lösungsmittel kann diese Einseitigkeit aufheben. Hieraus fließen eine große Reihe einzelner experimenteller Aufgaben, von denen viele noch der Lösung harren. — Kap. II bis einschl. Kap. VIII behandeln die Leitfähigkeit nichtwäßriger Lösungen. Der Übersicht über die Eigenleitfähigkeit reiner Flüssigkeiten (Kap. II) folgt eine, in Tafeln angeordnete, über die Leitfähigkeiten von Lösungen (Kap. III). Nach der eingehenden Erörterung wichtiger Fragen (Ermittlung von λ_∞ usw.) im Kap. IV, werden die Einflüsse äußerer Faktoren, wie Temperatur, Zähigkeit besprochen (Kap. V). Die einfachsten Zusammenhänge ergeben sich für die Lösungen von Salzen; das Verdienst ein in vielen Mitteln genügend lösliches Salz für solche Vergleiche gefunden und planmäßig bearbeitet zu haben, gebührt bekanntlich dem Verf. Kap. VI handelt über die Ionenbeweglichkeiten, Kap. VII über Anwendungen und abnorme Erscheinungen, Kap. VIII vergleicht mit den Ergebnissen der Leitfähigkeitsmessungen die der Molekulargewichtsbestimmungen. — Die letzten Kap. behandeln gewisse physikalische Eigenschaften nichtwäßriger Elektrolytlösungen (Elektrostriktion, Brechungsvermögen, Lichtabsorption, Diffusion), die Frage der Potentiale und der Elektrolyse (Kap. IX); die Berechnung von Dissoziationskonstanten (Kap. X); den Ablauf chemischer Reaktionen (Kap. XI). Schließlich folgt in Kap. XII eine dankenswerte Zusammenstellung der Löslichkeiten von Elektrolyten in den vielen untersuchten Lösungsmitteln. —

Die fast verwirrende Fülle an Material wird im wesentlichen unter die Gesichtspunkte der Arrheniusschen Dissoziationstheorie zu bringen gesucht. Man kann sicher sagen, das dieser Rahmen zu eng erscheint und daß sich eine Reihe von Tatsachen ihr nur mit großen Zwang einfügen lassen; ebenso aber auch, daß eine Reihe von verschiedenen Erweiterungen der theoretischen Ansichten nötig sein wird. Ein Gesichtspunkt, der zur Klärung eines Teils der Schwierigkeiten wesentlich beitragen kann, ist zweifellos die Berücksichtigung der elektrostatischen Kräfte zwischen den Ionen. Seine folgerichtige Anwendung wird dann erkennen lassen, wo die nächsten lohnenden Aufgaben liegen. Bei allen Arbeiten über diese Probleme, die in naher Beziehung zu den modernen atomistischen Anschauungen stehen, wird Waldens Werk die unentbehrliche Tatsachensammlung darstellen, deren Zugänglichkeit durch das sorgfältige Register in hohem Maße erleichtert ist.

Die Ausstattung und der Druck verdienen durchaus Anerkennung.

L. Ebert.

G. Tammann, Lehrbuch der heterogenen Gleichgewichte. 8°. XII u. 358 S. Mit 336 Abbildungen. Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn, A.-G. 1924. Geh. G.-M. 15.—, geb. G.-M. 17.—.

Die Lehre von den heterogenen Gleichgewichten ist die Grundlage einer Reihe von Gebieten, die neuerdings allgemein und auch speziell für den Physiker an Interesse gewonnen haben: Metallographie, Kenntnis der Mischkristalle u. a. Sind als theoretische Grundlagen im allgemeinen zwar eine erstaunlich geringe Zahl thermodynamischer Sätze ausreichend, so zeigt sich doch neuerdings die Notwendigkeit, auch hier gelegentlich atomistische Vorstellungen zur einfachen Deutung der Vorgänge heranzuziehen, wofür die schönen Untersuchungen des Verf. über die Einwirkung von angreifenden Reagenzien bei Mischkristallen ein sprechendes Beispiel sind. Verf. hat ein einführendes Lehrbuch in das große und weitverzweigte Gebiet geschrieben; in knapper Darstellung, versehen mit sehr zahlreichen Abbildungen (Zustandsdiagrammen) kann es seinem Zweck in ausgezeichneter Weise gerecht werden, wenn auch das Streben nach systematischer Vollständigkeit für den Anfänger das Studium in mancher Beziehung erschweren kann. Den Hauptzweck: ein Zustandsdiagramm lesen und aufstellen zu lernen, wird ein selbständiger Leser wohl nirgends anders in so vielseitiger und vollständiger Weise erreichen können als durch das Studium der in diesem Buch zusammengefaßten Kenntnis über die Systeme, die ein, zwei, drei oder vier verschiedene unabhängige Bestandteile enthalten. Die Darstellung geht überall von der Erfahrung aus und enthält in den ersten vier Teilen nur die an den einzelnen Stellen nötigen thermodynamischen Sätze. Zum Schlusse faßt Verf. aber das thermodynamische Material noch einmal systematisch zusammen.

Der vielseitige Inhalt kann hier nicht kurz wiedergegeben werden; leider fehlt ein alphabetisches Register, das bei der Fülle der experimentellen Tatsachen recht erwünscht wäre und das keinen vollgültigen Ersatz auch in einem sehr breiten systematischen Inhaltsverzeichnis finden kann.

Das Buch ist das einzige Lehrbuch dieses Gebietes und muß schon deshalb lebhaft begrüßt werden; zudem ist es von einem der besten Kenner geschrieben und zeigt alle Vorzüge, die man von seinem Autor erwarten darf. Für eine wirklich gründliche und tiefer-

Digitized by Google

dringende Kenntnis der vielen Fragen, die darin behandelt werden, stellt es eine vorzügliche Einführung dar. L. Ebert.

Fritz Emde, Sinusrelief und Tangensrelief in der Elektrotechnik. (Sammlung Vieweg, Heft 69.) 108 Seiten u. 18 Bilder. Braunschweig, Friedrich Vieweg & Sohn, 1924. Geheftet G.-M. 4.50.

In vorliegendem Bändchen der Sammlung Vieweg hat Emde ein wertvolles mathematisches Hilfsmittel für Wechselströmungsprobleme zum praktischen Gebrauch ausgebaut. Die Vorzüge der Verwendung von komplexen Größen zur gleichzeitigen Darstellung von Amplitude und Phase bei sinusförmigen Wechselgrößen und die dadurch ermöglichte geometrische Veranschaulichung bei quasistationären Wechselflüssen ist bekannt. Mit Hilfe des Sinusreliefs und des Tangensreliefs lassen sich auch nicht quasistationäre Strömungen mit einem Blick übersehen.

In den beiden ersten Abschnitten gibt Emde die mathematischen Unterlagen, darunter auch die Verfahren zur numerischen Berechnung. Beim Sinusrelief und Tangensrelief sind über den Punkten der komplexen Ebene die absoluten Beträge der Funktion sin z bzw. tg z als Lote aufgetragen. Die Höhenlinien dieser Flächen stellen somit Kurven gleichen absoluten Betrags dar, während sich die Fallinien als Kurven gleicher Winkel(Phasen-)verdrehung erweisen. Der dritte Abschnitt bringt die Anwendung des Verfahrens auf die Fernleitung von Wechselströmen. Eine Wechselstromleitung bildet sich in dem auf die komplexe Ebene projizierten Kurvennetz der Höhen- und Fallinien unverzerrt ab als Abschnitt einer im allgemeinen schräg liegenden Geraden. Das Kurvennetz bildet dann an der abbildenden Strecke eine Skala für die gesuchte Ortsfunktion, hier z. B. für Stromstärke und Spannung. Es lassen sich damit unter anderem die Bedingungen für maximale Leistung und maximalen Wirkungsgrad einer Wechselstromleitung sofort übersehen. An zwei weitgehend durchgeführten Zahlenbeispielen, einer Drehstromleitung von 1000 km Länge für 100000 kW bei 200 kV und eines Drehstromkabels von 200 km Länge für 10 kV zeigt Emde die praktische Anwendung. In einem vierten Abschnitt wendet Emde die Methode auf die Stromverdrängung in Ankerleitern und auf die Verteilung der magnetischen Induktion in Dynamoankern an. In einem letzten Abschnitt wird auf das Verhältnis der komplexen Rechnung zur Vektorrechnung eingegangen.

Wie Emde selbst erwähnt, wird das Verfahren noch bei zahlreichen anderen Problemen, die zu denselben Funktionen führen, von Nutzen sein. Das Bändchen wird daher nicht allein für den praktischen und theoretischen Elektrotechniker, sondern auch für den Physiker und angewandten Mathematiker wertvoll sein. E. Mauz.

Wavelength Tables for Spectrum Analysis. Compiled by F. Twyman, F. Inst. P. 116 S. (Published by Adam Hilger, Ltd. London NW 1.) 1923. Preis 7 s. 6 d.

Seite 1—7 bringen die Definition der „Rowland"- und der „Internationalen" Skala der Wellenlängen, die Reduktion der Systeme aufeinander sowie der gemessenen Wellenlängen auf das Vakuum; anschließend 2 Tabellen zum sofortigen Ablesen der Korrektion mit hinreichender Genauigkeit. S. 8—20 enthalten die Definition der „Wellenlängenstandards" und der „sekundären" und „tertiären" Einheiten, die hierzu von den verschiedenen internationalen Tagungen gefaßten Beschlüsse nebst ihren Begründungen (letztmalig „International Astronomical Union", Mai 1922 in Rom), ferner Tabellen der sekundären und tertiären Standardlinien zwischen λ 3370 und 6750 A. (Eisen), die als Standardlinien empfohlenen Neonlinien und eine Zusammenstellung weiterer sehr sicher gemessener *Fe*-, *He*- und *Ne*-Linien zwischen 8495 und 2375 A., welche aber international noch nicht angenommen sind. Es folgen sodann (S. 21—88) die wichtigsten Ergebnisse der Untersuchungen von Hartley, Pollok u. Leonard und A. de Gramont über chemische Spektralanalyse aus Emissionsspektren mit Angaben in Tabellen über die Empfindlichkeit des Nachweises der einzelnen Elemente und die „empfindlichsten", d. h. bei geringster Konzentration eben noch auftretenden Emissionslinien (de Gramonts „raies ultimes"). S. 89—97 gibt die Wellenlängen, welche bei der Bestimmung der Radialgeschwindigkeiten der Sterne Verwendung finden (nach J. S. Plaskett). Ein kurzer Anhang enthält Angaben über die Schaltung zur Erzielung kondensierter Funken.

Das Büchlein dürfte viele Angaben enthalten, welche für den von großem Wert sind, welcher praktische Spektroskopie treibt, ganz besonders zu qualitativen und halbquantitativen Analysenzwecken. Vor allem zeigt es dem Chemiker und Metallographen, daß die Spektralanalyse einer weit größeren Anwendung fähig ist als bisher vielfach angenommen wird. Der Vorteil, das hierzu vorliegende wertvolle Material übersichtlich und vollständig zusammengestellt zu haben und die Freude an der sehr schönen Ausstattung des Buches werden den Schmerz über den hohen Anschaffungspreis lindern. Dem Gebrauche des Buches wäre viel genützt, wenn ein kurzgefaßtes Kapitel über rein technische Fragen (z. B. Behandlung und Sensibilisierung der photographischen Platten. Ausmessung der Spektra), beigefügt würde.

W. Gerlach.

K. McKready, Sternbuch für Anfänger. Eine Anleitung zum Auffinden der Sterne und zum astronomischen Gebrauch des Opernglases, des Feldstechers und des Teleskops. Übersetzt von Dr. Max Iklé. 3., erweiterte Auflage, bearbeitet von Dr. J. Weber. gr. 8°. X u. 150 S., mit 78 Abbildungen u. 2 Tafeln. Leipzig, J. A. Barth. 1923. Geb. G.-M. 15.—.

Nach allgemeinen Bemerkungen über die bei den verschiedenen Himmelsobjekten anzustellenden Beobachtungen und der zweckmäßigsten Art der Benutzung von kleinen Instrumenten wird an Hand guter Teilkarten des Himmels eine ausführliche Anleitung zum Aufsuchen der Sternbilder und von interessanten einzelnen Himmelsobjekten gegeben. Das Auffinden der Planeten ist durch Tabellen erleichtert, die bis 1941 die Sternbilder angeben, in denen jene von Monat zu Monat stehen. J. Weber hat an verschiedenen Stellen eine kurze Zusammenfassung der neuen astrophysikalischen Forschungsergebnisse eingefügt, und dadurch das Buch über seinen ursprünglichen Zweck hinaus erweitert. Die Ausstattung des Buches ist hervorragend schön; es enthält eine Anzahl ausgezeichneter Reproduktionen von Himmelsaufnahmen der großen amerikanischen Sternwarten. Die beiden Sternkarten am Schluß könnten allerdings durch übersichtlichere ersetzt werden.

A. Kopff.

Digitized by Google

M. Born, Atomtheorie des festen Zustands (Dynamik der Kristallgitter). (Fortschritte der mathematischen Wissenschaften). Heft 4. 2. Aufl. 4°. VI u. S. 527—789. Mit Fig. Leipzig-Berlin, B. G. Teubner. 1923. G.-M. 3.70, geb. G.-M. 4.30.

Während die Atomtheorie des gasförmigen Zustands jedem Physiker in ihren Grundzügen geläufig ist, kann man dies nicht mit demselben Recht von der des festen Zustands sagen. Eine übersichtliche, dem neuesten Stand der Forschung entsprechende Darstellung dieses zum Teil recht spröden Stoffes ist daher ein dringendes Bedürfnis. Glücklicherweise besitzen wir nun eine solche aus der Feder des Meisters auf diesem Gebiet der Forschung. Die vollständig neu bearbeitete 2. Auflage der Bornschen Dynamik der Kristallgitter erscheint gleichzeitig als Artikel der Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften. Dementsprechend ist die mathematische Seite der Probleme stark betont und auf Strenge der Beweisführung Wert gelegt. Im Interesse der Verbreitung des Werks bei den Experimentalphysikern, denen dessen Studium dringend zu empfehlen ist, möchte man wünschen, daß daneben auch die Anschauung noch etwas mehr zur Geltung komme und insbesondere in dem grundlegenden 1. Kapitel durch reichliches Figurenmaterial unterstützt werde.

Im 1. Kapitel wird unter der allgemeinen Voraussetzung, daß zwischen den Gitterpunkten Zentralkräfte wirken, über deren Natur keine weiteren Annahmen gemacht werden, als daß sie Abstandsfunktionen sind, die Energie in der Gleichgewichtslage, d. h. bei Atomgittern die Sublimationswärme, berechnet. Die Änderung der Energie bei der Deformation des Gitters gibt die elastischen Eigenschaften, bei denen der Anschluß an die Kontinuumstheorie hergestellt wird. Unter der weiteren Annahme, daß jeder Elementarbereich Sitz eines elektrischen Ladungssystems ist, wird die Theorie der Piezoelektrizität und ihrer Umkehrung, der Elektrostriktion entwickelt. Mit einer Anwendung auf die regulären D-Gitter schließt das erste Kapitel. Im 2. Kapitel werden rasch wechselnde Deformationen behandelt, für die infolge der Trägheit der Gitterpunkte die statischen Ansätze nicht mehr angewandt werden können. Es werden die Eigenschwingungen des Gitters berechnet und ihr Zerfall in „optische" und „mechanische" gezeigt. Bei den ersteren nähert sich die Frequenz mit wachsender Wellenlänge einer endlichen Grenze, während sie bei den letzteren zu Null abnimmt. Der thermodynamisch wichtige Verteilungssatz für die Eigenschwingungen wird abgeleitet. Im 3. Kapitel wird die Optik in der Weise behandelt, daß die in der Maxwellschen Theorie für den Zustand der Materie maßgebende Größe, die Polarisation, aus den bisherigen Ansätzen abgeleitet wird. Der Fortschritt gegenüber der Kontinuumstheorie besteht in der Erklärung der natürlichen optischen Aktivität ohne besondere Hilfsannahmen und der Herstellung von Beziehungen zwischen den optischen Parametern und andern physikalischen Eigenschaften. Das 4. Kapitel ist der Thermodynamik gewidmet. Nach einer Einleitung über die klassische Theorie der spezifischen Wärme werden die quantentheoretischen Prinzipien auf diese Fragen angewandt, und ebenso die Zustandsgleichung des festen Körpers behandelt. Nach Aufstellung eines Ausdrucks für die freie Energie wird die Theorie der thermischen Ausdehnung, der Pyroelektrizität und ihrer Umkehreffekte gegeben. Nach Erläuterung der abgeleiteten Beziehungen an den zentrischen D-Gittern schließt das Kapitel mit einem Überblick über die Theorien des Verdampfungs- und Schmelzvorgangs. Im 5. Kapitel wird auf das Wesen der Zentralkräfte zwischen den Gitterpunkten eingegangen. Entsprechend unserer heutigen Kenntnis vom Aufbau der Materie sind sie rein elektrischer Natur. Bei den Ionengittern, die zunächst behandelt werden, hat man die mit r^{-1} abnehmende Anziehung der entgegengesetzt geladenen Ionen und die infolge hoher Symmetrie mit einer hohen negativen Potenz von r abnehmende Abstoßungskraft ihrer Elektronenhüllen. Mit diesen Annahmen wird eine absolute Berechnung der optischen Parameter, wie z. B. der Wellenlänge der Reststrahlen ermöglicht. An Hand des Bornschen Kreisprozesses wird die Berechnung der Elektronenaffinität aus der Energie von Ionengittern gezeigt. Die bisher abgeleiteten elektrostatischen Gitterpotentiale gelten nur für langsam veränderliche Vorgänge. Für schnelle Schwingungen kommt dagegen die endliche Ausbreitungsgeschwindigkeit der elektromagnetischen Störung ins Spiel. Mit den in diesem Fall geltenden, hauptsächlich von Ewald entwickelten Theorien schließt das inhaltsreiche Werk. Joos.

Tagesereignisse.

Die Hauptversammlung des Vereins deutscher Ingenieure in Hannover faßte am 1. Juni 1924 folgende wichtige **Entschließung zur Neuordnung des preußischen höheren Schulwesens.**

Gegen die überstürzte und ohne Anhören der einschlägigen Berufskreise erfolgte Einführung der Neuordnung des preußischen höheren Schulwesens wird nachdrücklich Einspruch erhoben.

Es steht zu befürchten, daß die getroffenen Änderungen in dem höheren Schulwesen für viele zu einer Verlängerung des Studiums führen werden.

Die scharfe Differenzierung der Bildungsziele für die einzelnen Schularten, wie sie in der Denkschrift des Preußischen Ministeriums für Wissenschaft, Kunst und Volksbildung zum Ausdruck gelangt, wird dazu führen, daß die Absolventen der höheren Schulen für das spätere Leben einseitig eingestellt und untereinander bildungsfremd werden. Hierdurch wird dem Kastengeist neue Nahrung zugeführt.

Bei der ungemein weitreichenden Bedeutung dieser Fragen muß mit aller Entschiedenheit vor endgültiger Durchführung eine eingehende Beratung unter Zuziehung von Sachverständigen aus den verschiedenen Berufskreisen gefordert werden.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Bonn Dr. H. Rheinboldt für Chemie, an der Technischen Hochschule Stuttgart Dr. E. Fues für Theoretische Physik.

Ernannt: Der Privatdozent an der Universität Leipzig Dr. Ludwig Neder zum außerplanmäßigen a. o. Professor der Mathematik ebenda, der Privatdozent für Astronomie an der Universität München Dr. Hans Kienle zum a. o. Professor an der Universität Göttingen.

In den Ruhestand: Der ord. Professor der Astronomie an der Universität Bonn und Direktor der Sternwarte daselbst Geh. Regierungsrat Dr. Karl Friedrich Küstner, der ord. Professor der Mathematik an der Universität Königsberg Geh. Regierungsrat Dr. Franz Meyer, der ord. Professor für angewandte Mathematik an der Universität Göttingen Geh. Regierungsrat Dr. Karl Runge.

Gestorben: Der frühere ord. Professor der Physik und Meteorologie an der Technischen Hochschule Stuttgart Dr. Karl Richard v. Koch.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. F. Harms in Würzburg. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Digitized by Google

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

No. 13. 1. Juli 1924. Redaktionsschluß für No. 15 am 10. Juli 1924. 25. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

K. Försterling, Zerstreuung der Röntgenstrahlen durch freie Elektronen. S. 313.

J. R. Katz, Röntgenspektroskopische Untersuchungen über das Wesen der Quellung bei Substanzen, die ein Faserdiagramm geben. S. 321.

L. Heis, Ein Manometer hoher Empfindlichkeit. S. 326.

F. J. v. Wiśniewski, Die p- und d-Terme des Lithiums. S. 330.

R. v. Hirsch, Einwirkung des Magnetfeldes auf die Polarisation des Kanalstrahlenlichtes. S. 333.

R. Gans, Bemerkung zur Theorie der Durchmesserbestimmung von Sternen mittels des Interferometers. S. 335.

Besprechungen:

W. Blaschke, Vorlesungen über Differentialgeometrie. S. 336.

Astronomischer Kalender für 1924. S. 336.

Berichtigung. S. 336.

Personalien. S. 336.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Zerstreuung der Röntgenstrahlen durch freie Elektronen.

Von K. Försterling.

I.

Versuche über die Zerstreuung von Röntgen- und γ-Strahlen führten A. H. Compton[1]) zu der Überzeugung, daß die zerstreute Strahlung eine geringe Änderung der Wellenlänge gegenüber der primären Strahlung aufweise. Er selbst sowohl[2]) wie Debye[3]) suchten aus diesen Ergebnissen Schlüsse zu ziehen über die Wechselwirkung der elektromagnetischen Stellung mit einem freien Elektron. Beide Verfasser gelangen zu einer Deutung der Experimente auf Grund der Annahme der „Nadelstrahlung", d. h. die Abgabe von Strahlung durch ein Elektron soll nur in einer einzigen Richtung erfolgen, nicht in einer Kugelwelle. Allerdings blieb es Compton nicht verborgen, daß die Abhängigkeit der Wellenlänge der zerstreuten Strahlung von dem Winkel φ der Beobachtungsrichtung gegen den Primärstrahl formal durch die Formel des Dopplerschen Prinzips wiedergegeben werden kann, als ob die Wellen von einer mit der Geschwindigkeit v bewegten Strahlungsquelle ausgingen. In einer neuen, soeben erschienenen Arbeit[4]) wird dieser Gedankengang noch um einen Schritt weiter verfolgt, indem die Hypothese geprüft wird, daß die zerstreute Energie eine Kugelwelle von der Energie E und dem Impuls $\frac{E}{c^2} v$ sei und so der Ansatz (S. 319) gewonnen. Indessen ist diese Einführung der Geschwindigkeit v rein formal, und aus diesem Grunde wird dieser Ansatz sogleich vom Verfasser abgelehnt, zu Unrecht wie uns scheint.

Um nun experimentell zwischen den verschiedenen Theorien — der Maxwellschen Theorie, der Quantentheorie der Kugelwelle und der Quantentheorie der Nadelstrahlung — entscheiden zu können, ist es nötig, zunächst die Konsequenzen der Grundannahmen dieser Theorien zu entwickeln. In den Paragraphen I bis III geschieht dies in einer für Röntgenstrahlen gültigen Näherung, da uns diese auf Grund der Maxwellschen Theorie gestattet, einen Einblick in den Mechanismus des Vorganges zu gewinnen. Da diese Annäherung für harte γ-Strahlen, wie sie beim radioaktiven Zerfall auftreten, nicht ausreicht, werden im IV. Abschnitte die exakten Formeln angegeben, wie sie sich allein aus der Anwendung des Impuls- und Energiesatzes ergeben. Für die Maxwellsche Theorie sind die hier in Frage kommenden Beziehungen durch die Rechnungen M. Abrahams bekannt. Sie übertragen sich durch Einführung des Planckschen Energiequantums sogleich auf die Quantentheorie der Kugelwelle. Für die Theorie der Nadelstrahlung ist dann auf die Ansätze von Compton und Debye zurückzugreifen.

Eine Diskussion der Beobachtungen an der Hand der gewonnenen Formeln muß einer späteren Mitteilung vorbehalten bleiben.

Im Folgenden soll zunächst die Umwandlung der Energie einer ebenen homogenen Lichtwelle durch ein freies Elektron nach der Maxwellschen Theorie behandelt werden. Das Elektron mag zur Zeit $t = 0$ ruhen. Wir nehmen an, daß die Welle sich $// Z$ fortpflanzt und der

1) A. H. Compton, Bull. Nat. Res. Council. **20**, 19, 1922.

2) A. H. Compton, Phys. Rev. **21**, 483, 1923.

3) P. Debye, Physik. Zeitschr. **24**, 161, 1923.

4) A. H. Compton, Phys. Rev. **23**, 442, 1924.

Digitized by Google

elektrische Vektor $\parallel X$ weist. Diese elektrische Kraft setzt das Elektron zunächst in Bewegung, wobei die vom Elektron emittierte Strahlung sich durch eine dämpfende Kraft bemerkbar macht, die sich zu:

$$\frac{2}{3}\frac{e^2}{c^3}\frac{d\,x^3}{dt^3}$$

ergibt[1]). Die elektrische Feldstärke $\mathfrak{E}_x$ ist nun von einer gleich großen magnetischen Kraft $\mathfrak{H}_y$ begleitet, welche infolge der Biot-Savartschen Kraft dem Elektron eine Beschleunigung $\parallel Z$ erteilt. Diese Beschleunigung sehen wir als so klein an, daß wir zunächst die Strahlungsdämpfung, welche von ihr herrührt, vernachlässigen, und ferner die Glieder:

$$\frac{e}{c}\left[\frac{dz}{dt}, \mathfrak{H}\right],$$

sowie alle weiteren höherer Ordnung fortlassen.

Da die Welle das Elektron in der Richtung ihrer Normalen, der Z-Achse, in Bewegung setzt, ist strenggenommen die Frequenz bezogen auf das Elektron nicht konstant; da wir uns indessen auf Glieder erster Ordnung in dz/dt beschränken, können wir die Dopplerkorrektion bei der Lösung der Bewegungsgleichungen vernachlässigen.

In unserer Näherung gelten also die Gleichungen:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} - \frac{2}{3}\frac{e^2}{c^3}\frac{dx^3}{dt^3} = e\mathfrak{E}_x,$$

$$m\frac{d^2z}{dt^2} = -\frac{e}{c}\frac{dx}{dt}\mathfrak{H}_y.$$

$$\mathfrak{E}_x = A e^{i\omega t}, \quad \mathfrak{H}_y = \mathfrak{E}_x$$

Führen wir periodische Lösungen ein:

$$\frac{dx}{dt} = a e^{i\left(\omega t + \frac{\pi}{2} + \delta\right)},$$

so haben wir mit der Abkürzung:

$$\gamma = \frac{2}{3}\frac{e^2}{mc^3}\omega^2 = \frac{8\pi^2}{3}\frac{e}{mc}\frac{e}{\lambda^2}:$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{e/m}{i\omega+\gamma}\mathfrak{E}_x = \frac{e}{m}\frac{\gamma - i\omega}{\omega^2+\gamma^2}\mathfrak{E}_x,$$

woraus:

$$\operatorname{tg}\delta = -\operatorname{cotg}\left(\delta + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{\gamma}{\omega}, \quad a = \frac{e/m}{\sqrt{\omega^2+\gamma^2}}A,$$

also, näherungsweise bei der kleinen Strahlungsdämpfung γ:

$$\delta = \frac{\gamma}{\omega}, \quad a = \frac{e/m}{\omega}A$$

folgt. Die reelle Geschwindigkeit wird dann:

$$\frac{dx}{dt} = a\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2} + \delta\right) = -a\sin(\omega t + \delta) =$$

$$= -a\left|\sin\omega t + \frac{\gamma}{\omega}\cos\omega t\right|,$$

indem γ^2/ω^2 wieder vernachlässigt wird.

Hiermit gehen wir in die zweite Gleichung, die in reeller Form übergeht in:

$$m\frac{d^2z}{dt^2} = +\frac{ca}{c}A\cos\omega t\left(\sin\omega t + \frac{\gamma}{\omega}\cos\omega t\right),$$

also:

$$\frac{dz}{dt} = \frac{ea}{mc\omega}A\left[\frac{1}{2}\sin^2\omega t + \right.$$

$$\left. + \frac{\gamma}{2\omega}\sin\omega t\cos\omega t + \frac{\gamma}{2}t\right].$$

Da $\frac{dz}{dt}$ für $t = 0$ verschwinden muß, so ist die Integrationskonstante Null gesetzt. In etwas anderer Schreibweise haben wir:

$$\frac{dz}{dt} = \frac{e^2}{m^2c\omega^2}A^2\left|\frac{1}{4} - \frac{1}{4}\cos\left(2\omega t + \frac{\gamma}{\omega}\right) + \frac{\gamma}{2}t\right|. \quad (1)$$

Infolge des ersten Gliedes bewegt sich also das Elektron mit gleichförmiger Geschwindigkeit vor der Welle her; das zweite Glied gibt zu überlagerten Schwingungen mit der Frequenz 2ω Veranlassung. Für große t können diese beiden Glieder, die schon von J. J. Thomson abgeleitet sind, neben dem letzten fortbleiben, und wir erhalten:

$$\frac{dz}{dt} = \frac{e^2\gamma}{2cm^2\omega^2}A^2t = \frac{1}{3}\frac{e^4}{mc^4}A^2t. \quad (1a)$$

Dem Faktor von t können wir eine einfache Form geben. Die in dem Zeitraum t vom Elektron emittierte Energie E_t ist nämlich durch die Arbeit der dämpfenden Kraft gegeben zu:

$$E_t = -\frac{2}{3}\frac{e^2}{c^3}\int_0^t \frac{d^3x}{dt^3}dx = \frac{2}{3}\frac{e^2\omega^2}{c^3}\int_0^t\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 dt$$

und dies ist näherungsweise:

$$E_t = \frac{2}{3}\frac{e^2\omega^2a^2}{c^3}\int_0^t \sin^2\omega t\,dt =$$

$$= \frac{2}{3}\frac{e^4}{m^2c^3}A^2\int_0^t \sin^2\omega t\,dt.$$

Wenn wir das Integral über eine ganze Zahl von Perioden erstrecken, so wird:

$$E_t = \frac{1}{3}\frac{e^4}{m^2c^4}t. \quad (2)$$

1) M. Abraham, Theorie d. Elektrizität II, S. 68 (III. Auflage). Leipzig 1914.

Digitized by Google

Führen wir diesen Ausdruck in die Formel für $\frac{dz}{dt}$ ein, so ist:

$$\frac{dz}{dt} = \frac{E_t}{mc}. \qquad (3)$$

E_t ist die vom Elektron im Zeitraum o bis t emittierte Energie. Da wir $\frac{dz}{dt}$ als klein voraussetzen, so unterscheidet sie sich sehr wenig von der der einfallenden Welle entnommenen Energie E_{0t}. Da wir uns bei der Berechnung von $\frac{dz}{dt}$ auf Größen erster Ordnung beschränkt haben, so können wir auch schreiben:

$$\frac{dz}{dt} = \frac{E_{0t}}{mc}. \qquad (3a)$$

Die vom Elektron emittierte Welle hat nun nicht dieselbe Frequenz wie die einfallende, denn es ist die Dopplersche Korrektion anzubringen. Wohl aber haben beide Wellen dieselbe Frequenz ν', wenn man sie vom bewegten Elektron aus beurteilt. Ist φ der Winkel des Strahls gegen die Bewegungsrichtung, in unseren Falle die z-Achse, so ist für die einfallende Welle, deren Frequenz ν_0 ist ($\omega = 2\pi\nu$):

$$\nu' = \nu_0(1-\beta) \qquad \beta = \frac{1}{c}\frac{dz}{dt}.$$

In der emittierten Welle gilt für einen Strahl in der Richtung φ:

$$\nu' = \nu\,(1-\beta\cos\varphi),$$

wenn ν die in dieser Richtung beobachtete Frequenz ist. Daher gilt:

$$\nu = \nu_0\,\frac{1-\beta}{1-\beta\cos\varphi} = \nu_0\left(1-2\beta\sin\frac{\varphi}{2}\right),$$

oder mit Einführung von $c\beta = \frac{dz}{dt}$ und den Wert (3a) für $\frac{dz}{dt}$:

$$\nu_0 - \nu = 2\nu_0\beta\sin\frac{\varphi}{2} = \nu_0\frac{2E_{0t}}{mc^2}\sin^2\frac{\varphi}{2}. \qquad (4)$$

Je länger also die Einwirkung der Welle auf das freie Elektron währt, umso größer wird die Frequenzänderung der zerstreuten Strahlung gegenüber der einfallenden. —

Wir kommen nun zur Berechnung der zerstreuten Wellenenergie und deren Abhängigkeit von der Richtung φ. Wir haben also den zeitlichen Mittelwert des Poyntingschen Vektors:

$$\mathfrak{S} = \frac{c}{4\pi}[\mathfrak{E}\mathfrak{H}] = \frac{\mathfrak{r}}{r}\frac{c}{4\pi}\mathfrak{E}^2,$$

wenn $\mathfrak{r}$ der Vektor vom Punkte des Entsendens zum Beobachter, und r sein absoluter Betrag ist.

In unserem Falle liegt die Geschwindigkeit $\mathfrak{v}$ immer in der Richtung der Fortschreitungsrichtung der Welle ($\parallel Z$), und die Beschleunigung des Elektrons, soweit wir sie in unserer Näherung für die Ausstrahlung zu berücksichtigen haben, $\parallel$ der einfallenden elektrischen Feldstärke der einfallenden Welle, die transversal, also $\perp Z$ ist. Sei ξ der Winkel, welcher die Ebene, in der die Beschleunigung $\dot{\mathfrak{v}}$ und $\mathfrak{r}$ liegen, mit derjenigen, die $\mathfrak{v}$ und $\mathfrak{r}$ enthält, bildet, so gilt[1]) für die ausgestrahlte Feldstärke $\mathfrak{E}'$:

$$\mathfrak{E}'^2 = \frac{e^2\dot{\mathfrak{v}}^2}{r^2c^4(1-\beta\cos\varphi)^6}\left\{(1-\beta\cos\varphi)^2 - \sin^2\varphi\cos^2\xi\right\}; \quad \beta = \frac{v}{c}.$$

Wir wollen nun annehmen, daß die einfallende Welle unpolarisiert ist, dann ist der mittlere Beitrag eines Elektrons zu $\mathfrak{S}$ gegeben durch:

$$|\mathfrak{S}| = \frac{e^2\dot{\mathfrak{v}}^2}{4\pi c^3}\left|\frac{1}{(1-\beta\cos\varphi)^4} - \frac{1}{2}\,\frac{\sin^2\varphi}{(1-\beta\cos\varphi)^6}\right|. \qquad (5)$$

In dieser Formel ist β mit der Zeit veränderlich, wir wollen statt dessen einen Mittelwert $\bar{\beta}$ einführen, den wir als konstant ansehen.

Die Strahlungsdichte:

$$|\bar{\mathfrak{S}}| = C\left|\frac{1}{(1-\bar{\beta}\cos\varphi)^4} - \frac{1}{2}\,\frac{\sin^2\varphi}{(1-\bar{\beta}\cos\varphi)^6}\right|$$

stellt nun noch nicht die gesuchte Größe dar. Dieser Ausdruck würde nämlich voraussetzen, daß die Emission von einem dauernd bewegten Elektron erfolgt. In Wirklichkeit wird aber das Elektron durch Zusammenstoß zur Ruhe kommen und nach einiger Zeit von neuem beschleunigt werden. Im Mittel mögen jedesmal N-Wellenberge emittiert werden. Wir betrachten jetzt ein Volumelement, welches groß ist gegenüber der freien Weglänge der Elektronen, und beobachten in großer Entfernung. Die N-Wellenlängen haben dann je nach der Beobachtungsrichtung φ eine verschiedene Länge, welche proportional $(1-\beta\cos\varphi)$ ist. Der radiale Abstand zweier aufeinanderfolgenden Wellenzüge ist also umso größer, je größer die Energiedichte eines Wellenzuges ist. Wenn wir nun beobachten, so treffen sehr viele Wellenzüge nacheinander beim Beobachter ein, welcher die mittlere Strahlungsdichte mißt $|\bar{\bar{\mathfrak{S}}}|$. Diese erhält man aus $|\bar{\mathfrak{S}}|$:

$$\bar{\bar{\mathfrak{S}}} = |\bar{\mathfrak{S}}|\,(1-\bar{\beta}\cos\varphi) = C\left|\frac{1}{(1-\bar{\beta}\cos\varphi)^3} - \frac{1}{2}\,\frac{\sin^2\varphi}{(1-\bar{\beta}\cos\varphi)^5}\right|. \qquad (6)$$

1) M. Abraham, Theorie d. Elektrizität II, S. 107. Leipzig 1914.

Digitized by Google

Voraussetzung für die Anwendbarkeit dieser Formel ist, daß die einfallende Strahlung unpolarisiert ist. Um $\bar{\beta}$ zu berechnen, müßte man die mittlere freie Weglänge der Elektronen kennen.

Für $\bar{\beta} = 0$ wird:

$$\mathfrak{S} = C\frac{2 - \sin^2\varphi}{2} = C\frac{1 + \cos^2\varphi}{2} \qquad (6a)$$

ein Ausdruck, den Thomson für die Zerstreuung der Röntgenstrahlen angegeben hat.

II.

Wir haben uns bisher auf den Boden der Maxwellschen Theorie gestellt und suchen jetzt von hier aus den Übergang zur Quantentheorie zu finden.

Wir nehmen an, daß die Energie in ganzen Quanten $h\nu$ emittiert und absorbiert wird. Den Vorgang denken wir uns so, daß das Elektron zunächst ein Energiequantum $h\nu_0$ der Welle entnimmt und in eine uns unbekannte Form der Energie überführt und daß dann die Emission wieder eines Quantums erfolgt. Diese letztere würde bei einem ruhenden Elektron in Gestalt einer Kugelwelle vor sich gehen. Wir gelangen zu den entsprechenden Formeln, wenn wir unser E_0 durch $h\nu_0$ ersetzen. (Daß ein Elektron aus der Welle mehr als ein Quantum $h\nu_0$ aufnimmt, ist sehr unwahrscheinlich, und soll deshalb beiseite gelassen werden.) Dann wird:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dz}{dt} &= \frac{h\nu_0}{mc}, \\ \nu_0 - \nu &= \frac{2h\nu_0^2}{mc^2}\sin^2\frac{\varphi}{2}. \end{aligned}\right| \qquad (7a)$$

Die Intensität der emittierten Strahlungsdichte von der Richtung ist dann ebenfalls durch den Ausdruck:

$$\mathfrak{S} = C\left|\frac{1}{(1-\beta\cos\varphi)^3} - \frac{1}{2}\frac{\sin^2\varphi}{(1-\beta\cos\varphi)^5}\right| \qquad (7b)$$

gegeben, wo aber nun $c\beta$ eine konstante Geschwindigkeit, nämlich:

$$\beta = \frac{1}{c}\frac{dz}{dt} = \frac{h\nu_0}{mc^2} \qquad (7c)$$

ist.

III.

Annahme einer gerichteten Ausstrahlung[1]) (Nadelstrahlung).

Die Emission der Strahlung erfolge ohne Rücksicht auf die Symmetrie des Vorganges in einer einzigen, durch den Winkel φ gegen die Richtung des einfallenden Strahls definierten Richtung. Um den Impulssatz aufrecht zu erhalten, kann dann die durch die Welle hervorgerufene Bewegung des Elektrons nicht mit der Fortschreitungsrichtung der einfallenden Welle zusammenfallen, sondern bildet einen Winkel ϑ mit ihr. Vernachlässigen wir die Relativkorrektion, so haben wir als Energie- und Impulssatz:

$$E_0 = E + \tfrac{1}{2}mv^2, \qquad (8a)$$

$$\frac{E_0}{c} = \frac{E}{c}\cos\varphi + mv\cos\vartheta, \qquad (8b)$$

$$0 = \frac{E}{c}\sin\varphi + mv\sin\vartheta, \qquad (8c)$$

woraus die beiden letzten Gleichungen ergeben:

$$\frac{E_0^2}{c^2} + \frac{E^2}{c^2} - \frac{2E_0E}{c^2}\cos\varphi = m^2v^2. \qquad (8d)$$

Ferner wird angenommen, daß die Frequenzen der Strahlung stets der Bohr-Planckschen Beziehung:

$$E_0 = h\nu_0, \quad E = h\nu \qquad (8e)$$

genügen.

Wir begnügen uns zunächst mit der bisher innegehaltenen Näherung, daß v eine relativ kleine Größe ist, so daß $\frac{1}{2}mv^2$ klein neben E_0 und damit E und E_0 nahezu gleich ist. Dann ergibt (a) und (d) sogleich:

$$\left.\begin{aligned} E_0 - E &= \frac{1}{2mc^2}(E_0^2 + E^2 - 2EE_0\cos\varphi), \\ &= \frac{E_0^2}{mc^2}(1-\cos\varphi) = \frac{2E_0^2}{mc^2}\sin^2\tfrac{1}{2}\varphi \end{aligned}\right| \qquad (8f)$$

und mit Hilfe von e:

$$\nu_0 - \nu = \frac{2h\nu_0^2}{mc^2}\sin^2\tfrac{1}{2}\varphi. \qquad (8g)$$

Aus (a) und (f) ergibt sich:

$$\left.\begin{aligned} \frac{2E_0^2}{mc^2}\sin^2\tfrac{1}{2}\varphi &= \tfrac{1}{2}mv^2, \\ v &= \frac{2E_0}{mc}\sin\frac{\varphi}{2} \end{aligned}\right| \qquad (8h)$$

und schließlich ergibt (h) und (c) kombiniert:

$$-\frac{E}{c}\sin\varphi = m\frac{2E_0}{mc}\sin\frac{\varphi}{2}\sin\vartheta$$

und näherungsweise mit $E_0 = E$:

$$-2\sin\vartheta = \frac{\sin\varphi}{\sin\frac{\varphi}{2}} = 2\cos\frac{\varphi}{2},$$

also:

$$\vartheta = -\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\varphi}{2}\right) \text{ oder } + \vartheta = -\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\varphi}{2}\right).$$

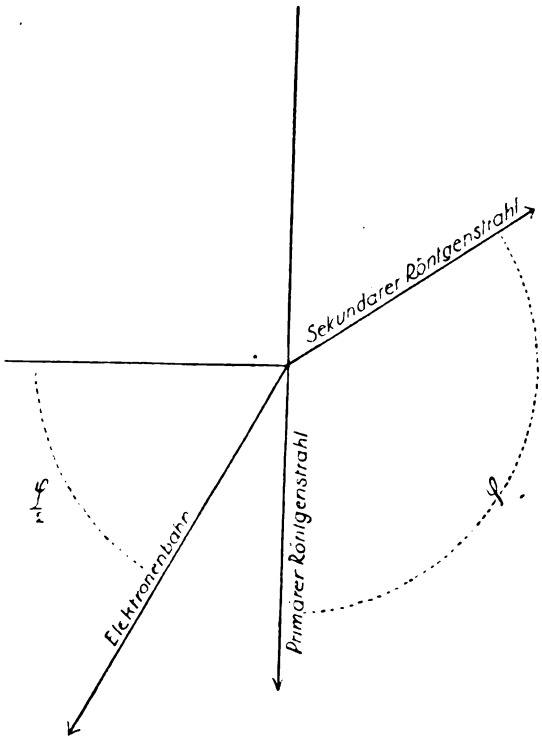
Aus (h) folgt nun, daß $\cos\vartheta$ immer > 0 sein muß, da $E_0 > E$, also:

$$\frac{1}{c}(E_0 - E\cos\varphi) > 0, \quad \text{also } mv\cos\vartheta > 0$$

[1]) Vgl. die Zitate in der Einleitung.

Digitized by Google

und da $\cos\vartheta = \cos(-\vartheta)$, so ergibt sich, daß die Festsetzung $\vartheta = -\frac{\pi}{2} + \frac{\varphi}{2}$ dieser Bedingung genügt, wenn wir φ zwischen 0 und $\pm 180^0$ laufen lassen. Die Richtung des Primärstrahls ist dann $\vartheta = 0$ (s. Figur).



Für die bei einem Elementarprozeß in der Richtung φ ausgesandte Energie der Wellenstrahlung ergibt sich mit der Abkürzung:

$$\beta = \frac{h\nu_0}{mc^2},$$

$$\frac{E}{E_0} = \frac{h\nu}{h\nu_0} = 1 - 2\beta\sin^2\frac{\varphi}{2}.$$

Diese Formel ergibt nun noch nicht die beobachtete Strahlungsintensität in ihrer Abhängigkeit von der Richtung. Es wird ja der Mittelwert über viele Elementarprozesse beobachtet, und da der Vorgang in bezug auf die Fortpflanzungsrichtung der einfallenden Welle eine ausgezeichnete Richtung besitzt, wird die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die sekundäre Strahlung der Welle gerade in der Richtung φ erfolgt, eben von φ noch abhängen. Um zu einem Ansatz für diese Wahrscheinlichkeit zu gelangen, müssen wir nun Hypothesen, etwa das Korrespondenzprinzip von Bohr heranziehen.

A. Wir könnten aber, etwa wie Kramers es bei der Spektroskopie der Wasserstoffatome gemacht hat, die Intensität der Strahlung nach der Maxwellschen Theorie berechnen und den so erlangten Ausdruck als maßgebend ansehen für die Emission sehr vieler Elektronen. Wir würden dann also wie oben erhalten:

$$\bar{\mathfrak{S}} = C\left\{\frac{1}{(1-\beta\cos\varphi)^3} - \frac{1}{2}\frac{\sin^2\varphi}{(1-\beta\cos\varphi)^5}\right\}, \qquad \beta = \frac{h\nu_0}{mc^2}. \tag{9a}$$

B. In anderer Weise zieht Debye die Korrespondenz zwischen Quantenhypothese und Maxwellscher Theorie heran. Er geht von der Zerstreuung des Lichtes durch ein ruhendes Elektron aus. Wir müßten uns also das Elektron in einer Ebene $z = \text{konst.}$ festgehalten denken. Dann ist nach 6a die vom Elektron emittierte Strahlungsdichte gegeben durch:

$$C\frac{1+\cos^2\varphi}{2}.$$

Diesem Ausdruck proportional setzt Debye die Wahrscheinlichkeit, daß ein Elementarprozeß derart verläuft, daß die emittierte Wellenstrahlung in der Richtung φ emittiert wird. Die mittlere Strahlungsdichte wäre also gegeben durch:

$$C'\frac{1+\cos^2\varphi}{2}E = c(1+\cos^2\varphi)\left(1-2\beta\sin^2\frac{\varphi}{2}\right), \tag{9b}$$

wo C' und c neue Konstanten sind, die natürlich umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung vom zerstreuenden Volumelement sind.

C. Von anderen Überlegungen geht A. H. Compton aus. Er hatte bemerkt, daß die Frequenzänderung formal einem Dopplereffekt äquivalent ist. Er setzt daher die beobachtete Strahlungsdichte eines zerstreuenden Volumenelementes in Korrespondenz mit der Emission einer bewegten Lichtquelle. Diese Lichtquelle, durch die das strahlende Volumenelement formal ersetzt wird, denkt sich Compton durch eine Lorentz-Transformation „zur Ruhe" transformiert, wobei φ in φ' übergehen mag und durch die bekannte Formel:

$$\sin\varphi = (1-\beta\cos\varphi)\sin\varphi'$$

gegeben ist, und die Frequenz:

$$\nu' = \nu(1-\beta\cos\varphi).$$

In diesem gestrichenen Koordinatensystem soll nun die Zerstreuung so erfolgen, wie es nach der Maxwellschen Theorie geschehen soll, d. h. in einen Öffnungswinkel $\sin\varphi' d\varphi'$ soll die Strahlung proportional

$$(1+\cos^2\varphi')\sin\varphi' d\varphi'$$

sein.

Digitized by Google

Geht man zu den ungestrichenen Größen über, so wäre die Strahlung proportional zu:

$$\frac{1+\cos^2\varphi-4\beta\cos\varphi}{(1-\beta\cos\varphi)^4}\sin\varphi\,d\varphi.$$

Berechnet man die auf die Flächeneinheit fallende Energie, so ist das auf S. 315 Gesagte in Betracht zu ziehen. Es werden nämlich in der Zeiteinheit ebensoviel Quanten emittiert werden, wie von der Fläche aufgefangen werden. Setzt man noch die Energie eines Quantums gleich

$$h\nu = h\frac{\nu_0}{1+2\beta\sin^2\frac{\varphi}{2}},$$

so erhält man die aufgefangene Strahlungsintensität zu:

$$\begin{aligned}\bar{\mathfrak{S}} &= c\frac{\nu_0}{1+2\beta\sin^2\frac{\varphi}{2}}\cdot\frac{1+\cos^2\varphi-4\beta\cos\varphi}{(1-\beta\cos\varphi)^4},\\ &= 2c\frac{\nu_0}{(1+\beta)-\beta\cos\varphi}\left|\frac{1}{(1-\beta\cos\varphi)^2}-\frac{\frac{1}{2}\sin^2\varphi}{(1-\beta\cos\varphi)^4}\right|,\\ &= 2c\nu_0(1-\beta)\left|\frac{1}{(1-\beta\cos\varphi)^3}-\frac{\frac{1}{2}\sin^2\varphi}{(1-\beta\cos\varphi)^5}\right|.\end{aligned}\qquad(9c)$$

Diese Formel (9c) unterscheidet sich, was die Abhängigkeit von φ anbetrifft, gar nicht von (9a), die wir direkt aus dem Korrespondenzprinzip erschlossen haben.

IV.

Wir haben bisher die Größe $\frac{E_0}{mc^2}$ als klein vorausgesetzt, eine Annahme, die nicht immer gerechtfertigt ist. Handelt es sich zum Beispiel um γ-Strahlen von RaC, so ist $\lambda = 0{,}022$ Å. nach Compton (S. 499) zu setzen. Hier wird:

$$\frac{h\nu}{mc^2}=\frac{h}{mc\lambda}=1{,}09$$

und dieses würde, wenn man unsere Näherung anwenden wollte, auf Überlichtgeschwindigkeit des Elektrons führen. Wir lassen also unsere Annahme, daß β klein sein soll, fallen und verzichten darauf, einen genauen Einblick in die Zusammenhänge nach der Maxwellschen Theorie zu gewinnen. Vielmehr legen wir zur Berechnung von β lediglich den Impuls- und Energiesatz, sowie die bekannten von M. Abraham gewonnenen Resultate für eine mit beliebiger Geschwindigkeit bewegten Punktladung zugrunde. Wir können uns hier immer noch in hinreichender Annäherung auf den Fall beschränken, daß das Elektron seine Schwingungen transversal zu seiner Fortschreitungsrichtung ausführt. M. Abraham findet dann für die in ein und demselben Zeitelement ausgestrahlte Energie dE und Bewegungsgröße $d\mathfrak{G}$ den einfachen Zusammenhang:

$$d\mathfrak{G}=\frac{\mathfrak{v}}{c^2}dE,\qquad(10)$$

wobei $\mathfrak{v}$ die zur Zeit der Ausstrahlung gültige Geschwindigkeit ist, während der Impuls- und Energieverlust der erregenden Welle:

$$d\mathfrak{G}_0=\frac{1}{c}dE_0$$

ist.

Der Impuls der ausgesandten Strahlung sowohl wie der des Elektrons fällt aus Symmetriegründen immer mit der Strahlrichtung der einfallenden Welle zusammen. G und G_0 seien die absoluten Beträge des Impulses der einfallenden und zerstreuten Welle, und $\frac{\mathfrak{v}}{c}$ werde wieder mit β abgekürzt. Die Energiegleichung und der Impulssatz verlangen dann:

$$\begin{aligned}dE_0 &= dE + d\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\beta^2}},\\ dG_0 &= dG + d\frac{m_0c\beta}{\sqrt{1-\beta^2}},\end{aligned}\qquad(11)$$

oder:

$$\begin{aligned}dE_0 &= dE + m_0c^2\,d\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}},\\ \frac{1}{\beta}dE_0 &= dE + \frac{m_0c^2}{\beta}d\frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}},\end{aligned}$$

woraus:

$$\begin{aligned}dE_0 &= m_0c^2\frac{1}{(1-\beta)\sqrt{1-\beta^2}}d\beta =\\ &= m_0c^2\frac{1+\beta}{\sqrt{1-\beta^2}^3}d\beta\end{aligned}$$

folgt, so daß:

$$E_0 = m_0c^2\left|\frac{\beta+1}{\sqrt{1-\beta^2}}-1\right|,$$

da $E_0 = 0$ ist, wenn $\beta = 0$.

Hieraus findet man zunächst:

$$\begin{aligned}\left(\frac{E_0}{m_0c^2}+1\right)^2 &= \frac{1+2\beta+\beta^2}{1-\beta^2} =\\ &= 1+2\beta\frac{1+\beta}{1-\beta^2}=1+\frac{2\beta}{1-\beta}.\end{aligned}$$

Digitized by Google

Also:

$$\beta = \frac{\frac{E_0}{m_0c^2}\left(\frac{E_0}{m_0c^2}+2\right)}{\left(\frac{E_0}{m_0c^2}+1\right)^2+1}. \qquad (12)$$

Dieser Ausdruck mit $\beta = \frac{v}{c}$ bestimmt die Geschwindigkeit des Elektrons nach der Maxwellschen Theorie. β nimmt mit der Zeit zu, da E_0, die vom Elektron dem Primärstrahl entzogene Energie, mit der Zeit wächst. Für kleine E_0/m_0c^2 geht unsere Gleichung in die im ersten Abschnitt abgeleitete:

$$\beta = \frac{E_0}{m_0c^2}$$

über.

Wenden wir uns jetzt zu der unter II. besprochenen Quantentheorie und nehmen wie dort an, daß das Elektron die Strahlungsenergie zum Teil in Bewegungsenergie, zum Teil als eine unbekannte Energieform aufnimmt und letztere nach Absorption eines $h\nu_0$ wieder bei einer konstanten Geschwindigkeit (konstantem β) abgibt. Die Ausstrahlung eines einzelnen Elektrons soll wieder eine Kugelwelle in Korrespondenz mit der Maxwellschen Theorie sein. Wir erhalten dann an Stelle der Differentialbeziehungen zwischen den Impuls- und Energiegrößen die integralen:

$$\left.\begin{aligned} E_0 &= E + m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}-1\right),\\ \frac{E_0}{c} &= \beta\frac{E}{c} + m_0c\frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}, \end{aligned}\right\} \qquad (13)$$

woraus sogleich:

$$E_0 + m_0c^2 = \frac{1}{\beta}E_0,$$

also:

$$\beta = \frac{E_0/m_0c^2}{1+E_0/m_0c^2} = \frac{h\nu_0}{m_0c^2+h\nu_0} \qquad (14)$$

folgt, also ein anderer Ausdruck als aus der Maxwellschen Theorie, der aber für kleine E_0/m_0c^2 mit diesem identisch wird.

Die zerstreute Welle besitzt eine Frequenz ν, welche gegeben ist durch:

$$\nu = \nu_0\frac{1-\beta}{1-\beta\cos\varphi} = \frac{\nu_0}{1+\frac{\beta}{1-\beta}(1-\cos\varphi)}.$$

Für die Annahme einer ungerichteten Quantenstrahlung speziell würde sich ergeben:

$$\nu = \nu_0\frac{1}{1+\frac{h\nu_0}{m_0c^2}(1-\cos\varphi)}. \qquad (15)$$

Zu genau derselben Beziehung gelangt man mit Compton und Debye, wenn man von der Annahme der Nadelstrahlung ausgeht, für welche die Impuls- und Energiegleichung die strenge Form haben:

$$\left.\begin{aligned} E_0 &= E + m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}-1\right),\\ \frac{E_0}{c} &= \frac{E}{c}\cos\varphi + \frac{m_0v}{\sqrt{1-\beta^2}}\cos\vartheta,\\ 0 &= \frac{E}{c}\sin\varphi + \frac{m_0v}{\sqrt{1-\beta^2}}\sin\vartheta,\\ E_0 &= h\nu_0; \quad E = h\nu. \end{aligned}\right\} \qquad (16)$$

Um die Abhängigkeit der zerstreuten Energie von der Richtung φ zu finden, haben wir, solange wir uns auf dem Boden der Maxwellschen Theorie oder der Annahme einer ungerichteten Quantenstrahlung befinden, von den Abrahamschen Ausdrücken für die Strahlung eines transversal schwingenden Elektrons auszugehen, wie wir es oben getan haben (S. 315). Unter Berücksichtigung des daselbst Gesagten erhalten wir bei einer konstanten mittleren Geschwindigkeit $\bar\beta$:

$$\left.\begin{aligned} |\bar{\mathfrak{S}}| &= C\frac{2(1-\bar\beta\cos\varphi)^2-(1-\bar\beta^2)\sin^2\varphi}{(1-\bar\beta\cos\varphi)^5},\\ &= C\frac{(1+\beta^2)(1+\cos^2\varphi)-4\beta\cos\varphi}{(1-\bar\beta\cos\varphi)^5}, \end{aligned}\right\} \qquad (17)$$

In der Maxwellschen Theorie wäre dieser Ausdruck nur soweit gültig, als $\bar\beta$ als „mittlere Geschwindigkeit" eingeführt werden kann: für die Annahme einer ungerichteten Quantenstrahlung wäre jetzt:

$$\bar\beta = \frac{h\nu_0}{h\nu_0+m_0c^2} \qquad (18)$$

und die Abhängigkeit der Intensität der sekundären Röntgenstrahlung von φ wäre genau dieselbe wie bei Compton.

Das Verhältnis der Strahlungsintensität in der Richtung $\varphi = 0$: $|\bar{\mathfrak{S}}|_0$ zu der in der Richtung $\varphi = \pi$: $|\bar{\mathfrak{S}}|_\pi$ ist:

$$\frac{|\bar{\mathfrak{S}}_0|}{|\bar{\mathfrak{S}}_\pi|} = \left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right)^3 = \left(\frac{2h\nu_0+m_0c^2}{m_0c^2}\right)^3 = \left(1+2\frac{h\nu_0}{m_0c^2}\right)^3$$

und für $\lambda = 0{,}02$ Å., wo $\frac{h\nu_0}{m_0c^2}$ rund $= 1$ ist:

$$\frac{|\bar{\mathfrak{S}}_0|}{|\bar{\mathfrak{S}}_\pi|} = 27.$$

Der Ansatz von Debye lautet mit Berücksichtigung von Gliedern der Ordnung β^2:

$$|\bar{\mathfrak{S}}| = C\frac{1+\cos^2\varphi}{1+\frac{h\nu_0}{m_0c^2}(1-\cos\varphi)}. \qquad (19)$$

Digitized by Google

Hier wäre also:

$$\frac{\mathfrak{S}_0}{\mathfrak{S}_\pi} = 1 + 2\frac{h\nu_0}{m_0 c^2} = 3.$$

Der Abfall der Intensität der zerstreuten Röntgenstrahlung mit wachsendem φ wäre also viel langsamer.

Zum Schluß geben wir noch die kinetische Energie T der ausgelösten Elektronen als abhängig vom Winkel φ der ausgesandten Nadelstrahlung nach Debye an:

$$T = h\nu_0 \frac{2h\nu_0 \sin^2\frac{\varphi}{2}}{m_0 c^2 + 2h\nu_0 \sin^2\frac{\varphi}{2}}. \qquad (20)$$

Die Richtung der emittierten Elektronen ergibt sich aus der folgenden Beziehung:

$$\operatorname{tg}\vartheta' = -\frac{m_0 c^2}{h\nu_0 + m_0 c^2}\frac{1}{\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2}}. \qquad (21)$$

Hierin ist ϑ' der Winkel, welchen die zur Richtung der Elektronen entgegengesetzte Richtung $(-v)$ mit dem Primärstrahl bildet, und es ist:

$$\frac{\pi}{2} < \vartheta' < \frac{3\pi}{2}.$$

Für unseren Fall $\lambda = 0{,}02$ Å. wäre also rund:

$$\operatorname{tg}\vartheta' = -\frac{1}{2}\frac{1}{\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2}}.$$

Folgende Tabelle veranschaulicht die Verhältnisse: (ϑ Winkel, Elektronenbahn — Primärstrahl).

φ	T	ϑ'	ϑ
0	0	90°	90°
90	$\frac{h\nu_0}{2}$	150°	30°
180	$\frac{2}{3}h\nu_0$	180°	0°

Inwieweit ist nun eine experimentelle Entscheidung zwischen den 3 hier dargelegten Theorien möglich?

Genau wie beim Bohrschen Modell des Wasserstoffatoms unterscheidet sich hier ebenfalls die Maxwellsche Theorie von der Quantentheorie dadurch, daß die Maxwellsche Theorie eine kontinuierliche Reihe von Frequenzen für das zerstreute Licht erwarten läßt, wo die Quantentheorien eine scharf definierte Frequenz geben. Außerdem ist sehr wahrscheinlich die Frequenzänderung nach der Maxwellschen Theorie sehr viel kleiner als nach den Quantentheorien. Hierdurch ist experimentell relativ einfach eine Entscheidung darüber zu treffen, nach welcher Theorie die Ausstrahlung in Wirklichkeit erfolgt.

Die beiden Quantentheorien ergeben in unserer Näherung für die Frequenzänderung genau die gleichen Gesetze, wenn man die Comptonsche Formel zugrunde legt, auch für die Abhängigkeit der zerstreuten Wellenenergie von der Richtung des beobachteten Strahls gegen den Primärstrahl.

Aus der Beobachtung der zerstreuten Wellenstrahlung kann man also niemals eine Entscheidung darüber gewinnen, ob der Elementarprozeß eine Nadelstrahlung oder eine Kugelwelle liefert. Um hierüber zu entscheiden, ist man auf die Beobachtung der Geschwindigkeit der Elektronen angewiesen, welche diese beim Zerstreuen der Strahlung erhalten. Es verlangt nämlich die Nadelstrahlung, daß die Geschwindigkeiten dieser Elektronen über alle möglichen Richtungen, welche mit der des Primärstrahls einen kleineren Winkel als 90° einschließen, verteilt sind.

Diese Verteilung ist umso gleichmäßiger, je weicher die primären Strahlen sind.

Wird dagegen das Energiequantum in Gestalt einer Kugelwelle in den Äther entsandt, so ist die Geschwindigkeit aller Elektronen der Richtung des Primärstrahls parallel.

Hier wäre also eine Entscheidung denkbar. Indessen ist Voraussetzung, daß die Elektronen wirklich vollkommen frei sind. Müssen sie erst aus den Atomen freigemacht werden, so kann sehr wohl Impuls an den Kern abgegeben werden, und die Keplerbewegung eines Elektrons, welches auf einer Hyperbel den Kern umfliegt, lehrt, daß die Richtungsänderung des Impulses, also die Geschwindigkeit des Elektrons, sehr groß sein kann, ohne daß eine nennenswerte Energie vom Elektron auf den Kern übergeht.

Beobachtungen, bei welchen die auffallende Strahlung die Elektronen erst aus den Atomen frei machen muß, können also wohl die Theorie der Nadelstrahlung, niemals aber die Quantentheorie der Kugelwelle widerlegen.

Die Maximalgeschwindigkeit der ausgelösten Elektronen ist nach der Theorie der Nadelstrahlung für Röntgenstrahlen doppelt so groß als bei Annahme einer emittierten sekundären Kugelwelle, so daß möglicherweise hierin ein Kriterium zwischen diesen beiden Auffassungen gefunden werden könnte.

Jena, Physikal. Institut, 18. Mai 1924.

(Eingegangen 23. Mai 1924.)

Digitized by Google

Röntgenspektroskopische Untersuchungen über das Wesen der Quellung bei Substanzen, die ein Faserdiagramm geben.

Von J. R. Katz.

(Mit Tafel II und III.)

1. Ziel der Untersuchung.

Die von Kolloidchemikern und Biologen soviel diskutierte Frage[1]) nach dem Wesen der Quellung läßt sich durch Anwendung einer neuen Untersuchungsmethode ein Stück weiter beantworten als bisher. Die Frage nämlich, ob das Wasser zwischen Mizellen (kleinen Kristallen oder anderen Körperchen von 1 bis 100 $\mu\mu$ Größe) intermizellar, oder als feste Lösung intermolekular aufgenommen wird, kann durch Anwendung der Röntgenspektroskopie der direkten experimentellen Prüfung zugänglich gemacht werden (bei solchen quellbaren Körpern, die kristallinisch sind). Denn, wenn die Quellung intermizellar ist, so wird sich das Gitter nicht ändern, während bei der Bildung einer festen Lösung die Gitterdimensionen größer werden müssen[2]). Bekanntlich versteht man unter Quellung die Aufnahme einer Flüssigkeit in einen festen Körper, wobei derselbe homogen zu bleiben scheint, aber an Größe zunimmt („quillt"), während er an Kohäsion verliert (dehnbar wird, bei kleinerer Kraft zerreißt[3])). Fast alle Substanzen, die dem tierischen oder pflanzlichen Organismus entnommen sind, zeigen Quellbarkeit.

Besonders geeignet für solche röntgenspektroskopische Untersuchungen schienen mir die Faserstoffe zu sein, da nach bekannten vielfach bestätigten Versuchen v. Höhnels diese Körper nur in Breite und Dicke quellen und oft sogar stark, während dabei ihre Länge sich nicht oder kaum ändert. Eine Vergrößerung des Gitters wäre also nur in denjenigen Richtungen zu erwarten, die senkrecht zur Faserachse liegen. Da nun in den Substanzen mit Faserstruktur, wie Polanyi[4]) gezeigt hat, die Größe des Gitters in der Richtung senkrecht zur Faserachse sich in der Lage der Interferenzflecke, die am Äquator liegen, ausdrückt und diese Lage unabhängig ist von der Gittergröße in der Richtung parallel der Faserachse, so vereinfacht die Bestimmung sich bei Faserstoffen zu der Vermessung, ob die Lage der Interferenzen, die auf dem Äquator liegen, sich ändert. Geht die Quellung ins Gitter, so wird der Abstand je zwei solcher Streifen sich verkleinern. Findet keine Änderung dieser Abstände statt, so muß die Flüssigkeitsaufnahme intermizellar geschehen; diese letztere Schlußfolgerung ist aber nur dann zwingend, wenn die Substanz, welche das Röntgenspektrum gibt, auch diejenige ist, welche „quillt", während ein positives Ergebnis ohne weiteres beweisend ist, daß wenigstens ein Teil der Quellung intermolekular geschieht. Aber eben bei den Faserstoffen (speziell bei der Zellulose) ist mit großer Wahrscheinlichkeit anzunehmen — wie ich noch ausführlich diskutieren werde in einer späteren Abhandlung —, daß die Substanz, welche quillt, in der Hauptsache dieselbe ist als die, welche das Röntgenogramm gibt.

Später werden Untersuchungen folgen bei quellbaren Körpern mit anderer als Faserstruktur.

2. Beschreibung der Versuchstechnik.

Als Lichtquelle diente eine Hadding-Siegbahnsche Röntgenröhre[1]) mit Kupferantikathode, die mit einem intermittierenden Gleichstrom von 45 bis 50 Kilovolt und 15 bis 20 Milli-Amp. betrieben wurde. Dieser Strom wurde von einem Hochspannungstransformator mit rotierendem Gleichrichter geliefert. Die Beleuchtungen hatten — je nach der Dicke der Bündel und nach der Intensität der Schwärzungen auf der Platte — 8 bis 12 Stunden zu dauern.

Das durch die Aluminiumfenster (und die Papierpackung der Platte) durchgelassene Röntgenlicht war überwiegend monochromatisch; es bestand hauptsächlich aus der K_α-Strahlung des Kupfers, welche eine Wellenlänge von 1,54 Å. E. hat. Daneben zeigte sich schwächer (auf vielen Negativen kaum merklich) die K_β-Strahlung des Kupfers; eine gewisse Menge weißer (kontinuierlicher) Strahlung wird auch emittiert.

Da die Messung des Abstandes zwischen Platte und Faserbündel leicht erhebliche Fehlerquellen mit sich bringt, wurden die nasse und die trockene Substanz nacheinander in der gleichen Kamera aufgenommen, also bei genau derselben Distanz. Ein Faserbündel wurde zuerst naß aufgenommen, dann in der

1) Siehe über frühere Untersuchungen: J. R. Katz, Die Gesetze der Quellung. Kolloidchem. Beihefte **9**, S. 1—182, 1916.

2) Ausgenommen im Fall die Dichte der Substanz bei der Quellung zunehmen würde; dies kommt beim Quellen im Wasser (bei großen Quellungsgraden wie hier studiert) nicht vor; vgl. auch Vegards Untersuchung über die Entwässerung des Chabasits. Ann. d. Phys. **54**, 160—164, 1918, wo das Wasser zwar ins Gitter geht, aber es nicht vergrößert.

3) l. c. S. 9—14.

4) Naturwissenschaften. **9**, 339, 1920; siehe auch R. O. Herzog und W. Jancke, Ber. d. d. chem. Ges. **53**, 343, 1920; R. O. Herzog, W. Jancke, M. Polanyi, Zeitschr. f. Physik **3**, 343, 1920.

1) Beschrieben von Assar Hadding, Zeitschr. f. Physik, **3**, 369, 1920.

Digitized by Google

Kamera bei 40° C über P_2O_5 getrocknet, ohne daß man es berührte, und endlich trocken noch einmal aufgenommen.

Die Kamera war ein kleiner aus geschwärztem Messingblech konstruierter Kasten, der hermetisch schloß. Die Blende bestand aus einem Metallzylinder von 60 mm Länge, Bohrung 1,5 mm Diameter. Die Vorderseite der Blende wurde verklebt mit dünnem Aluminiumblech oder mit schwarzem Papier, das mit einer Schicht Kollodium bedeckt war.

Die Hinterseite der Blende hatte eine genau zentrierte Rinne, in der das Faserbündel eingespannt werden konnte. Dasselbe wurde mit Klebwachs befestigt; es mußte genau vor der Mitte der Blende liegen.

Die Platte stand senkrecht zur Bohrung der Blende; sie maß 9×9 cm. Sie wurde in schwarzem Papier verpackt in die Kamera gestellt. Der Deckel der Kamera, hinten angebracht, hielt die Platte mittels Federn an ihrem Ort fixiert. Diese Federn preßten die Platte gegen eine Kante aus Messingblech, die mit einem dünnen Streifen Filz bekleidet war. Obwohl Filz ein quellbarer Körper ist, ebenso wie das Papier, in dem die Platte verpackt war, stand die Platte bei nassen und bei trockenen Aufnahmen praktisch gleich weit von dem Faserbündel entfernt; die Differenz konnte vernachlässigt werden. Das Einpacken in Papier bezweckte, die Gelatineschicht der Platte gegen eine zu starke Wasseraufnahme zu schützen, welche leicht die Platte etwas verschleiern machte.

Da diese Kamera hermetisch schloß, konnten die Substanzen bei konstantem Quellungsgrad untersucht werden; dazu standen unten in der Kamera Schälchen mit einer geeigneten Substanz, welche die Wasserdampfspannung konstant hielt (P_2O_5, nasses Filtrierpapier usw.).

Bei allen Aufnahmen wurde ein Schirm aus 2 mm dickem Bleiblech gebraucht, das die Kamera umgab und gegen falsches Röntgenlicht beschützte. Ohne diese Vorsorge treten allerlei störende Schatten und Verschleierungen auf. Der Messingdeckel hinter der Platte hatte — auf der Höhe, wo der Zentralfleck entsteht — ein kreisrundes Loch von 15 mm Diameter; es war mit schwarzem Papier zugeklebt und dieses dick mit Kollodium bestrichen.

Der Gang eines Versuches war etwa der Folgende. Erst wurde die gequollene Substanz (erhalten durch ein- bis zweitägiges Quellen in flüssigem Wasser) auf der Blende ausgespannt in einem Bündel sorgfältig parallelisierter Fasern. In die Kamera wurde dann eine Menge stark genäßten Filtrierpapiers gebracht (das mit dem Faserbündel in direktem Kontakt stand, so daß derselbe auch durch kapillare Wirkung feucht blieb). Die Platte mit Papierumhüllung hatte einige Stunden vorher in der Kamera gestanden, so daß sie aus dem nassen Filtrierpapier eine reichliche Menge Wasser aufgenommen hatte und nicht trocknend wirken konnte. Bei Anfang des Versuches wurden Deckel und Kamera durch ein hermetisch abschließendes Leukoplastband miteinander verbunden.

Dann fand die Aufnahme statt. Lange Beleuchtungszeiten waren notwendig, weil immer nur dünne Faserbündel benutzt wurden ($^1/_2$ bis $^3/_4$ mm), eine Beschränkung, die notwendig war, damit die Interferenzstreifen möglichst schmal ausfielen und sich gut vermessen ließen. Großes Gewicht wurde darauf gelegt, daß die Aufnahme der nassen Substanzen an einem Tage ununterbrochen stattfand. Sonst wäre zu befürchten gewesen, daß (wegen des sog. v. Schroeder-Effekts[1]) der Quellungsgrad der untersuchten Substanz sich bedeutend verkleinern konnte, so daß sie nicht mit der gemessenen Größe übereinstimmen würde.

Bei der Aufnahme mußte ganz besonders auf gute Zentrierung acht gegeben werden. War die Achse der Blende auf einen Punkt nur etwas außerhalb der Mitte des auf der Antikathode liegenden Brennflecks gerichtet, so war die Aufnahme leicht um $^2/_3$ unterexponiert.

Sobald dieser erste Versuch beendet war, wurde das genäßte Filtrierpapier aus der Kamera entfernt und dieselbe durch kurzes Stehen an der Luft getrocknet. Dann wurden einige Schälchen mit Phosphorpentoxyd in die Kamera gestellt, eine Platte in eine gleich dicke Papierumhüllung eingelegt, und das Ganze — nach Verschluß des Deckels mit dem Leukoplastband — in einen Brutschrank von 40° C gestellt. Am nächsten Tage wurde das P_2O_5 erneuert; am darauf folgenden Tage wurde die Aufnahme gemacht. Es war wesentlich, daß erst die nasse und dann die trockene Aufnahme gemacht wurde; denn es ist vorteilhaft eine möglichst starke Quellung zu untersuchen. Und eine einmal scharf getrocknete quellbare Substanz nimmt nachher nie mehr soviel Wasser auf als vorher.

Es wurde erstrebt, beide Aufnahmen gleich stark zu belichten, da die Lage der Mitte des Interferenzstreifens — wegen der Absorption im Faserbündel — um einige Zehntel mm abhängen kann von der Länge der Beleuchtung (wie ich durch besondere Versuche nochmals feststellte). Leider ist eine genau gleiche Beleuchtung schwer

1) v. Schroeder fand bekanntlich, daß ein in Wasser gequollener Körper in scheinbar gesättigtem Dampf viel Wasser verliert (bis $^9/_{10}$). Zeitschr. f. phys. Chemie **45**, 109, 1903; H. Freundlich, Kapillarchemie, II. Aufl. S. 925.

Digitized by Google

zu erreichen, wohl aber eine annähernde; aber das genügte.

Bei dem Ausmessen des Negativs wurde die Mitte der Streifen bestimmt und der Abstand der Mitten von je zwei symmetrischen Äquatorialstreifen gemessen. Jede angegebene Zahl ist ein Mittelwert aus mehreren Einzelbestimmungen. Die angegebenen Zahlen sind sicher auf einige Zehntel mm genau. Das Ausmessen geschah mit einem durchsichtigen, in mm geteilten, gläsernen Maßstab, auf einer von hinten beleuchteten Milchglasscheibe als Hintergrund. In einer späteren zusammenfassenden Publikation hoffe ich auch Messungen dieser Negative mit dem Photometer geben zu können, wodurch eine größere Genauigkeit zu erreichen wäre.

Den Abstand zwischen Faserbündel und Platte zu kennen, ist für meine Zwecke eigentlich nicht nötig. Doch wurde dieser Abstand doch bestimmt, freilich nur mit einer Genauigkeit von $\pm$ 0,8 mm. Die Messung geschah mit einem dünnen Metalldraht; es wurde bestimmt, wie lang das Drahtstück war, das vom vorderen Ende der Blende bis zur Platte, bzw. bis zum hinteren Ende der Blende reichte: die Differenz zwischen beiden Werten war der gesuchte Abstand. Dieser betrug gewöhnlich 45 bis 60 mm.

Die hier von mir angegebene Versuchstechnik — Ankleben des sorgfältig parallelisierten Faserbündels in einer Rinne auf der Rückseite der Blende — macht es zu einer leichten Sache, gute Röntgenaufnahmen von Faserstoffen zu erhalten; die experimentellen Schwierigkeiten liegen dann eigentlich nur in dem Vakuumdichthalten der Röntgenröhre.

3. Die Quellung von Zellulose und Hydratzellulose in Wasser.

Bei den hier unten folgenden Substanzen wurde der Abstand der verschiedenen symmetrisch gelegenen Äquatorialstreifen in mm vermessen. Der Wert des am meisten geschwärzten Streifens ist dick gedruckt[1]); er entspricht der Fläche (020) der Zellulose nach Polanyi[2]). Alle Wassergehalte sind angegeben als Gewichtsteile Wasser in 100 T. trockener Substanz (getrocknet bei 80° C über Schwefelsäure in vacuo). Sie wurden erhalten durch Bestimmung der Wasseraufnahme der lufttrockenen Substanz über 5 Proz. Schwefelsäure. Bekanntlich ist es sehr schwierig den Wassergehalt im Quellungsmaximum zu bestimmen; man bekommt aber so eine ziemlich gute Schätzung.

a) Ramie[1]) (nicht merzerisiert); normales Zellulosediagramm.

naß	trocken	Abstand
30,1	30,3	—
40,5	40,6	—
45,5	**45,3**	—

Die nasse Substanz enthielt etwa 14 Proz. Wasser. Da die Quellung nur senkrecht zur Faserachse geschieht, hätten bei intermolekularer Quellung die Streifen weniger weit auseinander liegen sollen und zwar um die Hälfte von 14 Proz. Die Streifen verschieben sich nicht bei der Quellung; die Quellung beruht also nicht nachweisbar auf Gittervergrößerung; 7 Proz. Änderung des Gitters wäre mit größter Sicherheit nachzuweisen gewesen.

b) Ramie, schwach merzerisiert (1 Minute unter Spannung in 17proz. Natronlauge); die Substanz zeigt das typische Diagramm der merzerisierten Zellulose (also Verdoppelung der intensivsten Streifen am Äquator; zweiter Streifen (200) gleich intensiv als der erste (020)).

naß	trocken	Abstand
26,6	26,9	—
36,6	**35,9**	—
40,9	**41,0**	—

Die Streifen waren etwas verwaschen, deshalb weniger genau auszumessen. Auch hier liegt kein Hinweis vor, daß das Wasser ins Gitter geht. Der Wassergehalt der nassen Substanz betrug etwa 18 Proz. Wäre das ganze Wasser ins Gitter gegangen, so hätte sich dieses um 9 Proz. ändern müssen.

c) Manilla-Hanf, hellgelb, fast weiß. Diese Substanz wurde untersucht, weil sie nach Wiesner besonders viel Wasser binden soll; er gibt 50 Proz. an, was aber bei der von mir untersuchten Substanz gar nicht stimmte. Normales Zellulosediagramm.

naß	trocken	Abstand
36,2	35,6	60,5
51,4	**51,4**	—

Der Wassergehalt betrug etwa 18 Proz. Dennoch keine nachweisbare Änderung des Gitters, obwohl man 9 Proz. Änderung erwarten durfte im Falle einer intermolekularen Quellung.

d) Kunstseide aus Viskose (Vistra der Köln-Rottweil A.-G.) zeigt einen starken Richtungseffekt schönster Art[2]) (während viele andere Kunstseiden Debye-Scherrer-Diagramme zeigen

1) Weil er sich besonders genau bestimmen ließ, wegen der Schärfe dieser Streifen.

2) Vgl. Polanyi, Faserstoffe im Röntgenlichte. Naturwissenschaften **9**, 339, Fig. 4.

1) Ramie ist für solche Versuche am meisten geeignete Zelluloseart, da diese Fasern nicht wie so viele eine spiralförmige Ordnung der Kristallite zeigen, sondern eine parallele Orientierung.

2) Daß diese und die folgende Kunstseide ein solches Diagramm geben, wurde mir von Prof. R. O. Herzog mitgeteilt.

Digitized by Google

oder Übergänge), d. h. in dieser Faser liegen die Kristalle weitgehend parallel orientiert. Die Substanz ist eine sogenannte Hydratzellulose. Sie zeigt dasselbe Diagramm wie die in Natronlauge merzerisierte Zellulose. Daß diese Kunstseide ein Faserstoffdiagramm aufweist, zeigt, daß es der Industrie gelungen ist, Kunstseide herzustellen, bei der die Kristallite wie in der natürlichen Faser parallel orientiert liegen.

naß	trocken	Abstand
—	23,4	53,7
38,2	**38,7**	
42,4	**42,6**	

Der Quellungsgrad der nassen Substanz betrug etwa 15 Proz. Eine Änderung des Gitters um etwa 1 Proz. ist angedeutet, aber nicht sicher nachgewiesen, während die Quellung in der Querrichtung wenigstens $7^1/_2$ Proz. beträgt[1]).

e) Kunstseide aus Kupferoxydammoniak (sogen. Adler-Seide der Firma J. P. Bemberg in Barmen-Rittershausen; 120 deniers) zeigt ein schönes Punktdiagramm. Die Substanz ist eine Hydratzellulose, zeigt dasselbe Diagramm wie die in Natronlauge merzerisierte Zellulose[2]).

naß	trocken (drei Negative)			Abstand
22,9	23,2	22,9	23,4	53,0
39,6	**39,4**	**39,5**	**39,6**	
44,0	**43,8**	**44,0**	**44,0**	

Der Wassergehalt der nassen Substanz beträgt etwa 23 Proz. Doch ändert das Gitter sich nicht. Die nasse Substanz zeigte einen Ring, wie amorphe Substanzen sie zeigen. Der Diameter dieses Rings betrug 57,1 mm. Im Diagramm der trockenen Substanz fehlte dieser Ring. Ich komme auf die mögliche Bedeutung desselben zurück. Fig. 1 und 2 zeigen die Diagramme dieser Substanz in genau der natürlichen Größe, so daß der Leser sie nachmessen kann.

f) Ramie, extrem stark merzerisiert in Zinkchloridlösung (20 Minuten lang ohne Spannung der Faser bei 100° C in einer bei Zimmertemperatur gesättigten Zinkchloridlösung, dann in dieser Lösung 10 Minuten gekocht, dann mit kalter verdünnter Salzsäure ausgewaschen; bei noch etwas längerem Kochen ging die Zellulose in Lösung). Die Substanz quoll ungemein stark auf bei der Behandlung in Zinkchlorid. Die Substanz zeigt das normale Zellulosediagramm. Verschmierung der Streifen zu Kreisen trat nicht auf (durch Aufhebung der Parallelorientierung der Kristalle), während bei Merzerisierung ohne Spannung in starker Natronlauge, z. B. 27 Proz. bei Zimmertemperatur, die ich zum Vergleich ausführte, ziemlich komplette Verschmierung der Streifen zu Kreisen auftrat[1]). Ich fand:

naß	trocken	Abstand
39,8	**40,1**	47,5 mm

Der Wassergehalt der nassen Substanz betrug etwa 18 Proz. Dem hätte eine Änderung des Gitters von 9 Proz. entsprochen. Aber es änderte sich nichts.

Bei allen untersuchten Zellulosen und Hydratzellulosen waren die Diagramme für naß und trocken gleich scharf; von Röntgenasterismus bei Wässerung oder Entwässerung ist nichts zu konstatieren.

Zusammenfassend können wir sagen, daß der Unterschied in den Röntgenogrammen zwischen gequollen und trocken nicht nachgewiesen werden konnte, obwohl im Falle einer ausschließlich intermolekularen Quellung Verschiebungen der Interferenzstreifen hätten auftreten müssen, die die Fehlergrenze der Methode um das Vielfache hätten übersteigen müssen. Falls etwas Wasser das Gitter vergrößert (etwa bei stark merzerisierten Zellulosen), ist es nur ein kleiner Teil der total aufgenommenen Menge.

Falls also die Substanz, die das Spektrum gibt, auch die hauptsächliche ist, die quillt, muß die Quellung bei allen untersuchten Zellulosen und Hydratzellulosen wohl intermizellar sein, da sonst das Größerwerden des festen Körpers nicht erklärt wird. Daß dies der Fall ist, wird auch bestätigt durch die Aufhebung der Parallelorientierung der Kristallite in 27 Proz. Natronlauge (das Faserdiagramm geht teilweile in ein Debye-Scherrer-Diagramm über), denn wenn die Quellung sehr stark wird und intermizellar ist, muß bei einer bestimmten Größe des Quellungsgrades der Zusammenhalt der Kristallite sich lockern. Das wäre dann wohl nicht anders möglich (Fig. 5 und 6)[2]).

4. Die Quellung des Seidenfibroins in Wasser.

Das Diagramm des Seidenfibroins ist von R. Brill[3]) gründlich untersucht worden. Es hat sich gezeigt, daß die Diagramme der echten

1) Über die Frage, ob bei merzerisierten und Hydrat-Zellulosen doch etwas Wasser ins Gitter geht — wofür Hinweise vorliegen — werden die Versuche weiter geführt.

2) Ramie in Kupferoxydammoniak gequollen und dann mit Säure ausgewaschen, zeigt auch das Diagramm der merzerisierten Zellulose.

1) Über diese Versuche werde ich nächstens zusammen mit Dr. H. Mark ausführlich berichten.

2) Die Figuren zeigen zu gleicher Zeit den Übergang eines Diagramms der natürlichen Zellulose in ein Diagramm der merzerisierten Zellulose.

3) Diss. Berlin 1923; Ann. d. Chem. **434**, 204, 1923.

Digitized by Google

Einfluß der Quellung auf das Röntgenspektrogramm.

Hydratzellulose in Faserform (Abstand 53 mm).

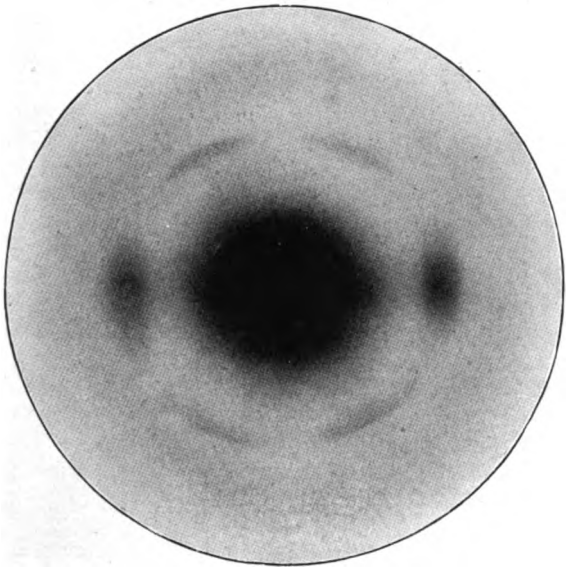


Fig. 1. Im Quellungsmaximum.

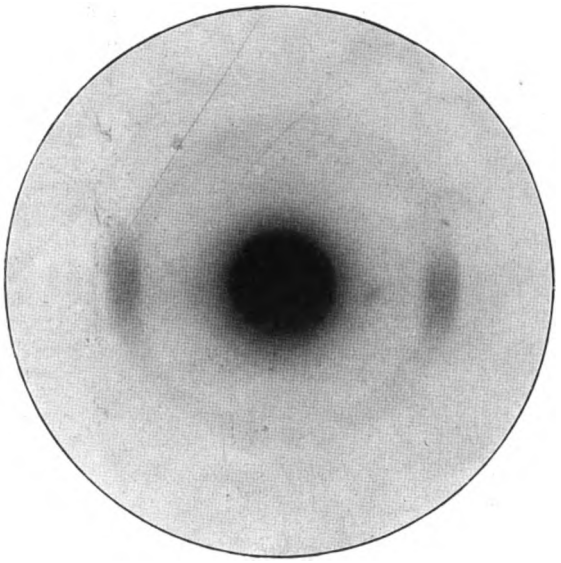


Fig. 2. Trocken.

Seidenfibroin (Silkworin) (Abstand 61 mm).

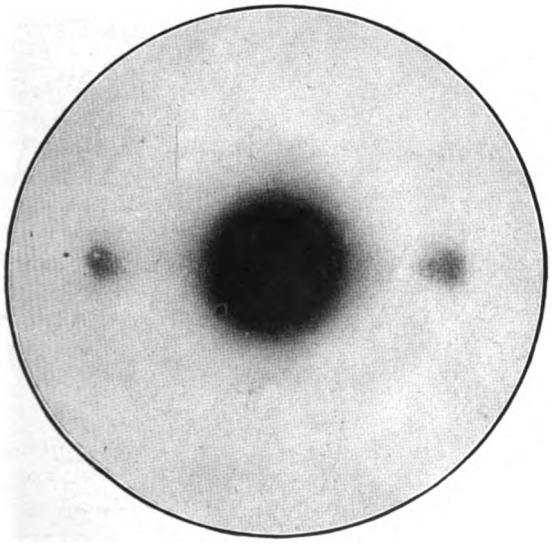


Fig. 3. Im Quellungsmaximum.

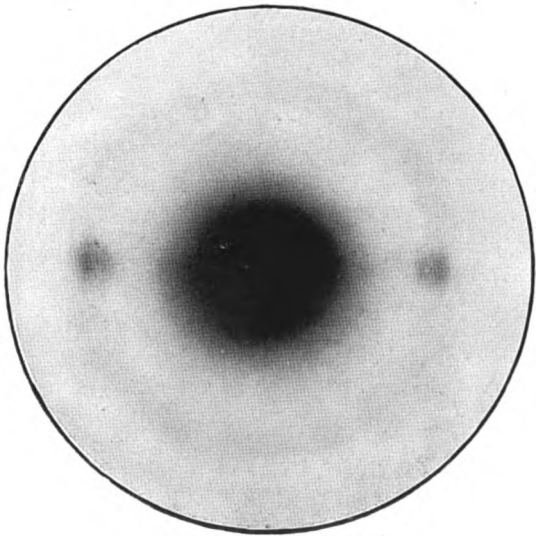


Fig. 4. Trocken.

Alles genau auf natürlicher Größe reproduziert.

J. R. Katz, Röntgenspektroskopische Untersuchungen über das Wesen der Quellung bei Substanzen, die ein Faserdiagramm haben.

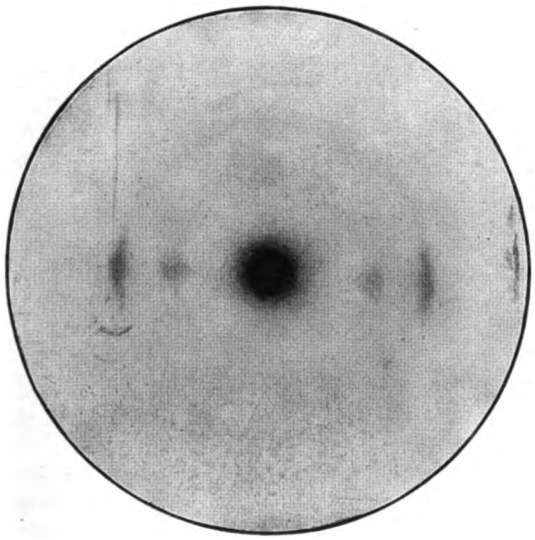
Verlag von S. Hirzel in Leipzig.

Digitized by Google

Digitized by Google

Übergang eines Faserdiagramms in ein Debye-Scherrer-Diagramm bei sehr starker Quellung (in 27 proz. *NaOH* und Auswaschen mit Wasser).

Ramiefaser.



[Fig. 5. Vor der Behandlung.

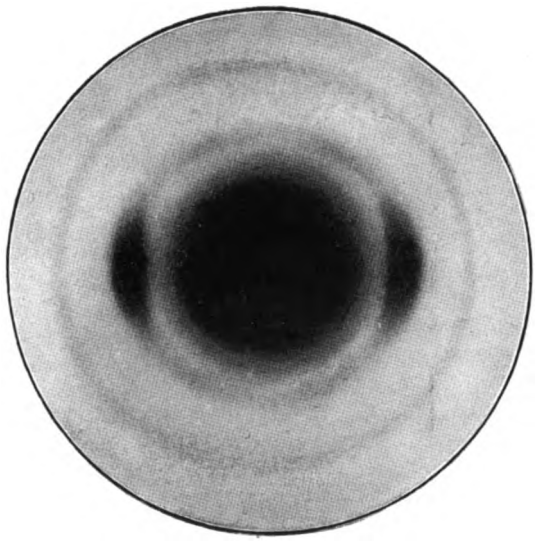


Fig. 6. Nach der Behandlung.

Abstand bei beiden Präparaten gleich (47,5 mm). Beide Bilder genau auf natürlicher Größe reproduziert.

Digitized by Google

Digitized by Google

und wilden Seiden nur unbedeutende Differenzen zeigen, so daß der kristallisierte Körper wahrscheinlich in allen diesen Substanzen identisch ist. Freilich sind die Ursachen der kleinen Differenzen noch nicht erklärt[1]).

a) Entbastete Seide von Bombyx mori (echte Seide); ein hellbraunes Präparat, erhalten durch Auskochen von Naturseide mit fünfprozentiger neutraler Seifenlösung.

naß	trocken	Abstand
31,2	31,2	(vermutlich) 52,1
39,2	**39,1**	

Der Wassergehalt der nassen Substanz betrug etwa 15 Proz. Die Änderung der äquatorialen Streifen müßte daher wenigstens $7^1/_2$ Proz. betragen. Sie ist aber gar nicht nachweisbar.

b) Silkworm. Die Substanz wird bekanntlich erhalten, indem der Inhalt der Spinndrüse des Seidenspinners in verdünnte Essigsäure ausgepreßt wird. Die Substanz enthält daher neben Fibroin auch noch Sericin, so daß hier sicher die ganze quellende Substanz nicht zur Bildung des Spektrums beiträgt. Der Körper war ein durchsichtiger, homogen scheinender Draht von etwa 0,5 mm Dicke.

naß	trocken	Abstand
42,1	41,9	61,0
46,9	**47,0**	

Hier ist der Quellungsgrad der nassen Substanz viel besser als sonst zu bestimmen, da man den aus Wasser genommenen, ziemlich dicken Draht abtrocknen und dann wiegen kann (ohne daß wie bei Faserstoffen kapillares Wasser zwischen den Einzelfäden gebunden bleibt). Dieser Quellungsgrad betrug 23 Proz. Aber eben bei dieser Substanz kann man daraus weniger als sonst folgern durch die gleichzeitige Anwesenheit des Sericins. Eine meßbare Änderung des Gitters tritt nicht auf (Fig. 3 und 4).

c) Fibroin, bezogen von E. Merck, Darmstadt. Das Präparat bestand aus rein weißen, glänzenden, gewundenen Drähtchen. Dieselben wurden vor der Aufnahme entzwirnt und in einem Bündel parallel gerichteter Fasern aufgenommen. Das Diagramm zeigt zwei Äquatorialstreifen, die feuchte Substanz einen amorphen Ring (Diameter 53,5 mm). Die Substanz gibt ein sehr schwaches und verwaschenes Spektrum und zeigt viel höhere Quellbarkeit als alle anderen mir bis jetzt bekannten Fibroinpräparate.

naß	trocken	Abstand
41,0	**40,9**	53,0

1) Nach mündlicher Mitteilung von M. Polanyi.

Die nasse Substanz enthielt wenigstens 26 Proz. Wasser (Gehalt über eine Schwefelsäurelösung mit Wasserdampfspannung $96^1/_2$ Proz. derjenigen des reinen Wassers). Sie mußte daher eine Änderung der Äquatorialstreifen um 13 Proz. ($^1/_2$) bis 9 Proz. ($^1/_3$) zeigen, weist aber gar keine sichtbare Änderung auf.

Zusammenfassend können wir sagen, daß beim Seidenfibroin gar keine Änderung des Gitters der kristallinischen Substanz auftritt. Wenn also die Substanz, die das Spektrum gibt, die hauptsächlich quellende ist (was hier schon weniger sicher ist als bei Zellulose), so ist auch die Quellung des Seidenfibroins wohl intermizellar.

Das Spektrum der feuchten und trockenen Fibroine ist gleich scharf; kein Röntgenasterismus bei der Aufnahme oder bei dem Verlust von Wasser.

5. Ändert sich etwas im Gitter in der Faserrichtung?

Wo v. Höhnel u. a. gezeigt haben, daß die Länge der Faser sich beim Quellen nicht merklich ändert (höchstens um $^1/_{10}$ Proz.), da ist es recht unwahrscheinlich, daß eine Änderung im Gitter in der Faserrichtung auftritt. So etwas könnte nur vorkommen bei kompliziert gebauten organisierten Gebilden. Dort könnte z. B. eine starre oberflächliche Schicht mit ringförmig orientierten Fasern die Quellung des Kernes in der Dicke hemmen; wenn dieser Kern aus Elementen besteht, die in der Dicke quellen, könnten Spannungen auftreten, welche das Gitter der Faserrichtung entlang deformieren.

Wir haben keinen Grund zu glauben, daß solche Komplikationen vorliegen bei den in dieser Untersuchung studierten Fasern aus Zellulose und Seidenfibroin, bei dem die Kristallite einfach parallel liegen. Ob die Längsachse quillt, ließe sich am sichersten aus schiefen Aufnahmen entnehmen (wobei Faserbündel und eventuell Platte bestimmte Winkel bilden mit dem Primärstrahl[1]). Ich habe die Frage bis jetzt nicht für wichtig genug gehalten, solche schiefe Aufnahmen naß und trocken in der gleichen Kamera zu machen. Denn genug läßt sich schon aus dem vertikalen Abstand der Interferenzen höherer Ordnung schließen. Ändert sich dieser Abstand nicht (der vertikale, also derjenige senkrecht zur Äquatoriallinie), so kann sich bei unseren Substanzen die Gitterkonstante in der Faserrichtung gleichfalls nicht ändern[2]).

1) Siehe Polanyi u. Weißenberg, Zeitschr. f. Phys. **9**, 123—130, 1922.

2) Siehe Polanyi, Faserstoffe im Röntgenlicht, Naturwissenschaften **9**, 339, 1920.

Digitized by Google

Gefunden wurde für den vertikalen Abstand der innersten Interferenzen (101) auf den Hyperbeln erster Ordnung (linke und rechte Interferenz einzeln aufgegeben) in den oben erwähnten Negativen:

Zellulose.
Adler-Kunstseide

	trocken	naß	Abstand
r.	35,0	35,0	53,0
l.	35,0	35,0	

Fibroïne.
Silkworm

	trocken	naß	Abstand
r.	29,5	29,9	61,0
l.	29,7	29,8	

Ramie.

	trocken	naß	nach Vorquellung in heißem Zinkchlorid und Auswaschen desselben naß untersucht	Abstand
r.	30,0	30,5	30,0	47,5
l.	30,5	30,0	30,0	

Es liegen daher in meinen Röntgennegativen keine Andeutungen vor, daß das Gitter in der Faserrichtung irgendwelche Änderungen erfährt bei der Quellung.

6. Zusammenfassung.

Wenn die kristallinische Substanz, die das Röntgenspektrum gibt, die hauptsächlichste Substanz ist, die quillt — und das ist recht wahrscheinlich — dann ist bei Zellulosen, Hydratzellulosen und Seidenfibroinen die Quellung in Wasser wohl intermizellar. Bei der Quellung und Entquellung bleibt das Röntgenspektum gleich scharf.

Dieses Ergebnis berechtigt nicht zu der Annahme, daß die Quellung immer intermizellar sei. Wir werden bei der Beschreibung der Versuche mit Substanzen, die ein Debye-Scherrer-Diagramm geben, bald sehen, daß es auch Körper gibt, bei denen das Quellungswasser zum großen Teil ins Gitter geht unter Vergrößerung desselben. Es ist daher von Fall zu Fall zu untersuchen, welcher Natur die Quellung ist.

Diese Schlußfolgerungen sind nur richtig unter einer bestimmten Annahme, die ich zum Schluß noch besonders erwähnen will, nämlich daß die röntgenspektrographischen Identitätsperioden nicht kleiner als die Dimensionen eines Einzelmoleküls sind. Aus dieser Annahme wurde bekanntlich von M. Polanyi für Zellulose und von R. Brill für Fibroin auf ein niedriges Molekulargewicht dieser Substanzen geschlossen[1]). Wenn es sich aber herausstellen würde, daß die Dimensionen des Moleküls bei diesen Stoffen das zwei- oder dreifache der Identitätsperioden wären[1]), würde nicht nur deren Molekulargewicht doch hoch sein (das 8- bzw. 27-fache), sondern aus dem Unverändertbleiben dieser Identitätsperioden bei der Quellung ließe sich dann auch nicht mehr mit Sicherheit auf eine intermizellare Quellung schließen. Dieser Punkt muß weiteren Untersuchungen vorbehalten bleiben.

1) M. Polanyi, Naturwissenschaften **8**, 228, 1920; R. Brill, loc. cit.

Der Plan, das Quellungsproblem, das ich früher[2]) mit anderen Methoden ausführlich studiert hatte, jetzt auch röntgenspektrographisch zu bearbeiten, entstand Anfang 1923. Die vorliegende erste Untersuchung wurde ausgeführt in dem Kaiser-Wilhelm-Institut für physikalische Chemie und Elektrochemie und, zum größeren Teil, in dem Kaiser-Wilhelm-Institut für Faserstoffchemie in Berlin-Dahlem im Sommer 1923. Die dort gesammelten Erfahrungen über Röntgenspektroskopie von Kolloiden und Faserstoffen wurden mir bei der Ausarbeitung des Grundgedankens bereitwilligst zur Verfügung gestellt. Den Direktoren Geheimrat F. Haber und Prof. R. O. Herzog bin ich dankbar für die verliehene Gastfreiheit, und Prof. H. Freundlich für sein warmes Interesse an dem Fortschritt dieser Arbeit. Den Herren Dr. J. Böhm und Dr. H. Mark bin ich zu Dank verpflichtet für die tatkräftige Hilfe bei der Ausführung der Versuche.

1) Bekanntlich wird bei anorganischen Substanzen vielfach diese Annahme gemacht.

2) J. R. Katz, Verslagen der Kon. Akad. van Wetensch., Nov. u. Dez. 1910; Zeitschr. f. Elektrochemie **17**, (Vortrag auf der Jahresversammlung d. deutschen Bunsen-Gesellschaft für angewandte physikalische Chemie, Kiel, Mai 1911); Nernst-Festschrift 1912; Kolloidchem. Beihefte **9**, 1—182, 1916.

Amsterdam, Mai 1924.

(Eingegangen 15. Mai 1924.)

Ein Manometer hoher Empfindlichkeit.

Von Leonhard Heis.

Das Instrument ist ein verkleinertes Edelmannsches Manometer[1]) mit 2 Düsen, welche die beiden Enden eines kleinen Flügels aus Aluminium (s. Fig. 1) anblasen, bzw. ansaugen. Der Flügel besteht aus einem 0,2 mm dicken Aluminiumdraht mit scheibenartig verbreiterten Enden. Er ist 10 mm lang und wiegt ca. 1 mg. Er ist rechtwinklig an der Achse aus 0,3 mm dickem Aluminiumdraht von 15 mm Länge befestigt. Die Achse trägt den kleinen Spiegel (ca. $2 \times 3{,}5$ mm) von ca. 1 mg. Gewicht. Dieses

1) Katalog der Firma F. Edelmann.

Digitized by Google

System[1]) ist drehbar mit Haken (s. Fig. 2) an an einem Wollastonfaden von 2 μ Dicke und ca. 5 cm Länge aufgehängt. Der Faden ist mit seinem oberen nicht abgeätzten Ende an dem Halter aus 2 mm dickem Messingdraht festgeklemmt. Der Halter steckt leicht drehbar in einem längs aufgeschlitzten Messingrohr und wird durch einen Messingring mit Klemmschraube in der richtigen Höhe gehalten. Das Messingrohr ist an dem Träger aus ca. 1,5 mm starkem Kupferdraht festgelötet. Der Träger steckt in einer Messinghülse, die in den Bleisockel eingeschraubt ist. Diese Anordnung erleichtert das Auswechseln der empfindlichsten Teile des Instrumentes und die Justierung. Der Bleisockel ruht auf einem Gummiring auf dem Boden des Glasgefäßes, welches das Instrument luftdicht umgibt und durch einen Schliff in 2 Teile getrennt ist. In dem oberen abnehmbaren Teile befindet sich das Fenster, eine aufgekittete planparallele Glasplatte. In dem unteren Teil sind in der Nähe des Bodens die 2 Glas-

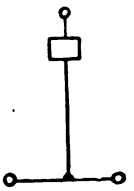


Fig. 1.

rohre von ca. 3,5 mm lichter Weite eingeblasen, in welche die beiden Düsen, Messingrohre von ca. 2 mm lichter Weite, eingekittet sind. Diese beiden Düsen sind an eine Messingplatte angelötet, auf welche das kleine Aluminiumgehäuse, welches den Flügel umgibt, aufgekittet und aufgeschraubt ist, so daß die Düsen mit den in die Aluminiumwand des Gehäuses gebohrten 0,5 mm weiten Öffnungen in einem Abstande von 9 mm in das Gehäuse münden und aus ca. 1 mm Entfernung auf den Flügel wirken. Das oben offene Aluminiumgehäuse schützt den Flügel vor konvektiven Strömungen im Inneren des Glasgefäßes und soll die Wärmestrahlung von außen abschirmen. Um Störungen der Ruhelage des Flügels durch elektrostatische Kräfte zu vermeiden, wurde das drehende System aus Metall verfertigt. Das Aluminiumgehäuse wurde aus dem gleichen Grunde mit dem Kupferträger durch einen dünnen Draht in leitende Verbindung gebracht. Da der Aluminiumflügel im magnetischen Felde eine kleine Drehung erfährt, wurde das ganze Instrument nach Art der Galvanometer gepanzert. Diese Panzerung und ein Wassertrog aus planparallelen Glasplatten vor dem Fenster schützen das Instrument

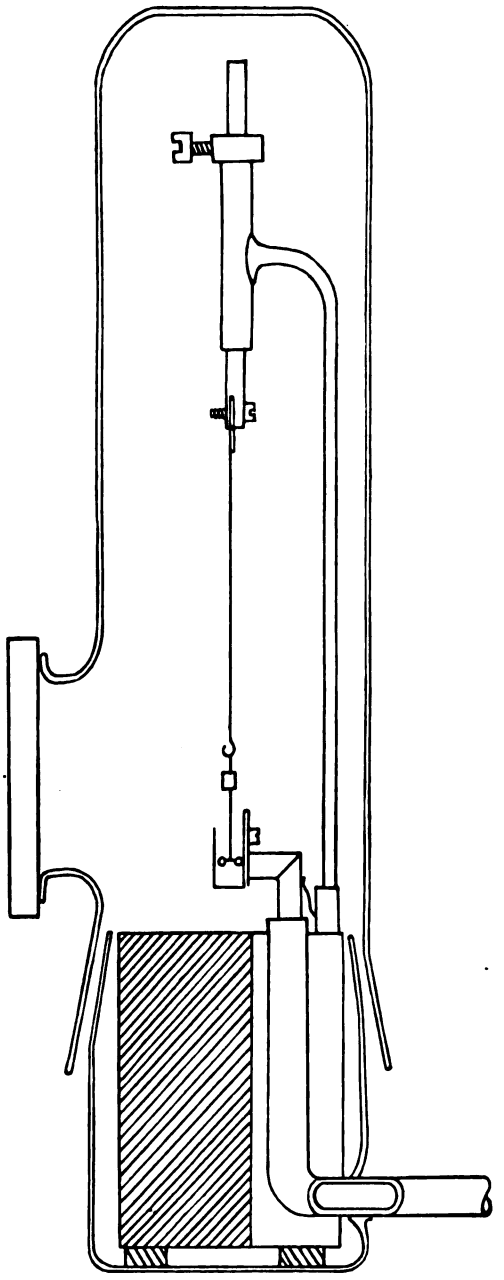


Fig. 2.

vor ungleicher Erwärmung. Die Ablesung erfolgt mit einem Fernrohr an der stark beleuchteten Milchglasskala in einem Abstande von ca. 2—3 m.

Die große Empfindlichkeit zeigt sich bei dem Versuche die Magnetostriktion eines Gases

1) Meine Erfahrung in der Anfertigung solch leichter Systeme verdanke ich der Herstellung eines hochempfindlichen Quadrantenelektrometers (unveröffentlicht), welches ich 1912 in Tübingen bei Prof. Paschen herstellte.

Digitized by Google

nachzuweisen[1]). Es wird damit gleichzeitig eine neue Methode entwickelt die Suszeptibilität eines Gases zu messen.

Die beiden Rohrstutzen des Manometers wurden (s. Fig. 3) je mit einem Glaskolben

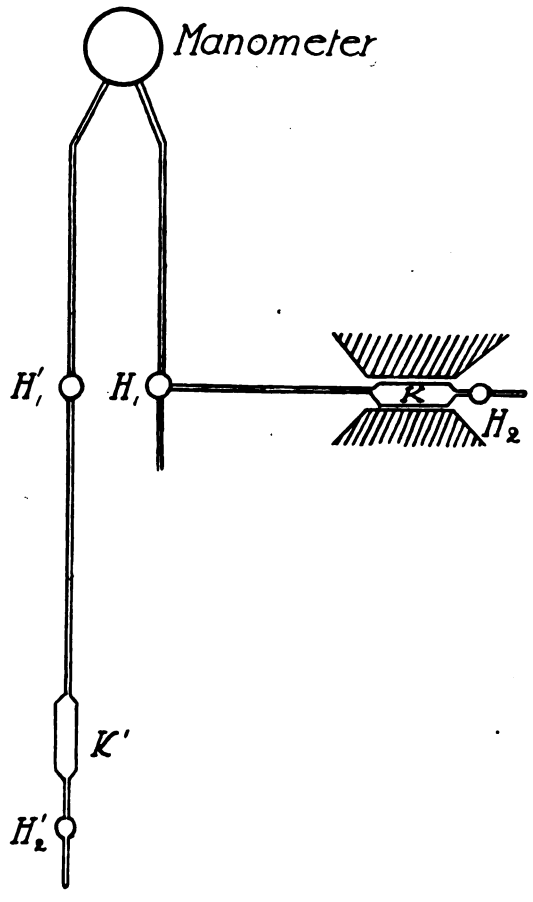


Fig. 3.

durch Glaskapillaren von ca. 2 mm bzw. 3,5 mm lichter Weite und ca. 70 cm Länge verbunden. Die kreiszylindrischen Kolben von ca. 25 mm Durchmesser sind von annähernd gleicher Form und gleichem Volumen, (ca. 30 cm^3). Dies war notwendig, um die Störungen durch die ständig vorhandenen Luftdruckschwankungen auszuschalten. Sind die beiden Kolben mit dem Manometer verbunden, so blasen oder saugen die Düsen gleichzeitig, so daß im Falle vollständiger Symmetrie keine Drehung des Flügels erfolgt. Das System zeigt dann nur noch manchmal eine langsame Wanderung des Ruhepunktes, die von Temperaturungleichheiten in der Apparatur herrührt. Die beiden Kolben können vermittelst der Hähne H_1 und H'_1 gegen das Manometer, vermittelst der Hähne H_2 und H'_2 gegen die atmosphärische Luft abgeschlossen werden. Der Hahn H_1 ist ein Dreiwegehahn und gestattet bei abgesperrtem Manometer den Kolben K mit einem beliebigen Gase zu füllen. Die Vermischung des Gases mit der Luft im Manometer wird erst nach längerer Zeit bemerkbar. Um Störungen durch Temperaturänderung zu vermeiden, wurden die Kolben und die Zuführungsrohre in Watte eingepackt. Der Kolben K wurde zwischen die Pole eines Weißschen Elektromagneten gebracht. Einschalten bzw. Ausschalten des Feldes hat nahezu gleiche maximale Ausschläge zur Folge. Ist χ die Suszeptibilität des Gases, so erfährt der Druck im Kolben zwischen den Polen bei einer Feldstärke H einen Zuwachs von $\chi \frac{H^2}{2}$. Sperrt man die Kolben durch die Hähne H_1 und H'_1 ab, so erfolgt durch den Elektromagneten ebenfalls ein kleiner Ausschlag, der zum größten Teil von dem Aluminiumflügel herrührt und durch ein mit dem Elektromagneten im Nebenschluß befindliches Solenoid von außen kompensiert werden konnte. Die maximalen Ausschläge erfolgen nach Art von ballistischen Ausschlägen ungefähr 3 Sekunden nach Einschalten des Feldes. Es ergaben sich beispielsweise für eine bestimmte Empfindlichkeit und für ein mittleres Magnetfeld im Kolben von $H = 20000$ Gauß folgende maximale Ausschläge: für H_2 = — 0,07 mm, für Luft 2,61 mm und für O_2 11,25 mm. Der Wasserstoff und der Sauerstoff waren Stahlflaschen entnommen. Diese Ausschläge sind ungefähr proportional den bekannten Suszeptibilitäten dieser Gase.

Die Größenordnung der statischen Empfindlichkeit des Instrumentes konnte ermittelt werden, indem man es im Nebenschluß an ein Glasrohr von 12,5 mm lichter Weite und 20 cm Länge in einem Abstande von 10 cm anschloß, das mit einem Ende an eine Kapillare von 0,68 mm lichter Weite und 47,5 cm Länge angeblasen war. Hält man den Druckunterschied konstant, so stellt sich infolge der stationären Strömung im Manometer ein konstanter Ausschlag ein. Eine Druckdifferenz zwischen den freien Enden von 1 mm Hg entsprach dann infolge der Poisseuille-Strömung einem Druckunterschied am Manometer von ca. $0{,}9 \cdot 10^{-6}$ mm. Es ergab sich für die statische Empfindlichkeit $2{,}7 \cdot 10^{-8}$ mm Hg Druckdifferenz für einen Ausschlag von 1 mm bei 2 m Skalenabstand. Mit dieser Anordnung konnte auch die aperiodische Einstellung des Flügels in seine Ruhelage beobachtet werden. Die Empfindlichkeit für zeitlich veränderliche Druckunterschiede wurde dadurch gemessen, daß

1) W. Voigt, Theoretische Physik, § 21.

Digitized by Google

die Rohrenden nur mit dem Quecksilbermanometer, das dort den Druckunterschied mißt, in Verbindung waren. Es waren dann die maximalen Ausschläge proportional den angelegten Anfangsdrucken. Der Druckausgleich erfolgte auch in diesem Falle aperiodisch.

Unter der Annahme, daß bei den betrachteten Vorgängen die Strömungen der Apparatur überall laminar verlaufen, ergibt sich eine einfache Theorie für die Wirkungsweise des Instrumentes. Man kann in guter Näherung die Strömungsvorgänge als quasistationäre auffassen und die Trägheitskräfte vernachlässigen. Ist φ der Drehungswinkel des Flügels aus der Ruhelage, so ist die aperiodische Einstellung in die Ruhelage gegeben durch den Exponentialfaktor $\lambda = \frac{D}{R}$. D bedeutet die Direktionskraft und R den Reibungsfaktor, der proportional dem Reibungskoeffizienten des Gases anzusetzen ist, in dem der Flügel sich bewegt. Aus den Beobachtungen ergab sich $\lambda = 0{,}114$.

Fließen U Kubikzentimeter pro Sekunde durch das Manometer, so entspricht dies einer ungefähren Winkelgeschwindigkeit der Strömung an den Flügelenden von $\frac{2U}{qa}$, wenn $a = 0{,}9$ cm der Düsenabstand und q einen aus der Kontinuitätsbedingung folgenden Querschnitt der Strömung bedeutet. Im Abstand 1 mm von den Düsen würde dies bei laminarer Strömung der Größenordnung nach einer Halbkugeloberfläche von $q = 0{,}063$ cm² entsprechen. Unter dieser Annahme ist auch der für die Strömung in Betracht kommende Widerstand W nur den Kapillaren zuzuschreiben. Er wurde abgeschätzt zu $W = 200$ absolute Einheiten.

Entsprechend einem Druckunterschied p für den Kolben ist dann im Manometer $U = \frac{p}{W}$ und der Flügel im Gleichgewicht bei dem Ausschlag $a = \frac{2p}{qa\lambda W}$. Aus der Theorie folgt für den adiabatischen Druckausgleich W der Kolben ein exponentielles Abklingungsgesetz mit dem Exponentialfaktor $\varkappa = \frac{C_p}{C_v}\frac{P}{WV}$. Es bedeutet P den Druck des Gases und V das Kolbenvolumen. Daraus ergibt sich theoretisch für $\varkappa = 233$. In der Tat gleicht sich bei Öffnen des Hahnes H_1 ein vorhandener, endlicher Druckunterschied der Kolben ruckartig aus. Ist jedoch die Druckdifferenz in den Kolben, wie im Falle der Eichung vorgeschrieben, z. B. durch $p = p_0 e^{-\eta t}$, so ergibt die Theorie für die Bewegung des Flügels das Gesetz

$$\varphi = \frac{p_0}{qaW(\eta - \lambda)}(e^{-\lambda t} - e^{-\eta t})$$

für den maximalen Ausschlag folgt daraus

$$\beta = \frac{p_0}{qaW\eta}\left(\frac{\lambda}{\eta}\right)^{\frac{\lambda}{\eta-\lambda}}$$

und die Zeit τ_η der Einstellung nach Beginn des Ausgleichs des Anfangsdruckes

$$\tau_\eta = \frac{1}{\eta - \lambda} \operatorname{lu} \frac{\eta}{\lambda}.$$

Im Falle der Magnetisierung ist der die Strömung bewirkende Druckunterschied $p - \sigma$, wenn $\sigma = \chi\frac{H^2}{2}$ und p den barometrischen Druckunterschied in den Kolben bedeutet. Beschreibt man die zeitliche Einstellung des Magnetfeldes in erster Näherung durch eine exponentielle Funktion mit dem Exponentialfaktor μ, so ist der für die Strömung wirksame Druckunterschied zeitlich gegeben durch die Formel

$$p - \sigma = \frac{\sigma_0\mu}{\varkappa - \mu}(e^{-\mu t} - e^{-\varkappa t})$$

wenn σ_0 dem Anfangs- bzw. Endzustand der Magnetostriktion[1]) entspricht.

Für den maximalen Ausschlag in diesem Falle ergibt die Theorie, da wie festgestellt $\varkappa >> \mu$:

$$\gamma = \frac{\sigma_0}{qaW(\varkappa - \mu)}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{\frac{\lambda}{\mu-\lambda}}$$

in der Einstellungszeit:

$$\tau_\mu = \frac{1}{\mu - \lambda} \operatorname{lu} \frac{\mu}{\lambda}.$$

Experimentell wurden ermittelt die Werte, bzw. aus den Einstellungszeiten τ_η und τ_μ errechnet. $\lambda = 0{,}114$, $\eta = 0{,}204$, $\mu = 0{,}732$ bzw. 1,413 beim Ein- bzw. Ausschalten des Feldes. Aus der statischen Empfindlichkeit findet man für $\frac{\alpha}{p} = 7$ absolute Einheiten, daraus erhält man für $q = 0{,}014$ cm², verglichen mit dem oben abgeschätzten Werte für die Halbkugel vom Radius 0,1 cm ein Wert, der mit der Annahme laminarer Strömung gut verträglich ist. Aus der Messung der Magnetostriktion der Luft ergab sich entsprechend dem mittleren Magnetfeld von $H = 20000$ Gauß für $\frac{\gamma}{\sigma_0} = 1{,}1 \cdot 10^{-4}$, während aus der Theorie gemäß der Formel

1) Für Luft war bei den Versuchen $\sigma_0 = 0{,}0045$ mm Hg. Das in den Kolben K eingesaugte Volumen $1{,}8 \cdot 10^{-4}$ cm³.

Digitized by Google

$$\left(\frac{\gamma}{\sigma_0}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{\alpha}{p}\right)\frac{\lambda}{\varkappa - \mu}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{\frac{\lambda}{\mu-\lambda}}$$

der Wert $1{,}5 \cdot 10^{-4}$ errechnet wurde.

Die ungleichen Ausschläge beim Ein- bzw. Ausschalten des Magnetfeldes werden von der Theorie erklärt. Es zeigt sich, daß der maximale Ausschlag davon abhängt, wie sich das Magnetfeld mit der Zeit einstellt. Vergrößert man die Empfindlichkeit des Manometers mittelst eines dünneren Fadens, d. h. verkleinert man λ, so konvergiert der Ausdruck $\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{\frac{\lambda}{\mu-\lambda}}$ gegen 1 und da $\varkappa >> \mu$ wird die Messung gemäß der Theorie von diesem Vorgang unabhängiger. Diese Resultate sind nur qualitativ zu bewerten, da alle in Betracht kommenden Fehlerquellen bisher noch nicht in ihrem Einfluß auf die Resultate abgeschätzt werden konnten. Durch günstigere Form des Kolbens, durch Vergrößerung seines Volumens und durch stärkere magnetische Felder kann die Genauigkeit der magnetischen Messungen noch vergrößert werden. Die vorliegenden Resultate sollten nur zeigen, daß die gemessene Empfindlichkeit des Instrumentes der Größenordnung nach richtig ist. Zur Messung der Suszeptibilität eines Gases wird das Manometer wohl besser als Nullinstrument[1]) verwendet.

1) Ein von A. Piccard angegebenes Mikromanometer hat O. E. Frivold als Nullinstrument beim Nachweis der Elektrostriktion der Gase verwendet. Diese Zeitschrift **21**, 603, 1921.

Zürich, Physikalisches Institut der E.T.H., 24. Mai 1924.

(Eingegangen 26. Mai 1924.)

Die p- und d-Terme des Lithiums.

Von Felix Joachim v. Wiśniewski.

In einer hier kürzlich veröffentlichten Arbeit[1]) habe ich eine Theorie des Heliums entwickelt, die zu Resultaten führt, die mit der Erfahrung nicht im Widerspruche stehen.

Hier werde ich dieselbe Methode, die ich dort benutzte, auf das neutrale Lithium anwenden und als wahrscheinlich zeigen:

1. Daß das äußere (dritte) Elektron, wenn es in der Nähe des Rumpfes kreist, eine Raumkurve beschreibt.

2. Daß der p-Term durch die Hauptquantenzahl $+2$ und Nebenquantenzahl -1 bestimmt ist, in Übereinstimmung mit dem p-Term des Orthoheliums, der der Nebenquantenzahl

$$(n_2 - n_1) = -1$$

entspricht und in Widerspruch mit dem p-Term des Parheliums, für welchen die Nebenquantenzahl $+2$ ist.

Wir nehmen an, daß der Lithiumrumpf gebildet ist aus einem Kerne von der Ladung $+3e$ und zwei Elektronen, die den Kern diametral zueinander umkreisen in gleichen Abständen vom Kerne und auf gleicher einquantiger Kreisbahn.

Für den Radius a dieser Bahn und die Winkelgeschwindigkeit n der Elektronen haben wir:

$$a = \frac{h^2}{11 \cdot m \cdot \pi^2 \cdot e^2}; \quad n = \frac{121 \cdot m \cdot \pi^3 \cdot e^4}{2 \cdot h^3},$$

wo m die träge Masse und $-e$ die Ladung eines Elektrons bezeichnen.

Die Bewegungsgleichungen des äußeren Elektrons in dem rechtwinkligen Koordinatensysteme ξ, η, ζ, das mit dem Kerne fest verbunden ist, sind:

$$m \cdot \ddot{\xi} = -\frac{3e^2}{\varrho^3} \cdot \xi + \frac{e^2}{r_1^3}(\xi - \xi_1) + \frac{e^2}{r_2^3}(\xi - \xi_2),$$

$$m \cdot \ddot{\eta} = -\frac{3e^2}{\varrho^3} \cdot \eta + \frac{e^2}{r_1^3}(\eta - \eta_1) + \frac{e^2}{r_2^3}(\eta - \eta_2),$$

$$m \cdot \ddot{\zeta} = -\frac{3e^2}{\varrho^3} \cdot \zeta + \frac{e^2}{r_1^3}\zeta + \frac{e^2}{r_2^3}\zeta.$$

wo ξ, η, ζ die Koordinaten des äußeren Elektrons und ξ_1, η_1; ξ_2, η_2 die Koordinaten der beiden Elektronen des Rumpfes sind.

Für die Abstände ϱ, r_1, r_2 des äußeren Elektrons vom Kerne und von den beiden Elektronen des Rumpfes haben wir:

$$\varrho^2 = \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2; \; r_1^2 = (\xi - \xi_1)^2 + (\eta - \eta_1)^2 + \zeta^2; \; r_2^2 = (\xi - \xi_2)^2 + (\eta - \eta_2)^2 + \zeta^2.$$

Führen wir jetzt statt ξ, η, ζ; ξ_1, η_1; ξ_2, η_2, neue mit dem Rumpfe fest verbundene Koordinaten x, y, z; a, 0, 0; $-a$, 0, 0 durch folgende Relationen ein:

$$\begin{aligned} \xi &= x \cdot \cos(nt) - y \cdot \sin(nt); & \xi_1 &= a \cdot \cos(nt); & \xi_2 &= -a \cdot \cos(nt), \\ \eta &= x \cdot \sin(nt) + y \cdot \cos(nt); & \eta_1 &= a \cdot \sin(nt); & \eta_2 &= -a \cdot \sin(nt), \\ \zeta &= z \qquad\qquad\quad ; & \zeta_1 &= 0 \qquad\quad ; & \zeta_2 &= 0. \end{aligned}$$

1) Physik. Zeitschr. **25**, 297, 1924.

Digitized by Google

Die Bewegungsgleichungen in den neuen Koordinaten lauten:

$$m\ddot{x} - 2m \cdot n \cdot \dot{y} - m \cdot n^2 \cdot x = -\frac{3e^2}{\varrho^3} x + \frac{e^2}{r_1^3}(x-a) + \frac{e^2}{r_2^3}(x+a),$$

$$m\ddot{y} + 2m \cdot n \cdot \dot{x} - m \cdot n^2 \cdot y = -\frac{3e^2}{\varrho^3} \cdot y + \frac{e^2}{r_1^3} y + \frac{e^2}{r_2^3} y,$$

$$m\ddot{z} = -\frac{3e^2}{\varrho^3} \cdot z + \frac{e^2}{r_1^3} \cdot z + \frac{e^2}{r_2^3} \cdot z.$$

Das einzige bekannte Integral dieses Systems von Differentialgleichungen ist das Jacobische Integral:

$$\frac{m}{2}[\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2] - \frac{m}{2} \cdot n^2 \cdot (x^2 + y^2) - \frac{3e^2}{\varrho} + \frac{e^2}{r_1} + \frac{e^2}{r_2^2} = h,$$

wo:

$$\varrho^2 = x^2 + y^2 + z^2; \quad r_1^2 = (x-a)^2 + y^2 + z^2; \quad r_2^2 = (x+a)^2 + y^2 + z^2$$

ist.

Für die totale Energie E:

$$E = T - \frac{3e^2}{\varrho} + \frac{e^2}{r_1} + \frac{e^2}{r_2},$$

wo:

$$T = \frac{m}{2}[\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2 + 2n(x\dot{y} - y\dot{x}) + n^2(x^2 + y^2)]$$

die kinetische Energie des Elektrons bezeichnet, erhalten wir unter Berücksichtigung des Jacobischen Integrals folgenden Ausdruck:

$$E = h_0 + m \cdot n \cdot (x\dot{y} - y\dot{x}) + m \cdot n^2 \cdot (x^2 + y^2).$$

Durch Einführung von Polarkoordinaten ϱ, Θ, φ statt der rechtwinkligen Koordinaten x, y, z erhalten wir für das Jacobische Integral, und für die kinetische und totale Energie folgende Ausdrücke:

(a) $$\frac{m}{2}[\dot{\varrho}^2 + \varrho^2 \cdot \dot{\Theta}^2 + \varrho^2 \cos^2\Theta \cdot \dot{\varphi}^2] - \frac{m}{2} \cdot n^2 \cdot \varrho^2 \cdot \cos^2\Theta - \frac{3e^2}{\varrho} + \frac{e^2}{r_1} + \frac{e^2}{r^2} = h_0,$$

(b) $$T = \frac{m}{2}[\dot{\varrho}^2 + \varrho^2\dot{\Theta}^2 + \varrho^2 \cdot \cos^2\Theta \cdot \dot{\varphi}^2 + 2n \cdot \varrho^2 \cos^2\Theta \cdot \dot{\varphi} + n^2\varrho^2 \cos^2\Theta],$$

(c) $$E = h_0 + m \cdot n \cdot \varrho^2 \cdot \cos^2\Theta\dot{\varphi} + m \cdot n^2 \cdot \varrho^2 \cdot \cos^2\Theta,$$

weil:

$$x = \varrho \cdot \cos\Theta \cdot \cos\varphi; \quad y = \varrho \cdot \cos\Theta \sin\varphi; \quad z = \varrho \cdot \sin\Theta$$

ist.

Führen wir jetzt statt $\dot{\varrho}$, $\dot{\Theta}$, $\dot{\varphi}$ die Impulse ein:

$$p_\varrho = \frac{\partial T}{\partial \dot{\varrho}} = m \cdot \dot{\varrho}; \quad p_\Theta = \frac{\partial T}{\partial \dot{\Theta}} = m \cdot \varrho^2 \cdot \dot{\Theta};$$

$$p_\varphi = \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} = m\varrho^2 \cos^2\Theta(\dot{\varphi} + n),$$

so haben wir für (a), (b), (c):

(a') $$\frac{1}{2m}\left[p_\varrho^2 + \frac{p_\Theta^2}{\varrho^2} + \frac{p^2\varphi}{\varrho^2 \cos^2\Theta}\right] - n \cdot p_\varphi - \frac{3e^2}{\varrho} + \frac{e^2}{r_1} + \frac{e^2}{r_2} = h_0,$$

(b') $$T = \frac{1}{2m}\left[p_\varrho^2 + \frac{p_\Theta^2}{\varrho^2} + \frac{p_\varphi^2}{\varrho^2 \cos^2\Theta}\right],$$

(c') $$E = h_0 + n \cdot p_\varphi.$$

Da wir uns in folgendem auf den Fall beschränken, daß a klein gegen ϱ ist, so haben wir für $\frac{1}{r_1}$ und $\frac{1}{r_2}$ folgende Entwicklungen:

$$\frac{1}{r_1} = \frac{1}{\varrho}\left[1 - 2\frac{a}{\varrho}\cos\tilde{\omega} + \frac{a^2}{\varrho^2}\right]^{-1/2} = \frac{1}{\varrho} + \frac{a}{\varrho^2}\cos\tilde{\omega} + \frac{1}{2}\frac{a^2}{\varrho^3}[3\cos^2\tilde{\omega} - 1] + \ldots$$

$$\frac{1}{r_2} = \frac{1}{\varrho}\left[1 - 2\frac{a}{\varrho}\cos(\tilde{\omega} + \pi) + \frac{a^2}{\varrho^2}\right]^{-1/2} = \frac{1}{\varrho} - \frac{a}{\varrho^2}\cos\tilde{\omega} + \frac{1}{2}\frac{a^2}{\varrho^3}[3\cos^2\tilde{\omega} - 1] + \ldots$$

wo $\tilde{\omega}$ die Neigung des Radius ϱ gegen a bezeichnet.

Durch Addition erhalten wir:

$$\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{2}{\varrho} + \frac{a^2}{\varrho^3}[3\cos^2\tilde{\omega} - 1] + \ldots$$

Setzen wir jetzt statt $\cos^2\tilde{\omega}$ seinen Mittelwert $\overline{\cos^2\tilde{\omega}}$, so ist:

$$\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{2}{\varrho} + \frac{a^2}{\varrho^3}[3\,\overline{\cos^2\tilde{\omega}} - 1].$$

Durch Einsetzen dieses Wertes von $\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$ in den Ausdruck des Jacobischen Integrals erhalten wir:

$$\frac{1}{2m}\left[p_\varrho^2 + \frac{p_\Theta^2}{\varrho^2} + \frac{p_\varphi^2}{\varrho^2 \cos^2\Theta}\right] - n \cdot p_\varphi - \frac{e^2}{\varrho} + \frac{e^2a^2}{\varrho^3}[3\cos^2\omega - 1] = h_0.$$

Im Falle, daß das Elektron eine ebene Kurve beschreibt, haben wir:

$$\overline{\cos^2\omega} = \tfrac{1}{2}.$$

Digitized by Google

Im Falle aber, daß das Elektron eine Raumkurve beschreibt, haben wir:

$$\tfrac{1}{2} > \overline{\cos^2\tilde{\omega}} \geq \tfrac{1}{3}.$$

Je weniger die Raumkurve von einer Ebenenkurve abweicht, desto kleiner wird die Differenz von $[\frac{1}{2} - \overline{\cos^2\tilde{\omega}}]$,

Da aber bei großen Entfernungen des Elektrons vom Rumpfe seine Bewegungsbahn einer ebenen Kurve sich nähert, weil die auf dieses Elektron wirkende Kraft mit wachsender Entfernung zu einer Zentralkraft strebt, so folgt, daß je weiter das Elektron vom Rumpfe kreist, desto kleiner die Differenz von $[\frac{1}{2} - \overline{\cos^2\tilde{\omega}}]$ wird.

Wie leicht zu zeigen ist, ist das Jacobische Integral gleich der Hamiltonschen Funktion H dieses Problems.

Es folgt daraus, daß man zur Lösung dieses Problems kommt durch Separation der Veränderlichen in dem Jacobischen Integral.

Die Separation der Veränderlichen wird erreicht durch folgende Werte von $p_\varrho, p_\Theta, p_\varphi$:

$$p_\varphi = \Delta; \quad p_\Theta = \sqrt{c^2 - \frac{\Delta^2}{\cos^2\Theta}},$$

$$p_\varrho = \sqrt{2m(h_0 + n\cdot\Delta) + \frac{2me^2}{\varrho} - \frac{c^2}{\varrho^2} - 2m\frac{e^2a^2}{\varrho^3}[3\cos^2\tilde{\omega} - 1]}.$$

Es bleibt noch übrig, die Quantenbedingungen:

$$(\alpha)\ nh = \oint p_\varrho \cdot d\varrho; \quad (\beta)\ n_1 h = \oint p_\varphi\, d\varphi;$$

$$(\gamma)\ n_2 h = \oint p_\Theta\, d\Theta$$

anzuwenden.

Aus der Quantenbedingung (β) erhalten wir:

$$n_1 h = 2n\cdot\Delta.$$

Aus der Quantenbedingung (γ) erhalten wir durch Integration auf komplexem Wege:

$$2n\alpha = (n_2 - n_1)\cdot h.$$

Und endlich aus der Quantenbedingung (α) durch Anwendung der von Herrn Sommerfeld[1]) gegebenen Werte des Integrals:

$$\oint d\varrho \sqrt{A + \frac{2B}{\varrho} + \frac{C}{\varrho^2} + \frac{D_1}{\varrho^3}}$$

erhalten wir:

$$h_0 + n\cdot\Delta = -\frac{N\cdot h}{\left[n + n_2 - n_1 + \frac{16\cdot\pi^4\cdot m^2\cdot e^4\cdot a^2[3\cos^2\tilde{\omega} - 1]}{h^3 (n_2 - n_1)^3}\right]^2},$$

wo N die Rydbergsche Konstante bezeichnet.

Durch Einsetzen des Wertes von $p_\varphi = \Delta$ in den Ausdruck von E erhalten wir:

$$E = h_0 + n\cdot\Delta.$$

Da aber $(h_0 + n\Delta)$ bekannt ist, so haben wir für E:

$$E = -\frac{N\cdot h}{[n + n_2 - n_1 + \sigma]^2},$$

wo:

$$\sigma = \frac{16}{121}\cdot\frac{[3\cos^2\tilde{\omega} - 1]}{[n_2 - n_1]^3}$$

das Korrektionsglied ist.

Ist diese Formel richtig, so muß:

$$\overline{\cos^2\tilde{\omega}} = \frac{1}{3} + \frac{121}{48}\cdot\sigma\cdot(n_2 - n_1)^3 \leq \frac{1}{2}$$

$$[\sigma\cdot(n_2 - n_1)] > 0$$

sein.

Da bei dem Energieniveau d sich das Elektron in viel größerer Entfernung vom Rumpfe befindet als bei dem Energieniveau p, so ist nach dem früher Gesagten zu erwarten, daß bei dem p-Terme $\cos^2\tilde{\omega}$ mehr von $\frac{1}{2}$ abweicht als bei dem d-Terme.

Wie wir aus der untenstehenden Tabelle sehen, ist diese Erwartung bestätigt[2]).

	σ	$(n_2 - n_1)$	$\cos^2\tilde{\omega}$
p	— 0,045	— 1	0,447
d	— 0,0022	— 3	0,48

Wir haben für den p-Term $n_2 - n_1 = -1$ und nicht $n_2 - n_1 = -2$ angenommen, weil für $(n_2 - n_1) = -2$ $\cos^2\tilde{\omega} > 1$ sollte sein, was unmöglich ist, so daß dieser Wert der Nebenquantenzahl zu verwerfen ist.

Aus dem früher Gesagten folgt also, daß die vom Elektron beschriebene Bahn für das Energieniveau p eine Raumkurve ist, weil für dieses Energieniveau $\overline{\cos^2\tilde{\omega}} = 0{,}447$ bedeutend kleiner als $\frac{1}{2}$ ist, und daß diese Bahn für das Energieniveau d sehr nahe einer ebenen Kurve ist, da für dieses Energieniveau $\overline{\cos^2\tilde{\omega}} = 0{,}48$ ist, also sich sehr wenig von $\frac{1}{2}$ unterscheidet.

1) A. Sommerfeld. Atombau und Spektralserien.
2) Die Werte von σ sind aus den numerischen Werten der p- und d-Terme berechnet, die dem Buche von Konen „Das Leuchten der Gase und Dämpfe" entnommen sind.

Digitized by Google

Die untenstehende Tabelle faßt die hier erhaltenen Resultate mit den früheren für das Helium erhaltenen zusammen:

	p $n_2 - n_1$	d $n_2 - n_1$
Lithium	− 1	− 3
Orthohelium . .	− 1	− 3
Parhelium . . .	+ 2	− 3

(Eingegangen 6. April 1924.)

Einwirkung des Magnetfeldes auf die Polarisation des Kanalstrahlenlichtes.

Von R. v. Hirsch.

In einer Veröffentlichung aus dem Jahre 1916[1]) war folgender Versuch beschrieben: Ein Bündel H-Kanalstrahlen geht in einer Entfernung von wenigen Zentimetern hinter den Kathodenlöchern durch ein Magnetfeld, dessen Stärke so gewählt ist, daß sie eben genügt, um die positiven bewegten Teilchen noch innerhalb der Polschuhe auszuscheiden. Unmittelbar hinter dem Feld wird das ausgesandte Licht auf seinen Polarisationszustand untersucht. Aus einer älteren Beobachtung von Stark[2]) ist bekannt, daß in der bewegten Intensität die parallel der Bewegungsrichtung des Kanalstrahls schwingende Lichtkomponente überwiegt: diese Polarisation erwies sich nach dem Durchgang durch das Magnetfeld deutlich verstärkt. Die Erklärung der beschriebenen Erscheinung wurde schon damals in Unterschieden im Leuchten der positiven und neutralen Teile des Strahls gesucht; heute scheint sie an Hand des Bohrschen Modells sehr einfach: Der positive Strahlteil, d. h. die freien H-Kerne leuchten nicht, erregen vielmehr nur das ruhende Gas auf ihrer Bahn; dieses Leuchten ist nach Stark nicht polarisiert. Der neutrale Teil des Strahls dagegen gibt sowohl bewegte — polarisierte — als ruhende — unpolarisierte — Intensität. Das Magnetfeld schafft den positiven Teil weg, bringt also die Polarisation stärker heraus.

So einfach und einleuchtend diese Erklärung aussieht, so ist sie doch mindestens unvollständig. Hiervon überzeugt man sich alsbald, wenn man den Versuch unter Variierung der magnetischen Feldstärke wiederholt. Man erhält dann Ergebnisse, wie sie folgendes Beispiel veranschaulicht:

Platte 19. H_γ. $J_\parallel J_\perp$.

Kanalstrahl im Feld = 0	0,66
= 700 Gauß	0,72
1400 „	0,81
2000 „	0,77
2400 „	0,65
Normalwert für unpolarisiertes Licht	0,60

Man sieht die Polarisation unter dem Einfluß des wachsenden Feldes bis etwa 1400 Gauß anwachsen, dann wieder fallen, um bei 2400 Gauß den Zustand des unpolarisierten Vergleichslichtes (Geißlerröhre) nahezu zu erreichen. Es scheint also neben der „reinigenden" Wirkung des Feldes (Ausscheidung der positiven Teile) noch ein anderer, die Polarisation zerstörender Einfluß vorhanden zu sein.

Die Versuche werden daher wieder aufgenommen und im spektral zerlegten Licht für die drei ersten Glieder der Balmerserie nach der früher beschriebenen Methode weitergeführt. Das Kanalstrahlrohr stand jetzt vertikal, Magnetfeld und Kollimator senkrecht aufeinander in der Horizontalebene, so daß der Beobachter beliebig nahe hinter dem Feldrande und auch zwischen den Magnetpolen arbeiten konnte; der Entladungsteil der Röhre steckte wieder in einem schweren Weicheisenschutz, als Stromquelle diente wie früher ein mit Wechselstrom ohne Unterbrecher gespeister Induktor. Die Zerlegung des Lichtes in seine polarisierten Komponenten geschah mit dem alten Doppelprisma, die spektrale Zerlegung mit dem Plangitter. Die Photogramme sind auf Platten verschiedener Herkunft, mit Pinacyanol sensibilisiert, aufgenommen, und mit dem Kochschen Photometer der Münchener Universität ausgemessen.

Die Ergebnisse sind in den folgenden Tabellen enthalten, und zwar stehen unter der Bezeichnung $J_\parallel/J_\perp$ unmittelbar die Ablesungen des Photometers ohne jede Korrektion, da die Versuche leider noch mit so großen Fehlern behaftet sind, daß sie nicht mehr als qualitative Richtigkeit beanspruchen können.

Die Versuchsbedingungen dieser Aufnahmen sind folgende:

1. Die Spannung ist entsprechend der Stromquelle nicht konstant, was aber nach bisheriger Erfahrung nicht stark ins Gewicht fällt.

2. Der Druck ist mit dem früher beschriebenen Hitzdrahtmanometer kontrolliert und konstant gehalten; er betrug bei allen mit derselben Röhre gemachten Aufnahmen ungefähr $7 \cdot 10^{-2}$ mm.

3. Die Reinigung des Gases wurde durch ein angeschaltetes Gefäß mit Kokoskohle in flüssiger Luft erreicht; sie war bei allen obigen Versuchen annähernd gleich gut, aber wohl nicht vollkommen.

1) R. v. Hirsch, Ann. d. Phys. **49**, 851, 1916.
2) J. Stark, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. **8**, 104, 1906.

Digitized by Google

Tabelle I. H_α.

$J_\parallel / J_\perp$.

Lichtquelle	Magnetfeld	Platte 18	Platte 19	Platte 32	Mittel	Platte 20	Platte 21	Platte 31	Mittel
Geißlerröhre		1,11	1,04	—	1,07	1,12	1,05	—	1,08
Kanalstrahl		1,40	1,36	1,44	1,40	1,25	1,20	1,30	1,25
„	700 Gauß	1,26	1,30	1,19	1,25	1,25	1,14	1,27	1,22
„	1400 „	1,38	1,26	1,29	1,31	1,40	1,26	1,40	1,35
„	2000 „	1,19	1,11	1,12	1,14	1,11	1,11	—	1,11
„	2400 „	1,21	1,03	1,07	1,10	—	1,04	1,12	1,08
		Beobachtung zwischen den Polen				Beobachtung 5 cm hinter den Polen			

Tabelle II. H_β.

$J_\parallel / J_\perp$.

Lichtquelle	Magnetfeld	Pl. 19	Pl. 20	Pl. 21	Pl. 22	Pl. 31	Mittel
Geißlerröhre		0,75	0,81	0,84	0,80	—	0,80
Kanalstrahl		1,07	0,94	1,05	1,02	1 04	1 02
„	700 Gauß	0,98	1,05	0,99	0,98	1,00	1,00
„	1400 „	0,82	0,90	0,96	0,97	1,10	0,98
„	2000 „	0,87	—	—	0,02	0,88	0,88
„	2400 „	0 84	—	0,95	0,87	0,75	0,86

Tabelle III. H_γ.

$J_\parallel / J_\perp$.

Lichtquelle	Magnetfeld	Pl. 18	Pl. 19	Pl. 22	Pl. 23	Mittel
Geißlerröhre		0 70	0,66	—	—	0,68
Kanalstrahl		0 73	0,66	0,75	0,70	0,71
„	700 Gauß	0,80	0,72	0,74	0,76	0,75
„	1400 „	0,89	0,81	0,75	0,85	0,82
„	2000 „	0,84	0,77	0,69	0,80	0 77
„	2400 „	0,75	0,65	—	0,70	0,70

4. Von den Photogrammen sind nur diejenigen verwertet, welche in dem mittleren, für das Photometer günstigen Schwärzungsbereich liegen, alle anderen wurden verworfen. Die Konstanz des Schwärzungsverhältnisses innerhalb dieses Gebietes wurde durch Aufnahmen des Lichtes einer Geißlerröhre in verschiedener Stärke nochmals bestätigt. Die gleiche Geißlerröhre diente auch als Vergleichslicht, um den durch die Optik bedingten Polarisationszustand des Lichtes festzulegen; wie ersichtlich zeigen diese Ausgangswerte Abweichungen bis zu 10 Proz.; in dieser Größe ist also der Fehler der Photometrierung mit Einschluß der Plattenverschiedenheiten anzuschlagen; die darüber hinausgehenden Felder der Messungen beruhen auf Ursachen, welche sich bisher noch nicht genügend klären noch beheben ließen.

Aus den angeführten Messungen ergeben sich folgende Schlüsse:

1. Die Einwirkung des Magnetfeldes unterhalb 1500 Gauß entspricht bei H_γ den früheren Versuchen; dagegen zeigen H_α und H_β schon ohne Feld verglichen mit der Geißlerröhre sehr starke Polarisationen, die durch das Feld nicht mehr merklich gesteigert werden. Der früher gefundene Verstärkungseffekt ist durchaus verwischt. Dem entspricht es, daß jetzt beim Einschalten des Magnetfeldes keine merkliche Abnahme der Lichtintensität des Kanalstrahls eintrat, auch bei den Aufnahmen zur Erzielung gleicher Schwärzungen weder Belichtungszeit noch Stromstärke gesteigert zu werden brauchte, während bei den älteren Versuchen das Magnetfeld das Gesamtlicht um etwa 20 Proz. geschwächt hatte. Der Strahl enthielt offenbar diesmal weniger positive Teilchen, ohne daß hierfür ein bestimmter Grund angegeben werden könnte. Bei H_α ist ein deutlicher Unterschied zwischen der Beobachtung im Feld und hinter dem Feld erkennbar, bei den anderen Linien nicht.

2. Von etwa 1500 Gauß ab nimmt die Polarisation bei allen drei Linien deutlich ab, um bei 2400 Gauß fast ganz zu verschwinden. Dieser trotz aller Ungenauigkeit der Versuche unverkennbare Effekt ist als das wesentliche Ergebnis dieser Messungen anzusehen. Es

Digitized by Google

dürfte schwer fallen, für denselben eine ähnlich einfache Erklärung zu ersinnen, wie für die anfängliche Steigerung der Polarisation, etwa wieder eine Änderung in der Zusammensetzung des Strahls oder ähnliche sekundäre Dinge; vielmehr wird man hier wohl eine richtende Einwirkung des Magnetfeldes auf das leuchtende Atom selbst in Betracht ziehen müssen.

(Eingegangen 10. Juni 1924.)

Bemerkung zur Theorie der Durchmesserbestimmung von Sternen mittels des Interferometers.

Von Richard Gans.

Michelson und Pease[1]) haben die Durchmesser einiger Sterne mittels einer Interferenzmethode durch Veränderung des gegenseitigen Abstandes der beiden die Strahlen auffangenden Spiegel und Beurteilung der Sichtbarkeit der Interferenzstreifen bestimmt.

Die Sichtbarkeit der Streifen läßt sich dabei durch die Funktion

$$V = \frac{F(k,n)}{F(0,n)} \tag{1}$$

darstellen, wo

$$F(k,n) = \int_0^1 (1-x^2)^{n+1/2} \cos kx \cdot dx \tag{2}$$

ist. Hier ist

$$k = \frac{2\pi b R}{\lambda d} \tag{3}$$

dem Spiegelabstand b und dem Sternradius R direkt, der Wellenlänge λ und der Sternentfernung d umgekehrt proportional, und n ist ein Koeffizient, der davon abhängt, wie die Helligkeit der Sternscheibe von ihrem Mittelpunkt bis zum Rande variiert.

Prof. Moulton hat $F(k,n)$ für verschiedene Werte von n als Funktion von k ausgewertet, doch macht es den Eindruck, als ob es ihm entgangen ist, daß sich F, und damit V, in einfacher Weise durch die bekannten und in Tabellen niedergelegten Besselschen Funktionen ausdrücken lassen.

Der Zweck dieser Notiz ist, kurz darauf hinzuweisen, da zu erwarten steht, daß die Methode in Zukunft vielfache Anwendung finden wird.

Bekanntlich stellt sich die Besselsche Funktion $n$ter Ordnung folgendermaßen dar

$$J_n(k) = \frac{2}{\sqrt{\pi}\,\Pi(n-\frac{1}{2})} \left(\frac{k}{2}\right)^n \int_0^1 (1-x^2)^{n+1/2} \cos kx \cdot dx, \tag{4}$$

also ist

$$F(k,n) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}\,\Pi(n+\tfrac{1}{2}) \left(\frac{2}{k}\right)^{n+1} J_{n+1}(k), \tag{5}$$

und da

$$\lim_{k=0} \left(\frac{2}{k}\right)^{n+1} J_{n+1}(k) = \frac{1}{\Pi(n+1)} \tag{6}$$

ist, so wird nach (1)

$$V = V_n(k) = \Pi(n+1) \left(\frac{2}{k}\right)^{n+1} J_{n+1}(k). \tag{7}$$

Insbesondere mögen die für die Messungen in Frage kommenden ersten beiden Wurzeln k_1 und k_2 von V für verschiedene n angegeben werden. Ich entnehme sie für $n = -1; 0, 1; 2$ den Tabellen von Jahnke und Emde. Für $n = -1/2$ sind die Wurzeln die Vielfachen von π, für $n = +1/2$ die bekannten Wurzeln der Gleichung $k = \operatorname{tg} k$, die sich auch in dem zitierten Tafelwerk finden, während ich sie für $n = 3/2$ aus der Gleichung

$$\left(\frac{3}{k^2} - 1\right) \sin k = \frac{3}{k} \cos k$$

berechnet habe. Es ergibt sich[1])

n

	-1	$-1/2$	0	$1/2$	1	$3/2$	2
k_1	2,4048	3,1416	3,8317	4,4934	5,135	5,7635	6,379
k_2	5,5201	6,2832	7,0156	7,7253	8,417	9,0951	9,760
$\frac{k_1}{k_2}$	0,43564	0,50000	0,54616	0,58166	0,6101	0,63368	0,6536

Da die Verfasser es nicht für ausgeschlossen halten, bei Vervollkommnung der Methode die beiden Stellungen b_1 und b_2, in denen die Interferenzstreifen zum ersten und zweiten Male verschwinden, mit genügender Genauigkeit zu bestimmen, so würde ihr Quotient $\frac{b_1}{b_2} = \frac{k_1}{k_2}$ mittels der obigen Tabelle den Wert von n ergeben. Kennt man ihn, so entnimmt man wiederum

1) A. A. Michelson and F. G. Pease, Astrophysical Journal **8**, 1921.

1) Die negativen Werte von n werden keine physikalische Bedeutung haben. Sie sind nur hinzugefügt, um bessere Interpolationsmöglichkeit zu geben.

Digitized by Google

der Tabelle k_1, woraus sich dann $R = \frac{k_1 \lambda d}{2\pi b_1}$ berechnet.

Die Interpolationsformel

$$n = -1 + 75\left(\frac{k_1}{k_2} - \frac{1}{2}\right)^2,$$

welche die Herren Michelson und Pease für die Beziehung zwischen n und $\frac{k_1}{k_2}$ angeben, stimmt mit unseren Werten nicht überein und scheint unrichtig zu sein. Dagegen stellt

$$n = -0{,}480 + 67{,}36\left(\frac{k_1}{k_2} - 0{,}4617\right)^2$$

zwischen $n = 0$ und $n = 2$ eine gute Näherung dar. Ebenso lassen sich innerhalb derselben Grenzen die Wurzeln k_1 und k_2 durch die Formeln

$$k_1 = 3{,}832 + 1{,}333\,n - 0{,}030\,n^2$$
$$k_2 = 7{,}016 + 1{,}430\,n - 0{,}029\,n^2$$

darstellen.

La Plata, Instituto de Física, 30. März 1924.

(Eingegangen 16. Juni 1924.)

BESPRECHUNGEN.

W. Blaschke, Vorlesungen über Differentialgeometrie. Zweite Auflage. Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen. I. 8°. 242 S. m. 40 Textfiguren. Berlin, Julius Springer. 1924. M. 11.—, geb. M. 12.—.

Die erste Auflage dieses Buches wurde bereits im Bd. 24, S. 21 dieser Zeitschrift besprochen. Die jetzige Auflage ist im allgemeinen nur in einigen Punkten erweitert, enthält aber als Zusatz den in der ersten Auflage postulierten, von Herrn Reidemeister erbrachten Beweis des Satzes, daß die Kugel die einzige Fläche ist, bei der die geodätische Entfernung konjugierter Punkte fest ist. Die Tatsache, daß das Buch trotz der schweren Zeitverhältnisse so rasch eine zweite Auflage erlebte, zeugt für seine hervorragende Güte. Von den vielen Vorzügen des Buches will ich nur zwei hervorheben: 1. die konsequente vektorielle Behandlung, welche die Differentialgeometrie erst übersichtlich macht und ein Eindringen wesentlich erleichtert; 2. die Heranziehung der Fragen der „Differentialgeometrie im großen", die, wie der Verfasser mit Recht hervorhebt, zu den reizvollsten, allerdings auch schwierigsten der Wissenschaft gehören. Aus dem letzteren Fragekreise stammt auch das von Herrn Reidemeister gelöste, oben erwähnte Problem. Möge auch die zweite Auflage des Buches befruchtend wirken! Hilb.

Astronomischer Kalender für 1924. Herausgegeben von der Universitäts-Sternwarte zu Wien. 8°. 155 S. Wien VIII, Carl Gerold's Sohn. 1924. Geb. Gz. 5.50.

Dieser im 43. Jahrgang erscheinende Kalender der Wiener Universitäts-Sternwarte, der umfassendste dieser Art in deutscher Sprache, enthält alle diejenigen Daten, die der Liebhaberastronom im allgemeinen für seine Beobachtungen braucht. Den Angaben über das Sonnensystem (einschließlich der Konstellationen und Erscheinungen der Jupitermonde) ist ein Verzeichnis heller Fixsterne und wichtiger Veränderlicher, Doppelsterne und Nebelflecke beigefügt. In einer Beilage „Über die Vorgänge im Atominnern und deren Beziehungen zur Physik der Sterne" gibt W. E. Bernheimer einen guten und leichtverständlichen Überblick über die astronomischen Beobachtungstatsachen, welche durch die Atomtheorie weitere Klärung erfahren haben. A. Kopff.

Berichtigung.

In dem Aufsatz von P. Ludewig, Messungen des Emanationsgehaltes der radioaktiven Quellen in Brambach und Oberschlema (diese Zeitschr. **25**, 281, 1924), Tab. II u. III lies 18. Dezember 1922 statt 18. Dezember 1923.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Deutschen Technischen Hochschule in Brünn Dr. E. Murmann (bisher Privatdozent an der Deutschen Technischen Hochschule in Prag) für analytische Chemie.

Ernannt: Der Präsident des Telegraphentechnischen Reichsamtes in Berlin Professor Dr. ing. ehr. Karl Wagner zum Honorarprofessor an der Technischen Hochschule in Charlottenburg, das wissenschaftliche Mitglied des Kaiser-Wilhelm-Instituts für Chemie in Berlin-Dahlem Professor Dr. Otto Hahn (nach Ablehnung der Berufung zum ord. Professor der physikalischen Chemie an der Technischen Hochschule Hannover) zum zweiten Direktor des genannten Institutes, der Leiter der Meßwerkzeug-Abteilung der Firma Ludwig Loewe in Berlin Professor Dr. Georg Berndt zum a. o. Professor für Meßtechnik an der Technischen Hochschule Dresden, der ord. Professor der physikalischen Chemie und Elektrochemie an der Technischen Hochschule Stuttgart Dr. Georg Grube in gleicher Eigenschaft an der Technischen Hochschule Hannover, der Privatdozent an der Universität München Dr. H. Grimm zum Konservator am chemischen Institut der Universität Würzburg, unter Verleihung des Titels eines a. o. Professors.

Vom Lehramt zurück: Der ord. Professor für chemische Technologie und Elektrochemie an der Technischen Hochschule Darmstadt Dr. Ernst Berl (zwecks Übertritts in die Praxis).

Ehrung: Das wissenschaftliche Mitglied des Kaiser-Wilhelm-Instituts für Chemie in Berlin-Dahlem Fräulein Professor Dr. Lise Meitner erhielt von der Preußischen Akademie der Wissenschaften die silberne Leibnizmedaille für ihre Forschungen über β- und γ-Strahlen.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. F. Harms in Würzburg. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Digitized by Google

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

No. 14. 15. Juli 1924. Redaktionsschluß für No. 16 am 5. August 1924. 25. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

R. Seeliger und J. Ôkubo, Über die Lichtemission der geschichteten Entladung. S. 337.

W. Schottky, Wandströme und Theorie der positiven Säule. (Vorläufiger Bericht.) S. 342.

Hans Th. Wolff, Zur Theorie der primären β-Strahlen. S. 348.

Zusammenfassende Berichte:

H. Krefft: Bericht über den Dopplereffekt von Bogen- und Funkenlinien. S. 352.

Besprechungen:

F. Auerbach, Tonkunst und bildende Kunst vom Standpunkte des Naturforschers, Parallelen und Kontrastes. S. 367.

A. Hagenbach, Der elektrische Lichtbogen. S. 367.

W. Block, Handbuch der Technischen Meßgeräte. S. 368.

Personalien. S. 368. **Gesuche.** S. 368.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über die Lichtemission der geschichteten Entladung.

Von R. Seeliger und J. Ôkubo.

Die räumliche Verteilung der Lichtemission in der geschichteten positiven Säule ist bisher noch nicht eingehender spektroskopisch untersucht worden, obwohl hier — wie in allen Teilen der Glimmentladung mit schroffem Helligkeitswechsel — von vornherein interessante Aufschlüsse zu erwarten waren. Aus einem umfangreichen von uns gesammelten Beobachtungsmaterial teilen wir deshalb im folgenden einige Befunde mit, die uns von Interesse für das theoretische Verständnis der Schichtenbildung zu sein scheinen. Ein mehr beschreibender Teil, der hauptsächlich auf die sehr mannigfachen Formen der Intensitätsverteilung eingeht, soll an anderer Stelle veröffentlicht werden.

Die Notgemeinschaft stellte uns von den benötigten Hilfsmitteln eine Quarzpumpe, die Hoshi-Stiftung Geldmittel zum Ankauf eines Teiles der photographischen Platten zur Verfügung, wofür wir auch hier unseren Dank zum Ausdruck bringen wollen.

1. Literatur. In der Literatur finden sich außer gelegentlichen Bemerkungen über die totale spektrale Lichtemission der positiven Schichten unseres Wissens nur in einer Untersuchung von Herrn Stark[1]) und in einer anschließenden von Herrn Hardtke[2]) Angaben über die räumliche Intensitätsverteilung einzelner Frequenzen. Starks Angaben scheinen allerdings nicht auf einer mikrophotometrischen Durchmessung, sondern nur auf subjektiver Betrachtung der durch Abbildung der Schichten auf den Spalt des Spektrographen erhaltenen Spektrogramme zu beruhen, haben aber bereits zu einigen wichtigen Feststellungen geführt. Diese sind kurz die folgenden: Vor und im Anfang der Schicht und zwar (von der Kathode aus gerechnet) früher als alle Frequenzen von Stickstoff und Wasserstoff erscheinen die Quecksilberlinien; nächst diesen und noch vor den Wasserstoffspektren erscheinen die positiven Stickstoffbanden. Von den Spektren des Wasserstoffs erscheint zuerst das kontinuierliche blauviolette Spektrum (das seine größte Intensität auf der Höhe des Anfangs der Viellinien erreicht), dann die Balmerserie und dann die Viellinien, die wiederum in zwei Gruppen je nach ihrer Aufspaltbarkeit im elektrischen Feld zerfallen; und zwar erscheinen die Linien mit kleinem Starkeffekt früher als die mit größerem. In reinstem Wasserstoff (mit roten Schichten ohne blauen Saum) ist das kontinuierliche Spektrum im Anfang der Schichten relativ zu den Viellinien weniger intensiv als in unreinem Wasserstoff (mit blauen oder blaugesäumten Schichten) und erscheint erst etwa in gleicher Höhe mit diesen; es erreicht entlang der Schicht seine größte Intensität auch hier früher als die Viellinien und ist am Ende der Schicht erheblich schwächer als diese. Hardtke hat dann für die Stickstoffbanden die Beobachtungen Starks verfeinert durch eine mikrophotometrische Durchmessung der Spektralaufnahmen und gefunden, daß die 1. Gruppe der positiven Stickstoffbanden früher ansteigt und auch früher ihr Maximum erreicht als die 2. Gruppe. Sehr instruktiv ist ferner die an einem Gemisch von Stickstoff, Quecksilber und Argon angestellte Beobachtung, daß die Reihenfolge der Anstiege und Maxima (wie stets von der Kathode aus gerechnet) übereinstimmt mit der Reihenfolge der Ionisierungsspannungen (die Angabe bezieht

1) J. Stark, Ann. d. Phys. **52**, 221, 255, 1917.
2) O. Hardtke, Ann. d. Phys. **56**, 363, 383, 1918.

Digitized by Google

sich auf die in etwa gleicher Schwärzung erhaltenen Frequenzen *Hg* 4359, *N* 4489 und *Ar* 4300). Allgemein ist zu den Untersuchungen von Stark sowohl wie von Hardtke einschränkend zu bemerken, daß sie sich leider stets nur auf die erste der positiven Schichten beziehen; sie geben so keinen Aufschluß über die Emissionsverteilung innerhalb der geschichteten Säule selbst, sondern eigentlich nur über den Anstieg der Intensitäten aus dem Faradayschen Dunkelraum in die positive Säule, wobei es nach unseren Erfahrungen prinzipiell gleichgültig ist, ob diese geschichtet oder ungeschichtet ist.

2. Versuchsanordnung. Die von uns benutzte Versuchsanordnung war verhältnismäßig einfach aufgebaut aus dem zylindrischen Entladungsrohr von etwa 20 mm Durchmesser und etwa 35 cm Länge, dem die zu untersuchenden Gase durch eine Kapillare aus dem Vorratsgefäß unter geeignetem Überdruck auf der Anodenseite dauernd zuströmten und von dem sie auf der Kathodenseite dauernd abgepumpt werden konnten; nur so ließ sich die für feinere Untersuchungen erforderliche Konstanz der Entladungsbedingungen und Ruhe der Schichten erreichen. In der Pumpleitung lagen Kapillaren und Hähne verschiedener Weite parallel zueinander geschaltet, um die Pumpgeschwindigkeit bequem regulieren zu können. Kühlsäcke in flüssiger Luft hielten wenn nötig Quecksilberdämpfe aus der Pumpe und dem McLeod von der Entladung fern. Außerdem konnte das Entladungsrohr, das nur Platinelektroden enthielt, in einem überschiebbaren Gasofen einfachster Konstruktion nach Bedarf bis auf etwa 350° erhitzt und sorgfältig gereinigt werden. Als Stromquelle diente eine Hochspannungsdynamo in Serie mit einem Jodkadmiumwiderstand und einem Milliamperemeter. Die zu untersuchenden Schichten wurden mit Hilfe eines Tessars abgebildet auf den Spalt des Spektrographen, und zwar ohne Zuhilfenahme eines Fensters direkt durch die Wand des Entladungsrohres. In Vorversuchen hatte sich ergeben, daß durch ein Fenster an einem Queransatz die positive Säule zu sehr deformiert wird, so daß wir diese einfachere Art der Abbildung wählen mußten; wählt man aber die Glasröhre für das Entladungsrohr sorgfältig aus und bildet nicht zu große Teile der Entladung zugleich ab, so erhält man auch ohne Fenster recht gute Bilder. Die Expositionszeiten lagen zwischen einigen Sekunden und einigen Minuten und wurden nach Möglichkeit stets so bemessen, daß die Schwärzungen der interessierenden Linien im normalen Bereich lagen. Die Spektrogramme wurden dann in der üblichen Weise mit dem Mikrophotometer durchgemessen, wobei insbesondere die Konvergenz des prismatischen Spektrums zu berücksichtigen war; dazu diente die Aufnahme eines Quecksilberspektrums, aus dem eine zweiseitige Blende unmittelbar vor dem Spalt einen scharfbegrenzten Streifen ausgeschnitten hatte.

3. Ergebnisse. Die spektralen Aufnahmen liefern monochromatische Bilder der geschichteten Entladung und die photometrische Durchmessung dieser Bilder gibt dann unmittelbar eine Anschauung von der Intensitätsverteilung längs der Entladung. Man erhält auf diesem Wege naturgemäß einen sehr viel gründlicheren Einblick in den optischen Bau der Schichten als durch subjektive Beobachtung oder durch einfache photographische Aufnahmen. Auf die zahlreichen von uns beobachteten Eigentümlichkeiten hier einzugehen, ist bei dem außerordentlichen Formenreichtum der geschichteten Säule[1]) nicht möglich. Es sollen, soweit es sich um eine qualitative Beschreibung handelt, nur einige Punkte herausgegriffen werden, die uns von Interesse zu sein scheinen.

Von Bedeutung für die Stabilitätsfrage ist es, daß von der ungeschichteten Säule mit räumlich konstanter Intensität ein vollkommen stetiger Übergang zu den ausgeprägtesten scharfen Schichten führt. Von eben wahrnehmbaren Intensitätswellen, in denen die Schwärzungen der Maxima und Minima um nicht mehr als etwa 0,1 normale Schwärzungsgrade sich unterscheiden, gibt es alle Übergänge zu scharfen Schichten mit Schwärzungsunterschieden von 3 und mehr Schwärzungsgraden. Hierher gehört auch, daß die Intensitätswellen aufeinanderfolgender Schichten fast niemals in Form und Tiefe übereinstimmen, daß also die Schichten durchaus nicht untereinander vollkommen gleichwertig sind. Abgesehen davon, daß die Intensität der Maxima sich ändert, und zwar in der Mehrzahl der Fälle langsam abnehmend von der Kathode zur Anode hin, unterscheiden sich selbst unmittelbar aufeinanderfolgende Schichten häufig auch qualitativ durch die Form des Intensitätsverlaufes; ein Beispiel dafür gibt Fig. 1 für rote Schichten in reinem Wasserstoff (Palladiumrohr, Kühlung, Druck 0,30 mm, Strom 8 Milliamp.). Bezüglich der Symmetrie der Intensitätswellen sei darauf hingewiesen, daß neben asymmetrischen Wellen mit steilem Abfall auf der Kathodenseite auch fast vollkommen symmetrische Wellen, so z. B. in den auch bei subjektiver Betrachtung symmetrischen einfarbigen linsenförmigen Schichten auftreten. Für die erstere gibt Fig. 2a ($N_2 + Hg$), für die letztere Fig. 2b (H_2, elektrolytisch, ohne

1) Die schönen Tafeln von Warren de la Rue u. Müller, Phil. Trans. **169**, 55, 1878 geben davon eine Vorstellung.

Digitized by Google

Kühlung) ein Beispiel. Erwähnt sei hier endlich noch die Intensitätsverteilung in eigentümlichen gelegentlich erhaltenen Doppelschichten des Wasserstoffs, die aus zwei blauen tellerförmigen Teilen mit einem roten Zwischenteil in

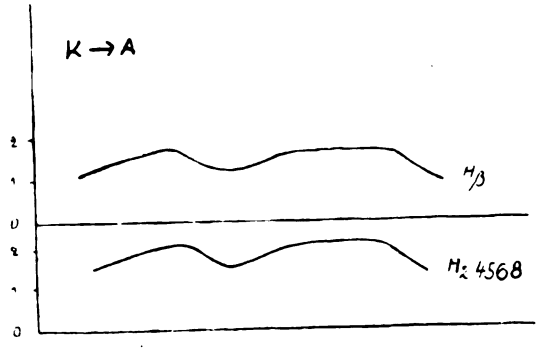


Fig. 1.

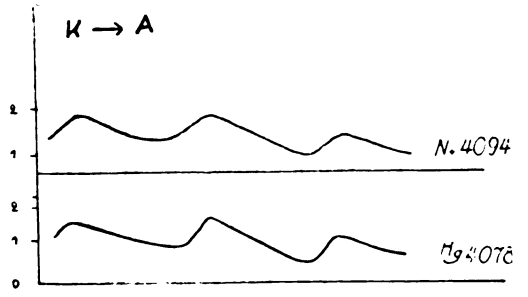


Fig. 2a.

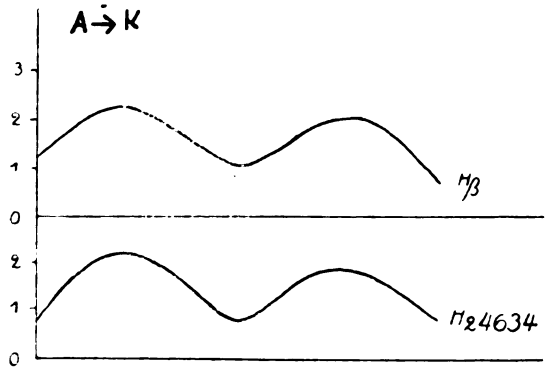


Fig. 2b.

Gestalt einer bikonkaven Linse bestanden: Fig. 3 gibt die Schwärzungskurven für die Bandenlinie H_2 4568 und die Linie Hg 4359, Druck 0,93 mm, Strom 27 Milliamp.

Wichtiger als diese rein beschreibenden Angaben sind nun aber die Befunde, die sich bei einem Vergleich der Intensitätsverteilung verschiedener Linien desselben Gases oder verschiedener Gase eines Gemisches ergaben. Zunächst fällt hier auf, daß die Intensitätsverteilung der einzelnen Linien in vielen Fällen nicht nur quantitativ, sondern auch qualitativ eine verschiedene ist. Besonders deutliche Beispiele hierfür bieten alle Schichtungen, die nicht einheitlich gefärbt sind, sondern entweder aus Schichten von verschiedener Farbe oder aus

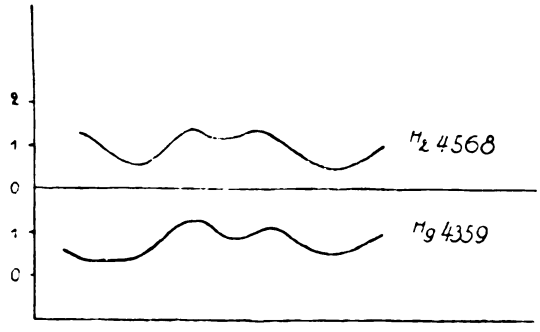


Fig. 3.

Schichten mit farbigen Säumen bestehen. Ein derartiger Fall ist in Fig. 4a gezeichnet. Er bezieht sich auf bandenartige Schichtgebilde, wie sie in einem Gemisch von Wasserstoff und Quecksilberdampf auftraten, und zwar nach unseren Erfahrungen besonders schön ausgeprägt bei Zusatz von etwa 25 Proz. Sauerstoff; die Schichten sind blau mit rotem Saum an den der Kathode zugekehrten Schichtköpfen (Druck 0,70 mm, Strom 18 Milliamp.). Ein anderes Beispiel ist in

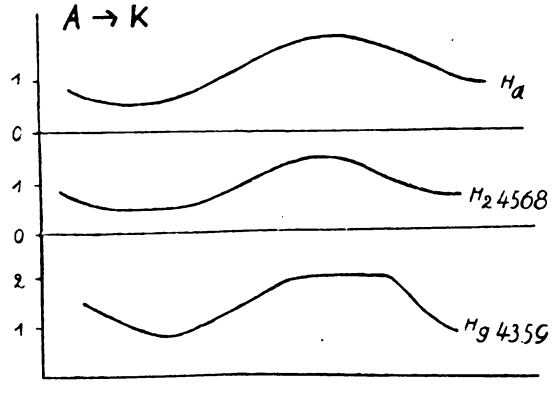


Fig. 4a.

Fig. 4b gegeben. Es wurde erhalten in Wasserstoff, der absichtlich durch Kohlenwasserstoffe (Hahnfett) verunreinigt war (Druck 0,80 mm, Strom 8 Milliamp.); auf eine rote Schicht mit weißblauem Saum folgte hier eine einfarbig weißblaue Schicht, wobei das Zustandekommen dieser Farben aus den Photogrammen deutlich hervorgeht.

Die weitere Untersuchung zeigte dann, daß die Intensitätsverteilung der einzelnen Linien nicht nur in so speziellen Fällen wie etwa den beiden angeführten verschieden ist, sondern daß

Digitized by Google

ganz allgemein jeder durch ihre Anregungseigenschaften zusammengehörenden Gruppe von Linien ihr charakteristisches Schichtsystem zukommt. Und zwar gibt es hier zwei gesetzmäßige Zusammenhänge mit den Anregungseigenschaften, die für die Theorie der Schichtenbildung von Bedeutung sind. Die eine Gesetzmäßigkeit bezieht sich auf die Reihenfolge, in der die einzelnen Intensitätskurven aus dem dunklen Raum zwischen zwei Schichtköpfen in der Richtung Kathode—Anode in den nächsten Schichtkopf hinein ansteigen und wurde in ihren wesentlichen Punkten bereits in der eingangs erwähnten Arbeit von Stark gefunden. Ergänzend sei dazu hier nur bemerkt, daß, wie

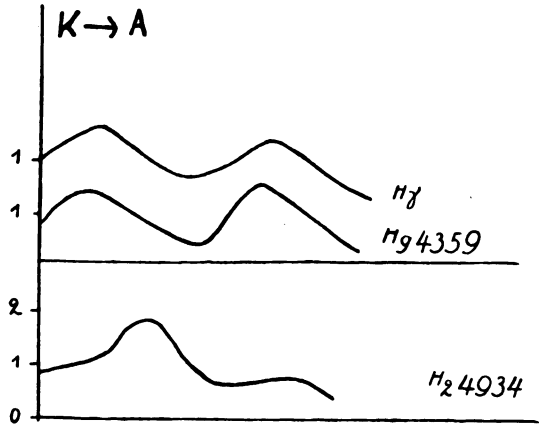


Fig. 4b.

zu erwarten, auch die positiven Stickstoffbanden früher anstiegen als die negativen. Im übrigen Kurvenbeispiele mitzuteilen, hat kaum Zweck, da in der Arbeit von Hardtke bereits typische Intensitätsverteilungen gezeichnet sind. Das aufeinanderfolgende Ansteigen der Linienintensitäten in jeder Schicht findet, wie dies bereits Stark erkannt und schon im einzelnen ausgeführt hat, seine Erklärung in der allmählichen Zunahme der Elektronengeschwindigkeiten längs der Schicht; es fließt durch die geschichtete positive Säule ein Strom von langsamen Elektronen, deren Geschwindigkeit und Zahl räumlich periodisch wechselt.

Darüber lagert sich nun aber ein durchgehender Strom schnellerer Elektronen, herrührend von denjenigen, die aus einer Schicht in die nächste ohne merkliche Geschwindigkeitsverluste durchgedrungen sind. Daß derartige schnellere Elektronen in der Tat vorhanden sind, geht bereis daraus hervor, daß die Intensität in den dunkelsten Stellen vor den Schichtköpfen nicht null ist, sondern ähnlich wie im Kathodendunkelraum von null verschiedene und zwar durchaus nicht kleine Werte besitzt. Auch diese schnelleren Elektronen regen das Gas zum Leuchten an, und zwar jede Linie in charakteristischer Intensität nach Maßgabe ihrer Anregungsfunktion. Nimmt man diese Überlegungen als richtig an, so müßte man also erwarten, daß ein gesetzmäßiger Zusammenhang besteht zwischen der Gestalt der Anregungs-

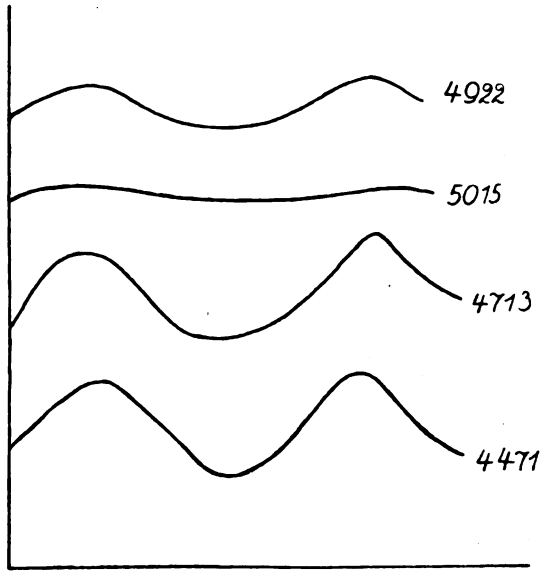


Fig. 5a.

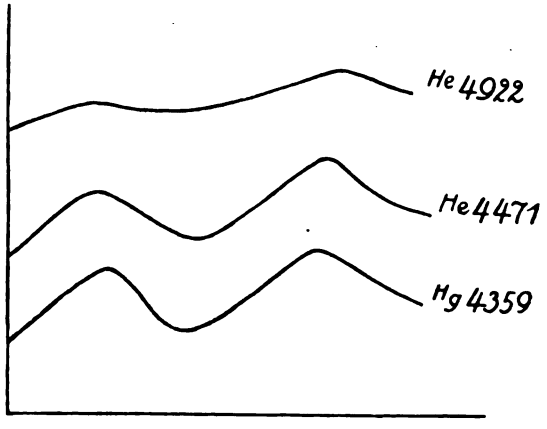


Fig. 5b.

funktion einer Linie und der Tiefe der Intensitätswellen in der geschichteten Entladung, derart, daß die Wellen umso flacher sind, je stärker die Linie von schnellen Elektronen angeregt wird und umso tiefer, je steiler die Anregungsfunktion mit zunehmender Elektronengeschwindigkeit abfällt. Die Beobachtungen scheinen uns diese Folgerung zu bestätigen; einige Beispiele sollen dies belegen. Im Heliumspektrum (Fig. 5a) haben die Linien des Parheliums (z. B. 4922, 5015) flache Wellen, die des Orthoheliums (z. B. 4471,

Digitized by Google

4713) tiefe Wellen; in dem *He—Hg*-Gemisch der Fig. 5b kommt dies ebenfalls zum Ausdruck und zugleich, daß auch Quecksilber die tiefen Wellen zeigt. Ein besonders deutliches Beispiel gibt Fig. 5c, das den großen Unterschied zwischen Parhelium und Wasserstoffvielinien veranschaulicht. In Wasserstoff haben

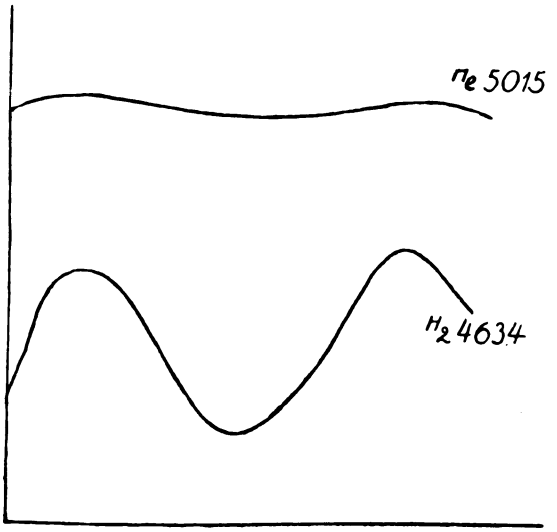


Fig. 5c.

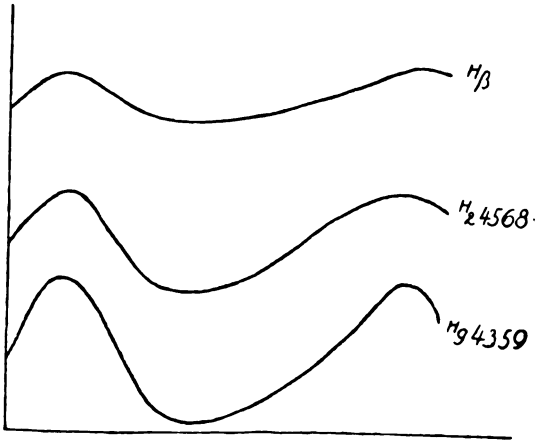


Fig. 5d.

flache Wellen die Balmerlinien, tiefe Wellen die Viellinien (und ebenso das kontinuierliche Spektrum), wie dies Fig. 5d für ein *H—Hg*-Gemisch belegt. Im Stickstoff sind die Wellen der negativen Banden flacher als die der positiven Banden; Fig. 5e gibt davon eine Anschauung ebenfalls für eine Mischung mit Quecksilberdampf. Es braucht kaum erwähnt zu werden, daß alle jeweils in einer Figur vereinigten Intensitätskurven gleichzeitig aufgenommen wurden und die Schwärzungen durchwegs ungefähr um die Mitte des normalen Gebiets liegen, was sich durch geeignete Wahl der Entladungsbedingungen fast stets erreichen läßt. Wenn auch die in den Figuren mitgeteilten Beispiele aus einem größeren Plattenmaterial so ausgewählt sind, daß sie die genannten Unterschiede recht ausgeprägt zeigen und diese demgemäß in andern Fällen nicht so deutlich wie hier hervortreten, konnten wir doch auf allen zu einem Vergleich überhaupt geeigneten Aufnahmen Unterschiede in der angegebenen Richtung feststellen. Vergleicht man damit nun die Anregungsfunktionen, so erkennt man sofort den eingangs erwähnten Zusammenhang. Sowohl eigene frühere Messungen (vgl. Zeitschr. f. Phys. 1, 360, 1920; Physik. Zeitschr. **22**, 610, 1921) wie die von Hughes und Lowe (vgl. Proc. Roy. Soc. **104**, 480, 1924; Phys. Rev. **21**, 292, 1923) können zur Bestätigung herangezogen werden.

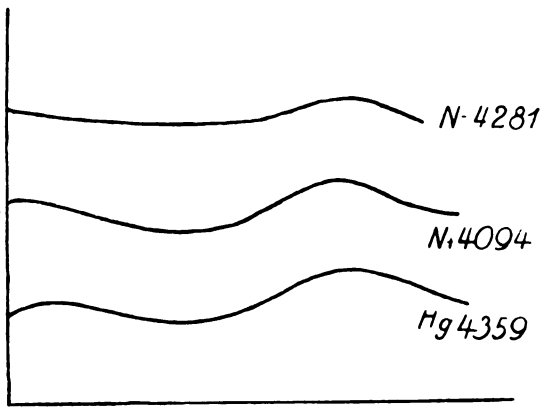


Fig. 5e.

Demgemäß hätte man sich also vorzustellen, daß in der geschichteten positiven Säule eine etwa durch je einige Schichtlängen durchgehende Strömung schneller Elektronen fließt, die gewissermaßen einen durchgehenden Untergrund der Lichtemission erregt und daß dieser ein räumlich periodisch schwankender Strom langsamer Elektronen superponiert ist. Schnell in dem hier gemeinten Sinn wäre dabei schneller als etwa der doppelten Ionisierungsspannung entsprechend, langsam wäre bis zu etwa der Ionisierungsspannung. Nach gewissen Bedenken gegen die bisherigen Bestimmungen der Anregungsfunktion, die der eine von uns kürzlich vorgebracht hat[1]), könnte man allerdings noch an eine andere Erklärungsmöglichkeit denken, nämlich an die durch ein Wiedervereinigungsleuchten, das gerade in den dunklen Schichtenden auftreten kann. Die inzwischen ausführlich erschienenen Arbeiten von Hughes[2]) scheinen

1) R. Seeliger, diese Zeitschr. **25**, 56, 1924.
2) Washington University Studies XI (Nr. 2), 117, 1924.

Digitized by Google

uns aber diese zweite Möglichkeit wenig wahrscheinlich zu machen.

Zusammenfassung.

Es wird die Intensitätsverteilung der Lichtemission in der geschichteten positiven Säule durch spektralphotometrische Aufnahmen für einzelne Linien des Spektrums untersucht. Neben einigen mehr beschreibenden Ergebnissen und einer Bestätigung eines schon von J. Stark gefundenen Gesetzes über die Reihenfolge, in der die einzelnen Frequenzen zu den Schichtkopfmaximas aufsteigen, ergibt sich ein neuer Zusammenhang zwischen der räumlichen Verteilung der Lichtemission und den Anregungseigenschaften einer Linie. Die Intensitätskurve längs der Entladung zeigt nämlich flache Wellen bei allen Linien, die auch von schnellen Elektronen und tiefe Wellen bei allen Linien, die vorwiegend von langsamen Elektronen zur Emission angeregt werden. Eine Möglichkeit zum Verständnis dieses Zusammenhanges zwischen Wellentiefe und Anregungsfunktion liefert die Annahme, daß in der geschichteten Säule nicht nur langsame Elektronen sich in periodischem Wechsel von Geschwindigkeit und Stromdichte bewegen, sondern daß außerdem noch ein durchgehender Strom schneller Elektronen durch die Schichten fließt.

Greifswald und Sendai, Juni 1924.

(Eingegangen 7. Juni 1924.)

Wandströme und Theorie der positiven Säule.

(Vorläufiger Bericht.)

Von W. Schottky.

Das Auftreten starker, von der angelegten Spannung unabhängiger Wandströme in Quecksilber-Großgleichrichtern[1]) hat in neuerer Zeit wieder die Aufmerksamkeit auf ein Problem gelenkt, das von den Theoretikern der Glimmstrom- und Bogenentladung wiederholt angetastet, aber doch nicht bis zu dem entscheidend typisierten Ansatz, geschweige denn seiner Lösung durchgeführt worden ist: das Problem des Ladungsverlustes durch Diffusion der Ladungsträger an die Wände.

Man wußte schon — und das ist besonders von R. Holm und R. Seeliger betont worden —, daß dieser Vorgang eine ganz ausschlaggebende Rolle für die Gesamtbilanz der positiven Säule, sowohl die energetische wie die elektrische, spielen kann. Besonders wird dies in Edelgasen oder Metalldämpfen der Fall sein, wo die Hauptträger der Entladung die Elektronen sind, die sich wegen ihrer hohen Geschwindigkeit relativ kurze Zeit in der Entladung aufhalten und infolgedessen eine geringe Chance der Wiedervereinigung mit den positiven Atomresten besitzen; andererseits müssen die Elektronen eben wegen ihrer Geschwindigkeit auch eine starke Tendenz zur Diffusion haben, und es scheint außer Frage, daß bei genügender Reinheit dieser Gase, bei nicht zu hohen Drucken und bei nicht außerordentlich großen Rohrweiten der Wiedervereinigungseffekt praktisch gegen den Diffusionseffekt verschwindet.

Ein tieferer Einblick in den Mechanismus dieser Vorgänge hat sich uns nun durch das Studium der Wandströme in Quecksilberdampfentladungen eröffnet, wo ja die Verhältnisse insofern besonders kraß sind, als der negative Träger, das Elektron, die leichteste uns bekannte Elementarmasse besitzt, während der positive Träger, das *Hg*-Ion zu den schwersten uns überhaupt bekannten Massen zählt. Aber auch zwischen den Elektronen und einem leichten Metall- oder Edelgasion ist der Unterschied der Massen und Beweglichkeiten noch groß genug, und in allen Fällen, wo Elektronen die negativen Träger darstellen, wird sich der Diffusionsvorgang in der Weise abspielen, daß die Elektronen den spontan nur sehr langsam diffundierenden positiven Ionen zunächst nach der Wand vorauseilen, dadurch eine Anreicherung von negativer Ladung in der Nähe der Wand, von positiver in der Mitte der Entladung bewirken, und daß es schließlich praktisch allein das durch diese Ladungsverteilung bewirkte Querfeld ist, das die positiven Ionen ebenfalls von der Mitte nach den Seiten zieht und sie an der Wand mit den dort niedergeschlagenen Elektronen zur Wiedervereinigung gelangen läßt.

Dieser selbe Vorgang läßt sich nun aber unter anderen Gesichtspunkten noch wesentlich einfacher und übersichtlicher auffassen. Da es sich in den für die Praxis und Theorie wichtigen Fällen immer um relativ hohe Ladungsdichten sowohl der positiven wie der negativen Träger handelt, kann man in bekannter Weise schließen, daß der Überschuß der Ladungen eines

1) M. Schenkel u. W. Schottky, Über die Beteiligung des metallenen Gehäuses an den Entladungsvorgängen in Großgleichrichtern. Wiss. Veröff. des Siemenskonzerns **2**, 252—274, 1922. Die dort versuchte Deutung der Wandströme durch Sekundärelektronen mußte unter dem Eindruck späterer Versuche und im Einklang mit der Auffassung verschiedener inzwischen erschienener deutscher und amerikanischer Arbeiten wieder verlassen werden. Es ist nunmehr gelungen, den Effekt mit anderen, ebenfalls schon in der damaligen Arbeit entwickelten Gedankengängen in Verbindung zu bringen und damit für die Theorie der positiven Säule in erwünschter Weise fruchtbar zu machen.

Digitized by Google

Vorzeichens über die des anderen Vorzeichens in allen Bereichen der Entladung, außer in unmittelbarer Nähe der Elektroden und Wände, klein sein muß gegen die Einzel-Ladungsmengen beider Teilchen; sonst würden nämlich ungeheure Raumladungen auftreten, zu deren Aufrechterhaltung keine entsprechende Gegenkraft vorhanden ist. Wir haben es also in der positiven Säule durchweg mit „quasineutralen" Entladungen zu tun, wo die Zahl der Ladungen in der Volumeinheit für die positiven und negativen Teilchen praktisch gleich ist.

Nimmt nun die Dichte der negativen Teilchen wegen des Eigenfeldes, das durch Voraneilen der negativen Träger entsteht, von der Mitte nach den Seiten ab, so muß das wegen des quasineutralen Zustandes in gleicher Weise für die positiven Teilchen gelten und ist die Wand noch obendrein ein Isolator oder ein isolierter Leiter, so muß die Zahl der nach der Wand diffundierenden positiven und negativen Teilchen unter sich gleich sein, wir haben also im ganzen einen Diffusionsvorgang vor uns, der vollständig analog ist der Diffusion eines Elektrolyten im Konzentrationsgefälle, nur daß in der Entladung die positiven und negativen Teilchen unter Umständen verschiedene ungeordnete Geschwindigkeiten und verschiedene „Temperaturen" haben können[1]). In einem solchen Falle läßt sich aber der ganze Diffusionsvorgang ohne Kenntnis der Potentialunterschiede allein aus dem Konzentrationsgefälle und der — mit den Beweglichkeiten und Temperaturen in Beziehung zu setzenden — Diffusionskonstante der neutralen, oder, wie wir vielleicht deutlicher sagen, „ambipolaren" Diffusion berechnen.

Bei dieser Auffassung wird nun die Sachlage ganz besonders einfach, wenn man — und die genauere Diskussion zeigt, daß das mit genügender Annäherung zutrifft — die Dichte sowohl der positiven wie der negativen Teilchen unmittelbar über der Wand direkt gleich Null setzt. Betrachten wir nun zunächst den Fall, wo die positive oder negative Teilchenzahl n_0 im Innern der Entladung, insbesondere in der Achse einer zylindrischen Entladungsröhre, fest gegeben ist, und im ganzen übrigen Entladungsgebiet keine Neubildung von Teilchen erfolgt; dann wird sich die Verteilung des Konzentrationsgefälles von innen nach dem Rande hin aus der Forderung erschließen lassen, daß der „ambipolare" Diffusionsstrom durch jede zylindrische Fläche konstant sein muß. Die Absolutgröße des Diffusionsstromes ergibt sich dann ohne weiteres aus der Mitteldichte und dem Radius des Zylinders.

Hier ist nun die Stelle, wo sich zeigt, daß die Messungen der Wandströme für die Erforschung des ganzen Entladungsvorganges eine fundamentale Bedeutung haben müssen. „Ambipolare" Diffusionsströme lassen sich allerdings kaum messen, da sie im Effekt nur mit einem Transport von ungeladener Materie verbunden sind. Es ist jedoch leicht einzusehen, daß man bei sehr großem Unterschied der Beweglichkeiten beider Teilchensorten zu einer fast vollständig genauen Messung des positiven (und damit auch des negativen) Teilstromes gelangt, der bei ambipolarer Diffusion zur Wand fließt, wenn man der Wand ein so hohes negatives Potential gegenüber der Mitte der Entladung erteilt, daß alle Elektronen von der Wand zurückgestoßen werden und sich nunmehr nur die positiven Ionen durch das „stillstehende Elektronengas" sowie die neutralen Atome hindurchbewegen[1]). Wir haben dann zwar nicht mehr den Fall der ambipolaren Diffusion, sondern den der unipolaren Diffusion; aber der Unterschied zwischen diesen beiden Fällen ist bei sehr verschiedenen Beweglichkeiten k^+ und k^- der beiden Teilchensorten nur ganz minimal, da auch bei der neutralen Diffusion die natürliche Diffusionsgeschwindigkeit der Elektronen durch die trägen mitzuschleppenden positiven Ionen schon praktisch vernichtet wird. Die genauere Untersuchung zeigt, daß wir die Diffusion der positiven Teilchen bei positiv unipolarer Diffusion wieder einzig aus dem Konzentrationsgefälle der positiven oder negativen Träger berechnen können, und daß sich die hierfür maßgebende Diffusionskonstante der positiven unipolaren Diffusion von der Konstanten der ambipolaren Diffusion nur um den Faktor $1 + \frac{k^+}{k^-}$ unterscheidet. Und da man auch im Falle der positiven unipolaren Diffusion die Dichte beider Teilchensorten unmittelbar über der Wand wieder gleich Null annehmen kann, so unterscheidet sich der Diffusionsstrom der positiven Ionen in beiden Fällen nur um den Faktor $1 + \frac{k^+}{k^-}$, der beim Quecksilber, wo $\frac{k^+}{k^-}$ etwa $= {}^1/_{1000}$ ist, mit

1) R. Seeliger hat schon 1914 (diese Zeitschr. 15, 780) darauf hingewiesen, daß die Absolutgröße der Elektronendiffusion dadurch und nur dadurch zu einem beachtenswerten Betrage anwachsen kann und muß, daß die Elektronen nicht entfernt im Temperaturgleichgewicht mit dem Gase sind, sondern bedeutend höhere ungeordnete Geschwindigkeiten besitzen können. Ohne Zweifel ist diese Erkenntnis als bedeutsamer Schritt auf dem jetzt eingeschlagenen Wege zu betrachten.

1) Das Elektronengas steht in Wirklichkeit nicht still, sondern bewegt sich unter der Wirkung der Längsfeldes mit konstanter Geschwindigkeit in der Achsenrichtung vorwärts. Dadurch wird aber an unseren Betrachtungen nichts geändert.

Digitized by Google

aller erreichbaren Genauigkeit = 1 gesetzt werden kann, aber auch für die leichten Metalle und Edelgase kaum mehr als 1 Proz. von 1 abweicht. Indem man also den positiven unipolaren Diffusionsstrom mißt, wird man zugleich den positiven — und den ihm gleichen negativen — Anteil des neutralen Diffusionsstromes gemessen haben.

Diese Überlegungen leisten nun zunächst das, daß sie den Sättigungscharakter des beobachteten positiven Wandstromes als ganz selbstverständlich erscheinen lassen. In der Tat, wenn das an die — leitend angenommene — Wand angelegte Potential so stark negativ ist, daß kein Elektron mehr gegen das Feld anlaufen kann, wird nur noch der positive Diffusionsstrom fließen; und da dieser nach unseren Überlegungen schon im Neutralpunkt praktisch seinen Sättigungswert erreicht hat, so wird jede weitere Steigerung des Potentials seine Größe nicht mehr merklich beeinflussen.

Um nun aber die Größe dieses Stromes aus den Daten der Hauptentladung sowie den Elementarkonstanten (Beweglichkeit, mittlere ungeordnete Energie) berechnen, oder umgekehrt, um die Messungen der Wandströme für die Theorie der Entladung fruchtbar machen zu können, ist es nötig, die Diffusionstheorie der positiven Säule erst für den Fall der neutralen Wanddiffusion zu vervollständigen, und zwar so zu vervollständigen, daß die Innenkonzentration n_0 (bei zylindrischer Entladungsbahn insbesondere die Achsenkonzentration) beider Teilchensorten sich aus der Stromstärke, den Rohrdimensionen und den Elementarkonstanten berechnen läßt.

Hierzu ist es nun nötig, von der bisherigen vereinfachenden Annahme abzugehen, daß der Diffusionsstrom von der Achse in gleichbleibender Gesamtstärke nach außen fließt. Man muß jetzt die Entstehungsart und den Entstehungsort der positiven Ionen berücksichtigen. Die Annahme, die sich hier von selbst ergibt, und deren weitere Verfolgung dann zu der vollständigen Diffusionstheorie der positiven Säule führt, ist folgende: die Ionisierung der neutralen *Hg*-Atome wird praktisch ausschließlich durch den Hauptstrom J_H bewirkt und ist bei gegebenem Potentialgradienten $\frac{\partial V}{\partial z}$ in der Achsenrichtung überall der Hauptstromdichte, also auch der Zahl n der Elektronen in der Volumeneinheit proportional[1]). Wie die Zahl der Ionisierungen vom Potentialgradienten $\frac{\partial V}{\partial z}$ abhängt, kann hierbei offen bleiben; man wird zur Kennzeichnung dieser Abhängigkeit zweckmäßig einen „Ausbeutefaktor" $\varkappa$ benutzen, der angibt, der wievielte Teil der Hauptstromleistung zur Ionisierung verwendet wird. Dieser Faktor wird, abgesehen von den sekundären Variationen des Gaszustandes in der Querrichtung, für alle Teile des Querschnittes gleich und gleich dem gesamten Ausbeutefaktor angenommen werden können.

Für die elektrische Gesamtbilanz einer zylindrischen Entladung ergibt sich dann folgendes Bild: die Konzentration n beider Teilchensorten wird in der Achse am größten sein und dort wird demnach auch die Zahl der neu gebildeten positiven (und negativen) Teilchen ihren größten Wert haben. Nach außen sinkt wegen der Wanddiffusion die Konzentration allmählich ab; zugleich sinkt auch die Zahl der Ionisierungen in den äußeren Schichten. An der Wand schließlich, wo die Konzentrationen verschwinden, finden auch keine Neubildungen mehr statt, hier geht der aus dem Innern der Entladung kommende (ambipolare) Diffusionsstrom ohne weitere Aufnahme oder Verlust neuer Träger einfach durch den Raum hindurch.

Der springende Punkt ist nun, daß durch diese Bedingungen die Abnahme der Konzentration n von der Mitte nach dem Rande, ebenso wie im Fall der reinen Diffusion ohne Neubildung von Trägern, eindeutig festgelegt ist; das einzige, was unter unseren idealisierten Bedingungen noch variieren kann, ist die Konzentration n_0 der Teilchen in der Achse. Damit ist aber dann auch die Stärke der nach der Wand abfließenden Ströme beider Vorzeichen eindeutig durch n_0 bestimmt. Andererseits ist aber auch, bei gegebenem Ausbeutefaktor $\varkappa$, die Zahl der neu gebildeten Teilchen beider Vorzeichen durch n_0 und $\frac{\partial V}{\partial z}$ vollständig bestimmt. Da nun die Zahl der erzeugten Teilchen gleich der Zahl der nach der Wand abwandernden sein muß, so ergibt sich hieraus die — langgesuchte — theoretische Bestimmung des Potentialgradienten aus den Elementarkonstanten und der Rohrweite; man erhält nach Durchführung der Rechnungen:

$$\frac{\partial V}{\partial z} = 2{,}405 \sqrt{\frac{V_i}{\varkappa}} \cdot \sqrt{\frac{k^+}{k^-}} \cdot \sqrt{\mathfrak{V}^+ + \mathfrak{V}^-} \cdot \frac{1}{R} \cdot \quad (1)^1)$$

Hierbei bedeutet V_i die Ionisierungsspannung in Volt, $\mathfrak{V}^+$ und $\mathfrak{V}^-$ sind die Potentialäquivalente der Temperaturen T^+ und T^- der positiven

1) Abweichungen von dieser einfachen Proportionalität mit n werden in Wirklichkeit dadurch auftreten, daß sich zugleich mit der Verringerung die Elektrizitätsdichte von innen nach außen auch die Temperatur, also die Dichte des neutralen Gases ändert. Diese Erscheinung gehört jedoch zu den sekundären, die als Korrekturen an dem typischen Idealfall zu behandeln sind.

1) In dieser Formel ist schon k^+ neben k^- vernachlässigt.

Digitized by Google

und negativen Teilchen in Volt, R ist der Radius des zylindrischen Entladungsgefäßes. Die Zahl 2,405 ist dis erste Nullstelle der Besselschen Funktion J_0; es stellt sich nämlich heraus, daß die Dichte n unter den angegebenen Voraussetzungen von der Mitte nach dem Rande zu abfällt wie die Besselsche Funktion J_0 von ihrem Anfangswert 1 bis zu ihrer ersten Nullstelle. Dieser Verlauf, der ja sehr ähnlich ist, wie bei einer Cosinusfunktion, wird durch die nebenstehende Fig. 1 wiedergegeben.

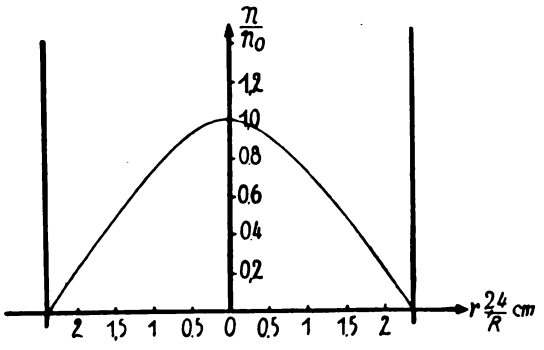


Fig. 1.

Die wichtigste Aussage des Gesetzes (1) für den Potentialgradienten der positiven Säule ist die, daß der Potentialgradient vom Strom unabhängig und umgekehrt proportional der Rohrweite ist, soweit nicht die Elementarkonstanten $\varkappa$, k^+, k^-, $\mathfrak{V}^+$ und $\mathfrak{V}^-$ auf dem Wege über die Temperatur und den Anregungszustand des durchflossenen Gases von diesen Größen abhängen und dadurch indirekt noch einen weiteren Gang mit J_H und R bewirken.

Diese beiden Aussagen stehen bekanntlich in großen Zügen durchaus im Einklang mit den Beobachtungen. Es ist sogar neuerdings ein Fall bekannt geworden, wo sie exakt zu gelten scheinen: G. Claude hat 1914 in einer Neon-Gasentladung von 2 mm Druck vollständige Konstanz des Produktes $\frac{\partial V}{\partial z} \cdot R$ bei Variation des Durchmessers zwischen 0,5 und 6,5 cm gefunden[1]). Hier scheinen also innerhalb der Versuchsbedingungen die Elementarkonstanten unverändert geblieben zu sein.

Eine eindringendere Prüfung des Geltungsbereiches der Formel (1) wird möglich, wenn man für die Elementarkonstanten über sichere theoretische Angaben oder über weitere unabhängige Messungen verfügt. Für die Ausbeutekonstante $\varkappa$ ist nun eine derartige Messung ohne weiteres auf Grund der praktischen Gleichheit von ambipolarem Diffusionsstrom (des einen oder anderen Vorzeichens) und positivem unipolarem Diffusionsstrom möglich. Da dieser letztere Strom mit jeder praktischen Genauigkeit zugleich die Zahl der zur isolierenden Wand abfließenden positiven und negativen Teilchen angibt, und da die Voraussetzungen so angenommen sind, daß alle erzeugten Ionen nur durch Diffusion an die Wand verloren gehen, so mißt man durch den positiven unipolaren Diffusionsstrom pro Längeneinheit direkt die Zahl der in der Längeneinheit erzeugten Ionen und kann somit, da die zur Erzeugung eines Ions notwendige Energie sowie die Gesamtstromleistung pro Längeneinheit bekannt ist, direkt den Ausbeutefaktor experimentell bestimmen. Von I. Langmuir sind derartige — dort wesentlich für die Energiebilanz ausgewertete — Ausbeutemessungen bei verschiedenen Drucken und Stromstärken in einem 3,2 cm weiten Rohr vorgenommen worden; sie ergeben ein Sinken der Ausbeute mit wachsendem Druck und abnehmender Stromstärke und bewegen sich zwischen 15 Proz. und 44 Proz. Nach Messungen meines Mitarbeiters, Herrn J. v. Issendorff, die im Dynamowerk der Siemens-Schuckert-Werke angestellt wurden, erhielten wir für Entladungen in 16 und 4 mm weiten Rohren ähnliche Größenordnungen, nämlich 13 und 27 Proz.; wahrscheinlich haben wir bei etwas höheren Drucken gemessen als Langmuir.

Somit gelingt es, in Gl. (1) alles bis auf den Faktor

$$\sqrt{\frac{k^+}{k^-}} \cdot \sqrt{\mathfrak{V}^+ + \mathfrak{V}^-}$$

zu messen, und man kann die Theorie prüfen, indem man diesen Faktor aus $\frac{\partial V}{\partial z}$ und $\varkappa$ bestimmt und diesen Wert mit dem theoretisch zu erwartenden vergleicht. Hierbei ist jedoch zur anderweitigen Bestimmung von $\mathfrak{V}^+$ und $\mathfrak{V}^-$ nicht einmal eine theoretische Spekulation nötig, da man $\mathfrak{V}^-$, wie von I. Langmuir und unabhängig von J. v. Issendorff gefunden wurde, wegen der Kleinheit des positiven Sättigungsstromes einfach durch Aufnahme der Charakteristik des Nebenstromes feststellen kann. Man findet so bei nicht zu geringen Drucken und Stromdichten in der Tat eine Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung für die Elektronen, die durch den Parameter $\mathfrak{V}$ charakterisiert werden kann; Langmuir fand auf diese Weise Unabhängigkeit von $\mathfrak{V}^-$ von der Stromdichte, jedoch Abhängigkeit vom Druck; seine Werte variieren zwischen 0,8 und 25 tausendstel mm Hg von 2,6 bis 1,1 Volt[1]). Wir fanden bei etwas höheren

1) C. R. **158**, 692—697, 1914.

1) Die direkten Angaben Langmuirs beziehen sich

Digitized by Google

Drucken etwa 1 Volt, $\mathfrak{B}^-$ ist also recht genau bekannt, und $\mathfrak{B}^+$ wird — hierin weichen wir von Langmuir ab — bei nicht zu tiefen Drucken klein gegen $\mathfrak{B}^-$ sein, da die positiven Ionen ihre kinetische Energie an das Gas abgeben, während die Elektronen weitgehend ohne Energieverlust reflektiert werden.

In einem von Herrn v. Issendorff durchgemessenen Fall, wo ein *Hg*-Bogen von 2 Amp. Stromstärke eine genügend lange zylindrische Sonde von 1,6 cm Durchmesser passierte, fanden wir $\frac{\partial V}{\partial z}$ gleich etwa 1 Volt/cm, den positiven unipolaren Nebenstrom pro Längeneinheit $= {}^1/_{200}$ des Hauptstromes, daraus die Ausbeutekonstante $\varkappa = 13$ Proz.; $\mathfrak{B}^- = 1$ Volt, $R = 0{,}8$ cm, also mit $V_i = 10{,}32$ Volt nach Einsetzen in (1) und Quadrieren:

$$\frac{k^+}{k^-} = (0{,}8)^2 \cdot \frac{0{,}13}{10{,}32} \cdot \left(\frac{1}{2{,}405}\right)^2 = \frac{1}{700}.$$

Dies ist vollständig die Größenordnung, die man für *Hg*-Ionen und Elektronen zu erwarten hat, wenn man die Beweglichkeiten nach Langevin der Wurzel aus den Massen und der Wurzel aus den ungeordneten Geschwindigkeiten umgekehrt, den freien Weglängen direkt proportional setzt.

Wie ist nun aber die seitliche Verteilung des Potentials in der positiven Säule? Ein Beweis dafür, daß das Potential von der Mitte zu nach den Seiten abfällt, ist schon durch die Form der Schichtungen in der geschichteten positiven Säule gegeben, wo die Vorderfläche jeder leuchtenden Schicht ungefähr, wenn auch nicht genau, eine Potentialfläche darstellt. Diese Flächen sind nämlich mehr oder weniger glockenartig gewölbt, den Kopf nach der Kathode zu, so daß die Stellen gleichen Potentiales von der Seite nach der Mitte hin immer mehr auf die Kathode zu verschoben sind, oder in gleicher Entfernung von der Kathode in der Mitte ein höher positives Potential herrschen muß als an den Seiten.

Für die ungeschichtete positive Säule, auf die unsere Überlegungen ja zunächst nur anwendbar sind[1]), existieren jedoch auch direkte Potentialmessungen, die im Wehneltschen Laboratorium (von H. Salinger) angestellt wurden[2]).

Man fand in Stickstoff von 0,2 bis 0,07 mm Druck Potentialunterschiede von 6—9 Volt von der Mitte gegen die Wand, und zwar ziemlich unabhängig davon, ob es sich um geschichtete oder ungeschichtete Entladungen handelt.

Berechnen wir nach unserer Theorie den Potentialunterschied zwischen Mitte und Wand, so finden wir wegen der für ambipolare Diffusion geltenden Beziehung:

$$V - V_0 = \frac{\mathfrak{B}^- k^- - \mathfrak{B}^+ k^+}{k^+ + k^-} \cdot \ln \frac{n}{n_0},$$

oder angenähert:

$$V - V_0 = \mathfrak{B}^- \cdot \ln \frac{n}{n_0}$$

eine Verteilung, die durch Fig. 2 wiedergegeben ist, wobei $\mathfrak{B}^- = 1$ Volt gesetzt wurde und als

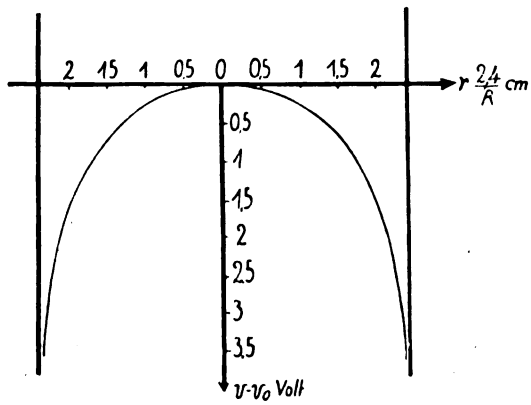


Fig. 2.

Abszisse $r \cdot \frac{2{,}4}{R}$ aufgetragen ist (r laufender, R äußerer Radius). Wie man sieht, stimmt dieser Potentialverlauf mit dem unter anderen Umständen beobachteten größenordnungsmäßig überein; aus den Beobachtungen von Herrn Salinger würde man nach unserer Theorie schließen müssen, daß die ungeordnete Geschwindigkeit der Elektronen in der Stickstoffentladung nicht 1, sondern 2—3 Volt entspricht.

Man erkennt also, daß durch Messung der Querpotentialdifferenzen eine neue, von den bisherigen unabhängige Prüfungsmöglichkeit für die Theorie oder eine neue Methode zur Bestimmung von $\mathfrak{B}^-$ gegeben ist; 2 weitere unabhängige Messungen bieten sich durch Verwendung kleiner in die Achse der Entladung eingeführter Sonden, denen man so hohes positives und negatives Potential erteilt, daß die von ihnen aufgenommenen Elektronen- und Ionenströme

nicht auf $\mathfrak{B} = \frac{300\ KT}{\varepsilon}$, sondern auf das Äquivalent der mittleren kinetischen Gesamtenergie, $V_0 = \frac{3}{2} \cdot \frac{300\ KT}{\varepsilon}$.

1) Die Schichtungen kommen nach der jetzt wohl allgemein herrschenden Auffassung nur in solchen Entladungen vor, wo wegen der natürlichen oder durch Verunreinigungen erhöhten Größe des Wiedervereinigungskoeffizienten die Wiedervereinigung neben der Diffusion eine merkliche Rolle spielt.

2) Es handelt sich dabei um Messungen mit kleinen Sonden, die jedoch, wenn man die ungeordneten Geschwindigkeiten der positiven und negativen Teilchen konstant annimmt, richtige Differenzwerte (wenn auch falsche Absolutwerte) ergeben haben müssen.

Digitized by Google

ihren Sättigungswert erreicht haben. Hält man hierbei die Sondendimensionen klein gegen die freien Weglängen der geladenen Teilchen und bedient sich genügend dichter Entladungsströme, so gelangt man direkt zu einer Messung von

$$n_0 \sqrt{\frac{\mathfrak{V}^+}{m^+}} \text{ und } n_0 \sqrt{\frac{\mathfrak{V}^-}{m^-}},$$

kann also bei Kenntnis der Trägermassen und der Größe $\mathfrak{V}^-$ die Achsendichte n_0 und die ungeordnete Energie $\mathfrak{V}^+$ der positiven Ionen unabhängig von der Diffusionstheorie bestimmen. Natürlich läßt sich bei exzentrischer Verschiebung der Sonde auf diese Weise auch die von der Theorie geforderte Verminderung der Dichte n nach dem Rande zu direkt feststellen. Eine weitere Bereicherung der Meßgrößen und zugleich ein interessanter Ausbau der Theorie ergibt sich schließlich, wenn man die Frage diskutiert, ob nicht auch ein negativer Wandsättigungsstrom meßbar sein wird, und was er nach der Theorie für eine Größe und Bedeutung besitzt. I. Langmuir nimmt die Existenz eines solchen Elektronen-Sättigungsstromes ohne weiteres als gegeben an, indem er ihn proportional $n \sqrt{\frac{\mathfrak{V}^-}{m^-}}$ setzt, und unter n die Dichte der positiven und negativen Teilchen „in der Umgebung" der Wand versteht. Dieser Ansatz ist unserer Ansicht nach für Sonden, die die ganze Entladung einhüllen, auch bei beliebig großer freier Weglänge nicht ganz zutreffend; sicher aber hat er keine Bedeutung für den Fall, wo vielfache Zusammenstöße in Frage kommen und damit die Grundlagen unserer Diffusionstheorie, die ja die Dichte $n \sim 0$ in der Nähe der Wand fordert, gegeben sind. Gleichwohl ist es Herrn v. Issendorff gelungen, bei der Aufnahme der Wandcharakteristik ein Gebiet aufzufinden, in dem der aufgenommene Elektronenstrom zweifellos Sättigungscharakter aufwies. Die genauere Theorie dieses Vorganges ist deshalb etwas komplizierter, weil es sich hier um Ströme handelt, die groß gegen den zur Hauptanode fließenden Strom sind, so daß dabei ein starkes Konzentrationsgefälle in achsialer Richtung berücksichtigt werden muß. Es genüge anzuführen, daß sich der negative Sättigungsstrom unter unseren Voraussetzungen nicht proportional $\sqrt{\mathfrak{V}^-}$, sondern proportional $k^- \cdot (\mathfrak{V}^- + \mathfrak{V}^+)$ ergibt, und daß die Kombination mit der positiven Sättigungsstrommessung zu einer von der früheren unabhängigen Bestimmung von $\frac{k^+}{k^-}$ führt. Diese Bestimmung ist durch Messung beider Wandsättigungsströme von uns ausgeführt worden und ergibt eine gute Übereinstimmung mit dem auf anderem Wege aus der Theorie und den Messungen ermittelten Wert $\frac{k^+}{k^-} = \frac{1}{700}$.

Im ganzen liefert also die neue Theorie nicht nur Methoden zur Messung der für die „quasineutrale Gasentladung" maßgebenden Elementarkonstanten k^+, k^-, $\mathfrak{V}^+$, $\mathfrak{V}^-$ und $\varkappa$, sondern sie gibt eine so große Zahl verschiedener Prüfungsmöglichkeiten an die Hand, daß diese Konstanten mehrfach überbestimmt werden können und dadurch eine Prüfung der Theorie selbst möglich wird. Natürlich wird man, um zu reinlichen Bestimmungen zu kommen, die Verhältnisse möglichst so zu wählen suchen, daß diese Elementarkonstanten innerhalb der ganzen Entladung (infolge der Konstanz von Druck, Temperatur und achsialem Potentialgradienten) die gleichen Werte haben; andernfalls wird man Mittelwerte messen, die sich nach den verschiedenen Methoden etwas verschieden ergeben können. Zweierlei scheint nicht zweifelhaft zu sein: erstens, daß dem Experimentator aus der Durchführung der Theorie eine Reihe von neuen Aufgaben erwächst, zweitens, daß das bisherige und künftige, wenn auch unter anderen Gesichtspunkten gewonnene, Beobachtungsmaterial nunmehr nach rationellen Gesichtspunkten zu ordnen sein wird.

Die Komplikationen, die bei allen Drucken und Stromstärken in unmittelbarer Nähe der Wand, bei sehr kleinen Drucken und sehr geringen Stromstärken im ganzen Entladungsraum dadurch eintreten, daß die freie Weglänge nicht mehr als genügend klein gegen die Dimension der betreffenden Makrovorgänge angesehen werden kann, und dadurch, daß die Bedingung $n^+ = n^-$ nicht mehr genügend genau erfüllt ist, gehören in ein besonderes Kapitel, erfordern die Anwendung anderer Methoden. Das Wesentliche unserer Theorie ist ja, daß sie die Kennzeichen der Raumladungstheorie, nämlich die Anwendung der Poissonschen Gleichung und die Annahme der freien Fallbeschleunigung beider Teilchensorten, vermeidet und an ihre Stelle einsetzt 1. die Bedingung der Quasineutralität der ganzen Entladung und 2. die Annahme einer vom Feld unabhängigen Beweglichkeit oder einer gegen die geordnete Geschwindigkeit großen ungeordneten Bewegung (mindestens für die Elektronen).

Dagegen mag über das bekannte „Loslösen" der Entladung von der Wand, das Zusammenziehen zu einem mehr oder weniger dünnen Faden, das bei höheren Drucken eintritt, noch die Vermutung geäußert werden, daß es sich hierbei um Wiedervereinigungsvorgänge vor dem Erreichen der Wand handelt, die durch die

Digitized by Google

kältere Temperatur der Außenschichten, vor allem aber wohl auch durch Verunreinigungen mit elektronegativen Substanzen bedingt sein können.

Und schließlich muß auf die wichtige Rolle von Gas- und Dampfströmungen hingewiesen werden, die ja, wie aus dem berühmten Townsendschen Saugversuch hervorgeht, für die Bewegung der Ladungen in Gasen eine ganz ausschlaggebende Bedeutung haben, sobald die Gasgeschwindigkeit in die Größenordnung der Diffusionsgeschwindigkeit kommt. Wie hier speziell beim Quecksilberdampf die Verhältnisse liegen, haben wir durch besondere Dampfströmungsversuche festgestellt, aus denen sich, ganz im Einklang mit der Theorie und den übrigen Messungen, ergab, daß die neutralen oder positiven unipolaren Diffusionsgeschwindigkeiten zwischen 10^3 und 10^4 cm/sec liegen müssen. In den Anodenarmen eines Gleichrichters, wo unsere Versuche mit der zylindrischen Sonde angestellt wurden, spielen diese Bewegungen keine merkliche Rolle; wohl aber im offenen Entladungsraum eines metallischen Großgleichrichters, wo ja positive Wandströme von 90 Amp. bei Betriebsströmen von 500 Amp. festgestellt wurden. Diese Größenordnungen sind durch bloße Diffusion nicht zu erklären, und in der Tat folgt auch aus Angaben und Messungen von Herrn Günther-Schulze, daß in Großgleichrichtern Dampfstrahlgeschwindigkeiten auftreten können, die die normale Diffusionsgeschwindigkeit um ein Vielfaches übersteigen.

Wir haben es also bei diesem Phänomen im Gleichrichter, das für uns den Ausgangspunkt aller unserer Betrachtungen darstellte, doch mit einem ziemlich komplexen Vorgang zu tun, und die Aufgabe, die dieses zunächst so paradoxe Phänomen der wissenschaftlichen Forschung gestellt hat, kann als gelöst gelten, wenn es gelungen ist, es in seine einfacheren Elementarbestandteile aufzulösen und die Einzelvorgänge im Rahmen unserer Gesamterkenntnisse zu deuten und für sie fruchtbar zu machen.

Von ausführlicheren Veröffentlichungen zu dem behandelten Thema sind zurzeit folgende beabsichtigt:

Schottky und v. Issendorff, Wärmewirkungen der kathodischen Wandströme. Zeitschr. f. Phys., Juli 1924.

Schottky, Diffusionstheorie der positiven Säule. Zeitschr. f. Phys., Oktober 1924.

v. Issendorff, Energetik der Wandströme. Wiss. Veröff. des Siemenskonz. 1924.

Schottky und v. Issendorff, Dampfströmungsversuche. Wiss. Veröff. des Siemenskonz. 1924.

Alle oben genannten Versuche sind (von Herrn v. Issendorff und mir) im Prüffeld des Siemens-Schuckert-Dynamowerks (Berlin-Siemensstadt) ausgeführt. Herrn Dr. M. Schenkel, dem Leiter der Gleichrichterabteilung, sind wir für seine Unterstützung der Versuche sehr verbunden. Ferner habe ich aber für mannigfache Anregungen und Einwände auch zu danken den Herren Günther-Schulze, Berlin und R. Seeliger, Greifswald, und nicht zuletzt meinem Mitarbeiter, Herrn v. Issendorff. Ohne vielfache Aussprache und Diskussion mit diesen drei Herren würde ich sicher nicht zu der jetzigen Klarheit gelangt sein.

(Eingegangen 28. Juni 1924.)

Zur Theorie der primären β-Strahlen.

Von Hans Th. Wolff.

Nach L. Meitner[1]) hat man primäre und sekundäre β-Strahlen zu unterscheiden, von denen erstere dem Kern, letztere der Elektronenhülle des Atoms entstammen. Bei Betrachtung der aus dem Kern entsandten β- und γ-Strahlen gelangt man zu der Auffassung, daß jener verschiedene bestimmte Energiemengen besitzen kann[2]). Der Übergang von einem Energieniveau zu einem anderen vollzieht sich in ein und demselben radioaktiven Körper, indem der Kern Energie als γ-Strahlung abgibt. Man kann sich etwa denken, daß die Veränderung, welche im Kern hierbei eintritt, in erster Linie darin besteht, daß ein Elektron von einer Bahn auf eine andere übergeht. (Es möge dahingestellt bleiben, inwieweit die Auffassung berechtigt ist, daß diese Bahnen noch in dem Bereiche des Atomkernes gelegen sind.) Würde ein β-Strahlelektron von seiner Anfangsbahn aus, welche dem höchsten Energieniveau des betreffenden Körpers entspricht, aus dem Atom ohne Energieverlust austreten, so müßte es mindestens die gleiche Energie wie die schnellste β-Strahlung besitzen, welche der betrachtete Stoff aussendet. Seine Energie könnte aber auch noch größer sein, indem ein β-Strahlelektron in Wirklichkeit nicht ohne gleichzeitige Abgabe von γ-Strahlung emittiert würde.

Wir wollen nun feststellen, ob es denkbar ist, daß die im Kern befindlichen Elektronen vor ihrer Aussendung als β-Strahlen auf solchen Bahnen sich bewegen, wie sie die Quantentheorie vorschreibt. Die folgenden Berechnungen sollen lediglich zur Orientierung auf dem behandelten Gebiete dienen.

1) Lise Meitner, Zeitschr. f. Phys. **9**, 131, 1922.
2) Vgl. Adolf Smekal, Zeitschr. f. Phys. **10**, 275, 1922 u. C. D. Ellis, Proc. Roy. Soc. (A) **101**, 1, 1922.

Digitized by Google

Es ist zu fordern, daß die Elektronen bei ihrer Bewegung sich nicht weiter vom Atommittelpunkt entfernen, als der Radius des Kernes reicht, dessen Größenordnung bekanntlich zu höchstens 10^{-12} cm angenommen wird. Die Bewegung eines Elektrons, auf welches eine Kraft wirkt, die vom Atommittelpunkt ausgeht und durch das Coulombsche Gesetz ausgedrückt ist, hat Sommerfeld berechnet, indem er die Gültigkeit der Quantenansätze und der Relativitätstheorie voraussetzte[1]). Unter sonst gleichen Bedingungen wird das Elektron dem Zentrum am nächsten bleiben, wenn es auf einer Kreisbahn umläuft. Deren Radius beträgt:

$$r = \frac{\tau^2 h^2 \sqrt{1 - \left(\frac{2\pi n \varepsilon^2}{c\tau h}\right)^2}}{4\pi^2 n \varepsilon^2 \mu}. \qquad (1)$$

ε bedeutet die Elementarladung in elektrostatischem Maß; die wirksame positive Ladung ist gleich $n\varepsilon$. c bezeichnet die Lichtgeschwindigkeit und μ die Ruhmasse des Elektrons. Es ist vorausgesetzt, daß das Impulsmoment des Elektrons gleich $\frac{\tau h}{2\pi}$ ist (τ ganze Zahl). Nach Gleichung (1) ist es kaum möglich, daß sich sämtliche Elektronen in dem geforderten Bereich befinden. Am kleinsten ist r für $\tau = 1$. Sollte beispielsweise $r = 10^{-12}$ cm betragen, so müßte für $\tau = 1$ $n = 139$ sein, die Ladung des Kernes überschreitet aber bei den radioaktiven Atomen nicht 92ε und ist bei *RaB*, das für das folgende besonders in Betracht kommt, nur 82ε.

Will man nun trotzdem sowohl den Quantenansatz als auch die mechanischen Grundgesetze für den Atomkern als gültig annehmen, so muß man wohl voraussetzen, daß die auf die Elektronen wirkende Kraft bei Annäherung an den Atommittelpunkt stärker als proportional $\frac{1}{r^2}$ zunimmt. Dies könnte dadurch verwirklicht sein, daß ein positives Teilchen ein negatives in großer Nähe nicht nach dem Coulombschen Gesetz anzieht. Man ist aber nicht zu dieser Vorstellung genötigt, sondern kann sich auch denken, daß die positive Kernladung eine hinreichend von der Kugelform abweichende Gestalt besitzt. Es soll nun gezeigt werden, daß die Voraussetzung einer scheibenförmigen Gestalt des Kernes die vorhandenen Schwierigkeiten behebt[2]).

1) A. Sommerfeld, Ann. d. Phys. **51**, 1, 1916 (II, § 1—4).

2) Man könnte auch daran denken, durch Berücksichtigung der von den bewegten positiven Ladungen ausgeübten magnetischen Kraft zum Ziele zu gelangen. Diese dürfte jedoch nur unbedeutend sein, wie eine Überschlagsrechnung vermuten läßt, und soll im folgenden vernachlässigt werden.

Wir wollen zunächst das Potential berechnen, welches eine Kreisscheibe in einem außerhalb von ihr in derselben Ebene gelegenen Punkt erzeugt. Eine Kreislinie vom Radius ϱ sei mit Ladung von der linearen Dichte 1 belegt. In einem Punkt ihrer Ebene, welcher außerhalb von ihr liegt und vom Atommittelpunkt den Abstand r besitzt, ruft sie das Potential

$$P = \frac{4\varrho}{r} K\left(\frac{\varrho}{r}\right)$$

hervor. $K\left(\frac{\varrho}{r}\right)$ bezeichnet ein vollständiges elliptisches Integral erster Gattung vom Modul $\frac{\varrho}{r}$.

Eine Kreisscheibe vom Radius a trage in gleichmäßiger Verteilung die Ladung L. Dann ist das gesuchte Potential:

$$V = \frac{L}{\pi a^2} \int_0^a P\, d\varrho = \frac{4L}{\pi a^2} \int_0^a \frac{\varrho}{r} K\left(\frac{\varrho}{r}\right) d\varrho.$$

Bei der Berechnung dieses Integrals ist von der Formel

$$\int v K(v)\, dv = E(v) - (1 - v^2) K(v) + \text{Const.}$$

Gebrauch zu machen, in welcher $E(v)$ ein vollständiges elliptisches Integral 2. Gattung vom Modul v bedeutet. Man findet:

$$V = \frac{4Lr}{\pi a^2}\left[E\left(\frac{a}{r}\right) - \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) K\left(\frac{a}{r}\right)\right]. \qquad (2)$$

Die Kreisscheibe ruft im betrachteten Punkte das Feld hervor:

$$\mathfrak{E} = \frac{4L}{\pi a^2}\left[K\left(\frac{a}{r}\right) - E\left(\frac{a}{r}\right)\right]. \qquad (3)$$

Ein Elektron möge eine positiv geladene Kreisscheibe vom Radius a umlaufen, indem es sich auf einer Kreisbahn vom Radius r bewegt, welche mit der positiven Scheibe konzentrisch ist und mit ihr in derselben Ebene liegt. Bezeichnet man die transversale Masse des Elektrons mit μ' und seine Geschwindigkeit mit $v = \beta c$, so lautet seine Gleichgewichtsbedingung:

$$\frac{\mu' v^2}{r} = \frac{4L\varepsilon}{\pi a^2}\left[K\left(\frac{a}{r}\right) - E\left(\frac{a}{r}\right)\right] - K_\varepsilon, \qquad (4)$$

wobei K_ε die von den eventuell außerhalb der Scheibe vorhandenen Ladungen ausgeübte Kraft ist. Das Impulsmoment des Elektrons möge die Bohrsche Bedingung

$$\mu' v r = \frac{\tau h}{2\pi} \quad (\tau \text{ ganze Zahl}) \qquad (5)$$

erfüllen. Aus (4) und (5) folgt:

$$\frac{\tau h v}{2\pi} = \frac{4L\varepsilon}{\pi}\left(\frac{r}{a}\right)^2 \cdot \left[K\left(\frac{a}{r}\right) - E\left(\frac{a}{r}\right)\right] + K_\varepsilon r^2. \qquad (6)$$

Digitized by Google

Man stellt sich bekanntlich vor, daß ein Atomkern außer *He*- und *H*-Kernen auch Elektronen enthält. Im folgenden wollen wir den Grenzfall betrachten, daß diese letzteren alle außerhalb der positiven Scheibe umlaufen[1]). Über die Anordnung der s Kernelektronen machen wir die einfache provisorische Annahme, daß sie sich in gleichen gegenseitigen Abständen auf einem Kreis vom Radius r befinden, der mit der positiven Scheibe konzentrisch ist und mit ihr in einer Ebene liegt. Die auf das β-Strahlelektron von den übrigen Kernelektronen ausgeübten magnetischen Kräfte wollen wir vernachlässigen. Zur Berechnung des von ihnen am Orte des β-Strahlelektrons hervorgerufenen Potentials denken wir uns die $s-1$ Elektronen durch eine gleichmäßige Belegung des Kreises ersetzt, von dem der $s$te Teil freibleibt. In der Mitte dieses Kreisbogens befinde sich das betrachtete β-Strahlelektron. Da es sich nur um eine überschlagsweise Berücksichtigung des von den Elektronen erzeugten elektrischen Feldes handelt, berechnen wir das Potential so, als ob die Ladungen ruhten. Es ist dann durch die Formel gegeben:

$$P_\varepsilon = \frac{s\varepsilon}{\pi r} \ln \operatorname{tg} \frac{\pi}{4s}. \tag{7}$$

Hieraus folgt:

$$K_\varepsilon = -\frac{s\varepsilon^2}{2\pi r^2} \ln \operatorname{tg} \frac{\pi}{4s}. \tag{8}$$

Im folgenden wird sowohl der Fall behandelt, daß die transversale Masse μ' des Elektrons nach dem Relativitätsprinzip zu berechnen ist (Lorentzsches Elektron), als auch derjenige, daß das Elektron als starr angesehen wird. Das starre Elektron findet Berücksichtigung, da mit der Möglichkeit zu rechnen ist, daß die Partikel bei ihrem sehr raschen Umlauf nicht genügend Zeit hat, beständig die durch die Lorentzkontraktion gegebene Gestalt anzunehmen. Optische Messungen deuten vielleicht hierauf hin[1]). In beiden Fällen erhält man für v einen der Lichtgeschwindigkeit sehr nahekommenden Wert, wenn man für r in (5) einen Wert von der Größenordnung 10^{-12} cm einsetzt. Die Gleichgewichtsbedingung des Elektrons lautet somit nach (6) in beiden Fällen:

$$\left.\begin{aligned} \tau hc = 8L\varepsilon\left(\frac{r}{a}\right)^2\left[K\left(\frac{a}{r}\right) - E\left(\frac{a}{r}\right)\right] + \\ + s\varepsilon^2 \ln \operatorname{tg} \frac{\pi}{4s}. \end{aligned}\right| \tag{9}$$

Wir wollen als speziellen Körper *RaB* betrachten. Dessen Atomnummer ist $N = 82$, sein Atomgewicht gleich 214. Wir nehmen daher an, daß sein Kern aus 53 *He*-, 2 *H*-Kernen und 26 Elektronen besteht. Demgemäß ist zu setzen: $L = 108\varepsilon$, $s = 26$. Führt man diese Zahlenwerte in (9) ein, so ergibt die numerische Ausrechnung $\frac{a}{r} = 0{,}784$, wofern man $\tau = 1$ setzt. Werte von τ, die größer als 1 sind, muß man als unwahrscheinlich ansehen, da sie zu Beträgen von $\frac{a}{r}$ führen, die nur wenig von 1 verschieden sind, z. B. gehört zu $\tau = 2\frac{a}{r} = 0{,}98$.

Nennt man die Geschwindigkeit, welche das β-Strahlelektron nach Verlassen des Atoms besitzt, $c \cdot \beta_\infty$, so gilt für das Lorentzsche Elektron nach (2) und (7) die Energiegleichung:

$$\frac{\mu c^2}{\sqrt{1-\beta_\infty^2}} = \frac{\mu c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{4Lr\varepsilon}{\pi a^2}\left[E\left(\frac{a}{r}\right) - \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right)K\left(\frac{a}{r}\right)\right] - \frac{s\varepsilon^2}{\pi r} \ln \operatorname{tg} \frac{\pi}{4s}.$$

Diese Beziehung kann man unter Benutzung von (5) in die Form bringen:

$$\sqrt{1-\beta_\infty^2} = \frac{\pi\mu c^2 r}{\frac{\tau hc}{2} - 4L\varepsilon\left(\frac{r}{a}\right)^2 \cdot \left[E\left(\frac{a}{r}\right) - \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right)K\left(\frac{a}{r}\right)\right] - s\varepsilon^2 \ln \operatorname{tg} \frac{\pi}{4s}}. \tag{10}$$

In dieser Gleichung ist nur a, der Radius der positiven Scheibe, unbekannt. Als einen plausibeln Wert wollen wir $a = 4{,}115 \cdot 10^{-13}$ cm der Berechnung zugrunde legen[2]). Man findet $\beta_\infty = 0{,}999$. Für $a = 10^{-12}$ cm ergibt sich $\beta_\infty = 0{,}995$. J. Danysz[3]) nimmt an, daß die schnellsten β-Strahlen der Produkte von *RaEm* 98 Proz. Lichtgeschwindigkeit besitzen, doch lasse

1) Man ist nicht zu der Hypothese genötigt, daß die Scheibe Elektronen enthält, welche den Zusammenhalt der positiven Teilchen bewirken („Bindeelektronen"), vielmehr ist anzunehmen, daß die positiven Partikeln im Kern anziehende Kräfte aufeinander ausüben (vgl. H. Th. Wolff, Ann. d. Phys. **60**, 685, 1919). Zu dieser Vorstellung veranlaßt unter anderem der Umstand, daß es Atomkerne gibt, die keine Elektronen enthalten (abgesehen von den vermutlich in den *He*-Kernen vorhandenen Elektronen). Auch Rutherford und Chadwick (Phil. Mag. **42**, 809, 1921) nehmen an, daß sich positiv geladene Körper in großer Nähe einander anziehen.

1) Vgl. W. Bothe, Die Naturwissenschaften **11**, 45, 1923.

2) Zu diesem Wert gelangt man bei Anwendung des Bohrschen Ansatzes auf das Impulsmoment der im Kern umlaufend gedachten α-Strahlteilchen, wenn man die Quantenzahl gleich 5 setzt. (Vgl. H. Th. Wolff, Physik. Zeitschr. **21**, 175, 1920. Als α-Strahler ist *RaC'* in Betracht gezogen.)

3) J. Danysz, Ann. chim. phys. **30**, 241, 1913.

Digitized by Google

sich die obere Grenze der Geschwindigkeit der β-Strahlen nicht mit Sicherheit messen. In einer früheren Veröffentlichung[1]) gab dieser Autor als höchsten Wert von β 0,998 an. Andererseits reicht nach Chadwick[2]) das kontinuierliche β-Strahlenspektrum von $RaB+C$ bis mindestens $\beta = 0{,}993$. Es zeigt sich somit, daß die dargestellte Anschauung die Aussendung von Elektronen, die eine hinreichend große Energie besitzen, leicht verstehen läßt[3]). Auf eine Behandlung der Frage, ob sich Quantenbahnen finden lassen, welche den übrigen (niederen) Energieniveaus entsprechen, soll hier nicht eingegangen werden.

Es ist nun der Fall des starren Elektrons zu betrachten. Seine kinetische Energie ist durch den Ausdruck

$$E_k = \frac{3\mu c^2}{4}\left\{\frac{1}{\beta}\ln\frac{1+\beta}{1-\beta} - 2\right\} \qquad (11)$$

gegeben[4]). Im Grenzfall $\beta = 1$ ist

$$E_k = \frac{3\mu c^2}{4}\left(\ln\frac{2}{1-\beta} - 2\right), \qquad (11a)$$

während die transversale Masse des Elektrons durch die Gleichung bestimmt ist:

$$\mu'_{\text{starr}} = \frac{3\mu}{4}\left(\ln\frac{2}{1-\beta} - 1\right). \qquad (12)$$

Daher ist

$$E_k = c^2\mu' - \frac{3\mu c^2}{4}$$

oder nach (5)

$$E_k = \frac{\tau hc}{2\pi r} - \frac{3\mu c^2}{4}. \qquad (13)$$

Somit lautet die Energiegleichung:

$$\frac{\mu c^2}{\sqrt{1-\beta_\infty^2}} = \frac{\tau hc}{2\pi r} + \frac{\mu c^2}{4} - \frac{4L r\varepsilon}{\pi a^2}\left[E\left(\frac{a}{r}\right) - \left(1-\frac{a^2}{r^2}\right)K\left(\frac{a}{r}\right)\right] - \frac{s\varepsilon^2}{\pi r}\ln\operatorname{tg}\frac{\pi}{4s}.$$

Es folgt:

$$\sqrt{1-\beta_\infty^2} = \pi\mu c^2 r\left[\frac{\tau hc}{2} + \frac{1}{4}\pi\mu c^2 r - 4L\varepsilon\left(\frac{r}{a}\right)^2\left\{E\left(\frac{a}{r}\right) - \left(1-\frac{a^2}{r^2}\right)K\left(\frac{a}{r}\right)\right\} - s\varepsilon^2\ln\operatorname{tg}\frac{\pi}{4s}\right]^{-1}. \qquad (14)$$

Diese Gleichung unterscheidet sich von (10) nur dadurch, daß im Nenner das Glied $\frac{1}{4}\pi\mu c^2 r$ hinzugetreten ist. Da der Nenner groß gegen den Zähler $\pi\mu c^2 r$ ist ($1-\beta_\infty^2$ wenig von 0 verschieden), übt der neu hinzugetretene Summand $\frac{1}{4}\pi\mu c^2 r$ keinen wesentlichen Einfluß auf den Wert des Bruches aus. Es zeigt sich also, daß es für die vorliegende Betrachtung nicht von erheblicher Bedeutung ist, ob man es mit einem Lorentzschen oder starren Elektron zu tun hat. Soweit sich ohne genaueres Eingehen übersehen läßt, kann die dargestellte Auffassung auch auf den Fall angewandt werden, daß sich Kernelektronen im Bereich der positiven Scheibe befinden.

Zum Schluß möge noch eine kurze Überlegung über den Ablauf des radioaktiven Zerfalles folgen. Es liegt die Vorstellung nahe, daß sich im Atomkern des U II 6 *He*-Kerne auf einander entsprechenden Bahnen bewegen. Im vorliegenden Bild würde man sich etwa denken können, daß sie auf demselben Kreis um den Atommittelpunkt umlaufen. Nacheinander wird je eines von diesen Teilchen ausgestoßen, so daß die α-Strahlung von *Io* usw. zustande kommt. Ist nur noch einer von diesen *He*-Kernen übrig (*RaB*), so hat die Anziehung, welche auf die Kernelektronen ausgeübt wird, so stark abgenommen, daß deren Bahnen nicht mehr sämtlich stabil sind. Ein Elektron wird als β-Strahl ausgesandt. Nunmehr können zwei Fälle eintreten (doppelter Zerfall): entweder es wird noch ein 2. Elektron emittiert, worauf der 6. Heliumkern das Atom verläßt ($RaC \xrightarrow{\beta} RaC' \xrightarrow{\alpha} RaD$), oder aber zuerst wird der Heliumkern ausgestoßen und dann erst das 2. Elektron

$$(RaC \xrightarrow{\alpha} RaC'' \xrightarrow{\beta} RaD).$$

Nach der Anschauung von L. Meitner[1]) würde der 6. *He*-Kern zusammen mit den beiden Elektronen eine Gruppe $\alpha'\beta\beta$ bilden. Eine engere Zusammengehörigkeit dieser drei Partikeln könnte man sich so vorstellen, daß man annimmt, die beiden Elektronen mögen das positive Teilchen planetenartig umkreisen. Dann wäre es aber schwer zu verstehen, daß der *He*-Kern das Atom verlassen kann, während noch eines der beiden Elektronen in dessen Kern zurückbleibt. In der Thorium- und Aktiniumreihe sind an Stelle der erwähnten 6 *He*-Kerne nur deren 5 vorhanden. Hinsichtlich des doppelten Zerfalles bestehen entsprechende Verhältnisse wie bei *RaC*.

1) J. Danysz, Le Radium **9**, 1, 1912.
2) J. Chadwick, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. **16**, 383, 1914.
3) In zwei früheren Arbeiten (Physik. Zeitschr. **16**, 416, 1915 u. Ann. d. Phys **52**, 631, 1917) suchte der Verf. auf etwas andere Weise die Entstehung der schnellsten β-Strahlen zu erklären. (Vgl. auch H. Th. Wolff, Ann. d. Phys. **60**, 685, 1919, § 8.)
4) Siehe M. Abraham, Theorie der Elektrizität II, S. 168, 2. Aufl., 1908. Von der durch (113b) gegebenen Gesamtenergie ist die elektrische Energie U (113e) abzuziehen.

1) Lise Meitner, Zeitschr. f. Phys. **4**, 146, 1921.

Digitized by Google

Zusammenfassung.

Es wird vorausgesetzt, daß im Atomkern die klassische Mechanik gültig ist, die auf die Elektronen ausgeübten elektrischen Kräfte durch das Coulombsche Gesetz gegeben sind und der Bohrsche Quantenansatz auf das Impulsmoment der im Kern umlaufenden Elektronen anzuwenden ist. Dann kann man sich vorstellen, daß ein Elektron, bevor es als primärer β-Strahl emittiert wird, sich im Kern auf einer Kreisbahn bewegt, wofern man annimmt, daß die von ihm umlaufenen positiven Ladungen eine Kreisscheibe bilden. Die vorgenommenen Berechnungen beziehen sich auf *RaB*. Legt man eine kugelförmige Anordnung dieser positiven Ladungen zugrunde, so ist man bei Aufrechterhaltung der ersten und dritten obenerwähnten Voraussetzung zu der Hypothese genötigt, daß die positiven Partikeln auf die Elektronen im Bereiche des Atomkernes nicht nach dem Coulombschen Gesetze wirken.

Es wird ferner eine Erklärungsweise für die Reihenfolge der radioaktiven Umwandlungen angedeutet.

Dresden, im Juni 1924.

(Eingegangen 16. Juni 1924.)

ZUSAMMENFASSENDE BERICHTE.

Besorgt von R. Seeliger.

Bericht über den Dopplereffekt von Bogen- und Funkenlinien.

Von Hermann Krefft.

In literarischer Hinsicht stützt sich der vorliegende Bericht auf die Arbeit von J. Stark aus dem Jahre 1917. Das an Wasserstoff, Sauerstoff und Stickstoff gemessene Zahlenmaterial wird zusammengestellt; auch die Versuchsbedingungen der in Frage kommenden Arbeiten werden angegeben. Die vielfach voneinander abweichenden Ergebnisse weisen auf die Schwierigkeit einer genauen Reproduktion des Dopplereffekts hin, dessen Verlauf von den Versuchsbedingungen stark abhängt. Der Unterschied im Verlauf des Dopplereffekts von Bogen- und Funkenlinien wird auf Grund neuerer Messungen an homogenen Kanalstrahlen erklärt; es werden Gesichtspunkte für die Deutung des Trägers von Spektrallinien aus dem Dopplereffekt aufgestellt.

1. Es ist häufig versucht worden, aus dem Dopplereffekt von Kanalstrahlen den Träger von Spektrallinien zu ermitteln. So stellt J. Stark[1]) in seinem „Bericht über die Träger der Spektren der chemischen Elemente“ die Möglichkeit einer Deutung des Trägers von Spektrallinien aus dem Dopplereffekt in den Mittelpunkt. Dieser Bericht bringt eine vollständige Zusammenstellung der Literatur über den Dopplereffekt an Kanalstrahlen bis zum Jahr 1917; die vorliegende Darstellung kann sich daher in literarischer Hinsicht auf diesen Bericht beziehen.

Die Kompliziertheit der Vorgänge im Kanalstrahl machte von vornherein eine Deutung des Trägers aus dem Dopplereffekt allein unsicher. Für die Deutung sind vor allem die im Dopplereffekt auftretenden Maxima und Geschwindigkeiten maßgebend und da die Vorgänge im Entladungsraum deren Betrag bestimmen, ist die Deutung des Trägers bestimmten Voraussetzungen unterworfen. Zudem gelangt Stark in den meisten Fällen zu Ergebnissen, die sich im Widerspruch zu den Vorstellungen über den Ursprung der Spektren befinden. Allerdings ist dieser Widerspruch häufig nur ein scheinbarer[1]), da Stark „elektrisch freie“ und „optisch freie“ Ionen unterscheidet.

Ohne Zweifel bestehen aber Unterschiede zwischen den Dopplereffekten von Linien, die verschiedenen Trägern angehören. Als allgemeine Erscheinung stellt J. Stark[2]) den in Fig. 1 wiedergegebenen Unterschied im Typus des Dopplereffekts von Bogen- (Kurve I) und Funkenlinien (Kurve II) fest. Diese Verschiedenheit findet er bei Sauerstoff, Schwefel und Stickstoff besonders ausgeprägt, sie wird allgemein als Unterscheidungsmerkmal angewandt. Aber auch bei verschiedenen Serien eines Trägers findet Stark[3]) Unterschiede, so bei den Duplet- und Einfachserien des Ortho- und Parheliums, hier allerdings nur, wenn dem Helium elektronegative Gase wie Sauerstoff oder Joddampf beigemischt sind, während sich bei Sauerstoff und Stickstoff Bogen- und Funkenlinien schon im reinen Gas unterscheiden. Ursprünglich[4]) wurde in dem Verhalten der Linien beider Seriensysteme des Heliums eine Analogie zu dem Unterschied von Bogen- und Funkenlinien und damit auch verschiedener Träger vermutet;

1) J. Stark, Jahrb. d. Rad. u. Elektr. **14**, 139, 1917.

1) W. Wien, Kanalstrahlen, Handbuch der Radiologie **4**, 211, 1923.
2) J. Stark, Ann. d. Phys. **40**, 534, 1913.
3) J. Stark, Ann. d. Phys. **40**, 499, 1913.
4) J. Stark, Ann. d. Phys. **40**, 499, 1913.

Digitized by Google

später[1]) schreibt Stark beide Seriensysteme einem Träger von gleicher Ladung zu. Im allgemeinen sind die Dopplereffekte von Bogenlinien bei niedrigen Spannungen intensiv, bei höheren Spannungen sind die der Funkenlinien intensiver und besitzen größere Geschwindigkeiten. Erstere werden von Stark dem einfach, letztere dem zwei- oder mehrfach geladenen Atom zugeordnet. Linien neutraler Atome sollen aber, wenn überhaupt, nur schwachen Dopplereffekt haben können.

Vor allem aber die Beobachtungen an Elementen mit höherem Atomgewicht boten große

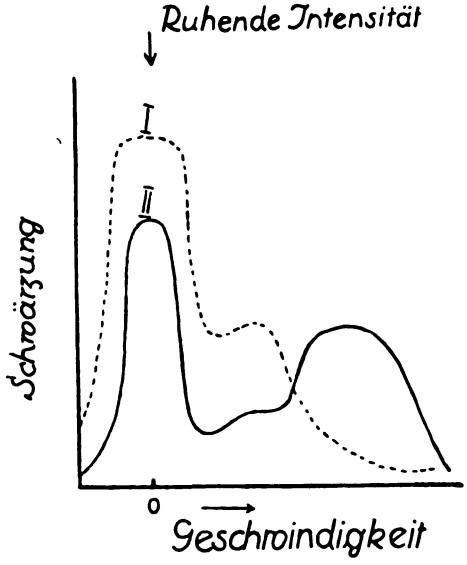


Fig. 1.

Schwierigkeiten, so daß W. Wien[2]) zusammenfassend feststellt, „daß die Zuordnung zu den Trägern der Liniengruppen bloß aus den Dopplerverschiebungen ohne Willkür nicht möglich ist".

Von Bedeutung für die Feststellung des Trägers von Spektrallinien sind die Ergebnisse der elektromagnetischen Analyse der Kanalstrahlen. Diese gibt die im Kanalstrahl vorhandenen geladenen Ionenarten an und es ist sehr bedenklich, wie es häufig geschehen ist, aus dem Dopplereffekt auf ein Ion von bestimmtem Ladungszustand als Träger zu schließen, welches elektromagnetisch gar nicht beobachtet wurde. Mit Sicherheit läßt sich nur auf den Ladungszustand im Kathodenfall schließen. Hiermit verbunden sind Annahmen über die Vorgänge im Kathodenfall, und wenn auch nicht bekannt ist, wie weit hier möglicherweise andere Verhältnisse die Existenz von hinter der Kathode nicht beobachteten Ionenarten begünstigen, so ist es auch hier bedenklich, zur Erklärung der Geschwindigkeitsverteilung im Kanalstrahl mit allen möglichen Ladungszuständen zu arbeiten. Genauere Schlüsse auf den Träger von Spektrallinien erlaubt weiterhin der Vergleich der im Dopplereffekt auftretenden Geschwindigkeiten mit den an einer bestimmten Ionenart elektromagnetisch gemessenen.

Ein solcher Vergleich[1]) führte bei Wasserstoff zu keiner Übereinstimmung. Die Geschwindigkeiten des Dopplereffekts der Balmerlinien fielen relativ kleiner aus als die der geladenen Atome; hauptsächlich die Beobachtung einer Grenze des Dopplereffekts machte eine Übereinstimmung unmöglich, da auch bei den höchsten Spannungen die größte Geschwindigkeit der geladenen Atome proportional der Wurzel aus der Entladungsspannung wächst. Aus dieser Verschiedenheit wurde geschlossen, daß für die Balmerlinien die freie Weglänge der Leuchterregung von einer bestimmten Grenzgeschwindigkeit an unendlich groß würde; die schnellen Teilchen sollten nicht imstande sein, zu leuchten.

Daß seinerzeit diese Abweichung als unbefriedigend empfunden wurde, ist verständlich, denn damals war die Kenntnis der Vorgänge im Kanalstrahl noch nicht so weit gediehen wie neuerdings. Die wichtige Rolle, welche die Umladungsvorgänge im Kanalstrahl spielen, war allerdings schon bekannt. Aber erst aus neueren Messungen an homogenen Kanalstrahlen von A. Rüttenauer[2]) und E. Rüchardt[3]) wissen wir, daß notwendig die Geschwindigkeitsverteilung der geladenen Wasserstoffatome eine andere ist als die der neutralen, da das Verhältnis der beiden Ionenarten im hohen Maße von der Geschwindigkeit abhängt. Die zahlreichen Analogien zwischen den Eigenschaften von Kanalstrahlen verschiedener Elemente machen es wahrscheinlich, daß diese Abhängigkeit eine allgemeine Erscheinung ist. Bei Wasserstoff ist die Abhängigkeit der freien Weglängen der Umladung der neutralen und der positiven Atome von Geschwindigkeit und Druck bekannt, das Verhalten der freien Weglänge der Leuchterregung für die Emission der Balmerlinien ist aber unbekannt. Beim Vergleich der Dopplerkurve einer Spektrallinie, deren Träger neutral ist, mit den Geschwindigkeiten einer geladenen Ionenart wird man also aus zwei Gründen eine Abweichung erwarten müssen, erstens wegen der Abhängigkeit des Verhältnisses der positiven

1) J. Stark, Jahrb. d. Rad. u. Elektr. **14**, 139, 1917.
2) W. Wien, Kanalstrahlen, Handb. d. Rad. **4**, 222, 1923.

1) T. Retschinsky, Ann. d. Phys. **50**, 369, 1916.
2) A. Rüttenauer, Zeitschr. f. Phys. **4**, 267, 1921,
3) E. Rüchardt, Ann. d. Phys. **71**, 377, 1923.

Digitized by Google

zu den neutralen Atomen von der Geschwindigkeit, zweitens möglicherweise wegen einer etwaigen Abhängigkeit der freien Weglänge der Leuchterregung von der Geschwindigkeit. Denn die Intensitätskurve des Dopplereffekts gibt nur dann die Geschwindigkeitsverteilung seines Trägers wieder, wenn diese freie Weglänge von der Geschwindigkeit unabhängig ist.

Wie bei dem Bericht von J. Stark sei auch hier die Frage nach dem Träger von Spektrallinien in den Mittelpunkt gestellt. Aus den bisherigen Ausführungen ist ersichtlich, daß dessen Deutung aus dem Dopplereffekt im engen Zusammenhang mit den Ergebnissen der elektromagnetischen Analyse erfolgen muß. Bei dieser Gelegenheit werden auch die Vorgänge im Kathodenfall berührt, welche für die Zusammensetzung des Kanalstrahls maßgebend sind. Es sei hier schon vorausgenommen, daß viele Feststellungen, die bereits J. Stark in seinem Bericht macht, nur wiederholt und vom Standpunkt unserer heutigen Kenntnis des Kanalstrahls begründet zu werden brauchen.

2. Zwischen den von verschiedenen Seiten angestellten Beobachtungen des Dopplereffekts besteht nur selten eine befriedigende Übereinstimmung. Diese Schwierigkeit der Reproduktion einer bestimmten Dopplerkurve, die sich auch bei der elektromagnetischen Analyse wiederfindet, ist aber begreiflich, wenn man die oft sehr verschiedenartigen Versuchsbedingungen berücksichtigt, unter denen gearbeitet wurde. Es ist sehr wahrscheinlich, daß die im Kathodenfall stattfindenden Vorgänge in erster Linie maßgebend sind für die Zusammensetzung des Kanalstrahls. Im Kathodenfall können verschiedenartige Bedingungen geschaffen werden durch die Art der Stromquelle und als solche wurden Induktorium, Dynamomaschine, Influenzmaschine und Hochspannungsbatterie benutzt. Der Einfluß von Stromstärke und Röhrenform ist nicht bedeutend. Daß Verunreinigungen durch fremde Gase oder durch Zerstäubung der Elektroden[1]) den Verlauf der Dopplerkurve vollkommen ändern, ist mehrfach festgestellt worden. Hierauf beruht auch wahrscheinlich der Unterschied in den Bedingungen, der entweder durch eine kontinuierliche Versorgung des Kanalrohres mit Gas (Wiensche Durchströmungsmethode) oder durch eine nur ab und zu erfolgende Erneuerung der Gasfüllung des während der Aufnahme abgeschlossenen Rohres bewirkt wird. Ersteres Verfahren, bei dem durch einen zwischen Entladungs- und Beobachtungsraum befindlichen längeren Kanal abgepumpt wird, erlaubt eine Trennung der Bedingungen auf beiden Seiten, letzteres nicht. Bei vielen Aufnahmen des Dopplereffekts wurden dem zu untersuchenden Gas andere Gase oder Dämpfe beigemengt und wenn dabei die Bedingungen vor und hinter der Kathode nicht getrennt waren, dann läßt sich nicht entscheiden, an welcher Stelle die Beimengung den beobachteten Einfluß auf die Dopplerkurve ausübte.

Die von dem im Beobachtungsraum befindlichen ruhenden Gas ausgesandte Spektrallinie wird als ruhende Intensität, der von den Kanalstrahlteilchen herrührende Dopplereffekt als bewegte Intensität bezeichnet. Ruhende und bewegte Intensität sind meistens durch ein Minimum getrennt, das schwärzungsfrei sein kann. Häufig besitzt die bewegte Intensität mehr oder minder ausgeprägte Maxima. Wichtig für die Deutung des Dopplereffekts ist das Verhalten des Minimums zwischen ruhender und bewegter Intensität, das Auftreten von Maxima im Dopplereffekt und der Betrag ihrer Geschwindigkeiten, sowie der Betrag der Maximalgeschwindigkeit, alles in Abhängigkeit von der Entladungsspannung. Da die Geschwindigkeit v eines Ions und die von ihm durchlaufene Potentialdifferenz V durch die Beziehung:

$$\frac{m}{2} v^2 = eV$$

verknüpft sind, kann man aus seiner Geschwindigkeit auf seinen Ladungszustand im Entladungsraum schließen. In welcher Weise sich der Ladungszustand des Trägers einer Spektrallinie im Dopplereffekt bemerkbar macht, zeigt das Verhalten von Bogen- und Funkenlinien.

Wasserstoff.

3. Die Balmerlinien des Wasserstoffs sind Bogenlinien; über ihren Dopplereffekt liegen zahlreiche Messungen vor. Ihr Träger ist das neutrale Wasserstoffatom. Auch das Viellinienspektrum des Moleküls zeigt einen allerdings sehr schwachen Dopplereffekt, der zuerst von Rau[1]) nachgewiesen wurde. Von einigen Beobachtern ist bei verschiedenen Linien der Balmerserie ein verschiedener Dopplereffekt gemessen worden. Auf diese, übrigens nicht restlos geklärte Frage sei hier nicht eingegangen.

Die in den nachfolgenden Tabellen benutzten Bezeichnungen haben folgende Bedeutung:

V ist die Entladungsspannung in Volt,
I ist die Stromstärke in Milliampère,
p_E ist der Druck im Entladungsraum in 10^{-3} mm,

1) B. Strasser, Ann. d. Phys. 31, 890, 1910.

1) H. Rau, Ann. d. Phys. 73, 268, 1924.

Digitized by Google

p_B ist der Druck im Beobachtungsraum in 10^{-3} mm,

v_{min} ist die kleinste Geschwindigkeit der Dopplerkurve in 10^8 cmsec^{-1},

v_1, v'_1, v_2 sind die Geschwindigkeiten der Schwärzungsmaxima in 10^8 cmsec^{-1},

v_{max} ist die Maximalgeschwindigkeit des Dopplereffektes in 10^8 cmsec^{-1},

V_{max} ist die v_{max} unter Annahme einer Ladung entsprechende beschleunigte Spannung in Volt,

v ist die aus der Entladungsspannung unter Annahme einer Ladung berechnete Geschwindigkeit.

Die Schwärzungsmaxima sind mit dem langsamsten anfangend durchnumeriert, alle Geschwindigkeiten sind in 10^8 cmsec^{-1} angegeben.

Paschen[1]) untersucht den Dopplereffekt der Balmerlinien mit einem Rowland-Gitter, dessen Dispersion bei $\lambda = 4800$ 9,4 Å. E. pro mm beträgt. Sein Entladungsrohr hat einen Durchmesser von 5 cm, das Rohr ist abgeschlossen und ohne Trennung; die Kathode ist ein Aluminiumblech mit vielen Löchern. Der Kathodenfall wird mit Sonden gemessen. Als Stromquelle dient bis 3100 Volt eine Batterie, darüber ein Induktorium. Der Wasserstoff wird elektrolytisch hergestellt.

Ausgemessen wurden H_β bis H_ξ. Der Dopplereffekt wird für alle Linien gleich gefunden. Dopplereffekte von verschiedenem Schwärzungsgrade sind nur sehr bedingt vergleichbar.

Bei niedrigen Spannungen ist der Dopplereffekt unterteilt. Bis 800 Volt tritt ein schneller Streifen I auf; zwischen 800 und 1100 Volt erscheint außerdem noch ein deutlich vom Streifen I getrennter langsamer Streifen II. Von 1100 bis 1130 Volt sind beide Streifen gleich intensiv. Für höhere Spannungen wird der langsame Streifen relativ immer stärker, so daß der schnelle dagegen verschwindet und sich schließlich nur als unscharfe Begrenzung des Dopplereffekts bemerkbar macht. Das Minimum zwischen ruhender und bewegter Intensität ist von Anfang an vorhanden. Tabelle I ist dieser Arbeit von Paschen entnommen, die Geschwindigkeit v_{mitt} bezieht sich auf das Schwärzungsmaximum des ausgemessenen Streifens. Das Verhältnis der mittleren Geschwindigkeiten der beiden Streifen ist:

V in Volt =	990	1210	1500
$v_2 : v_1$ =	1,64	1,59	1,64

1) F. Paschen, Ann. d. Phys. **23**, 251, 1907.

Tabelle I.

Wasserstoff in Wasserstoff.

V	v_{min}	v_{mitt}	v_{max}	$\frac{v_{min}}{v}$	$\frac{v_{mitt}}{v}$	$\frac{v_{max}}{v}$
Streifen II.						
500	0,130	—	0,186	0,42	—	0,602
800	—	—	0,234	—	—	0,600
990	0,137	0,190	0,257	0,312	0,433	0,585
1210	0,136	0,208	0,260	0,283	0,433	0,543
1500	0,143	0,224	0,296	0,266	0,415	0,548
1920	0,151	0,247	0,317	0,248	0,405	0,520
2900	0,139	0,272	0,420	0,185	0,364	0,560
3100	0,100	0,290	0,431	0,208	0,376	0,560
5700	0,157	0,347	0,515	0,150	0,330	0,490
11000	0,146	0,371	0,730	0,100	0,254	0,537
17400	0,183	0,415	0,857	0,100	0,226	0,468
20000	0,228	0,477	0,975	0,116	0,242	0,494
24600	0,264	0,390	0,840	0,121	0,179	0,407
Streifen I.						
500	0,186	0,226	0,260	0,60	0,73	0,84
800	0,230	0,285	0,335	0,59	0,73	0,86
990	0,255	0,312	0,379	0,58	0,71	0,86
1210	0,259	0,330	0,408	0,54	0,69	0,85
1500	0,297	0,367	0,464	0,55	0,68	0,86
1920	0,317	—	0,475	0,52	—	0,78

es fällt also größer als $\sqrt{2} : 1$ aus. Diesen Wert müßte es haben, wenn dem langsamen Streifen ein als Molekül, dem schnellen Streifen ein als Atom beschleunigter Träger entspricht, wie Gehrcke und Reichenheim[1]) annehmen. Um den obigen zu großen Wert zu erklären, nimmt Paschen die Existenz eines Komplexes von geladenem Atom und neutralem Molekül im Kathodenfall an, das zudem größeren Reibungswiderständen als das Atom unterworfen sein soll.

Den Einfluß des Gasdrucks, der Länge des Kathodenfalls oder der Stromstärke findet Paschen gering.

Zu abweichenden Ergebnissen gelangen Stark und Steubing[2]). Sie arbeiten mit einem Rowland-Gitter, das eine Dispersion von 14,23 Å. E. pro mm bei H_β hat. Das Entladungsrohr ist 4,5 cm weit und ohne Durchströmung. Die Dopplereffekte werden häufig durch mehrfaches Umphotographieren oder durch Uranverstärker kontrastreicher gemacht.

Zwischen 390 und 700 Volt besitzt der Dopplereffekt zwei Maxima, von denen das langsame schwächer ist. Bei 1200 Volt sind beide Maxima gleich intensiv. Ab 1200 Volt wächst das langsame Maximum über das schnelle hinaus und bei 3500 Volt wird ein noch schnelleres drittes Maximum sichtbar. Die drei

1) Gehrcke und Reichenheim, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. **1910**, 417.

2) J. Stark und W. Steubing, Ann. d. Phys. **28**, 974, 1909.

Digitized by Google

Maxima sind zwischen 6000 und 8000 Volt beobachtbar. Im Gegensatz zu Paschen finden sie, daß der Dopplereffekt für verschiedene Linien der Balmerserie verschieden ist. Das Verhältnis der Geschwindigkeiten der beiden ersten Schwärzungsmaxima wird gleich $\sqrt{2}:1$ gefunden, es soll aber mit steigender Spannung unter diesen Wert sinken[1]).

In Tabelle II ist das Verhalten der Maximalgeschwindigkeit in Abhängigkeit von der

Tabelle II.

Wasserstoff in Wasserstoff.

Linie: H_γ		
V	v'_{max}	$\frac{v'_{max}}{v'}$
390	0.26	0,96
425	0,22	0,77
555	0,30	0,97
600	0,28	0,82
1200	0,38	0,79
3000	0,46	0,61
4000	0.49	0,56
4000	0,56	0,64
7000	0,61	0,53

Spannung angegeben. Eine Grenze des Dopplereffekts wird bei einer Spannung von 12000 Volt vermutet, d. h. auch bei den höchsten Entladungsspannungen treten im Dopplereffekt keine Geschwindigkeiten auf, die größer als eine Grenzgeschwindigkeit sind, welche dieser Spannung entspricht. Da die meisten Geschwindigkeiten im Dopplereffekt nicht dem vollen Kathodenfall entsprechen, nimmt Stark[2]) an, daß nur ein Teil des Kathodenfalles geladen durchlaufen wird. Zur Erklärung des dritten Maximums wird auf das von J. J. Thomson beobachtete H_3-Molekül Bezug genommen.

Auch Strasser[3]) beobachtet drei Maxima im Dopplereffekt von H_γ bei sehr reinem Wasserstoff; das dritte Maximum ist aber schwer erhältlich. Seine Entladungsröhren sind 3 bis 6 cm weit, das Rohr ist abgeschlossen und ohne Trennung, die Kathode besteht aus einem gelochten Aluminiumblech. Als Stromquelle dient ein Hochspannungsdynamo oder eine Influenzmaschine.

Das in reinem Wasserstoff ausgeprägte Minimum zwischen ruhender und bewegter Intensität verflacht bei Zusatz von Stickstoff. Befindet sich im Rohr ein Gemisch im Verhältnis $H:N = 1:1{,}5$, so verschwindet bei einer Spannung von 2600 Volt das Minimum ganz. Den gleichen Einfluß übt Argon aus, hier verschwindet das Minimum bei einem Mischungsverhältnis $H:Ar = 1:1{,}2$. Zusatz von Helium auch in großen Mengen bringt das Minimum nicht zum Verschwinden.

Diese Beobachtung deuteten bereits Herrmann und Kinoshita[1]) als Zerstreuung der Kanalstrahlteilchen durch die schweren Moleküle der Beimengung, so daß eine kleinere Geschwindigkeitskomponente in die Visierrichtung des Spektrographen fällt. Dieser Vorgang spielt sich also hinter der Kathode ab. Obwohl diese Erklärung an Glaubwürdigkeit verliert, da Strasser bei einer Transversalaufnahme keine Dopplerkomponente beobachtet, hält Stark[2]) an dieser Deutung fest. Die Beobachtungen Strassers erlauben aber keine Entscheidung, da die Bedingungen vor und hinter der Kathode nicht getrennt sind und es sehr wohl möglich ist, daß der beobachtete Einfluß des fremden Gases in der Hauptsache im Kathodenfall wirksam ist.

Weitere Beobachtungen Strassers über den Einfluß des Kathodenmaterials auf den Dopplereffekt geben vielleicht eine Erklärung obiger Feststellungen. Besteht die Kathode aus einem wenig zerstäubenden Material wie Aluminium, Magnesium, Eisen und Kohle, so wird der Dopplereffekt leicht erhalten. Bei stark zerstäubenden Metallen wie Kupfer und Silber ist kaum eine Spur von Dopplereffekt vorhanden; in dem Maße aber, wie die Zerstäubung im Laufe der Zeit nachläßt, tritt wieder der Dopplereffekt auf.

Im Pinsel wird der Dopplereffekt von Strasser in verschiedenen Abständen von der Kathode beobachtet. In großer Entfernung sind nur kleine Geschwindigkeiten vorhanden, von Anfang an wird das Minimum zwischen ruhender und bewegter Intensität beobachtet.

Saxén[3]) wendet die Wiensche Durchströmungsmethode an, sein Rohr von 3,5 cm Durchmesser hat aber keine Trennung. Er vermutet eine Grenze des Dopplereffekts bei einer Geschwindigkeit, die 7000 Volt entspricht.

Zahlreiches Material bringt eine Untersuchung von H. Wilsar[4]), dessen 4 cm weites Entladungsrohr nach der Wienschen Durchströmungsmethode eine Trennung der Bedingungen vor und hinter der Kathode erlaubt. Die Kathode ist 4 cm lang und hat einen Kanal von 4 mm Durchmesser. Bis 4000 Volt dient ein Dynamo als Stromquelle, darüber ein Induktor

1) J. Stark, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. **1910**, 711.
2) J. Stark, Ann. d. Phys. **21**, 401, 1906.
3) B. Strasser, Ann. d. Phys. **31**, 895, 1910.

1) Herrmann und Kinoshita, Physik. Zeitschr. **7**, 563, 1906.
2) J. Stark, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. **1911**, 195.
3) B. Saxén, Ann. d. Phys. **38**, 334, 1912.
4) H. Wilsar, Ann. d. Phys. **39**, 1251, 1912.

Digitized by Google

oder ein 20-plattige Influenzmaschine. Die Spannung wird mit Elektrometer oder Funkenstrecke gemessen. Beobachtet wird an H_γ mit einem lichtstarken Prismenspektographen von Steinheil.

Die im Bereich von 800 bis 40000 Volt gemachten Aufnahmen ergaben als wichtigstes Ergebnis eine Grenze des Dopplereffekts bei einer Geschwindigkeit von $0{,}945 \times 10^8$ cmsec^{-1}. Von einer Entladungsspannung von 8000 Volt an verschiebt sich das Ende des Dopplereffekts nicht weiter zu größeren Geschwindigkeiten, das Schwärzungsmaximum kommt erst bei einer Entladungsspannung von 17000 Volt zum Stillstand. An H_γ gemessene Geschwindigkeiten sind in Tabelle III zusammengestellt. Eine andere Reihe von Messungen ergab für die Dopplergrenze den obigen Wert

$$v = 0{,}945 \times 10^8 \text{ cmsec}^{-1}.$$

Tabelle III.

Wasserstoff in Wasserstoff.

Linie: H_γ	Bis 4000 Volt Dynamo über 4000 „ Influenzmaschine			
V	v_{mitt}	v'_{max}	$\frac{v_{mitt}}{v}$	$\frac{v_{max}}{v}$
1400	0,174	0,433	0,334	0,83
1600	0,183	0,456	0,330	0,82
2000	0,191	0,518	0,308	0,84
2500	0,200	0,536	0,289	0,77
4600	0,208	0,630	0,221	0,67
6200	0,243	0,702	0,232	0,70
8200	0,252	0,830	0,200	0,66
10200	0,260	0,837	0,186	0,60
12600	0,295	0,837	0,190	0,54
15000	0,302	0,846	0,178	0,50
17600	0,312	0,846	0,169	0,46
26000	0,312	0,846	0,139	0,38

Aufnahmen von Vegard[1]) bestätigen im wesentlichen die Beobachtungen Wilsars. Die Grenze des Dopplereffekts wird bei einer Geschwindigkeit $v = 1{,}03 \times 10^8$ cmsec^{-1} gefunden; im Gegensatz zu Wilsar verschiebt sich das Dopplerende noch bis zu einer Entladungsspannung von 27000 Volt. Ob die Grenze des Dopplereffekts eine Frage der Leuchterregung ist, oder ob keine spektroskopischen Träger von größerer Geschwindigkeit vorhanden sind, läßt Vegard dahingestellt. Aus Intensitätsmessungen findet er, daß die Häufigkeit des Leuchtens mit wachsender Geschwindigkeit abnimmt.

Zwischen den aufgeführten Beobachtungen besteht nur wenig Übereinstimmung. Eine solche in höherem Maße kann man, wie weiter oben ausgeführt wurde, nicht erwarten. Immerhin finden alle Beobachter eine Grenze des Dopplereffekts, allerdings bei sehr verschiedenen Geschwindigkeiten, wie nachfolgende Zusammenstellung zeigt.

	Wilsar	Vegard	Stark	Saxén
v'_{max} 10^5 cmsec^{-1} =	0,945	1,03	1,52	1,16
V_{max} in Volt =	4650	„	12000	7000

Zu anderen Ergebnissen gelangt eine neuere Arbeit von H. Krefft[1]). Das Kanalrohr ist aus drei Teilen zusammengekittet, der Kanal ist aus Messing gedreht, 160 mm lang und 2 mm weit. Dadurch, daß an verschiedenen Stellen durch den Kanal abgepumpt wird, ist eine befriedigende Trennung der Bedingungen im Entladungs- und Beobachtungsraum möglich. Die Kathode hat einen Durchmesser von 35 mm und ist inwendig wassergekühlt. Dieser Kanal wird zu Messungen oberhalb 10000 bis 70000 Volt benutzt. Als Stromquelle dient meistens ein Induktor, zum Vergleich werden einige Aufnahmen mit Influenzmaschine gemacht. Die Spannung wird mit Funkenstrecke gemessen. Für niedrige Spannungen bis 1200 Volt herunter wird ein kurzer Kanal benutzt, der ebenfalls gute Trennung besitzt. Beobachtet wird an H_β mit zwei verschiedenen Spektrographen mit einer Dispersion von 56,9 bzw. 27,75 A. E. pro mm.

Der Dopplereffekt von H_β wird unter sehr verschiedenen Bedingungen beobachtet. Die gute Trennung des Kanals erlaubte es, den Wasserstoffkanalstrahl außer in Wasserstoff auch in Sauerstoff und Stickstoff zu untersuchen, ohne daß die Bedingungen im Entladungsraum wesentlich geändert wurden. In allen drei Gasen ist der Verlauf des Dopplereffekts im wesentlichen derselbe, so daß es genügt, die bei Wasserstoff in Wasserstoff ausgemessenen Geschwindigkeiten anzugeben, die in Tabelle IV zusammengestellt sind. Eine Grenze des Dopplereffekts wird **nicht** beobachtet. Wenn im Beobachtungsraum statt Wasserstoff die beiden anderen Gase zur Leuchterregung dienen, ergeben sich kleine Unterschiede in der Intensitätsverteilung, die aus den Hartmannschen Photometerkurven der Fig. 2 ersichtlich sind. Aufnahmen, bei welchen der Zusatz des fremden Gases im Entladungsraum erfolgte, machen es wahrscheinlich, daß diese Unterschiede durch den infolge nicht vollkommener Trennung übertretenden Sauerstoff oder Stickstoff verursacht wurden. Weiter oben wurde eine Beobachtung Strassers bei Zusatz von Stickstoff zum Wasserstoff, wobei sich aber das Gemisch auf beiden Seiten der Kathode be-

1) L. Vegard, Ann. d. Phys. **41**, 634, 1913.

1) H. Krefft, Ann. d. Phys. 1924.

Digitized by Google

Tabelle IV.

Wasserstoff in Wasserstoff; Linie: H_β, Induktor.

V	J	p_B	v_1	v_2	v_{max}	$\frac{v_1}{v}$	$\frac{v_2}{v}$	$\frac{v_{max}}{v}$	$\frac{v_2}{v_1}$
69000	1,10	4	0,70	1,75	2,34	0,19	0,49	0,643	2,5
58000	1,20	4	0,70	1,44	2,12	0,21	0,42	0,634	2,1
47000	1,65	4	0,66	—	1,68	0,22	—	0,560	—
33000	2,30	4	0,60	—	1,38	0,24	—	0,545	—
20000	3,80	4	0 45	—	0,95	0,23	—	0,485	—
69000	1,10	13,5	0,72	1,83	2,50	0,20	0,50	0,690	2,5
58000	1,20	13,5	0,70	1,39	2,15	0,21	0,41	0 648	2,0
47000	1,65	13,5	0,66	—	1,75	0,22	—	0,584	—
34000	2,30	13,5	0,64	—	1,43	0,26	—	0 558	—
20000	3,80	13,5	0,52	—	1,02	0,26	—	0,518	—
68000	1,10	40	0,66	1,83	2,60	0,18	0.51	0,713	2,8
58000	1,20	40	0,71	1,50	2,15	0,21	0,44	0,643	2,1
46000	1,65	40	0,66	—	1,86	0,22	—	0,624	—
33000	2,30	40	0,59	—	1,45	0,24	—	0 577	—
20000	3,80	40	0,50	—	1,02	0,25	—	0,523	—
69000	1,10	93	0,74	1,79	2 49	0,21	0,49	0,682	2,4
59000	1,20	93	0,70	—	2,28	0,21	—	0,680	—
47000	1,65	93	0,67	—	1,83	0.22	—	0,607	—
34500	2,30	93	0,65	—	1,61	0,25	—	0,623	—
19000	3,80	93	0,52	—	1,04	0.27	—	0,536	—
70000	1,10	135	0,77	1,90	2,56	0,21	0.52	0,695	2,5
58000	1,20	135	0,76	—	2,27	0,23	—	0,680	—
46000	1,65	135	0,72	—	1,79	0.24	—	0,600	—
34500	2,30	135	0,68	—	1,64	0,26	—	0,635	—
19000	3,80	135	0,48	—	1,03	0,24	—	0.537	—
70500	1,10	220	0,76	1,86	2,41	0,21	0,50	0,655	2.5
58000	1,20	220	0,74	—	2,26	0,21	—	0,675	—
47000	1,65	220	0,70	—	1,93	0,23	—	0,643	—
33000	2,30	220	0,62	—	1,58	0,25	—	0,625	—
18500	3,80	220	0,48	—	1,02	0,25	—	0,543	—

Tabelle V.

Wasserstoff in Wasserstoff; Linie H_β, Dynamo oder Influenzmaschine.

V	J	p_E	p_B	v_{min}	v_1	v_1'	v_2	v_{max}	$\frac{v_1}{v}$	$\frac{v_1'}{v}$	$\frac{v_2}{v}$	$\frac{v_{max}}{v}$
5450	2,5	93	8,2	0,15	0,45	—	—	0,97	0,44	—	—	0,94
2750	5,0	120	175	0,14	0,32	—	—	0,68	0,43	—	—	0,93
4600	44	270	26	0,09	0,34	—	—	0,76	0,36	—	—	0,81
2120	45	470	40	0,09	0,32	—	—	0,60	0,50	—	—	0,93
1410	45—60	900	72	0,16	0.31	—	—	0,54	0,58	—	—	1,03
3200	72	380	32	0,11	0,32	—	—	0,71	0,41	—	—	0,91
2150	82	550	80	0,08	0,29	—	—	0,54	0,45	—	—	0,84
1780	105	1000	—	0,14	0,34	—	—	0,54	0,58	—	—	0,93
1480	80	1000	80	0,10	0,32	—	—	0,51	0,59	—	—	0,95
1410	34	410	36	0,16	0,31	—	—	0,65?	0,59	—	—	1,2?
2180	22	350	30	0,09	0.34	—	—	0,68	0,53	—	—	1,05
3000	1.3	100	11	0,12	0,26	0,43	—	0,60	0,33	0,56	—	0,78
4300	1,3	93	10	0,15	0,26	0,43	—	0,60	0,29	0,47	—	0,66
5300	1,3	88	8	0,15	0,28	0,44	0,68	0,78	0,28	0,44	0,67	0,77
6800	1.3	81	8	0,15	0,43	0,66	—	0,85	0.38	0,58	—	0,75
8750	1.3	75	7	0,20	0.52	0,68	0.85	0,97	0,40	0,53	0,65	0,75
12200	1 3	60	6	0,23	0,56	0,76	0,93	1,10	0.36	0,50	0,61	0,72
20000	1.3	53	5,5	—	0,60	0,85	1,02	1,18	0,30	0.43	0.52	0,61
25000	1,3	48	5	—	0,71	—	1,20	1,29	0,32	—	0,55	0,59
35000	1 3	41	4.5	0,22	0,71	—	1.35	1,81	0,28	—	0,53	0,70
13200	1,3	54	6	0,21	0,54	0,76	1,06	1,14	0,34	0,47	0,66	0,71

Digitized by Google

fand, mitgeteilt; die von Stark vertretene Erklärung ist mit diesen Ergebnisssn nicht vereinbar.

Es ist zu bemerken, daß von der in den anderen Arbeiten festgestellten Grenze des Dopplereffekts keine Spur beobachtet wird. Auf

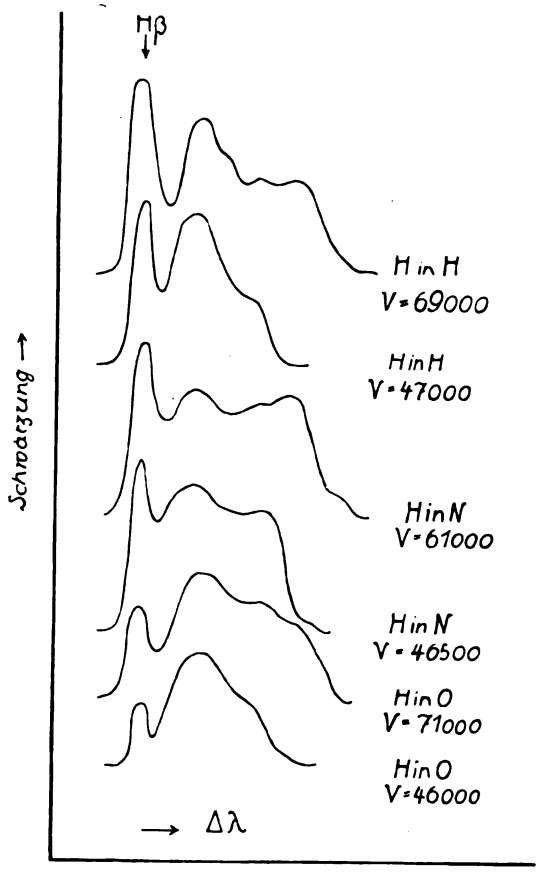


Fig. 2.

keiner von den zahlreichen Aufnahmen wird eine Dopplergrenze auch nur andeutungsweise gefunden; die Maximalgeschwindigkeit wächst auch bei den höchsten Spannungen.

Die bewegte Intensität der Balmerlinien ist bei Anregung durch Sauerstoff und Stickstoff bedeutend intensiver als bei Anregung durch Wasserstoff von gleichem Druck.

Bei Spannungen oberhalb 40000 Volt werden, besonders wenn Stickstoff zur Leuchterregung dient, zwei gut differenzierte Maxima im Dopplereffekt beobachtet. Das Verhältnis ihrer Geschwindigkeiten ist bedeutend größer als $\sqrt{2} : 1$.

Wasserstoff in Stickstoff.

V in Volt =	40000	45000	50000	55000	60000
$v_2 : v_1$ =	2,32	2,40	2,49	2,54	2,56

Das Minimum zwischen ruhender und bewegter Intensität ist in allen Fällen schleierfrei, seine Breite wächst bei höheren Spannungen nicht.

Aufnahmen mit Influenzmaschine liefern im wesentlichen das gleiche Ergebnis. Hier ist das Verhältnis $v_{max} : v = 0{,}675$ von der Spannung unabhängig in einem Bereich von 7000 bis 50000 Volt, während es bei Betrieb mit Induktor ab 10000 Volt mit der Spannung von einem kleineren Wert an zunimmt, bis es bei 65000 Volt den Wert 0,675 erreicht. Dieser Unterschied beruht wahrscheinlich auf einer fehlerhaften Spannungsmessung bei Betrieb mit Induktor.

Die Ergebnisse der Aufnahmen bei niedrigen Spannungen sind in Tabelle V mitgeteilt. Als Stromquelle dient häufig ein Aggregat von kleinen Dynamomaschinen oder eine Influenzmaschine. Die Spannung wird mit Elektrometer gemessen. Der Kanal ist 22 mm lang, sein Querschnitt ist rechteckig $3 \times 0{,}3$ mm, die Kathode hat einen Durchmesser von 33 mm und ist inwendig wassergekühlt. Entladungs- und Beobachtungsrohr sind aufgekittet. Dieses Rohr verträgt bei 3000 Volt eine Dauerbelastung mit 150 Milliampère. Jedoch ist mit einer solchen Steigerung der Stromstärke kein großer Intensitätsgewinn verbunden, da der Pinsel um so breiter wird, je stärker der Strom ist.

In reinem Wasserstoff werden zwei, mitunter auch drei Maxima beobachtet, die aber niemals sehr ausgeprägt sind. Die Breite des Minimums zwischen ruhender und bewegter Intensität ist bei verschiedenen Spannungen verschieden groß.

Mit diesem Rohr wird auch der Einfluß einer Verunreinigung des Wasserstoffs im Entladungsraum untersucht. Bei Zusatz von Sauerstoff wird der Dopplereffekt klein und homogen; bei Zusatz von Stickstoff bleibt der ganze Geschwindigkeitsbereich wie bei reinem Wasserstoff erhalten. Das Minimum zwischen ruhender und bewegter Intensität ist immer vorhanden; im Falle des Sauerstoffzusatzes ist es schmaler als in reinem Wasserstoff, bei Stickstoffzusatz ist es ebenso breit. Die Beobachtung Strassers[1]) wird also nicht bestätigt.

Der Einfluß von Stromstärke, Stromart und Röhrenform wird unwesentlich gefunden.

Der Dopplereffekt von H_β wird auch im Pinsel in verschiedenen Entfernungen von der Kathode untersucht und die durchlaufene Potentialdifferenz mit dem Lo Surdo-Effekt gemessen. Es besteht Übereinstimmung mit den Beobachtungen von Strasser[1]). Die Größe

1) B. Strasser, Ann. d. Phys. **31**, 895, 1910.

Digitized by Google

des Dopplereffekts entspricht der durchlaufenen Potentialdifferenz. Auch bei Betrieb mit Induktor sind scharf definierte Komponenten der elektrischen Aufspaltung von H_γ und H_δ vorhanden, auch in diesem Falle besteht also im Kathodenfall ein stationäres elektrisches Feld.

4. T. Retschinsky[1]) vergleicht die Geschwindigkeiten des Dopplereffekts der Balmerlinien mit den durch elektromagnetische Analyse gemessenen Geschwindigkeiten des positiv geladenen Wasserstoffatoms. Die Atomparabel des positiv geladenen Wasserstoffs besitzt zwei Maxima mit den Geschwindigkeiten v_b und v_c und es ist

$$v_b : v = 0{,}82; \quad v_c : v = 0{,}60,$$

wobei v die der vollen Entladungsspannung entsprechende Geschwindigkeit ist. Neuere Messungen von Rüchardt[2]) liefern $v_b : v = 0{,}877$.

Da sich Retschinsky auf die Messungen von Paschen, J. Stark und W. Steubing und H. Wilsar bezieht, kann er schon allein wegen der in diesen Arbeiten beobachteten Grenze des Dopplereffekts keine Übereinstimmung zwischen Dopplereffekt und elektromagnetischer Analyse finden. Die größere Intensität des Dopplereffekts liegt bei kleineren Geschwindigkeiten; seinem langsamen Maximum entspricht ein Bereich $v_d : v = 0{,}25$, den die Atomparabel nicht aufweist. Aber auch wenn man die Ergebnisse von H. Krefft berücksichtigt, läßt sich keine Übereinstimmung feststellen. In Fig. 3 sind die Bereiche b, c und

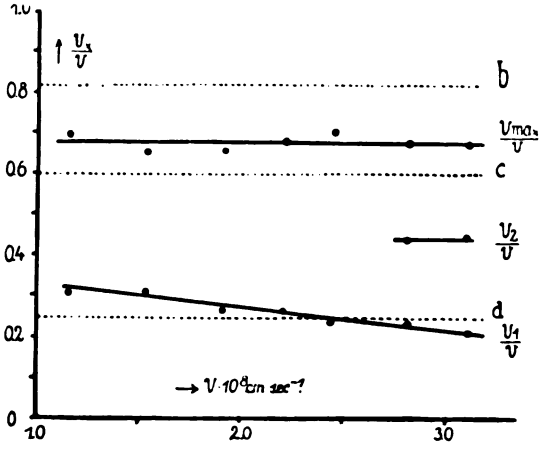


Fig. 3.

d von Retschinsky eingetragen, die Werte $v_1 : v$, $v_2 : v$ und $v_{max} : v$ sind Messungen von H. Krefft entnommen, die mit Influenzmaschine und unter ähnlichen Bedingungen angestellt wurden, wie sie bei der elektromagnetischen Analyse üblich sind. Als Abszisse ist die der Entladungsspannung entsprechende Geschwindigkeit v gewählt. Das langsame Maximum v_1 fällt mit dem Streifen d zusammen und ist identisch mit dem Streifen II von Paschen und dem von H. Wilsar beobachteten Maximum. Das schnelle Maximum v_2 des Dopplereffekts ist immer noch langsamer als das langsame Maximum der Atomparabel.

Eine neuere Untersuchung von R. Döpel[1]), bei welcher die Energiekurve der positiven Wasserstoffatome mit dem Thermoelement ausgemessen wird, gibt auch den Wert der kleinsten Geschwindigkeit v_{min} an. Hier fällt das Verhältnis $v_{min} : v = 0{,}3$ aus, unabhängig von der Spannung. Im wesentlichen ist der Unterschied zwischen Dopplereffekt und Ablenkungsparabel der positiven Wasserstoffatome folgender: bei ersterem liegt die Hauptintensität bei kleineren Geschwindigkeiten, sein langsames Maximum liegt sogar in einem Bereich, wo noch nicht viele positive Atome sein können. Umgekehrt liegen die Verhältnisse bei großen Geschwindigkeiten, wo der Dopplereffekt keine nennenswerte Intensität besitzt.

Messungen von A. Rüttenauer[2]) und E. Rüchardt[3]) an homogenen Kanalstrahlen beweisen, daß dieser Unterschied zwischen Dopplereffekt und positiven Atomen ein notwendiger ist. Denn das Verhältnis ω der positiven zu den neutralen Wasserstoffatomen ist stark von der Geschwindigkeit abhängig. Tab. VI

Tabelle VI.

Wasserstoff in Wasserstoff.

V	$\omega = \frac{n_1}{n_2}$
15400	0,09
17200	0,08
21000	0,13
23000	0,19
26000	0,26
28500	0,28
29000	0,30
30800	0,33
32500	0,39
34500	0,45
36000	0,51

ist der Arbeit von Rüchardt entnommen, hinter der Kathode befindet sich Wasserstoff. V ist die Entladungsspannung; die Geschwindigkeit des homogenen Bereichs berechnet sich aus ihr durch

$$v = 1{,}22 \sqrt{V} \cdot 10^6 \,\mathrm{cm\,sec^{-1}}.$$

1) T. Retschinsky, Ann. d. Phys. 50, 369, 1916.
2) E. Rüchardt, Ann. d. Phys. 71, 398, 1923.

1) R. Döpel, Ann. d. Phys. 1924.
2) A. Rüttenauer, Zeitschr. f. Phys. 4, 267, 1921.
3) E. Rüchardt, Ann. d. Phys. 71, 377, 1923.

Digitized by Google

Das Verhältnis ω ist vom Druck unabhängig. Befindet sich statt Wasserstoff Sauerstoff oder Stickstoff hinter der Kathode, so ist die Geschwindigkeitsabhängigkeit von ω ähnlich wie bei Wasserstoff, ω ist aber größer.

Diese Ergebnisse weisen auf einen Unterschied zwischen Dopplerkurve der Balmerlinien und Atomparabel in der oben festgestellten Richtung hin. Denn daß der Träger der Balmerlinien das neutrale Wasserstoffatom ist, ist neuerdings durch W. Wien[1]) experimentell nachgewiesen worden.

Der Unterschied zwischen Dopplereffekt und Atomparabel kann außerdem noch auf einer Abhängigkeit der freien Weglänge der Leuchterregung von der Geschwindigkeit beruhen. Denn nur wenn diese Größe konstant ist, gibt die Intensitätskurve des Dopplereffekts die Geschwindigkeitsverteilung seines Trägers, der neutralen Wasserstoffatome, wieder. Hierüber sind aber sichere Angaben noch nicht möglich. Die in früheren Arbeiten beobachtete Grenze des Dopplereffekts sprach für ein erhebliches Größerwerden dieser Weglänge mit der Geschwindigkeit, entsprechend einer Abnahme der Häufigkeit des Leuchtens. Nachdem eine Grenze des Dopplereffekts nicht besteht, kann diese Abhängigkeit, wenn sie überhaupt in dieser Richtung besteht, nicht so groß sein.

Die freie Weglänge der Leuchterregung ist bei gleichem Druck in Sauerstoff oder Stickstoff erheblich kleiner als in Wasserstoff, da die bewegte Intensität in den beiden ersten Gasen bei gleichem Druck viel stärker zur Emission gelangt. Ihre Abhängigkeit von der Geschwindigkeit muß in den drei Gasen ungefähr die gleiche sein, denn der Dopplereffekt bleibt derselbe, wenn die Leuchterregung durch Wasserstoff, Sauerstoff oder Stickstoff erfolgt, andrerseits ist nach Rüchardt die Geschwindigkeitsabhängigkeit des Verhältnisses der positiven zu den neutralen Wasserstoffatomen in allen drei Gasen bis auf einen Zahlenfaktor dieselbe. H. Krefft[2]) vergleicht die freie Weglänge der Leuchterregung mit der freien Weglänge der Umladung der neutralen Wasserstoffatome, die nach Rüchardt fast konstant ist.

Der Dopplereffekt der Balmerlinien im Pinsel beweist, daß im Kathodenfall zahlreiche Umladungen positiver Ionen stattfinden. Die Bedeutung dieses Vorganges für die Geschwindigkeitsverteilung des Kanalstrahls deutet Stark[3]) an. Über den Mechanismus im Kathodenfall beschleunigter Wasserstoffatome und Moleküle lagert sich der statistische Vorgang der Umladung von positiven und neutralen Atomen und Molekülen.

Paschen[1]), Gehrcke und Reichenheim[2]) und H. Krefft[3]) finden das Verhältnis der Geschwindigkeiten der Schwärzungsmaxima im Dopplereffekt der Balmerlinien größer als $\sqrt{2}:1$. Die gleiche Beobachtung an der Atomparabel des Wasserstoffs machen v. Dechend und Hammer[4]) und Döpel[5]). Hieraus kann man schließen, daß die freie Weglänge der Umladung der positiven Wasserstoffmoleküle im Kathodenfall durchschnittlich kleiner ist als die der geladenen Atome.

Sauerstoff.

5. Die Messungen an Sauerstoff und Stickstoff sind meistens unter denselben Bedingungen ausgeführt wie die an Wasserstoff, welche bereits mitgeteilt wurden.

Im Kanalstrahlspektrum des Sauerstoffs treten Bogen- und Funkenlinien auf, von denen erstere in Serien geordnet sind.

Eine Untersuchung von Paschen[6]) findet bei den Serienlinien keinen Dopplereffekt, dagegen wird er an zahlreichen Funkenlinien festgestellt. Das Funkenspektrum ist bei niedriger Spannung wenig intensiv, erst bei höheren Spannungen tritt es stärker hervor. Der Dopplereffekt wird in einem Spannungsbereich von 2600 bis 25000 Volt untersucht, Unterteilungen werden nicht beobachtet. Alle ausgemessenen Linien zeigen den gleichen Dopplereffekt. Den Träger des Funkenspektrums vermutet Paschen im einfach ionisierten Atom.

Die Beobachtungen Paschens findet Stark[7]) bestätigt. Stark unterscheidet scharfe und unscharfe Funkenlinien; erstere treten im Kanalstrahlspektrum intensiv auf, letztere sind schwach. Abweichend von Paschen stellt Stark bei den Hauptserienlinien 4368 und 3947 des Sauerstoffs einen Dopplereffekt fest, der an 3947 am besten beobachtbar ist. Jedoch ist der Dopplereffekt der Serienlinien schwach, weswegen ihn Paschen nicht findet. Das Funkenspektrum wird einem mehrfach ionisierten Atom zugeschrieben; zu diesem Schluß gelangt Stark in Analogie zum Dopplereffekt der Balmerlinien.

In einer neueren Arbeit[8]) wird der Doppler-

1) W. Wien, Ann d. Phys. **69**, 325, 1922.
2) H. Krefft, Ann. d Phys. 1924 (erscheint demnächst).
3) J. Stark, Ann. d. Phys. **21**, 401, 1906.

1) F. Paschen, Ann. d. Phys **23**, 251, 1906.
2) Gehrcke u. Reichenheim, Verhandl. d. Deutsch. Phys. Ges. 1910, S. 417.
3) H. Krefft, Ann. d. Phys. 1924 (erscheint demnächst).
4) v. Dechend u. Hammer, Verhandl. d. Deutsch. Phys. Ges. 1911, S. 203.
5) R. Döpel, Ann. d. Phys. 1924 (erscheint demnächst).
6) F. Paschen, Ann. d. Phys. **23**, 264, 1907.
7) J. Stark, Ann. d. Phys. **26**, 806, 1908.
8) J. Stark, Wendt u. Kirschbaum, Physik. Zeitschr. **14**, 770, 1913.

Digitized by Google

effekt der Sauerstofflinien eingehender untersucht. Im Kanalstrahl sind die Serienlinien bei niedriger Spannung relativ intensiv, mit wachsender Spannung werden sie relativ schwächer. Bei den Funkenlinien liegen die Verhältnisse umgekehrt. Auch zwischen scharfen und unscharfen Funkenlinien ist ein Unterschied vorhanden, indem letztere bei einer Spannung von 3500 Volt sehr schwach sind.

Bei 3500 und 7600 Volt besitzt der Dopplereffekt der scharfen Funkenlinien drei Geschwindigkeitsintervalle, wenn dem Sauerstoff Helium oder Helium und Wasserstoff beigemischt sind. Auch die unscharfe Funkenlinie 4253,8 hat drei Geschwindigkeitsintervalle. Im Vergleich zu den scharfen Funkenlinien bestehen folgende Unterschiede:

1. Die bewegte Intensität ist bei der unscharfen Linie kleiner.
2. Bei der unscharfen Linie sind die großen Geschwindigkeiten relativ intensiver.

Daher wird geschlossen, daß der Träger der scharfen Funkenlinien zwei, der der unscharfen drei Ladungen hat.

Später[1]) gibt Stark diese Unterscheidung der Funkenlinien auf; die Serienlinien werden dem einfach, alle Funkenlinien dem zweifach geladenen Atom zugeschrieben.

Die Arbeit von Wilsar[2]) beschäftigt sich lediglich mit den Funkenlinien, bei den Serienlinien wird kein Dopplereffekt gefunden. Alle Funkenlinien zeigen gleichen Dopplereffekt.

Der Dopplereffekt der Funkenlinien ist in auffallender Weise größer, als man in Analogie zu den Balmerlinien erwarten sollte. Wie bei den Balmerlinien wird an den Funkenlinien eine Grenze des Dopplereffekts bei einer Spannung von 32000 Volt gefunden. Die Ausmessung der intensiven Funkenlinie 4591,1 ergab:

Tabelle VII.

$\lambda = 4591{,}1$		
V	$\Delta\lambda_{max}$ in Å.-E.	$\Delta\lambda_{mitt}$ in Å.-E.
12900	6,56	2,82
14500	8,64	4,50
26000	9,38	5,25
32000	10,05	5,55
39300	10,05	5,63

Hier ist $\Delta\lambda_{max}$ die größte Dopplerverschiebung, $\Delta\lambda_{mitt}$ die des Schwärzungsmaximums.

Die größten Verschiebungen im Dopplereffekt weisen auf die Existenz von mehrfach geladenen Sauerstoffatomen im Kathodenfall hin. Aus der größten Dopplerverschiebung ergaben sich bei Annahme einer Ladung, $\frac{e}{m} = \frac{9650}{16}$, beschleunigende Spannungen, die größer sind als die Entladungsspannung. Zwei Ladungen sind hinreichend. Trotzdem vermutet Wilsar mit Rücksicht auf das Verhalten der Balmerlinien den Träger der Funkenlinien im dreifach geladenen Atom.

Tabelle VIII.

V	Aus dem Maximaleffekt berechnete Spannungen bei Annahme von:	
	$\frac{e}{m} = \frac{9650}{16}$	$\frac{e}{m} = 2 \cdot \frac{9650}{16}$
13000	17420	8710
15000	26400	13200
18000	28000	14000
20000	29100	14550
25000	31940	15970
30000	34900	17450
35000	36000	18000
40000	36000	18000

Auch B. Saxén[1]) findet Geschwindigkeiten, welche die Annahme zweifach geladener Atome im Kathodenfall notwendig machen. Saxén[2]) beobachtet auch eine Grenze des Dopplereffekts an den Funkenlinien.

Diese Grenze findet Vegard[3]) nicht. Auch die großen Geschwindigkeiten von Wilsar kann er nicht beobachten. Die Maximalgeschwindigkeit wächst proportional der Wurzel aus der Entladungsspannung in Übereinstimmung mit elektromagnetischen Messungen. Der verhältnismäßig homogene Dopplerstreifen wird von der ruhenden Linie durch ein breites Minimum getrennt, das nicht ganz schwärzungsfrei ist. In Tabelle IX sind der Geschwindigkeit v einfach geladene Atome zugrunde gelegt.

Tabelle IX.

V	v_1	v_{max}	$\frac{v_1}{v}$	$\frac{v_{max}}{v}$	$\frac{V_{max}}{V}$
11800	0,21	0,27	0,58	0,78	0,56
22300	0,33	0,37	0,63	0,71	0,50
30400	0,35	0,45	0,57	0,74	0,55
43000	0,41	0,52	0,57	0,72	0,52

Beobachtungen von H. Krefft[4]) sind in Übereinstimmung mit den Ergebnissen von Vegard. An der Funkenlinie 4254 werden zwei Maxima festgestellt, deren Geschwindigkeiten sich ungefähr wie $\sqrt{2}:1$ verhalten (Tabelle X).

1) J. Stark, Jahrb. d. Rad. u. Elektr. **14**, 139, 1917.
2) H. Wilsar, Ann. d. Phys. 38, 1251, 1912.

1) B. Saxén, Helsingfors 1912.
2) B. Saxén, Ann. d. Phys. **38**, 338, 1912.
3) L. Vegard, Ann. d. Phys. **41**, 625, 1913.
4) H. Krefft, Ann. d. Phys. 1924 (erscheint demnächst).

Digitized by Google

Tabelle X.

Sauerstoff in Sauerstoff. Induktor.

Linie	V	J	f_E	f_B	τ'_{min}	τ'_1	τ'_2	τ'_{max}	$\frac{\tau'_2}{\tau'_1}$	$\frac{\tau'_{min}}{v}$	$\frac{\tau'_1}{v}$	$\frac{\tau'_2}{v}$	$\frac{\tau'_{max}}{v}$
4254	21000	1,5	8,6	32	0,15	0,30	—	0,48	—	0,30	0,60	—	0,96
„	42000	3,0	5,7	0,5	—	0,39	0,53	0,60	1,36	—	0,55	0,75	0,85
„	50000	1,3	5,4	0,5	0,27	0,43	0,60	0,68	1,40	0,35	0,55	0,77	0,87
„	58000	1,3	5,0	6,5	0,30	0,47	0,65	0,77	1,38	0,30	0,56	0,78	0,92
4592	42000	3,0	5,7	0,5	—	0,36	—	0,63	—	—	0,51	—	0,89
„	50000	1,3	5,4	0,5	—	0,42	—	0,74	—	—	0,54	—	0,95
„	58000	1,3	5,0	6,5	—	0,45	—	0,83	—	—	0,54	—	0,99

Diese Linie ist auch von Stark ausgemessen worden und wird von ihm als unscharfe Funkenlinie bezeichnet. Das breite Minimum zwischen ruhender und bewegter Intensität ist nicht ganz schwärzungsfrei, trotzdem hebt sich der ziemlich homogene Dopplereffekt, der viel intensiver ist als diese geringe Schwärzung, gut ab, so daß eine häufig gut definierte Minimalgeschwindigkeit vorhanden ist, die mit der Spannung wächst. Im Dopplereffekt der sehr intensiven Linie 4592 sind die von Wilsar beobachteten großen Geschwindigkeiten angedeutet.

Beobachtungen von Rau[1]) bestätigen den von Stark an den Serienlinien gefundenen Dopplereffekt. Die Serienlinien 4368 und 3947 zeigen einen lichtschwachen Dopplereffekt, der kleiner ist als der der Funkenlinien.

6. Die elektromagnetische Analyse findet zwei Maxima in der Ablenkungsparabel des einfach positiv geladenen Sauerstoffatoms. Wie bei Wasserstoff findet T. Retschinsky[2]) die Verhältnisse

$$v_b : v = 0{,}82; \quad v_c : v = 0{,}58,$$

wobei v_b und v_c die Geschwindigkeiten der beiden Maxima sind. Die von Wilsar und Saxén beobachteten großen Geschwindigkeiten findet Retschinsky in der Ablenkungsparabel nicht. Jedoch zeigt er, indem er sich vor allem auf Messungen von Vegard bezieht, daß der Dopplereffekt der Funkenlinien den Geschwindigkeiten der einfach positiv geladenen Sauerstoffatome entspricht. Auch die Messungen von H. Krefft sind in Übereinstimmung mit der elektromagnetischen Analyse, wie aus Fig. 4 hervorgeht.

Im allgemeinen sind durch die elektromagnetische Analyse nicht mehr als einfach positiv geladene Sauerstoffatome festgestellt worden. Hinter der Kathode sind zweifach positiv geladene Atome von J. J. Thomson[3]) und Aston[4]) beobachtet worden. Die Tatsache, daß dieses Atom mit zwei Ladungen meistens nicht beobachtet wurde, spricht für sein bedingtes und schwaches Auftreten.

Daß aber der Träger der Sauerstoff-Funkenlinien geladen ist, ist durch W. Wien[1]) experimentell bewiesen worden. Berücksichtigt man die große bewegte Intensität, welche die Funkenlinien im Kanalstrahlspektrum besitzen, die Übereinstimmung ihres Dopplereffekts mit

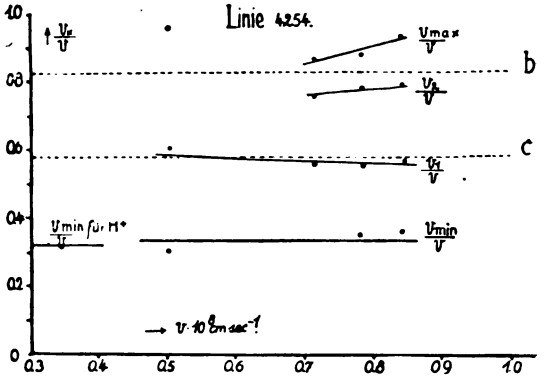


Fig. 4.

den an der Ablenkungsparabel des einfach positiv geladenen Atoms gemessenen Geschwindigkeiten und endlich das Fehlen oder jedenfalls nur sehr schwache Auftreten mehrfach geladener Atome, so bleibt nichts anderes übrig, als das einfach positiv geladene Atom für den Träger der Sauerstoff-Funkenlinien zu erklären.

Beobachtungen von W. Wien[1]) bestätigen, daß der Träger der Serienlinien 3947 und 4368, deren Dopplereffekt klein ist, ungeladen ist.

Zur Erklärung der im Sauerstoffkanalstrahl auftretenden Geschwindigkeiten braucht man an positiven Ionen mit Stark[2]) nur die Existenz von einfach geladenen Atomen und Molekülen und von in geringerer Anzahl vorhandenen zweifach geladenen Atomen im Kathodenfall anzunehmen. Die Umladungsvorgänge werden

1) H. Rau, Ann. d. Phys. **73**, 268, 1924.
2) T. Retschinsky, Ann. d. Phys. **50**, 369, 1916.
3) J. J. Thomson, Phil. Mag. (6) **24**, 209, 1912.
4) F. W. Aston, Phil. Mag. **39**, 618, 1920.

1) W. Wien, Ann. d. Phys. **69**, 325, 1922.
2) J. Stark, Jahrb. d. Rad. u. Elektr. **14**, 244, 1917.

Digitized by Google

hier wie beim Wasserstoff eine wichtige Rolle spielen.

Stickstoff.

7. Im Kanalstrahlspektrum des Stickstoffs treten wie bei Sauerstoff Bogen- und Funkenlinien auf, von denen auch erstere noch nicht in Serien geordnet werden konnten.

Bei den Funkenlinien findet H. Wilsar[1]) vollkommene Analogie zu den Funkenlinien des Sauerstoffs. Der Dopplereffekt besitzt eine Grenze bei 36000 Volt, die Ausmessung der Linie 4530,3 liefert:

Tabelle XI.

$\lambda = 4530{,}3$		
V	$\Delta\lambda_{max}$ in Å.-E.	$\Delta\lambda_{mitt}$ in Å.-E.
14500	9,00	4,68
23200	10,05	5,40
32000	11,15	5,70?
35900	11,50	5,76
40000	11,50	6,11

Die im Dopplereffekt auftretenden großen Geschwindigkeiten machen die Annahme von mindestens zweifach geladenen Atomen im Kathodenfall notwendig (Tabelle XII).

Tabelle XII.

V	Aus dem Maximaleffekt berechnete Spannungen bei Annahme von:	
	$\frac{e}{m} = \frac{9650}{14}$	$\frac{e}{m} = 2 \cdot \frac{9650}{14}$
14000	25000	12500
16000	27100	13550
18000	28500	14250
22000	31100	15550
25000	33300	16650
30000	37100	18550
35000	41450	20725
40000	41600	20800

Aus demselben Grunde wie bei den Funkenlinien des Sauerstoffs vermutet Wilsar den Träger der Funkenlinien des Stickstoffs im dreifach geladenen Atom.

L. Vegard[2]) beobachtet diese großen Geschwindigkeiten nicht, auch findet er keine Grenze des Dopplereffekts. Die Maximalgeschwindigkeit wächst proportional der Wurzel aus der Entladungsspannung, wie aus Tabelle XIII ersichtlich ist. Das Minimum zwischen ruhender und bewegter Intensität ist nicht ganz schwärzungsfrei. Als Träger der Funkenlinien wird das einfach positiv geladene Atom bezeichnet.

1) H. Wilsar, Ann. d. Phys. **39**, 1251, 1912.
2) L. Vegard, Ann. d. Phys. **41**, 625, 1913.

Tabelle XIII.

V	v_1	v'_{max}	$\frac{v_1}{v}$	$\frac{v'_{max}}{v}$	$\frac{V_{max}}{V}$
14400	0,17	0,35	0,39	0,80	0,64
18500	0,23	0,41	0,46	0,82	0,67
32000	0,27	0,50	0,41	0,76	0,58
45000	0,30	0,60	0,38	0,76	0,58

Eine Untersuchung von J. Stark und Künzer[1]) beobachtet auch an der Bogenlinie 4109,4 einen Dopplereffekt. Bei den Funkenlinien wird zwischen scharfen und unscharfen Linien unterschieden, ihr Dopplereffekt besitzt drei Maxima. Zusammenfassend wird festgestellt, daß der Dopplereffekt der Bogenlinie relativ klein ist.

Diese Beobachtung wird durch Rau[2]) bestätigt. Die Bogenlinie 4109,4 hat einen kleinen Dopplereffekt mit zwei Bereichen.

Die Funkenlinie 4530,3 wird auch von H. Krefft[3]) ausgemessen (Tabelle XIV). Die Geschwindigkeiten stimmen mit denen von Vegard überein, im übrigen verhält sich diese Linie ebenso wie die Sauerstoff-Funkenlinie 4253,7.

Der Dopplereffekt besitzt zwei Maxima, deren Geschwindigkeiten sich annähernd wie $\sqrt{2} : 1$ verhalten. Das Minimum zwischen ruhender und bewegter Intensität wird mit der Spannung breiter, es ist nicht ganz schwärzungsfrei. Die Maximalgeschwindigkeit wächst proportional der Wurzel aus der Spannung, die Annahme zweifach geladener Atome im Kathodenfall ist nicht nötig. Als Träger des Funkenspektrums wird wie bei Sauerstoff das einfach positiv geladene Atom erklärt.

8. Die Beobachtungen von L. Vegard und H. Krefft stehen in guter Übereinstimmung (vgl. Fig. 5) mit den an der Ablenkungsparabel des einfach positiv geladenen Stickstoffatoms gemessenen Geschwindigkeiten. Das N+-Atom besitzt dieselben Bereiche wie das O+-Atom. Ein zweifach positiv geladenes Atom ist nur von Aston[4]), aber nicht sicher, festgestellt worden.

Durch Versuche von W. Wien ist es nachgewiesen, daß der Träger des Stickstoff-Funkenspektrums geladen ist. Es besteht danach kein Zweifel, daß sein Träger das einfach positiv geladene Atom ist. Der Träger der Bogenlinie 4109,4, die einen kleinen Dopplereffekt hat, ist neutral[5]).

1) J. Stark und Künzer, Ann. d. Phys. **45**, 29, 1914.
2) H. Rau, Ann. d. Phys. **73**, 269, 1924.
3) H. Krefft, Ann. d. Phys. 1924 (erscheint demnächst).
4) F. W. Aston, Phil. Mag. **39**, 618, 1920.
5) W. Wien, Ann. d. Phys. **69**, 325, 1922.

Digitized by Google

Tabelle XIV.

Stickstoff in Stickstoff. Linie: 4530,3. Induktor.

V	J	p_E	p_B	v_{min}	v_1	v_2	v_{max}	$\frac{v_2}{v_1}$	$\frac{v_{min}}{v}$	$\frac{v_1}{v}$	$\frac{v_2}{v}$	$\frac{v_{max}}{v}$
64000	1,2	5,2	24	0,31	0,45	0,66	0,73	1,46	0,33	0,49	0,72	0,77
53000	1	5,5	23	0,26	0,45	0,58	0,68	1,30	0,29	0,50	0,65	0,76
43000	1	7	22	0,23	0,38	—	0,64	—	0,29	0,47	—	0,79
37000	1,2	9	24	0,21	0,35	0,53	0,58	1,50	0,30	0,49	0,74	0,81

Die an Stickstoffkanalstrahlen beobachteten Geschwindigkeiten weisen auf Vorgänge im Kathodenfall hin, die den bei Sauerstoff festgestellten ähnlich sind.

9. Sowohl bei Sauerstoff als auch bei Stickstoff ist an den Bogenlinien ein kleinerer Dopplereffekt beobachtet worden, als an den Funkenlinien. Die Geschwindigkeiten im Dopplereffekt der Funkenlinien stimmen im wesentlichen überein mit den Geschwindigkeiten der einfach positiv geladenen Atome. Diese Übereinstimmung hat ihren Grund in dem Umstande, daß dieses Atomion gleichzeitig auch der Träger der Funkenlinien ist. Der einzig mögliche Unterschied kann hier lediglich auf einer Geschwindigkeitsabhängigkeit der freien Weglänge der Leuchterregung beruhen.

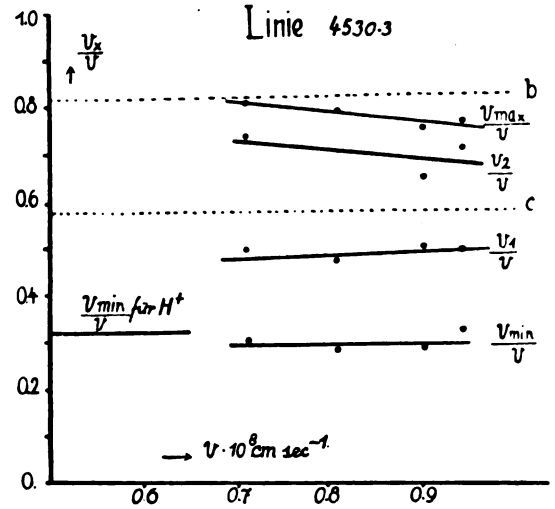


Fig. 5.

Bei Wasserstoff besteht keine solche Übereinstimmung. Denn der Träger der Balmerlinien ist das neutrale Wasserstoffatom und das Verhältnis der positiven zu den neutralen Atomen hängt stark von der Geschwindigkeit ab, so daß beide Ionenarten eine vollkommen verschiedene Geschwindigkeitsverteilung haben. Indem man diese Eigenschaft der Wasserstoffkanalstrahlen verallgemeinert und auf Sauerstoff und Stickstoff überträgt, wird der Unterschied im Dopplereffekt von Funken- und Bogenlinien dieser Gase verständlich.

In Fig. 6 sind die Dopplereffekte von H_β und der Sauerstoff-Funkenlinie 4253,7 abgebildet. Beide Aufnahmen sind bei gleicher Spannung gemacht, die Geschwindigkeiten der Sauerstofflinie sind mit $\sqrt{\frac{m_0}{m_H}} = 4$ multipliziert.

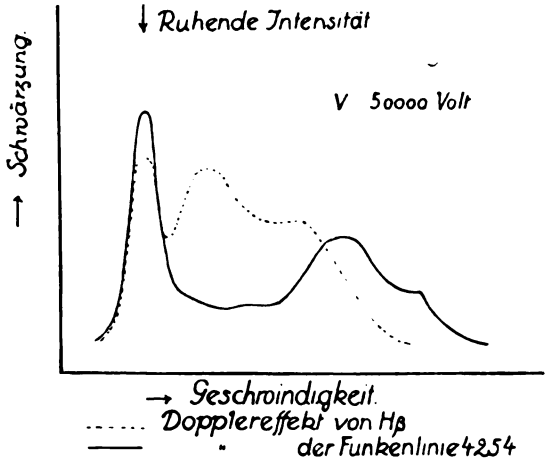


Fig. 6.

Wie erwartet, ist der Dopplereffekt der Balmerlinie kleiner. Der Unterschied zwischen beiden Dopplereffekten ist derselbe, wie ihn Stark[1]) (vgl. Fig. 1 dieser Arbeit) als typischen Unterschied zwischen Bogen- und Funkenlinien feststellte.

Diese vermutlich allgemeine Erscheinung macht aus dem Dopplereffekt ein geeignetes Mittel, um zu entscheiden, ob eine Spektrallinie Bogen- oder Funkenlinie ist. Aber aus dem Dopplereffekt allein kann man diesen Schluß nicht ziehen. Das ist vielmehr nur im engen Zusammenhang mit der elektromagnetischen Analyse der Kanalstrahlen möglich. Diese gibt die vorhandenen Ionenarten an. Erst der Vergleich der im Dopplereffekt auftretenden Geschwindigkeitsbereiche mit den Geschwindigkeitsbereichen einer Ionenart erlaubt

1) J. Stark, Ann. d. Phys. **27**, 844, 1908.

Digitized by Google

einen sicheren Schluß auf den optischen Träger. Besteht eine Differenz, wie sie bei den Balmerlinien festgestellt wurde, so ist der Schluß auf einen neutralen Träger berechtigt.

An Hand der an Wasserstoff, Sauerstoff und Stickstoff gemachten Erfahrungen läßt sich der Unterschied zwischen einfachen und mehrfachen Funkenlinien nicht angeben. Sicherlich wird aber auch in diesem Falle eine Zuordnung nur im Zusammenhang mit der elektromagnetischen Analyse möglich sein.

Zu der im vorangehenden gemachten Verallgemeinerung geben die vielfachen Analogien zwischen den Kanalstrahlen des Wasserstoffs, Sauerstoffs und Stickstoffs eine gute Berechtigung; so stimmen z. B. für alle drei Gase die Zahlen der Geschwindigkeitsbereiche *b* und *c* überein. Ferner liegt der Theorie der Umladung positiver Wasserstoffatome von E. Rüchardt[1]) eine Auffassung sehr allgemeiner Art zugrunde.

Nach verschiedenen Beobachtungen sind die Bogenlinien bei niedrigen Spannungen intensiv, während die Funkenlinien erst bei höheren Spannungen intensiv werden. Vermutlich handelt es sich auch hier um das bei Wasserstoff gemessene Überwiegen der neutralen Atome bei niedrigen, der geladenen Atome bei hohen Spannungen. Außerdem ist die Anregungsspannung der Funkenspektren allgemein größer als die der Bogenspektren.

Eine offene Frage bleibt die Abhängigkeit der freien Weglänge der Leuchterregung von der Geschwindigkeit. Für die Messung dieser Größe bieten die Funkenlinien des Sauerstoffs oder Stickstoffs einfachere Bedingungen als die Balmerlinien, da in diesem Falle die Geschwindigkeitsverteilung des optischen Trägers elektromagnetisch direkt meßbar ist.

10. Der von J. Stark festgestellte und hier begründete Unterschied zwischen dem Dopplereffekt von Bogen- und Funkenlinien läßt sich bei anderen Elementen nachprüfen.

Der Dopplereffekt des Schwefels wurde von Stark und Künzer[2]) gemessen. Sie beobachteten den gleichen Unterschied zwischen Bogen- und Funkenlinien wie bei Sauerstoff und Stickstoff.

Auch bei den Linien des Aluminiums ist dieser Unterschied vorhanden. Die Bogenlinien sind bei niedriger Spannung relativ intensiv. Die Funkenlinien bleiben unterhalb 8000 Volt zum Teil unsichtbar, oberhalb dieser Spannung haben sie größeren Dopplereffekt als die Bogenlinien. Bei Chlor und Jod unterscheiden sich Bogen- und Funkenlinien im Dopplereffekt in der gleichen Weise.

Messungen an Helium[1]) hatten ursprünglich dazu geführt, die Duplet-Serien des Orthoheliums dem einfach, die Einfach-Serien des Parheliums dem zweifach geladenen Helium zuzuschreiben. Maßgebend waren die Unterschiede im Verhältnis zwischen ruhender und bewegter Intensität und in der Intensitätsverteilung im Dopplereffekt zwischen den Linien beider Seriensysteme, die sich bei Zusatz von Sauerstoff oder Jod ergaben. Obgleich dieses Verhalten sich nicht mit den an anderen Bogen- und Funkenlinien gemachten Beobachtungen deckt, glaubte Stark vor derselben Erscheinung zu stehen und ordnete daher die beiden Seriensysteme Trägern von verschiedener Ladung zu. Später[2]) nimmt er denselben Träger für beide Systeme an, nämlich das einfach positiv geladene Heliumatom, da sie die gleiche Anregungsspannung haben. Die Theorie fordert einen neutralen Träger.

Die Unterschiede an den Heliumlinien findet Stark nur, wenn dem Helium Sauerstoff oder Jod beigemischt wird. Da sein Kanalrohr keine Trennung besitzt, läßt sich nicht entscheiden, an welcher Stelle das fremde Gas seinen Einfluß ausübt und welcher Art dieser ist. Nach Versuchen von H. Krefft[3]) beruht der Einfluß eines fremden Gases zum größten Teil darauf, daß die Bedingungen im Kathodenfall verändert werden.

An der wasserstoffähnlichen Heliumlinie 4686, deren Träger das einfach geladene Heliumatom ist, wurde der Dopplereffekt von Rau[4]) beobachtet. Diese Linie besitzt einen größeren Dopplereffekt als die Linien des neutralen Heliums. Es bestätigt sich hier wiederum, daß der Unterschied im Dopplereffekt zwischen Bogen- und Funkenlinien eine allgemeine Erscheinung ist.

1) E. Rüchardt, Zeitschr. f. Phys. **15**, 164, 1923.
2) Stark und Künzer, Ann. d. Phys. **45**, 29, 1914.
1) Stark und Künzer, Ann. d. Phys. **40**, 499, 1913.
2) J. Stark, Jahrb. d. Rad. u. Elektr. **14**, 198, 1917.
3) H. Krefft, Ann. d. Phys. 1924.
4) H. Rau, Ann. d. Phys. 73, 268, 1924

(Eingegangen 24. Juni 1924.)

Digitized by Google

BESPRECHUNGEN.

F. Auerbach, Tonkunst und bildende Kunst vom Standpunkte des Naturforschers, Parallelen und Kontraste. gr. 8°. VIII u. 210 S. m. 80 Abbildungen. Jena, Gustav Fischer. 1924. M. 4.50, geb. M. 6.—.

Der bekannte Physiker will mit diesem Buch weitere Kreise aufklären über die physikalischen Grundlagen, auf denen die Tonkunst und die bildende Kunst beruhen, und über die Stellung, die der Naturforscher, wenn er musikalisch ist und mit dem Auge des Künstlers zu sehen versteht, zu den kunstwissenschaftlichen Fragen einnimmt.

Ohne Vorkenntnisse vorauszusetzen, gibt er zunächst eine Darstellung der in Betracht kommenden Abschnitte der Akustik und Optik. Dabei behandelt er zu jedem akustischen Grundbegriff und zu jeder akustischen Grunderscheinung sofort ihr optisches Gegenstück und fragt nach den Ähnlichkeiten und Verschiedenheiten. Seine Darstellung wird dadurch sehr abwechslungsreich und lebendig. Nur an wenigen Stellen hat man den Eindruck, daß er diesen und jenen etwas zu gewaltsamen Vergleich (z. B. den gewisser Farbenzusammenstellungen mit Dur- und Molldreiklängen) besser unterdrückt hätte.

Der Standpunkt Auerbachs ist in diesen grundlegenden Abschnitten wie in seinen früheren Veröffentlichungen auf diesem Gebiet, aus denen er manches wörtlich entnommen hat, ausgesprochen der des Physikers: Überall stellt er die Ergebnisse der rein physikalischen Untersuchungen in den Vordergrund der Betrachtungen; und wenn er zur Erörterung mehr ästhetischer Fragen übergeht, versäumt er nie, darauf hinzuweisen, daß er nunmehr den sicheren Boden verlasse. Für dieses vorsichtige Verfahren lassen sich gute Gründe anführen; es fragt sich aber, ob es nicht doch gerade die Leser des Werkchens enttäuschen wird, die aus ihm Belehrung und Anregung in künstlerischen Fragen schöpfen wollen. Besonders auf dem Gebiete der Farbenlehre als einer Lehre von den Farbempfindungen scheint es mir ganz unbestreitbar, daß die rein physikalische Betrachtungsweise wenig fruchtbar ist. Aber selbst von der Klanglehre gilt dies, wenn auch in geringerem Grade. Die Helmholtzsche „Lehre von den Tonempfindungen" muß hier als das bis jetzt unübertroffene Muster der Darstellung gelten. Sie ruht auf dem sicheren Boden physikalischer und physiologischer Erfahrung; aber sie läßt auch das Seelische zu voller Geltung kommen. Auerbachs Standpunkt ist ein einseitiger. Kennzeichnend scheint mir z. B. die überragende Stellung, die er der Helmholtzschen Schwebungstheorie der Konsonanz einräumt. Diese ist wohl begründet und zur Erklärung mancher Einzelheiten unentbehrlich. Trotzdem geht gerade aus den späteren äußerst feinsinnigen Abschnitten des Helmholtzschen Werks hervor, daß der Unterschied zwischen Konsonanz und Dissonanz, der den Musiker in erster Linie interessiert, weil er die Grundlage seiner Harmonielehre bildet, mit der größeren oder geringeren Rauhigkeit der Töne nicht das Geringste zu tun hat.

Zu den weniger gelungenen Abschnitten des Werkchens rechne ich die beiden letzten, in denen Auerbach den Rhythmus und die Melodie, die linienhafte, flächenhafte, räumliche Gestalt, endlich die allgemeineren Kunstfragen behandelt. Hier, wo das Physikalische hinter dem Seelischen immer mehr zurücktritt, hat der Naturforscher dem Künstler und Kunstwissenschaftler kaum noch viel zu sagen. Die ausführlichen Darlegungen Auerbachs über die Mannigfaltigkeit der möglichen Tonfolgen oder der möglichen Linienzüge und dergleichen werden die Gegenseite schwerlich davon überzeugen, daß die Betrachtung dieser Dinge vom Standpunkte des Naturforschers tiefe Aufschlüsse zu geben imstande sei. Wenn man in diesen Abschnitten trotzdem viele kluge und treffende Bemerkungen findet, so hat man dies dem Umstande zu danken, daß der Verfasser nicht nur Naturforscher, sondern offenbar zugleich ein ungewöhnlich vielseitiger Kunstkenner und Kunstsachverständiger ist.

Was die Sprache des Werkchens angeht, so wäre es unbillig, von einem Naturforscher, der anspruchslos über künstlerische Fragen schreibt, die bis in alle Einzelheiten hinein abgewogene, aufs äußerste gepflegte Sprache der guten Kunstschriftsteller zu erwarten. Ich stelle daher nur fest, daß die Darstellung Auerbachs überall flüssig, angenehm lesbar und vermutlich auch für den Nichtphysiker — von wenigen etwas zu fachlichen Stellen abgesehen — sehr leicht verständlich ist.

J. Wallot.

A. Hagenbach, Der elektrische Lichtbogen. (Handbuch der Radiologie, herausgegeben von E. Marx, 4. Band, 2. Teil.) Gr.-8°. XII u. 282 S. mit 130 Abb. 2. Aufl. Leipzig, Akademische Verlagsgesellschaft m.b.H. 1924. M. 9.—, geb. M. 12.—.

Einer der ersten, in zweiter Auflage erscheinenden Teile des Handbuches der Radiologie ist Hagenbachs Werk über den elektrischen Lichtbogen. Die Anlage der Darstellung ist dieselbe wie in der ersten Auflage. Sie ist geschrieben im Gedanken an den Physiker, nicht an den Techniker, wie es dem Charakter des ganzen Handbuchs entspricht. Dementsprechend werden die technischen Anwendungen des Lichtbogens nur kurz dargestellt. Jedoch zeigen auch auf diesem Gebiet die eingehenden Literaturangaben den Weg zu tieferem Eindringen. Neu hinzugekommen sind hier die Versuche zur Steigerung der Helligkeit des Lichtbogens durch Erhöhung der Stromdichte. Da über die erste Auflage in dieser Zeitschrift eingehend berichtet ist, seien hier vor allem die neu eingefügten Abschnitte besprochen. Gerade diese heben rein physikalische Fragen hervor. Umgearbeitet ist insbesondere die Darstellung des Bogenmechanismus vom ionentheoretischen Standpunkt. Dabei kommt die Anschauung der von Bohr begründeten Atomtheorie zur Geltung. Es kennzeichnet wohl den Stand unserer Kenntnis vom Lichtbogen, daß zwar einzelne Atomvorgänge, wie die ausführlich behandelte Einwirkung der Resonanz-Strahlung, sich gesondert verstehen lassen, ohne daß jedoch die Bedeutung dieses Vorganges für das Bestehen des Lichtbogens sich sicher abschätzen läßt. Die verschiedenen Vorgänge im Lichtbogen bei Luft von Atmosphärendruck greifen eben zu verwickelt ineinander. Die für die Atomphysik wichtigen Untersuchungen des Lichtbogens in reinen Gasen (*Hg*, *He*) werden nur kurz besprochen. Die Spektroskopie des Lichtbogens ist ein zu umfangreiches Gebiet, als daß sie mit dargestellt sein könnte. — Die Darstellung eines Handbuchs, das auf Vollständigkeit Anspruch erhebt, hat in anderen Fällen für den Leser mitunter etwas so Ermüdendes, daß er das Buch nur zum Nachschlagen verwenden wird. Demgegenüber ist es ein Vorzug von Hagenbachs Werk, daß trotz der

Digitized by Google

Vollständigkeit die klare und übersichtliche Darstellung zu zusammenhängender Lektüre auffordert. Den Wunsch erweckt aber auch das schönste Handbuch und gerade dies: hoffentlich schreibt der Verfasser auch einmal ein kurzes Lehrbuch, das den Außenstehenden in das Verständnis dieses Gebietes einführt.

Oldenberg.

W. Block, Handbuch der Technischen Meßgeräte. gr. 8°. 392 S. m. 88 Abbildungen. Berlin, Ausschuß für wirtschaftliche Fertigung (AwF). 1923.

In der Technik tritt häufig an den Forscher oder Meßingenieur die Forderung heran, Beobachtungen und Versuche auf einem ihm vielleicht etwas fernerliegenden Gebiete auszuführen. Im allgemeinen wird er sich dann an die ihm bekannten oder aus dem Inseratenteil der führenden Zeitschriften entnommenen Firmen wenden und auf Grund ihres Katalogmaterials seine Auswahl treffen. Diese Arbeit wollte der Ausschuß für wirtschaftliche Fertigung durch das in seinem Auftrage von dem Verf. bearbeitete Werk erleichtern. Auch der Physiker wird es gelegentlich zu Rate ziehen können, um zu sehen, welche Hilfsmittel ihm die Technik für manche Arbeiten zur Verfügung zu stellen vermag.

Der Aufbau des Buches ist systematisch gewählt und beginnt deshalb mit den Geräten zur Bestimmung der einfachen Größen, wie Zahlen, Winkel, Längen, Flächen, Räume, Massen und Zeiten. Daran schließen sich dann die abgeleiteten Einheiten der Mechanik, Akustik, Wärme, Optik, des Magnetismus und der Elektrizität; ein besonderer Abschnitt ist noch der Photographie als Meßgrundlage gewidmet. Zum Schluß sind ein Bezugsquellenverzeichnis, eine Zusammenstellung der Literatur und von vollständigen Versuchsanordnungen, sowie ein Sachregister (in deutsch, englisch, spanisch und französisch) angefügt.

In den einzelnen Abschnitten hat der Verf. eine ungeheure Stoffmenge mit großem Geschick verarbeitet. Restlos war aber die ihm gestellte Aufgabe, auf dem Umfange von 22 Bogen die sämtlichen technischen Meßgeräte zu beschreiben, nicht zu lösen, weil dies ein Ding der Unmöglichkeit ist. Technische oder physikalische Apparate sind nun einmal ohne Abbildung nicht verständlich zu schildern; dazu genügen auch nicht Photographien, wie sie zum Teil wiedergegeben sind, hier wären vielmehr gute schematische Darstellungen am Platze gewesen. Daß man sich nicht dazu entschließen konnte, ist wohl in der ungünstigen wirtschaftlichen Lage der Erscheinungszeit begründet gewesen. Der Verf. hat sich deshalb darauf beschränken müssen, auch ohne Abbildungen das Wesentliche in kurzen Worten anzugeben. Wer die betreffenden Instrumente kennt, wird hierdurch wieder eine gewisse Auffrischung seines Gedächtnisses empfangen; der Neuling aber wird diesen Ausführungen wohl ziemlich ratlos gegenüberstehen. Die Schuld daran trifft aber nicht, wie nochmals betont werden soll, den Verf., sondern liegt in der Unmöglichkeit der Lösung der Aufgabe.

Sehr zu bedauern ist, daß bewußt von einer kritischen Würdigung der einzelnen Geräte und Verfahren Abstand genommen ist. Dadurch wäre das Buch für den Käufer erst von richtigem Nutzen geworden. Auch hierfür ist aber der viel zu gering vorgesehene Umfang verantwortlich zu machen.

Daß bei der außerordentlich großen Menge von Stoff einige kleine Ausstände nicht ausbleiben können, ist wohl selbstverständlich; so entspricht vor allem die Schilderung der Gewindemessungen nicht dem jetzigen Stande der Forschung. Im allgemeinen aber kann das Buch als Nachschlagewerk — in dem oben erläuterten Sinne — durchaus empfohlen werden.

Berndt.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Berlin Dr. Adolf Hammerstein für Mathematik und Dr. Kurt Bennewitz, Assistent am Physikalisch-chemischen Institut, für Physik.

Ernannt: Der a. o. Professor an der Universität Bonn Dr. Georg Frerichs zum ord. Professor für pharmazeutische Chemie ebenda. Dr. J. Chadwick zum Assistant-Director für Radioaktivitätsforschung am Cavendish Laboratorium in Cambridge, der ord. Professor der Mathematik an der Universität Erlangen Dr. Heinrich Tietze in gleicher Eigenschaft an der Universität München, der a. o. Professor für physikalische Chemie an der Universität Zürich Dr. Victor Henri zum ord. Professor an derselben Hochschule, der bisherige Leiter des militärgeographischen Instituts des Staates Brasilien Dr. Arthur Freiherr von Hübl, Feldmarschalleutnant a. D., zum Dozenten für Photographie, Chemie und Vermessungswesen am militärgeographischen Institut in Wien (seiner früheren Wirkungsstätte), der ord. Honorarprofessor an der Technischen Hochschule Berlin und Präsident des Telegraphentechnischen Reichsamtes Dr. K. W. Wagner zum Mitglied des Kuratoriums der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.

Verliehen: Dem Privatdozenten an der Universtät Gießen Dr. Louis Dede die Amtsbezeichnnng Professor.

Berufen: Dr. Gustav Jansch von den Farbwerken Leverkusen zum ord. Professor für analytisch-anorganische Chemie an der Universität Bonn.

Gestorben: Der ord. Professor für höhere Geometrie an der Universität Turin Corrado Segre, der Regierungschemiker und Leiter des Regierungslaboratoriums Sir James Johnston Dobbie, der ord. Professor für pharmazeutische Chemie an der Universität Wien Dr. Josef Herzig, der a. o. Professor der Chemie an der Universität Leipzig Dr. Julius Wagner, der frühere Professor für Mathematik und Naturwissenschaften an den Universitäten Klausenburg und Budapest Dr. Melchior Palagyi (zuletzt in Darmstadt wohnhaft), der ord. Professor der Physik an der Deutschen Technischen Hochschule Brünn Dr. Gustav Jaumann, der Professor für physikalische Chemie am Polytechnikum zu Iwanowo-Wosnessensk Dr. W. Pastanogoff, der a. o. Professor der pharmazeutischen Chemie an der Universität Bonn Dr. Emil Mannheim.

Gesuche.

Physikochemiker, Dr. phil. (Physik)

mit reicher Erfahrung auf den verschiedensten Gebieten der physikalischen Chemie, viel literarisch tätig, z. Zt. im Laboratorium einer Röntgenfabrik, wünscht andere Tätigkeit: entweder als Assistent in einem wissenschaftlichen Institut oder im Laboratorium eines größeren Industriewerkes. Zuschriften erbeten unter **S. H. 631** an den Verlag der Physikalischen Zeitschrift (S. Hirzel) in Leipzig, Königstraße 2.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. F. Harms in Würzburg. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Digitized by Google

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

No. 15. 1. August 1924. Redaktionsschluß für No. 17 am 10. August 1924. 25. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

W. Tarassoff, Über die elektrische Natur der Adsorptionskräfte. S. 369.

M. v. Schwarz, Geschmolzener, blasenfreier Quarz, eine geschichtliche Richtigstellung. S. 374.

G. Joos, Über die Durchlässigkeit von Quarzglas. S. 376.

B. Gutenberg, Dispersion und Extinktion von seismischen Oberflächenwellen und der Aufbau der obersten Erdschichten. S. 377.

A. Gockel, Bemerkungen zum täglichen und jährlichen Gang des Potentialgefälles und des luftelektrischen Vertikalstromes. S. 381.

J. J. Tichanowsky, Der Polychrosïmus der Himmelspolarisation. S. 390.

L. Courvoisier, Noch einmal „Kosmische Refraktion". S. 391.

Besprechungen:

B. Dessau, Lehrbuch der Physik. S. 391.

J. A. Schouten, Der Ricci-Kalkül. S. 391.

F. Wittenbauer, Graphische Dynamik. S. 392.

Personalien. S. 392.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über die elektrische Natur der Adsorptionskräfte.

Die Adsorptionswärme und die Dielektrizitätskonstante.

Von W. Tarassoff.

(Mitteilung I.)

I.

Neuerdings beobachtet man auf dem Gebiete der Molekularphysik die äußerst bemerkenswerte Tendenz, die Kräfte der molekularen Gegenwirkung zu erklären. Ich habe hier jene schon im Augenblick große Zahl von Arbeiten im Auge, in denen diese Kräfte als Kräfte elektrostatischen Charakters behandelt werden. Die Richtigkeit einer solchen Konzeption kann bestritten werden, da wir, abgesehen von den elektrostatischen Kräften, Grund haben, ein Vorhandensein von elektrodynamischen Gegenwirkungen vorauszusetzen[1]). Anderseits jedoch zwingt uns eine ganze Reihe neuester Arbeiten, unter denen besonders die Arbeiten von M. Born und Debye, und speziell auf dem Gebiete der Adsorptionskräfte die Arbeiten von B. Iliin[2]) hervorzuheben sind, die elektrostatischen Vorstellungen molekularer Kräfte anzunehmen, in Anbetracht ihrer großen prinzipiellen Einfachheit und ihrer vorzüglichen Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen.

Vorliegende Arbeit bezweckt die einfache Abhängigkeit zwischen der Adsorptionswärme und der Dielektrizitätskonstante des zu adsorbierenden Stoffes festzustellen, was die elektrische Natur oder Adsorption beweist.

1) P. Lebedeff, Gesammelte Schriften.

2) B. Iliin, Die elektrische Natur der Adsorptionskräfte. Vortrag im Physik. Inst. des Mosk. Wissensch. Instit., Dezember 1920; B. Iliin, Zur Theorie der Adsorptionserscheinungen; Bericht des dritten Mendeljeffschen Kongresses, Petrograd Mai 1922. B. Iliin, Adsorption Forces and their Electrical Natur. Phil. Mag. **48**, 193, 1924.

II.

Die Adsorptionserscheinungen der Gase bestehen wie bekannt darin, daß, wenn wir einige feste Körper, sogenannte Adsorbenten, mit Gas zusammenbringen, an ihrer Oberfläche in einer wahrscheinlich äußerst dünnen Schicht des Adsorbenten, Verdichtung des Gases entsteht. Bei der Adsorption können wir natürlich eine Wärmeausscheidung als gewöhnliche Folge der Gasverdichtung beobachten. Wie Eucken[1]) nachgewiesen hat, müssen wir den Wärmeeffekt bei der Adsorption als identische Größe mit der Adsorptionspotentiale der adsorbierenden Oberfläche annehmen. Eucken geht bei seiner Arbeit von der allgemeinen Vorstellung über die bei der Adsorption wirkenden Kräfte aus, ohne auf ihre nähere Natur einzugehen. Die Abhängigkeit der Adsorptionspotentiale φ von dem Abstande R der Adsorptionsoberfläche drückt er durch die Formel

$$\varphi = \frac{a}{R^m}$$

aus, wo a und m Konstante sind.

In der weiteren Ausführung wird eine Formel für die Adsorptionswärme Q gegeben werden, und folglich auch für die Adsorptionspotentiale φ auf Grund der elektrostatischen Voraussetzung über die Natur des Adsorptionsfeldes der Oberfläche.

III.

Stellen wir uns die Oberfläche irgendeines sich im Vakuum befindlichen Adsorbenten vor,

1) Berichte d. Deutschen Phys. Ges. 1914, Heft 7.

Digitized by Google

die von einem elektrischen Felde umgeben ist, das durch die Elemente der Struktur eines festen Körpers (des Adsorbenten), welcher sich an seiner Oberfläche befindet, gebildet ist. Die Energie des elektrostatischen Feldes wird durch die bekannte Formel

$$u_1 = \int_0^{\infty} \frac{E_0^2}{8\pi} d\nu \qquad (1)$$

ausgedrückt, in der E_0 die Intensität des Feldes in einem beliebigen Punkte desselben und $d\nu$ die Elemente des Volumens sind. Ziehen wir in Betracht, daß die Intensität des Feldes sich nur in der Richtung von der Oberfläche des Adsorbenten ändert, und daß sie bedingungsweise die Integrierung in einem gewissen Abstande R_0 von der Oberfläche unterbricht, über das hinaus wir die Größe der Intensität praktisch gleich Null annehmen, so erhalten wir:

$$u_1 = S \int_0^{R_0} \frac{E_0^2}{8\pi} dR, \qquad (2)$$

wo S die Oberfläche des Adsorbenten ist.

Betrachten wir jetzt die Veränderung der Energie des Feldes des Adsorbenten, welche infolge der Adsorption irgendeines Gases entsteht. Wir bezeichnen die Dielektrizitätskonstante des adsorbierten Gases mit ε.

Da nach der Adsorption sich das ganze Volumen des elektrischen Feldes des Adsorbenten mit Gas füllt, so erhalten wir jetzt anstatt der Gleichung (2) folgende:

$$u_2 = S \int_0^{R_0} \frac{\varepsilon E_1^2}{8\pi} dR, \qquad (3)$$

in der die Größe E_1 die Intensität des Feldes innerhalb des adsorbierten Gases ist.

Da es bekannt ist, daß

$$\varepsilon E_1 = E_0$$

(hier muß darauf hingewiesen werden, daß die Größen E_0 und E_1 gewisse mittlere Werte der Intensität im Felde des Adsorbenten sind), so kann man die Formel (3) in folgender Weise ausdrücken:

$$u_2 = \frac{S}{\varepsilon} \int_0^{R_0} \frac{E_0^2}{8\pi} dR. \qquad (4)$$

Ziehen wir (4) von (2) ab, so finden wir eine Veränderung der potentiellen Energie:

$$\Delta u = u_1 - u_2 = S \int_0^{R_0} \frac{E_0^2}{8\pi} dR \cdot \left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right). \qquad (5)$$

Angenommen, daß die Innenenergie des Gases bei der Adsorption konstant bleibt, können wir die Größe Δu dem Wärmeeffekten der Adsorption einer gegebenen Menge Gases gleichsetzen. Wenn wir die Größe

$$S \int_0^{R_0} \frac{E_0^2}{8\pi} dR$$

mit A bezeichnen, so erhalten wir die einfache Formel für die Größe des Wärmeeffekten der Adsorption, als Funktion der Dielektrizitätskonstante des zu adsorbierenden Stoffes:

$$Q = A\left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right). \qquad (6)$$

Um der eben erhaltenen Formel ein praktisches Interesse zu verleihen, müssen wir die unbekannte Größe ε der Dielektrizitätskonstante des adsorbierten Gases durch dieselbe Größe ε_0 bei Normaldruck ersetzen. Zu diesem Zwecke bedienen wir uns der bekannten Erscheinung der Elektrostriktion der Gase. Es ist bekannt, daß unter Einwirkung des elektrischen Feldes das Volumen des Gases abnimmt, wobei die Volumveränderung v durch die Formel

$$\Delta v = v_0 - v_1 = \frac{1}{8\pi} E_0^2 W \frac{\partial \varepsilon}{\partial p} \qquad (7)$$

ausgedrückt wird, in der W das Potential der Oberfläche ist, welche die Gasverdichtung hervorruft; v_0 ist das Anfangsvolumen, v_1 das Volumen nach der Adsorption.

Für einen gegebenen Adsorbenten nehmen wir die Größe $\frac{1}{8\pi} E_0^2 W$ in der Formel (7) als konstant an, d. h.

$$\frac{1}{8\pi} E_0^2 W = \text{const} = \alpha,$$

dann ist

$$\Delta v = v_0 - v_1 = \alpha \frac{\partial \varepsilon}{\partial p}. \qquad (8)$$

Für Gase ist die Gleichung von Lorentz-Lorenz bekannt:

$$\frac{\varepsilon_0 - 1}{\varepsilon_0 + 2} \cdot \frac{1}{p_0} = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \cdot \frac{1}{p} = \text{const.}$$

Ziehen wir in Betracht, daß für Gase die Größe der Dielektrizitätskonstante nahe 1 ist, so schreiben wir die Gleichung in einfacherer Weise:

$$\varepsilon - 1 = (\varepsilon_0 - 1) \frac{p}{p_0}. \qquad (9)$$

Daraus finden wir die Größe $\frac{\partial \varepsilon}{\partial p}$ und erhalten durch Substituieren in (8):

$$\Delta v = v_0 - v_1 = \frac{\alpha}{p_0} (\varepsilon_0 - 1), \qquad (10)$$

Digitized by Google

woraus

$$\frac{v_1}{v_0} = \frac{p_0}{p_1} = 1 - \alpha'(\varepsilon_0 - 1), \qquad (10')$$

in der $\alpha' = \frac{\alpha}{v_0 p_0}$.

Substituieren wir die Größe $\frac{p_0}{p_1}$ aus (10') in (9), so erhalten wir:

$$\varepsilon - 1 = \frac{\varepsilon_0 - 1}{1 - \alpha'(\varepsilon_0 - 1)}. \qquad (10'')$$

Das ist eine angenäherte Gleichung, die den Zusammenhang zwischen der Dielektrizitätskonstante bei Normaldruck und bei einem Druck p im adsorbierten Zustande dartut.

Für zwei Gase, deren Dielektrizitätskonstanten im adsorbierten Zustande gleich ε' und ε'' sind, erhalten wir demnach von der Gleichung (6) ausgehend:

$$\left.\begin{aligned} Q' &= A\left(1 - \frac{1}{\varepsilon'}\right), \\ Q'' &= A\left(1 - \frac{1}{\varepsilon''}\right), \end{aligned}\right\} \qquad (11)$$

bei Adsorption einunddesselben Adsorbenten.

Dividieren wir die erste Gleichung durch die zweite, so erhalten wir:

$$\frac{Q'}{Q''} = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} \cdot \frac{\varepsilon' - 1}{\varepsilon'' - 1}. \qquad (12)$$

Unter Benutzung der Gleichung (10'') erhalten wir:

$$\frac{Q'}{Q''} = \frac{\varepsilon_0''}{\varepsilon_0'} \cdot \frac{\varepsilon_0' - 1}{\varepsilon_0'' - 1} \cdot \frac{1 - \alpha'(\varepsilon_0'' - 1)}{1 - \alpha'(\varepsilon_0' - 1)}. \qquad (13)$$

Es stellt sich heraus, daß wir uns praktisch einer einfacheren Gleichung bedienen können:

$$\frac{Q'}{Q''} = \frac{\varepsilon_0' - 1}{\varepsilon_0'' - 1}. \qquad (14)$$

Oder, das erhaltene Ergebnis in Worten ausgedrückt, können wir sagen, daß die Adsorptionswärme zweier Gase sich wie ihre Dielektrizitätskonstanten um 1 vermindert verhalten.

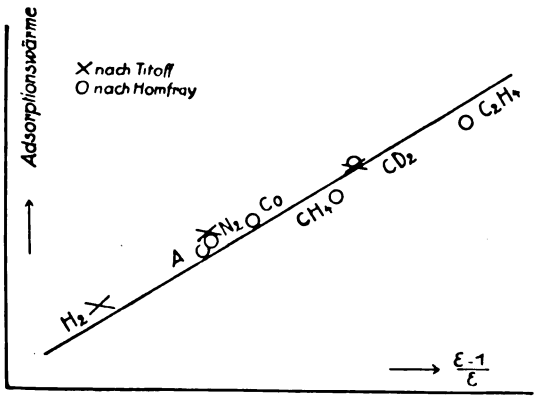
Demnach muß zwischen der Größe $\varepsilon - 1$ und der Adsorptionswärme des Gases eine lineare Abhängigkeit existieren. Die unten angeführte Tabelle und die graphische Darstellung (Fig. 1) zeigen uns, inwieweit das von uns erhaltene Ergebnis tatsächlich gerechtfertigt ist. Die Adsorptionswärme in der hier angeführten Tabelle sind den Arbeiten Homfrays[1]) und A. Titoffs[2]) entnommen.

1) Zeitschr. f. Phys. Chemie. **74**, 129, 1910.
2) A. Titoff, „Über die Adsorption der Gase durch Kohle". Moskau 1910.

Tabelle I (Fig. 1).

Dielektrizitätskonstante ε und die Adsorptionswärme Q.

Adsorbierte Gase	Dielektrizitätskonstante ε	Adsorptionswärme Q nach J.H. Homfray	Adsorptionswärme Q nach A. Titoff
H_2	1,000264	—	2408
Ar	557	3993	—
N_2	581	4270	4460
CO	695	4860	—
CH_4	944	5570	—
CO_2	985	6560	6467
C_2H_4	1312	7800	—



IV.

Es wird hier am Platz sein, noch auf die Möglichkeit einer anderen Formulierung des erhaltenen Ergebnisses hinzuweisen, da dieselbe ein gewisses selbständiges Interesse haben kann.

Gehen wir von der Quanten- und Elektronentheorie Cromptons[1]) aus, so erhalten wir einen einfachen Zusammenhang zwischen der Dielektrizitätskonstante des Gases und seiner Ionisationspotentiale ν_0. Die von Crompton erhaltenen Ergebnisse lassen sich in der einfachen Formel

$$\nu_0 = \frac{0{,}194}{\sqrt{\varepsilon_0 - 1}}$$

ausdrücken.

Wenn wir dieselben mit dem von uns erhaltenen Ergebnisse

$$Q \sim (\varepsilon_0 - 1) \cdot A \qquad (15)$$

vergleichen, so erhält man eine einfache Abhängigkeit zwischen der Adsorptionswärme und der Ionisationspotentiale des zu adsorbierenden Gases. Wir erhalten:

$$Q\nu_0^2 = \text{const}, \qquad (16)$$

d. h. das Produkt der Adsorptionswärme und des Quadrats der Ionisations-

1) Physikal Review (2) **8**, 413, 1916.

Digitized by Google

potentiale ist eine konstante Größe für einen gegebenen Adsorbenten.

V.

Ich möchte noch einiges über die Möglichkeit der Anwendung obenerwähnter Theorie bei einer anderen Gruppe von Erscheinungen sagen. Ich habe jene Erscheinungen des Wärmeeffekts im Auge, welche infolge der Benetzung unlöslicher Pulver mit verschiedenen Flüssigkeiten hervorgerufen werden.

Die Kategorie der sich hierauf beziehenden Erscheinungen ist von Pouillet[1]) im Jahre 1822 entdeckt und späterhin von einer Reihe Autoren[2]) untersucht worden. Es wurde festgestellt, daß die Größe des Wärmeeffekts sowohl von der Natur des benetzten Pulvers als auch von der Natur der zur Benetzung angewandten Flüssigkeit abhängt.

Wir versuchen jetzt dieselben elektrischen Vorstellungen wie die oben angeführten auf eine gegebene Erscheinung anzuwenden. Ohne die Größe der Verdichtung, d. h. die Veränderung der Flüssigkeitsdichte bei der Adsorption (richtiger Benetzung) zu berücksichtigen, können wir uns in diesem Falle einfach der Formel (6) bedienen, um die Benetzungswärme auszudrücken, wo ε die Dielektrizitätskonstante der Flüssigkeit ist.

Wir können also den Wärmeeffekt durch die Formel:

$$Q = A'\left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right) \qquad (17)$$

ausdrücken, wo A' die für jedes Pulver charakteristische Konstante ist.

Für zwei Flüssigkeiten, deren Dielektrizitätskonstanten gleich ε_1 und ε_2 und deren Benetzungswärmen (für einunddasselbe Pulver) $Q_,$ und $Q_{,,}$ sind, erhalten wir:

$$\left.\begin{aligned} Q_, &= A'\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_,}\right), \\ Q_{,,} &= A'\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_{,,}}\right). \end{aligned}\right\} \qquad (18)$$

Dividieren wir die erste Gleichung durch die zweite, so finden wir:

$$\frac{Q_,}{Q_{,,}} = \frac{\varepsilon_{,,}}{\varepsilon_,} \cdot \frac{\varepsilon_, - 1}{\varepsilon_{,,} - 1}. \qquad (19)$$

Hierbei kann man die Größe $\frac{\varepsilon_{,,}}{\varepsilon_,}$ nicht unberücksichtigt lassen, wie das früher geschah, weil die Größe ε für Flüssigkeiten ziemlich bedeutende Werte erreicht.

1) Ann. chim. et phys. **22**, 141, 1822.
2) z. B. Schwalbe, Ann. d. Phys. (4) **16**, 32, 1905.

Weiter unten bringen wir die Tabelle für die Benetzungswärmen des Floridins mit verschiedenen Flüssigkeiten. Die Wärmen sind in kleinen Kalorien, auf ein Gramm Pulver, gegeben und sind den Arbeiten von Gurwitsch[1]) entnommen. In der zweiten Rubrik befinden sich die Dielektrizitätskonstanten der Flüssigkeiten (Landolt-Börnstein).

Tabelle II.

Stoff	ε	Q
Wasser	81	30,1
Azeton	21,5	27,3
Amylalkohol	16,7	10,9
Anilin	7,3	13,4
Chloroform	5,1	8,4
Äthyläther	4,4	10,5
Benzol	2,3	5,6
Tetrachlorkohlenstoff	2,3	4,6
Amylen	2,2	(57,1[2])
Hexan	1,9	3,9

Aus der angeführten Tabelle ist ersichtlich, daß zwischen den Größen ε und Q tatsächlich ein Parallelismus beobachtet wird. Die starke Abweichung für einen der Stoffe (Amylen) kann man durch die Polymerisation dieses Stoffes erklären, worauf auch Gurwitsch[2]) hinweist.

Man muß jedoch bemerken, daß die Resultate bezüglich der quantitativen Übereinstimmung der Experimentalgrößen mit den nach der Formel (17) berechneten Größen nicht genügend zufriedenstellend sind. Diese Tatsache beweist die Notwendigkeit, die Theorie für den gegebenen Fall zu entwickeln. Zu dem Behuf muß man zugeben, daß die Oberflächenenergie des Adsorbenten, die durch die Größe A' in der Formel (17) ausgedrückt ist, eine zunehmende Funktion von der Dielektrizitätskonstante der zu adsorbierenden Flüssigkeit ist:

$$A' = F(\varepsilon). \qquad (20)$$

Geht man von der modernen Theorie der Struktur der festen Körper aus, so kann man dieses Resultat aus der Betrachtung über die Gegenwirkung des adsorbierten Dielektrikums und der Elemente der Oberflächenstruktur der Adsorbenten erhalten. In der Folge hoffe ich die Theorie dieser Erscheinung zu bringen.

VI.

Eine eigenartige Anwendung der obigen Ausführung besteht in der Möglichkeit, die hier entwickelten Gesichtspunkte auf die Verdrängungserscheinungen bei der Adsorption von Flüssigkeiten anzuwenden.

1) Kolloid-Zeitschr. **32**, 13, 1923; H. 2, S. 80.
2) l. c.

Digitized by Google

Gesetzt den Fall, wir haben zwei Flüssigkeiten, deren Dielektrizitätskonstanten gleich ε_1 und ε_2, und deren Benetzungswärmen Q_1 und Q_2 sind. Dann ist:

$$Q_1 = A'\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_1}\right),$$

$$Q_2 = A'\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_2}\right),$$

und

$$Q_1 = Q_2 = A'\left(\frac{1}{\varepsilon_2} - \frac{1}{\varepsilon_1}\right). \qquad (21)$$

Aus der Gleichung (21) ergibt sich die einfache Formulierung der Verdrängungsregel.

Nämlich:

$$\text{bei } \frac{1}{\varepsilon_2} - \frac{1}{\varepsilon_1} > 0, \text{ d. h. bei } \varepsilon_1 > \varepsilon_2$$

verdrängt der Stoff I den Stoff II und umgekehrt:

$$\text{bei } \frac{1}{\varepsilon_2} - \frac{1}{\varepsilon_1} < 0, \text{ d. h. bei } \varepsilon_1 < \varepsilon_2$$

verdrängt der Stoff II den Stoff I. Mit einem Wort, immer der Stoff wird adsorbiert, der die größte Dielektrizitätskonstante hat.

Die Verdrängungserscheinungen bei Adsorption von Flüssigkeiten veranschaulicht die in der Natur bekannte Dichteverminderung des Erdöls bei seinem Eindringen aus der oberen Bodenschicht in die inneren, tiefer gelegenen Schichten. Es ist bekannt, daß Proben von Erdöl, die einer und derselben Lagerstätte entnommen sind, aber in verschiedenen Tiefen, verschiedene Dichte[1]) haben. Diese Erscheinung erklärt sich aus der Adsorption der schwereren Bestandteile des Erdöls während seines Filtrierens durch die adsorbierungsfähige Bodenschicht. Die Tatsache, daß gerade die schwersten Bestandteile des Erdöls adsorbiert werden, erklärt sich aus dem Zusammenhange mit der oben erwähnten Verdrängungsregel, wenn wir bedenken, daß gerade diese Teile die größte Dielektrizitätskonstante haben müssen, da zu den Bestandteilen des Erdöls homologe Reihen gehören (C_nH_{2n+2}, C_nH_{2n}, C_nH_{2n-2} usw.), deren Eigenschaften beim Übergang von den niederen zu den höchsten Gliedern der Reihe regelmäßig ansteigen[2]). Kraft dieses regelmäßigen Ansteigens der Eigenschaften werden die Glieder mit größerem Molekulargewicht, d. h. die höchsten Glieder der Reihe, gleichzeitig sowohl größere Dichte als auch größere Dielektrizitätskonstante haben. Auf Grund des Gesagten geht Adsorption der dichtesten Bestandteile des Erdöls vor sich, folglich auch Dichteverminderung beim Eindringen in die Tiefe.

1) Siehe Bogdanowitsch, Aufzeichnungen über die Erdöllagerstätten, S. 16 u. folg. Staatsverlag Petrograd 1921.

2) Ebenda.

VII.

Ich erlaube mir noch einige allgemeine Betrachtungen in bezug auf die Bedeutung der Fragen, die mit der Untersuchung der Adsorptions- und Benetzungswärmen vom elektrostatischen Standpunkte aus verbunden sind, für die heutige elektrische Theorie der Oberflächenenergie der festen Körper anzuführen.

Die Adsorptionserscheinungen im Lichte der elektrischen Vorstellungen geben uns eine äußerst wertvolle Methode, die Oberflächenenergie zu bestimmen.

Die Größe der Oberflächenenergie fester Körper läßt sich sehr schwer experimentell bestimmen. Anderseits ist die Bedeutung dieser Größe sehr wesentlich in einer ganzen Reihe von Problemen, unter denen man besonders die Fragen, die mit der Prüfung der Größe der Oberflächenenergie zusammenhängen, unterstreichen muß; diese Größe wird nach der Bornschen Methode aus der Theorie der Kristallgitter berechnet.

Außerdem stehen die Fragen, die mit der Härte (Widerstand auf Bruch), wie auch mit dem Schmelzpunkte verknüpft sind, im engen Verhältnis zur Größe der Oberflächenenergie fester Körper. Obgleich die Adsorptionswärme nur eine Variation der Oberflächenenergie des elektrischen Feldes des Adsorbenten vorstellt, d. h.

$$Q = \Delta u$$

ist, so kann doch unter Benutzung der Formel (5) ihre allgemeine Bedeutung bestimmt werden, d. h. die Größe der ganzen Energie des Adsorbenten.

Schreiben wir die Formel (5) von neuem:

$$Q = \Delta u = S\left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right)\int_0^{R_0} \frac{E_0^2}{8\pi} dR. \qquad (5)$$

Wenn wir $\varepsilon = \infty$ annehmen, d. h. wenn wir uns vorstellen, daß das ganze Volumen des Feldes von einem Leiter ausgefüllt ist, so erhält die Gleichung (5) folgendes Aussehen:

$$Q_\infty = S\int_0^{R_0} \frac{E_0^2}{8\pi} dR.$$

Die Größe Q_∞ stellt die ganze Oberflächenenergie des Adsorbenten dar.

Wenn die Größen ε und Q in der Gleichung (5) bekannt sind, so kann man aus ihr die Größe Q_∞ erhalten:

$$Q_\infty = \frac{Q}{1 - \frac{1}{\varepsilon}}.$$

Digitized by Google

Demnach erhalten wir für Kohle, die A. Titoff benutzte, eine Größe der Oberflächenenergie von:

$$Q_\infty = 6{,}8 \cdot 10^6 \text{ cal.}$$

Hierbei ist die Größe Q_∞ auf eine Oberfläche, die imstande ist, 1 Mol Gas zu adsorbieren, berechnet.

Leider bleibt die Frage der Größenbestimmung der adsorbierenden Oberfläche, obgleich im höchsten Grade brennend, doch bis zum heutigen Tage nicht vollkommen befriedigend gelöst, ungeachtet der in dieser Richtung gemachten Versuche.

Anderseits ist das sich auf die Adsorptions- und Benetzungswärmen beziehende Material selbst noch zu gering und unzuverlässig. Daher erachten wir es für eine unaufschiebbare experimentelle Aufgabe der allernächsten Zeit, die Adsorptionswärme der Gase und Flüssigkeiten für kristallische Adsorbenten mit streng bestimmter Oberfläche S festzustellen.

Das Ergebnis solcher Messungen wird uns die Möglichkeit geben, die Größe der Oberflächenenergie eines beliebigen festen Körpers festzustellen und damit ein übriges Mal den tatsächlichen Richtigkeitsbefund der elektrischen Theorie der kristallischen Strukturen zu beweisen.

Zum Schluß der vorliegenden Arbeit erachte ich es für eine angenehme Pflicht, dem hochverehrten Herrn Prof. B. Iliin, meinem hochgeschätzten Lehrer, meinen herzlichsten Dank auszusprechen für seine wertvollen Ratschläge und für sein Wohlwollen, das er meiner Arbeit entgegengebracht hat.

(Eingegangen 10. Juli 1924.)

Geschmolzener, blasenfreier Quarz, eine geschichtliche Richtigstellung.

Von M. v. Schwarz.

Unter Titeln wie: „Eine Aufsehen erregende Erfindung“, „Wunder des geschmolzenen Quarzes“ u. ä. wurden in letzter Zeit in Amerika Berichte veröffentlicht, daß es dem zweiten Direktor der General Electric Company, E. Berry und seinen Mitarbeitern nach zehnjährigen Bemühungen nun gelungen sei, Quarz im elektrischen Ofen zu blasenfreien Stücken zu schmelzen. Leider wurden diese Nachrichten von zahlreichen deutschen Zeitschriften und Tageszeitungen kritiklos übernommen.

Es muß aber richtiggestellt werden, daß das Schmelzen von Quarz schon vor mehr als elf Jahren von Ingenieur Hugo Helberger in München technisch soweit ausgebildet worden ist, daß damit etwa faustgroße, blasenfreie und auch spannungsfreie Quarzstücke für optische Zwecke hergestellt werden konnten. H. Helberger erhielt auf seine Patentanmeldung: „Verfahren zum Schmelzen von Quarz“, die am 10. Dezember 1913 erfolgt war, das Deutsche Reichspatent Nr. 310134, Klasse 32 A, Gruppe 35. Helberger benutzte zu seinen Schmelzungen einen selbstgebauten elektrischen Ofen, der zuerst im Vakuum arbeitet, um den zähflüssigen, geschmolzenen Quarz möglichst zu entgasen, dann aber unter hohen Gasdruck gesetzt werden kann, so daß wirklich dichte, schlieren- und blasenfreie Quarzstücke damit erschmolzen werden können. Jahrelange, sehr schwierige Versuche hatten dieses früher für unerreichbar gehaltene Ziel in zäher Ausdauer erreichen lassen. Da ich die Entwicklung dieses Verfahrens seit seinen ersten Anfängen verfolgt habe, sehe ich mich veranlaßt, diese geschichtliche Richtigstellung zu machen. Soweit man es aus den vorliegenden amerikanischen Berichten entnehmen kann, arbeiten nun die Amerikaner genau nach dem von H. Helberger beschriebenen Verfahren und um dies nachzuahmen, brauchten sie offenbar zehn Jahre. Das Helbergersche Arbeitsverfahren ist in der Patentschrift genau beschrieben und lautet: „Die Herstellung von blasenfrei geschmolzenem Quarz, wie solcher für optische Instrumente benutzt wird, ist mit den größten Schwierigkeiten verknüpft, da die Entfernung einmal im Quarz befindlicher Luftblasen infolge der Zähigkeit des geschmolzenen Quarzes zurzeit ausgeschlossen ist. Es sind in dieser Hinsicht viele Versuche angestellt worden und ist auch eine ganze Reihe von Verfahren, welche teils Vakuum, teils Kompression benutzen, druckschriftlich bekannt“.

„Während alle bisher bekannten Verfahren entweder in der Leere oder unter Druck schmelzen, beruht mein Verfahren darauf, die beiden Mittel zu vereinigen. Zu diesem Behufe ist folgende Anordnung getroffen worden: In einem vollständig luftdicht verschlossenen Gefäß, das inbezug auf Dichtheit und Luftleere bei hohem Druck geprüft sein muß, wird nötigenfalls zerkleinerter Quarz in einem Tiegel elektrisch geschmolzen. Ehe die Schmelze beginnt, muß in dem Raum Luftleere herrschen; die Pumpe muß während des ganzen Prozesses arbeiten, da die sich bildenden Dämpfe und Gase sonst die Leere vermindern würden.

Sobald die Schmelze erreicht ist, wird die Pumpe abgestellt, das entsprechende Ventil geschlossen und ein anderes geöffnet, das gepreßtes Gas in denselben Raum einströmen läßt, z. B. Kohlensäure. Der Schmelzprozeß darf hierbei nicht unterbrochen werden, vielmehr soll

Digitized by Google

eine Zeitlang die Schmelze unter Druck bestehen bleiben.

Das Schmelzen in der Leere soll naturgemäß das Zusammenfließen der einzelnen Quarzteilchen ohne neue Lufteinschlüsse bewirken. Es entwickeln sich aber in den einzelnen Quarzstückchen kleinere Gasbläschen, die rings von der Masse umgeben sind und die nicht abgesaugt werden können. Diese Gasbläschen dehnen sich infolge der hohen Temperatur während des Schmelzens beträchtlich über den Umfang hin

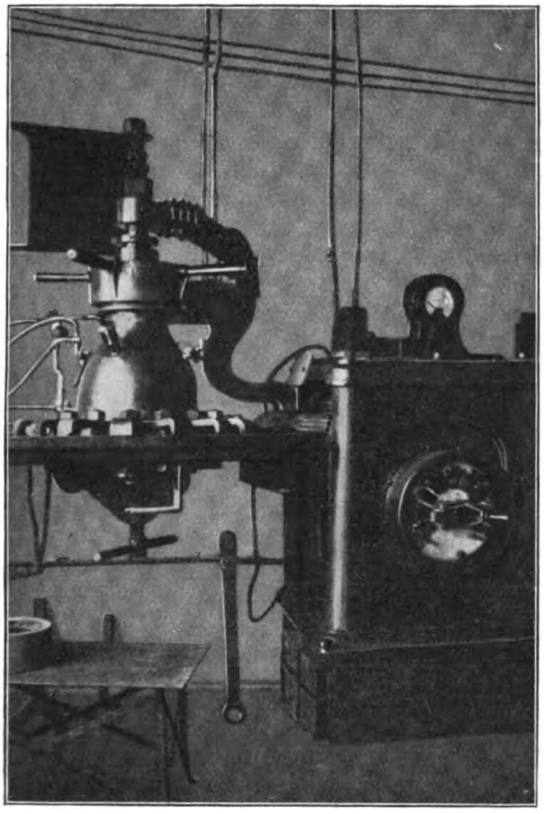


Fig. 1. Der Helbergersche Vakuum- und Druckofen zum Quarzschmelzen.

aus, den sie bei gewöhnlicher Temperatur haben würden, und können sich, wenn die Schmelze später von außen erkaltet, nicht mehr zusammenziehen, da es die Zähigkeit des erstarrenden Quarzes nicht gestattet. Nach dem Erkalten würde in diesen Blasen ein starker Minderdruck herrschen. Dies ist nachzuweisen, da Luftblasen an der Oberfläche von geschmolzenem Quarz mit lautem Krach zerspringen, ähnlich wie eine Glühlampe, wenn man sie zerstört. Der Minderdruck in den Luftblasen bedingt aber starke Spannungen in dem umgebenden Quarzglase und ungleiches Lichtbrechungsvermögen.

Es muß also ein Überdruck angewendet werden, um diese Gasbläschen auf den Raum einzuschränken, den sie bei gewöhnlicher Temperatur haben würden. Hierzu ist praktisch ein Druck erforderlich, der den berechneten Druck von beiläufig 8 Atm., je nach der Größe der

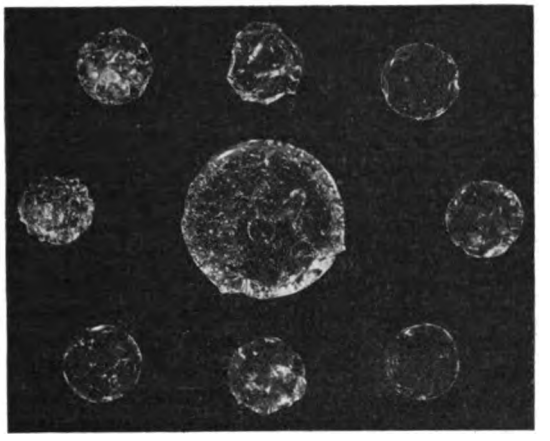


Fig. 2. Geschmolzene Quarzstücke im Helbergerofen hergestellt (etwa in $^1/_3$ der natürlichen Größe).

Schmelze, mehr oder weniger übersteigt, was mit der Zähigkeit der Masse zusammenhängt. Nach bisherigen Erfahrungen sind bei plattenförmigen Schmelzen von 1—2 cm Dicke etwa 12 Atm. angemessen.

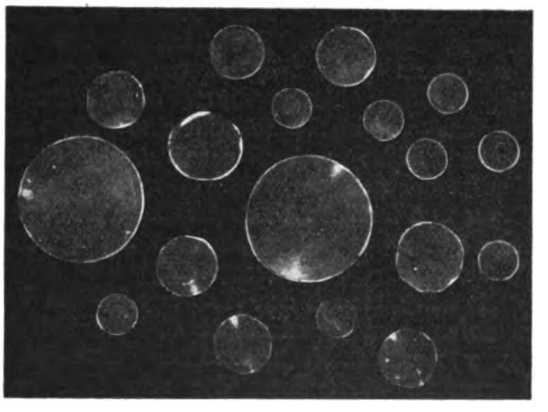


Fig. 3. Geschliffene Quarzstücke nach dem Helbergerschen Verfahren geschmolzen.

Ein unter zu hohem Druck erkaltetes Quarzstück muß naturgemäß eine große innere Spannung besitzen, die es für optische Zwecke untauglich macht. Jedoch wirkt eine Überschreitung des Druckes nicht in demselben Maße schädlich, wie eine Überschreitung entsprechend der Tatsache, daß eine Gasblase bei 10 Atm. $^1/_{10}$ desjenigen Volumens besitzt, wie bei 1 Atm., daß dagegen eine weitere Steigerung

Digitized by Google

um 10 Atm. das Volumen nur noch auf die Hälfte reduziert.

Patentansprüche: 1. Verfahren zum Schmelzen von Quarz, dadurch gekennzeichnet, daß derselbe in einem Raum elektrisch geschmolzen wird und mit gepreßtem Gas gefüllt bleibt, bis der Quarz erstarrt ist. Dies zu dem Zweck, ein blasenfreies Schmelzgut zu erhalten.

2. Verfahren zum Schmelzen von Quarz nach Anspruch 1, bei dem der der Leere folgende Gasdruck so bemessen ist, daß er die eingeschlossenen Gasblasen zwingt, den Raum einzunehmen, den sie bei gewöhnlicher Temperatur eingenommen hätten. Dies zu dem Zweck, Innenspannungen in dem Schmelzgut zu vermeiden".

Auch auf die wissenschaftliche und wirtschaftliche Bedeutung des Quarzes hatte H. Helberger schon hingewiesen, denn gerade diese waren es, die ihn zu den Versuchen angeregt hatten. Die hohe Lichtdurchlässigkeit des Bergkristalls und des geschmolzenen Quarzes, insbesondere für die chemisch wirksamen „ultravioletten Strahlen" war zwar schon sehr lange bekannt, doch konnten bis zu Helbergers Arbeiten keine größeren, blasenfreien Stücke aus geschmolzenem Quarz hergestellt werden. Gerade für die jetzt immer mehr Beachtung erlangende Lichttherapie ist das geschmolzene Quarz von hervorragender Bedeutung, denn wir haben sonst, außer Bergkristall, keinen Stoff, der in so hohem Maße lichtdurchlässig ist. H. Helberger hatte auch schon daran gedacht, die Fenster in Krankenhäusern, sowie in Treibhäusern aus geschmolzenem Quarz anzufertigen, doch wurden diese Arbeiten leider durch den Weltkrieg unterbrochen. In Deutschland sind bisher zum Quarzschmelzen nur zwei der Helbergerschen Öfen in Betrieb genommen worden. Platten, Linsen und Prismen aus solchem Helbergerschem Quarz werden besonders von der optischen Anstalt C. P. Goerz hergestellt.

„Die Fig. 1 zeigt den Helbergerschen Versuchsofen zum Quarzschmelzen, während die Fig. 2 neun damit hergestellte geschmolzene Quarzstücke wiedergibt. Wie rein diese sind, kann man aus der Fig. 3 entnehmen, welche geschliffene Stücke aus dem von Helberger geschmolzenen Quarz, etwa in $^1/_5$ der natürlichen Größe darstellt".

Anhang: Herr Dr. Georg Joos hat eben im Physikalischen Laboratorium der Technischen Hochschule in München die Lichtdurchlässigkeit von Helbergerschem Quarz mit Bergkristall verglichen und gefunden, daß dabei auch im Ultraviolett kein Unterschied nachzuweisen ist. Dies scheint mir besonders bedeutungsvoll, denn auf andere Weise geschmolzener Quarz läßt so kurzwelliges Licht nicht mehr durch. In einer bald folgenden Nachschrift wird Dr. Joos selbst über seine Untersuchungen berichten.

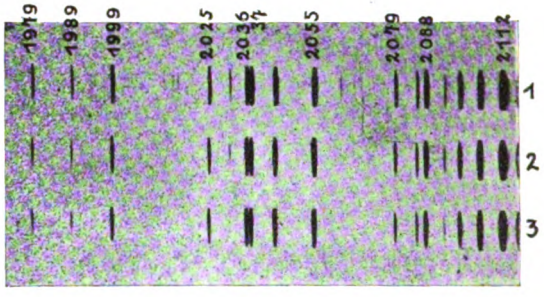
München, den 3. Juli 1924.

(Eingegangen 4. Juli 1924).

Über die Durchlässigkeit von Quarzglas.

Von Georg Joos.

Unter den Physikern ist vielfach die Ansicht verbreitet, daß geschmolzener Quarz von etwa 2400 Å. E. an stark absorbiere, was vielleicht auf das Abbrechen des Spektrums der Quarzquecksilberlampe zurückzuführen ist. An quantitativen Messungen findet sich in der Literatur eine Angabe von Pflüger[1]), daß eine 2,81 mm dicke Platte aus Quarzglas bei 2100 Å.E. 56 Proz. und unterhalb 2000 Å. E. nichts mehr durchließ. Im hiesigen Institut zusammen mit Frl. G. Eisele und Frl. H. Emde durchgeführte Versuche mit einem von H. Helberger nach



1. Kupferfunkenspektrum.
2. Dasselbe durch 6 mm Kristallquarz.
3. Dasselbe durch 6 mm Quarzglas.

einem verbesserten Verfahren hergestellten Quarzglas ergaben nun ein wesentlich günstigeres Bild. In der reproduzierten Aufnahme des ultravioletten Kupferspektrums ist 1 ohne absorbierendes Medium, 2 durch eine Kristallquarzplatte von 6 mm Dicke hindurch, 3 durch eine ebenso dicke Quarzglasplatte aufgenommen, wozu nach dem v. Angererschen Rezept hergestellte Halbschuhmannplatten verwendet wurden. Wie man sieht, beginnt eine ernstliche Absorption erst unterhalb 2000 Å. E. und auch bei 1980 ist diese noch mäßig. Im Hinblick auf die steigenden Schwierigkeiten der Beschaffung großer Quarzkristalle möge dieser Hinweis auf die wesentlich verbesserten Eigenschaften des neuen Quarzglases gestattet sein.

1) Physik. Zeitschr. 5, 215, 1904.

München, Phys. Inst. d. Techn. Hochsch., Juli 1924.

(Eingegangen 15. Juli 1924.)

Digitized by Google

Dispersion und Extinktion von seismischen Oberflächenwellen und der Aufbau der obersten Erdschichten.

(Vorläufige Mitteilung.)

Von B. Gutenberg.

In zwei früheren Untersuchungen[1]) konnte gezeigt werden, daß die Erdbebenoberflächenwellen sich in verschiedenen Teilen der Erdoberfläche verschieden schnell ausbreiten und daß außerdem normale Dispersion herrscht, d. h. lange Wellen schneller laufen als kurze. Zur weiteren Prüfung wurden alle Erdbebenreproduktionen des früheren Zentralbureaus der internationalen seismologischen Assoziation sowie der kaiserlichen Hauptstation für Erdbebenforschung in Straßburg, ferner die von der jetzigen Zentralstelle für Erdbebenforschung in Jena sowie mehrere von einzelnen Stationen reproduzierte Seismogramme besonders untersucht, ferner eine größere Zahl von Originalen und Kopien mehrerer neuer Beben (Herde Tongainseln, Chile, Japan), die dem Verf. teils durch Vermittelung der Zentrale in Jena, teils direkt von Auslandsstationen freundlicherweise zur Verfügung gestellt waren. In allen Diagrammen wurden die Eintrittszeiten und Perioden der ausgeprägten Maximalwellen, deren Schwingungsrichtung entweder ausgesprochen senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung oder in dieser lag, ausgemessen. Im ersten Falle fehlt überdies meist die Vertikalkomponente oder ist sehr schwach, im zweiten Falle ist sie meist etwa von gleicher Größenordnung wie die Horizontalkomponente, so daß wir in erster Annäherung von Querwellen bzw. Rayleighwellen sprechen können. Beide überlagern sich im Verlaufe der Aufzeichnung immer mehr; eine weitere Fehlerquelle bilden die „Nachläufer", deren Beginn nicht immer festlegbar ist. Da die Nachläufer meist gleiche oder kleinere Perioden besitzen, als die letzten Maximalwellen, werden sie besonders die für kurze Wellen gefundene Geschwindigkeit fälschen, und zwar zu klein erscheinen lassen. Nur für Europa gaben die Beobachtungen an den Maximalwellen der süddeutschen Beben sichere Werte auch für Perioden von wenigen Sekunden. Schließlich wurden noch die Messungen von J. B. Macelwane[2]), die für ähnliche Zwecke besonders vorgenommen sind, mitbenutzt (Herd: Westküste von Kalifornien). Die Q-(Quer-)Wellen waren im übrigen meist viel schärfer feststellbar als R-(Rayleigh-)Wellen. Es ergaben sich folgende Werte für die Geschwindigkeit $\mathfrak{V}$ der Querwellen:

Periode der Q-Wellen	150*)	60	50	40	35	30	25	20	15	10	0 sec
$\mathfrak{V}$ in:											
Eurasien	4,4	(4,1)	3,9	3,6	3,5	3,4	3,3	3,2	3,2	3,1	3,1 km sec
Amerika	4.4	?	4,1	?	?	(3,5)	3,4	3,4	(3,3)	?	? „
Atlantic	4,4	?	?	4,2	4,1	4,0	3,8	3,4	(3,1)	?	? „
Arktis	?	?	?	(4,3)	(4,1)	(3,9)	3,5	3,1	(2,9)	?	? „
Amerika + Atlantic .	4,4	?	(4,1)	(4,0)	3,9	3,7	3,5	3,2	(2,9)	?	? „
„ + Scandic .	?	?	?	?	(3,9)	(3,6)	3,4	3,3	?	?	? „
Pacific + Arktis . . .	?	?	?	?	3,8	3,8	3,6	3,3	?	?	? „
Pacific	4,4	?	?	?	4,1	4,0	3,9	3,8	(3,8)	(3,8)	? „

*) Hierbei handelt es sich möglicherweise um eine andere Wellenart. Vgl. 1).

Analog für R-Wellen:

Periode der R-Wellen	40	35	30	25	20	15 sec
$\mathfrak{V}$ in:						
Eurasien	?	(3,8)	(3,6)	3,3	3,1	(2,8) km sec
Atlantic	?	?	(3,9)	3,6	3,3	? „
Arktis	(4,1)	(4,0)	(3,8)	3 5	3,1	? „
„ + Pazific . .	3,9	3,8	3,7	3,5	(3,2)	? „
Pazific	?	?	(3,8)	(3,7)	(3,6)	? „

Für andere Erdteile (Afrika, Indic, Antarktis) fehlt noch geeignetes Material. Betrachten wir zunächst nur die Q-Wellen, so finden wir zwei ausgeprägte Klassen: Im Pazific nimmt mit fallender Periode die Wellengeschwindigkeit nur langsam ab und zwar von etwa 4,4 auf etwa 3,8 km/sec. Bei allen andern Gebieten haben wir einen — untereinander verschiedenen — Abfall von 4,4 auf etwa 3 km/sec; für Perioden

1) Physik. Zeitschr. **24**, 458, 1923 und „Das Erdbeben in der chilen. Provinz Atacama", II. Teil, Verl. Fischer, Jena 1924, herausgeg. von O. Hecker.

2) Bull. Seismological Soc. of America **13**, Nr. 2, S. 13, 1923.

Digitized by Google

unter 20 Sec gilt das oben über die Wirkung der Nachläufer Gesagte. Wie stimmen diese Ergebnisse zu der Theorie?

Nach den Feststellungen, die zuerst A. Mohorovičić für Südeuropa machte, findet sich dort eine Unstetigkeitsfläche, deren Tiefe von diesem Forscher, von S. Mohorovičić und vom Verf. nach verschiedenen Methoden zu 55—60 km bestimmt wurde. Für die Geschwindigkeit der transversalen Erdbebenwellen in Europa fanden (alles in km/sec)

	an der Oberfläche	dicht oberhalb der Schichtgrenze	dicht unterhalb der Schichtgrenze
A. Mohorovičić . . .	3,2—3,4	ca. 0,2 mehr als an der Oberfläche	4,2 km sec
A. De Quervain . . .	3,0—3,1	?	? „
O. Hecker	3,0	?	? „
B. Gutenberg	?	ca. 1/4 mehr als an der Oberfläche	4,3 ± 0,2 km sec
G. Angenheister . .	?	?	4,12 km sec

d. h. die Transversalwellengeschwindigkeit beträgt in Europa nahe der Erdoberfläche etwa 3,2 km/sec, steigt in den obersten 55 km um etwa 0,2 km/sec an und springt dort auf etwa 4,3 km/sec.

In der Nähe von Apia wurden bisher keine Anzeichen einer Unstetigkeitsstelle festgestellt; falls eine solche vorhanden wäre, müßte sie nach den Aufzeichnungen der Vorläufer bei Nahbeben jedenfalls erheblich flacher liegen als in Europa. Andererseits fand G. Angenheister, daß die Transversalwellengeschwindigkeit dort in den obersten Bodenschichten des Pazific beträchtlich größer ist als in Eurasien.

Wenn wir also die Oberflächenwellengeschwindigkeit theoretisch berechnen wollen, müssen wir in Eurasien und im Pazific verschieden vorgehen.

In Eurasien haben wir eine Schicht mit der Dicke d, in der die Wellengeschwindigkeit nur wenig ansteigt, unterhalb dann stark springt, um dann langsam weiter zu wachsen. Wir können hierfür in erster Annäherung die von A. E. H. Love[1]) gegebene Theorie benutzen, die oberhalb d die Geschwindigkeit der Transversalwellen $\mathfrak{v} = \mathfrak{v}_0$, darunter $\mathfrak{v} = \mathfrak{v}_1$ je konstant voraussetzt. Sind μ_0 und μ_1 die entsprechenden Riegheitskoeffizienten (bzw. Torsionsmoduln), L die Wellenlänge, $f = \frac{L}{2\pi}$, s eine Variable, so sind in erster Annäherung L (bzw. f) und die Geschwindigkeit $\mathfrak{V}$ der Oberflächenwellen verknüpft durch:

$$fd = sd \sqrt{\frac{\mathfrak{v}_0^2}{\mathfrak{v}_1^2 - \mathfrak{v}_0^2} + \frac{\mu_0^2}{\mu_1^2} \frac{\mathfrak{v}_1^2}{\mathfrak{v}_1^2 - \mathfrak{v}_0^2}} \operatorname{tg} sd,$$

$$\mathfrak{V} = \mathfrak{v}_0 \sqrt{1 + \frac{s^2}{f^2}}; \quad T = \frac{L}{\mathfrak{V}}.$$

Setzen wir $\mathfrak{v}_0 = 3{,}2$ km/sec, $\mathfrak{v}_1 = 4{,}4$ km/sec, $\left(\frac{\mu_0}{\mu_1}\right)^2 = 0{,}18$ als wahrscheinliche Werte nach Vorläuferbeobachtungen, so wird a) für $d = 30$ km, b) $d = 60$ km, c) $d = 120$ km:

	$T =$	150	60	50	40	30	20	10	0 sec
a)	$\mathfrak{V} =$	4,4	4,2	4,2	4,0	3,8	3,6	3,3	3,2 km sec
b)	$\mathfrak{V} =$	4,3	3,8	3,7	3,6	3,4	3,3	3,2	3,2 „
c)	$\mathfrak{V} =$	4,0	3,4	3,4	3,3	3,3	3,2	3,2	3,2 „

Zeichnet man diese Kurven, die also theoretisch nur unter Benutzung von Ergebnissen aus Eintrittszeitbeobachtungen von Nahbebenvorläufern gefunden sind, in die beobachteten Oberflächenwellengeschwindigkeiten ein, so ergibt sich für Eurasien, daß die Beobachtungen zwischen die Kurven a und b fallen, jedoch viel näher an b als an a. Wir erhalten also auf Grund unsrer hier recht zahlreichen Beobachtungen eine Schichtdicke von etwa 50 km (gegenüber 55—60 km aus den genaueren Vorläuferbeobachtungen) und etwa die gleichen Grenzgeschwindigkeiten. Der Unterschied dürfte zum Teil dadurch bedingt sein, daß innerhalb und unterhalb d die Wellengeschwindigkeit etwas wächst (während wir sie konstant voraussetzten), wodurch ebenfalls normale Dispersion hervorgerufen wird. Für Amerika liegen die Beobachtungen etwa in der Mitte zwischen a und b; die Abweichungen für sehr kurze Perioden können hier und im folgenden wie erwähnt durch fälschlicherweise gemessene Nachläuferperioden, dann aber auch durch ein etwas kleineres $\mathfrak{v}_0$ bedingt sein. Für Arktis und Atlantic liegen die Kurven dicht an a, teils sogar noch etwas höher. Wir finden also etwa als Schichtdicke für Eurasien 55—60 km, in Amerika rund ca. 50, in dem Atlantischen Ozean und dem Arktischen Meere rund ca. 25 km, im übrigen aber etwa gleiche elastische Konstanten je in der unteren und oberen Schicht. Für Kalifornien kam übrigens J. B. Macelwane (l. c.) zu den gleichen Vorläuferkurven wie der Verf. für Europa, was auch für ähnlichen Aufbau beider spricht.

Ganz anders liegen die Verhältnisse im Pazific. Hier folgen kurzwellige Maxima viel schneller auf den Beginn der Oberflächenwellen

1) A. E. H. Love, Some problems of geodynamics, Art. 179. Cambridge 1912.

Digitized by Google

und bieten oft zusammen mit den langen Wellen ein sehr unregelmäßiges Bild, während auf den übrigen Bahnen die Wellenperiode viel langsamer sinkt und die Wellen meist schöne, regelmäßige Sinuskurvenform zeigen. Wie wir sahen, ist es wahrscheinlich, daß die Wellengeschwindigkeit, vielleicht von einer relativ dünnen Oberflächenschicht abgesehen, stetig wächst. Für diesen Fall hat E. Meißner[1]) eine theoretische Entwicklung gegeben.

Sind μ der Riegheitskoeffizient, ϱ die Dichte, v die Transversalwellengeschwindigkeit, z die Tiefe (Index o für $z = o$), und werden μ und ϱ durch folgende Funktionen dargestellt (ε und δ sind Konstanten):

$$\mu = \mu_0 (1 + \varepsilon z), \quad \varrho = \varrho_0 (1 + \delta z),$$

so nähert sich $\mathfrak{V}$, falls die Periode $T = \infty$ wird, dem Wert:

$$v_1 = v_0 \frac{\varepsilon}{\delta}.$$

Es entstehen n-Wellenzüge mit $n = o, 1, 2 \ldots$ Knotenebenen. In erster Annäherung wird:

$$\left(\frac{\mathfrak{V}}{v_0}\right)^2 = \frac{v_1^2}{v_0^2 \sin^2\alpha + v_1^2 \cos^2\alpha},$$

$$\varepsilon L_n = \frac{8}{4n+1} \frac{p - \sin p}{1 + \cos p} \sqrt{1 - \frac{\mathfrak{V}^2}{v_1^2}},$$

wobei $p = 2\alpha$ variabel ist. Von Bedeutung wird nur der Fall $n = o$. Setzen wir die Werte, die für den Mantel der Erde bis 1200 km Tiefe gelten, ein, also etwa[2]):

$$\frac{1}{\delta} = 3200\ \mathrm{km}^{-1}, \quad \frac{1}{\varepsilon} = 400\ \mathrm{km}^{-1}, \quad \frac{\varepsilon}{\delta} = 8,$$

so wird für a) $v_0 = 3{,}5$, b) 3,6, c) 3,7, d) 4,0 km/sec:

	$T = o$	4	24	92 sec	
a)	$\mathfrak{V} = 3{,}5$	3,6	3,8	4,0	km sec
b)	$\mathfrak{V} = 3{,}6$	3,7	3,9	4,1	„
c)	$\mathfrak{V} = 3{,}7$	3,8	4,1	4,3	„
d)	$\mathfrak{V} = 4{,}0$	4,1	4,4	4,6	„

Der wirkliche Verlauf entspricht ungefähr der Kurve b. Jedenfalls entspricht auch hier der Charakter der theoretisch gefundenen Kurve durchaus dem Charakter der beobachteten.

Für Rayleighwellen hat Love ebenfalls unter den gleichen Voraussetzungen normale Dispersion gefunden; die Beobachtungen entsprechen dem, genügen aber noch nicht für einen qnantitativen Vergleich.

Das zweite Charakteristikum der Oberflächenwellen ist die Abnahme der Intensität. Diese wird bis zu einer Herddistanz $\Delta = 10000$ km durch die Verbreiterung der Wellenfront gebildet, dann aber durch Absorption, durch Reflexion und Brechungen an vertikalen Unstetigkeitsflächen und schließlich möglicherweise auch durch Veränderung der Wellen aus physikalischen Gründen nach K. Uller. Die letzten 3 Ursachen fassen wir nach Uller unter dem Begriff der „Extinktion" zusammen und definieren den Extinktionsfaktor k durch die Gleichung:

$$J_1 = \frac{J_0}{r} e^{-k\Delta},$$

wo r = Radius des Kreises, der in der Entfernung Δ (gemessen auf der Erdoberfläche) vom Herd verläuft. Die Bestimmung von k geschieht am besten, indem man bei dem gleichen Beben Wellen vergleicht, die direkt vom Herde zur Station und über den Gegenpunkt zur Station gelaufen sind. Es ergaben sich bei der noch im Gang befindlichen Untersuchung der genannten neueren Beben[1]) etwa folgende Werte:

1. Bei Oberflächenwellen von langer Periode (ca. 2 Minuten) ist überall etwa $k = 0{,}00010$ bis 0,00015.
2. Bei Oberflächenwellen mit Perioden um 20 sec, ist in

Eurasien	k	ca.	0,00015—0,00020
Atlantic + Teil von Amerika	„	„	0,00010—0,00015
Pacific + Küstenüberschreitung	„	„	0,00030—0,00040
„ + Arktis	„	„	0,00015—0,00025
Tonga—Antarktis—Norwest-afrika—Europa	„	„	0,00025—0,00035

Die große Extinktion, die sich meist im Pazific ergibt, wurde von G. Angenheister einem großen Absorptionskoeffizient des Pazificbodens zugeschrieben. Ein solcher kann natürlich mitspielen, wesentlicher dürfte jedoch die Wirkung der Reflexion und Brechung der Wellen beim Übergang von dem schichtlosen Pazificboden zu den Schollen sein, die wir in den übrigen Erdteilen fanden, und umgekehrt (beim Atlantic fehlt diese Erscheinung in Übereinstimmung mit unsern Ergebnissen). Hierbei werden die Wellen in ganz neue Bahnen gelenkt und kehren im allgemeinen weder zum Herd zurück, noch erreichen sie den Gegenpunkt. Aus diesem Grunde können auch die Beobachtungen sehr weit vom Herd entfernter Stationen zu Messungen an Oberflächenwellen nur mit Vorsicht benutzt werden, da man nie mit Sicherheit weiß, wie diese gelaufen sind.

Für unsere Annahme spricht folgendes:

Bei dem Weltbeben vom 26. Juni 1917, das 2—3° von Apia entfernt stattfand und außergewöhnlich heftig war, sind die Oberflächen-

1) Vierteljahrsschr. d. Naturforsch. Ges. in Zürich **66**, 181, 1921.

2) Physik. Zeitschr. **24**, 296, 1923.

1) Eine eingehende Darstellung der Ergebnisse durch die Zentralstelle in Jena ist geplant.

Digitized by Google

Station	Herdentfernung ca. in km	Maximalamplitude (Wellenperiode unter 30 sec) ca. in mm	k ca.	Bemerkungen
Manila	2900	$2^1/_2$	0,0005	Wellenverlauf längs Westküste des Pazific
Batavia	5700	$1^1/_4$	0,0005	
Honolulu	6200	2	0,0002	durch Pazific
Berkeley	8400	$^1/_2$	0,0005	
Lick	8400	$^3/_4$	0,0004	desgl., Überschreitung der Ostküste
La Paz	16600	$^1/_4$	0,0004	
Upsala	8200	$1^1/_4$	0,0002	
Wien	9200	2	0,0001	
München	9400	$1^1/_4$	0,0002	rein kontinentaler Wellenverlauf
Hohenheim	9500	$1^1/_4$	0,0002	
Zürich	9600	2	0,0001	
Cartuja	11100	$1^1/_4$	0,0002	

wellen nach ihrer Wiederkehr in Apia kaum zu erkennen, wohl aber 1—2 Stunden später bei ihrer Wiederkehr in Europa; daß das Instrument in Ordnung war, zeigen die sauber aufgezeichneten Nachbeben. Hiermit wird auch die vom Verf. schon länger bekämpfte Ansicht widerlegt, daß die Wiederkehrwellen — sogar nach mehreren Umläufen um die Erde! — eine wesentliche Rolle für die Auslösung der Nachbeben spielen. Andererseits zeigen die Wellen, die längs der erwähnten Schollengrenzen laufen, ebenfalls große Schwächung, wie zu erwarten ist. Der Einfluß des Untergrundes der Station spielt bei den folgenden Zahlen, die den Ergebnissen des Japanbebens vom 1. September 1923 entnommen sind, nur eine untergeordnete Rolle. Zur Orientierung wurden noch die Absorptionskoeffizienten k zugefügt, die sich ergeben, wenn man in Europa im Mittel Maximalamplituden von $1^1/_2$ mm Bodenbewegung annimmt, den Wert für k in Eurasien im Mittel zu 0,00017 setzt und von der Untergrundwirkung absieht.

Fassen wir unsere Ergebnisse zusammen: In Eurasien, Amerika, im Atlantik und in der Arktis liegt eine Scholle von etwa 55—60 km, bzw. ca. 50, ca. 25 km (in den beiden letzten Fällen) Dicke über anderem Material, das etwas dichter und erheblich rieger ist. Im Pazific reicht das letztere bis dicht an die Oberfläche[1]), die möglicherweise durch eine mehrere Kilometer dicke Schicht von Sedimenten gebildet wird, in denen ebenfalls die Dichte etwas, die Starrheit stärker abnimmt. Für andere Erdteile fehlen Beobachtungen. Die Grenzen des Pazific rufen Reflexion und Brechungen von Oberflächenwellen hervor und schwächen diese daher stark. Die Ergebnisse stehen auch mit der Theorie der Isostasie in guter Übereinstimmung. Daß die isostatische Ausgleichsfläche tiefer gefunden wurde, ist belanglos, da diese lediglich eine theoretische untere Grenze für Unterschiede innerhalb der Niveauflächen angibt und solche vermutlich auch unterhalb der Schollen in der unteren Schicht, wenn auch in geringerem Maße, vorhanden sind.

Um einen Überblick über die Dichteverhältnisse in der Erdkruste zu erhalten, setzen wir in erster Annäherung voraus, daß unterhalb 60 km Tiefe keine Verschiedenheiten innerhalb der Niveauflächen liegen, d. h. daß dort sich die Ausgleichsfläche befinde. (Kleinere Unterschiede könnten eine größere Tiefe zur Folge haben, eine kleinere ist ausgeschlossen.) Seien ferner die Dicke der obersten Schicht entsprechend unsern Ergebnissen in Eurasien (Index 1), Amerika (2), im Atlantik (3) und Pazific (4): $D_1 = 55$ km, $D_2 = 50$ km, $D_3 = 25$ km, $D_4 = 5$ km (Sedimente), die Krustenhöhen gegenüber dem Meeresniveau $h_1 = 0{,}9$, $h_2 = 0{,}7$, $h_3 = -3{,}3$, $h_4 = -4{,}0$ km, ferner die Dichte an der Oberfläche ϱ_1, ϱ_2, ϱ_3 bzw. ϱ_4 (unterhalb der Sedimente; für diese: ϱ_2), die Dichte unterhalb der Unstetigkeitsflächen gleich der Dichte unterhalb des Pazific in gleicher Tiefe, sei schließlich die Dichtezunahme $\Delta\varrho$ pro 10 km, berechnet nach den Ergebnissen über das Verhältnis der Inkompressibilität zur Dichte nach Erdbebenwellenbeobachtungen[1]), in der oberen Schicht: $\Delta\varrho_1 = \Delta\varrho_2 = \Delta\varrho_3 = 1{,}5$ Proz., $\Delta\varrho_4 = 0{,}9$ Proz. in den obersten 30 km und $\Delta\varrho_4' = 0{,}6$ Proz. in den folgenden 30 km des Pazificbodens, unterhalb der Unstetigkeitsflächen wie im Pacific, so ergibt sich als erste Annäherung:

$$50{,}7\,\varrho_1 = 51{,}9\,\varrho_2 + 5{,}0\,\varrho_4 = 3{,}3 + 25{,}5\,\varrho_3 + 26{,}7\,\varrho_4 = 4{,}0 + 5{,}0\,\varrho_2 + 46{,}1\,\varrho_4.$$

H. S. Washington[2]) hat die wahrscheinlichen Dichten unter 2 Annahmen a und b für verschiedene Gebiete unter Verwendung der be-

1) R. A. Daly, Bull. Geol. Soc. Amerika **27**, 325, 1916, kam auf Grund petrographischer Beobachtungen für den Pazific zum gleichen Ergebnis.

1) Vgl. E. D. Williamson and L. H. Adams, Journ. Washington acad. **13**, 413, 1923 betr. der Theorie.
2) H. S. Washington, Isostasie and rock density. Bull. geolog. soc. of America **33**, 375, 1922.

Digitized by Google

kannten Dichten für die Aufbau-Substanzen berechnet und fand hierbei:

a) $\varrho_1 = 2{,}72$ $\varrho_2 = 2{,}73$ $\varrho_3 = 2{,}81$ $\varrho_4 = 3{,}01$,
b) $\varrho_1 = 2{,}78$ $\varrho_2 = 2{,}78$ $\varrho_3 = 2{,}89$ $\varrho_4 = 3{,}09$.

Setzen wir die Werte für ϱ_4 in unsere Gleichung ein, so ergibt sich in vorzüglicher Übereinstimmung mit den Beobachtungen:

a) $\varrho_1 = 2{,}75$ $\varrho_2 = 2{,}72$ $\varrho_3 = 2{,}84$,
b) $\varrho_1 = 2{,}81$ $\varrho_2 = 2{,}79$ $\varrho_3 = 2{,}92$.

Washington suchte die Ergebnisse so zu erklären, daß er annahm, daß überall die Oberflächendichte in direkter Beziehung zur Höhe des Krustenniveaus an der betreffenden Stelle stehen müsse. Die Beobachtungen entsprachen dem bis auf den Atlantic. Der Grund hierfür ist nun klar: Wir haben es dort mit zwei verschiedenartigen Schichten von etwa gleicher Dicke zu tun, und die oben fehlenden Massen werden in erster Linie durch das größere spezifische Gewicht des Sima unterhalb 25—30 km Tiefe und erst in zweiter Linie durch die etwas größere Oberflächendichte kompensiert.

Wir finden also in erster Annäherung etwa:

	Schichtdicke über dem Sima	Oberflächendichte	Dichtezunahme pro 10 km
Eurasien	55 km	2,7—2,8	1,5 Proz., unterhalb der Schicht etwa 0,6 Proz.
Amerika	50 „	2,7—2,8	1,5 „ „ „ „ „ 0,6 „
Atlantic	ca. 25 „	2,8—2,9	1.5 „ „ „ „ „ $^3/_4$ „
Pazific	einige Kilometer Sedimente	3,0—3,1	0.9 „ , abnehmend.

Darmstadt, 24. Juni 1924.

(Eingegangen 3. Juli 1924.)

Bemerkungen zum täglichen und jährlichen Gang des Potentialgefälles und des luftelektrischen Vertikalstromes.

Von A. Gockel.

In einer früheren Mitteilung[1]) habe ich auf die Ergebnisse einer Arbeit L. A. Bauers hingewiesen, der zum Schluß kommt, daß sowohl der Mittelwert des Potentialgefälles als auch die Amplitude der täglichen Schwankung mit zunehmender Sonnentätigkeit wächst. Gegen diese Folgerungen hat C. Chree[2]) Einspruch erhoben vor allem mit der Begründung, daß sie sich nur auf die Registrierungen in Tortosa stützen und durch die in Kew nicht bestätigt werden. Die auch in der „Nature" weitergeführte Diskussion veranlaßte mich, meine eigenen Untersuchungen wieder aufzunehmen, zumal in neuester Zeit auch von anderer noch zu erwähnender Seite die Beeinflussung der Ionisation der Atmosphäre durch kosmische Faktoren behauptet wurde.

v. Hann hat zuerst auf die merkwürdige Tatsache hingewiesen, daß in der Antarktis der zeitliche Gang des Potentialgefälles derselbe ist wie auf der nördlichen Halbkugel, d. h. daß das Maximum auch dort in die Monate Dezember und Januar, das Minimum in den Juli und August fällt, als nicht vom meteorologischen Charakter der Jahreszeiten abhängig ist. Die Messungen Simpsons auf Cap Evans (70° S) haben dieses Resultat bestätigt. Hoffmann[3]) hat gezeigt, daß dasselbe auch vom täglichen Gang, wenigstens von der 24-Stunden-Welle desselben gilt und kommt unter Benutzung seiner eigenen auf Spitzbergen ausgeführten Untersuchungen zu dem wichtigen Ergebnis: Jährliche und tägliche Extremwerte des Potentialgefälles treten in der Arktis und Antarktis in den uns bis jetzt bekannten Meßreihen zur gleichen absoluten Zeit auf.

In niederen und mittleren Breiten der südlichen Halbkugel folgt der Mittelwert des Potentialgefälles dem Gang der Jahreszeiten, es fällt also das Maximum in den dortigen Winter, das Minimum in den dortigen Sommer. Dieses Bild ändert sich aber, wenn man nicht den Mittelwert des Potentialgefälles, sondern die Amplitude der 24stündigen Welle betrachtet. Diese hat, wie die folgende Übersicht zeigt, auch in niederen Breiten der südlichen Halbkugel ihr Minimum während unseres Sommers. Eine Ausnahme macht Samoa, wo die Maxima auf die Zeit der Sonnenwenden, die Minima auf die der Äquinoktien fallen.

Auffallend ist, daß an beiden Orten der südlichen Halbkugel die höchsten Werte sich etwas gegen das Frühjahr oder den Herbst zu verschoben haben.

Für Rio de Janeiro erlaubt das veröffentlichte Material nur die Durchschnittswerte für die einzelnen Jahreszeiten anzugeben.

	Dezbr. bis Febr.	März bis Mai	Juni bis Aug.	Septbr. bis Novbr.
Rio de Janeiro	221	155	146	188 Volt/Meter

Das Minimum der Amplitude der 24stündigen Welle kann auch dann in den Juni fallen, wenn

1) A. Gockel, Physik. Zeitschr. **24**, 500, 1923.
2) C. Chree, Proced. d. Phys. Soc. London **35**, 129, 1923.
3) K. Hoffmann, Beiträge zur Physik der freien Atmosphäre **11**, 1, 1923.

Digitized by Google

Tabelle I.

Amplitude der 24-Stunden-Welle des Potentialgefälles[1]).

	Januar	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	September	Oktober	November	Dezember
Batavia 1890—1900	57	54	63	67	48	50	39	42	66	76	80	66
Davos (1909)	26	22	9	13	8	5	5	7	11	7	16	28
Kremsmünster 1902—1916 . .	42	46	29	19	15	13	16	16	16	28	42	45
München 1905—1910	65	67	33	24	20	25	26	28	27	42	52	69
Triest 1905—1907	36	22	30	29	29	29	25	26	43	30	41	31
Tortosa (1916)	21,0	31,4	19,7	14,1	11,0	31,4	9,0	9,9	6,2	24,9	35,4	15,2
Melbourne 1858—1863	567	819	530	382	62	297	212	134	537	916	878	618
Upsala 1914					5,5	6,2						

Tabelle II.

Phasenwinkel φ_1 der 24-Stunden-Welle.

	Januar	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	September	Oktober	November	Dezember
Batavia 1890—1900	83°	84	79	83	76	73	77	76	80	89	83	88
Davos 1909	226	216	199	210	242	284	278	270	292	245	218	219
„ 1910			212			302			220			
Eskdalemuir 1911								68	108	126	215	88°
Kew 1911	222	165	224	103	97	252	181	185	213	234	208	233
„ 1898—1904	206	204	123	72	86	78	48	142	154	192	202	208
Kremsmünster 1902—1916 . .	214	216	223	241	227	233	235	231	224	231	223	216
München 1905—1910	248	230	249	260	280	307	258	270	258	246	232	240
Potsdam 1904—1909	182	188	264	329	348	35	46	330	187	234	202	206
Tortosa 1916	201	224	216	207	218	346	210	212	237	207	217	256
„ 1910—1920	216	225	212			154	194		203			224
Triest 1906—1907	237	225	230	235	244	244	241	240	243	221	248	230
Upsala 1914					204	170					216	88
Melbourne	226	239	250	248	347	64	79	303	247	245	252	243

das Minimum des Potentialgefälles selbst, wie es manchmal vorkommt, in das Frühjahr fällt, so z. B.

	Monatsmittel	Amplitude
Kremsmünster April 1908	68	14.4
„ Juni 1908	91	12,5 dagegen
Upsala Mai 1914	45	5,5
„ Juni 1914	50	6,2

Immerhin zeigt der jährliche Verlauf der Amplitude der 24-Stunden-Welle eine größere Regelmäßigkeit als der des Potentialgefälles selbst. Dieser Umstand veranlaßte mich für eine Reihe von Stationen zu untersuchen, ob sich auch für einzelne Tage oder einzelne Perioden wie die von Dorno und Maurer als optisch gestört bezeichneten, z. B. Juni 1916, ein Zusammenhang zwischen dieser Amplitude und der Sonnentätigkeit besteht. Das Resultat war selbst für Tortosa, wo L. A. Bauer einen solchen Zusammenhang in den Jahresmitteln gefunden hat, ein negatives.

	Dezember bis Februar	März bis Mai	Juni bis August	September bis November
Rio de Janeiro . .	280°	242°	219°	284°
	Winter	Sommer	Äquinoktien	
Eskdalemuir	185°	82°	138°	

Während sich an einigen Orten eine bemerkenswerte Konstanz von φ_1 ergibt (Batavia, Kremsmünster, Triest und von einigen Unregelmäßigkeiten besonders im Juni abgesehen auch in Davos und München), ist an anderen, wie Eskdalemuir, Kew, Potsdam, Tortosa ein Kleinerwerden der φ_1, d. h. eine Verspätung des vormittägigen Minimums im Sommer nicht zu verkennen. Merkwürdigerweise tritt dasselbe auch in Rio de Janeiro in den Sommermonaten der nördlichen Halbkugel ein. Unregelmäßig durch Erhöhung im Mai und September sind die Werte

1) Diese, sowie die später noch anzuführenden Zahlen sind zum Teil aus dem Aufsatz von Schweidler in dem Graetzschen Handbuch der Elektrizität und des Magnetismus, zum Teil den Originalarbeiten entnommen oder von mir selbst berechnet.

Digitized by Google

Tabelle IIIa.

Amplitude A_2 der 12-Stunden-Welle des Potentialgefälles.

	Januar	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	September	Oktober	November	Dezember
Batavia 1890—1900	33		34	45	42		39		33	36	34	
Davos 1909	17	26	14	13	11	5	10	13	11	12	15	12
„ 1910	11⁰		18			13					8	
Kew 1898—1904	21,5	32,7	33,5	30,6	22,4	26,6	23,8	26,3	22,6	29,6	17,0	21,1
Kremsmünster 1902—1916	16,7	17,0	11,7	10,2	10,6	12,3	11,0	12,8	14,0	15,7	15,8	14,8
Melbourne 1858—1863 . .	60	50	69	90	74	97	99	28	106	83	79	60
München 1905—1910 . . .	34	41	42	37	29	24	32	35	38	40	36	36
Potsdam 1904—1909 . . .	20	31	25	34	33	28	26	28	39	24	20	16
Samoa 1913—1918	26		24	25			23		16	42	30	49
Tortosa 1916	12		19		16			23				
„ 1910—1920			14 Proz.			17 Proz.			18 Proz.			9 Proz.
Triest 1902—1907	4,1	2,6	4,7	2,8	5,8	2,9	20,3	0,8	4,8	19,4	15,2	1,8
Upsala 1914	4,4	15,9	18,7	8,7	10,6	13,5	7,9	9,7	11,3	12,2	8,0	7,1

	Winter	Frühling	Sommer	Herbst der nördlichen Halbkugel
Karasjok	26	37	9	19
Kap Evans 79⁰ S. . . .	3,9	5,9	4,2	6,4

Tabelle IIIb.

Phasenwinkel φ_2 der 12-Stunden-Welle des Potentialgefälles.

	Januar	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	September	Oktober	November	Dezember
Batavia 1890—1900	218		217	218	208		203		204	199	212	
Davos 1909	182	187	206	216	223	238	218	179	211	207	201	184
„ 1910	183		200			221					187	
Kew 1898—1904	170	171	186	193	188	183	185	182	199	206	207	175
Kremsmünster 1902—1916	145	166	182	183	192	194	184	190	201	205	184	177
Melbourne 1858—1863 . .	210	190	210	210	208	197	193	294	211	214	211	210
München 1905—1910 . . .	187⁰	177⁰	180⁰	263⁰	199⁰	191⁰	193⁰	190⁰	191⁰	180⁰	210⁰	196⁰
Potsdam 1904—1909 . . .	154⁰	161	175	195	213	191	178	159	163	179	179	179
Samoa 1913—1918	216		211	222			213		207	228	226	229
Tortosa 1916	179		206		227			200				
„ 1910—1920			188			196			193			193
Triest 1909—1917	80	120⁰	34	60	60	36	89	34	123	272	55	81
Upsala 1914	267	222	206	206	206	196	226	180	190	208	206	190

	Winter XI, XII, I	Frühling II, III, IV	Sommer V, VI, VII	Herbst VIII, IX, X
Karasjok 1903 04	155⁰	151⁰	144⁰	181⁰

von Melbourne, auffallend ist aber auch dort die Verkleinerung des Phasenwinkels im Juli und August.

Im Gegensatz zu diesem Verhalten des Phasenwinkels steht der Umstand, daß das morgendliche Minimum fast überall, auch in Ostasien, Australien und Südamerika das ganze Jahr hindurch mit bemerkenswerter Konstanz nach Lokalzeit auf die Zeit von 2—4^h fällt. Auch dort, wo, wie es z. B. in Tortosa der Fall ist, eine geringfügige Verschiebung stattfindet (Winter 2^h, Sommer 4^h), fällt es schwer, dieselbe durch meteorologische Einflüsse zu erklären. An weitaus den meisten Orten ist aber die Unabhängigkeit der Lage des Morgenminimums und ebenso des zwischen 19^h und 21^h eintretenden Abendmaximums von der Jahreszeit eine ganz auffallende. Aus der obenstehenden Tabelle III ersieht man, daß der Phasenwinkel der Halbtagswelle konstanter ist als der der 24 stündigen und ebenfalls ein Minimum um 3^h ergibt. Aus diesem Umstand und dem weiteren, daß ein ungefähr 15^h liegendes Maximum nur an einigen Orten zu finden ist, muß man schließen, daß das nach Lokalzeit um 3^h auftretende Minimum nicht der 24 stündigen, sondern der Doppelwelle angehört, vorausgesetzt, daß man der Zerlegung in Sinuswellen überhaupt eine physikalische Bedeutung zuschreiben will. Derselben Welle gehört dann auch das gegen 21^h auftretende Abendmaximum an.

Digitized by Google

In Potsdam und Triest ist der Verlauf von φ_2 ein unregelmäßiger, die andern Orte zeigen entweder Konstanz oder aber die Phasenwinkel verschieben sich, wie es in Davos der Fall ist, vom Winter zum Sommer um höchstens 30°, d. h. die Extreme fallen im Winter um höchstens eine Stunde später als im Sommer, der Unterschied ist also bedeutend kleiner als die Verschiebung des Sonnenauf- und -unterganges. Auch in den Amplituden der Doppelwelle ist ein systematischer jährlicher Gang schwer zu erkennen. Nur in Potsdam ist die Amplitude im Sommer bedeutend größer als im Winter.

Am ersten ließe sich noch aus den Beobachtungen in Davos, Kew, Kremsmünster und München auf das Auftreten eines Maximums im Februar—März und September—Oktober schließen. Sehr deutlich tritt dieses an den Stationen hoher Breite (Karasjok, Kap Evans und den Petermannsinseln) hervor. In ursächlichem Zusammenhang mit dem Größerwerden von A_2 steht sicher die später zu besprechende Vergrößerung der Amplitude der Schwankungen der Leitfähigkeit zur Zeit der Tag- und Nachtgleichen, vielleicht auch die der Luftdruckschwankungen. L. A. Bauer weist darauf hin, daß zur Zeit der Äquinoktien auch noch andere Erscheinungen ein Maximum haben, so die Störungen des Erdmagnetismus und der Erdströme, ferner das Auftreten der Polarlichter.

Die annähernde Konstanz der Amplituden der Doppelwelle scheint in Widerspruch zu stehen mit der bekannten Tatsache, daß an vielen Stationen die Doppelwelle im Winter mehr oder weniger verschwindet. Die Erklärung liegt in der Erscheinung, daß die Amplitude der einfachen Welle im Winter größer, das Verhältnis A_2/A_1, also kleiner wird. In Kremsmünster nehmen im Sommer die Amplituden der einfachen und der doppelten Welle ab, die Verstärkung der letzteren gegenüber der einfachen kann also nicht gut eine direkte Wirkung der Bodenerwärmung sein, wie ja auch die annähernde Konstanz der Phasenwinkel der doppelten Welle und ihr Auftreten in Davos in einer Jahreszeit, in der die ganze Umgebung ständig mit Schnee bedeckt ist, gegen die übliche Auffassung dieser Welle als eine Folge der Bodenerwärmung spricht.

14^h tritt an einigen Orten z. B. Kremsmünster und Davos ein Maximum, an anderen ein Minimum des Potentialgefälles ein, d. h. es überwiegt bald die einfache Welle mit dem Maximum gegen 15^h, bald die Doppelwelle mit dem Minimum um diese Zeit. In Tortosa kompensieren sich die beiden Wellen um diese Zeit so, daß kein Wendepunkt im Gang des Potentialgefälles auftritt.

Das Minimum des Potentialgefälles 3^h Lokalzeit fällt, soweit die Registrierungen der Leitfähigkeit ein Urteil erlauben, mit einem Maximum der letzteren zusammen, erklärt sich also, wenn man eine Tendenz zur Konstanthaltung des Erde-Luftstromes annimmt. In Davos ist der Verlauf von Potentialgefälle und Leitfähigkeit während des ganzen Tages ein spiegelbildlicher, wie die nachstehenden Bilder zeigen[1]). Die

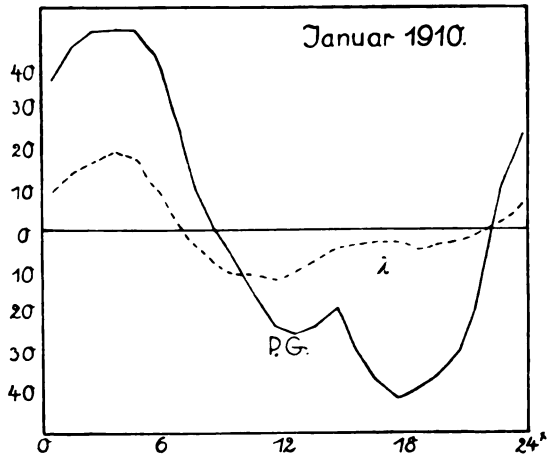


Fig. 1. Abweichungen des Potentialgefälles in der Leitfähigkeit vom Monatsmittel aus Normaltagen in Davos.

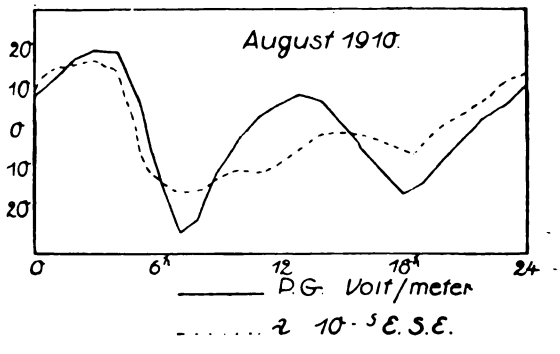


Fig. 2.

Nullinie entspricht dem Monatsmittel. Der größeren Deutlichkeit halber sind die positiven Abweichungen der Leitfähigkeit nach oben, die des Potentialgefälles nach unten aufgetragen und umgekehrt.

Am Abend ist in Davos das Ansteigen des Potentialgefälles stärker ausgeprägt als das Sinken der Leitfähigkeit, der Vertikalstrom nimmt daher um diese Zeit zu; desgleichen tritt an manchen Orten eine Abnahme des Stromes gegen 9^h ein, weil dem Sinken der Leitfähigkeit nicht immer ein genügend starkes Anwachsen des Potentialgefälles entspricht.

1) C. Dorno, Luft und Licht des Hochgebirges. Tabelle 58, 64 u. 68.

Digitized by Google

Eine Durchsicht meiner im Jahre 1913 und 1914 hier vorgenommenen Messungen des Potentialgefälles und der Leitfähigkeit und der daraus berechneten Werte des luftelektrischen Vertikalstromes hat ergeben, daß, wie es auch v. Schweidler[1]) in Seeham im Salzburger Land gefunden hat, die Werte der Leitfähigkeit ebensooft über wie unter dem Mittel liegen, in den 7 ersten Monaten 1914 z. B. übernormal 50,4, unternormal 49,6 Proz., während für den Strom wie in Seeham die unternormalen Werte häufiger, die Abweichung in der Richtung der höheren Werte seltener aber größer sind; für den angegebenen Zeitraum z. B. übernormal 43,2, unternormal 56,7 Proz. Ich konnte daher auch die von v. Schweidler angewandte Berechnung ausführen, die das Resultat lieferte, daß im Durchschnitt mit der Leitfähigkeit gleichsinnige Abweichungen des Stromes vom Mittelwert um 10 Proz. häufiger, ungleichsinnige um ebensoviel seltener sind als die durch das Produkt der Einzelwahrscheinlichkeiten berechneten. Aus den gleichzeitig von Herrn Huber in Altdorf ausgeführten Messungen ergibt sich dagegen, daß dort zwar auch die negativen Abweichungen der Leitfähigkeit an Zahl größer sind als die positiven, 59 gegen 41%; die mit der Leitfähigkeit gleichsinnigen Abweichungen des Stromes überwiegen aber die aus dem Produkte der Einzelwerte berechneten in diesem Falle nur um 1,5 Proz. Zu demselben Resultate führte eine Untersuchung der von Simpson angeführten, sich allerdings nur über 14 Tage erstreckenden Registrierungen in Simla. Hierbei wurde die Leitfähigkeit nicht direkt gemessen, sondern aus den registrierten Werten des Vertikalstromes und des Potentialgefälles berechnet, ist also, weil auch durch den Konvektionsstrom mitbedingt, nicht identisch mit der nach der Scheringschen Methode registrierten Leitfähigkeit.

Swann[2]) hat die Ansicht ausgesprochen, daß die Schwankungen des Potentialgefälles hervorgerufen werden durch eine Änderung der Leitfähigkeit in den höchsten Atmosphärenschichten, die ihrerseits durch die Sonnenstrahlung verursacht wird. Der zu der Leitfähigkeit der unteren Schichten spiegelbildliche Gang des Potentialgefälles spricht eher für eine Abhängigkeit des Potentialgefälles von der Leitfähigkeit dieser Schichten. Ferner spricht gegen die Beeinflussung des Potentialgefälles durch Vorgänge in den obersten Schichten der Atmosphäre der Umstand, daß auf dem Sonnblick (3000 m Höhe) der Jahresgang des Potentialgefälles fast verschwindet. Das Minimum trat nach den Beobachtungen Lechners im Oktober/November mit einem Mittel von 112 Volt, das Maximum im April/Mai mit einem solchen von 139 Volt auf. Man kann indessen auf diese Beobachtungen, die von einem in physikalischen Messungen ungeübten Beobachter nach einer rohen Methode ausgeführt wurden, nicht zuviel Wert legen, zumal sie bezüglich der täglichen Periode im Widerspruch stehen zu den sich über 2 Monate erstreckenden Registrierungen Conrad und Exners auf demselben Berg. Auch fand Chauveau auf dem Montblanc die tägliche Schwankung nicht so klein wie Lechner auf dem Sonnblick, und ich selbst habe am Schwarzsee oberhalb Zermatt in einer Höhe von 2600 m die Mittagsdepression des Potentialgefälles noch sehr deutlich gefunden. Erst weitere über mindestens 1 Jahr fortgeführte Messungen in einer Höhe von über 3000 m können hier weitere Aufklärung bringen.

Maurer hat zu verschiedenen Malen auf die Abspiegelung der Sonnentätigkeit in den atmosphärisch-optischen Erscheinungen hingewiesen. Dies veranlaßte mich zu einer Untersuchung, ob der in einer neueren Veröffentlichung[1]) von ihm dargestellte Gang der Sonnentätigkeit sich auch in den Mittelwerten des Potentialgefälles oder den Amplituden der 24-Stunden-Welle desselben wiederfindet. Das Resultat war sowohl bei der Betrachtung von Einzelwerten als auch der Monatsmittel in Tortosa und Kremsmünster ein negatives. Vor allem ergibt sich auch aus dem Vergleich von Stationen mit kürzeren Beobachtungsreihen, daß der Gang der Amplitude der 24-Stunden-Welle in demselben Jahre an den verschiedenen Stationen verschieden ist. Chree[2]) hat ja auch in neuerer Zeit betont, daß die von Bauer aus den Beobachtungen in Tortosa nachgewiesene Abhängigkeit der Mittelwerte des Potentialgefälles von der Sonnentätigkeit sich in Kew nicht wiederfindet. Ich glaube deshalb auf einen Ausspruch Elster und Geitels aus dem Jahre 1897 hinweisen zu sollen: „Daß irgendwelche kosmische Einwirkungen die Luftelektrizität beeinflussen können, wird hierdurch (durch die Beobachtungen auf dem Sonnblick) keineswegs bestritten, wir glauben vielmehr, daß elektrische Beobachtungen auf hohen Bergen eben wegen des Zurücktretens der Jahresperiode am besten geeignet sind, solche Einflüsse aufzudecken".

Ebensowenig wie ich die von Bauer für die Jahresmittel nachgewiesene Abhängigkeit der

1) v. Schweidler, Jahrb. d. Rad. u. Elektr. **18**, 1, 1921.

2) W. F. G. Swann, Monthly Weather Reviev, Juli 1919, S. 453.

1) I. Maurer, Metorol. Zeitschr. **40**, 349, 1923.

2) C. Chree, Proc. Phys. Soc. London **35**, 129, 1923.

Digitized by Google

Tabelle IV.

Summe der Abweichungen vom Tagesmittel.

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Batavia 1891—1900	1032	962	1147	1255	957	963	829	848	1164	1205	1385	1221
Davos 1909	438	528	234	312	259	118	154	220	188	264	338	476
„ 1910	607	481	457	353	267	243	301	241	319	260	408	629
„ Mittel	523	504	346	353	263	181	228	231	254	262	373	553
München	1161	1217	809	692	524	566	611	665	810	908	1052	1288
Kremsmünster 1912—1916	766	766	473	329	276	253	266	302	330	504	639	693
Melbourne 1858—1863 . .	124	183	156	155	143	164	162	165	180	194	172	138

Schwankungen des Potentialgefälles in Tortosa von der Sonnentätigkeit für einzelne Tage finden konnte, läßt sich auch eine Abhängigkeit der Amplitude der 24-Stunden-Welle von der Bewölkung nachweisen. Selbst bei Bewölkung o schwanken diese Werte von einem Tag zum anderen stark, daß eine Mittelbildung keinen Zweck hat.

Auf die in Verbindung mit dem früher angeführten merkwürdigen Umstand, daß in Melbourne gerade wie auf der nördlichen Hemisphäre, das Verhältnis der Amplitude der Doppelwelle zu der der einfachen Welle sein Maximum in den Monaten Juni bis September erreicht, hat schon Mauchly hingewiesen.

Als Maß der gesamten täglichen Schwankung kann man auch, wie dieses v. Hann für den Luftdruck getan hat, die Summe der Abweichungen der Stundenmittel (ohne Rücksicht auf das Vorzeichen) vom Tagesmittel verwenden. Die nachstehende Zusammenstellung zeigt auf der nördlichen Halbkugel und in Melbourne, daß das Maximum dieser Abweichung in den Winter, das Minimum in den Sommer der betreffenden Halbkugel fällt. In Batavia fällt das Maximum annähernd mit dem höchsten Sonnenstand zusammen.

Auch abgesehen von der Feststellung der Carnegie-Expedition, daß auf dem Meere das Minimum des Potentialgefälles unter den verschiedensten Längegraden ungefähr um 3^h Greenwicher Zeit eintritt, und daß dort die Amplitude der Doppelwelle im Juni bis August zunimmt, zeigt auch auf dem festen Lande die geringe Abhängigkeit der Phasenzeiten der einfachen und doppelten Welle von der Jahreszeit, daß die tägliche Schwankung des Potentialgefälles nicht einfach als eine Wirkung der Erwärmung des Bodens durch die Sonne aufgefaßt werden kann. Am schärfsten tritt die Unabhängigkeit von dem Temperaturgang bei dem Morgenminimum und dem späteren Abendmaximum hervor. Hier beträgt an den meisten Stationen die Schwankung im Laufe des Jahres höchstens eine Stunde, während dagegen sich das von der Erhebung des Dunstes abhängige Vormittagsmaximum in München z. B. ebenso wie hier in Freiburg vom Frühsommer zum Spätherbst von 7^h auf 11^h verschiebt. Damit ändert sich natürlich der Charakter der Tageskurve, und es macht gerade die Verschiebung dieses Maximums bei konstant bleibendem Minimum ($3—4^h$) es mir zweifelhaft, ob die Zerlegung der ganzen Tageskurve in zwei oder mehr Sinuswellen an solchen Orten eine physikalische Bedeutung hat. Das Morgenmaximum des Potentialgefälles ist, wie die Leitfähigkeitsmessungen beweisen, verursacht durch die mit der Erhebung des Dunstes verbundene starke Verringerung der Leitfähigkeit. Angenheister betont auch, daß die spitzen von ihm in Samoa beobachteten Maxima sich nicht durch eine Sinuswelle darstellen lassen. Auch sind z. B. in Potsdam die Eintrittszeiten der Maxima und Minima nicht 12 Stunden voneinander entfernt.

Bei dem Vertikalstrom ist der Jahresgang der Lage des Morgenmaximums in Davos eher umgekehrt, und in Potsdam ist der Verlauf der täglichen Schwankung überhaupt ein sehr unregelmäßiger. Die Zerlegung der Registrierung nach Bessel in Davos und Potsdam sowohl als auch in Simla, wo die Messungen nach der direkten Wilson-Simpsonschen Methode gemacht wurden, liefert auch für die 8- und 6stündigen Wellen noch erhebliche Amplituden. Ich glaube daraus den Schluß ziehen zu dürfen, daß der Faktor, welcher die täglichen Schwankungen der luftelektrischen Elemente bestimmt, nicht direkt auf den Vertikalstrom, sondern zunächst auf dessen Elemente, das Potentialgefälle, oder was mir wahrscheinlicher erscheint, die Leitfähigkeit einwirkt.

Im jährlichen Verlauf zeigt zwar die Amplitude der 24-Stunden-Welle des Vertikalstromes, wie er aus der nachstehenden Übersicht hervorgeht, in Davos eine deutliche Abnahme im Sommer, in Potsdam dagegen ist der Verlauf ein ganz unregelmäßiger.

V. Schweidler[1]) nennt den Versuch für den zeitlichen Verlauf des Potentialgefälles (regel-

1) E. v. Schweidler, Jahrb. d. Radioakt. u. Elektr. 18, 2, 1921.

Digitized by Google

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Davos	225	194	281	252	158	23	54	128	119	149	275	226
Potsdam	436	259	251	502	667	607	457	295	353	636	206	182

mäßige Perioden, Einwirkung der Wetterlage) ein einfaches Gesetz zu finden, eine undankbare Aufgabe. Er sagt: „Die Feldstärke ist eine sekundäre luftelektrische Größe, deren Wert bedingt ist erstens durch den Ionisationszustand der Atmosphäre und zweitens durch den Vertikalstrom, entsprechend der Bedingung, daß das Produkt Leitfähigkeit $\times$ Feldstärke eben die vorgegebene Stromdichte liefere. Dabei ist die Leitfähigkeit selbst wieder bedingt durch das Gleichgewicht zwischen ionenerzeugenden und ionenvernichtenden Prozessen und die Stromstärke ist durch uns derzeit noch gänzlich unbekannte Vorgänge bestimmt. Es sind also mindestens drei sozusagen unabhängige Variable, deren Beeinflussung durch allgemein kosmische oder lokale meteorologische Verhältnisse erst den komplizierten Verlauf der abhängigen Variablen „Feldstärke" bestimmt." Man kann die Richtigkeit dieser Sätze zugeben, muß aber trotzdem bemerken, daß tatsächlich sich auf Grund der vorliegenden Beobachtungen leichter Regeln für den Gang des Potentialgefälles als für den der beiden anderen Elemente ableiten lassen. Ausgehend von der Annahme, daß der vertikale Leitungsstrom sich an jeder Stelle in das Gleichgewicht setzt mit dem in seiner Ursache noch unaufgeklärten, aber vielfach auf kosmische Ursachen zurückgeführten Strom, der negative Ladung zur Erde schafft, kann man erwarten, daß sich für den Leitungsstrom einfache Gesetzmäßigkeiten ergeben. Diese Erwartung aber wird enttäuscht. Der Leitungsstrom zeigt sowohl einen komplizierteren täglichen Gang als das Potentialgefälle, als auch sind die Unterschiede im täglichen und jährlichen Gang an den einzelnen Orten größer als beim Potentialgefälle.

Die Zerlegung des Ganges des Vertikalstromes durch die harmonische Analyse ergibt z. B., daß in Davos die Ampituden der 24-Stunden-Welle vom Winter zum Sommer abnehmen, während in Potsdam vielmehr das Gegenteil der Fall ist. Die Phasenwinkel beider Wellen sind in Davos einigermaßen konstant (Mittel für $\varphi_1 = 105$, $\varphi_2 = 293^0$), in Potsdam dagegen schwanken die Monatsmittel der φ_1 zwischen 50 und 200°, die der φ_2 zwischen 15 und 211°.

Ein glatte Darstellung des täglichen Ganges ist selbst bei Berechnung von 3 Gliedern der harmonischen Reihe noch nicht möglich. Für Simla, wo Simpson den Strom direkt nach einer im Prinzip der Wilsonschen gleichenden Methode registrierte, sind die Amplituden der harmonischen Wellen $A_1 = 7{,}30$, $A_2 = 7{,}15$, $A_3 = 2{,}07$.

Bemerkenswert ist indessen, daß die Phasenwinkel der beiden Wellen in Simla fast zusammenfallen (132 bzw. 125), in Davos sich um annähernd 180° unterscheiden, d. h. daß wie auch beim Potentialgefälle in der Regel der Fall ist, zwei Extreme der 12stündigen sich mit denen der 24stündigen decken. Daß bis jetzt noch so wenig Gesetzmäßigkeit für den Verlauf des Vertikalstromes gefunden wurde, läßt sich zum Teil durch die Spärlichkeit des vorliegenden Beobachtungsmaterials erklären, zum Teil mag die Ursache auch sein, daß die regelmäßigen Schwankungen des Stromes relativ kleiner sind, als die der Komponenten, unregelmäßige Störungen also stärker in das Gewicht fallen.

Von den Komponenten des Stromes zeigt aber auch die Leitfähigkeit in der Regel einen viel weniger glatten täglichen und jährlichen Gang als das Potentialgefälle. Auch hierfür kann zum Teil die Spärlichkeit der Registrierungen dieses Faktors herangezogen werden, zum größten Teil werden die Unregelmäßigkeiten dadurch zu erklären sein, daß die gemessene Leitfähigkeit nur von dem Zustand der Atmosphäre in nächster Nähe des Erdbodens abhängt, während das Potentialgefälle auch von der Verteilung der elektrischen Ladungen in den höheren Atmosphärenschichten beeinflußt wird.

Der sehr unregelmäßige Verlauf, welchen die Leitfähigkeit nach den Registrierungen in Potsdam aufweist, glaube ich auf die Störungen im Austreten der Ionen aus dem Erdboden und noch vielmehr auf die Kondensationsvorgänge Bodennebel, Tau usw. und die Dunstbildung znrückführen zu können. In Davos befinden sich die Drähte, deren Zerstreuung registriert wird, auf dem flachen Dache eines Hauses. Dorno sagt von dem täglichen Gang, daß er eine so erschreckende Regelmäßigkeit aufweise, daß man sich die Frage vorlegen müsse, ob hier nicht regelmäßig wiederkehrende äußere Einflüsse im Spiele seien. Die harmonische Analyse, die aber hier vielleicht keine physikalische Bedeutung hat, läßt, wie die folgende Tabelle V zeigt, die von Dorno erhaltenen λ doch nicht so regelmäßig erscheinen[1]). Insbesondere sind die von mir nur für einige

1) C. Dorno, Licht u. Luft des Hochgebirges. Die Berechnung erfolgte nach den Tabellen 64 und 68.

Digitized by Google

Tabelle V.

Leitfähigkeit (λ_+ und λ_-) in Davos 1910.

	Monatsmittel 10^{-6} E.S.E.	A_1 absolut	A_1 Proz.	A_2 absolut	A_2 Proz.	φ_1	φ_2	A_3 absolut	φ_3
Januar	156	133	85	54	35	58°	353°	9,6	237°
Februar	216	121	56	62	29	69	351		
März	206	156	76	84	41	65	356		
April	256	128	50	64	25	103	14		
Mai	273	111	41	60	22	114	7		
Juni	376	103	27	87	23	92	24	47	313
Juli	307	100	33	76	25	84	21	32	312
August	323	115	36	76	24	86	21		
September	317	102	32	95	30	87	10		
Oktober	340	106	31	103	30	101	4		
November	264	164	62	35	13	93	285		
Dezember	163	121	74	46	28	65	347	11,0	182

Monate berechneten der 6stündigen Welle noch relativ hoch und die der 24- und 12stündigen übertreffen die analogen des Potentialgefälles.

Für dieses betragen in Davos die Amplituden der harmonischen Wellen:

	A_1	A_2
Winter	35 Proz.	16 Proz.
Sommer	19 „	30 „
Frühling	19 „	22 „
Herbst	14 „	31 „

Für Potsdam liegen nur Registrierungen von λ_- vor. Der jährliche Gang ist dort nur schwach ausgeprägt: Minimum im Februar 32 und September 29, Maximum Juli/August 59×10^{-6} E.S.E. A_1 ist prozentisch beträchtlich kleiner als in Davos. Die jährlichen Schwankungen sind unregelmäßig. Die höchsten Werte finden sich im Dezember mit 24,5 und im September und Januar mit 17 Proz. Der niederste Wert findet sich im Mai mit 5,7 Proz., nur wenig höher sind die Werte von April, Juni, Oktober und November. Die Phasenwinkel liegen, vom April abgesehen, im ersten oder vierten Quadranten. Die Werte für die Halbtagswelle habe ich dieser Unregelmäßigkeiten halber nicht berechnet.

Auch v. Schweidler fand aus seinen in den Sommermonaten der Jahre 1908—1915 in Seeham am Obertrumer See im Salzburger Land ausgeführten Registrierungen, daß die Amplituden der täglichen Kurven für λ_- noch für die höheren Glieder Werte von der Größenordnung der Amplitude der einfachen Welle liefern, nämlich:

$$A_0 = 44{,}2,\ A_1 = 4{,}59,\ A_2 = 3{,}18,\ A_3 = 0{,}80,$$
$$A_4 = 0{,}83,\ A_5 = 1{,}00.$$

Die einfache Welle hat ein Maximum 3^h 20 Minuten, die Doppelwelle Maxima 0^h 42 und 12^h 42. Die Kurve für λ_+ zeigt einen Übergang zu den gleich zu besprechenden Werten von Simla, nämlich hohe Nacht- und tiefe Tageswerte mit schwach angedeutetem sekundären Minimum am Mittag und sekundärem Maximum in den ersten Nachmittagsstunden.

Die nur über 10 Novembertage sich erstreckenden, nach eigener Methode ausgeführten Registrierungen Simpsons in Simla, ergeben eine flache Kurve während der Nacht, ein starkes Heruntersinken zwischen 8 und 10^h, flachen Verlauf von da bis 19^h und Ansteigen zu den Nachtwerten von $19—23^h$. Das Mittel der Nachtwerte ($23^h—8^h$) ist 6,53, das der Tageswerte ($11—19^h$) $4{,}96 \times 10^{-4}$ E.S.E., die mittleren Tagesschwankungen demnach ungefähr 14 Proz.

Die Betrachtung der in Potsdam, Seeham und Simla erhaltenen Leitfähigkeitskurven kann zu der Auffassung führen, daß die Zerlegung der täglichen Schwankungen in Sinuswellen keine physikalische Bedeutung hat, und daß die Schwankungen nur in dem Übergang der hohen ziemlich gleichmäßigen Nachtwerte zu dem niederen, ebenfalls unter sich ziemlich gleichen Tageswerte besteht. Schwer zu vereinen mit dieser Ansicht ist aber der Umstand, daß in Davos der steile Abfall von den Nacht- zu den Tageswerten selbst im Winter schon 5^h beginnt, und daß schon am Mittag der viel langsamere Aufstieg zu den Nachtwerten wieder einsetzt. Meine hiesigen Beobachtungen beweisen mir die Richtigkeit der von Simpson ausgesprochenen Ansicht, wonach der Dunst das Mittel ist, durch welches der Sonnenschein auf die Leitfähigkeit wirkt. Sobald die ersten Sonnenstrahlen hier das Tal treffen, erhebt sich an windstillen Tagen eine Dunstschicht, welche auch die Leitfähigkeit an meinem 70 m über dem Talsand gelegenen Beobachtungsort herabsetzt. Ein sekundäres Minimum tritt abends ein, wenn gegen Sonnenuntergang Bildung von Tau oder Bodennebel einsetzt. Auf die auch im Winter schon um 5^h beginnende Erniedrigung der Leitfähigkeit in Davos läßt sich diese Erklärung aber nicht anwenden, und man könnte eher in diesem Gebirgs-

Digitized by Google

tal an das Spiel auf- uud absteigender Luftströme denken, wobei es allerdings auch wieder schwer zu erklären ist, warum diese im Winter und im Sommer zu ungefähr der gleichen Zeit einsetzen sollen. Auffallend ist die Tatsache, daß fast überall ein Maximum der Leitfähigkeit zwischen 3 und 4^h konstatiert wird, zusammenfallend mit dem Hauptminimum des Potentialgefälles. Wenn letzteres die Verteilung der Ionen in der Nähe des Apparates beeinflußt, so kann es nach den Ausführungen von Swann[1]) bei der in Davos und Potsdam angewandten Scheringschen Methode das Resultat nur in entgegengesetztem Sinne fälschen, niederes Potentialgefälle kann bei wenig bewegter Luft bewirken, daß die Leitfähigkeit zu niedrig, aber nicht, daß sie zu hoch gefunden wird.

Chree und Watson[2]) haben gezeigt, daß auch der nach der Methode von Owens gemessene Staubgehalt der Atmosphäre in Kew während des größten Teiles des Jahres ein Minimum ungefähr 3^h hat. Damit ist das um diese Zeit merkwürdigerweise sogar in dicht abgeschlossenen Kellerräumen[3]) auftretende Maximum der Leitfähigkeit erklärt, dagegen wirft sich die neue Frage nach der Ursache der täglichen Schwankung des Staubgehaltes auf, zumal diese nach den Untersuchungen von Chree und Watson eine merkwürdige enge Übereinstimmung mit dem Gang des Potentialgefälles zeigt. Alle Einzelheiten der täglichen Schwankung desselben lassen sich allerdings durch den Gang des Staubgehaltes nicht erklären, was auch von vornherein gar nicht wahrscheinlich ist, denn der Gang des Potentialgefälles ist nicht ausschließlich durch die Ionisation der erdnahen Schichten bestimmt, auch bleibt nach einer wohl unsicheren Extrapolation ein Gang des Potentialgefälles auch bei ganz reiner Atmosphäre übrig. In Ebellofthafen auf Spitzbergen, wo Rauch und Kohlenstaub sicher nur eine geringe Rolle spielen, fand Hoffmann[4]) einen Tagesgang der Leitfähigkeit, welcher sich von dem in Davos nur dadurch unterschied, daß der Aufstieg zu den hohen Nachtwerten erst etwa 16^h beginnt. Das Maximum zwischen 3 und 4^h ist in allen Monaten gut ausgeprägt. Auffallend ist, daß in diesem Ort, an dem doch der meteorologische Unterschied zwischen Winter und Sommer sehr groß ist, ein Jahresgang der elektrischen Leitfähigkeit sich kaum erkennen läßt. Das Mittel der 4 Monate November bis Februar ist 505, das der Monate Mai bis August 542 und die Monatsmittel für März und April liegen noch unter dem Wintermittel.

Der Owensche Staubzähler kann seiner Natur nach hauptsächlich den Gehalt der Luft an Kohlenstaub bestimmen, schwerlich aber die Zahl der Molekülkomplexe, welche durch die Sonnenwirkung in der Atmosphäre entstehen. Letztere allein kann aber nicht für den Gang der Leitfähigkeit verantwortlich gemacht werden, denn wir stehen vor der merkwürdigen Tatsache, daß das Erscheinen der Sonne die Leitfähigkeit herabsetzt, Bewölkung aber dieselbe Wirkung hat.

Ich glaube man entgeht diesem scheinbaren Widerspruch nur dann, wenn man die Ursache der Leitfähigkeitsschwankungen nicht in einer direkten Wirkung der Sonnenstrahlung, sondern in den durch sie beeinflußten Luftdruckschwankungen sucht. Die Ähnlichkeit, die der tägliche Gang des Potentialgefälles mit dem des Barometers zeigt, ist ja schon lange bekannt. Die Ähnlichkeit erstreckt sich aber nicht bloß auf dle Wendepunkte des täglichen Ganges, sondern auch auf manche andere Einzelheiten. Allerdings ist es bei dem Luftdruck nicht die einfache, sondern die Doppelwelle, welche die größere Regelmäßigkeit aufweist, und wie Hann[1]) bemerkt, etwas von dem Charakter einer kosmisch bedingten Erscheinung erhält. Einen ebensolchen universellen Charakter hat aber nach seiner letzten Abhandlung auch ein Summand der ganztägigen Welle. So fallen die Maxima der Amplituden überall in die Zeit der Äquinoktien, dasselbe ist, wie die Tabelle II zeigt, auch an manchen Orten der Fall bei dem Potentialgefälle, und zwar ist hier die Erscheinung am stärksten ausgeprägt an den Stationen höherer Breite. Das Hauptminimum der barometrischen Doppelwelle tritt, wie das Hauptminimum der einfachen luftelektrischen Welle auf beiden Halbkugeln zur Zeit der größten Sonnenferne ein.

An heiteren Tagen ist das Vormittagsmaximum des Luftdruckes viel stärker entwickelt als das Abendmaximum, bei trübem Wetter verhält es sich umgekehrt. Dasselbe ist an vielen Orten der Fall bei dem Potentialgefälle. In München kann an heiteren Tagen im Mai und Juni das Abendmaximum vollständig verschwinden. Die doppelte tägliche Periode der Luftdruckwelle tritt auf Berggipfeln zurück. Nach den allerdings ungenauen Beobachtungen Lechners auf dem Sonnblick (3000 m), aber auch nach den, allerdings nur kurzen Registrierungen Chauveaus auf dem Montblanc verschwindet in diesen Höhen die Doppelwelle

1) W. F. G. Swann, Terr. Mag. **19**, 23, 1914.
2) C. Chree u. R. Er. Watson, Proc. Roy. Soc. **105**, 811, 1923.
3) W. Schlenk, Wien. Ber. **131**, IIa, 437, 1922.
4) K. Hoffmann, Beiträge z. Physik d. fr. Atmosphäre **11**, 1, 1923.

1) v. Hann, Wiener Ber. **128**, IIa, 379, 1919.

Digitized by Google

fast vollständig, dagegen fanden sie, und zwar mit beträchtlicher Amplitude, Conrad und Exner bei ihren Registrierungen auf dem Sonnblick. Wenn, wie Fenyi[1]) annimmt, die halbtätige Luftdruckwelle durch die Bestrahlung der obersten Luftschichten beeinflußt wird, so wäre auch der von Bauer betonte Zusammenhang zwischen Sonnenflecken und Potentialgefällschwankung verständlich.

Eine direkte Einwirkung irgendeiner Art von Sonnenstrahlen auf die Ionisation der Troposphäre und des Potentialgefälles scheint mir bei dem großen Einfluß des Dunstes nicht wahrscheinlich, ebensowenig glaube ich an das Vorhandensein einer von der Milchstraße herrührenden Strahlung, wie Kohlhörster[3]) sie annimmt. Die von diesem Autor beobachteten täglichen Schwankungen der durchdringenden Strahlung lassen sich nach meiner Ansicht auch auf andere Weise, z. B. durch das Spiel auf- und absteigender Luftströme erklären, welche Zersetzungsprodukte der Radium- und Thoriumemanation in die Nähe des Beobachtungsortes bringen. Thoriuminduktion fanden Wulf und ich[3]) auf Gletschern noch in großer Menge. Zu ihrer Ansammlung genügte das an exponierten Punkten im Gebirge stark elektrische Feld der Erde.

Luftelektrische Messungen auf dem Jungfraujoch, wo Kohlhörster arbeitete, könnten aber über manche der im vorliegenden Aufsatz behandelten Fragen Aufklärung bringen, besonders im Winter, wo dort oft wochenlang klarer Himmel herrscht und durch die in der Ebene lagernden kalten Nebelmassen die Einwirkung der Ionisation der Tiefen aufgehoben ist.

1) I. Fenyi, Met. Zeitschr. **38**, 304, 1921.
2) W. Kohlhörster, Berl. Sitzungsber. **34**, 366, 1923.
3) A. Gockel u. Th. Wulf, Physik. Zeitschr. **9**, 907, 1908.

Freiburg (Schweiz), Juli 1924.

(Eingegangen 15. Juli 1924.)

Der Polychroïsmus der Himmelspolarisation.

Von J. J. Tichanowsky.

M. A. Schirmann hält den sogenannten Polychroïsmus, welcher sich in der ungleichen Färbung der Polarisationskomponenten des von dem Medium zerstreuten Lichtes ausdrückt, für einen der den Erscheinungskomplex der Lichtpolarisation in trübem Medium charakterisierenden Faktoren[1]). Der genannte Autor hat die Notwendigkeit dieser Erscheinung theoretisch festgestellt (1918). Man kann diese Polychroïsmuserscheinung, wie ich es noch im Jahre 1917 nachgewiesen habe, im natürlichen trüben Medium — in der Atmosphäre — beobachten.

Die Untersuchungen des Polychroïsmus kann man in verschiedener Weise führen: entweder durch die Spektrophotometrierung beider Komponenten, oder durch die Messung der Polarisationsgröße $p_1, p_2, \ldots$ und der Helligkeit $q_1, q_2, \ldots$ der einzelnen Spektrumabschnitte des Himmelslichtes. Die Polarisationskomponenten a_1, b_1, a_2, b_2, ... für diese Spektrumabschnitte werden dann, wie es leicht nachzuweisen ist, durch die Formeln

$$a_1 = \frac{(1+p_1)\,q_1}{2}, \quad a_2 = \frac{(1+p_2)\,q_2}{2}, \ldots$$

$$b_1 = \frac{(1-p_1)\,q_1}{2}, \quad b_2 = \frac{(1-p_2)\,q_2}{2}, \ldots$$

bestimmt.

Bei meinen ersten Schritten im Studium des Polarisationspolychroïsmus beschränkte ich mich aber auf visuelle Beobachtungen der Farben von beiden Komponenten mit Hilfe der Martenschen Polarimeter, wobei die beiden Komponenten durch Nicol des Polarimeters auf die gleichen Helligkeiten zurückgeführt wurden.

Die in der durch die Richtung der Visierlinie und die Sonne durchgehenden Ebene polarisierte Komponente des Himmelslichtes werden wir als die erste bezeichnen (Rayleighs Vektor), die andere Komponente nennen wir die zweite (Wieners Vektor).

Meine Beobachtungen, welche in den Jahren 1917—1922 in Taschkent an einem innerhalb des Sonnenvertikals um 90° von der Sonne abstehenden Himmelspunkte geführt wurden, haben gezeigt, daß die zweite Komponente, während die Sonne auf gewisser Höhe über dem Horizont liegt, in den meisten Fällen reicher an langwelligen Strahlen ist im Vergleich mit der ersten. Während die erste Komponente meistens eine blaue Farbe hat, ist die zweite Komponente graublauer, grauer, schmutzig-gelber, blaß-bräunlicher Färbung. Dieser Polychroïsmus ist desto mehr ausgedrückt, je höher die Sonne steht, je höher die Lufttemperatur, je mehr die absolute Feuchtigkeit und je weniger die Luftdurchsichtigkeit, ihre relative Feuchtigkeit und die Windstärke. In seltensten Fällen fehlt dieser Polychroïsmus vollständig, wird sogar das Zeichen umgeändert — die zweite Komponente bekommt violett-blaue Farbe, die erstere blaue. Bei Sonnenhöhe um 0° hat meistens die zweite Komponente eine trübe blaue Farbe, die erstere — graue[1]).

1) Diese Zeitschr. **23**, 441, 1922; Met. Zeitschr. **37**, 22, 1920.

1) S. meine Arbeit: Die Farbe der Polarisationskomp. d. Himmelslichts. Met. Zeitschr. **41**, 1924.

Digitized by Google

Die Ursache des Polychroïsmus sieht Schirmann in der einseitigen Beleuchtung der Mediumteilchen, wobei bei größeren Teilchen der Polychroïsmus stärker ausgedrückt ist als bei den kleineren. Ich glaube, daß in der Atmosphäre der Polychroïsmus hauptsächlich durch die Ungleichartigkeit der Teilchen (Gasmolekeln, Staubpartikelchen usf.) bedingt wird, teilweise aber durch die zweifache Lichtzerstreuung, worauf Rayleigh schon im Jahre 1910 hingewiesen hat[1]). Das Vorhandensein z. B. der größeren Teilchen in der Atmosphäre soll mehr weißliche und trübe Farbe bei der zweiten Komponente als bei der ersteren bewirken, die zweifache Zerstreuung vermag dagegen die mehr gesättigte blaue Farbe der zweiten Komponente zu verursachen. Durch die Wechselbeziehung dieser zwei Faktoren lassen sich die verschiedenen Bilder des Polarisationspolychroïsmus des Himmelslichtes erklären.

1) Nature, Nr. 2106.

Ssimferopol, 25. Mai 1924.

(Eingegangen 9. Juni 1924.)

Noch einmal „Kosmische Refraktion".

Von L. Courvoisier.

Um kein Mißverständnis über den allgemeinen Wert meines großen Materials zur „jährlichen Refraktion" aufkommen zu lassen, bin ich gezwungen, zu der Erwiderung von H. Kienle: „Kosmische Refraktion" (Physik. Zeitschr. **25**, 306—307, 1924) noch Folgendes zu bemerken:

Das von Herrn Kienle dort besonders beanstandete Reduktionsverfahren wurde unter Dutzenden von einzelnen Beobachtungsreihen aller Art allein bei den Deklinationsbestimmungen von im ganzen 6 Sternen (A. N. **209**, 337) benutzt, wobei außerdem die Sicherheit der graphischen Ausgleichung in den zwei wichtigsten Fällen durch Figuren ohne weiteres kenntlich gemacht worden ist. Es handelt sich also keineswegs etwa um ein durchweg angewandtes „Prinzip", wie Herr Kienle durch seine Schlußbemerkung könnte glauben machen.

Mit diesen Zeilen möchte ich meinerseits die Diskussion über die Angelegenheit beschließen.

Sternwarte Berlin-Babelsberg, Juli 1924.

(Eingegangen 23. Juli 1924.)

BESPRECHUNGEN.

B. Dessau, Lehrbuch der Physik. Vom Verfasser aus dem Italienischen übertragen. II. Band. Optik und Elektrizitätslehre. gr. 8°. VI u. 958 S. Mit 554 Abbildungen im Text und 1 Spektraltafel. Leipzig, J. A. Barth. 1924. M. 30.—, geb. M. 32.—.

Dem ersten Bande dieses Lehrbuches, der in dieser Zeitschr. **24**, 115, 1923 angezeigt wurde, ist jetzt der zweite Band gefolgt, der die Optik und die Elektrizitätslehre enthält. Was von Band I gesagt ist, gilt in der Hauptsache auch von Band II. In elementarer, leicht verständlicher Darstellung werden die Gesetze und die Forschungsmethoden bis zu den neuesten Resultaten der Wissenschaft behandelt, im letzten Abschnitt „Vom Weltbild der heutigen Physik" neben dem periodischen System der Elemente, dem Bohrschen Atommodell und der Quantentheorie sogar die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie. Allerdings wird hier, wie vielfach an anderen Stellen des Buches, wo eine elementare Behandlung nicht möglich ist, auf eine Angabe des Weges verzichtet und nur das Ergebnis mitgeteilt. Die ausführliche Darstellung, die das Buch so leicht lesbar macht, macht es aber auch sehr umfangreich und deshalb wohl für die meisten Studierenden zu teuer. Starke Kürzungen wären an vielen Stellen möglich und zweckmäßig, z. B. in der geometrischen Optik. Daß die Darstellung überall die geschichtliche Entwicklung berücksichtigt, ist für den Lernenden wertvoll. Aber vieles Veraltete, was nur noch geschichtlichen Wert hat, könnte gekürzt oder fortgelassen werden, z. B. bei den elektromagnetischen Meßinstrumenten, bei den magnet- und dynamoelektrischen Maschinen (der Trommelanker wird da nur im kleingedruckten Text ohne Figur, der Grammesche Ring sehr ausführlich behandelt), bei der Funkentelegraphie, wo die alten Sender und Empfänger (Kohärer) sehr ausführlich besprochen, die Elektronenröhren nur an einer Stelle kurz erwähnt werden ohne Figur und Beschreibung und ohne ihre Anwendungen. Auch die Figuren enthalten sehr viel Veraltetes. Die farbige Spektraltafel stammt wohl noch aus einem Physikbuch des vorigen Jahrhunderts, am Kopfe steht noch die alte Bunsensche Skala, ein Bandenspektrum ist nicht abgebildet. Die Figuren sind meist schematisch, aber viele nicht sehr gut, einige fehlerhaft, z. B. Fig. 536. Verbesserung der Abbildungen, bei der alle unsere modernen Darstellungsmittel, auch photographische Bilder, benutzt werden, würde die Brauchbarkeit des Buches wesentlich erhöhen. Götting.

J. A. Schouten, Der Ricci-Kalkül. Die Grundlagen der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen. Bd. X. 312 S. m. 7 Textfiguren. Berlin, J. Springer. 1924. M. 15.—, geb. M. 16.20.

Die für die Geometrie grundlegenden Untersuchungen von Ricci über den absoluten Differentialkalkül fanden erst allgemeine Beachtung, als die Mathematiker durch die Verwendung in der Relativitätstheorie

Digitized by Google

auf ihre Bedeutung aufmerksam gemacht worden waren. Die wichtigsten Untersuchungen von Ricci aus früherer Zeit sind in dem von Ricci und Levi-Civita verfaßten Bericht (Math. Ann. **54**, 125—201, 1901, Berichtigungen S. 608) in verhältnismäßig gut lesbarer Form zusammengestellt. Seitdem der absolute Differentialkalkül „modern" geworden ist, ist eine große Anzahl von Arbeiten auf diesem Gebiete erschienen.

Der Verfasser stellt sich die dankenswerte Aufgabe, eine möglichst vollständige Darstellung der Hauptsätze des Ricci-Kalküls und ihrer wichtigsten Anwendungen zu geben. Der erste Abschnitt des Buchs bringt den algebraischen Teil des Kalküls, die Einführung der Vektoren, Tensoren, allgemein der kovarianten, kontravarianten und gemischten Größen. Durch Einführung einer geeigneten Symbolik, unter anderem durch Einführung „idealer" Faktoren, wie sie in der gewöhnlichen Invariantentheorie längst üblich sind, wird eine nicht unwesentliche Vereinfachung erzielt.

Nachdem so die Geometrie in einem Punkte aufgebaut ist, handelt es sich darum, ein Übertragungsprinzip einzuführen, das gestattet, Größen in benachbarten Punkten zu vergleichen. Jeder solchen Übertragung entspricht eine andere Differentialgeometrie. Die wichtigsten bekannten Übertragungsprinzipien sind das der gewöhnlichen (Riemannschen) Differentialgeometrie, bei welcher also ein quadratischer Fundamentaltensor gegeben ist, das der affinen Übertragung und das der Weylschen Übertragung. Im zweiten Abschnitt definiert Schouten die linearen Übertragungen durch 5 Bedingungen derart, daß die erwähnten Übertragungen als Spezialfälle darin enthalten sind. Derselbe Abschnitt bringt noch die Krümmungsgrößen und ihre Eigenschaften, sowie die Erweiterung des Gaußschen und Stokesschen Integralsatzes. Im dritten Abschnitt werden die Integrabilitätsbedingungen für Systeme von Differentialgleichungen sowie das Pfaffsche Problem mittelst des Ricci-Kalküls behandelt.

Damit ist die allgemeine Grundlage geschaffen; die drei folgenden Abschnitte sind Einzelausführungen für die den erwähnten speziellen Übertragungen entsprechenden Differentialgeometrien. Der letzte Abschnitt bringt die vollständige invariante Zerlegung einer kovarianten oder kontravarianten Größe beliebigen Grades bei der affinen Gruppe.

Das nicht immer leichte Studium des Buches ist für den Mathematiker ein großes Vergnügen; ob aber der „normale" Physiker durch das Buch durchkommen wird, ist schwerer vorauszusagen. Wer natürlich über neuere Relativitätstheorie arbeiten will, wird sich die Lektüre nicht schenken können; er wird aber dann durch mannigfache Anregungen und durch reiche Vertiefung seines Wissens belohnt. Hilb.

F. Wittenbauer, Graphische Dynamik. Ein Lehrbuch für Studierende und Ingenieure. Mit zahlreichen Anwendungen und Aufgaben. gr. 8°. XVI u. 797 S., m. 745 Abbildungen. Berlin, Julius Springer. 1923. Geb. M. 18.—.

Fast zwei Jahrzehnte hat der vor zwei Jahren verstorbene bekannte technische Mechaniker Prof. Wittenbauer in Graz an dieser „graphischen Dynamik" gearbeitet. Er ist mit ihr über gewisse ältere Ansätze, die in ähnlicher Richtung liegen, weit hinausgegangen und hat in diesem Lehrbuch den festen Grund zu einem aussichtsreichen neuen Zweig der technischen Mechanik gelegt.

Wittenbauer will mit seinem Lehrbuch die graphische Dynamik in derselben Weise in die Ingenieurkreise einbürgern, wie es der graphischen Statik seit geraumer Zeit gelungen ist. Das Horoskop, das man dem Verfasser für den Erfolg seiner Idee stellen kann, muß günstig ausfallen, wenn man die Schwierigkeiten in Betracht zieht, die der rechnerischen Behandlung verhältnismäßig einfacher kinematischer Aufgaben bereits entgegenstehen und die sich gewaltig steigern bei der Behandlung der dynamischen Aufgabe: „Von einem Getriebe allgemeinster Art sind die treibenden Kräfte und hindernden Widerstände, sowie die gesamte Massenverteilung gegeben; es ist der Gang des Getriebes, also die Geschwindigkeiten und Beschleunigungen zu ermitteln". Während hier die Rechnung so gut wie völlig versagt, führt, wie Wittenbauer in seinem Buch umfassend zeigt, die graphische Dynamik auch hier zum Ziel. Näher auf den Inhalt einzugehen, dürfte sich an dieser Stelle erübrigen, deren Leserkreis fürs erste der Materie ferner steht. Jedoch sei nicht unerwähnt, daß einzelne Teile, so z. B. die Bewegungsgesetze der veränderlichen Masse eines Punktes, auch für den Physiker von besonderem Reiz sind. L. Schiller.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Würzburg Dr. Walter Hieber für Chemie, an der Universität München Dr. Ernst Waldschmidt für Chemie, an der Universität Hamburg Dr. Heinrich Behnke für reine Mathematik.

Ernannt: Der Professor der Physik an der Universität Groningen W. I. de Haas zum ord. Professor der Physik an der Universität Leiden (an Stelle von Dr. H. Kamerlingh-Onnes, der von seinen lehramtlichen Verpflichtungen entbunden wurde), Dr. Rolin Wavre zum ord. Professor der Differential- und Integralrechnung an der Universität Genf, Professor F. Morris zum Chef der Abteilung für Chemie und chemische Technologie und Professor J. S. Ames zum Chef der Abteilung für Physik des National Research Council in Washington, I. E. Zanetti neuerdings zum Professor für Chemie an der Columbia Universität, der Privatdozent für Chemie an der Universität Berlin Dr. John Eggert zum nichtbeamteten a. o. Professor, der Leiter des Wissenschaftlichen Forschungs-Institutes der Vereinigten Glanzstoffabriken in Seehof bei Berlin Prof. Dr. Ing. Emil Heuser zum Honorarprofessor für Chemie an der Technischen Hochschule Berlin, der a. o. Professor an der Universität Zürich Dr. Viktor Henri zum ord. Professor der Physikalischen Chemie an derselben Hochschule, Dr. Ing. Hans Thoma in München zum ord. Professor für elektrische Anlagen an der Technischen Hochschule Karlsruhe, der a. o. Professor der Physik an der Universität Breslau Dr. Rudolf Ladenburg zum wissenschaftlichen Mitglied des Kaiser-Wilhelm-Institutes für Physikalische Chemie in Berlin-Dahlem, der Privatdozent an der Universität Halle Dr. Gustav Doetsch zum ord. Professor für darstellende Geometrie an der Technischen Hochschule Stuttgart, der a. o. Professor an der Universität Göttingen Dr. R. Wintgen zum ord. Professor für Chemie an der Universität Köln.

Verliehen: Dem Privatdozent für Chemie an der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr. H. Reihlen, dem Privatdozent für Chemie an der Universität Berlin Dr. Walther Schrauth und dem Privatdozent für Chemie an der Universität Tübingen Dr. Peter Neben die Amtsbezeichnung a. o. Professor.

Ehrungen: Professor I. C. Mc Lennan von der Universität Torento wurde zum Präsident der Royal Society of Canada, Professor Sir Ernest Rutherford unter Verleihung der Franklin-Medaille zum Ehrenmitglied des Franklin-Institutes von Pennsylvanien ernannt.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. F. Harms in Wurzburg. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Digitized by Google

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

No. 16. 15. August 1924. Redaktionsschluß für No. 18 am 5. September 1924. 25. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

Ph. Groß u. O. Halpern, Über Verdünnungsgesetze und Verteilung starker Elektrolyte nach der Theorie von Debye. S. 393.

K. C. Kar, Über „spontane Schwankungen" in der Physik. II. S. 397.

G. Joos, Zur Polarisation des Resonanzlichts. S. 400.

E. Rumpf, Der Benedickseffekt im Vakuum. S. 400.

L. Graetz, Zu der Besprechung meines „Lehrbuch der Physik, 5. Aufl.", durch Herrn Hans Küstner. S. 401.

Zusammenfassende Berichte:

H. Stücklen, Über Funkenpotential und Kathodenfall. S. 401.

Besprechungen:

J. Zenneck, Elektronen- und Ionenströme. S. 416.

H. Greinacher, Ionen und Elektronen S. 416.

Berichtigung. S. 416.

Personalien. S. 416.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über Verdünnungsgesetze und Verteilung starker Elektrolyte nach der Theorie von Debye.

Von Philipp Groß und Otto Halpern.

I. Einleitung.

Eine Reihe in dieser Zeitschrift erschienener Mitteilungen von Debye und Mitarbeitern[1]) hat die thermodynamische Theorie der starken Elektrolyte zu einem gewissen Abschluß gebracht. Die Voraussetzungen dieser Theorie sind im wesentlichen die beiden folgenden:

1. Die starken Elektrolyte sind praktisch vollkommen dissoziiert, d. h. die Ionenkonzentration ist ein einfach zu berechnendes Multiplum der analytischen Konzentration.

2. Die Abweichungen von der klassischen Theorie der verdünnten Lösungen werden auf die interionischen elektrischen Kräfte zurückgeführt.

Der Vergleich der Theorie mit der Erfahrung hat bisher immer zu bester Übereinstimmung geführt.

Die vorliegende Untersuchung stellt sich nun das Ziel, die Verteilung eines Elektrolyten zwischen zwei miteinander nicht mischbaren Lösungsmitteln zu untersuchen. Dieses Problem scheint interessant, da aus Verteilungsmessungen an starken Elektrolyten Schlüsse auf die Gültigkeit der klassischen Theorie gezogen wurden. Weiter dadurch, daß bestimmte Erscheinungen von der neuen Theorie auch qualitativ anders als von der klassischen Theorie angegeben werden. Schließlich, weil Verteilungsmessungen die Bestimmung des (sehr kleinen) undissoziierten Anteils und damit auch die Berechnung der wahren Dissoziationskonstanten K gestatten, sofern diese Berechnung überhaupt möglich und sinnvoll ist.

Die Lösung der hier beschriebenen Aufgabe erfordert jedoch eine Voruntersuchung, die im Zusammenhang mit Voraussetzung 1 der Debyeschen Theorie steht. Es ist nämlich von vornherein nicht anzunehmen, und wird auch durch die Erfahrung widerlegt, daß die im Wasser starken Elektrolyte auch in jedem anderen Lösungsmittel praktisch vollkommen dissoziieren. Das experimentelle Material scheint dafür zu sprechen, daß die Dissoziation mit abnehmender Dielektrizitätskonstante des Lösungsmittels abnimmt[1]). Hingegen nimmt der Einfluß der interionischen Kräfte mit abnehmender Dielektrizitätskonstante sehr zu. Dadurch tritt in dem Problem eine Komplikation auf. Denn die sehr großen elektrischen Kräfte sind bedingt durch die Ionenkonzentration, die ihrerseits jetzt nicht mehr in von vornherein bekanntem Verhältnis zur analytischen Konzentration steht. Vielmehr ist es die Aufgabe von II, diesen Zusammenhang, d. h. das neue Verdünnungsgesetz aufzustellen. III enthält Formeln für die Verteilung und für Grenzflächenpotentiale. In IV werden Beobachtungen an dem einfachsten Fall, für den allein, soweit wir sehen, solche vorliegen, mit den Formeln verglichen.

II. Verdünnungsgesetze.

Wir beschäftigen uns lediglich mit binären Elektrolyten, legen der Wertigkeit der Ionen jedoch keine Beschränkung auf. Der allgemeinste Fall läßt sich ganz analog erledigen.

Wir betrachten eine verdünnte Lösung eines binären Elektrolyten $A^{(-z)}B^{(+z)}$, dessen ana-

1) P. Debye u. E. Hückel, I, diese Zeitschr. **24**, 185, 1923; II, **24**, 305, 1923; P. Debye, diese Zeitschr. **25**, 97, 1924; O. Schärer, diese Zeitschr. **25**, 145, 1924.

1) P. Walden, Zeitschr. f. phys. Chem. **54**, 129, 1906.

Digitized by Google

lytische Konzentration c Mole pro Liter Lösungsmittel sei. Dieser wird dann im Betrage $\alpha (< 1)$ dissoziiert sein. Das Dissoziationsgleichgewicht berechnet sich nach dem generalisierten Ostwaldschen Verdünnungsgesetz aus:

$$\frac{\alpha^2 c f_\alpha^2}{(1-\alpha)} = K. \qquad (1)$$

In (1) bedeutet K die Debyesche Dissoziationskonstante, f_α^2 den Aktivitätskoeffizienten der Lösung, wobei, wie üblich, ein einheitlicher Ionenradius angenommen und das Eigenvolumen der Ionen vernachlässigt ist. Für f_α gilt:

$$\overset{10}{\log} f_\alpha = - \frac{C z^3 \sqrt{\alpha c}}{(DT)^{3/2}} \frac{1}{1 + \varkappa a}. \qquad (2)$$

Hierin bedeuten: z die Wertigkeit, D die Dielektrizitätskonstante, T die absolute Versuchstemperatur, a den Ionenradius, $C = 1{,}86 \cdot 10^6$, $\varkappa = \frac{5{,}07 \cdot 10^9 \sqrt{\alpha c z}}{\sqrt{DT}}$. Diese Gleichung unterscheidet sich formal nicht von der Debyeschen[1]). Inhaltlich aber wohl, da bei Debye nämlich nach Voraussetzung (1) in dem Ausdruck für den Aktivitätskoeffizienten $\alpha = 1$ gesetzt wird, während hier α erst aus dem generalisierten Verdünnungsgesetz zu bestimmen ist.

Die Auflösung von (1) ist wegen der transzendenten Form geschlossen nicht möglich. Es wird daher notwendig, für die wichtigsten, durch bestimmte Werte von K, D und c charakterisierten Spezialfälle angenäherte Lösungen zu suchen.

a) Die Dissoziation sei sehr beträchtlich, d. h. K sehr groß, D, c beliebig (Fall eines starken Elektrolyten). Dann lautet (1) nach leichter Umformung:

$$x = c - \frac{x^2 f_\alpha^2(x)}{K} = \varphi(x), \quad (x = \alpha c). \qquad (3)$$

Wir bilden der Reihe nach folgende Näherungsformeln[2]):

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= c, \quad x_2 = c - \frac{c^2 f_\alpha^2(c)}{K}, \\ x_3 &= c - \frac{1}{K}\left[c^2 - \frac{2c^3 f_\alpha^2(c)}{K} + \right. \\ &\left. + \frac{c^4 f_\alpha^4(c)}{K^2}\right] f_\alpha^2 \left(c - \frac{c^2 f_\alpha^2(c)}{K}\right). \end{aligned}\right| \qquad (4)$$

Streichen wir jetzt jene Glieder, die in einer Theorie der verdünnten Lösung von vornherein wegzulassen sind, so erhalten wir dann als definitiven Ausdruck:

$$\alpha \doteq 1 - \frac{c f_\alpha^2(c)}{K} + \frac{2c^2 f_\alpha^3(c)[c f_\alpha'(c) + f_\alpha(c)]}{K^2} \qquad (5)$$

und entsprechend für die Konzentration des undissoziierten Bestandteiles:

$$\left.\begin{aligned} (1-\alpha)c &\doteq \frac{c^2 f_\alpha^2(c)}{K}\left[1 + \right. \\ &\left. + \frac{2c^2 f_\alpha(c) f_\alpha'(c) + 2c f_\alpha^2(c)}{K}\right]. \end{aligned}\right| \qquad (6)$$

b) K sei beliebig, D sei so klein, daß der maßgebende Koeffizient des quadratischen Gliedes auf der rechten Seite von (3) der Größenordnung nach ungeändert bleibt. Dieser Fall ist wie a zu erledigen.

c) Die Dissoziation sei sehr schwach, d. h. K sehr klein. D mindestens so groß, daß das zweite Glied auf der rechten Seite von (3) mit dem ersten vergleichbar wird. Wir setzen $f_\alpha(x_1) = 1$ und erhalten:

$$x^2 + Kx - Kc = 0,$$

$$x = -\frac{K}{2} + \sqrt{Kc}\sqrt{1 + \frac{K}{4c}},$$

also:

$$x_1 \doteq \sqrt{Kc} - \frac{K}{2}. \qquad (7)$$

In zweiter Näherung ist $f_\alpha(x) = f_\alpha(x_1)$ zu setzen. Dann gilt:

$$\left.\begin{aligned} &x^2 + K_1 x - K_1 c = 0, \quad \left(K_1 = \frac{K}{f_\alpha^2(x_1)}\right), \\ &x_2 \doteq \sqrt{K_1 c} - \frac{K_1}{2} = \frac{\sqrt{Kc}}{f_\alpha(x_1)} - \frac{K}{2 f_\alpha^2(x_1)}. \end{aligned}\right| \qquad (8)$$

Für den undissoziierten Bestandteil gilt:

$$c - x \doteq c + \frac{K}{2 f_\alpha^2(x_1)} - \frac{\sqrt{Kc}}{f_\alpha(x_1)}. \qquad (9)$$

d) Mittlere Dissoziation, d. h. K mittelgroß, D groß, so daß $f_\alpha \doteq 1$ wird (etwa Chloressigsäure in Wasser). Dann sind drei Fälle zu unterscheiden:

$$\alpha)\ \frac{K}{4c} \ll 1, \quad \beta)\ \frac{K}{4c} \gg 1, \quad \gamma)\ \frac{K}{4c} \doteq 1.$$

α und β lassen sich nach c bzw. a erledigen. γ ist nicht entwickelbar und liefert unhandliche Irrationalitäten. Wir verzichten auf die vollständige Berechnung, da diese für das Folgende überflüssig ist.

Um einem naheliegenden Mißverständnis vorzubeugen, sei bemerkt: das Mitnehmen von quadratischen und höheren Gliedern in c bedeutet keine Inkonsequenz in der Theorie der verdünnten Lösungen, solange das Verhältnis der Glieder zum linearen bzw. zu 1 (vgl. 3)) größer ist, als das Verhältnis der Molenzahl des gelösten Stoffes zu der des Lösungsmittels. Es

1) Debye u. Hückel, I, l. c.
2) Der Prozeß konvergiert bekanntlich, weil $\left|\frac{d\varphi(x_1)}{dx}\right| < 1$.

Digitized by Google

ist nicht zu vergessen, daß c (Volumskonzentration) für sich kein Maß für den Grad der Verdünnung darstellt.

Gleichung (6) gestattet, aus der Messung des undissoziierten Bestandteiles, wie er bei genügend genauen Verteilungsmessungen vorgenommen wird, die bisher ihrer Größenordnung nach unbekannte wahre Dissoziationskonstante K eines starken Elektrolyten zu bestimmen. Dies gilt jedoch nur mit einer aus dem eben Gesagten folgenden Einschränkung. Ist K so groß, daß die höheren Potenzen von c das erwähnte Verhältnis nicht erreichen, so wird der Versuch einer Bestimmung von K nicht nur praktisch unmöglich, sondern überhaupt sinnlos[1]).

Da jedoch keine Anzeichen dafür vorliegen, daß alle Elektrolyte entweder sehr stark oder nur schwach sind, sondern im Gegenteil das Auftreten von Zwischenstufen[2]) in der Literatur angedeutet ist, so glauben wir, daß K zumindest für einige Elektrolyte bestimmbar sein wird.

Die gegebenen Verdünnungsgesetze dürften auch auf einem anderen Gebiet Anwendung finden, nämlich dem der Leitfähigkeit in organischen Lösungsmitteln. Diese ist eine Funktion der Ionenkonzentration[3]), die selbst wieder durch das Verdünnungsgesetz mit der analytischen zusammenhängt. Auch das vielfach abnorme Verhalten der osmotischen Koeffizienten in nicht wässerigen Lösungen dürfte sich auf das Zusammenwirken von Verdünnungsgesetz und elektrischen Kräften zurückführen lassen (P. Walden: anomale Leitfähigkeit in Isolatoren). Im Vakuum (Gasraum) wird der Einfluß der Aktivitätskoeffizienten wegen der kleinen Dielektrizitätskonstante beherrschend: wir hoffen, auf diesen Punkt im Zusammenhang mit astrophysikalischen Fragen zurückzukommen.

III. Verteilungsgleichgewicht und Verteilungspotential.

Verteilt sich nun ein Elektrolyt, dessen Anionen bzw. Kationen untereinander gleich aber beliebiger Wertigkeit seien, zwischen zwei mischbaren Lösungsmitteln, so gilt bekanntlich für den undissoziierten Bestandteil der Nernstsche Verteilungssatz:

$$\frac{c_1}{c_1'}^{\frac{m_1}{m_1'}} = K_1 \qquad (10)$$

(c_1 = Konzentration des undissoziierten Bestandteiles in der ungestrichenen Phase, m_1 = Molekulargewicht, K_1 Teilungskonstante.)

Für das Grenzflächenpotential Δ gilt:

$$z_i \varepsilon \Delta = \mu_i - \mu_i' \qquad (11)$$

(ε = Äquivalenzladung, z_i = Wertigkeit, μ_i = Molares thermodynamisches Potential des $i$ten Ions.)

Das Potential ist natürlich von der Wahl des Ions unabhängig.

Der Ausdruck für das Potential ist nun nach beiden Theorien wesentlich verschieden. Klassisch ist Δ konzentrationsunabhängig, nach der neuen Theorie nicht mehr.

Wegen der Elektroneutralität gilt:

$$c_i : c_k = \nu_i : \nu_k, \qquad (12a)$$

$$\nu_i z_i + \nu_K z_K = 0. \qquad (12b)$$

Klassisch ist weiter:

$$\varepsilon z_i \Delta = \mu_{io} - \mu_{io}' + RT \ln \frac{c_i}{c_2'}, \qquad (13)$$

$$\varepsilon z_K \Delta = \mu_{Ko} - \mu_{Ko}' + RT \ln \frac{c_K}{c_K'}. \qquad (13a)$$

(μ_0 = konzentrationsunabhängiger Teil des thermodynamischen Potentials) und wegen (12a):

$$\Delta_{kl} = \frac{(\mu_{io} - \mu_{2o}') - (\mu_{Ko} - \mu_{Ko}')}{\varepsilon (z_i - z_K)}. \qquad (14)$$

Nach der neuen Theorie gilt jedoch:

$$\varepsilon z_i \Delta = \mu_{io} - \mu_{io}' + RT \ln \frac{c_i f_{\alpha i}}{c_2' f_\alpha'}, \qquad (15)$$

$$\varepsilon z_K \Delta - \mu_{Ko} = \mu_{Ko}' + RT \ln \frac{c_K f_{\alpha K}}{c_K' f_{\alpha K}'}. \qquad (15a)$$

Daraus wieder wegen (12a):

$$\Delta = \Delta_{kl} + \frac{RT}{\varepsilon (z_i - z_K)} \ln \frac{f_{\alpha i} f_{\alpha K}'}{f_{\alpha K} f_{\alpha i}'}. \qquad (16)$$

Für $z_i = z_K$ wird $f_{\alpha i} = f_{\alpha K}$, d. h. das Grenzflächenpotential eines binären Elektrolyten nimmt den klassischen Wert an. Dabei ist wie überall ein einheitlicher Ionenradius angenommen. Wir haben Doppelsalze ausdrücklich ausgeschlossen, da bei ihnen im allgemeinen wegen des Zerfalles ganz andere Verhältnisse auftreten.

IV. Vergleich mit der Erfahrung.

Ein Vergleich der gegebenen Formeln mit Beobachtungen könnte für leicht durchführbar gehalten werden, wenn man sich an das sehr beträchtliche experimentelle Material über Verteilung erinnert. Doch ist diese Erwartung unberechtigt. Wir haben vielmehr nur einige wenige geeignete Beobachtungen finden können. Als ungeeignet zur theoretischen Auswertung müssen wir nämlich die Mehrzahl der Beobachtungen aus folgenden 3 Gründen erklären:

1. Die beiden Lösungsmittel sind ineinander sehr löslich (z. B. Wasser-Amylalkohol); die Dielektrizitätskonstante der Mischungen unbekannt, die

1) Für Wasser ist diese Grenze für K etwa 20.
2) Essig-, Mono-, Di-, Trichloressigsäure.
3) Debye u. Hückel, II, l. c.

Digitized by Google

Tabelle I.

Verteilung von Pikrinsäure zwischen Wasser und Benzol[1]), $t = 18^0$ C, $D = 81{,}29$[2]).

Nummer	c	$-2 \log \cdot f\alpha$	γ	$\gamma \cdot K/k\ 10^4$	$K/k \cdot 10^3$	Δ Proz.
1	0,03342	0,1866	0,1772	7,27	4,10	0,2
2	0,02759	0,1696	0,1235	5,15	4,17	1,9
3	0,01994	0,1441	0,06996	2,85	4,08	— 0,2
4	0,01701	0,1331	0,05225	2,13	4,08	— 0,2
5	0,01357	0,1189	0,03453	1,40	4,06	— 0,7
6	0,01011	0,1026	0,01993	0,807	4,05	— 1,0
7	0,00913	0,0975	0,01647	0,666	4,04	— 1,2
8	0,00701	0,0854	0,01011	0,404	3,99	— 2,4
9	0,003273	0,0584	0,00225	0,0937	4,17	2,0
10	0,002079	0,0465	0,000932	0,0387	4,19	1,7
					4,09	$\sqrt{\Delta^2} = 1{,}4$

Tabelle II.

Verteilung von Pikrinsäure zwischen Wasser und Chloroform[3]), $t = 25^0$, $D = 78{,}76$.

Nummer	c	$-2 \log \cdot f\alpha$	γ	$\gamma \cdot K\ k\ 10^3$	$K/k \cdot 10^2$	Δ Proz.
1	0,0588	0,2503	0,153	1,94	1,27	+ 1,6
2	0,0561	0,2445	0,141	1,79	1,27	1,6
3	0,0488	0,2280	0,109	1,41	1,29	3,2
4	0,0329	0,1872	0,0547	0,703	1,29	3,2
5	0,0201	0,1463	0,0254	0,289	1,14	— 9,1
					1,25	$\sqrt{\Delta^2} = 4{,}7$

Tabelle III.

Verteilung von Pikrinsäure zwischen Wasser und Toluol[4]), $t = 25^0$, $D = 78{,}76$.

Nummer	c	$-2 \log \cdot f\alpha$	γ	$\gamma \cdot K\ k\ 10^3$	$K/k \cdot 10^3$	Δ Proz.
1	0,0583	0,2492	0,5135	1,92	3,73	4,6
2	0,0496	0,2299	0,3747	1,45	3,87	3,6
3	0,0389	0,2036	0,2347	0,947	4,04	3,3
4	0,0244	0,1612	0,1026	0,411	4,00	2,3
5	0,0163	0,1318	0,0482	0,196	4,07	4,1
6	0,0109	0,1078	0,0230	0,0927	4,03	3,1
7	0,0075	0,0894	0,0126	0,0458	3,63	7,2
					3,91	$\sqrt{\Delta^2} = 4{,}3$

Löslichkeitsbeeinflussung durch den zugesetzten Elektrolyten nicht berechenbar, weil die Gesetze der verdünnten Lösungen nicht mehr gelten.

2. Die Verteilungsbeobachtungen sind bei so großen Konzentrationen angestellt, daß die Lösung (zumindest in einer Phase) nicht mehr als verdünnt angesehen werden kann. Dieser Umstand kann bei organischen Lösungsmitteln besonders leicht übersehen werden, da wie schon früher betont, die Molarität pro Liter für sich kein Maß für den Verdünnungsgrad darstellt[5]). Als Beispiel führen wir einen unten berechneten Versuch an, bei dem Pikrinsäure zwischen Wasser und Toluol verteilt wurde, und bei welchem bei den höheren Pikrinsäurekonzentrationen im Toluol diese Grenze wohl schon überschritten wurde. Hierbei erreichte nämlich die Pikrinsäurekonzentration den Wert von 0,51 *n*. Bei dem hohen Molekulargewicht von Toluol (92) und seiner geringen Dichte (0,87) (Polymerisation, die das Verhältnis überdies noch ungeeigneter gestalten würde, ist nicht anzunehmen) entspricht das einem Verhältnis der Molenzahlen von 19 : 1.

3. Die verteilten Elektrolyte sind nur schwach (Essigsäure), die Versuche daher ohne besonderes Interesse.

Wir haben im ganzen 4 Beobachtungsreihen gefunden, die nach den gestellten Anforderungen für eine Berechnung in Betracht kommen. Von diesen besitzt jedoch nur eine einzige einen solchen Grad von Genauigkeit, daß ihr ein Wert für die quantitative Bestätigung der Theorie zukommt. Die verteilte Substanz ist durchweg

1) Rothmund u. Drucker, l. c.
2) Berechnet nach Drude, Wied. Ann. **59**, 17, 1896.
3) Herz u. Lewy, Zeitschr. f. Elektrochemie II, 818, 1905.
4) Herz u. Fischer, Berl. chem. Ber. **38**, 1138, 1905.
5) Vgl. R. Wegscheider, Zeitschr. f. phys. Chem. **94**, 739, 1920.

Digitized by Google

Pikrinsäure, auf deren Eignung für solche Versuche zuerst wohl Nernst hingewiesen hat. Leider tritt bei den erwähnten Versuchen viel Charakteristisches der neuen Theorie nicht hervor, da die Pikrinsäure nur einwertig ist und die verwendeten Lösungsmittel Säuren nicht dissoziieren. Die Berechnung der Versuche erfolgt durch Kombination von (6) und (10). Das Korrektionsglied in (6) fällt außerhalb der Versuchsgenauigkeit. Im organischen Lösungsmitel ist nach dem Gesagten die analytische Konzentration gleich der des undissoziierten Bestandteiles zu setzen. Das Molekulargewicht der Pikrinsäure ist in beiden Phasen dasselbe.

In den Tabellen S. 396 steht unter Nummer die Versuchsnummer, unter c die gemessene analytische Konzentration der Pikrinsäure in Wasser, unter γ die beobachtete Konzentration in der anderen Phase, unter $-2\log\cdot f_\alpha$ der Logarithmus des Aktivitätskoeffizienten in der Wasserphase, unter $\gamma\cdot K/k$ (K = Dissoziationskonstante, k = Verteilungskonstante) die bis auf einen konstanten Faktor berechnete Konzentration im organischen Lösungsmittel, unter K/k die für jede einzelne Konzentration durch Vergleich von Beobachtung und Rechnung bestimmte Konstante, unter Δ die prozentische Abweichung vom Mittelwert.

Die an sich gute Übereinstimmung der aus der nullkonstantigen Formel berechneten Werte ($\sqrt{\Delta^2} = 1{,}4$) ließe sich durch Einführung eines kleinen negativen Ionenradius noch etwas verbessern. Wir messen diesem Umstand keine Bedeutung bei, da die von Rothmund und Drucker angegebenen Meßfehler mit unserem $\sqrt{\Delta^2}$ etwa zusammenfallen. Die Übereinstimmung der von den genannten Autoren mit Hilfe des Ostwaldschen Verdünnungsgesetzes gewonnenen Werte mit den Beobachtungen muß als zufällig bezeichnet werden.

Die Übereinstimmung ist hier wesentlich schlechter, als bei den Messungen von Rothmund und Drucker. Besonders die Beobachtungen in Tabelle II, Nummer 5 und in Tabelle III, Nummer 7 fallen heraus, doch schieben wir die Schuld daran den Experimenten zu. Die Autoren geben an, in der wässerigen Lösung bis zur Sättigungskonzentration gegangen zu sein. In einem gleichzeitig durchgeführten Verteilungsversuch (Wasser-Bromform)[1]), dessen Berechnung wir hier nicht wiedergeben, wird ohne näheren Hinweis eine um 15 Proz. höhere Sättigungskonzentration gemessen. Die höchsten Konzentrationen der hier berechneten Versuche stimmen mit Löslichkeitsbeobachtungen anderer Autoren überein. Bei den Versuchen Tabelle III wird übrigens, wie bereits früher auseinandergesetzt, die Gültigkeitsgrenze der Theorie der verdünnten Lösungen überschritten. Immerhin geht auch aus der mäßigen Übereinstimmung deutlich hervor, das von einer merklichen Polymerisation der Pikrinsäure im organischen Lösungsmittel, wie sie von Herz zur Deutung der Versuche auf Grund der klassischen Theorie ohne weiteren Beweis angenommen wird, nicht die Rede sein kann.

Wir wollen auf eine kleine Modifikation der Verteilungsmessungen hinweisen, die es gestattet, Aktivitäten von „nicht verteilbaren" Elektrolyten verhältnismäßig einfach und genau zu bestimmen. Wird dieser im organischen Lösungsmittel unlösliche starke Elektrolyt der wässerigen Lösung zugesetzt, so ändert sich hierdurch die Aktivität und damit auch die Gleichgewichtskonzentration in beiden Phasen. Aus der Differenz läßt sich der Aktivitätskoeffizient des zugesetzten Elektrolyten berechnen.

Versuche, die mit den gegebenen Formeln und Überlegungen in Zusammenhang stehen, hat der eine von uns in Vorbereitung.

Wien, I. Chemisches Laboratorium und Institut für Theoretische Physik der Universität.

(Eingegangen 4. August 1924.)

1) Herz u. Lewy, l. c.

Über „spontane Schwankungen" in der Physik. II.

Von K. C. Kar.

In dieser Zeitschrift hat Herr Fürth[1]) vor kurzem meiner Dispersionsmethode[2]) zur Ermittelung der kritischen Dichteschwankung eine Anzahl von Fehlern nachgewiesen. Im Teile I dieser Arbeit werde ich zeigen, daß die Fürthschen Überlegungen nicht einwandfrei sind, im Teile II wird ein strengerer Ausdruck für die kritischen Druck- und Dichteschwankungen und im Abschnitt III für die Schwankung der Dielektrizitätskonstante eines Flüssigkeitsgemisches hergeleitet werden.

I.

Herr Fürth bemerkt in seiner zitierten Arbeit, daß meine Definition der kritischen isothermen Druckschwankung unrichtig ist. Nach mir soll sein:

$$(\overline{\delta_p^4})_T = \left(\frac{\overline{p^4} - (\overline{p})^4}{(\overline{p})^4}\right)_T \text{ (Kar)}, \qquad (1)$$

1) Fürth, diese Zeitschr. **25**, 111, 1924.
2) Kar, l. c. **24**, 429, 1923.

Digitized by Google

aber nach der allgemeinen akzeptierten Definition:

$$(\overline{\delta_p^4})_T = \left(\frac{\overline{(p-\bar{p})^4}}{(\bar{p})^4}\right)_T \text{ (Fürth).} \qquad (2)$$

Kombiniert man Gl. (1) und (2), so folgt[3]):

$$\left.\begin{aligned}(\overline{\delta_p^4})_T \text{ (Fürth)} &= (\overline{\delta_p^4})_T \text{ (Kar)} - \\ &- \frac{2}{(\bar{p})^3}(2\bar{p}^3 - 3\overline{\bar{p}^2}\cdot\bar{p} + (\bar{p})^4)\end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

und Herr Fürth schließt, daß der zweite Term auf der rechten Seite der Gl. (3) jedenfalls nicht verschwindet und somit meine Definition von $(\overline{\delta_p^4})_T$ falsch ist. Im Folgenden soll aber gezeigt werden, daß beim kritischen Punkte der zweite Term verschwindet.

Wir haben $p = \bar{p} + e$, wo p der Druck ist, $\bar{p}$ sein Mittelwert und e die Abweichung. Quadriert und kubiert man die obige Gleichung, so erhält man:

$$p^2 = (\bar{p})^2 + 2\bar{p}\cdot e + e^2, \qquad (4)$$

$$p^3 = (\bar{p})^3 + 3\bar{p}^2\cdot e + 3\bar{p}\cdot e^2 + e^3. \qquad (5)$$

Durch Mittelbildung haben wir:

$$\overline{p^2} = (\bar{p})^2 + \overline{e^2}, \qquad (4a)$$

$$\overline{p^3} = (\bar{p})^3 + 3\bar{p}\cdot\overline{e^2}, \qquad (5a)$$

wenn wir berücksichtigen, daß $\bar{e} = \overline{e^3} = 0$.

Gezeigt wird in meiner früheren Arbeit[2]), daß $\overline{e^2} = -\Theta\frac{\partial\bar{p}}{\partial v}$ ist und infolgedessen gleich Null wird beim kritischen Punkte. Dann werden:

$$\overline{p^2} = (\bar{p})^2, \qquad (4b)$$

$$\overline{p^3} = (\bar{p})^3. \qquad (5b)$$

Nach leichter Rechnung mit Rücksicht auf (4b) und (5b) kann gezeigt werden, daß der zweite Term auf der rechten Seite von (3) verschwindet, d. h.:

$$(\overline{\delta_p^4})_T \text{ (Fürth)} = (\overline{\delta_p^4})_T \text{ (Kar)}$$

in der Nähe des kritischen Zustandes. Dann ist aber meine Rechnung in der ersten Arbeit zur Bestimmung der kritischen Dichteschwankung annähernd gültig. Eine strengere Rechnung mit Verwendung der van der Waalsschen Zustandsgleichung wird im zweiten Teile dieser Arbeit gegeben.

Entnimmt man nun den Formeln (33), (34) und (35) meiner ersten Arbeit die Werte von $\overline{\bar{p}^2}$, $\overline{\bar{p}^3}$ und $\overline{\bar{p}^4}$ und setzt sie in (2) ein, so hat man im allgemeinen Zustande[3]):

$$(\overline{\delta_p^4})_T \text{ (Fürth)} = \frac{3}{n^2} \qquad (6)$$

in Übereinstimmung mit dem allgemeingültigen Werte von $(\overline{\delta_v^4})_T$, d. h.: $(\overline{\delta_p^4})_T$, nach Smoluchoswski[1]).

Auf ähnlichem Wege kann mit Benutzung der Werte[2]) von $\overline{U^2}$, $\overline{U^3}$, usw. gezeigt werden, daß:

$$(\overline{\delta_T^4})_v \text{ (Fürth)} = \frac{12}{n^2 f^2}\text{[3]}. \qquad (7)$$

Somit wird die totale Druckschwankung wegen (6) und (7) mit Rücksicht auf Gl. (26) meiner ersten Arbeit in dieser Zeitschrift:

$$\overline{\delta_p^4} \text{ (Fürth)} = \frac{3}{n^2}\left(1 + \frac{2^2}{f^2}\right). \qquad (8)$$

Herr Fürth hat in seiner oben erwähnten Arbeit weiter gezeigt, daß $(\overline{\delta_p^3})_T$ (Fürth) nicht verschwindet, obwohl nach der Definition jedenfalls alle ungeraden δ verschwinden müssen. Das liegt, meine ich, an dem Näherungscharakter der Gl. (34) und (35). Ich will dabei noch bemerken, daß der von A. Waßmuth[4]) angegebene Wert von $(\overline{\delta_T^3})_v$ ebenfalls nicht Null ist, was er eigentlich sein sollte.

II.

In meiner früheren Arbeit wurde angenommen:

$$\int\frac{\partial^2 U}{\partial v^2}e^{-\frac{U}{\Theta}}\Delta\tau_q, \text{ d. h.} \int\frac{\partial p}{\partial v}e^{-\frac{U}{\Theta}}\Delta\tau_q = 0.$$

Durch einen detaillierten Gedankengang hat Herr Fürth diese Voraussetzung gerechtfertigt. Aus ähnlichen Gründen werden wir voraussetzen, daß beim kritischen Punkte:

$$\int\frac{\partial}{\partial v}(p^2)e^{-\frac{U}{\Theta}}\Delta\tau_q = \int\frac{\partial}{\partial v}(p^3)e^{-\frac{U}{\Theta}}\Delta\tau_q = 0.$$

Dann können wir mit Berücksichtigung der kritischen Beziehung:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_x = \left(\frac{\partial^2 p}{\partial v^2}\right)_x = 0$$

die Gl. (30) und (31) meiner ersten Arbeit folgendermaßen schreiben:

---

1) Fürth, l. c.
2) Kar, l. c.
3) Fürth, l. c.

1) $(\overline{\delta_v^4})_T = A\int_{-\infty}^{+\infty}\delta^4 e^{-\frac{n\delta^2}{2}}\Delta\delta = \frac{3}{n^2}$. Siehe Smoluchowski, Ann. d. Phys. **25**, 205. 1908.
2) K. C. Kar, Phys. Rev. **21**, 672, 1923.
3) Fürth, l. c. Siehe auch A. Waßmuth, Grundlagen u. Anwendung d. Statistisch. Mech., S. 49. Braunschweig 1922.
4) A. Waßmuth, l. c.

Digitized by Google

$$0 = \frac{-\Theta \frac{\partial^2 T'}{\partial v^2}}{T'} + \frac{\Theta \left(\frac{\partial T'}{\partial v}\right)^2}{T'^2}, \qquad (9)$$

$$0 = \frac{-\Theta \frac{\partial^3 T'}{\partial v^3}}{T'} + \frac{3 \frac{\partial^2 T'}{\partial v^2} \cdot \frac{\partial T'}{\partial v}}{T'^2} - 2 \frac{\Theta \left(\frac{\partial T'}{\partial v}\right)^3}{T'^3}. \qquad (10)$$

Man kann leicht einsehen, daß die Gl. (9) und (10) zu den kritischen Bedingungen (4b) und (5b) führen und daß daher $(\overline{\delta_p^3})_T = 0$ ist. Durch Kombination der Gl. (9), (10) und der Gl. (32) der ersten Arbeit haben wir nun:

$$\frac{\Theta \frac{\partial^4 T'}{\partial v^4}}{T'} - \frac{\Theta \left(\frac{\partial T'}{\partial v}\right)^4}{T'^4} = -\frac{\partial^3 \overline{p}}{\partial v^3}, \qquad (11)$$

oder:

$$\overline{p^4} - (\overline{p})^4 = -\Theta^3 \frac{\partial^3 \overline{p}}{\partial v^3}, \qquad (12)$$

woraus folgt:

$$(\overline{\delta_v^4})_T = -\frac{\Theta^3 \frac{\partial^3 \overline{p}}{\partial v^3}}{(\overline{p})^4}. \qquad (13)$$

Dies ist die Gleichung für die isotherme Druckschwankung beim kritischen Punkte. Dabei möchte ich bemerken, daß Relationen wie in (26) meiner ersten Arbeit in der Nähe des kritischen Zustandes keine Gültigkeit mehr haben werden. Daher kann man nicht gleich aus (13):

$$(\overline{\delta_v^4})_T$$

ermitteln. Aber wir können den Wert auf folgendem Wege erhalten.

Wir haben[1]):

$$p = p_0 + \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_{v_0} \Delta v + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 p}{\partial v^2}\right)_{v_0} \Delta v^2 + \left| + \frac{1}{2 \cdot 3}\left(\frac{\partial^3 p}{\partial v^3}\right) \Delta v^3 + \ldots \right| \qquad (14)$$

Beim kritischen Punkte reduziert sich diese Gleichung zu:

$$p - p_0 = \frac{1}{6}\left(\frac{\partial^3 p}{\partial v^3}\right) \Delta v^3 \qquad (15)$$

durch Vernachlässigung der höheren Glieder.

Nach der van der Waalsschen Gleichung haben wir:

$$\left(\frac{\partial^3 p}{\partial v^3}\right)_\varkappa = \frac{27}{8} \cdot \frac{n\Theta}{v_0^4}$$

und daher:

$$\Delta p = -\frac{9}{16} n\Theta \frac{\Delta v^3}{v_0^4}, \qquad (16)$$

oder:

$$\overline{\Delta p^4} = \left(\frac{9}{16}\right)^4 \frac{n^4 \Theta^4}{v_0^4} \cdot \frac{\overline{\Delta v^{12}}}{v_0^{12}}. \qquad (17)$$

1) C. Schaefer, Einführung in die theoretische Physik, S. 480, Berlin.

Andererseits haben wir mit Rücksicht auf (12):

$$\overline{\Delta p^4} = \frac{27}{8} \cdot \frac{n\Theta^4}{v_0^4}. \qquad (18)$$

Durch Kombination der Gl. (17) und (18) erhalten wir:

$$\frac{\overline{\Delta v'^2}}{v_0'^2} = \left(\frac{16}{9}\right)^3 \cdot \frac{6}{n^3}. \qquad (19)$$

Machen wir die Annäherung, daß:

$$\frac{\overline{\Delta v^{12}}}{v_0^{12}} = \left(\frac{\overline{\Delta v^4}}{v_0^4}\right)^3_\alpha,$$

so erhalten wir:

$$(\overline{\delta_v^4})_T = \frac{16}{9} \cdot \frac{\sqrt[3]{6}}{n}. \qquad (20)$$

Nach Smoluchowski[1]) ist:

$$(\overline{\delta_v^4})_T = \frac{16}{9} \cdot \frac{1}{n}, \qquad (21)$$

was in guter Übereinstimmung mit (20) ist.

III.

Betrachtet man die Dielektrizitätskonstante (ε) eines Gemisches als eine Funktion von ϱ_1 und ϱ_2, wo ϱ_1 und ϱ_2 die Dichten der Komponenten sind, so hat man:

$$\overline{\Delta \varepsilon^2} = \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \varrho_1}\right)^2 \overline{\Delta \varrho_1^2} + \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \varrho_2}\right)^2 \overline{\Delta \varrho_2^2}. \qquad (22)$$

Ersetzt man nun die Werte von $\overline{\Delta \varrho_1^2}$ und $\overline{\Delta \varrho_2^2}$ nach Gl. (48) meiner ersten Arbeit, so hat man:

$$\overline{\Delta \varepsilon^2} = \frac{RT}{N \Delta v}\left[\frac{\varrho_1}{\frac{\partial p_1}{\partial \varrho_1}}\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \varrho_1}\right)^2 + \frac{\varrho_2}{\frac{\partial p_2}{\partial \varrho_2}}\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \varrho_2}\right)^2\right], \qquad (23)$$

wenn man $\varkappa = \frac{\varrho_2}{\varrho_1}$ und ϱ_1 als zwei unabhängige Variable nimmt, folgt:

$$\overline{\Delta \varepsilon^2} = \frac{RT}{N \Delta v}\left[\frac{\varrho_1}{\frac{\partial p_1}{\partial \varrho_1}}\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \varrho_1}\right)^2 + \frac{\varrho_2}{\frac{\partial p_2}{\varkappa \partial \varrho_1}}\left(\frac{\partial \varepsilon}{\varkappa \partial \varrho_1}\right)^2 + \frac{\varrho_2}{\frac{\partial p_2}{\varrho_1 \partial \varkappa}}\left(\frac{\partial \varepsilon}{\varrho_1 \partial \varkappa}\right)^2\right]^2), \qquad (24)$$

1) Smoluchowski, l. c.

2) Diese Formel unterscheidet sich von der Fürthschen Gl. (85) (vgl. Fürth, Schwankungserscheinungen in der Physik, S. 62, Braunschweig 1920) insofern als Herr Fürth den totalen Dampfdruck an Stelle von p_1 und p_2 eingeführt hat, was offenbar unrichtig ist, wenn das Gemisch in der Nähe des kritischen Punktes ist.

Digitized by Google

oder nach Umformung:

$$\overline{\Delta\varepsilon^2} = \frac{RT}{N\Delta v}\left\{\frac{\varrho_1}{\frac{\partial p_1}{\partial \varrho_1}}\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \varrho_1}\right)^2 + \frac{\varrho_2}{\frac{\partial p_2}{\partial \varrho_2}}\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \varrho_2}\right)^2\right\}_x + \frac{M_2}{\varrho_1 N \frac{\partial \log p_2}{\partial x}\Delta v}\cdot\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial x}\right)^2. \quad (25)$$

Der erste und der zweite Term geben die Schwankungen der Dielektrizitätskonstante durch Dichte- und Konzentrationsschwankungen des Flüssigkeitsgemisches. Der zweite Term stimmt mit der Gl. (66) von Gans[1]) überein und führt zu der Formel, nach welcher Einstein[2]) die Abweichungen der räumlichen Verteilung von Flüssigkeiten und Flüssigkeitsgemischen von der gleichmäßigen Verteilung berechnet.

1) R. Gans, Zeitschr. f. Phys. **17**, 371, 1923.
2) A. Einstein, Ann. d. Phys. **33**, 1275, 1910.

Kalkutta (Indien), Juli 1924.

(Eingegangen 1. August 1924.)

Zur Polarisation des Resonanzlichts.

(Bemerkung zu der Notiz der Herren Ornstein und Burger[1]).

Von Georg Joos.

Der von den Herren Ornstein und Burger mitgeteilte Gedanke, die Polarisation des Resonanzlichts dadurch zu erklären, daß nur diejenigen Atome absorbieren können, welche eine bestimmte Orientierung zum elektrischen Vektor des einfallenden Lichts besitzen, war von mir bei der Abfassung der zitierten Arbeit[2]) bereits erwogen, aber aus folgendem Grund wieder aufgegeben worden: Die quantentheoretischen Prinzipien verlangen bekanntlich eine exakte Einstellung, da sonst die Schärfe der Zeeman- und Stark-Effektkomponenten vom Standpunkt der Quantentheorie nicht zu verstehen wäre. Dann würde aber ein Absorptionsakt sehr selten eintreten, da nur wenige Atome gerade die exakte Orientierung besitzen. Gibt man aber einen gewissen Winkelbereich zu, so nähert man sich dem klassischen Standpunkt, von dem aus das Atom als anisotroper Oszillator zu behandeln wäre, bei dem man aber nicht den beobachteten hohen Polarisationsgrad von nahezu 100 Proz. erhalten kann. Diesen Einwand muß ich nach wie vor als stichhaltig ansehen. Im übrigen kann man leicht eine experimentelle Entscheidung treffen, wenn man den Grad der Absorption im polarisierten Licht mit dem im unpolarisierten vergleicht. Diesbezügliche Versuche, auf die ich in meiner Arbeit bereits hinwies, sind im hiesigen Institut im Gang, so daß ich in einigen Wochen über das Ergebnis berichten zu können hoffe.

München, Phys. Inst. d. Techn. Hochsch., Juli 1924.

(Eingegangen 10. Juli 1924.)

1) Diese Zeitschr. **25**, 298, 1924.
2) Diese Zeitschr. **25**, 130, 1924.

Der Benedickseffekt im Vakuum.

Von Erich Rumpf.

In einem Vortrag[1]) auf der Bonner Physikertagung habe ich die Vermutung ausgesprochen, daß der thermoelektrische Effekt in homogenen Metallen (Benedickseffekt) durch oberflächlich von den Metallen absorbierte Gase hervorgerufen sei. Zu dieser Vermutung wurde ich durch Versuche geführt, die ich mit einem Drosselkreuz in einem evakuierbaren Raum anstellte, und die ergaben, daß der Thermostrom des Drosselkreuzes beim Auspumpen des Gefäßes auf etwa $^1/_{15}$ seines Wertes bei Atmosphärendruck abnahm.

Bei weiterer Verfolgung dieser Versuche zeigte sich jedoch, daß die beobachtete Abnahme des Thermostromes nicht durch eine Abnahme des Benedickseffektes, sondern durch eine nicht zu vermutende Abnahme der Wirkung der Heizvorrichtung mit dem Gasdruck bedingt war. Die Abnahme des Benedickseffektes mit zunehmender Entgasung des Metalles war also nur vorgetäuscht, wodurch meine oben erwähnten Schlußfolgerungen hinfällig wurden.

Die Täuschung war durch folgendes unerwartetes Verhalten der Heizvorrichtung bedingt.

Die beiden etwa 4 mm starken Kupferdrähte, die das Drosselkreuz bildeten, wurden zur Erregung des Benedickseffektes abwechselnd mittels Chrom-Nickel-Spiralen geheizt, die auf dünnen Glimmerblättchen über die Kupferdrähte gewickelt waren. Ich nahm an, daß der in der Heizspirale befindliche Kupferdraht bei gleichem Heizstrom im Vakuum mindestens ebenso warm würde, als in Luft von normalem Druck; diese Annahme erwies sich aber als falsch.

Durch eine Reihe geeigneter Kontrollversuche konnte ich nachweisen, daß die Temperaturdifferenz des geheizten und des ungeheizten Kupferdrahtes auf denselben Bruchteil sank, wie der Ausschlag des in das Drosselkreuz eingeschalteten Galvanometers. Ich konnte mich überzeugen, daß dieses Verhalten nicht durch

1) Physik. Zeitschr. **24**, 437, 1923.

Digitized by Google

eine schlechtere Kühlung des Drosselkreuzes im Vakuum, sondern durch eine Abhängigkeit der Wärmezufuhr vom Gasdruck hervorgerufen wurde.

Daraus ist zu schließen, daß die Wärmeübertragung von der glühenden Heizspirale auf den Kupferdraht hauptsächlich nicht durch Wärmeleitung durch den Glimmer, sondern durch das Gas erfolgt, wobei sich der Temperatursprung erheblich bemerkbar macht.

Mithin ist die Abhängigkeit des Benedicksseffektes vom Gasdruck durch meine Versuche nicht erwiesen.

Graz, Physikalisches Institut der Universität, 4. Juli 1924.

(Eingegangen 10. Juli 1924.)

Zu der Besprechung meines „Lehrbuch der Physik, 5. Aufl." durch Herrn Hans Küstner.

Von L. Graetz.

Aus dieser Besprechung in Heft 6 dieser Zeitschrift, S. 142 führe ich zunächst einen Satz an:

„Geradezu ungeheuerlich ist aber der Ausdruck ‚Selbstpotential' für Selbstinduktionskoeffizienten. Das ist umso schlimmer, als der ganze Abschnitt diese witzige Spitzmarke trägt".

Für Physiker braucht dieser Satz keinen Kommentar! (siehe z. B. Kohlrausch, Praktische Physik).

Von derselben Art ist die Bemängelung des Ausdrucks „Extrastrom", der bekanntlich von Faraday herrührt. Armer Faraday! (Herr Kaufmann, auf den sich der Rezensent bezieht, hat natürlich sich nicht gegen das Wort Extrastrom gewendet, sondern gegen meine Erläuterung der scheinbaren Masse mit Hilfe der Extraströme. Ich bin darin anderer Meinung als Herr Kaufmann.)

Von derselben Art ist ferner die Behauptung des Rezensenten, Fig. 159 stelle ein „ganz prähistorisches Nadelgalvanometer" dar. Das ist das bekannte moderne Vorlesungsgalvanometer von Hartmann & Braun. Arme Hartmann & Braun!

München, 1. August 1924.

(Eingegangen 9. August 1924.)

ZUSAMMENFASSENDE BERICHTE.

Besorgt von R. Seeliger.

Über Funkenpotential und Kathodenfall.

Von Hildegard Stücklen.

§ 1. Über die beiden im Titel genannten Gebiete sind in der allerneuesten Zeit mehrere eingehende Berichte erschienen. Im Band 19 des „Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik" veröffentlichte R. Seeliger[1]) einen ausführlichen zusammenfassenden Bericht über den normalen Kathodenfall. Noch weit ausgedehnter beschreibt Gehlhoff[2]) das gesamte Gebiet der „Leitung und Ionisierung in verdünnten Gasen" in Band 3 von „Graetz' Handbuch der Elektrizität und des Magnetismus". Ebenfalls im Jahre 1923 erschien das Buch von Schumann[3]): „Die elektrische Durchbruchfeldstärke von Gasen", Berlin, Springer, das ganz eingehend die gesamte bis zu diesem Datum erschienene Literatur über Funkenpotentiale behandelt. Wer genaue Angaben oder Resultate aus einem dieser beiden Einzelgebiete sucht, den möchte ich auf diese Arbeiten verweisen. Mir sei es hier gestattet, neben dem Referat einiger seither erschienenen Untersuchungen nur auf die Erscheinungen hinzuweisen, die sich auf beide Gebiete gemeinsam beziehen.

Daß Kathodenfall und Funkenpotential eng miteinander verknüpft sind, ist seit langem bekannt. J. J. Thomson[4]) hat wohl als erster darauf aufmerksam gemacht, daß die minimale Funkenspannung nahe identisch ist mit dem normalen Kathodenfall. Strutt[5]) und nach ihm Williams[6]) zeigten später, daß beide in verschiedenen Gasen sich in gleichem Sinne ändern, und dieses Resultat ist später oft bestätigt worden. Townsend[7]) definiert geradezu das Funkenpotential als die Spannung, die nötig ist, um einen sehr schwachen Strom dauernd zu unterhalten.

§ 2. Wir wollen hier zunächst die Definitionen anführen, die in letzter Zeit die üblichen sind.

1) R. Seeliger, Jahrb. d. Radioakt. u. Elektr. **19**, 222, 1923.

2) L. Graetz, Handb. d. Elektr. u. d. Magnetismus, Bd. III, Lieferung 4, Artikel v. G. Gehlhoff. Leipzig 1923.

3) W. O. Schumann, Elektr. Durchbruchfeldstärke von Gasen. Berlin 1923.

4) J. J. Thomson, Recent Researches, § 162, S. 158. Oxford 1893.

5) R. J. Strutt, Phil. Trans. Roy. Soc. London (A) **193**, 377, 1900.

6) E. H. Williams, Phys. Rev. **31**, 216, 1910 u. **32**, 585, 1911.

7) J. S. Townsend, Phil. Mag. (6) **9**, 289, 1905.

Digitized by Google

Nach Warburg[8]) nennt man normalen Kathodenfall die Potentialdifferenz zwischen der Kathode einerseits und einem Grenzpunkt zwischen Faradayschem Dunkelraum und negativem Glimmlicht andrerseits. Da im negativen Glimmlicht bei geringen Drucken das Potentialgefälle klein ist, so kommt es auf die genaue Lage dieses Grenzpunktes nicht an. Nach Gehlhoff[9]) ist das Potentialgefälle im negativen Glimmlicht nicht zu vernachlässigen, auch bei höheren Drucken nicht absolut druckunabhängig, und so definiert er und mit ihm Stark[10]) den Kathodenfall als die Potentialdifferenz zwischen der Kathode und einem Grenzpunkt des Hittorfschen Dunkelraumes nach der Seite des negativen Glimmlichts hin. Diese gleiche Definition wendet Rottgardt[11]) an. Die Messungen des Kathodenfalles werden im allgemeinen mit Sonden ausgeführt, über deren Verwendbarkeit oder Unbrauchbarkeit des öfteren Meinungsverschiedenheiten bestanden[12]), auf die ich hier nicht näher eingehen möchte. Jedenfalls hat Schaufelberger[13]) nicht unerhebliche Störungen durch die Sonde in der Potentialmessung festgestellt, solange diese sich an der Grenze des Hittorfschen Dunkelraumes oder im negativen Glimmlicht befand, Störungen, die sich stark mit dem Kathodenmaterial änderten und für *Cu*, *Ni* und *Pb* die größten Werte annahmen, für *Pt* verschwindend waren; er schließt sich darum der Warburgschen Definition an. Skinner[14]) nennt Kathodenfall die Potentialdifferenz zwischen Kathode und dem Gradientminimum, das im negativen Glimmlicht nahe dem Glimmsaum liegt, Holm[15]) diejenige zwischen der Kathode und der Kanalstrahlenquelle im negativen Glimmlicht. Diese beiden Definitionen sind sehr nahe gleich.

Unter dem Funkenpotential verstehen wir die Spannung, die nötig ist, um eine selbständige Entladung eintreten zu lassen, oder nach Thomson[16]), was dasselbe aussagt, das Maximum der Spannung, die an zwei Elektroden gelegt werden kann, ohne daß der Funken übergeht. Man kann bei seiner Bestimmung so vorgehen, daß man eine wachsende Potentialdifferenz anlegt, und beobachtet, wann zum ersten Male eine Entladung auftritt. Hierbei ist jedoch zu beachten, daß das Ende der Funkenverzögerung abzuwarten ist, die auch unter konstanten Versuchsbedingungen stark schwankt, sehr groß sein kann, und durch Bestrahlung mit kurzwelligem Licht vermindert, aber nicht völlig aufgehoben wird. Diese Methode der Funkenpotentialbestimmung ist die allgemein übliche. Um die Wartezeit zu umgehen, auch um einen möglichen Fehler zu vermeiden, der durch zu schnelle Steigerung der Spannung bei noch nicht eintretendem Funken bedingt ist, legt Dubois[17]) eine Überspannung an seine Elektroden, so daß eine Glimmentladung entsteht und beobachtet bei Verminderung der Spannung, wann das die Stromstärke messende Galvanometer gerade noch zuckt. Die in diesem Augenblick anliegende Spannung nennt er Funkenpotential. Da die Ströme die Größe von 10^{-6} Amp. nicht überschreiten, glaubt er die Kathodenoberfläche durch den Stromdurchgang noch nicht verändert zu haben. Bedenklich bei dieser Definition scheint mir folgendes: bei Strömen von 10^{-6} Amp. haben wir es mit einer regelrechten Glimmentladung zu tun, bei der sich vor der Kathode eine positive Raumladung ausgebildet hat. Sie erklärt sich nach J. J. Thomson[18]) durch die viel geringere Geschwindigkeit der auf die Kathode zueilenden positiven Ionen gegenüber den die Kathode verlassenden Elektronen und ihre Existenz ist häufig in der Literatur erwähnt. Das Feld ist dabei auf alle Fälle zwischen der Kathode und dem Glimmlicht konzentrierter als auf der Anodenseite. Schwächt nun Dubois den Strom auf 10^{-8} bis 10^{-9} Amp., so wird damit wohl die Feldverteilung eine gleichmäßigere, ob er aber denselben Potentialverlauf erhält, wie vor oder bei dem ersten Funken bei Anwendung der Methode steigenden Potentials müßte erst nachgewiesen werden, ehe man seine Methode als einwandfrei ansehen könnte.

§ 3. Als zwei der wesentlichsten Unterschiede zwischen dem Kathodenfall und dem Funkenpotential werden angeführt: der Kathodenfall ist vom Material der Kathode abhängig, vom Druck — soweit es sich um den normalen Fall handelt — unabhängig; das Funkenpotential hingegen hängt in hohem Maße vom Druck ab, scheint jedoch nach der Mehrzahl älterer Messungen[19]) ebenso wie nach der Townsend-

8) E. Warburg, Wied. Ann. **31**, 545, 1887 u. **40**, 1, 1890.
9) G. Gehlhoff, Ann. d. Phys. **24**. 553, 1907.
10) J. Stark, Die Elektrizität in Gasen, S. 169. Leipzig 1902.
11) K. Rottgardt, Ann. d. Phys. **33**, 1161, 1910.
12) W. H. Westphal, Verh. d. Deutsch Physik. Ges. **12**, 275, 1910 u. **14**, 223, 1912; A. Wehnelt, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. **13**, 505, 1911; W. Kossel, Jahrb. d. Rad. u. Elektr. **18**, 326, 1921.
13) A. Schaufelberger, Ann. d. Phys. **73**, 21, 1923.
14) C. A. Skinner, Phys. Rev. **5**, 483, 1915 u. **6**, 158, 1915.
15) R. Holm, Physik. Zeitschr. **17**, 402, 1916.
16) J. J. Thomson, Elektrizitätsdurchgang durch Gase, übersetzt v. E. Marx, S. 368. Leipzig 1906.
17) M. E. Dubois, Ann. de Phys. **20**, 113, 1923.
18) J. J. Thomson, Phil. Mag. (5) **50**, 278, 1900.
19) J. B. Peace, Proc. Roy. Soc. London **52**, 99, 1892; W. R. Carr, Proc. and Trans. Roy. Soc. Canada (2) **8**, Sect. III, 161, 1902 u. W. R. Carr, Phil. Trans. Roy. Soc. London (A) **201**, 403, 1892.

Digitized by Google

schen Theorie nicht durch das Elektrodenmaterial beeinflußt zu sein.

Über den Zusammenhang des Kathodenfalls mit dem Kathodenmaterial hat R. Seeliger (a. a. O.) ausführlich berichtet. Ich möchte darum nur die Arbeiten erwähnen, die seither erschienen.

Sehr sorgfältig wurde der Kathodenfall in Luft von Schaufelberger[20]) untersucht. Die Röhren bestanden aus Quarz oder aus Glas, das durch geeignete Behandlung nicht mehr hygroskopisch war, die Luft hatte wochenlang über P_2O_5 gestanden, und durch Ausfrieren mit flüssiger Luft waren ihr die letzten Reste Feuchtigkeit genommen. Der gemessene Kathodenfall war in so getrockneter Luft absolut reproduzierbar. Tab. I zeigt die Resultate.

Tabelle I.

Kathode	$J \cdot 10^3$ Amp.	V_S	V_R	φ
Mg	0,60	247	253	2,7
Al	0,59	302	257	3,0
Bi	0,80	339	313	3,7
Ni	0,54	353	283	—
Fe	0,39	363	301	3,7
Zn	0,27	372	313	3,4
Cd	0,47	375	304	—
Cu	0,40	375	295	4,0
Ir	0,23	379	—	—
Co	0,44	381	—	—
Pb	0,59	392	322	—
Sn	0,36	393	318	3,8
Sb	0,38	396	309	—
Au	0,38	418	322	—
Pd	0,48	421	—	—
Pt	0,40	425	324	4,4
Ag	0,36	428	323	4,1
C	—	(438)	—	4,1

Zum Vergleich sind neben den Schaufelbergerschen Messungen (V_S) die von Rottgardt*)[21]) (V_R) angeführt, die bis dahin als die zuverlässigsten galten. Wie man sieht, liegen die neueren Daten bedeutend höher, was auf das Fehlen von Wasserdampf als Verunreinigung zurückzuführen ist. Wir werden auf diesen Punkt noch zurückkommen. Der Wert für Kohle ist eingeklammert, da bei diesem Versuch die Luft noch nicht die höchste Trockenheit erreicht hatte. Neben dem Betrag für das Potential sind unter φ die Energiemengen angegeben, die nötig sind, um ein Elektron aus der Metalloberfläche zu befreien, und wie ersichtlich besteht der gleiche Gang zwischen beiden Größen. Die φ-Werte sind einer Arbeit von Langmuir[22]) entnommen.

Dieses Parallelgehen von φ mit V greift Günther-Schulze[23]) in einer seiner letzten Arbeiten auf, um daraus die Gesetzmäßigkeit $V_n = C \cdot \varphi$ abzuleiten, wo V_n den normalen Kathodenfall, φ die Auslösearbeit und C eine Gaskonstante bedeutet. Er führt die Berechnung von C für verschiedene Kathodenmaterialien und verschiedene Gase durch und bildet aus den so erhaltenen Werten für jedes Gas das Mittel, um dieses als für das Gas charakteristische Größe darzustellen. Die Konstanz scheint mir jedoch zu fraglich, als daß man C schon diese Bedeutung beilegen könnte; für Neon z. B. weicht der höchste Wert um 23 Proz., der niedrigste um 23 Proz. vom Mittelwert ab, für Argon um 28 Proz. nach oben und um 19 Proz. nach unten, für Stickstoff um 16 Proz. nach oben und um 21 Proz. nach unten. — Da die Werte V_n z. T. sehr alten Messungen und Mittelungen aus Angaben verschiedener Autoren entstammen, z. T. wo keine Daten vorlagen, durch Interpolation aus Werten benachbarter Elemente gewonnen sind[24]), so erklärt die Unsicherheit des in Rechnung gezogenen Kathodenfallwertes vielleicht das Schwanken von C, und man müßte, wenn für viele Gase genaue Werte vorliegen, auf die Gleichung $V_n = C \cdot \varphi$ wieder zurückkommen.

Die Beziehung $V = f(\varphi)$ finden wir wieder in einigen der letzten Untersuchungen über das Funkenpotential. Wie schon oben erwähnt, scheint die Mehrzahl der älteren Messungen auf eine Unabhängigkeit der Entladespannung vom Elektrodenmaterial hinzuweisen. Nur für *Al* und *Mg* wird erwähnt, das Minimumpotential sei ein wenig geringer[25], [26]), und in Luft von mittlerem aber konstantem Feuchtigkeitsgehalte scheinen nach der Reproduzierbarkeit des Minimumpotentials für *Ag*, *Al*, *Zn* und *Cu* große Unterschiede auch nicht zu bestehen[27]). Anders verhält es sich bei Edelgasen nach den Messungen von Holst und Oosterhuis[28]). In Neon, verunreinigt nur durch einige Prozente Helium, fanden diese Autoren folgende Resultate (siehe Tabelle II).

Hierin bedeutet V die Durchschlagsspannung, φ die oben erwähnte Austrittsarbeit der Elektronen. Ein Vergleich der Tabellen I und II zeigt den gleichen Gang in der Reihe des Kathodenmaterials

20) A. Schaufelberger, Ann. d. Phys. **73**, 21, 1923.
21) K. Rottgardt, Ann. d. Phys. **33**, 1161, 1910.
22) I. Langmuir, Trans. Am. El. chem. Soc. **29**, 125, 1916.
*) Angegeben bei Rottgardt als Kathodenfall (Gehlhoff'sche Definition) plus Gefälle im Glimmlicht. Nur diese Werte sind vergleichbar mit V_s.
23) A. Günther-Schulze, Zeitschr. f. Phys. **24**, 52, 1924.
24) A. Günther-Schulze, Zeitschr. f. Phys. **20**, 1, 1923 u. **20**, 153, 1923.
25) W. de la Rue u. H. W. Müller, Phil. Trans. Roy. Soc. London **169**, Part. I, 55, 1878.
26) N. Campbell, Phil. Mag. (6) **38**, 1919. Fußnote S. 227.
27) H. Stücklen, Ann. d. Phys. **69**, 597, 1922.
28) G. Holst u. E. Oosterhuis, Physica **1**, 84, 1921; G. Holst u. E. Oosterhuis, Versl. Kon. Ak. v. Wet. Amsterdam **29**, 849, 1920.

Digitized by Google

Tabelle II.

Kathodenmaterial	V	φ
Na	85 Volt	1,8
Mg	110 „	2,7
Al	130 „	3,0
Fe	140 „	3,7
Cu	150 „	4,0
Ag	160 „	4,1
C	180 „	4,1

zwischen Spannung und Austrittsarbeit. Zwei Elektroden aus verschiedenem Material in ein und derselben Neonröhre ergeben Potentialwerte, die im Verhältnis 1 : 3 variieren, je nach Wahl des Materials der Kathode. Sie sind am niedrigsten für *Cu*- oder *Cs*-Kathode, am höchsten für eine Kohlekathode. Die Anode ist ohne Einfluß. Wird ferner gleiches Elektrodenmaterial in Gefäßen verglichen, die mit verschiedenen Edelgasen gefüllt sind, so variiert auch hier die Durchschlagsspannung im Verhältnis 1 : 3. Holst und Oosterhuis schließen daraus, daß das Funkenpotential in Edelgasen eine Funktion des Gases und des Kathodenmaterials ist.

Eine recht interessante Arbeit erschien kürzlich von Dubois[29]).

Da sie in einem späteren Paragraphen ausführlicher referiert wird, seien hier nur die Ergebnisse über den Materialeinfluß wiedergegeben. Gemessen wurde in Wasserstoff mit Zylinderelektroden, das untersuchte Metall wurde als Kathode verwandt und bestand in einem dünnen Draht ($\Phi = 0{,}25$ mm), der vor dem Versuch stark geglüht und nach Meinung des Autors dadurch vollständig gesäubert war. Der Zustand der Anode — eines Messing- oder Kupferzylinders — ist auf die Ergebnisse ohne Einfluß. Die gefundenen Werte sind folgende:

Tabelle III.

Druck in mm *Hg*	Kathodenmaterial: *W*	*Mo*	*Pt*	*Pd*
0,5	690	665	670	680
0,7	515	500	481	512
1,0	408	402	400	398
1,5	360	361	361	356
2,0	349	353	349	346
2,8	351	355	354	352
10	445	435	442	—
20	545	532	537	—

Bei der in der Arbeit erzielten Meßgenauigkeit können die Werte als gleich angesehen werden. Bei gut ausgeglühten Kathoden würde in Wasserstoff demnach ein Materialeinfluß nicht existieren.

29) E. Dubois, Ann. de Phys. **20**, 113, 1923.

Während die oben erwähnten Arbeiten das Funkenpotential in Edelgasen als materialabhängig betrachten wollen, erschien in den letzten Jahren eine Arbeit von Schüler[30]), der für den Kathodenfall den Einfluß des Materials abzustreiten sucht, und die Höhe des Falles rein aus den Daten der Ionisierungsspannung des untersuchten Gases berechnen möchte. Elektronen und Ionen werden danach, wie auch Townsend es angibt, im Gasraum geschaffen. Die Elektronen müssen, bevor sie die Anode erreichen, positive Ionen schaffen, also dort die der Ionisierungsspannung entsprechende Geschwindigkeit besitzen. Die Länge des Kathoden-Dunkelraumes wird gleich der freien Weglänge eines Elektrons gesetzt, gleich $4 \cdot \sqrt{2}$ ($= 5{,}66$) $\times$ der freien Weglänge eines Wasserstoffions. Dieses soll demnach 5,66 unelastische Zusammenstöße im Dunkelraum erleiden, was einem Energieaufwand von 5,66 $\times$ der Ionisierungsspannung von H_2 entspräche. Nach Franck, Knipping und Krüger[31]) beträgt diese in Wasserstoff: 11,5 Volt, 17,1 Volt und 30,4 Volt, und damit errechnet Schüler die Entladespannung (Kathodenfall + Anodenfall), wenn auf den Anodenfall eine Ionisierungsspannung entfällt, zu:

1. $(5{,}66 \cdot 30{,}4 + 1 \cdot 30{,}4)$ Volt $= 202{,}3$ Volt [gefunden 199,5 Volt],

2. $(4{,}66 \cdot 30{,}4 + 1 \cdot 17{,}1 + 1 \cdot 30{,}4)$ Volt $=$ 189,0 Volt [gefunden 188,8 Volt], falls das positive Ion beim ersten Stoß noch keine 30,4 Volt-Geschwindigkeit erreicht hatte,

3. $(5{,}66 \cdot 17{,}1 + 1 \cdot 17{,}1)$ Volt $= 113{,}8$ Volt, [gefunden 114,8 Volt], falls alle Stöße mit 17 Volt-Geschwindigkeit erfolgen, was bei höherem Druck zutrifft.

4. $(5{,}66 \cdot 11{,}5 + 5{,}66 \cdot 30{,}4 + 1 \cdot 30{,}4)$ Volt $= 267{,}4$ Volt, [gefunden 268,0 Volt], gemessen mit *Fe*-Kathode, und gedeutet als Doppeldunkelraum.

5. $(5{,}66 \cdot 17{,}1 + 5{,}66 \cdot 30{,}4 + 1 \cdot 30{,}4)$ Volt $= 299$ Volt, [gefunden 299,4 Volt] wie 4.

Analoge Rechnungen sind für Helium (Ionisierungsspannung nach Franck und Knipping[32]) 25,3 bzw. 79,5 Volt) ausgeführt worden; doch kommt hier noch dazu, daß der Anodenfall unter Umständen verschwinden kann, falls das negative Glimmlicht die Anode erreicht. Zur selbständigen Entladung wären also die von der Anode kommenden positiven Ionen nicht unbedingt erforderlich. Die experimentellen Daten stimmen wieder mit den errechneten auffallend überein. Die hier gewonnenen Resultate

30) H. Schüler, Physik. Zeitschr. **22**, 264, 1921.

31) J. Franck, P. Knipping u. Th. Krüger, Verh. d. Deutsch. Physik. Ges. **21**, 731, 1919.

32) J. Franck u. P. Knipping, Physik. Zeitschr. **20**, 481, 1919.

Digitized by Google

widersprechen nun in mehreren Punkten den bisher gewonnenen, und auch vom theoretischen Standpunkt scheinen Einwände berechtigt zu sein:

1. Der so oft und eigentlich von allen Autoren gefundene Materialeinfluß fehlt; dabei ist zu bemerken, daß die Versuche nur in zwei Gasen unter Verwendung zweier Kathodenmetalle angestellt sind, was eine so neuartige Theorie wohl kaum experimentell schon stützen dürfte.

2. Es ist oft nachgewiesen worden, daß die Kathodendunkelraumlänge mehr als eine gaskinetische freie Weglänge eines Elektrons beträgt.

3. Ganz unverständlich ist, warum die freie Weglänge eines Elektrons gleich $4 \cdot \sqrt{2} \times$ der freien Weglänge des positiven Ions gesetzt wird. Nennen wir die freie Weglänge der nur in thermischer Bewegung befindlichen Gasmoleküle λ_G, so wäre die der im elektrischen Felde schnell bewegten Ionen $\lambda_J = \lambda_G \cdot \sqrt{2}$ und die der Elektronen $\lambda_E = 4 \cdot \sqrt{2} \cdot \lambda_G$ zu setzen, also das Verhältnis $\lambda_E : \lambda_J = 4$ und nicht gleich $4 \cdot \sqrt{2}$.

Da die merkwürdigen Stufen der Kathodenfallwerte in den stabilen Formen der Glimmentladung jedoch sicher von Bedeutung sind, so ist zu hoffen, daß die Versuche weiter fortgeführt werden.

§ 4. Über den mutmaßlichen Zusammenhang des Kathodenfalles mit dem Atomgewicht hat Seeliger (a. a. O. S. 233) berichtet. Parallele Versuche für das Funkenpotential sind mir keine bekannt.

Ebenso bringt Seeliger die Abhängigkeit von der lichtelektrischen Empfindlichkeit des Elektrodenmaterials. Wir finden dort (S. 232) eine sehr anschauliche Figur, die zeigt, wie der Kathodenfall in Argon steigt mit abnehmender langwelliger Grenze der photoelektrischen Empfindlichkeit. Zu ergänzen wäre nur eine seither erschienene Arbeit von Aulenkamp[33]), der die Untersuchung ausdehnt auf Metallverbindungen. Trotzdem die Versuchsanordnung nicht einwandfrei ist — fast alle Materialien waren auf nassem Wege hergestellt, und es wurde nicht für genügende Trocknung gesorgt —, so ist eine gewisse Abhängigkeit nicht zu verkennen. Je aktiver lichtelektrisch das Kathodenmaterial ist, desto niedrigere Werte nimmt auch die Entladespannung an.

In engem Zusammenhang mit dieser Erscheinung steht die künstliche Herabsetzung des Kathodenfalles durch Bestrahlung mit ultraviolettem Licht. Zwar sendet eine Glimmentladung genügend lichtelektrisch wirksames Licht aus, um einen schwachen Photostrom dauernd zu erregen, besonders bei Metallen mit hoher langwelliger Grenze, doch kann dieser Strom durch starke Bestrahlung von außen bedeutend vergrößert werden. Zu erklären ist dies so, daß die Photoelektronen den Überschuß positiver Raumladung vor der Kathode verringern und damit den Kathodenfall herabsetzen. Dember und Gehlhoff[34]) verwandten eine *Na-K*-Legierung in Wasserstoff, die sie mit einer Bogenlampe bestrahlten. Der Kathodenfall konnte beträchtlich, bei sehr intensiver Bestrahlung z. B. von 186 Volt auf 50 Volt herabgesetzt werden. Gehlhoff[35]) wiederholte die Versuche mit *K* in Argon bei Belichtung mit einer Quarz-Quecksilberlampe und fand ein Sinken von 64 Volt auf 38,5 Volt, und bei Dazwischenschalten von Glas auf 47 Volt. Die langwellige Grenze der Alkalimetalle liegt im sichtbaren Gebiet, die von *Cu* weit im Ultravioletten. Nicht zu verwundern ist darum, daß die Autoren keine Beeinflussung des Kathodenfalles fanden, wenn sie eine *Cu*-Kathode in einem Glasgefäß von außen bestrahlten. Auch wenn die Belichtung durch Quarz erfolgte, war der Photostrom zu klein, um von Bedeutung zu sein. Interessant ist auch die Heraufsetzung des anormalen Kathodenfalles, den die gleichen Verfasser unter der Einwirkung ultravioletten Lichtes fanden.

Denselben Effekt, eine Vergrößerung des Elektronenstromes und damit ein Herabsetzen des Kathodenfalles, kann man nun auch erreichen durch künstliche Ionisierung des Dunkelraumes durch Elektronenbombardement. Im Anschluß an frühere Versuche von G. C. Schmidt[36]) hat Jachan[37]) aus einer Nebenglimmröhre einen Elektronenstrom in den Dunkelraum geführt und damit ein Sinken des Kathodenfalles erzwungen, sogar bis auf Null, falls dieser Strom nur stark genug war.

Eine ähnliche Erscheinung finden wir wieder beim Funkenpotential. Wird die Kathode einer Entladungsstrecke so stark mit Elektronen bombardiert, daß das ihr vorgelagerte Feld wesentlich verzerrt wird, so kann die Entladespannung wesentlich vermindert werden, allerdings nicht unter einen gewissen Minimalwert. Herweg[38]) fand bei 1—5 mm Schlagweite in CO_2 eine Herabsetzung auf die Hälfte, in Luft auf $\frac{1}{2{,}3}$, in H_2 auf etwa $\frac{1}{3}$. Für kleinere Funken war

33) B. Aulenkamp, Zeitschr. f. Phys. **18**, 70, 1923.

34) H. Dember u. G. Gehlhoff, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. **8**, 264, 1906.

35) G. Gehlhoff, Verh. d. Deutsch. Physik. Ges. **12**, 411, 1910.

36) G. C. Schmidt, Ann. d. Phys. **12**, 622, 1903.

37) A. Jachan, Diss. Berlin 1916.

38) J. Herweg, Ann. d. Phys. **24**, 326, 1907.

Digitized by Google

sie unabhängig vom Kathodenmaterial und der Funkenlänge. Alle seine Messungen sind bei hohen Feldstärken ausgeführt. Ebenfalls bei hohen Spannungen fand Mercier[39]) das Entladepotential um 3—4 Proz. kleiner, um noch weniger bei höherem Druck, wenn er die Funkenstrecke in CO_2 einer kräftigen ultravioletten Bestrahlung aussetzte, in Luft hingegen war keine Änderung zu konstatieren.

§ 5. Für schwache Bestrahlungen durch ultraviolettes Licht, Röntgenstrahlen oder Gammastrahlen hingegen finden wir ein anderes Verhalten als bei Glimmentladungen. Warburg[40]) hat gezeigt, wie die Bestrahlung allein den Einfluß hat, die Verzögerungszeit zu vermindern, ohne am Wert des Funkenpotentials etwas zu ändern, ein Resultat, das später oft bestätigt ist. Diese Verkleinerung der Verzögerungszeit suchte man sich so zu erklären: der Funken springt zwischen den Elektroden dann über, wenn die Elektronen genügende Geschwindigkeit beim Durchlaufen des Feldes erlangen können, um durch Stoß zu ionisieren. Notwendig dazu ist aber, daß ein erstes Ion zufällig an geeigneter Stelle im Gasraum vorhanden ist, und dieses erste Ion wird entweder durch die permanente durchdringende Strahlung geschaffen, oder es kann durch Bestrahlung künstlich erzeugt werden. Heutzutage kommt man jedoch mit dieser Erklärung nicht restlos aus, ohne aber schon eine neue Theorie zu besitzen, und gerade einige der letzten Arbeiten zeigen deutlich, wie wenig man mit der alten Hypothese den Erscheinungen gerecht werden kann. Ich möchte hier einige neuere Arbeiten erwähnen, die teils die erste Erklärungsweise zu bestätigen scheinen, teils in scharfem Widerspruch damit stehen.

Es ist eine oft beobachtete Erscheinung, daß das Funkenpotential bei konstanter Gleichstromspannung niedriger liegt als bei Wechselspannung, und zwar steigt es erheblich mit wachsender Frequenz. Auf Grund der Annahme, daß ein Ion zufällig in der Funkenstrecke vorhanden sein muß, sucht Campbell[41]) diese Erscheinung zu erklären. Bei seiner Versuchsanordnung beträgt die Zeit, während der mindestens die Minimumspannung an den Elektroden liegt, ca. 10^{-5} bis 10^{-6} sec, er arbeitet mit hochfrequentem Wechselstrom $\left(n \sim \frac{1}{5000}\ \text{sec}^{-1}\right)$. Rechnet er weiter, daß ein Ion, um die 10 cm lange Entladungsbahn zu durchqueren, 10^{-4} sec gebraucht, so schließt er daraus, daß der Funken nicht an einer Stelle entstehen könne, sondern an vielen Teilen der Bahn gleichzeitig, so daß es zum Zünden genügt, wenn jedes Ion nur einen geringen Bruchteil der Bahn zurücklegt. Dieser Schluß wird allerdings hinfällig, wenn man die 100 mal kleinere Zeit berücksichtigt, die ein Elektron zur Durchquerung der Funkenstrecke gebraucht; Campbell glaubt sich zu dieser Rechnungsweise nicht berechtigt, da das Elektron nicht auf der ganzen Wegstrecke frei bleibt, doch scheint sie mir dennoch gültig, wenn man bedenkt, daß bei jedem Stoß mit positiven Ionen auch neue Elektronen geschaffen werden, so daß zwar nicht ein und dasselbe Elektron auf der ganzen Bahn frei ist, hingegen stets neue, die den Weg des ersten fortsetzen. Die Verzögerung nun (gemessen an der Überspannung gegenüber der Gleichstromspannung, die nötig ist, um den Funken zu zünden), findet er an spitzen Elektroden beträchtlich größer als an ebenen oder Kugel-Elektroden, und erklärt das mit der Feldkonzentration an der Spitze. Hier ist das Feld nur in unmittelbarer Nähe der Elektroden genügend groß, um die Ionen zum wirksamen Stoß zu bringen, und die Wahrscheinlichkeit, daß ein positives Ion sich gerade in der Nachbarschaft der Spitze befindet und ionisieren kann, ist beträchtlich kleiner als im homogenen Feld zwischen ebenen Elektroden. Bringt der Verfasser durch einen Hilfsfunken Ionen in die Gasstrecke, so wird die Verzögerungszeit herabgesetzt, ebenso wie durch Bestrahlung mit *Ra*. Werden durch ein seitlich angebrachtes elektrostatisches Feld die Ionen aus der Gasstrecke künstlich herausgezogen, oder die Spannung so langsam angelegt, daß sie, bevor sie genügend Energie zum Stoß haben, an die Elektroden wandern können, so steigt damit auch die Verzögerungszeit. Das Einsetzen des Funkens hängt außer von der Gasionisation aber auch noch von der Kathodenoberfläche ab. Eine theoretische Erklärung dafür gibt Campbell nicht, jedoch berichtet er einige Erfahrungstatsachen. Form und Beschaffenheit der Anode spielen keine Rolle, ebensowenig wie das Material der Kathode (geprüft an *Pt, Zn, Cu, Pb, Fe, Ni, Co, Cr, Ag, Al, Hg, C, Sn, W*), von Ausschlag allein ist ihre Oberflächenbeschaffenheit. „Weich" (kleine Verzögerung) wird jede Kathode durch Glühen, außer *Pt*, das man in HNO_3 kochen muß, „hart" durch Verunreinigungen, vor allem durch Öle, wobei auch schon das Abreiben mit feinem Schmirgelpapier als Verunreinigung zu zählen ist. Außerdem scheinen atmosphärische Einflüsse von Bedeutung zu sein (die Versuche waren im Zimmer bei Atmosphärendruck an-

30) P. Mercier, Diss. Genf 1921; s. a. C. E. Guye u. P. Mercier, Arch. de Genève (5) **2**, 1920.

40) E. Warburg, Ann. d. Phys. **5**, 811, 1901 u. Wied. Ann. **62**, 385, 1897.

41) N. Campbell, Phil. Mag. (6) **38**, 214, 1919; N. Campbell, Phys. Soc. Proc., March 14, 1919.

Digitized by Google

gestellt), denn an manchen Tagen, meint der Autor, waren die Elektroden trotz aller Mühe nicht weich zu bekommen.

Teilweise zu dem gleichen, teilweise zum entgegengesetzten Resultat gelangt Pedersen[42]). Seine Versuchsanordnung ist die, daß er eine elektrische Welle von einer Seite her direkt, von der anderen über einen Funken auf eine photographische Platte laufen läßt, und auf dieser die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Lichtenbergschen Figuren mißt. In einer früheren Arbeit[43]) ist die Methode ausführlich beschrieben. Er ist in der Lage, Zeiten von der Größenordnung 10^{-7} bis 10^{-9} sec recht gut zu bestimmen. Schwierig ist eine Abschätzung, welche Potentiale an seinen Elektroden lagen, sie sind nicht angeführt, und nach den Angaben der Arbeit auch kaum der Größenordnung nach zu berechnen, jedoch sicher viel höher als die Durchschlagsspannung. Die Ergebnisse seiner Arbeit sind folgende: auch bei günstigsten Umständen, wenn die wirksame Spannung das Funkenpotential weit überschritten hat, vergeht eine meßbare Zeit τ_{min} (in seiner Arbeit ca. 10^{-8} sec) zwischen dem Anlegen der Spannung und dem Funkenübergang. Diese Minimalzeit ist unabhängig vom Ionisationszustand der Gasstrecke, sie bleibt die gleiche, ob Ionen zugeführt oder die Strecke künstlich entionisiert wird. In diesem Punkt widersprechen sich Campbells und Pedersens Resultate. Sie ist bei reinen Elektroden unabhängig vom Feuchtigkeitsgehalt des Gases (gemessen in Luft und in H_2) und vom Elektrodenmaterial (untersucht an *Pb*, *Sn*, *Al*, *Zn*, *Cu*, Messing, *Fe*, *Ag*, *Au*, *Pt*, *Ni*, *Mo*, *W*). Sie ist ferner bei reiner Kathode unabhängig von der Beschaffenheit der Anode, sowohl was ihr Material, als auch was die Reinheit ihrer Oberfläche anbetrifft. Für konstante Spannung ist $\tau_{min} = c \cdot l^2$, wo c eine Konstante, l die Funkenlänge bedeutet. Die Verzögerung ist ziemlich unabhängig vom Gas (für Luft, O_2, CO_2 und H_2) und erreicht in Abhängigkeit vom Druck merkwürdigerweise ihr Minimum bei einem viel höheren Druck als demjenigen, der dem Minimumpotential entspricht, Als „rein" gilt eine Kathode, die mit Karborund sorgfältig abgerieben ist, als Verunreinigung jede, noch so geringe Menge öliger Substanz, auch der Funken selbst verunreinigt die Elektrode. — Bei unreiner Kathode liegen die Verhältnisse ganz anders. Die Verzögerungszeiten steigen um ihr 10—50-faches, sind abhängig vom Ionisierungszustand des Gases und vom Zustand der Anodenoberfläche. Sehr interessant sind die Versuche, die der Autor anstellt, um das Wesen der „Reinheit" zu untersuchen. Ist es das Fehlen einer adhärierenden Schicht von Fremdsubstanzen, oder sind es die mikroskopisch kleinen scharfen Kanten, die das Abreiben mit Karborund auf der Oberfläche schafft? Durch Versuche mit polierten Stahlkugeln und Flüssigkeitsoberflächen (Hg und verdünnter H_2SO_4) einerseits, und mit Karborund geputzten Messingkugeln anderseits kommt er zu dem Schluß, daß die scharfen Kanten die Faktoren sind, die die Verzögerungszeit auf ihren Minimalwert herunterdrücken, Öle und Fette hätten danach nur die Bedeutung, die Risse zu verschmieren, die Oberfläche also glatt zu machen.

Als Funktion der Überspannung und des Ionisierungszustandes der Luft untersuchten Hiller und Regener[44]) die Funkenverzögerung und fanden, daß reproduzierbare Werte nur bei sehr fettfreien Elektroden in sehr weitgehend getrocknetem Gase erhalten werden können. Dabei stellen die Verzögerungszeiten in trockener Luft Minimalwerte dar, sie sind in feuchter Luft stets größer und schwanken sehr mit dem Wasserdampfgehalt. Bei zwei Drucken gemessen scheint die Verzögerungszeit unter sonst gleichen Bedingungen abhängig zu sein vom Druck. In ganz trockner Luft ist sie auch unabhängig vom Ionisationszustand, ein Bestrahlen mit Radium übt keinen Einfluß aus. Erst wenn die Luft von der Trockenheit in den Zustand ganz schwacher Feuchtigkeit übergeht, tritt wieder die bekannte Verkürzung der Verzögerungszeit mit der Bestrahlung ein. Die Beschaffenheit der Anode war in allen Fällen einflußlos. — Die Resultate sind in der bis jetzt vorliegenden vorläufigen Mitteilung allerdings nur aus sehr wenigen Messungen gezogen.

§ 6. Diese geringen Verunreinigungen, die bei der Funkenverzögerung von Einfluß sind, spielen nun überhaupt bei der gesamten Gasentladung eine hervorragende Rolle, und unter diesen nimmt die Feuchtigkeit einen ersten Platz ein. Den Einfluß von Wasserdampf in ganz geringen Mengen nachzuweisen, war das Ziel mehrerer Arbeiten von Edgar Meyer und seinen Schülern, und zwar wurde in Parallelversuchen dem Einfluß auf Kathodenfall und Funkenpotential nachgegangen. Edgar Meyer[45]) mißt mit der gleichen planparallelen Funkenstrecke, für die er früher[46]) in frischer, durch P_2O_5 geleiteten Luft Normalkurven der Entladespannung als Funktion des Druckes aufgenommen hatte. Auf diese Weise hat er stets auf $\pm$ 2 Volt reproduzierbare Bezugswerte. Schon die Vorver-

42) P. O. Pedersen, Ann. d. Phys. **71**, 317, 1923.
43) P. O. Pedersen, Ann. d. Phys. **69**, 205, 1922.
44) W. Hiller u. E. Regener, Zeitschr. f. Phys **23**, 129, 1924.
45) Edgar Meyer, Ann. d. Phys. **65**, 335, 1921.
46) Edgar Meyer, Ann. d. Phys. **58**, 297, 1919.

Digitized by Google

suche hatten ergeben, daß das Funkenpotential sich ändert — um mehrere Volt sinkt, — wenn die Apparatur mehrere Tage unberührt steht. Um nachzuweisen, daß diese Änderungen lediglich dem Einfluß von Wasserdampf zuzuschreiben sind, wurden Vorrichtungen getroffen, um das Gas einesteils in viel höherem Maße zu trocknen, als es bisher geschah, andrerseits konnten geringe Mengen Wasserdampf in die Apparatur eingelassen werden. Während einer Meßreihe, die sich teilweise über einen Monat erstreckte, wurde an der Apparatur nichts geändert, als daß Hähne, die zu den P_2O_5-Gefäßen, bzw. zu einem Wasser enthaltenden Röhrchen führten, geöffnet oder geschlossen wurden und ein angeschmolzenes U-Rohr in flüssige Luft getaucht oder daraus entfernt wurde. Als Einfluß der Feuchtigkeit ergab sich folgendes: Ist der Wasserdampfpartialdruck hoch, so nimmt auch die Entladespannung hohe Werte an, mit geringer werdender Feuchtigkeit fällt das Funkenpotential, um, wenn die Trockenheit extrem groß wird, wieder stark zu steigen. Fig. 1 entnehme ich der Meyerschen Arbeit.

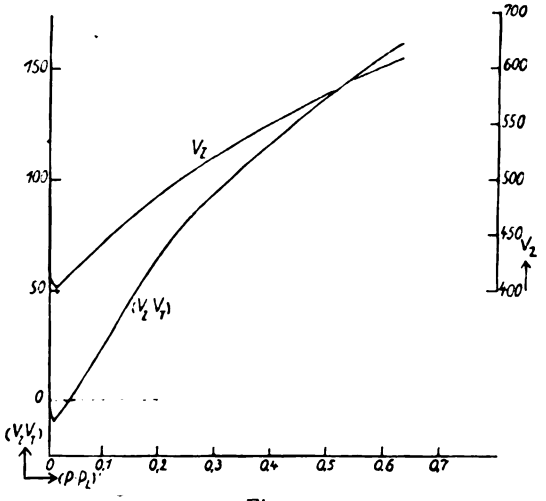


Fig. 1.

Hierin bedeutet: $(p\text{-}p_L)'$ den Wasserdampfpartialdruck, $(V_Z\text{-}V_T)$ den Überschuß des gemessenen Voltwertes gegenüber dem Normalwert in frischer Luft, und V_Z den Absolutwert der Spannung. Der Charakter der Kurven ändert sich nicht, ob man oberhalb oder unterhalb des für die Minimumspannung charakteristischen Druckes mißt. Zu bemerken ist, daß die Glaswände der Apparatur selbst genügend Feuchtigkeit abgeben, um das Gas „feucht" zu machen, und daß sie sehr lange unter Vakuum und in steter Verbindung mit P_2O_5 stehen müssen, bis sich ein Gleichgewichtszustand eingestellt hat. Ein wesentliches Resultat, das die Arbeit nebenbei ergeben hat, ist wohl, daß man, um genaue Werte für Funkenpotentiale angeben zu können, extrem trockene Gase in extrem getrockneten Gefäßen verwenden muß, was bei allen älteren Messungen nicht geschehen war.

Der Wasserdampfeinfluß in Stickstoff ist nach H. Stücklen[47]) der gleiche wie in Luft.

Den Parallelversuch für Feuchtigkeitseinfluß auf den Kathodenfall stellte Schaufelberger[48]) an. Die Trocknungsvorrichtungen waren die gleichen, wie sie Meyer beschreibt, und um definitive Kathodenfallwerte aufzustellen, mußte auch er wochenlang Luft unter vermindertem Druck mit P_2O_5 in Verbindung bringen, und den letzten Rest Wasserdampf mit flüssiger Luft ausfrieren. Der Einfluß ist hier der gleiche wie beim Funkenpotential. Von hohen Werten bei großer Feuchtigkeit an sinkt der Kathodenfallwert mit zunehmender Trocknung über ein Minimum, um dann stark wieder anzusteigen. Alle oben zitierten Werte sind bei extremer Trocknung erhalten.

Die Bedeutung der auf der Elektrodenoberfläche adhärierenden Gasschicht für das Funkenpotential festzustellen, versuchte H. Stücklen[49]). Es konnte bei diesen Versuchen die Metalloberfläche im Vakuum durch Abschaben erneuert werden. Das erste Schaben zeigt stets eine Änderung, die einem Feuchterwerden des Gases entspricht, späteres Schaben blieb ohne Einfluß. Man kann daraus schließen, daß die Wasserhaut, die einer Oberfläche auch im Vakuum anhaftet, das Funkenpotential nicht beeinflußt, solange sie am Metall sitzt, sich erst bemerkbar macht, wenn sie an den Gasraum abgegeben ist. Eine Gashaut auf dem Metall ist entweder ohne Einfluß, oder sie stellt sich schneller wieder her, als es der Messung zugänglich war. Dies galt für Messing, *Al*, *Cu* und *Ag* in Luft und in Stickstoff. Wurde hingegen *Zn* in Stickstoff geschabt, so erhöhte sich stets das Funkenpotential unabhängig vom Feuchtigkeitsgrad des Gases um wenige Volt und fiel nach einigen Stunden auf den Anfangswert zurück.

Teilweise zu den gleichen Resultaten gelangt Doubis[50]) in der oben erwähnten Arbeit. Ein *Pt*-Draht als Kathode in einer Zylinderfunkenstrecke benutzt, behält das Funkenpotential bei, gleichgültig, ob er frisch ausgeglüht oder mit Wasserstoff beladen ist. Auch *W*, das allerdings nur wenig H_2 okkludiert, ändert bei dieser

47) H. Stücklen, Ann. d. Phys. **69**, 625, 1922.
48) A. Schaufelberger, Ann. d. Phys. **73**, 21, 1923.
49) H. Stücklen, Ann. d. Phys. **69**, 597, 1922 u. **65**, 369, 1921.
50) E. Dubois, Ann. d. phys. **20**, 113, 1923.

Digitized by Google

Okklusion nicht die Entladespannung. Sättigt man die Elektroden mit Luft und mißt hernach in H_2, so hat auch diese Beladung keinen Einfluß für *W* wie für *Mo*. — Anders verhält sich *Pd*. Dies zeigt in frisch ausgeglühtem Zustand die Durchschlagsspannung aller übrigen Metalle. Läßt man darauf den *Pd*-Draht in den angeführten Versuchen 14—17 Stunden lang in H_2 unter Atmosphärendruck stehen (der Draht hatte, ohne geglüht zu werden, doch sehr viel Gas okkludiert, wie aus der Druckmessung hervorgeht), so sinkt das Funkenpotential erheblich, wie aus der nachfolgenden Tabelle hervorgeht.

Tabelle IV.

Bemerkung	Druck in mm *Hg* p=0,5	0,7	1,0	1,5	2,0	2,8	Funkenpotential in Volt.
Nach dem ersten Glühen . .	680	512	398	356	346	352	
Nach 14stündig. Stehen in H_2-Atmosphäre .	500	409	355	323	317	322	
H_2 wird fortgepumpt ohne Heizen . . .	526	400	355	326	317	322	
Draht wird geheizt, dann H_2 fortgepumpt .	685	515	410	365	—	—	
nach 17 stündig. Stehen in H_2-Atmosphäre .	407	342	291	269	269	—	
Entladung im Rohr, dann H_2 fortgepumpt .	677	453	369	340	340	—	
2 Std. Vakuum	540	389	339	317	318	329	
Weitere 3 Std. Vakuum . .	—	395	340	322	—	—	
Draht 20′ auf Gelbglut erhitzt . . .	—	515	427	380	374	380	
Weitere 14 Std. Vakuum . .	690	500	420	376	365	369	

Bei jeder einzelnen dieser Versuchsreihen war vor der Messung trockner, frischer Wasserstoff eingeführt, so daß der Gaszustand der gleiche war, nur der Elektrodenzustand sich geändert hatte. Es gelang also nur bei *Pd* in Wasserstoff, das Funkenpotential als abhängig von der Gasadsorption nachzuweisen. — Ebenso wie hier für die Gasadsorption an *Pd* findet Dubois nun eine ganz merkwürdige Änderung der Entladespannung mit dem Sauberkeitszustand des Kathodendrahtes. Er sucht nachzuweisen, daß minimale Spuren alkalischer Salze die ohne besonderes Reinigungsverfahren sich stets an der Oberfläche befinden, das Funkenpotential vermutlich beeinflussen. Jedes frische Metall zeigt einen Wert, der erheblich (100—150 Volt beim Minimumpotential) unter dem liegt, der nach einem Ausglühen erreicht wird, ist aber für verschiedene Materialien ziemlich gleich. Dasselbe Fallen läßt sich am ausgeglühten Draht (stets als Kathode benutzt) erzwingen, wenn man ihn oberflächlich mit einer Salzlösung ($NaCl$, KCl, $BaCl_2$, K_2CO_3) bestreicht, oder ihn nur in eine Glasröhre setzt, deren Wände man von außen her mit dem Bunsenbrenner erhitzt, so daß die flüchtigen Salze sich auf dem kälteren Draht niederschlagen. Wird der Draht dann geglüht, oder als Kathode einer Glimmentladung benutzt, so erhält man wieder den Anfangswert des reinen, ausgeglühten Metalles. Auch das Glühen im Bunsenbrenner kann den Draht „reinigen", wenn man ihn nur nachträglich nicht mehr berührt, jedoch hat Abätzen in Säuren keinen Einfluß. Experimente in Luft, CO_2 und H_2 zeigen qualitativ gleiche Ergebnisse, jedoch sind die Änderungen in H_2 am ausgesprochensten. Auffallend ist bei den Versuchen die absolut zu vernachlässigende Rolle, die die Anode bei der Entladung spielt. Ist z. B. der mit Salz verunreinigte Draht Anode, so bleibt die Entladespannung durchaus konstant.

Diese Ergebnisse der Duboisschen Arbeit sind nun qualitativ sehr bemerkenswert, und werden hoffentlich noch weiter verfolgt. Um sie quantitativ auszuwerten, scheint mir die Apparatur an einigen Stellen nicht einwandfrei: 1. Die erstrebte Schutzringwirkung des Feldes hat wohl in keiner der verwandten Röhren bestanden. In der Zylinderfunkenstrecke war der äußere Zylinder durch einen Glasschutz ausgeblendet, in der Entladungsröhre mit planparallelen Elektroden die zwei Elektroden mit je einer dünnen in der Mitte kreisförmig ausgeschnittenen Glimmerdecke bedeckt. Belädt sich diese Schutzhülle, die außerdem, wie angegeben, stets durch das beim Glühen zerstäubende Metall leitend wurde, durch Influenz oder Aufladung mit Ionen, so wird das Feld am Rand verzerrt werden. 2. Es ist aus der Arbeit nicht ersichtlich, wie ein Draht neu eingesetzt werden konnte, ohne die Glasapparatur an mindestens einer Stelle aufzuschneiden und neu zu verblasen. Dies mußte aber während einer Versuchsreihe einige Male geschehen. Wird nachher Apparatur und Füllgas nur einige Stunden getrocknet, bei CO_2 sogar ohne Verwendung flüssiger Luft, so sind sicherlich erhebliche Mengen Wasserdampf im Gefäß, die das Resultat fälschen können. Auch der Wasserdampf, der bei den Versuchen über H_2-Adsorption stundenlang in der Apparatur stand, kam aus einem Kippschen Apparat nur unter Vorschalten irgendwelcher Trockenröhren, und mußte so relativ sehr feucht sein. Es ist nicht anzunehmen daß der vor dem Versuch aus einem *Pd*-Röhrchen eingelassene Wasserstoff während einer ganzen Meßreihe seine Trockenheit bewahren konnte, wenn

Digitized by Google

während des häufigen Glühens bei einer Versuchsfolge der Wasserdampf sich so oft von den Wänden lösen oder darauf wieder niederschlagen konnte. Da durch die Arbeit von Edgar Meyer der wesentliche Einfluß der Feuchtigkeit auf das Funkenpotential schon erwiesen war, so ist die Nichtberücksichtigung dieser Fehlerquelle nicht recht verständlich, jedoch scheint aus den sehr zahlreichen, und stets unter wechselnden Versuchsbedingungen angestellten Experimenten hervorzugehen, daß Reinheit und Salzfreiheit der Kathode von wesentlichem Einfluß auf die Entladespannung sind. 3. Viel Nachdruck wird in der Arbeit darauf gelegt, daß der Wert für das Funkenpotential erlangt wurde mit der Methode des „fallenden Potentials". Es wird nicht, wie sonst üblich, das Potential beobachtet, bei dem bei steigender angelegter Spannung zuerst ein Funken zwischen den Elektroden übergeht, sondern nach angelegter Überspannung wird diese so weit erniedrigt, bis eine Galvanometernadel gerade noch zuckt; dabei betrugen die Anfangsströme ca. 10^{-6} Amp., die Endströme nach der Empfindlichkeit des Galvanometers zu urteilen ca. 10^{-8} bis 10^{-9} Amp. Daß die Methode wegen einer nicht zu übersehenden Potentialverteilung vor der Kathode vielleicht nicht ganz einwandfrei ist, haben wir schon weiter oben auseinandergesetzt, und es scheint darum erwünscht, daß man die merkwürdigen Abhängigkeiten, die Dubois bei nicht ganz reinen Elektroden fand, auch beim ersten Funken mit der Methode steigenden Potentials bestätigen könnte.

Edgar Meyer[51]) sucht den Einfluß von *Hg*-Dampf auf die Durchschlagsspannung nachzuweisen, den er durch besondere *Hg*-Fallen und durch Ausfrieren aus dem Elektrodenrohr entfernen kann. Sein Resultat, daß ein solcher nicht besteht, steht im Einklang mit früheren Messungen von Warburg[52]) für den Kathodenfall in N_2 und ist neuerdings auch von Dubois a. a. O. bestätigt worden.

§ 6. Über die Lichterscheinungen von Glimmentladungen ist viel gearbeitet worden, doch führen uns diese spektralen Untersuchungen hier zu weit vom Thema ab. Ich möchte verweisen auf die zusammenfassende Darstellung von Gehlhoff im Handbuch der Elektrizität und des Magnetismus von Graetz (Bd. III, Lieferung 4, S. 878 u. f.), wo auch eine Literaturübersicht sich findet, und wo ausführlich das Auftreten verschiedener optischer Serien an den einzelnen Stellen einer Glimmlichtröhre in Abhängigkeit vom Füllgas und seinen Verunreinigungen, Spannung, Elektrodenmaterial, Druck usf. beschrieben wird. Speziell über das Auftreten der Balmerserie arbeitete Wood[53]), der nachwies, daß unter absolut reinen Versuchsbedingungen in Wasserstoff diese Serie bis zu sehr hoher, und bis dahin nur in Sternspektren aufgefundener Gliednummer auftritt. Ferner untersuchten die Anregungsbedingungen der verschiedensten Spektren in letzter Zeit Seeliger[54]), Seeliger und Mierdel[55]), Seeliger und Schramm[56]); Loest[57]) behandelte optische Erscheinungen bei Kathodenröhren im longitudinalen elektrischen Gegenfeld und bestimmte aus dem Farbenumschlag die Lage der Äquipotentialflächen.

Eine sehr interessante und theoretisch bedeutungsvolle Leuchterscheinung bei äußerst geringen Stromstärken ($i \sim 10^{-9}$ Amp.), haben Holst und Oosterhuis[58]) gelegentlich ihrer Funkenpotentialmessungen beobachtet. In einer Neonröhre bei 1 cm Druck und 1 cm Elektrodenabstand erschien ein erstes ganz schwaches Leuchten an der Anode. Vergrößert man die Stromstärke ein ganz klein wenig, so sieht man von der Kathode aus sich helle und dunkle Schichten zur Anode herübererstrecken. Ihre Begrenzung nach der Kathode hin ist sehr scharf, nach der Anodenseite zu etwas diffuser. Die erste, unmittelbar der Kathode anliegende Schicht ist dunkel. Bei noch weiterer Vergrößerung der Stromstärke ziehen die Schichten sich nach der Kathode hin zusammen und machen dem gewöhnlichen Glimmlicht Platz. Wir sehen hier also optisch einen Übergang von der Potentialverteilung bei äußerst kleinen Stromstärken zu den Feldverzerrungen einer gewöhnlichen Glimmentladung. Ob die Potentialverteilung allerdings wirklich homogen, oder nur in sehr grober Annäherung homogen ist, mag dahingestellt bleiben bis zu weiterer Untersuchung, denn die Messungen mit Sonden, die Townsend[59]) anstellte, und die bei sehr geringen Stromstärken ein nahezu ungestörtes elektrostatisches Feld zeigten, genügen vielleicht nicht den Genauigkeitsansprüchen, die man heute stellt. Die bei Holst und Oosterhuis (a. a. O.) der Röhre anliegende Gesamtspannung betrug, solange die Schichtung wahrgenommen werden konnte, 150 Volt, 7 dunkle Schichten waren sichtbar, der Spannungsabfall

51) Edgar Meyer, Ann. d. Phys. **65**, 335, 1921.
52) E. Warburg, Wied. Ann. **40**, 1, 1890, auf S. 8.
53) Wood, Phil. Mag. **44**, 538, 1922.
54) R. Seeliger, Zeitschr. f. Phys. **15**, 27, 1923.
55) R. Seeliger u. G. Mierdel, Zeitschr. f. Phys. **1**, 355, 1920.
56) R. Seeliger u. E. Schramm, Zeitschr. f. Phys. **7**, 93, 1921.
57) W. Loest, Zeitschr. f. Phys. **3**, 130, 1920.
58) G. Holst u. E. Oosterhuis, Physica **1**, 84, 1921; Versl. Kon. Ak. v. Wet. Amsterdam **29**, 849, 1920; Phil. Mag. **46**, 1117, 1923; C. R. **175**, 577, 1922.
59) J. S. Townsend, Phil. Mag. **9**, 289, 1905 u. **11**, 6, 1906.

Digitized by Google

pro Schicht von $\frac{150}{7}$ Volt entspricht somit mit ungefähr 21 Volt der Ionisierungsspannung des Neon. Aus der sehr scharfen Grenze zwischen der ersten dunklen und hellen Schicht schließen die Verfasser nun, daß die Elektronen, die die Gasatome zum Leuchten anregen, aus der Kathode stammen und nicht im Gasraum erzeugt werden.

§ 7. Wir kommen hier zu der vielumstrittenen Frage, ob bei der selbständigen Entladung Elektronen aus der Kathode stammen, und wie überhaupt die gesamte Entladung unterhalten wird. Bekannt ist die Townsendsche Theorie, die allerdings sich nur auf Gase bezieht, in der alle Stöße unelastisch erfolgen. Nach ihr erzeugt jedes negative Teilchen, sobald es auf seiner freien Weglänge die genügende Energie erworben hat, durch Stoß gegen neutrale Moleküle α positive und α negative Teilchen pro Zentimeter durchlaufenem Weg. Das positive Ion möge auf der gleichen Strecke β neutrale Moleküle durch Stoß ionisieren. Ist n_0 die Anzahl der bei der unselbständigen Entladung aus der Kathode durch äußere Einwirkung (photoelektrisch) austretenden Elektronen, und d die Entfernung der Elektroden, so ergibt sich für die Anzahl der Stromträger:

$$n = n_0 \cdot \frac{(\alpha - \beta)\, e^{(\alpha-\beta)\,d}}{\alpha - \beta \cdot e^{(\alpha-\beta)\,d}}$$

und selbständige Entladung kann eintreten, sobald n unendlich wird, d. h. der Nenner des Bruches verschwindet, also für:

$$\alpha = \beta \cdot e^{(\alpha-\beta)\,d}.$$

Hierbei ist angenommen, daß für die selbständige Entladung die Erzeugung der Stromträger ausschließlich im Gasraum erfolgt, daß die Kathode selbst keine Stromträger in den Entladungsraum emittiert. Für sehr geringe Drucke, also hohen Potentialabfall pro freier Weglänge der Ionen, können nach Townsend allerdings auch die positiven Teilchen solche Geschwindigkeiten erlangen, daß sie Elektronen aus der Kathode befreien und somit für diesen Fall ein Materialeinfluß vorhanden wäre. Diesbezügliche Messungen liegen hingegen nicht vor. Die Werte von α und β sind für die verschiedensten Bedingungen von Townsend und seinen Schülern bestimmt worden.

Auf Grund seiner Erfahrungen über die Abhängigkeit des Funkenpotentials von der Anwesenheit alkalischer Salze auf der Kathode hat Dubois in der oben zitierten Arbeit die Townsendsche Theorie etwas erweitert, allerdings in engstem Anschluß an Townsend, der die Ansätze dafür selbst schon gibt. Befreien m positive Ionen aus der Kathode $\gamma \cdot m$ Elektronen, so ergibt sich nach Dubois als Bedingung für die selbständige Entladung statt Townsends 2konstantiger Formel eine 3konstantige:

$$\alpha \cdot (\gamma + 1) - (\gamma\alpha + \beta) \cdot e^{(\alpha-\beta)\cdot d} = 0.$$

Eine Möglichkeit, die Gültigkeit der Formel experimentell zu beweisen, existiert bis jetzt nicht.

Einige notwendige Voraussetzungen der Townsendschen Theorie seien erwähnt: 1. Der Gasraum hat eine so geringe Temperatur, daß die thermische Geschwindigkeit der Ionen gegenüber der durch das Feld verursachten, vollständig zu vernachlässigen ist. Die in Volt umgerechnete thermische Geschwindigkeit von Ionen beträgt ungefähr $^1/_{25}$ Volt, und es ist wohl kaum anzunehmen, daß sich das Gas bei den äußerst geringen Stromstärken an einer Stelle soweit erhitzen könnte, daß thermische Geschwindigkeit von Einfluß wäre. In Kathodenröhren allerdings ist, wie weiter unten gezeigt wird, von so hohen Temperaturen geredet worden. 2. Auch die Elektroden sind kalt. Daß bei Glühkathoden, wo die Heizdrähte selbst positive und negative Ionen aussenden, das Funkenpotential ganz erheblich herabgesetzt wird, bedarf keiner Erwähnung, ist doch bei Glühkathodenröhren eine selbständige Entladung mit jeder Spannung zu erreichen, bis herab zur Ionisierungsspannung, sogar zur Anregungsspannung, und falls ein niedervoltiger Bogen existiert[60, 61]), noch darunter.

§ 8. Einer der schönsten Erfolge, die die Townsendsche Theorie zu verzeichnen hat, ist die, daß das Paschensche Gesetz aus ihr folgt. Dieses sagt aus, daß das Funkenpotential für verschiedene Drucke und verschiedenen Abstand der Elektroden nur abhängig ist von dem Produkt der beiden Variabeln $V = f \cdot (p \cdot l)$. Streng genommen hat man unter p nicht den Druck zu verstehen, sondern die Dichte des Gases d, so daß das Paschensche Gesetz zu lauten hat $V = f(d \cdot l)$. Die ungenauere Form $V = f(p \cdot l)$ ist aber so sehr in die Literatur übergegangen, daß oft die wahre Bedeutung vergessen wird und Versuche nötig waren, um ihre Ungültigkeit zu beweisen. Experimentell ist das Gesetz für die verschiedensten Gase öfters bestätigt worden. Für staubfreie Luft mittleren Feuchtigkeitsgehalts (Wasserdampfpartialdruck $< 0{,}04$ mm Hg) liegen neuerdings die genauesten Messungen von Edgar Meyer[62]) vor. Meyer verwandte planparallele Messingelektroden, die häufig gereinigt wurden. Durch einen Ring aus isolierendem Material

60) K. T. Compton, E. G. Lilly u. P. S. Olmstead, Phys. Rev. **16**, 282, 1920.
61) R. Bär, M. v. Laue u. Edgar Meyer, Zeitschr. f. Phys. **20**, 83, 1923.
62) Edgar Meyer, Ann. d. Phys. **58**, 297, 1919.

Digitized by Google

(Bernstein, Hartgummi) war das innere Feld stets homogen ausgeblendet, und besondere Kontrollmessungen bestätigten, daß an der Ringwandung sich keine störende Wandladung ausbildete. Auf die strenge Homogenität des Feldes haben die Autoren früherer Arbeiten nicht genügend geachtet. Tabelle V gibt die Resultate für $(p_0 l)_{\min}$, d. h. den Wert von $(p_0 \cdot l)$ der dem Minimumpotential entspricht. (Die Änderung der Dichte mit der Temperatur ist berücksichtigt.)

Tabelle V.

l	V_0	p_0	$p_0 \cdot l$
0,960	326	5,90	5,66
1,962	327	2,90	5,68
2,979	329	1,90	5,66
4,046	328	1,40	5,67
4,926	326	1,15	5,67
	Mittel: 327		5,67

In diesen Versuchen wurde die Gültigkeit des Paschenschen Gesetzes für kleine Drucke untersucht zu beiden Seiten des Minimumpotentials. Für hohe Drucke sind in der Literatur oft Abweichungen erwähnt worden. Um dies nachzuprüfen, verwendet Stancescu[63]) als ein Gas, das möglichst große Abweichungen vom Boyle-Mariotteschen Gesetz zeigt, CO_2 und findet das Paschensche Gesetz leidlich bestätigt, wenn man es in der Form $V = f(d \cdot l)$ schreibt (d = Gasdichte), während die Gleichung $V = f(p \cdot l)$ ungültig wird. Seine Messungen umschließen das Druckgebiet von etwa 10 bis 50 Atmosphären, er mißt bis zu Spannungen von 25000 Volt.

Das Paschensche Gesetz nun folgt auch aus einer Theorie, die Holst und Oosterhuis[64]) sich abweichend von der Townsendschen Anschauung über Funkenentladungen machen. Ihr Ziel ist, den Materialeinfluß in Edelgasen erklären zu können, und die dazu nötige Annahme: die positiven Teilchen ionisieren nicht im Gas, sondern befreien Elektronen aus der Kathode. Sie können das umso leichter, je kleiner das Richardsonsche φ, d. h. je kleiner die Austrittsarbeit von Elektronen aus dem Metall ist. Nehmen wir an, ein Gas sei ideal, alle nicht ionisierenden Stöße seien vollständig elastisch, so wird ein aus der Kathode stammendes Elektron beim Durchlaufen der Spannung $V : g = \frac{V}{V_i}$ neue positive und negative Ionen schaffen, wo V_i die Ionisierungsspannung des Gases ist. Diese neu geschaffenen Elektronen ionisieren ihrerseits wieder, und so erzeugt das erste Ion eine Nachkommenschaft von $(2^g - 1)$ positiven Ionen. (Nach Messungen von W. Kossel[65]) und F. Mayer[66]) könnte man diesen Ansatz nicht machen, da auch unter den günstigsten Bedingungen (Spannung des Strahlungsmaximums) bei weitem nicht jeder mögliche ionisierende Elektronenstoß auch tatsächlich zur Ausführung kommt). Diese positiven Ionen nun fliegen zur Kathode und befreien dort mit einer Wahrscheinlichkeit $W = f(\varphi)$ Elektronen, d. h. es werden $(2^g - 1) \cdot W$ Elektronen erzeugt, und die selbständige Entladung ist möglich, falls $(2^g - 1) \cdot W \geq 1$ ist. Für Magnesium in Neon z. B. findet man aus dem Funkenpotential V und der Ionisierungsspannung V_i: $g = 6$, also ist $W = \frac{1}{63}$, für die Alkalimetalle ist $g = 4$, also $W = \frac{1}{15}$. Die Autoren kommen auf Grund einer Berechnung von G. Hertz[67]) zur Endformel für das Funkenpotential:

$$V = V_i \frac{273 \cdot a \cdot p \cdot \sqrt{2k}}{T \cdot 76 \cdot \lambda_n \cdot 4\sqrt{2}} \frac{e^{\frac{273 a p \cdot 2 \cdot \sqrt{2k}}{T \cdot 76 \lambda_n g \cdot 4\sqrt{2}}} + 1}{e^{\frac{273 a p \cdot 2 \cdot \sqrt{2k}}{T \cdot 76 \cdot \lambda_n \cdot g \cdot 4\sqrt{2}}} - 1},$$

hierin bedeuten:

V_i = Ionisierungsspannung,
p = Druck in mm Hg,
a = Elektrodenabstand,
$k = 2\frac{m}{M}$; m und M Masse des Elektrons und des Gasatoms,
λ_n = die mittlere freie Weglänge des Elektrons unter normalen Bedingungen.

Für Neon speziell findet man unter Einsetzung der Zahlenwerte:

$$V_i = 22 \text{ Volt}; \quad k = 5{,}42 \cdot 10^{-5}; \quad T = 290^0;$$
$$\lambda_n = 11{,}7 \cdot 10^{-6} \text{ cm}$$

$$V_e = 42{,}5 \cdot a \cdot p \cdot \frac{e^{3{,}85 \cdot \frac{p \cdot a}{\kappa}} + 1}{e^{3{,}85 \cdot \frac{p a}{\kappa}} - 1}.$$

Die Gleichung sagt aus:

1. $V = f(a \cdot p)$ die Forderung des Paschenschen Gesetzes ist erfüllt.
2. $V = f(g) = f'(\varphi)$ der Materialeinfluß ist vorhanden.
3. $V = f\left(\frac{1}{T}\right)$ das Funkenpotential ändert sich

63) C. Stancescu, Diss. Genf 1916; s. a. C. E. Guye u. C. Stancescu, Arch. de Genève (4) **43**, 131, 1917.
64) G. Holst u. E. Oosterhuis, C. R. **175**, 577, 1922.
65) W. Kossel, Ann. d. Phys. **37**, 407, 1912.
66) F. Meyer, Ann. d. Phys. **45**, 1, 1914.
67) G. Hertz, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. **19**, 268, 1917.

Digitized by Google

mit dem reziproken Wert der absoluten Temperatur.

Diese Formel gilt bis jetzt nur für Neon, da dieses Gas für die vorliegenden Versuche als das edelste sich erwies. Der Grund dafür ist nach Holst und Oosterhuis der, daß die Stöße in Neon wirklich erst bei der Ionisierungsspannung unelastisch verlaufen, die Ausbeute unelastischer Zusammenstöße beim Durchlaufen der Resonanzspannung ist zu gering, was auch optisch bestätigt wird, um störend zu wirken. Argonatome verlieren schon in beträchtlicher Anzahl einen Bruchteil ihrer Energie beim Durchlaufen der Anregungsspannung, für *He* kann der metastabilen Zustände wegen der Ansatz nicht gelten, und alle anderen bisher untersuchten Gase besitzen eine zu große Elektronenaffinität. Sobald überhaupt unedle Gase vorliegen, sei es rein oder auch nur als minimale Verunreinigungen in Edelgasen, sobald also die Elektronen schon unelastisch zusammenstoßen, bevor sie die Ionisierungsgeschwindigkeit erlangt haben (die sie in Edelgasen nach einer Anzahl elastischer Stöße erwerben), liegen die Verhältnisse wesentlich komplizierter, und es ist bis jetzt nicht möglich, eine auch nur einigermaßen befriedigende Theorie der Erscheinungen zu geben.

§ 9. Etwas geklärter, jedoch noch lange nicht als abgeschlossen zu betrachten sind die thoretischen Ansichten über die Vorgänge bei der Glimmentladung. J. J. Thomson[68]) war der erste, der die Stoßionisationstheorie auf die Glimmlichterscheinungen anwandte, und damit die einzelnen Phänomene wie Kathodenfall, Kathodensprung, positive Säule, negatives Glimmlicht usw. zu deuten suchte. Townsend[69]) und J. Stark[70]) haben seine Theorie weiter ausgebaut. Doch wußte man damals noch nicht, daß Elektronen bei einem Zusammenstoß nicht notwendig ihre ganze Energie verlieren müssen, und erst nach den klassischen Untersuchungen von Franck und Hertz[71]) über den elastischen Zusammenstoß von Elektronen mit Molekülen konnten Theorien entstehen, die dieses wesentliche Moment mit berücksichtigten. Wohl die eingehendste und bemerkenswerteste unter den neueren Arbeiten ist die lange Reihe der Untersuchungen von R. Holm[72]), ferner die Arbeiten von Skinner[73]) und seinen Schülern. Diese Theorien sind sehr ausführlich in den Berichten von Gehlhoff und von Seeliger (a. a. O.) besprochen worden.

Nur einige experimentelle Untersuchungen möchte ich hier erwähnen, die für die Theorie wesentlich sind. Die Frage nach der Entstehung der Kathodenstrahlen haben Edgar Meyer und H. Schüler[74]) geklärt, allerdings für Enladungsformen, die dem anormalen Kathodenfall entsprechen, jedoch sind die Resultate qualitativ wohl zu verallgemeinern. Ein vor der Kathode angebrachter undurchlässiger Körper wirft auf diese einen Schatten, der bedingt ist durch abgeschirmte Kanalstrahlen. Sind diese Kanalstrahlen die Erzeuger der Kathodenstrahlen, so

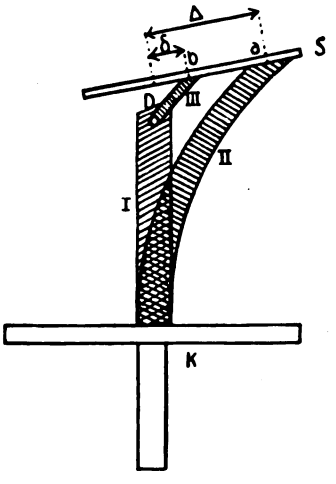


Fig. 2.

muß der gleiche Draht auf einen Leuchtschirm zwischen Draht und Anode aus zwei Ursachen einen Schatten werfen: erstens werden Kathodenstrahlen abgeblendet, zweitens aber sind durch die abgeschirmten Kanalstrahlen Kathodenstrahlen im Schattengebiet auf der Kathode nicht entstanden. Durch Überlagerung eines Magnetfeldes gelang es nun, diese beide Schatten voneinander zu trennen, da ja die Kanalstrahlen weit weniger dem magnetischen Felde folgen als die Kathodenstrahlen, und damit die Erzeugung von Kathodenstrahlen durch Kanalstrahlen nachzuweisen. Fig. 2 gibt die schematische Erscheinung im Magnetfeld wieder.

68) J. J. Thomson, Phil. Mag. (5) **50**, 278, 1900; s. a. J. J. Thomson, Electricity through Gases, 2. Aufl. Oxford 1906.

69) J. S. Townsend, The Theory of Ionisation of Gases by Collision. London 1910.

70) J. Stark, Physik. Zeitschr. **2**, 236, 1901.

71) J. Franck, Jahrb. d. Rad. u. Elektr. **9**, 235, 1912; J. Franck u. G. Hertz, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. **15**, 373 u. 613, 1913; **16**, 547, 1914.

72) R. Holm, Physik. Zeitschr. **15**, 241, 289, 782, 914; **16**, 20, 70, 1915; **17**, 402, 1916: **19**, 548, 1918; **21**, 298, 1920; R. Holm u. Thea Krüger, Physik. Zeitschr. **20**, 1, 1919.

73) C. A. Skinner, Phys. Rev. **5**, 483, 1915; **6**, 158, 1915; **9**, 97 u. 314, 1917; **12**, 139 u. 143, 1918; W. L. Cheney, Phys. Rev. **7**, 241, 1916; W. Neuswanger, Phys. Rev. **7**, 253, 1919.

74) Edgar Meyer u. H. Schüler, Ann. d. Phys. **56**, 507, 1918.

Digitized by Google

Den Ursprungsort nun der die Kathodenstrahlen auslösenden Kanalstrahlen legt Holm in den Saum des negativen Glimmlichtes; die Kanalstrahlen ihrerseits werden durch Stoß der Elektronen erzeugt, die beim Durchlaufen des Feldes vor der Kathode die genügende Energie erworben haben. Genügt das Feld nicht, so kann der Strom nicht unterhalten werden und die Entladung erlischt. Dies tritt ein, wenn der minimale Kathodenfall, der sogenannte „normale" unterschritten wird. Die Zahl der vor der Kathode im Gasraum entstehenden Elektronen wäre demnach vernachlässigbar klein, ebenso die Zahl der Wiedervereinigungen im ersten Dunkelraum. Das äußerst geringe Leuchten dieser Schicht bestätigt die Annahme. Aus der scharfen Grenze des Glimmlichts nach der Kathodenseite hin wird der Schluß gezogen, daß der Glimmlichtsaum durch die primären Kathodenstrahlen erregt wird.

Ältere Theorien nennen den Glimmlichtsaum die Reichweite der primären Elektronen. Das ist jedoch vom gaskinetischen Standpunkt aus nicht zu halten. Holm macht sich folgende Vorstellung: In starken Feldern, z. B. dicht vor der Kathode sind Wiedervereinigungen bei der großen Geschwindigkeit der Elektronen selten. Treten jedoch die Elektronen in ein schwaches Feld, so bleiben sie an neutralen Molekülen kleben, werden dabei gebremst und können aus dem lockeren Verband Molekül-Elektron in der Nähe eines positiven Ions herausgerissen und mit diesem zur Wiedervereinigung gebracht werden. Im Leuchten des Glimmlichtsaumes dokumentieren sich der Wechsel in der Stärke des Feldes und die dadurch bedingten Wiedervereinigungen.

Nicht berücksichtigt in seiner Theorie hat Holm eine eventuelle starke Temperatursteigerung des Gases vor der Kathode, und dies ist der Vorwurf, den vor allem Günther-Schulze[75]) ihm macht. Nach diesem Autor ist der Gasraum direkt vor der negativen Elektrode sehr hoch erhitzt (angegeben wird ca. 720°), so daß mit der veränderten Dichte des Gases auch die Ansätze für die Anzahl der Zusammenstöße, die Stromdichte usw. geändert werden müßten. Diese Anschauung steht jedoch im Gegensatz zu der sonst üblichen. Speziell hat R. Seeliger[76]) Gegenversuche angestellt, indem er unter anderem die Kathode auf die Temperatur der flüssigen Luft brachte oder die Stromdichte um ein Vielfaches erhöhte, ohne die Schlüsse Günther-Schulzes bestätigen zu können.

§ 10. Eine noch viel umstrittene Frage ist die nach der Existenz des Kathodensprungs. Man versteht darunter einen Potentialsprung direkt an der Kathode, der dann auftreten würde, wenn ihr unmittelbar eine positive Raumladung vorgelagert ist. Skinner (Phys. Rev. **9**, 1917) und Westphal[77]) vertreten diese Ansicht und sind zu diesem Resultat durch Sonden- oder Querkathodenstrahlmessungen gekommen. Brose[78]) mißt optisch die Feldverteilung im Dunkelraum und findet vom Glimmsaum herkommend anfangs ein Steigen des Feldes, dann dicht vor der Kathode ein starkes Fallen. Er schließt auf eine positive Raumladung im Dunkelraum, unmittelbar vor der Kathode auf eine negative. Auf alle Fälle müßten im Fall eines Kathodensprunges die Kathodenstrahlen mit einer gewissen, von Null verschiedenen Geschwindigkeit in den Gasraum eintreten. Demgegenüber vertritt Kossel[79]) die Ansicht, daß die Elektronen mit einer Geschwindigkeit von höchsens einigen Volt die Kathode verlassen. Durch Versenken der Kathodenmitte und Anlegen eines ganz schwachen Gegenfeldes von einigen Volt zwischen Kathodenrand und versenkter Zentralkathode gelingt es ihm, die Kathodenstrahlen vollständig umzusteuern, d. h. sie am Eintreten in den Entladungsraum zu hindern. Die Notwendigkeit, einen Kathodensprung an kalten Elektroden anzunehmen, besteht nach Kossel also nicht, vielmehr, meint der Autor, könnte ein solcher durch Sondenmessungen vorgetäuscht werden. Diese von Kossel bestimmte Austrittsgeschwindigkeit der Elektronen wäre danach eine ähnliche für die Glimmlichtröhre, wie sie Holst und Oosterhuis bei ganz schwachen Strömen, mit denen sie Funkenpotentiale maßen, auch gefunden haben. Hier bei Kathodenstrahlen beträgt sie 2—4 Volt, bei Holst nach Bestimmungen in Neon, wo nach Durchlaufen der ersten Ionisationsspannnung die Ionisation auch tatsächlich eintritt, ist sie annähernd Null. Wie die Verhältnisse jedoch wirklich liegen, scheint bei den sehr verschiedenen Meinungen, die bisher über diesen Punkt noch bestehen, vorläufig noch nicht eindeutig festgestellt zu sein.

§ 11. Ein Analogon zum Paschenschen Gesetz finden wir für die Länge des Kathodendunkelraumes in seiner Abhängigkeit vom Druck. Für die Verhältnisse des normalen Kathodenfalls (den allein wir zum Vergleich heranziehen dürfen), gilt in Analogie zum Goldsteinschen[80]) Gesetz für die Schichtlänge der positiven Säule,

75) A. Günther-Schulze, Zeitschr. f. Phys. **15**, 8, 1923 u. **19**, 313, 1923.
76) R. Seeliger, Zeitschr. f. Phys. **16**, 211, 1923.
77) W. H. Westphal, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. **12**, 275, 1910 u. **14**, 223, 1912.
78) E. Brose, Ann. d. Phys. **58**, 731, 1919.
79) W. Kossel, Jahrb. d. Rad. u. Elektr. **18**, 326, 1922
80) E. Goldstein, Wien. Ber. 1881, S. 876.

Digitized by Google

nach Lehmann[81]) die Beziehung $d \cdot p = \text{const}$, wo d die Dunkelraumlänge, p den Druck darstellt, während Hehl[82]) für Wasserstoff mit *Al*- oder *Pt*-Kathode die Gleichung aufstellt: $d \cdot p^m = \text{const}$. Hierin ist m eine Zahl zwischen 0 und 1, und variiert mit verschiedenem Kathodenmaterial. Etwas anders fassen Aston und Watson[83]) und Aston[84]) die Abhängigkeit auf, wenn sie schreiben: $d = \frac{a}{p} + \frac{b}{\sqrt{j}}$. Die Konstante a wechselt mit dem Elektrodenmaterial und dem Gas, die Konstante b ist von beiden unabhängig und klein gegen a, j ist die Stromdichte, p der Druck.

Die Anzahl freier Elektronenweglängen, die sich ergibt, wenn man die normale Dunkelraumlänge durch die mittlere freie Weglänge der Elektronen dividiert, beträgt nach einer Tabelle von Seeliger (a. a. O. S. 238):

Tabelle VI.

Gas	Elektronenweglänge	Molekülweglänge	Beobachter
He	9	52	Holm
N_2	6	34	Hehl
	5	29	Riecke, Ebert, Ewers
H_2	6	34	Holm
	17,6	143	Ebert und Ewers
O_2	3,6	21	Ebert und Ewers

Eine ähnliche Tabelle läßt sich nach Thomson für das Minimumpotential aufstellen. Ich nehme sie aus einer Zusammenstellung von Schumann[85]) (S. 51):

Tabelle VII.

Gas	Elektronenweglänge	Molekülweglänge	Beobachter
He	32	182	Gill und Pidduck[86])
N_2	16	93	Strutt[87])
Luft	14	78	E. Meyer[88])
H_2	15	85	Carr[89])
	11	61,7	Carr[89])
O_2	16	92	Carr[89])

Die Werte sind für die Funkenentladung zwar durchweg größer, man sieht aber den gleichen Gang und ungefähr die gleiche Größenordnung. Bei der Ungenauigkeit, die sowohl bei der Messung der Dunkelraumlänge als auch bei der Bestimmung von p_{min} besteht, läßt sich ein genaues Übereinstimmen kaum erwarten.

§ 12. Noch einige Worte über den Einfluß eines Magnetfeldes auf beide Entladungsformen.

Auf den Wert des Kathodenfalls hat ein longitudinales Magnetfeld nach Stark[90]) keinen, nach Holm (Physik. Zeitschr. **16**, 23, 1915) einen geringen Einfluß. Nach More und Mauchly[91]), Paalzow und Neesen[92]), und Almy[93]) hingegen drückt das longitudinale Magnetfeld die Spannung zwischen Anode und Kathode in der Glimmlichtröhre beträchtlich herunter. Eine Verkürzung des Kathodendunkelraumes im transversalen Magnetfeld finden einheitlich alle soeben erwähnten Autoren. Man hat sich das so zu erklären, daß die Elektronen dem Einfluß der magnetischen Kraftlinien folgend auf Spiralbahnen fliegen, und die Dimension des Dunkelraumes entsprechend der Verkürzung der geradlinigen Komponente ihrer Bahn herabgesetzt wird.

Für das Funkenpotential findet Edgar Meyer[94]) für größere Elektrodenstrecken bei Anwendung eines transversalen Magnetfeldes eine Erhöhung. Nur seine kürzeste Funkenstrecke zeigt mit angelegtem schwachem Magnetfeld eine Erniedrigung, bei starkem Feld die gleiche Erhöhung. Er erklärt die Erscheinung gleichfalls mit den Spiralbahnen, auf die die Elektronen durch das Magnetfeld gebracht werden. Bei seiner planparallelen Funkenstrecke werden sie aus dem homogenen elektrischen Feld herausgeschleudert und gehen daher für die Entladung verloren. Erst eine höhere Spannung vermag so viele Elektronen zum ionisierenden Stoß zu bringen, daß der Funken doch zündet. In einer späteren Arbeit[95]) hat Meyer diese Ansicht noch weiter experimentell gestützt. Im Anschluß an Meyers Arbeit und auf seine Veranlassung vermeidet Wehrli[96]) dieses Herauswerfen der Elektronen aus der Entladungsbahn, wenn er eine Zylinderfunkenstrecke benutzt. Jedes negative Teilchen, auch wenn es auf Spiralbahnen geht, muß doch

81) H. Lehmann, Verh. d. Naturw. Ver. Karlsruhe **15**, 53, 1902.
82) N. Hehl, Physik. Zeitschr. **3**, 548, 1902.
83) J. Aston u. Watson, Proc. Roy. Soc. **86**, 168, 1912.
84) J. Aston, Proc. Roy. Soc. **87**, 428 u. 437, 1912.
85) O. Schumann, Elektr. Durchbruchsfeldstärke in Gasen. Berlin 1923.
86) E. W. B. Gill u. F. B. Pidduck, Phil. Mag. (6) **16**, 280, 1908 u. **23**, 837, 1912.
87) R. J. Strutt, Phil. Trans. Roy. Soc London (A) **193**, 377, 1900.
88) Edgar Meyer, Ann. d. Phys. **58**, 297, 1919.
89) W. C. Carr, Phil. Trans. Roy. Soc London (A) **201**, 403, 1892; Proc. and Trans. Roy. Soc. Canada (2) **8**, Sect. III, 161, 1902.
90) J. Stark, Elektrizität in Gasen, S. 406. Leipzig 1902.
91) More u. Mauchly, Phil. Mag. **26**, 252, 1913.
92) Paalzow u. Neesen, Phil. Mag. **1**, 563, 1900.
93) Almy, Proc. Cambr Soc. **11**, 183, 1901.
94) Edgar Meyer, Ann. d. Phys. **58**, 297, 1919.
95) Edgar Meyer, Ann. d. Phys. **67**, 1, 1922.
96) M. Wehrli, Ann. d. Phys. **69**, 285, 1922.

Digitized by Google

schließlich die Anode erreichen. Die Energie, die ein Elektron auf der freien Weglänge erlangt, wird dabei geschwächt, da der Spannungsabfall pro durchlaufener Weglänge ja vermindert ist. Wehrli findet für kleine Drucke das Funkenpotential im Magnetfeld erniedrigt, für große erhöht. Der Umkehrpunkt liegt bei einem größeren Wert, als es dem kritischen Drucke entspricht.

(Eingegangen 4. Juli 1924.)

BESPRECHUNGEN.

J. Zenneck, Elektronen- und Ionenströme. Experimentalvortrag bei der Jahresversammlung des Verbandes Deutscher Elektrotechniker am 30. Mai 1922. gr. 8°. 48 S. m. 41 Abbildungen. Berlin, J. Springer. 1923. M. 1.50.

Der Stoff ist in drei Teile angeordnet: I. Elektronenstrom im Hochvakuum; II. Ionenströme in Gasen; III. Der Lichtbogen. Nach einer kurzen Einleitung über die Grundanschauung der elektrischen Strömung vom Standpunkt der Ionen- und Elektronentheorie wird im ersten Teil der Edisoneffekt bei Glühlampen und die Einseitigkeit des Stromes in der Hochvakuumröhre mit Glühkathode besprochen. Es folgt dann der Hochvakuumgleichrichter und das Elektronenrelais als Verstärker und Schwingungsgenerator. Im zweiten Teil wird der Unterschied zwischen den Elektronenströmen im hohen Vakuum und den Ionenströmen in Gasen zunächst am Beispiel des elektrodenlosen Ringstromes im Stickstoff erörtert und von den Leuchtvorgängen zu den Fragen der Atomkonstitution, der Lichterregung und Ionisierung übergeleitet. Anschließend werden die Entladungserscheinungen in verdünnten Gasen näher behandelt. Als Anwendungen werden besprochen: Das Moore-Licht, die Glimmlichtlampe, die Koronabildung und die elektrische Entstaubung. Der dritte Teil bringt die elektrischen Vorgänge im Lichtbogen mit Beschreibung einiger besonders schöner Versuche, außerdem die Quecksilberbogenlampe und den Quecksilbergleichrichter. Die Lektüre des ganz elementar abgefaßten, meisterhaft geschriebenen Büchleins, das eine Fülle schöner Demonstrationsversuche enthält, wird sowohl dem für die Physik und ihre Anwendungen interessierten Laien als auch dem Fachmann einen großen Genuß bereiten. Wenn der Verf. in der Einleitung meint, ein Experimentalvortrag auf Papier verhielte sich zu dem im Hörsaal wie eine Opernpartitur zur Oper, so wird man nach der Lektüre dieser Partitur nur lebhaft bedauern können, die Oper nicht gehört zu haben. Rüchardt.

H. Greinacher, Ionen und Elektronen. gr. 8°. 58 S. m. 26 Abbildungen. Leipzig-Berlin, B. G. Teubner. 1924. M. 1.60.

Die kleine Schrift ist im wesentlichen ein Abdruck aus dem „Bulletin des Schweizer Elektrotechnischen Vereins" (Heft 11 u. 12, 1922 und Heft 1, 1923). Es handelt sich um eine einführende Darstellung des Gebietes, die nach den einleitenden Angaben des Verfassers zum Teil als Ergänzung seines aus Experimentalvorlesungen hervorgegangenen Büchleins „Einführung in die Ionen- und Elektronenlehre der Gase" (P. Haupt, Berlin) gedacht ist. Die theoretische Seite der Vorgänge ist stärker betont und eine ziemlich ausführliche Darstellung der Meßmethoden gegeben. Der Stoff ist in 6 Abschnitte eingeteilt: 1. Volumenionisierung; 2. Messung der Ionenströme; 3. Eigenschaften der Ionen; 4. Oberflächenionisierung; 5. Gesetze frei bewegter Ionen; 6. Verwendung der Elektronenröhre. Im ersten Abschnitt wird der allgemeine Mechanismus der Ionenleitung behandelt, der dritte handelt über Bestimmung der Beweglichkeit, e-Bestimmung an ultramikroskopischen Teilchen und Ionendruck. Im vierten Abschnitt findet sich die Theorie der Thermoionenströme in Gasen und im hohen Vakuum, während der fünfte die Stoßionisierung und die magnetische Ablenkung bewegter Ionen bringt. Der sechste Abschnitt ist der Elektronenröhre vorbehalten. Es wird hier für die Gitterröhre wesentlich die Barkhausensche Kennlinienformel auf ihre Richtigkeit hin diskutiert und die vom Verfasser gegebene Korrektur angegeben. Auf die Bestimmung von $\frac{e}{m}$ durch Messung des Raumladungsstromes oder der magnetischen Ablenkung in Hochvakuumröhren mit Glühelektroden wird hingewiesen und die vom Verfasser stammende Methode zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit ausführlicher erörtert. Als einzige praktische Anwendung ist die Elektronenröhre als Gleichstromverstärker behandelt. Vielleicht würde das anregende Schriftchen einen größeren Leserkreis finden, wenn die oft etwas zu weitschweifige mathematische Behandlung mehr in den Hintergrund träte. Auch scheint dem Ref. in der Auswahl und Raumverteilung des Stoffes eine für eine „einführende" Darstellung zum Teil zu weitgehende Bevorzugung ziemlich spezieller Fragen vorzuliegen. Rüchardt.

Berichtigung.

In der Besprechung Auerbach, Tonkunst und bildende Kunst vom Standpunkte des Naturforschers (Heft 14, S. 367), ist durch ein Versehen in der Druckerei der Sinn eines Satzes entstellt worden; es ist dort (1. Spalte, Zeile 20 v. u.) „ein" vor „einseitiger" zu streichen.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Ernannt: Der a. o. Professor an der Universität Heidelberg Dr. August Kopff zum ord. Professor der theoretischen Astronomie an der Universität Berlin, der a. o. Professor der Physik an der Universität Breslau Dr. R. Ladenburg zum wissenschaftlichen Mitgliede des Kaiser-Wilhelm-Instituts für physikalische Chemie und Elektrochemie in Berlin.

Verliehen: Dem Privatdozent für Elektrochemie an der Technischen Hochschule Hannover Dr. H. Brauns die Amtsbezeichnung a. o. Professor.

Gestorben: Der Generalsekretär der ungarischen Akademie der Wissenschaften ehemal. Professor der Physik am Polytechnikum in Budapest Dr. Koloman Szily, der ord. Professor für Mechanik an der Technischen Hochschule in München Geheimrat Dr. A. Föppl.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. F. Harms in Würzburg. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Digitized by Google

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

No. 17. 1. September 1924. Redaktionsschluß für No. 19 am 10. September 1924. 25. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

K. Bennewitz, Über elastische Nachwirkung, elastische Hysteresis und innere Reibung. S. 417.

J. R. Katz u. H. Mark, Röntgenspektrographische Untersuchungen über das Wesen der Quellung bei einigen Substanzen, welche ein Debye-Scherrer-Diagramm geben. S. 431.

H. Lenz, Über den Hall-Effekt des lichtelektrischen Primärstromes bei isolierenden Kristallen. S. 435.

T. Isnardi, Über das Verhältnis der spezifischen Wärmen c_p/c_v für Flüssigkeiten. S. 439.

Personalien. S. 440.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über elastische Nachwirkung, elastische Hysteresis und innere Reibung.

(Habilitationsschrift.)

Von K. Bennewitz.

1. Theorie.

§ 1. In einer früheren Arbeit[1]) hatte ich versucht, die zeitlich elastischen Erscheinungen durch eine einfache Formel darzustellen. Weitere Versuche haben die Brauchbarkeit bestätigt, so daß ich nunmehr einige allgemeine Schlüsse aus diesem Ansatz ziehen darf.

Ich beschränke mich wieder auf den Fall der ideal-elastischen Nachwirkung, bei der also keine Dauerdeformation auftritt. Auch in diesem Falle ergibt sich experimentell eine wohl definierte Hysteresisschleife, die sich als von der Zeit im wesentlichen unabhängig erweist. Schon Warburg und Heuse[2]) hatten sich die Frage vorgelegt, ob der Inhalt dieser Schleife ausschließlich durch die ideale Nachwirkung bedingt sei, und waren zu dem Ergebnis gekommen, daß nur ein Bruchteil durch diese gedeckt wird, der größere Teil aber auf etwas anderes, etwa innere Reibung zurückzuführen sei. Dieses wenig befriedigende Resultat, das mir übrigens erst im Verlauf dieser Arbeit bekannt wurde, soll im folgenden einer Prüfung unterworfen werden. Die für mich den Ausgangspunkt bildende Frage war die, ob zwischen der idealen Nachwirkung und der inneren Reibung ein tieferer Zusammenhang besteht und ob vielleicht auf diesem Wege sich ein Einblick in den Mechanismus der Nachwirkung gewinnen ließe.

Das Resultat vorwegnehmend, glaube ich gezeigt zu haben, daß die Hysteresis durch die Nachwirkung voll gedeckt ist, daß also die oben erwähnten Versuche an irgendeinem Mangel leiden. Dadurch ist aber der Zusammenhang von innerer Reibung und Nachwirkung festgelegt.

Ein weiteres Resultat ist eine Beziehung zwischen der bei einem zyklischen Prozeß an einem nachwirkenden Körper verloren gehenden Arbeit und der durch diesen insgesamt übertragenen Energie. Der dabei auftretende Faktor hängt unmittelbar mit der einen Konstanten der elastischen Nachwirkung zusammen.

§ 2. Wirkt eine zeitlich veränderliche Kraft $G(t)$ auf einen ideal nachwirkenden Körper und vernachlässigt man Trägheitskräfte, so läßt sich die Deformation y zur Zeit t_a darstellen durch den Ausdruck[1])

$$y = \beta' \int_0^{t_a} \frac{G(t)dt}{t_a - t + \tau}, \qquad (1)$$

worin β'[2]) und τ Konstanten sind. Ist G konstant, so folgt:

$$y = \beta' G \ln \frac{t_a + \tau}{\tau}. \qquad (2)$$

In der Elastizitätstheorie wird andererseits gesetzt:

$$y = \frac{F}{E} G, \qquad (3)$$

wo E der Elastizitätsmodul und F eine von der Form des Körpers abhängende Konstante ist. Daraus folgt mit (2):

1) K. Bennewitz, Phys. Zeitschr. **21**, 703, 1920.

2) E. Warburg u. W. Heuse, Verh. d. D. Phys. Ges. **17**, 212, 1915.

1) K. Bennewitz, l. c.

2) Wir schreiben hier, anders als früher, β', wobei der Strich andeuten soll, daß in dieser Größe noch ein Formfaktor enthalten ist.

Digitized by Google

$$\frac{F}{E} = \beta' \ln \frac{t_a + \tau}{\tau} = \beta' [\ln (t_a + \tau) - \ln \tau]. \qquad (4)$$

Danach sollte E eine Funktion der Zeit t_a sein; experimentell erweist sich nun τ, in Sekunden gemessen, als eine sehr kleine Größe von der Ordnung 10^{-100} und kleiner, während t_a bei allen wirklichen Messungen in den Grenzen 10^{-2} bis 10^3 Sek. liegt. Größere t_a scheiden schon deshalb aus, weil andernfalls Dauerdeformationen auftreten. Demnach spielt das Glied $ln(t_a + \tau)$ nur eine unwesentliche Rolle neben $ln\tau$, so daß es in erster Näherung vernachlässigt werden kann. In gleichem Sinne ist E als Konstante anzusehen. Mit der Abkürzung:

$$\lg^{10} \tau = -\gamma \text{ [1)]} \qquad (5)$$

wird (4):

$$\frac{F}{E} = -M\beta' \lg^{10} \tau \quad \approx M\beta'\gamma, \qquad (6)$$

wo M den Modul 2,3026 · · bedeutet. Der Fehler der Näherung ist in Prozenten: $\frac{100 \lg^{10} t_a}{\gamma}$, für praktische Messungen also belanglos.

Schreibt man (6) in der Form:

$$\frac{1}{E} = M \cdot \frac{\beta'}{F} \cdot \gamma = M \cdot \beta \cdot \gamma, \qquad (7)$$

wo also $\beta = \frac{\beta'}{F}$ ist, so hat man eine Zerlegung der Materialkonstanten E in zwei neue solche, β und γ, gewonnen, die die elastischen Eigenschaften der Körper weit umfassender darstellen, als E allein. Beachtet man, daß „elastisch" so verschiedene Stoffe wie Ebonit, Blei, Kohle und Kalkstein nahezu gleiche Elastizitätsmoduln besitzen, dagegen das E von gewöhnlichem Glas etwa 10000 mal so groß ist, wie das des Kautschuks, während man beide als gut „elastisch" anspricht, so erkennt man, daß der Inhalt des Begriffes „Elastizität" nach gewöhnlichem Sprachgebrauch durch den Elastizitätsmodul keineswegs erschöpfend dargestellt wird. Auch andere Größen, wie Torsionsmodul, Querkontraktionskoeffizient, Kompressibilität, erweitern den Begriffsinhalt nicht wesentlich; dahingegen bringt die „innere Reibung" ein neues Moment hinzu. Wir werden später sehen, daß sie sich mit unserer Größe γ deckt. Für die technische Klassifizieruug der Materialien scheint also obige Zerlegung von Wert zu sein.

§ 3. Wir wollen nun das Zustandekommen der Hysteresisschleife betrachten, und zwar für zwei Fälle. Erstens soll die Kraft linear mit der Zeit wachsen und abnehmen (linearperiodisch), zweitens soll sie sich harmonisch ändern.

Für die linearperiodische Kraft gelte:

$G = G_0 t$ für $t = 0$ bis $t = \vartheta$,
$G = 2G_0\vartheta - G_0 t$ für $t = \vartheta$ bis $t = 3\vartheta$,
$G = -4G_0\vartheta + G_0 t$ für $t = 3\vartheta$ bis $t = 5\vartheta$ usw.

Das entspricht der Figur 1.

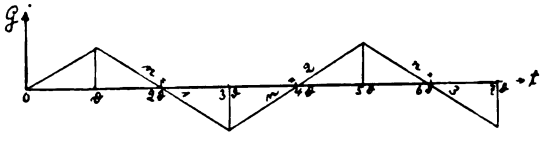


Fig. 1.

Die Anwendung von (1) auf diesen Fall ergibt:

$$y = \beta' G_0 \left[\int_0^{\vartheta} \frac{t\,dt}{t_a - t + \tau} + \int_{\vartheta}^{3\vartheta} \frac{(2\vartheta - t)\,dt}{t_a - t + \tau} - + \right.$$
$$\left. + \cdots + \int_{(2n-1)\vartheta}^{t_1} \frac{(2n\vartheta - t)\,dt}{t_a - t + \tau} \right]$$

(+ für ungerade n, — für gerade n).

Die Integration ergibt für ungerade $n = 2m - 1$:

$$y_{2m-1} = \beta' G_0 t_a \ln \left[\frac{t_a}{(t_a - \vartheta)^2} \cdot \frac{(t_a - 3\vartheta)^2}{(t_a - 5\vartheta^2)} \cdots \frac{(t_a - (2n-3)\vartheta)^2 \tau}{(t_a - (2n-1)\vartheta + \tau)^2} \right] - \beta' G_0 (2n\vartheta - t_a)$$
$$+ 2\beta' G_0 \vartheta \ln \left[\frac{t_a - \vartheta}{(t_a - 3\vartheta)^3} \cdot \frac{(t_a - 5\vartheta)^2}{(t_a - 7\vartheta)^7} \cdots \frac{t_a - (2n-1)\vartheta + \tau^{2n-1}}{\tau^n} \right];$$

für gerade $n = 2m$

$$y_{2m} = \beta' G_0 t_a \ln \left[\frac{t_a}{(t_a - \vartheta)^2} \cdot \frac{(t_a - 3\vartheta)^2}{(t_a - 5\vartheta)^2} \cdots \frac{(t_a - (2n-1)\vartheta + \tau)^2}{\tau} \right] + \beta' G_0 (2n\vartheta - t_a)$$
$$+ 2\beta' G_0 \vartheta \ln \left[\frac{(t_a - \vartheta)}{(t_a - 3\vartheta)^3} \cdot \frac{(t_a - 5\vartheta)^5}{(t_a - 7\vartheta)^7} \cdots \frac{(t_a - (2n-3)\vartheta)^{2n-3}}{(t_a - (2n-1)\vartheta + \tau)^{2n-1} \cdot \tau^n} \right]. \qquad (8)$$

1) Wobei nach obigem als Zeiteinheit für τ die Sekunde gewählt werden soll.

Digitized by Google

Wir betrachten zuerst die Nullstellen der Kraft, also die Stellen $t_a = 2n\vartheta$. Für diese gehen die Gleichungen 8 über in:

$$\left.\begin{aligned} y_{2m-1} &= 2\beta' G_0 \vartheta \ln\left[(2n)^n \cdot \frac{3^3 \cdot 7^7 \cdots (2n-3)^{2n-3}}{5^5 \cdot 9^9 \cdots (2n-1)^{2n-1}}\right] \text{ und} \\ y_{2m} &= 2\beta' G_0 \vartheta \ln\left[(2n)^n \cdot \frac{1^1 \cdot 5^5 \cdots (2n-3)^{2n-3}}{3^3 \cdot 7^7 \cdots (2n-1)^{2n-1}}\right]. \end{aligned}\right\} \quad (9)$$

Dies läßt sich nach freundlicher Mitteilung von Herrn Prof. Jacobsthal für den Limes ($n = \infty$) auch geschlossen schreiben:

$$\left.\begin{aligned} &\lim y_{(2m-1),(2m)} = \\ &\mp\left[\ln 2 + \frac{4}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln\sin x\, dx\right] \cdot 2\beta' G_0 \vartheta. \end{aligned}\right\} \quad (9a)$$

Setzen wir in (9) der Reihe nach $n = 1, 2 \cdots$, so nehmen die Klammern in (9), bzw. ihre Logarithmen folgende Werte an:

n	[·····] Gl. 9.	lg [····]	Δ
1	2,000	+ 0,30103	
2	1/1,687	— 0,22712	0,49757
3	1,864	+ 0,27045	
4	1/1,737	— 0,23980	0,50367
5	1,836	+ 0,26387	
6	1/1,755	— 0,24428	0,50530
7	1,824	+ 0,26102	
8	1/1,764	— 0,24650	0,50575
9	1,817	+ 0,25925	

Die den ungeraden n entsprechenden Logarithmen nähern sich dem Grenzwert + 0,25315, die für gerades n dem Werte — 0,25315. Betrachtet man je zwei aufeinander folgende auf- und absteigende Äste, also z. B. $n = 2$ und $n = 3$ (Fig. 1), so ist die Maximalbreite der Hysteresis dieser Periode ausgedrückt durch:

$$\left.\begin{aligned} &y_{2m+1} - y_{2m} = \\ &= 2M \cdot \beta' G_0 \vartheta\, [\lg[\cdots]_{2m+1} - \\ &- \lg[\cdots]_{2m}]. \end{aligned}\right\} \quad (10)$$

Die Differenz (Δ) dieser Klammer nähert sich viel schneller dem Grenzwert 0,50630, als die der einzelnen Glieder. Da nun die Maximalbreite der Hysteresisschleife zugleich ein Maß für ihren Gesamtinhalt ist, können wir das Ergebnis so aussprechen: Während sich die Gestalt der Schleife nur langsam der endgültigen nähert, ist ihre Größe bereits nach wenigen Zyklen konstant geworden. Die Existenz eines Grenzwertes geht aus (9a) hervor.

Verstehen wir unter der spez. Hysteresisbreite B die durch den Maximalwert der Kraft ($G_0\vartheta$) dividierte Breite an der Nullstelle der Kraft, so ergibt sich als Grenzwert:

$$\left.\begin{aligned} B_\infty &= \left(\frac{y_{2m+1} - y_{2m}}{G_0\vartheta}\right)_{m=\infty} = \\ &= 2 \cdot M \cdot \beta' \cdot 0{,}50630 = 2{,}334 \cdot \beta F. \end{aligned}\right\} \quad (11)$$

B_∞ ist also bei gegebener Kraftfunktion eindeutig durch β festgelegt, oder umgekehrt ist β durch B_∞ bestimmbar.

Eine ähnliche Betrachtung ergibt, daß sich die Spitzen der Hysteresisschleife zeitlich praktisch kaum ändern.

§ 4. Damit ist die Existenz einer stationären Hysteresisschleife bei ideal nachwirkenden Systemen nachgewiesen. Wir wollen nun ihren Energieinhalt berechnen, wobei wir uns auf die dem Zyklus zwischen 3ϑ und 7ϑ (Fig. 1) entsprechende Schleife beschränken. Nach obigem entscheidet sich diese von der stationären nur unwesentlich.

Gl. (8) lautet in diesem Falle:

$$\left.\begin{aligned} y_{n=2} &= \beta' G_0 \left[t_a \ln \frac{t_a(t_a - 3\vartheta + \tau)^2}{(t_a - \vartheta)^2 \tau} + \right. \\ &\left. + (4\vartheta - t_a) + 2\vartheta \ln \frac{(t_a - \vartheta)\tau^2}{(t_a - 3\vartheta + \tau)^3}\right] \\ y_{n=3} &= \beta' G_0 \left[t_a \ln \frac{t_a(t_a - 3\vartheta)^2}{(t_a - \vartheta)^2 (t_a - 5\vartheta + \tau)^2} - \right. \\ &- (6\vartheta - t_a) + \\ &\left. + 2\vartheta \ln \frac{(t_a - \vartheta)(t_a - 5\vartheta + \tau)^5}{(t_a - 3\vartheta)^3 \tau^3}\right]. \end{aligned}\right\} \quad (12)$$

Zu bilden ist die Differenz je zweier, bei Auf- und Abstieg gleichen Kräften entsprechender Deformationen. Zu diesem Zwecke transformieren wir (12), indem wir in die obere $t_a = 5\vartheta - t$, in die untere $t_a = 5\vartheta + t$ einführen. Dann entsprechen auf den betreffenden Ästen gleichen t gleiche G. Wir dürfen nun die beiden Gleichungen vereinigen und erhalten:

$$y_3 - y_2 = \beta' G_0 \vartheta \left[5 \ln \frac{5\vartheta + t}{5\vartheta - t} + 4 \ln \frac{2\vartheta + t}{2\vartheta - t} - \right.$$
$$\left. - 8 \ln \frac{4\vartheta + t}{4\vartheta - t}\right] + \beta' G_0 [t \ln (5\vartheta + t)(5\vartheta - t) +$$
$$+ 2t \ln (2\vartheta + t)(2\vartheta - t) -$$
$$- 2t \ln (4\vartheta + t)(4\vartheta - t) - 2t \ln (t + \tau)].$$

Um den Inhalt der Schleife, ε, zu finden, haben wir $\int_0^{2\vartheta} (y_3 - y_2)\, dG$ oder $G_0 \int_0^{2\vartheta} (y_3 - y_2)\, dt$

Digitized by Google

zu bilden. Diese Rechnung, die unschwer, aber etwas mühsam ist, ergibt:

$$\varepsilon = M \cdot \beta' \cdot (G_0 \vartheta)^2 \cdot 1{,}4467 = 3{,}331 \cdot \beta G^2{}_m F, \quad (13)$$

da ja $G_0 \vartheta$ die maximale Kraft darstellt.

§ 5. Bevor wir weitere Schlüsse daraus ziehen, wollen wir noch den zweiten Fall einer harmonischen Kraftfunktion durchrechnen. Einmal wird eine solche in Wissenschaft und Technik überwiegend auftreten; weiter gestattet sie in Verbindung mit dem Früheren einen Schluß auf den Einfluß der Kraftfunktion; dann erlaubt sie, im Gegensatz zu früherem, eine einfache Berechnung der stationären Hysteresisschleife, und endlich wird sie für die späteren Betrachtungen über elastisch schwingende Gebilde von Bedeutung.

Wir setzen also an:

$$y = \beta' G_m \int_0^{t_a} \frac{\sin 2\pi \frac{t}{T}}{t_a - t + \tau} dt. \quad (14)$$

Hier ist T die Dauer der Periode. Durch die Substitutionen: $z + t_a - t + \tau$ und $x = 2\pi \frac{z}{T}$ erhalten wir:

$$\left.\begin{aligned} y = \beta' G_m \cos\left[\frac{2\pi}{T}(t_a+\tau)\right] \int_{2\pi\frac{t_a+\tau}{T}}^{2\pi\frac{\tau}{T}} \frac{\sin x}{x} dx - \\ - \beta' G_m \sin\left[\frac{2\pi}{T}(t_a+\tau)\right] \int_{2\pi\frac{t_a+\tau}{T}}^{2\pi\frac{\tau}{T}} \frac{\cos x}{x} dx. \end{aligned}\right\} \quad (15)$$

Wir zerlegen das erste Integral, wobei wir den Integralsinus $Siu = \int_0^u \frac{\sin x}{x} dx$ einführen, in $Si\left(2\pi\frac{\tau}{T}\right) - Si\left(2\pi\frac{t_a+\tau}{T}\right)$; ebenso verfahren wir mit dem zweiten Integral, wobei wir den Integralkosinus $Ciu = -\int_u^\infty \frac{\cos x}{x} dx$ benutzen, und erhalten dafür: $Ci\left(2\pi\frac{\tau}{T}\right) - Ci\left(2\pi\frac{t_a+\tau}{T}\right)$.

Nun ist, da $2\pi\frac{\tau}{T}$ in allen praktischen Fällen sehr klein wird, $Si\left(2\pi\frac{\tau}{T}\right) = 0$ und $Ci\left(2\pi\frac{\tau}{T}\right) = C + \ln\left(2\pi\frac{\tau}{T}\right)$, wo C die Eulersche Konstante $0{,}5772\cdots$ ist. Somit wird:

$$\left.\begin{aligned} y = \beta' G_m \left[\sin\frac{2\pi t_a}{T} Ci\frac{2\pi t_a}{T} - \right. \\ \left. - \cos\frac{2\pi t_a}{T} Si\frac{2\pi t_a}{T} - C' \sin\frac{2\pi t_a}{T}\right], \end{aligned}\right\} \quad (16)$$

worin $C' = C + \ln 2\pi + \ln\frac{\tau}{T}$ bedeutet.

Zur Berechnung der spez. Hysteresisbreite an der Stelle verschwindender Kraft wird für zwei aufeinander folgende Äste $t_{a1} = nT$ und $t_{a2} = \left(n + \frac{1}{2}\right)T$, also $\sin\frac{2\pi t_{a1}}{T} = \sin\frac{2\pi t_{a2}}{T} = 0$; weiter $\cos\frac{2\pi t_{a1}}{T} = +1$; $\cos\frac{2\pi t_{a2}}{T} = -1$. Die Hysteresisbreite wird also:

$$\left.\begin{aligned} y_{n+1} - y_n = \beta' G_m \left[Si\frac{2\pi t_{a2}}{T} + \right. \\ \left. + Si\frac{2\pi t_{a1}}{T}\right] \\ = \beta' G_m \left[Si\, 2\pi\left(n+\frac{1}{2}\right) + \right. \\ \left. + Si\, 2\pi n\right]. \end{aligned}\right\} \quad (17)$$

Ist nun n hinreichend groß, so wird $\lim_\infty Si\, 2\pi n = \frac{\pi}{2}$. Die spez. Hysteresisbreite B ist somit im stationären Zustand:

$$B_\infty = \left(\frac{y_{n+1} - y_n}{G_m}\right)_{n=\infty} = \pi \cdot \beta \cdot F. \quad (18)$$

Für die Periode $n = 1$ folgt aus (17) an Hand der Tabellen von Jahnke und Emde: $B_1 = 3{,}095 \cdot \beta F$. Also auch hier ist der stationäre Zustand fast erreicht.

§ 6. Bei der Berechnung der Hysteresisarbeit ε betrachten wir hier nur den stationären Zustand. Es wird dann $Ci\frac{2\pi t_a}{T} = (Ci\, 2\pi n)_{n=\infty} = 0$, und $Si\frac{2\pi t_a}{T} = \frac{\pi}{2}$. Damit geht (16) über in:

$$y = -\beta' G_m \left[\frac{\pi}{2}\cos\frac{2\pi t_a}{T} + C' \sin\frac{2\pi t_a}{T}\right]. \quad (19)$$

Wir führen, ebenso wie oben, eine neue Variable t ein durch:

$t_{a2} = \left(n + \frac{1}{4}\right)T + t$ für den oberen Ast,

$t_{a1} = \left(n + \frac{1}{4}\right)T - t$ für den unteren Ast der Schleife.

Digitized by Google

Also wird:

$$\left.\begin{aligned}\cos\frac{2\pi t_{a2}}{T} &= -\sin 2\pi\frac{t}{T}\\ \cos\frac{2\pi t_{a1}}{T} &= +\sin 2\pi\frac{t}{T}\\ \sin\frac{2\pi t_{a2}}{T} &= \sin\frac{2\pi t_{a1}}{T} = \cos 2\pi\frac{t}{T}.\end{aligned}\right\} \quad (20)$$

Wir erhalten für die Differenz der Deformationen an der Stelle t:

$$y_2 - y_1 = \pi\beta' G_m \sin\left(2\pi\frac{t}{T}\right). \quad (21)$$

Um den Inhalt der Schleife zu finden, haben wir diesen Ausdruck zu integrieren über

$$d\left(G_m \sin 2\pi\frac{t_a}{T}\right),$$

also wegen (20) über

$$d\left(G_m \cos 2\pi\frac{t}{T}\right),$$

und zwar in den Grenzen o und $-\frac{T}{2}$. Für den Inhalt ε finden wir:

$$\varepsilon = \int_0^{-\frac{T}{2}} (y_2 - y_1)\, d\left(G_m \cos 2\pi\frac{t}{T}\right) =$$

$$= \pi\beta' G^2{}_m \int_{-\frac{T}{2}}^{0} \sin^2\left(2\pi\frac{t}{T}\right) d\left(2\pi\frac{t}{T}\right)$$

$$\varepsilon = \frac{\pi^2}{2}\cdot\beta\cdot G^2{}_m F. \quad (22)$$

Wir stellen die bisherigen Resultate nochmals nebeneinander. Für

linear-period. Kraft: $B = 2{,}334\cdot\beta F$;
$\varepsilon = 3{,}331\cdot\beta G^2{}_m F$;

harmonisch-period. Kraft: $B = 3{,}142\cdot\beta F$;
$\varepsilon = 4{,}935\cdot\beta G^2{}_m F$.

Der Energieverlust ε ist in letzterem Falle wesentlich größer geworden, zeigt sich also von der Form der Kraftfunktion ziemlich stark abhängig. Allgemein läßt sich diese Abhängigkeit wohl kaum darstellen; für die Praxis dürften die oben behandelten Fälle genügen. Jedenfalls ist B und ε unabhängig von der Dauer T des Zyklus.

§ 7. Wir wollen nun die Größe ε in Beziehung zu der bei einer zyklischen Deformation von außen aufgewendeten Energie $\mathfrak{E}$ setzen, wobei wir uns auf den zweiten Fall einer harmonischen Kraftfunktion beschränken. Das System sei durch die Nachwirkungskoeffizienten β und γ, sowie den Formfaktor F charakterisiert und befinde sich in der Ruhelage. An ihm greife eine harmonische Kraft G an, die im ersten und dritten Viertel je die Arbeit A leiste, die sich dabei in elastische Energie verwandelt. Im zweiten und vierten Viertel wird diese Energie, wenigstens zum Teil, wiedergewonnen. Der Energieumsatz während einer vollen Periode beträgt also $2A = \mathfrak{E}$.

Die Größe A ergibt sich zu:

$$A = \int_0^{y_m} G\, dy,$$

wo y_m die Maximaldeformation bezeichnet. Nun ist nach (3) und (7)

$$G = \frac{y}{M\beta\gamma F}, \text{ und } y_m = M\beta\gamma G_m F;$$

also

$$\mathfrak{E} = 2A = \frac{2}{M\beta\gamma F}\int_0^{y_m} y\, dy = M\beta\gamma G^2{}_m F. \quad (23)$$

Der gesuchte Quotient $\frac{\varepsilon}{\mathfrak{E}}$ folgt deraus mit (22):

$$\frac{\varepsilon}{\mathfrak{E}} = \frac{\pi^2}{2M}\cdot\frac{1}{\gamma} = \frac{2{,}181}{\gamma} \quad (24)$$

(für harmonische Kraft).

Für eine linear-periodische Kraft ergäbe sich ein Koeffizient 1,446.

Also: Der Quotient aus verlorener Energie und gesamtem Energieumsatz ist durch die Nachwirkungskonstante γ eindeutig festgelegt und ihr umgekehrt proportional; er ist unabhängig vom Formfaktor F und von der Dauer der Periode, jedoch in gewissem Maße abhängig von der Art der Kraftfunktion.

Während die Hysteresis und ihre spez. Breite von der Größe β bestimmt wird, ist für den auch technisch wichtigen Ausdruck $\frac{\varepsilon}{\mathfrak{E}}$ die Größe γ maßgebend. Der Elastizitätsmodul E, in dem nach (6) nur das Produkt $\beta\cdot\gamma$ auftritt, vermag allein über Hysteresis und $\frac{\varepsilon}{\mathfrak{E}}$ nichts auszusagen; wohl aber lassen sich die Größen E, β, γ, B_∞, $\frac{\varepsilon}{\mathfrak{E}}$ in mannigfaltiger Weise verknüpfen, sobald zwei von ihnen bekannt sind.

§ 8. Die Bestimmung der Größe $\frac{\varepsilon}{\mathfrak{E}}$ läßt sich nun noch in anderer Weise durchführen, was für die Prüfung der Theorie wichtig ist. Wir wollen zu diesem Zweck das Ergebnis (24) auf eine selbständige Schwingung eines idealnachwirkenden Systems anwenden.

Digitized by Google

Es sei ein solches aus der Ruhelage heraus deformiert worden, wozu es der Arbeit A bedarf. Nun werde das System sich selber überlassen, wobei es in gedämpfte harmonische Schwingungen gerät. (Von einer Luftdämpfung sehen wir dabei ab.) Nun machen wir die später zu prüfende Annahme, daß der Energieverlust dieses Systems ausschließlich durch die Hysteresis hervorgerufen wird. Dann gilt hier, da $A = \frac{\mathfrak{E}}{2}$ ist:

$$\frac{\varepsilon_0}{A_0} = \frac{\varepsilon_1}{A_1} = \cdots = \frac{\pi^2}{M\gamma} = K;$$

die Indizes beziehen sich auf die Perioden, wobei wir mit der o ten beginnen. Die elastische Energie, die bei Beginn gleich A_0 war, ist nach einer Periode auf $A_1 = A_0 - \varepsilon_0 = A_0(1-K)$ gesunken. Nach der zweiten beträgt sie: $A_2 = A_1 - \varepsilon_1 = A_1(1-K) = A_0(1-K)^2$. Nach der $n$ten Periode wird also: $A_n = A_0(1-K)^n$. Also gilt allgemein:

$$\frac{A_{n+1}}{A_n} = 1 - K. \qquad (25)$$

Nun verhalten sich die Energien wie die Quadrate der maximalen Amplituden y. Also ist:

$$\frac{y_{n+1}}{y_n} = \sqrt{1-K};$$

oder wenn wir Logarithmen und für K seinen Wert einführen: (M = Modul)

$$\left.\begin{aligned} &\lg^{10} y_n - \lg^{10} y_{n+1} = \\ &= -\frac{1}{2M}\ln\left(1 - \frac{\pi^2}{M\gamma}\right) \approx \frac{\pi^2}{2M^2}\cdot\frac{1}{\gamma}. \end{aligned}\right\} \qquad (26)$$

Dieser Wert stellt also das logarithmische Dekrement der Schwingung dar, soweit die Dämpfung allein von der ideal-elastischen Nachwirkung herrührt. Damit gewinnt die Größe γ eine neue Bedeutung, indem sie in nahe Beziehung zur inneren Reibung fester Körper tritt. Zugleich haben wir eine neue Methode zur Bestimmung von γ in der Messung des logarithmischen Dekrements.

§ 9. Zur Bestimmung von β und γ haben wir nun vier Methoden, die wir kurz betrachten wollen.

a) Messung der Belastungskurve (Deformations-Zeitkurve). Nach (2) ergeben zwei Punkte die Größen β' und τ, also nach (5) und (7) β und γ. Die Eindeutigkeit des Ergebnisses hängt davon ab, ob die logarithmische Funktionalbeziehung (2) den Tatsachen gerecht wird. Das Experiment[1]) hat in den bisher untersuchten Fällen, wenigstens soweit die Resultate nicht durch Dauerdeformation entstellt waren, die Zulässigkeit ergeben; jedenfalls umso besser, je kürzer die Deformation war.

b) Messung der Entlastungskurve und des Elastizitätsmoduls. Die erstere liefert nach (1) aus einem einzigen Punkt die Größe β', bzw. β[1]). Die Eindeutigkeit des Ergebnisses hängt von der Gültigkeit des Superpositionsprinzips ab, die das Experiment bisher mit der gleichen Einschränkung wie oben bestätigt hat. Der Elastizitätsmodul ergibt nach (7) das Produkt $\beta\cdot\gamma$. Damit sind β und γ einzeln bekannt.

c) Messung der Schwingungsdauer und des Dekrements. Die Durchführung dieser Methode läßt sich auf verschiedene Weise bewirken. Am einfachsten gestaltet sie sich bei Verwendung eines elastischen Pendels, das der Schwerkraft entzogen ist und dessen Trägheitsmoment durch eine Zusatzmasse m rechnerisch bekannt ist. Die Direktionskraft ist dann einfach gleich $\frac{E}{F}$, wo F der errechnete Formfaktor. Also wird die Schwingungsdauer T:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{mF}{E}} = 2\pi\sqrt{m\cdot MF\beta\gamma}. \qquad (27)$$

Andrerseits ist das logarithmische Dekrement λ $\lambda = \lg^{10} y_n - \lg^{10} y_{n+1}$ aus (26) gegeben.

Man erhält somit:

$$\beta = \frac{M\lambda T^2}{2\pi^2 mF};\quad \gamma = \frac{\pi^2}{2M^2\lambda};\quad E = \frac{4\pi^2 mF}{T^2}. \qquad (28)$$

d) Messung der spezifischen Hysteresisbreite in Verbindung mit einer der andern Größen. Da man erstere in der Praxis wohl meistens mit stufenweise an- und absteigenden Kräften bestimmt, lassen sich die Formeln (11) und (18) nicht ohne weiteres verwenden. Schreibt man allgemeiner: $B_\infty = \text{Konst.}\ \beta\cdot F$, so ist die Konstante noch von der Wahl der Kraftfunktion abhängig, jedenfalls aber als bekannt anzusehen. In Verbindung mit dem Dekrement erhält man:

$$\beta = \frac{B_\infty}{\text{Konst.}\,F};\quad \gamma = \frac{\pi^2}{2M^2\lambda};\quad E = \frac{2\cdot\text{Konst.}\,M\lambda F}{\pi^2 B_\infty}. \qquad (29)$$

In Verbindung mit dem Elastizitätsmodul folgt:

$$\beta = \frac{B_\infty}{\text{Konst.}\,F};\quad \gamma = \frac{\text{Konst.}\,F}{MEB_\infty}. \qquad (30)$$

Die Methoden c und d enthalten die Annahme, daß die aus der Hysteresisschleife bestimmte Arbeit ganz auf Rechnung der elastischen Nachwirkung zu setzen ist. Das bedarf

1) K. Bennewitz, l. c., sowie eine noch nicht erschienene Arbeit von H. König.

1) K. Bennewitz, l. c. Beispiel 1.

Digitized by Google

offenbar noch eines experimentellen Beweises. Ja noch mehr; die vorliegende Literatur steht augenscheinlich im Widerspruch dazu. Wie bereits oben erwähnt, fanden Warburg und Heuse[1]) für hartes Neusilber, daß sich nur $^1/_{10}$ der Schleife auf Nachwirkung zurückführen lasse; bei Ebonit betrug der Faktor $^1/_2$.

Das führt dazu, daß sie zwischen Nachwirkung und Hysteresis grundsätzlich unterscheiden, was natürlich mit unserer Auffassung im Widerspruch stände.

Mit dieser Frage beschäftigt sich auch eine Arbeit von G. Masing[2]). Wie dieser bemerkt, liegen jedoch auf diesem Gebiet noch so wenig Beobachtungen von ausreichender Genauigkeit vor, daß die Frage als zurzeit noch offen zu betrachten ist. Insbesondere scheinen mir die Beobachtungsreihen der ersteren Arbeit so wenig in sich befriedigend, daß nur neue Versuche Aufschluß geben können.

2. Versuche.

§ 10. Zur Prüfung der Theorie hat man Ergebnisse am gleichen Material nach Methode a oder b mit solchen nach Methode c oder d zu vergleichen. Mit der Ausführung der ersteren beschäftigte sich auf meine Veranlassung Herr H. König[3]), dessen Resultate ich hier übernehme. Die Methode war die auch von mir verwandte, nur in verfeinerter Durchführung. Sie beruht auf der Messung der Durchbiegung einseitig horizontal eingespannter Drähte bei konstanter Belastung. Gemessen wurden Be- und Entlastungskurven. Die dabei zutage tretenden Abweichungen von der Theorie lassen sich anscheinend auf Dauerdeformationen zurückführen.

Von den Methoden c und d benutzte ich die erstere, also die Bestimmung des Dekrements, da die Messung der Hysterisschleife schwieriger ist. Gleichzeitig war mir daran gelegen, eine auch für die Technik brauchbare Meßmethode auszuarbeiten, die mit geringen Hilfsmitteln und schnell auszuführen ist. Aus dem Grunde sah ich auch von der Verwendung eines Vakuums ab.

Das Horizontalpendelgestell (Fig. 2) ist ganz aus bestem Schmiedeeisen hergestellt, und zwar aus Vierkantstäben vom Querschnitt 30×7,5 cm. Zwei dieser bilden ein liegendes T, dessen Längsschenkel 32,5 cm und dessen Querschenkel 30,0 cm lang ist. Beide sind miteinander verschraubt. Am Scheitelpunkt ist ein senkrechter Stab von 45,5 cm Höhe eingelassen und vernietet. Da dieser jedoch zu seitlichen Schwingungen neigte, wurde er durch einen zweiten T-trägerartig verstärkt. Er dient zur Befestigung des tragenden Fadens. Zur lotrechten Einstellung sind am Fuße zwei Stellschrauben und eine feste Nase vorgesehen.

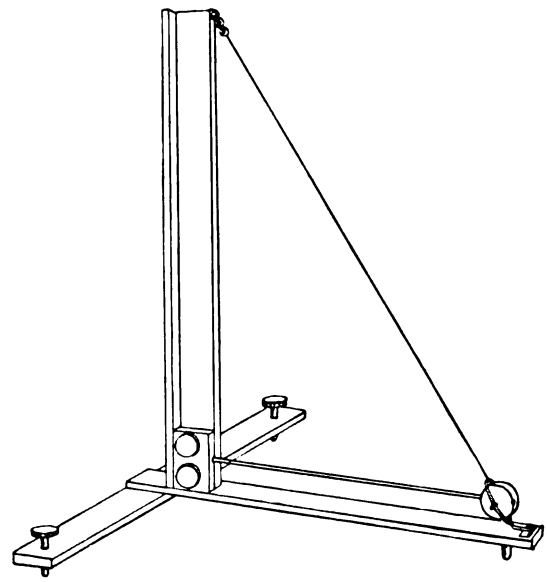


Fig. 2.

Am unteren Ende des horizontalen Stabes ist ein durch zwei Kordelschrauben anzuziehender Backen seitlich befestigt, der zur Aufnahme der zu messenden Drähte eine enge Rinne besitzt. Diese Drähte schwingen etwa 1 cm über dem Längsschenkel des Fußgestells, der am Ende eine verschiebbare Skala auf Milchglas besitzt.

Als schwingende Masse dient eine Kugel aus Messing von 2,20 cm Durchmesser; diese ist in zwei Hälften zerlegt, die durch seitliche Schrauben zusammengehalten werden. Auch sie tragen schwache Rinnen zur Einklemmung der Drähte. Die Kugel ruht in einem ringförmigen Messingbügel, der zwei Zapfen trägt, die in die Halbkugeln axial eingreifen. Dadurch wird erreicht, daß die Kugel in ihrem Mittelpunkt getragen wird und keine vertikalen Verbiegungen auftreten. Der Bügel ist mit einem dünnen Eisendraht am oberen Ende des Vertikalstabes befestigt. Um hier jede Reibung nach Möglichkeit zu vermeiden, wurde am oberen Ende des Tragdrahtes eine kleine Kette von wenigen Gliedern eingeschaltet, die in einer Öse am Traggestell hängt. Die hier auftretende rollende Reibung ist äußerst gering.

Die zur Veränderung des Aufhängepunktes

1) l. c.
2) G. Masing, Verh. d Deutsch. Phys. Ges. **21**, 686, 1919.
3) H. König, Dissertation, zurzeit noch nicht erschienen.

Digitized by Google

vorgesehene horizontale Verschiebbarkeit der Öse erwies sich als überflüssig.

Zur Ablesung trug der Bügel einen Zeiger, der über der Skala spielt. Infolge der schnellen Schwingungen (1 Doppelschwingung 0,5 bis 1,0 Sek.) ist die genaue Ablesung der Umkehrpunkte nicht ganz einfach. Die Schwierigkeit wurde dadurch behoben, daß der flach spielende Zeiger von 1,2 mm Breite am Ende schräg abgeschnitten wurde; dann wurde er mattiert und die Kante der Spitzenseite mit einem Messer abgeschabt. Bei geeigneter Beleuchtung erscheint nun ein leuchtender Strich, der auch bei schnellen Schwingungen eine exakte Ablesung unter der Lupe gewährleistet. Erst diese an sich geringfügige Verbesserung beseitigte jede Unsicherheit.

§ 11. Die Größe der Amplituden betrug höchstens 12 mm, bei Halbwertsmessungen 6 oder 4 mm von der Ruhelage. Unter diesen Umständen ist die Schwingung als völlig horizontal zu betrachten, was durchaus wesentlich ist. Versuche mit verlegtem Aufhängepunkt ergaben, daß zwar die Schwingungsdauer T dadurch nur unwesentlich verändert wird, wie sich auch rechnerisch ergibt. Bezeichnet δ die Größe der Verlegung des Aufhängepunktes, h seine Höhe und e die Länge des zu messenden Drahtes, so tritt für die Direktionskraft an Stelle von $\frac{E}{F}$ der Ausdruck $\frac{E}{F} + \frac{mg\delta}{lh}$ ein; für $\delta = 1$ cm wird dadurch T im Durchschnitt um etwa 1 Proz. verkleinert, wie auch der Versuch ergab. Für die Bestimmung des Dekrements ist dagegen die Wahl des Aufhängepunktes von wesentlicher Bedeutung. Es genügt, hierauf hinzuweisen, da die Verhältnisse anscheinend recht kompliziert sind. Im Fall des neutralen Aufhängepunktes und kleiner Schwingungen ist das Dekrement λ jedenfalls hinreichend konstant; andernfalls wird λ zu groß gefunden, nimmt aber mit kleiner werdendem Winkel asymptotisch auf den richtigen Wert ab. Bei sehr großer Abweichung aus der Normalstellung kann für größere Amplituden eine Konstanz von λ auftreten, die einen um das Vielfache zu hohen Wert λ vortäuscht. Bei Nachlassen der Schwingungen geht dieser jedoch schließlich auf den endgültigen Wert herab.

Die Benutzung zu kleiner Schwingungen (unterhalb 2 mm der Skala) hat sich als unbrauchbar erwiesen, da immer vorhandene Erschütterungen, sowie Luftströmungen das Pendel nie völlig zur Ruhe kommen lassen. Daß diese bei größeren Amplituden unter normalen Umständen (ruhiger, zugfreier Beobachtungsraum) keine Rolle spielen, wurde durch besondere Versuche nachgewiesen. Jedenfalls erfordert die Bestimmung von λ, gegenüber der von τ, etwas Vorsicht und mancherlei Kontrolle.

Was endlich die Nichtverwendung eines Vakuums angeht, so wurden darüber Vorversuche gemacht. Diese ergaben, daß wenigstens bei den stärker dämpfenden Materialien der Einfluß der Luftreibung und des Staudruckes völlig zurücktritt. Für Stoffe mit großem γ mag das nicht mehr richtig sein; da aber diese auch mit den Methoden a und b nur ungenau zu messen sind, hätten derartige Versuche für unsere Zwecke kaum sonderliches Interesse. Für die technische Praxis bedürfte die Methode wahrscheinlich einer Verbesserung durch ein Vakuum, wenn es sich um Messung stark federnden Materiales handelt.

Die Unterlassung geschah hier aus praktischen Gründen. Fast wichtiger als der Lufteinfluß erwies sich die Benutzung eines möglichst starren Gerüstes. Werden die Schwingungen merklich auf dieses übertragen, so findet natürlich in ihm ein Teil des Energieverlustes statt. Anfängliche Bedenken, daß daran die Messung überhaupt scheitere, haben sich als unzutreffend erwiesen. Das Gestell unterliegt zwar nach dem Prinzip von Wirkung und Gegenwirkung denselben Kräften, wie der schwingende Draht, jedoch sind die von ihm zurückgelegten Wege verschwindend klein. Schaltet man etwa eine Gummiplatte zwischen Draht und Klemmvorrichtung, so steigt λ beträchlich; ein Zeichen, daß die Bedingungen hier nicht mehr erfüllt sind. Besondere Versuche ergaben, daß das von mir benutzte Stativ keinen merklichen Fehler dieser Art hervorrief. Zu beachten ist dabei, daß die Klemmvorrichtung fest genug angezogen ist. Bei Metallen liegt hierin keine Schwierigkeit; bei spröden Körpern, wie Glas, muß man bis nahe an die Bruchgrenze gehen.

§ 12. Gemessen wurden Drähte, bzw. Stäbe von rundem Querschnitt. Ist r der Radius des letzteren, l' die Länge des Drahtes, gemessen vom Einklemmpunkte bis zur Oberfläche der Kugel, so gilt für den Formfaktor:

$$F' = \frac{4}{3\pi} \frac{l'^3}{r^4}. \qquad (31)$$

Hierbei ist jedoch noch zu berücksichtigen, daß die Kraft nicht am Ende von l', sondern im Mittelpunkte der Kugel angreift. Dies erfordert eine nicht zu vernachlässigende Korrektur, die wir folgendermaßen berechnen.

Es sei (Fig. 3): B der Einklemmpunkt, A der Mittelpunkt der Kugel, C ihre Oberfläche; $AB = l$, $CB = l'$; das Stück AC ist als starr anzusehen, CB als elastisch; AC sei klein gegen CB.

Digitized by Google

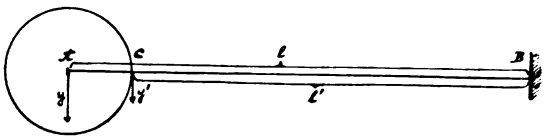


Fig. 3.

In A bewirke eine Kraft K eine Deformation y. Wird AB als Hebel betrachtet, so läßt sich K durch eine Kraft K' in C ersetzen, so daß $K' = K\frac{l}{l'}$. K' bewirkt eine elastische Deformation (nach 3.) y'; also $K' = \frac{E}{F'}y'$, worin sich E' auf die wahre elastische Länge bezieht und durch (31) gegeben ist.

Die durch K hervorgerufene Form des Stabes unterscheidet sich von der wahren elastischen Kurve außerordentlich wenig. Aus der Gleichung der letzteren folgt:

$$y' = y\left[1 - \frac{3}{2}\cdot\frac{l-l'}{l} + \frac{1}{2}\left(\frac{l-l'}{l}\right)^3\right].$$

Damit wird genähert:

$$K = \frac{l'}{l}K' = \frac{E}{F'}\left(\frac{l'}{l}\right)^2\frac{3l'-l}{2l'}y.$$

Andererseits ist die gesuchte Größe F definiert durch:

$$K = \frac{E}{F}y.$$

Aus den beiden letzten Gleichungen folgt:

$$F = F'\left(\frac{l}{l'}\right)^2\frac{2l'}{3l'-l};$$

und mit (31):

$$F = \frac{8}{3\pi}\frac{l'^2\cdot l^2}{r^4(3l'-l)}. \qquad (32)$$

Das ist der gesuchte Formfaktor, der die Starrheit des Stückes AC unseres Stabes berücksichtigt. An Stelle dieser für unsere Anordnung durchaus erforderlichen Rechnung hätte experimentell C und A leicht zusammengelegt werden können.

§ 13. Nachdem einmal die Bedingungen für die Konstanz des logarithmischen Dekrements λ erkannt und erfüllt waren, erwies es sich als bequemer, statt λ die Halbwertszeit ϑ zu bestimmen. Die gemessene Amplitude ging dabei von 4 mm auf 2 mm, bezogen auf die genau eingestellte Ruhelage o. Ist p die Zahl der stattgehabten Doppelschwingungen, so ist:

$$\lg y_n - \lg y_{n+p} = p\lambda.$$

Andererseits ist:

$$p = \frac{t_{n+p} - t_n}{T},$$

wenn T die Schwingungsdauer ist.

Also wird:

$$\lambda = \frac{\lg y_n - \lg y_{n+p}}{t_{n+p} - t_n}\cdot T;$$

oder für die Halbwertszeit ϑ:

$$\lambda = \frac{\lg 2}{\vartheta}\cdot T = 0{,}3010\,\frac{T}{\vartheta}. \qquad (33)$$

Neben dem absoluten Elastizitätsmodul E wurde der technische Modul E_t berechnet, um einen Vergleich mit den Literaturangaben zu ermöglichen. Es ist:

$$E_t = E\cdot\frac{1}{9{,}81}\cdot 10^{-7}. \qquad (34)$$

Somit ergeben sich zur Berechnung von β, γ, E und E_t die Gleichungen (mit 28):

$$\left.\begin{aligned}
\beta &= \frac{M\lg 2}{2\pi^4}\cdot\frac{T^3}{mF\vartheta} = 3{,}558\cdot 10^{-3}\,\frac{T^3}{mF\vartheta},\\
\gamma &= \frac{\pi^2}{2M^2\lg 2}\cdot\frac{\vartheta}{T} = 3{,}092\cdot\frac{\vartheta}{T},\\
E &= 4\pi^2\cdot\frac{mF}{T^2} = 39{,}48\cdot\frac{mF}{T^2},\\
E_t &= \frac{4\pi^2\cdot 10^{-7}}{9{,}81}\cdot\frac{mF}{T^2} = 4{,}024\cdot 10^{-7}\,\frac{mF}{T^2}.
\end{aligned}\right\} \qquad (35)$$

Die Dicke der Stäbe wurde so gewählt, daß bei einer Länge von 15 bis 22 cm ein T von 0,4 bis 1,0 Sek. resultierte. Bei schnelleren Schwingungen kann sich bereits die Luftdämpfung bemerkbar machen, bei langsameren tritt eine Durchbiegung in der Ruhelage allmählich in Erscheinung.

Die Masse m_0 der schwingenden Kugel, einschließlich des Aufhängebügels, betrug 44,23 g. Hierzu kommt als nicht zu vernachlässigende Korrektur m' ein Drittel der Masse des elastischen Stabes. Also ist:

$$\left.\begin{aligned}
m &= m_0 + m' = m_0 + \frac{\pi}{3}lr^2\sigma;\\
&(r \text{ Radius, } \sigma \text{ spezifisches Gewicht}).
\end{aligned}\right\} \qquad (36)$$

§ 14. Wir geben nun, nachdem alle Korrekturen erledigt sind, in Tabelle I die Meßresultate einer Reihe von Stoffen, die in völlig ausgeruhtem Zustand erhalten wurden.

Es bedeuten:

l' freie Länge des Stabes,
r Radius des Stabes,
F reduzierter Formfaktor,
m reduzierte Masse des Pendels,
T Schwingungsdauer,
ϑ Halbwertszeit,
E_t techn. Elastizitätsmodul,
β 1., γ 2. Konstante der elastischen Nachwirkung.

Alle Angaben beziehen sich auf Zimmertemperatur.

Digitized by Google

Tabelle I.

	1. l'	2. r	3. k'	4. m	5. T	6. ϑ	7. E_t aus Schwingung	8. E_t aus Belastung	9. E_t aus Literatur	10. γ aus Dekrement	11. γ aus Meth. a) und b)	12. β aus Dekrement	13. β aus Meth. a) und b)
Glas (gewöhnlich)	16,90	0,068	$1{,}119 \cdot 10^{-8}$	44,45	0,595	39,3	5650	5685	5500 / 6810	204	228	$3{,}84 \cdot 10^{-15}$	$3{,}46 \cdot 10^{-15}$
„ „	17,20	0,065	$1{,}113 \cdot 10^{-8}$	44,45	0,664	43,8	5720	5700	„	204	228	$3{,}79 \cdot 10^{-15}$	$3{,}46 \cdot 10^{-15}$
Aluminium	19,63	0,0635	$2{,}274 \cdot 10^{-8}$	44,47	0,784	55,0	6600	—	6300 / 7500	216	230	$3{,}10 \cdot 10^{-15}$	$2{,}91 \cdot 10^{-15}$
Chromnickel, geglüht	19,58	0,0490	$6{,}33 \cdot 10^{-8}$	44,59	0,794	84,8	18000	18230	20800	330	—	$0{,}745 \cdot 10^{-15}$	—
Kupfer	20,14	0,0735	$1{,}359 \cdot 10^{-8}$	45,30	0,450	54,8	12220	12590	10400	378	400	$0{,}958 \cdot 10^{-15}$	$0{,}905 \cdot 10^{-15}$
Konstantan	20,30	0,051	$6{,}00 \cdot 10^{-8}$	44,73	0,862	139,3	14500	14350	16600	500	—	$0{,}610 \cdot 10^{-15}$	—
Nickel	19,44	0,050	$5{,}60 \cdot 10^{-8}$	44,70	0,720	142,0	19420	19990	20000 / 22000	610	—	$0{,}373 \cdot 10^{-15}$	—
Messing	19,21	0,0747	$1{,}111 \cdot 10^{-8}$	45,24	0,437	119,0	10600	10790	8000 / 10000	842	740	$0{,}495 \cdot 10^{-15}$	$0{,}564 \cdot 10^{-15}$
Stahl, ungehärtet	19,30	0,050	$5{,}61 \cdot 10^{-8}$	44,66	0,748	209,5	18000	18450	≈ 20000	866	—	$0{,}284 \cdot 10^{-15}$	—

Aus Spalte 7 und 8 geht hervor, daß die Methoden bezüglich des Elastizitätsmoduls innerhalb der Fehlergrenzen gleichwertig sind. Die Abweichungen betragen maximal $2^1/_2$ Proz.; ob ein systematischer Fehler vorliegt, läßt sich schwer entscheiden; ev. könnte das Trägheitsmoment durch Unsymmetrien etwas fehlerhaft sein.

Von eigentlichem Interesse für uns ist der Vergleich der Spalten 10 und 11, bzw. 12 und 13. Wenn auch nur wenig Material nach Methode a) und b) vorliegt und auch schwer genügend genau zu erbringen ist, weil die direkte Beobachtung der Nachwirkung bei großem γ schwierig ist, geht aus dem Vorhandenen zur Genüge hervor, daß der bei weitem größte Teil der Dämpfung auf elastische Nachwirkung, nicht auf sog. Reibung zurückzuführen ist. Es scheint vielmehr, als wenn auch der verbleibende Rest auf die Ungenauigkeiten der Versuche zurückzuführen ist.

Unser Ergebnis steht somit im Gegensatz zu demjenigen von Warburg und Heuse. Wir formulieren das Ergebnis:

Im festen Körper ist die z. B. in Form von Dämpfung beobachtete Reibung und der damit verbundene Energieverlust zum überwiegenden Teil, wenn nicht vollständig, auf Kosten der elastischen Nachwirkung zu setzen, wenigstens solange man sich im Gebiet der reinen Nachwirkung befindet.

Die Tabelle ist nach steigendem γ geordnet; dem entspricht keineswegs eine einsinnige Veränderung des Elastizitätsmoduls; eine allgemeine Beziehung zwischen beiden ist nicht ersichtlich. Auch β zeigt keinen Zusammenhang mit E. Damit ist die Berechtigung der Zerlegung von E in β und γ nachgewiesen.

§ 15. Bevor wir aus dem Ergebnis allgemeine Schlüsse ziehen, wollen wir noch eine andere Eigenschaft von β und γ betrachten.

Unterwirft man einen solchen Stab kurz vor der Messung einer Deformation, die die Grenze der reinen Nachwirkung überschreitet, etwa indem man ihn mehrmals über eine Kante zieht und danach wieder richtet, so beobachtet man, während sein E nicht oder nur wenig verändert ist, eine starke Veränderung von γ und β. γ ist dann anfangs gesunken, mitunter bis auf die Hälfte seines Ruhewertes, β dementsprechend gestiegen. Diese Größen sind aber nicht konstant, sondern gehen anfangs schnell, später langsam auf ihren normalen Wert zurück, den sie im Laufe von 1 bis mehreren Tagen wieder erreichen. Wir haben hier zweifellos den Vorgang der Rekristallisation vor uns, der sich mit der angegebenen Methode leicht beobachten läßt.

Digitized by Google

Ich gebe in folgendem zwei Beispiele dafür.

Tabelle II.

Aluminium			Kupfer		
Zeit (Stdn.)	γ	β	Zeit (Stdn.)	γ	β
0	120	$5{,}56 \cdot 10^{-15}$	0	272	$1{,}330 \cdot 10^{-15}$
0,5	154	$4{,}35 \cdot 10^{-15}$	0,5	300	$1{,}207 \cdot 10^{-15}$
1,5	180	$3{,}72 \cdot 10^{-15}$	1,5	329	$1{,}100 \cdot 10^{-15}$
13,5	214	$3{,}13 \cdot 10^{-15}$	14,0	365	$0{,}991 \cdot 10^{-15}$
22,5	218	$3{,}08 \cdot 10^{-15}$	43,0	378	$0{,}958 \cdot 10^{-15}$

Fig. 4 zeigt das Verhalten von Aluminium kurvenmäßig; der Anstieg erweist sich als durchaus regelmäßig. Das Bild wiederholt sich bei allen untersuchten Substanzen; nur ist zu bedenken, daß spröde Materialien, wie Glas oder gehärteter Stahl eine solche Vorbehandlung nicht vertragen, ohne zu brechen. Bei diesen ist denn auch γ und β viel konstanter.

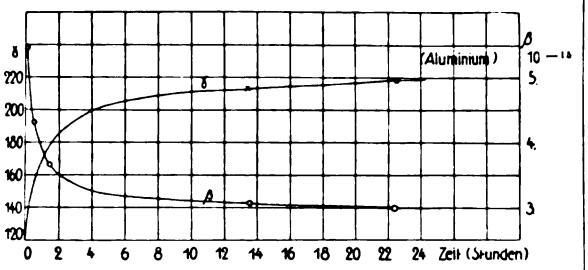


Fig. 4.

Von Bedeutung scheint die Frage, ob für γ ein oberer, bzw. für β ein unterer Grenzwert überhaupt asymptotisch erreicht wird. Nach Fig. 4 hat es den Anschein, als ob das nicht der Fall ist. Das liegt aber durchaus im Wesen der Sache; grundsätzlich sollte die Rekristallisation ihr Ende erst dann erreichen, wenn der ganze Körper einen einheitlichen Kristall bildet; dann aber würde γ unendlich oder zum mindesten sehr groß sein. Zu unseren bisherigen Betrachtungen steht das nicht im Widerspruch, da dieser Vorgang im allgemeinen ungeheure Zeiten in Anspruch nehmen würde. Wie wir aber anfangs betonten (Gl. 4 und 6), gelten unsere Ansätze nur für Vorgänge zeitlich beschränkter Dauer. Für einen einigermaßen „ausgeruhten" Körper ist γ als Konstante zu betrachten, wenigstens für die Dauer einer Messung.

Für unseren oben verfolgten Zweck ist dies Verhalten insofern störend, als das Material zwischen den zwei Vergleichsmessungen seine Eigenschaften z. B. durch das Einspannen verändern kann. Gas neigt dazu wenig; die erhaltenen Werte sind infolgedessen zuverlässiger, als die von Aluminium, das besonders grobkristallin ist. Bei Kupfer scheinen die Verhältnisse günstiger zu liegen.

Von starkem Einfluß auf γ und β ist natürlich die Herstellungsart des untersuchten Körpers; und zwar in weit höherem Maße als auf dem Elastizitätsmodul. Frisch gezogene Aluminiumstäbe zeigten eine Verdopplung von γ. Somit gestattet die Dämpfungsmethode eine sehr empfindliche Untersuchung des jeweiligen Bearbeitungszustandes. Eine systematische Behandlung dieser Fragen wurde in dieser Arbeit nicht angestrebt, so daß wir auf weitere diesbezügliche Angaben verzichten wollen.

Allgemeine Schlußfolgerungen.

§ 16. Wir glauben nachgewiesen zu haben, daß die in einem elastischen Körper auftretende Dämpfung der Schwingungen vollständig oder wenigstens überwiegend auf dieselben Ursachen zurückzuführen ist, die die elastische Nachwirkung hervorrufen. Die übliche Erklärungsweise der Dämpfung durch eine der Geschwindigkeit proportionale Reibungskraft läßt sich dann aber nicht mehr aufrecht erhalten, auch wenn sie formal zu der Konstanz des Dekrements führt.

Eine solche Erklärungsweise ist vor einiger Zeit von H. v. Wartenberg[1]) versucht worden; sie geht davon aus, daß die in Kristalliten (Metallen) vorhandenen Gleitflächen aneinander reiben und dadurch den Rückgang der Deformation stark verlangsamen. Daß solche Gleitflächen existieren, ist durch die schönen Versuche von H. Mark, M. Polanyi und E. Schmidt[2]) außer Frage gestellt. Daß sie aber für die Nachwirkung von wesentlicher Bedeutung sind, ist schon deshalb zu bezweifeln, da sie an dem stark nachwirkenden Glase fehlen. Überhaupt scheint das Auftreten von Gleitebenen erst jenseits der Elastizitätsgrenze merklich zu werden, so daß man sie eher mit der Dauerdeformation in Verbindung bringen kann.

Dann aber wird durch eine Reibungstheorie die Hysteresis keineswegs erklärt. Dieser, sowie der erste Eindruck ist Herrn v. Wartenberg nun nicht entgangen. Dementsprechend muß er die Hysteresis auf eine völlig andere Ursache zurückführen, wobei er auf die von E. Warburg vertretene Ansicht zurückgreift, daß die Molekularmagnete verschiedene stabile Gleichgewichtslagen besitzen. Demgegenüber haben wir gezeigt, daß zwischen beiden Erscheinungen,

1) H. v. Wartenberg, Verh. d. D. Phys. Ges. **20**, 113, 1918.
2) Zeitschr. f. Phys. **12**, 58—116, 1922.

Digitized by Google

Nachwirkung und Hysteresis, sehr enge Beziehungen bestehen, die sich rein rechnerisch ergeben.

Des weiteren ist mit der Reibungsauffassung der auch von v. Wartenberg erwähnte Umstand der Superposition von entgegengesetzten Deformationen nicht gut vereinbar. Zur Not könnte man eine einmalige Umkehr dadurch erklären, daß man zwei verschiedenartig angeordnete Gruppen von Gleitebenen annähme, deren je eine der Hin- und Herdeformation entspräche. Nun lassen sich aber auch mehr Deformationen superponieren. Das erkennt man am besten aus folgendem: Ein elastischer Körper möge sich auf seiner Entlastungskurve befinden und werde dabei durch einen Stoß plötzlich in so starke Schwingungen versetzt, daß er weit über die Ruhelage hinausschwingt. Nachdem diese Schwingungen abgeklungen sind, beobachtet man, daß er seine frühere Entlastungskurve weiterbeschreibt, als wenn der Stoß nicht stattgefunden hätte. Nach mechanischen Analogien sollte man erwarten, daß eine solche Störung den Rückgang in die Ruhelage erheblich begünstigt. Das Auftreten immer neuer Gleitbahnen für jede neue Deformation ist aber wohl kaum vertretbar.

Versucht man endlich den Vorgang mit Hilfe von Reibungskräften mathematisch darzustellen, so gerät man in ziemliche Schwierigkeiten. Setzt man etwa die Gleichung einer gedämpften periodischen Schwingung mit der Reibungskraft $k \frac{dy}{dt}$ an, um eine Schwingung eines elastischen Systems darzustellen, so erhält man für k einen bestimmten Wert k'. Stellt man andrerseits die Gleichung einer aperiodisch gedämpften Schwingung auf, um die Entlastungskurve desselben Systems zu beschreiben, so kommt man zu einem völlig anderen Wert k''. Ein an Glas durchgerechneter Fall lieferte z. B.: $k' = 0.63, k'' \sim 524000$. Dabei ist zu bemerken, daß sich die Entlastungskurve gar nicht durch eine einzige e Funktion darstellen läßt (obiger Wert gibt nur den Anfang), eine Summe von solchen mit verschiedenen Parametern physikalisch aber schwer verständlich ist.

§ 17. Aus diesen Überlegungen geht hervor, daß eine Erklärung der Nachwirkung durch Reibung absolut unbefriedigend bleibt. Wir stehen nach unseren Ergebnissen vielmehr auf dem umgekehrten Standpunkt: Die innere Reibung fester elastischer Körper (innerhalb der Elastizitätsgrenze) ist durch die Erscheinung der Nachwirkung zu erklären.

Ein elastisches Pendel möge Schwingungen ausführen und dabei den Punkt y auf dem Hin- und Rückgang durchlaufen. Nach den Ausführungen des 1. Abschnittes ist dann die elastische Kraft in y im ersten Falle immer größer als im zweiten. Dieser Umstand deckt nach Abschnitt 2 gerade den Energieverlust einer Schwingung. Die Bewegungsgleichung unseres Pendels ist dann also nicht durch ein Dämpfungsglied charakterisiert, sondern wäre folgendermaßen zu gewinnen. Man hätte unsere Ausgangsgleichung $y = \beta F \int_0^{ta} \frac{G\,dt}{ta - t + \tau}$ nach g aufzulösen, d. h. $G = \varphi(y(t))$ zu bilden und zu setzen: $m \frac{d^2 y}{dt^2} = \varphi(y(t))$. Dieser direkte Weg ist zwar in Strenge nicht gangbar, da sich die Integralgleichung nicht ohne weiteres lösen läßt. Man kann diese Schwierigkeit in der im 1. Abschnitt beschriebenen Weise für einen speziellen Fall umgehen, was auf dasselbe hinausläuft. Wir haben es hier also nicht nötig, zu zeigen, daß bei der Durchführung des zuletzt angegebenen Weges ein scheinbar von einer Reibung herrührendes Dämpfungsglied $k \frac{dy}{dt}$ auftritt, daß dieses aber tatsächlich eine ganz andere physikalische Bedeutung besitzt.

§ 18. Auf Grund dieser Überlegungen wollen wir nun versuchen, ein wenn auch nur qualitatives Bild der in Frage stehenden Vorgänge zu entwerfen.

Ein Körper möge einige Zeit hindurch sich selbst überlassen und keinen äußeren Kräften unterworfen sein. Dann lassen sich drei Arten von Zuständen unterscheiden:

1. Der amorphe Zustand.
2. Der kristallisierte Zustand.
3. Der kristallinische Zustand.

Von diesen ist nur der zweite wirklich stabil; beschränken wir uns jedoch auf eine kürzere Zeit, etwa die Meßdauer, so dürfen wir auch die beiden anderen als pseudostabil betrachten. Übrigens besteht keine scharfe Abgrenzung zwischen 1 und 3.

Es greife nun in irgendeinem Volumenelement eine äußere Kraft an, wobei es gleichgültig ist, ob es sich um Dilatation, Kompression oder Torsion handelt. Jedenfalls sei die Deformation so klein, daß die Elastizitätsgrenze nicht überschritten wird. Im Falle 1, also im amorphen Zustand, äußert sich die Deformation darin, daß das Pseudogleichgewicht mehr oder weniger gestört wird. Es entstehen lokale Potentialverschiebungen sowohl im positiven, wie im negativen Sinne, die unregelmäßig verteilt sind. Moleküle, die sich an Stellen ersterer Art befinden, werden die Tendenz bekommen,

Digitized by Google

Stellen letzterer Art aufzusuchen. Dieser Vorgang, den wir als eine innere Sublimation aufzufassen haben, wird durch die thermische Agitation beeinflußt und ist der Statistik unterworfen. Der Ausgleich wird anfangs schnell, später langsamer vor sich gehen, im allgemeinen aber erst in sehr langer Zeit vollendet sein. Wird nun währenddessen nicht die äußere Kraft, sondern die Deformation konstant gehalten, so wird die anfangs bewirkte Gegenkraft allmählich abnehmen. Die dabei eintretende Abnahme von potentieller Energie wird sich in einer Erwärmung des Körpers äußern. Diese Wärme tritt also nicht eigentlich durch die ursprüngliche Deformation auf, sondern durch den Ausgleichsprozeß.

Wird nun der äußere Zwang nach nicht zu langer Zeit aufgehoben, so haben inzwischen nur wenige Molekeln ihre anfänglichen Plätze verlassen. Alle übrigen haben die Tendenz, ihre frühere Konstellation wieder einzunehmen. Die Lage hat sich nun gegen vorher gerade umgekehrt; an den neubesetzten Stellen wird das Potential steigen und die Wanderungstendenz der vagabundierenden Moleküle ist nunmehr nach ihren verlassenen Plätzen hin gerichtet. Ob dabei Vertauschungen stattfinden, hängt von der Größe und Dauer der Deformation ab; im allgemeinen werden die Wege nur äußerst klein sein, so daß im wesentlichen der Anfangszustand im Laufe der Zeit wieder erreicht wird.

Damit haben wir einen ideal nachwirkend verlaufenden Prozeß in einem amorphen Körper beschrieben. Die Größe der Deformation und ihre Dauer bestimmen den ganzen Vorgang eindeutig. Auch das Superpositionsprinzip ist leicht verständlich; einerseits sind Hin- und Rückgang dynamisch einander äquivalent; andrerseits haben wir in der Zahl, Größe, Anordnung und Dichte der „Sublimationsnester" hinreichend Variable, um Überlagerungen verstehen zu können. Die Vorstellung reibender Gleitebenen umfaßt dagegen nur die Größe der Scherung als freie Veränderliche.

Lassen wir die Deformation nun die Elastizitätsgrenze überschreiten, so werden die vagabundierenden Moleküle so stark überhandnehmen, daß für einen reversiblen Rückgang nicht mehr genügend viel konservative Kraftzentren vorhanden sind: Dauerdeformation. Das Gleiche tritt ein, wenn die Deformation eine gewisse Zeit überschreitet; es haben dann nach und nach so viele Platzwechsel stattgefunden, daß ein Zurückgehen nicht mehr möglich ist.

Daß mit zunehmender Temperatur der Austausch schneller stattfindet, bedarf kaum noch einer Erklärung; es ist die notwendige Folge unserer Auffassung; die innere Sublimation steigt mit der Temperatur entsprechend dem Dampfdruck. Damit haben wir sogar eine quantitative Beziehung vorausgesehen. Streng genommen haben wir übrigens die Verdampfungsgeschwindigkeit einzuführen; da diese aber dem Dampfdruck proportional[1]) verläuft, durften wir den obigen Satz aussprechen.

§ 19. Die im vorigen Puragraphen dargestellten Vorgänge beziehen sich auf den amorphen Körper; im Einkristall ist das Bild ganz anders. Hier ruft eine Deformation zwar ebenfalls Spannungen hervor; diese führen jedoch, jedenfalls unterhalb der Elastizitätsgrenze, niemals zu solchen Potentialverschiebungen, daß eine Tendenz zum Vagabundieren auftritt. Diese Behauptung bedürfte natürlich eines Beweises, der wahrscheinlich nicht ganz einfach zu erbringen ist; sie erscheint mir aber so einleuchtend, daß man wohl kaum an ihrer Richtigkeit zu zweifeln braucht. Dementsprechend hat der Einkristall auch keine wahrnehmbare Nachwirkung, wenigstens keine solche, die mit der der amorphen Körper kommensurabel wäre. Nicht ausgeschlossen scheint es jedoch, daß bei Kristallen eine Nachwirkung höherer Ordnung auftritt, die dann von den Bahnen der Elektronen herrühren würde. Wie weit eine solche existiert und nachweisbar ist, darüber kann heute noch nichts ausgesagt werden.

Oberhalb der Elastizitätsgrenze ist die innere Spannung des Kristalls soweit gewachsen, daß ein Bruch eintritt. Bis zu diesem Punkte sind vagabundierende Moleküle nicht aufgetreten; an der nunmehr entstandenen freien Oberfläche kann jedoch die Sublimation einsetzen, die aus Gründen der Oberflächenspannung sogar nötig wird. Die getrennten Flächen ändern dabei ihre Konstitution so durchgehend, daß ein Wiederverschmelzen bei Annäherung jedenfalls nicht ohne weiteres eintritt.

Nun ist es aber eine bekannte Erscheinung, daß bei geeigneter Druckerhöhung und genügend hoher Temperatur auch unterhalb der Schmelztemperatur solche Risse im Kristall verschwinden können. Auch hier ist es wieder ein Sublimationsprozeß, der die Verschmelzung herbeiführt. Dieser Vorgang führt uns nun zur dritten Form, den kristallinischen Körpern.

§ 20. Diese interessieren vom Standpunkt der Nachwirkung am meisten, insofern sie die meisten der technisch verwendeten Materialien, insbesondere Metalle umfassen. Sie bestehen aus regelmäßigen Kristallen, die zum Teil in ihrer Begrenzung degeneriert und durch Verschmelzstellen aneinandergeheftet sind. Somit

1) M. Knudsen, Ann. d. Phys. **47**, 697, 1915; K. Bennewitz, Ann. d. Phys. **59**, 193, 1919.

Digitized by Google

weisen sie die Merkmale der beiden anderen Formen gemeinsam auf. Ihre elastische Nachwirkung kann nach Obigem nur in die Verschmelzstellen verlegt werden. Da aber die unregelmäßigen Kristallite äußerst verschiedenartige Bedingungen schaffen, so ist das Bild der Nachwirkung an solchen kristallinen Gefügen häufig recht verwickelt nnd zeigt die einfachen Gesetze der amorphen Körper nur mehr oder weniger scharf. Im großen treffen die Betrachtungen, die wir über letztere angestellt haben, auch hier zu; daneben spielt aber die Größe und Form der Kristallite eine wichtige Rolle.

Die oben erwähnten Untersuchungen Herrn Königs bringen dafür einiges Material. Während Gläser sich äußerst einfach zu verhalten pflegen, zeigt z. B. Aluminium ein wesentlich komplizierteres Verhalten, wohl infolge seiner abnorm großen Kristallite. Kupfer gehört wieder zu den einfacheren Beispielen. Ich unterlasse an dieser Stelle ein weiteres Eingehen auf diese Fragen, um der Veröffentlichung nicht vorzugreifen.

Jedenfalls scheint das hier entwickelte Bild den Beobachtungen in weitem Maße gerecht zu werden. Denn nicht nur die Nachwirkung und die Hysteresis, sondern auch die innere Reibung wird dadurch auf den elementareren Vorgang der Rekristallisation zurückgeführt. Von dieser wissen wir aber dank der neueren Arbeiten von Volmer[1]), Polanyi[2]), Masing[3]), Alterthum[4]) u. a. schon recht Erhebliches; insbesondere fügt sie sich dem Kapitel der Thermodynamik und der Kinetik ein.

So wäre die Möglichkeit eines mathematischen Ansatzes durchaus gegeben, der in seiner einfachsten Form voraussichtlich zu der von uns an die Spitze gesetzten Gleichung führen, in seiner weiteren Vertiefung aber zu weiteren Aufschlüssen über die Natur der festen Körper verhelfen dürfte.

Zusammenfassung.

1. Den Ausgangspunkt bildet eine in einer früheren Arbeit aufgestellte empirische Beziehung zwischen der Deformation eines idealnachwirkenden Körpers und der auf ihn wirkenden (ev. zeitlich veränderlichen) Kraft. Durch Beschränkung auf nicht extrem kurze oder lange Zeiten erhält die Gleichung zwei Größen β und γ, die als „Konstanten der elastischen Nachwirkung" bezeichnet werden und Materialkonstanten sind. Ihr Produkt ist dem Elektrizitätsmodul reziprok.

2. Die Gleichung wird auf die Fälle 1) einer linear-periodisch 2), einer harmonisch wirkenden Kraft angewandt.

3. In beiden Fällen wird eine Hysteresisschleife erhalten, die folgende Eigenschaften besitzt:

a) Inhalt und Form der Schleife nähern sich asymptotisch einer Grenzkurve; der Inhalt hat seinen Grenzwert bereits nach wenigen Zyklen praktisch erreicht; die Form nähert sich ihm etwas langsamer.

b) Spez. Hysteresisbreite und Inhalt der Schleife sind von der Dauer der Periode unabhängig.

Die beiden für eine Hysteresis charakteristischen Eigenschaften sind also erfüllt.

4. Bei einem Zyklus ist der Quotient aus verlorener Energie und gesamtem Energieumsatz durch die Nachwirkungskonstante γ eindeutig festgelegt und ihr umgekehrt proportional; er ist unabhängig vom Formfaktor und von der Dauer der Periode, jedoch in gewissem Maße abhängig von der Art der Kraftfunktion.

5. Die spez. Hysteresisbreite ist allein Funktion von β, der Schleifeninhalt desgleichen; natürlich hängen beide noch vom Formfaktor ab.

6. Für die selbständige elastische Schwingung eines nachwirkenden Systems wird eine Beziehung zwischen dem logarithmischen Dekrement der Schwingung und der Konstante γ aufgestellt, die die Annahme enthält, daß die Dämpfung lediglich von der elastischen Nachwirkung herrührt.

7. Diese Annahme wird einer Prüfung unterzogen, indem γ sowohl direkt, als auch durch das Dekrement bestimmt wird. Die verschiedenen Methoden werden diskutiert; insbesondere wird eine einfache, auch für technische Zwecke brauchbare Methode zur Bestimmung des Dekrements ausgearbeitet.

8. Das Experiment liefert eine innerhalb der Versuchsfehler liegende Übereinstimmung der Konstanten β und γ nach den verschiedenen Methoden.

9. Daraus wird gefolgert, daß die obige Annahme berechtigt ist: Die innere Dämpfung eines elastischen Systems ist vollständig durch die ideale Nachwirkung veranlaßt.

10. Nach Deformationen, die die Elastizitätsgrenze weit überschreiten (Knickung), tritt eine vorübergehende Abnahme von γ, bzw. Zunahme von β auf, die im Laufe längerer Zeit (Tage) asymptotisch wieder verschwindet. Der Elastizi-

1) M. Volmer, Phys. Zeitschr. **22**, 646, 1921; Zeitschr. f. Phys. **9**, 193, 1921; ib. **7**, 1 und 13, 1921.

2) M. Polanyi, Zeitschr. f. Elektrochem. **28**, 16, 1922.

3) G. Masing, Wiss. Veröff. d. Siemens-Konz. **1**, 31, 1922, Heft 3.

4) H. Alterthum, Zeitschr. f. Elektrochem. **28**, 347, 1922.

Digitized by Google

tätsmodul wird durch solche Behandlung nicht merklich geändert.

11. Auf Grund dieser Ergebnisse wird eine Erklärung der Nachwirkungserscheinung gegeben, die nicht, wie üblich, von einer inneren Reibung ausgeht, sondern eine innere Sublimation annimmt. Es lassen sich damit die Eigenschaften amorpher, kristallisierter und kristallinischer Körper gesondert behandeln. Nachwirkung, Hysteresis und innere Reibung werden dadurch auf den einen Vorgang der Rekristallisation zurückgeführt, und auch das Gebiet der Dauerdeformation wird mit umfaßt.

Berlin, Physikalisch-chemisches Institut der Universität.

(Eingegangen 23. August 1924).

Röntgenspektrographische Untersuchungen über das Wesen der Quellung bei einigen Substanzen, welche ein Debye-Scherrer-Diagramm geben.

Von J. R. Katz und H. Mark.

(Mit Tafel IV.)

1. Ziel der Untersuchung.

In einer früheren Abhandlung hat der eine von uns [1]) Versuche an solchen quellbaren Substanzen beschrieben, welche ein Faserdiagramm geben. Es zeigte sich dabei, daß bei diesen Körpern (Zellulose, Hydratzellulosen und Seidenfibroin) bei der Quellung in Wasser keine nachweisbare Änderung der Röntgenidentitätsperioden auftritt. Um diese Untersuchung weiter zu führen, wurden noch einige Substanzen untersucht, und zwar solche, die ein Debye-Scherer-Diagramm geben, in der Hoffnung, dabei eine zu finden, bei der das Gitter sich ändert. Bevor wir diese Versuche beschreiben, sei kurz besprochen, welche Fälle denkbar sind, wenn eine fremde Substanz ins Gitter eines Kristalls eindringt, während die erste Substanz ihre Kristallstruktur behält:

a) Der Elementarkörper nimmt eine bestimmte Zahl von Molekeln der eindringenden Substanz auf, so daß sich in jedem Elementarkörper ein stöchiometrisches Verhältnis der beiden das Gitter bildenden Molekeln ergibt (Hydratbildung oder Mischkristallbildung). Die eintretenden neuen Moleküle nehmen in diesem Falle einen festen Platz im Gitter ein. Enthielt der Elementarkörper zuerst n-Moleküle der Substanz A, so enthält er jetzt $nA + mB$, wenn m-Moleküle der Substanz B in jeden Elementarkörper eingetreten sind. Beruht das Eindringen auf der Bildung einer Verbindung oder eines Hydrates in stöchiometrischen Verhältnissen, so ist $\frac{m}{n}$ meist eine ganze Zahl oder ein einfacher Bruch. Entsteht aber ein Mischkristall, so braucht $\frac{m}{n}$ nicht notwendigerweise eine ganze Zahl zu sein, wie die Versuche L. Vegards und F. Kirchners gelehrt haben. Dieses Resultat war überraschend. Denn obwohl der Elementarkörper nur eine kleine Zahl Atome enthält, die doch eine ganze Zahl sein sollte, stellte sich heraus, daß die Größe des röntgenographisch bestimmten Elementarkörpers nach einer kontinuierlichen und nahezu geradlinigen Funktion von der Zusammensetzung des Kristalls abhängt, ein Resultat, das man vorläufig noch nicht gut zu erklären weiß [1]). Wahrscheinlich ist die röntgenographisch bestimmte Größe des Elementarkörpers ein statistischer Mittelwert [2]).

Wieviel Unsicherheit auch noch über solche Änderungen des Gitters durch eine eindringende Substanz herrschen mag, eines dürfen wir doch wohl als sicher annehmen, nämlich daß, wenn die Dichte des Kristalls sich nicht geändert hat, der Elementarkörper sich vergrößert haben muß. Am Beugungsbild wird sich dies dadurch zu erkennen geben, daß die Interferenzen ihrer Lage nach nunmehr durch eine quadratische Form wiedergegeben werden, in welcher andere, größere, Grundperioden [3]) vorkommen, ev. auch andere Winkel. Es ist auch möglich, daß die Intensitäten, mit denen korrespondierende Netzebenen im vergrößerten und unvergrößerten Gitter reflektieren, verschieden sind, da durch das Hinzutreten neuer Beugungszentren (Atome) der Strukturfaktor einer Ebene $(h\,k\,l)$ im allgemeinen verändert wird. Dieser letztere Einfluß der Quellung kann sich aber sehr wohl einer experimentellen Beobachtung entziehen, da diese Intensitätsänderungen nicht groß sein müssen.

Es ist aber auch möglich, daß die Dichte der gequollenen Substanz d' und die der ungequollenen d sich voneinander unterscheiden.

1) J. R. Katz, Röntgenspektroskopische Untersuchungen über das Wesen der Quellung bei Substanzen, welche ein Faserdiagramm geben. Diese Zeitschr. **25**, 321—326, 1924.

1) Siehe Walter Gerlach, Materie, Elektrizität, Energie. Dresden, Th. Steinkopff. 1923. S. 163.

2) Ähnlich wie nach Debye durch die Wärmebewegung eigentlich die einzelnen Elementarkörper des Gitters verschieden groß sind; und dennoch kommt bei den Röntgenversuchen ein ganz bestimmter Wert heraus.

3) Im Falle einer echten chemischen Substitution (etwa Methylierung von Harnstoff) sind ähnliche Überlegungen schon von P. Groth (Elemente der chemischen Kristallographie 1921, S. 278) angestellt worden und haben zu dem Begriff der „topischen Parameter" geführt. (Vgl. hierzu etwa H. Mark und K. Weissenberg, Zeitschr. f. phyksik. Chem. 1924.)

Digitized by Google

Wird die zweite Substanz $nA + mB$ nach stöchiometrischen Verhältnissen ins Gitter aufgenommen, bekommen die Moleküle der zweiten Substanz einen festen Platz im Kristallgitter (sodaß dieses sich nicht einfach vergrößert durch die zweite Substanz, die sich ohne festen Platz durch den Elementarkörper verteilt), so wird das Volum des Elementarkörpers gleich groß bleiben, wenn das Verhältnis $\frac{d}{d'}$ gleich $\frac{nA}{nA+mB}$ ist. Auch hier hat man zu erwarten, daß die Intensitäten im allgemeinen andere werden, doch werden diese Veränderungen sich gleichfalls der Beobachtung entziehen können.

b) Der zweite Fall ist der, daß das Quellungswasser, wenn es ins Kristallgitter eindringt, nicht nach stöchiometrischen Verhältnissen aufgenommen wird. Daß das so sein könnte, sogar wahrscheinlicher ist, dafür spricht die vollkommene Kontinuität aller anderer Eigenschaften als Funktion des Quellungsgrades. Zwar ist dieses letzte auch bei der Mischkristallbildung (isomorphe Gemische wie Vegard und Kirchner sie untersucht haben) der Fall, aber Wasser und Eiweißkörper oder Wasser und Polysaccharid werden doch sicher nicht als isomorphe Substanzen zu betrachten sein. Bei der Aufnahme von Flüssigkeiten in quellbare Körper ist es viel wahrscheinlicher, daß im Falle einer intermolekularen Quellung die Wassermoleküle ohne ihre Beweglichkeit ganz zu verlieren und ohne eine bestimmte Stellung im Gitter einzunehmen ins Gitter eindringen. Dabei werden die Komponenten des Elementarkörpers, die einzelnen Moleküle auseinandergedrängt werden, falls die Anziehung zum Wasser größer ist als die gegenseitige. Es ist aber auch möglich, daß das Gitter starr ist, daß es bei Wasserverlust oder Wasseraufnahme seine Abstände nicht ändert (wie L. Vegard das mit der Braggschen Methode beim Zeolith Chabasit gefunden hat[1])). Zur Klärung dieser Probleme wird es notwendig sein, zwei Gruppen von Kristallen röntgenographisch näher zu untersuchen, welche Wasser als kontinuierliche Funktion der Dampfspannung aufnehmen und verlieren, einmal Substanzen wie Ceriumoxalat, Strychninsulfat usw. von niederem Molekulargewicht, anderseits eigentliche quellbare Kristalle mit gut begrenzten Kristallflächen, wie z. B. Eiweißkristalle. Der eine von uns (K.) ist seit vielen Monaten mit solchen Versuchen beschäftigt und wird darüber bald Mitteilung machen.

Die nähere Untersuchung des Röntgenspektrogramms kann in solchen Fällen vielleicht Aufschluß geben, wie eine solche Wasseraufnahme geschieht, eine Frage, die bis jetzt in vollkommenes Dunkel gehüllt ist; etwa ob eine „Adsorption" um einzelne Moleküle[1]) oder um bestimmte Gruppen derselben auftritt, und wie diese „Adsorption"[2]) zusammenhängt mit den Nebenvalenzen der Atome des Gitters, oder ob die alte Vermutung richtig ist, daß es im Kristall noch größere Einheiten gibt als Moleküle (sog. Kristallmoleküle usw.), so daß die Mizellen Nägelis kleiner sein könnten als die kleinsten Kristalle und eine neue Art Einheiten bilden könnte.

Aus diesen Betrachtungen folgt: aus einer Änderung der Größe des Elementarkörpers darf man schließen, daß das Quellungsmittel ins Gitter getreten ist, wobei nähere Untersuchungen zu lehren haben, in welcher Art es im Gitter aufgenommen wird. Umgekehrt kann man nicht sagen, daß bei konstant gebliebener Größe des Elementarkörpers die Quellungsflüssigkeit sicher nicht ins Kristallgitter getreten ist.

2. Beschreibung der Untersuchungen.

Wir haben drei Substanzen untersucht, welche Diagramme gaben, die in jeder Hinsicht vergleichbar sind im trockenen und im gequollenen Zustande, nämlich Inulin und Chitin bei der Quellung im Wasser und eine Seife, das Natriumpalmitat, bei der Quellung in Trichloräthylen. Bei den beiden in Wasser quellenden Substanzen ist früher die Isotherme ausgemessen worden[3]); die Wasserdampfspannung hängt in beiden Fällen nach einer kontinuierlichen Kurve vom Quellungsgrad ab. Sie hat die *S*-Form, die für in Wasser quellende Körper typisch ist. Wir haben daher sicher nicht mit einfacher Hydratbildung zu tun, wie sie bei gewöhnlichen verwitternden kristallwasserhaltigen Salzen besteht; denn dann müßten Diskontinuitäten in der Isotherme auftreten.

Wir hatten das Glück, schon unter diesen ersten drei Substanzen eine zu finden, bei der der Elementarkörper bei der Quellung größer wird; so daß es als festgestellt gelten kann, daß die Quellung ebensogut auf einer Vergrößerung des Elementarkörpers beruhen kann als auf dem Eindringen des Quellungsmittels zwischen Mizellen.

Zwei andere Substanzen, die wir gleichfalls untersuchten, das Amylum solubile (Merck)

1) Ann. d. Phys. **54**, 160—164, 1917.

1) Vgl. auch die Untersuchungen von W. M. Keehan, Physical Review **21**, 334 (1923) über Palladiumwasserstoff.

2) Der Begriff „Adsorption" wird hier eigentlich mißbraucht, da er nur gilt für polymolekuläre Oberflächen, nicht für die Bindung an ein einzelnes Molekül oder Atom.

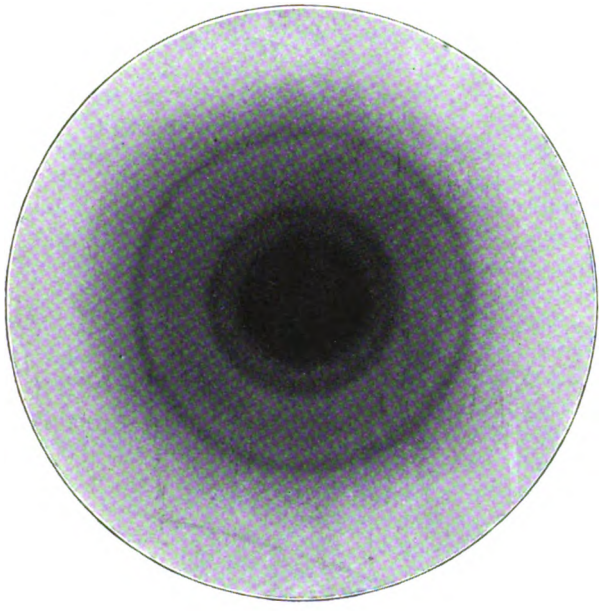
3) J. R. Katz, Die Gesetze der Quellung, Kolloidchem. Beihefte **9**, 60 u. 94, 1916. Die Röntgenspektrographie hat inzwischen gezeigt, daß beide Substanzen kristallinisch sind oder wenigstens, daß sie viel kristallinische Substanz enthalten.

Digitized by Google

Vergrößerung des Gitters bei der Quellung.

Röntgenspektrogramme des Inulins.

gequollen (mit Wasser gesättigt)



trocken

Beide Aufnahmen bei genau gleichem Abstand zwischen Präparat und Platte (51,5 mm) beide auf genau der natürlichen Größe reproduziert.

J. R. Katz u. H. Mark, Röntgenspektrographische Untersuchungen über das Wesen der Quellung bei einigen Substanzen, welche ein Debye-Scherrer-Diagramm geben.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.

Digitized by Google

Digitized by Google

und das Amylodextrin nach Nägeli, ergaben nicht sicher zu deutende Diagramme, weil die Aufnahmen der trockenen und gequollenen Substanz zu stark verschieden sind (so daß man nicht sicher weiß, ob sie vergleichbar sind). Auch bei diesen beiden Substanzen ist die Isotherme früher bestimmt worden als eine kontinuierliche *S*-förmige Kurve.

Die Substanzen lagen als Pulver vor; nur das Chitin bestand aus kleinen Blättchen. Die Pulver wurden in Hülsen aus dünnem Nitrozellulosefilm untersucht; es war geprüft worden, daß ein Eigenspektrum sich bei denselben nicht störend bemerkbar macht. Die feuchten Substanzen waren 24 Stunden lang in flüssigem Wasser gequollen und dann zwischen Filtrierpapier oder auf einer Platte aus unglasiertem Porzellan ohne Druck vom überflüssigen Wasser befreit. Die trockenen Substanzen waren bei 80° C in vacuo über Schwefelsäure getrocknet worden. Beim Chitin wurde ein Blättchen senkrecht zur Blättchenebene durchstrahlt; es war gegen die Hinterseite der Blende mit Klebwachs festgeklebt.

Die Aufnahmen machten wir in den in der vorigen Abhandlung beschriebenen Röntgenkameras, welche hermetisch schließen; um den Quellungsgrad während der Aufnahme konstant zu halten, befand sich in der Kamera bei trockenen Aufnahmen ein Schälchen mit Phosphorpentoxyd, bei feuchten Aufnahmen ein gewisses Quantum sehr feuchten Filtrierpapieres. Die feuchte und die trockene Aufnahme wurden nacheinander in der gleichen Kamera gemacht, also beim genau gleichen Abstand von der photographischen Platte. Die Nitrozellulosehülsen wurden genau in der Mitte der Öffnung der Blende festgeklebt.

Als Lichtquelle diente wiederum eine Hadding-Siegbahnsche Röhre mit Kupferantikathode, welche bei 50—60 Kilovolt mit 15—20 Milliamp. betrieben wurde; sie gibt ein überwiegend monochromatisches Licht ($\lambda = 1{,}54$ Å. E.).

3. Versuchsergebnisse.

Das Inulin wurde uns liebenswürdigerweise von Herrn Prof. H. Pringsheim (Berlin) für diese Untersuchung zur Verfügung gestellt. Es war reinstes Inulin, aus Dahliaknollen bereitet.

Bei einem ersten Versuch bekamen wir folgende Zahlen für den Durchmesser der wichtigsten Ringe in mm; die Zahlen der intensivsten Ringe wurden dick gedruckt. (Die schwächeren Kreise werden wir erst nach Photometrieren der Negative angeben können.) Die Negative sind auf der Tafel reproduziert worden, genau auf der natürlichen Größe, so daß der Leser sie nachmessen kann.

trocken		gequollen		Abstand Präparat—Platte
23,0 / 22,9	**23,0**	**21,2** / 21,0	**21,1**	51,5 ± 0,8 mm
36,0 / 35,9	36,0	33,0 / 32,9	33,0	
44,2 / **44,1**	**44,2**	**41,0** / **40,8**	**40,9**	

Der Wassergehalt der gequollenen Substanz war bei diesem ersten Versuch nicht genau bestimmt worden.

Bei einem zweiten Versuch mit der gleichen Substanz wurde dann dieser Quellungsgrad durch Bestimmung der Gewichtsdifferenz der trockenen und gequollenen Substanz gemessen; er betrug 29 Teile Wasser auf 100 Teile trockner Substanz. Jetzt fanden wir für den Diameter der Kreise:

trocken	gequollen	Abstand Präparat—Platte
21,2	**19,1**	47,5 ± 0,8 mm
32,0	28,2	
40,0	**35,6**	

Wäre alles Wasser ins Gitter gegangen und hätte dasselbe sich isotrop vergrößert, so könnte man die Veränderung der Größe des Elementarkörpers schätzen als $^1/_3$ Volumvergrößerung. Da das spezifische Volum des Inulins 0,67 ist, so beträgt die Volumvergrößerung für 29 Proz. Wasser etwa $43^1/_2$ Proz., so daß man eine Änderung der Gitterdimensionen von $14^1/_2$ Proz. erwarten könnte. Diese Zahl ist aber zu groß wegen der ziemlich großen Volumkontraktion bei der Quellung, deren Größe hier etwa 0,06 ccm per g trockenen Inulins beträgt, so daß die Änderung der Gittergröße nur etwa $11^1{}_2$ Proz. sein würde. Die experimentell bestimmte Größe ist 8—11 Proz., so daß die Quellung hier überwiegend auf Gittervergrößerung beruhen muß.

Das Chitin aus Krebsschalen hatte der eine von uns vor Jahren selber für seine Quellungsversuche hergestellt. Wie dort angegeben[1]) war es bereitet durch Behandeln der Krebsschalen mit *KOH* (zur Entfernung der Eiweißsubstanzen), Ausziehen des Kalziumkarbonats mit verdünnter Salzsäure, Entfärbung durch Kaliumpermanganat und nachfolgender Behandlung mit schwefliger Säure. Es bestand aus grauweißen Schuppen, deren Aschegehalt nur 0,1 Proz. betrug. Die in Wasser gequollene Substanz enthielt wenigstens 30 Proz. Wasser. Die Substanz gab bei Durchleuchtung einer

1) J. R. Katz, Gesetze der Quellung, 93.

Digitized by Google

Schuppe senkrecht zu deren Flächenausbreitung ein aus schönen Ringen bestehendes Diagramm, deren Durchmesser folgende Werte hatten (die dunkleren Ringe sind wiederum dick gedruckt):

trocken	naß	Abstand Präparat—Platte
17,7	**17,4**	53,0 mm
24,1	23,8	
37,6	**37,3**	
45,8	46,3	
53,8	**53,8**	

Die Größe der Ringe ist innerhalb der Fehlergrenzen (Vermessung ohne Photometer) die gleiche geblieben.

Das Natriumpalmitat von C. F. A. Kahlbaum war uns von Herrn Prof. H. Freundlich und Herrn Jörres freundlichst zur Verfügung gestellt. Die Debye-Scherrer Kreise dieses Präparats waren nicht sehr schön ausgebildet, aber doch so, daß man sie deutlich vermessen konnte.

trocken	10 Proz. Trichloräthylen	20 Proz. Trichloräthylen	Abstand Präparat—Platte
37,2	37,4	37,0	52,1 $\pm$ 0,8
42,4	43,1	42,8	
51,7	51,8	—	

Eine Änderung des Gitters läßt sich nicht nachweisen; aber die aufgenommene Menge Quellungsmittel ist nicht sehr groß. Doch hätte eine Änderung des Gitters von 3 bis 7 Proz. sich zeigen müssen.

Die beiden weiteren untersuchten Substanzen, das Amylum solubile von E. Merck und das Amylodextrin (nach Nägeli hergestellt[1]) zeigten eine sekundäre Komplikation. Während die Diagramme der feuchten Substanz normal aussahen, waren die der getrockneten Substanz gröber und undeutlicher. Vielleicht war durch das Austreten des Wassers das Gitter teilweise gestört worden. Es fällt außerhalb des Planes dieser Untersuchung hier näher auf diese Komplikation einzugehen. Wo aber diese Komplikation auftritt, werden die Schlußfolgerungen, die man aus den Negativen ziehen kann, viel weniger zwingend als bei den oben besprochenen Substanzen. Wir wollen darum nur sehr kurz die erhaltenen Resultate mitteilen. Beim Amylodextrin wurden zwei Ringe ausgemessen, die bei der trocknen Substanz als breite aber einheitliche Ringe erschienen, während der innere sich im feuchten Diagramm als aus wenigstens zwei Ringen bestehend herausstellte. Diese Ringe (so ausgemessen) hatten den gleichen Diameter in feuchtem und in trockenem Zustande. Beim Amylum solubile gab es eigentlich nur einen Ring, einen dunklen schmalen von kleinem Diameter, der in allen Diagrammen gut wiederzuerkennen und auszumessen war (im feuchten Diagramm waren viel mehr Ringe als im trocknen zu sehen). Der Diameter dieses Ringes betrug:

trocken		lufttrocken	feucht	Abstand Präparat—Platte
33,0	32,9	31,4	29,6	53,0 $\pm$ 0,8

Der Wassergehalt der lufttrockenen Substanz betrug 18 Proz., der der feuchten Substanz wenigstens 40 Proz. (per 1 trockener Substanz), das spezifische Volum der trockenen Substanz ungefähr 0,6. Es scheint aus obigen Zahlen hervorzugehen, daß wir im Amylum solubile eine zweite Substanz vor uns haben, bei der das Quellungswasser ins Kristallgitter geht und dieses vergrößert und zwar um etwa 10 Proz. Aber leider ist die Quellung bei dieser Substanz mit einer sekundären Komplikation belastet; und unter diesen Umständen ist die Möglichkeit nicht ganz ausgeschlossen, daß man die erhaltenen Zahlen anders zu erklären hätte.

4. Zusammenfassung.

a) Von den untersuchten quellbaren Substanzen, welche ein Debye-Scherrer-Diagramm geben und die frei sind von sekundären Komplikationen

Inulin in Wasser
Chitin in Wasser
Natriumpalmitat in Trichloräthylen

zeigte die erstgenannte Substanz eine Quellung, die überwiegend ins Gitter geht und dieses vergrößert. Gefunden wurde 8 bis 11 Proz., berechnet $11\frac{1}{2}$ Proz. Änderung in der Größe des Elementarkörpers (derjenigen Substanz, welche das Spektrum gibt);

b) während bei Zellulose, Fibroin, Chitin die Größe des Elementarkörpers sich bei der Quellung nicht ändert, wenn diese Substanzen in Wasser quellen, gibt es daher andere Körper, bei denen der Elementarkörper größer wird. Beim Inulin geschieht das ungefähr in dem gleichen Grade als die Änderung der sichtbaren Dimensionen bei der Quellung. Hier scheint daher das „Aufquellen" (die Zunahme der Größe bei der Quellung) auf einer Vergrößerung des Elementarkörpers zu beruhen. Ganz sicher wird diese Deutung aber erst sein, wenn es gelingt zu zeigen, daß die Änderung des Gitters eine kontinuierliche Funktion des Quellungsgrades ist (wie bei den sichtbaren Dimensionen[1])). Weitere Versuche

1) Lieb. Ann. d. Chem. **173**, 218—227.

1) Es besteht nämlich auch noch die Möglichkeit, daß sich das Inulin mit Wasser in eine andere chemische Verbindung, etwa in ein Hydrat, umlagert.

Digitized by Google

werden ausgeführt, um das festzustellen und auch um noch mehr Beispiele solcher Körper zu finden;

c) wahrscheinlich geschieht das gleiche beim Amylum solubile, während beim Amylodextrin die Größe des Elementarkörpers sich nicht zu ändern schien; aber bei diesen beiden Substanzen wurde keine Sicherheit erreicht, da eine sekundäre Komplikation störend auftrat;

d) die Quellung scheint daher entweder intermizellar oder intermolekular geschehen zu können; beide Fälle kommen vor, je nach der Substanz; welcher Typus vorliegt, ist von Fall zu Fall zu untersuchen;

e) unsere weiteren Untersuchungen werden hoffentlich in die jetzt noch dunkle Frage Klarheit bringen, wie man eine eventuelle intermolekulare Quellung mit der Gitterstruktur des Kristalls in Einklang bringen kann. Der Begriff „intermolekulare Quellung" ist eigentlich in Widerspruch mit der jetzt noch vielfach verteidigten Auffassung Braggs, nach der der ganze Kristall eigentlich nur ein einziges großes Molekül bilden sollte, verträgt sich aber sehr gut mit der Kosselschen Auffassung[1]), nach der dem Fall der „heteropolaren" Verbindungen wie Alkalihalogeniden, wo der ganze Kristall tatsächlich als ein einziges großes Molekül zu betrachten wäre, andere wie $Si\,F_4$ oder $Si\,F_6$ gegenüber stehen, welche schon im festen Zustande vorgebildete Moleküle besitzen. Dieser letzte Zustand würde dann auftreten, wenn eines der selteneren Atome des Gitters von seinen in „Hauptvalenz" gebundenen Begleitern derartig eingehüllt ist, daß kein Atom eines anderen Moleküls sich mehr unmittelbar anlagern kann. Bei Kohlenstoffverbindungen ohne ungesättigte Bindungen wird eben dieser Fall verwirklicht sein. Vielleicht werfen unsere weiteren Untersuchungen ein neues Licht auf diese interessanten Betrachtungen Kossels.

Diese Untersuchungen wurden von dem erstgenannten von uns im Kaiser-Wilhelm-Institut für physikalische Chemie und Elektrochemie in Dahlem angefangen; die hier beschriebenen Versuche haben wir gemeinsam im Kaiser-Wilhelm-Institut für Faserstoffchemie im Herbst 1923 ausgeführt.

1) Zeitschr. f. Physik 1, 395—415, siehe besonders 397—398 mit den dort abgebildeten Schemata von Kristallgittern, in denen die Moleküle vorgebildet sind.

Amsterdam und Dahlem, Mai 1924.

(Eingegangen 8. Juli 1924.)

Über den Hall-Effekt des lichtelektrischen Primärstromes bei isolierenden Kristallen.

Von Herbert Lenz.

Auf Anregung und unter Leitung von Herrn Geheimrat W. Wien wurden seit längerer Zeit Untersuchungen angestellt über die Beschleunigung von lichtelektrisch im Innern von Kristallen ausgelösten Elektronen durch starke elektrische und magnetische Felder.

I. Einleitung.

Von Bedeutung war, daß es den Herren Gudden und Pohl[1]) aus Göttingen gelang, den lichtelektrischen Strom im Kristall in einen Primär- und einen Sekundärstrom zu zerlegen. Der Primärstrom besteht aus lichtelektrisch im Kristallinnern ausgelösten Elektronen, die von einem starken elektrischen Feld weggeführt werden, ehe sie sich wieder anlagern können. Er ist der Lichtintensität und bei nicht zu hohen Feldern auch der beschleunigenden elektrischen Spannung proportional und zeigt Sättigungscharakter bei hohen Feldstärken.

Der Sekundärstrom ist wahrscheinlich elektrolytischer Natur. Ganze Ionen durchwandern den Kristall. Er tritt nach Gudden und Pohl erst oberhalb gewisser Spannungen (8000 Volt/cm bei Zinkblende), bei größeren Lichtdichten und langen Belichtungszeiten auf und ist mehr als spannungs- und lichtintensitätsproportional. Oberhalb 8000 Volt/cm findet er sich bei ZnS schon im Dunkeln als elektrolytischer Dunkelstrom und wird durch gleichzeitiges Fließen des Primärstromes nur verstärkt. Vielleicht wird durch den Primärstrom, der eine lokale Elektronenverarmung im Kristall hervorruft, die Zahl der wanderungsfähigen positiven Ionen vermehrt. Auch beim Diamanten tritt ein Dunkelstrom auf. Man kann ihn sich schlecht als elektrolytischen Strom vorstellen.

Wenn nun Untersuchungen über beschleunigte, lichtelektrisch ausgelöste Elektronen im Kristall gemacht werden sollten, so war es nötig, den Sekundärstrom zu unterdrücken. Denn einmal täuscht er einen größeren Elektronenstrom vor und fälscht die Rechnungen, wenn man ihn zu andern Größen in Beziehung setzt, und andermal zerstört er das Kristallgitter durch Bildung der Tubandtschen[2]) Metallbrücke bei Zinkblende und leitender Graphitfäden beim Diamanten. Besonders die Metallbrücke macht sich durch Stöße in allen Meßinstrumenten bemerkbar, wenn die Brücke soeben hergestellt ist und der

1) Siehe Zeitschr. f. Physik, Gudden u. Pohl: Zahlreiche Arbeiten über lichtelektrische Leitfähigkeit an Kristallen.

2) Tubandt: Zeitschr. f. anorg. Chemie **116**, 117.

Digitized by Google

dadurch entstehende Kurzschluß soviel Joulesche Wärme erzeugt, daß sie im selben Augenblick wieder durchschmilzt. Die Kristalle sind dann unbrauchbar. Man erkennt den Beginn der Brückenbildung sofort daran, daß der Gesamtstrom mehr als spannungsproportional ansteigt. Zur völligen Unterdrückung des Sekundärstromes genügt allein eine nicht zu hohe Spannung (etwa 5000 Volt/cm bei *ZnS*). Die beiden anderen von Gudden und Pohl aufgestellten Bedingungen: kleine Lichtdichten und kurze Belichtungszeiten, fand ich nicht notwendig. Denn einmal lagen meine Kristalle stets im Brennfleck der Quarzlinse, die das Licht der höchst belasteten Quarzlampe sammelte, und dann schickte ich wochenlang durch denselben Kristall Ströme von der Größenordnung 10^{-8} Ampère auf 1 mm² Querschnitt, ohne auch nur das geringste vom Sekundärstrom zu merken, wenn ich nur genügend weit unter der kritischen Spannung blieb.

Läßt man nun senkrecht zu der durch die Feldrichtung bestimmten Richtung des lichtelektrischen Elektronenstromes ein Magnetfeld wirken, so müssen die Elektronen abgelenkt werden.

Das ist der richtige, sogenannte negative Hall-Effekt, der sich mit der Richtung des Magnetfeldes umkehrt und den die Theorie erklären kann. Da bei dem regulären Aufbau der Kristalle besonders regelmäßige Verhältnisse vorliegen, kann man einen regelmäßigen Hall-Effekt erwarten, vor allem auch einen symmetrischen, während fast sämtliche gewöhnlich untersuchten Leiter einen unsymmetrischen, viele sogar einen positiven Hall-Effekt zeigen. Vielleicht ist auf dem Wege über die Kristalle eine Klärung dieser Fragen möglich. Spezielle Annahmen über das Gitter, ob Ionengitter wie bei Zinkblende oder Atomgitter wie bei Diamant sind vorerst nicht nötig. Vielleicht kann durch Ermittlung der mittleren freien Weglänge, der Geschwindigkeit der Elektronen und der Zeit ihres freien Fliegens etwas über die Art der Elektrizitätsbewegung im Kristall ausgesagt werden, z. B. darüber, ob das einmal ausgelöste Elektron direkt zur Anode fliegt oder ob die Leitung durch Weiterreichen von Atom zu Atom geschieht.

II. Versuchsanordnung.

Verwendet wurden ein Diamant in Plättchenform von 6,4 · 4,0 · 1,3 mm und helle Santander Zinkblende, die in Kistenform geschliffen und hochglanzpoliert wurde. Bei *ZnS* wechselten die Dimensionen nach Bedarf bis zu 8 · 10 · 2 mm. Die Kristalle wurden mit den Schmalseiten durch konstanten Federdruck zwischen zwei mit Stanniolkissen belegte Messingelektroden gepreßt und so zwischen die Polschuhe eines großen Elektromagneten gebracht, daß die Kraftlinien die großen Flächen des Kristallls senkrecht durchsetzen. Vor einer großen Kristallfläche stand ein total reflektierendes Quarzprisma, welches die den lichtelektrischen Effekt hervorrufenden Strahlen senkrecht auf die Kristallfläche wirft. Als Lichtquelle diente eine Quarzlampe. An den Messingelektroden lagen die Enden einer in der Mitte geerdeten Hochspannungsbatterie. Der lichtelektrische Strom wurde galvanometrisch gemessen. An den zwei freien Schmalseiten des Kristalls liegen je eine bewegliche Querelektrode, die bisher immer aus scharfen mit Stanniol beklebten Messingschneiden bestanden. (Siehe Fig. 1.)

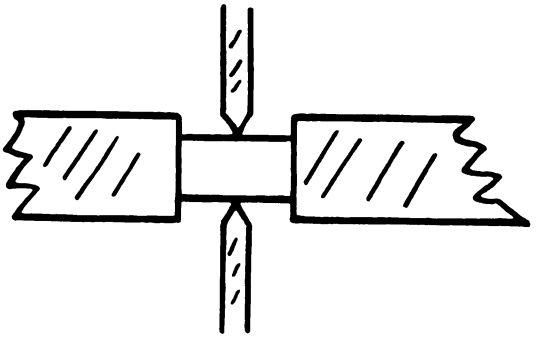


Fig. 1.

Der Gang der Untersuchungen war im allgemeinen folgender: Zuerst wurde geprüft, ob die Isolation der mit destilliertem Wasser und Alkohol abgewaschenen Kristalle im Dunkeln eine vollkommene war, was meistens zutraf. Dann wurde das Potentialgefälle mit jeder Querelektrode einzeln geprüft. Es mußte im dunklen Kristall linear, im belichteten fast linear sein nach Fig. 2, die von den Herren Gudden und Pohl angegeben wird (Zeitschr. f. Phys. 7, 69).

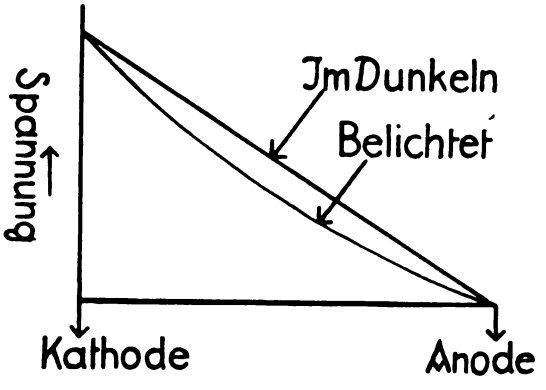


Fig. 2.

Das stellte bei *ZnS* außerordentliche Anforderungen an das Kristallmaterial, das selbst-

Digitized by Google

verständlich frei von Rissen, Schlieren und braunen Eisensulfidstreifen sein mußte. Beim Schleifen muß man in der Wahl der Schleif- und Poliermittel recht vorsichtig sein, um eine völlige oder örtliche Oberflächenleitung durch Verschmieren zu verhüten. War die Potentialverteilung befriedigend, so durfte an dem Quadrantelektrometer, mit dessen Quadrantpaaren die beiden Querelektroden verbunden waren, sowohl im Dunkeln wie im Licht kein Ausschlag entstehen, wenn beide Querelektroden genau gegenüberstanden. Dann konnte man annehmen, daß der Kristall elektrisch homogen sei. Wurde nun der Magnet eingeschaltet, so drängte das Magnetfeld die Elektronen einmal in die eine, das andere Mal in die andere Querelektrode, je nach seiner Richtung. Gemessen wurde die Spannung in Volt, bis zu der sich das Elektrometer auflädt und die der wirkenden magnetischen Kraft das Gleichgewicht hält. Da es sich um Messung einer Potentialdifferenz handelte, deren Lage gegen Erde nicht genau fixiert werden konnte, mußten die auftretenden Hall-Spannungen mit einem Elektrometer ohne Hilfsladung quantitativ gemessen werden. Benutzt wurde ein Quadrantelektrometer in Doppelschaltung. Da man an diesem aber wieder das Vorzeichen des Effektes nicht sehen kann, was besonders bei ZnS stets nötig ist, wurden die Querelektroden auch noch mit einem Quadrantelektrometer in Quadrantschaltung verbunden, an dem nur das Vorzeichen des Effektes festgestellt wurde. Die Nadelspannung desselben muß sehr hoch sein, damit die Spannung der Quadranten immer unter der Nadelspannung bleibt.

Zur elektrostatischen Isolation, die immer peinlich genau sein mußte, diente Bernstein, Hartgummi und Schellack. Sämtliche Zuleitungen waren in geerdete Metallrohre eingeschlossen, die Meßinstrumente standen jedes einzeln in einem Blechkasten, diese alle in einem großen Kasten aus Zinkblech.

III. Bisherige Ergebnisse.

Es wurde die Hall-Spannung H in Abhängigkeit von der Magnetfeldstärke $\mathfrak{H}$, der elektrischen Feldstärke $\mathfrak{E}$ und der Stromstärke i_x untersucht, wobei immer zwei dieser Veränderlichen konstant gehalten wurden.

Es seien hier einige Ergebnisse angegeben:

Diamant.

Der Hall-Effekt kehrt sich in jeder Stellung des Diamanten mit dem Magnetfeld um und ist in beiden Richtungen gleich groß.

a) Die Hall-Spannung ist dem Magnetfeld genau proportional.

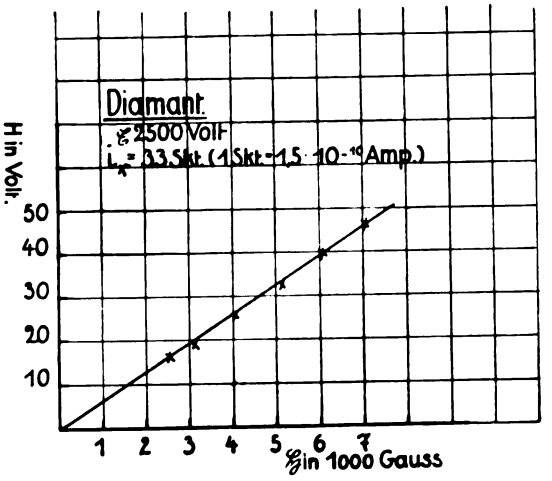


Fig. 3.

Tabelle I.

$\mathfrak{E} = 2500$ Volt. $i_x = 33$ Skt.

$\mathfrak{H}$ in Gauß	H in Volt
2500	16
3000	19
4000	25
5000	31
6000	40
7000	46

b) Die Hall-Spannung steigt anfänglich proportional mit der elektrischen Feldstärke $\mathfrak{E}$ und erreicht schließlich einen Höchstwert.

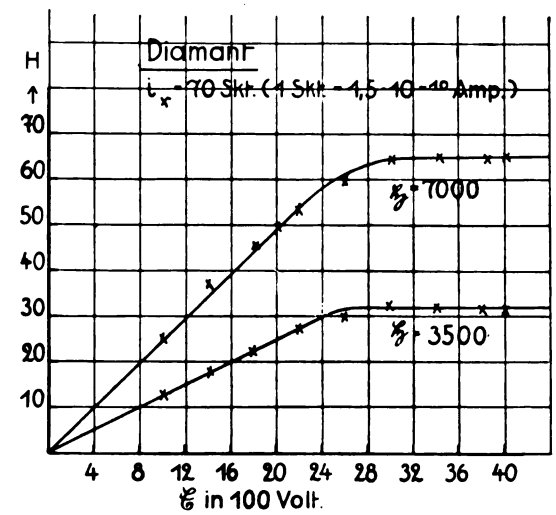


Fig. 4.

Digitized by Google

Tabelle II.
$i_x = 70$ Skt.

$\mathfrak{E}$	H bei $\mathfrak{H} = 3500$	H bei $\mathfrak{H} = 7000$
1000	12	25
1400	18	37
1800	22	46
2000	—	50
2200	28	53
2600	30	60
3000	33	65
3400	32	66
3800	32	65
4000	32	66

c) Die Hall-Spannung steigt bei kleinen Stromstärken rasch mit dieser an und erreicht bald einen Wert, über den sie trotz weitersteigender Stromstärke nicht hinausgeht.

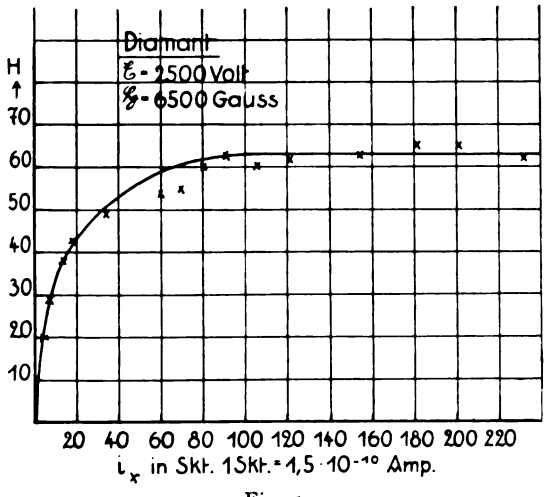


Fig. 5.

Tabelle III.
$\mathfrak{E} = 2500$. $\mathfrak{H} = 6500$

H	i_x
20	4
29	8
38	14
43	18
49	34
54	60
55	70
60	80
63	90
61	105
62	120
63	154
65	180
65	200
63	230

Zinkblende ZnS

zeigt meist überhaupt keinen richtigen Hall-Effekt. Der Ausschlag ändert mit der Umkehrung des Magnetfeldes sein Vorzeichen nicht, sondern geht stets in derselben Richtung. Eine starke Abhängigkeit von der Orientierung des Kristalls scheint vorzuliegen. Es scheint sogar Richtungen zu geben, in denen die Elektronen durch Magnetfelder der benutzten Größe (bis 7000 Gauß) überhaupt nicht bewegt werden können. Die dreizähligen, polaren Achsen des ZnS-Kristalls scheinen mit diesen ausgezeichneten Richtungen zusammenzuhängen. Schleift man den Kristall jedenfalls so, daß die dreizähligen Achsen symmetrisch zur Richtung des elektrischen Feldes $\mathfrak{E}$ liegen, so tritt ein sich mit dem Magnetfelde umkehrender, negativer Hall-Effekt auf, dessen völlige Gleichheit noch nicht erreicht wurde, was vielleicht noch auf geringe Fehler in der Orientierung zurückzuführen ist.

In dieser Stellung fand ich dann genau dieselben Verhältnisse bei der Abhängigkeit der Hall-Spannung von $\mathfrak{H}$, $\mathfrak{E}$, und i_x wie beim Diamanten.

Die Kurven und Tabellen IV, V und VI zeigen das.

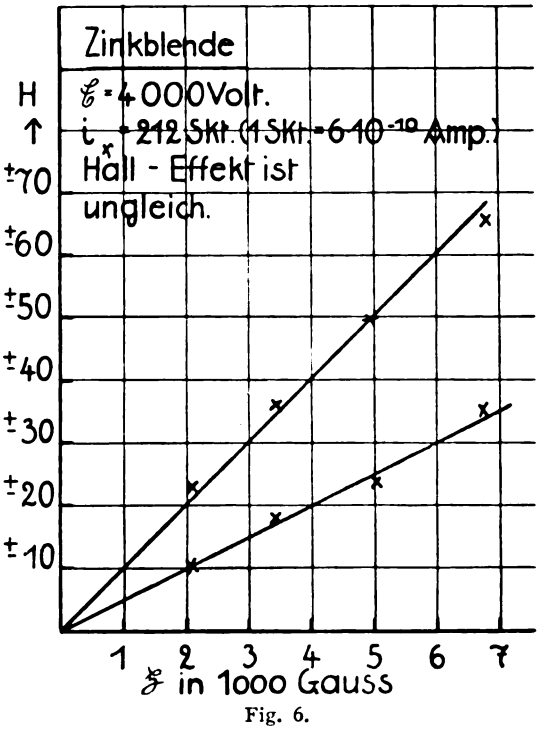


Fig. 6.

Tabelle IV.
$\mathfrak{E} = 4000$ Volt. $i_x = 212$ Skt.

$\mathfrak{H}$	H bei beiden Richtungen von $\mathfrak{H}$	
2000	10	22
3400	17	35
5000	24	50
6800	35	65

Digitized by Google

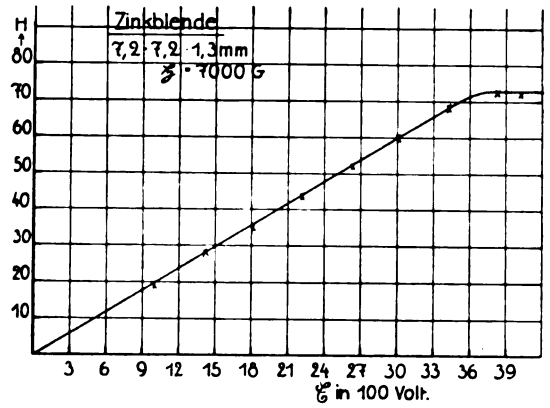


Fig. 7.

Tabelle V.

$\mathfrak{H} = 7000$ G.

$\mathfrak{E}$	H
1000	19
1400	28
1800	35
2200	44
2600	52
3000	60
3400	69
3800	73
4000	72

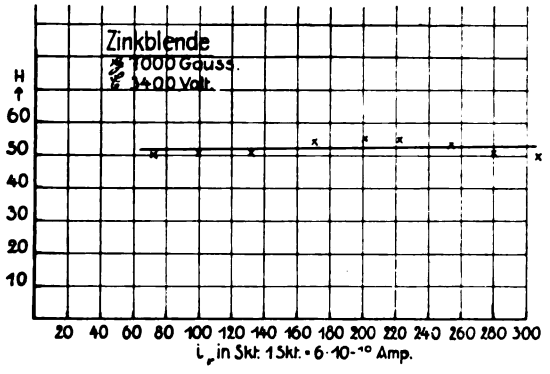


Fig. 8.

Tabelle VI.

$\mathfrak{H} = 7000$ G. $\mathfrak{E} = 3400$ V.

i_x	H
70	50
100	51
130	51
168	54
200	55
220	55
254	53
280	50
310	50

Daß die Hall-Spannung oberhalb einer gewissen Mindestgrenze nicht mehr vom Strom abhängt, tritt hier infolge des größeren Meßbereiches noch deutlicher als beim Diamanten in Erscheinung. Deshalb war es bei Messung der Abhängigkeit von der Spannung $\mathfrak{E}$ nicht mehr nötig, den mit $\mathfrak{E}$ wachsenden Strom konstant zu halten, was sonst größerer Sicherheit wegen durch Glasfilter erreicht wurde.

Nimmt man an, daß die Elektronen, welche in dem Kristall durch die Bestrahlung augelöst werden, durch das elektrische Feld eine Beschleunigung erhalten, bis sie beim Auftreffen auf ein Kristallatom ihre Geschwindigkeit wieder verlieren, so läßt sich aus den elektromagnetischen Gleichungen die freie Weglänge ermitteln, die sich beim Diamanten von der Größenordnung 10^{-6} cm ergibt. Bei der beobachteten Größe des Hall-Effektes ergibt die Theorie Proportionalität mit dem magnetischen Felde. Ohne weiteres verständlich ist auch die Unabhängigkeit der Hall-Spannung von der Stromstärke, soweit sie nur durch Veränderung der Intensität der Bestrahlung geändert wird, während die Abhängigkeit von ihr bei kleinen Stromstärken noch näherer Untersuchung bedarf. Nicht auf einfache Weise zu erklären ist das Konstantwerden der Hall-Spannung in Abhängigkeit vom elektrischen Felde. Hierüber sowie über die Orientierungsfragen der Zinkblende und die Abhängigkeit des Hall-Effektes von der Temperatur sollen weitere Versuche angestellt werden.

München, Physikalisches Institut der Universität, August 1924.

(Eingegangen 3. September 1924.)

Über das Verhältnis der spezifischen Wärmen c_p/c_v für Flüssigkeiten.

Von Teófilo Isnardi.

(Übersetzt und mitgeteilt von R. Gans).

Man pflegt anzunehmen, daß $\varkappa = c_p/c_v$ für Flüssigkeiten gewöhnlich genähert den Wert 1 hat. Daß das nicht immer der Fall ist, soll durch die vorliegende Mitteilung an zwei Beispielen gezeigt werden.

Zur Bestimmung dieser Größe gibt es die folgenden beiden Methoden.

Bedeutet c die Schallgeschwindigkeit, e die Kompressibilität, δ die Dichte bei gegebener Temperatur t, so ist

$$\varkappa = c^2 e \delta. \qquad (1)$$

Digitized by Google

Nimmt man $1/\delta = v$ in der Form

$$v = v_0(1 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + \ldots) \qquad (2)$$

an, in der die thermische Dilatation gewöhnlich gegeben ist, und definiert man den von der Temperatur abhängigen Ansdehnungskoeffizienten α_t durch

$$\left(\frac{\partial v}{\delta T}\right)_p = \alpha_t v_0 = \frac{\alpha_t}{\delta_0}, \qquad (3)$$

so daß

$$v = \frac{1}{\delta} = \frac{1}{\delta_0}\left(1 + \int_0^t \alpha_t dt\right), \qquad (3')$$

so folgt aus (1)

$$\varkappa = \frac{c^2 e \delta_0}{1 + \int_0^t \alpha_t dt}. \qquad (4)$$

Diesen $\varkappa$-Wert wollen wir den akustischen nennen.

Andrerseits ergibt sich aus dem zweiten Hauptsatze[1])

$$c_p - c_v = -\frac{T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p^2}{\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_T}. \qquad (5)$$

In dieser Gleichung können wir $\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p$ durch (3) und $\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_T = -ev$ mittels (3') durch

$$\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_T = -\frac{e}{\delta_0}\left(1 + \int_0^t \alpha_t dt\right)$$

ersetzen und erhalten

$$c_p - c_v = \frac{T\alpha_t^2}{\delta_0 e\left[1 + \int_0^t \alpha_t dt\right]}. \qquad (6)$$

Kennt man c_p, so läßt sich $\varkappa$ aus (6) berechnen[2]). Dieser Wert soll der thermodynamische heißen.

Wir wollen die Rechnung für Äther und Alkohol durchführen. Dazu bedienen wir uns der folgenden Konstanten[3]).

1. Äther.

$\delta_0 = 0{,}7362$ (L. 271); $\alpha_t = 0{,}0_2 151324 + 2\times 0{,}0_3 235918\, t + 3\times 0{,}0_7 400512\, t^2$ (L. 1233);

$e_{0°} = 147 \cdot 10^{-6}$ 1/atm; $e_{20°} = 176 \cdot 10^{-6}$ 1/atm (L. 100);

$c_{0°} = 1145 \cdot 10^2$ cm/sec; $c_{15°} = 1032 \cdot 10^2$ cm/sec (L. 1631);

$c_p = 0{,}529$ cal/Grad (L. 1265);

2. Alkohol.

$\delta_0 = 0{,}80625$ (L. 271); $\alpha_t = 0{,}0_2 104139 + 2\times 0{,}0_6 7836\, t + 3\times 0{,}0_7 17618\, t^2$ (W. III. 98);

$e = 0{,}0_4 974 \cdot (1 + at + bt^2)$ 1/atm mit $a = 0{,}00037988$; $b = 0{,}0_4 455$ (L. 99[1]));

$c_{8,4°} = 1264 \cdot 10^2$ cm/sec; $c_{15°} = 1275 \cdot 10^2$ cm/sec; $c_{23°} = 1160 \cdot 10^2$ cm/sec (W. II. 540);

c_p (zwischen 0^0 und 15^0) $= 0{,}560$; c_p (zwischen 20^0 und 26^0) $= 0{,}576$ (L. 1266).

Daraus ergibt sich die folgende Tabelle:

Substanz	thermodyn. $c_p - c_v$	thermodyn. $\varkappa$	akust. $\varkappa$	Mittel von $\varkappa$ thermodyn.	Mittel von $\varkappa$ akust.
Äther[2]) bei 0^0	0,140	1,360	1,40	1,353	1,34
„ „ 15^0	0,136	1,346	1,28		
Alkohol bei $8{,}4^0$	0,0934	1,20	1,26		
„ „ 15^0	0,0900	1,20	1,31	1,20	1,23
„ „ 23^0	0,0986	1,21	1,12		

Die akustischen Werte schwanken ziemlich infolge der Schwierigkeit der Schallgeschwindigkeitsbestimmung in Flüssigkeiten. Für Wasser von Zimmertemperatur wird praktisch $c_p = c_v$, da $\alpha_t = 0$ für 4^0. Daher erklärt sich die Übereinstimmung der nach (1) unter Annahme von $\varkappa = 1$ berechneten Schallgeschwindigkeit mit den Beobachtungen von Colladon und Sturm.

1) M. Planck, Thermodynamik, 5. Aufl., S. 128. Leipzig 1917.

2) Bereits Clausius, Mech. Wärmetheorie 1, 3. Aufl., S. 191, Braunschweig 1887 hat auf diese Weise c_v für Wasser berechnet; siehe auch C. Dieterici, Wied. Ann. 57, 333, 1896.

3) L mit der dahintergesetzten Zahl bedeutet die Seitenzahl in den Tabellen von Landolt-Börnstein, 5. Aufl., Berlin 1923; W. bedeutet Winkelmann, Handb. d. Physik, die römische Ziffer die Bandzahl.

1) In der 4. Auflage von Landolt-Börnstein sind andere Zahlen angegeben, doch ist es für das Resultat gleichgültig, welches die richtigen sind.

2) W. Voigt, Thermodynamik 1, S. 223, gibt für Äther $\varkappa = 1{,}004$. Das ist die Folge eines Rechenfehlers, wie man durch Nachrechnen mit den von ihm zugrunde gelegten Werten erkennt.

La Plata, Instituto de Física, 20. Juni 1924.

(Eingegangen 26. Juli 1924.)

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Technischen Hochschule in Darmstadt Dr. P. Knipping für Physik, an der Technischen Hochschule in Karlsruhe Dr. A. Riede für Physik, an der Technischen Hochschule in Dresden Dr. B. Schilling für Mathematik.

Ernannt: Der wissenschaftliche Leiter der Optischen Werke E. Leitz in Wetzlar Dr. M. Berek zum Honorarprofessor an der Universität Marburg, der ord. Professor der Physik Dr. G. Mie in Halle in gleicher Eigenschaft an der Universität Freiburg i. B., der a. o. Professor der Meteorologie an der Hochschule für Bodenkultur in Wien Dr. W. Schmidt zum ord. Professor an der gleichen Hochschule, der Privatdozent der Physik an der Universität Rostock Dr. G. Falckenberg zum a. o. Professor.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. F. Harms in Würzburg. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Digitized by Google

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

No. 18. 15. September 1924. Redaktionsschluß für No. 20 am 5. Oktober 1924. 25. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

J. Zenneck, Über ein System, das auf gedämpfte Schwingungen anders reagiert als auf ungedämpfte. S. 441.

G. Stetter, Leitfähigkeitsmessungen an Marmor. S. 441.

M. Holtzmann, Eine neue Methode zur Bestimmung der Temperatur des Taupunktes. S. 443.

Zusammenfassende Berichte:

A. Wigand, Die durchdringende Höhenstrahlung. S. 445.

Besprechungen:

H. Reichenbach, Axiomatik der relativistischen Raum-Zeit-Lehre. S. 463.

R. Rüdenberg, Elektrische Schaltvorgänge und verwandte Störungserscheinungen in Starkstromanlagen. S. 464.

I. Peters, Die mathematischen und physikalischen Grundlagen der Musik. S. 464.

A. C. Elsbach, Kant und Einstein. S. 464.

Berichtigung. S. 464.

Personalien. S. 464.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über ein System, das auf gedämpfte Schwingungen anders reagiert als auf ungedämpfte.

Von J. Zenneck[1]).

Die atmosphärischen Störungen in der drahtlosen Telegraphie, durch die die Empfangsantennen zu gedämpften Schwingungen angestoßen werden, haben die Frage aufgebracht, ob es nicht Systeme gibt, die auf gedämpfte Schwingungen prinzipiell anders reagieren als auf ungedämpfte.

Ein System, das diese Eigenschaft besitzt, ist ein Schwingungskreis mit einer Eisenkernspule. Die Eigenfrequenz eines solchen hängt bekanntlich von der Amplitude der Schwingung in ihm ab. Man kann deshalb einen solchen Kreis wohl in Resonanz bringen mit einem ungedämpft schwingenden Primär-System, da dann im Kreis eine Amplitude von bestimmter Größe hervorgerufen wird. Läßt man aber ein gedämpftes Primär-System auf den Kreis wirken, so ändert sich die Amplitude in ihm während des Ablaufs der Schwingungen. Es kann also der Kreis niemals während des ganzen Ablaufs der Schwingungen in Resonanz mit dem Primär-System sein.

Gegen die praktische Verwendung eines Kreises mit Eisenkernspule scheinen zwei Bedenken zu bestehen.

1. Infolge der Eisenverluste sind seine Eigenschwingungen so stark gedämpft, daß eine wirksame Ausnützung von Resonanzeffekten unmöglich wird. Dieses Bedenken fällt weg, seitdem man in der Rückkoppelung mit einer Elektronenröhre das Mittel hat, um das Dekrement irgendeines Schwingungskreises beliebig klein zu halten.

2. Die Abhängigkeit der Eigenfrequenz eines Schwingungskreises mit einer Eisenkernspule von der Stromamplitude tritt erst ein bei solchen Amplituden, welche die Magnetisierung des Eisenkerns über das Knie der Magnetisierungskurve treiben. Die Verwendung eines solchen Kreises scheint also nur da möglich, wo verhältnismäßig große Stromstärken zur Verfügung stehen. Dieses Bedenken ist hinfällig, seitdem man Eisennickellegierungen kennt, deren Sättigung schon bei Feldern unterhalb eines Gauß liegt.

Versuche über diese Frage sind im hiesigen Institut im Gang. Ich hoffe über ihr Ergebnis in kurzem berichten zu hönnen.

München, Physikalisches Institut der Technischen Hochschule.

(Eingegangen 1. September 1924.)

1) Nach einer Mitteilung in der Bayerischen Akademie der Wissenschaften vom 21. Juni 1924.

Leitfähigkeitsmessungen an Marmor.

Von Georg Stetter.

Im Verlaufe anderer Arbeiten brauchte ich einen hohen elektrischen Widerstand; als Material schien mir Marmor zunächst geeignet. Da aber die Angaben über dessen spezifischen Widerstand außerordentlich verschieden sind, erschienen eigene Messungen nötig. Dabei ergab sich sofort eine so erhebliche Abhängigkeit des elektrischen Widerstandes von der Feuchtigkeit, daß diese zum speziellen Gegenstand der Untersuchung gemacht wurde. Daß eine solche Abhängigkeit überhaupt bestehe, war ja von vornherein anzunehmen; der Einfluß der Luftfeuchtigkeit auf die Oberflächenleitfähigkeit der Isolatoren (auch pulverförmiger Substanzen) ist

Digitized by Google

ja, längst bekannt, auch in neuerer Zeit mehrmals untersucht worden[1]).

In wie weiten Grenzen auch die „Volumsleitfähigkeit" des Marmors von der Feuchtigkeit abhängt, dafür sollen im folgenden Zahlen angegeben werden. Das Material war schöner, weißer Marmor ohne fremde Einsprengungen und sichtbare amorphe Beimengungen. Solche Fremdbestandteile verändern ja (vermehren meist) die Leitfähigkeit des Marmors, aber in viel geringerem Maße als der Feuchtigkeitsgehalt.

Die zu untersuchende Platte wurde wie gewöhnlich zur Messung hergerichtet (sorgfältige Graphitierung, z. T. gepolsterte Stanniolelektroden, zweifacher Schutz gegen Oberflächenleitung). Die ganze Anordnung wurde einmal in feuchtigkeitsgesättigte, bei einem zweiten Versuch in trocken gehaltene Luft gebracht und der Widerstand mit Spiegelgalvanometer, bzw. elektrometrisch gemessen.

Zunächst betrug der spezifische Widerstand, da die Außenluft gerade ziemlich trocken war, $2{,}6 \cdot 10^{13}\,\Omega$, sank dann (Versuch I) innerhalb eines Tages auf den hundertsten Teil, um im Verlaufe von weiteren 7 Tagen immer langsamer auf $1{,}5 \cdot 10^{10}\,\Omega$ abzufallen, wo er bei Beobachtung durch weitere 11 Tage ziemlich konstant blieb. Geringe Schwankungen stellten sich als Folgen von Veränderungen der Außentemperatur heraus. Das Absinken des Oberflächenwiderstandes, der separat gemessen wurde, zeigte, abgesehen von einem kleinen Vorsprung im Anfang, einen ganz ähnlichen Verlauf. Das beweist, daß das Eindringen des Wasserdampfes in die Poren des Steins ziemlich rasch erfolgt (einige Stunden bei einer Platte $83 \times 64 \times 22$ mm), während die Lösung, bzw. chemische Veränderung nur langsam vor sich geht. Es ist ja bei Anwesenheit von Kohlensäure mit der Bildung von leicht löslichem Bikarbonat $[Ca(HCO_3)_2]$ zu rechnen, das dann die Leitfähigkeit erhöht. Nach Einführung frischer Luft (somit auch CO_2) zeigte sich daher auch ein weiterer Abfall des Widerstandes auf $4{,}2 \cdot 10^{9}\,\Omega$.

Versuch II (trockene Luft) ergab während 3 tägiger Beobachtung umgekehrt ein zuerst rasches, dann langsameres Ansteigen des spezifischen Widerstandes, wobei der zuletzt gemessene Wert $1{,}1 \cdot 10^{15}\,\Omega$ war. Dabei sank die Oberflächenleitfähigkeit gleich im Anfang sehr rasch und wurde nach einer halben Stunde schon unmerkbar. Um nun zu einem Endwert zu kommen und da es auch nicht sicher war, ob sich auf diesem Wege eine völlige Wasserfreiheit erreichen lasse, wurde darauf der Versuchsblock durch 3 Stunden in siedendem Paraffin gebadet, wodurch wohl eine vollständige Entwässerung erreicht wird. Um mich von dem Eindringen des Paraffins zu überzeugen, zertrümmerte ich nach dem Versuch den Block und konnte das Paraffin an Stücken aus dem Innern nachweisen. Die Widerstandsmessung ergab ca. $10^{16}\,\Omega$. Durch das Paraffinieren neu hinzugekommene Übergangswiderstände können hier eine gewisse Rolle gespielt haben. Der physikalisch richtige Wert des spezifischen Widerstandes von Marmor als kristallinischer Form von $CaCO_3$ liegt jedenfalls höher als $1{,}1 \cdot 10^{15}$ (da die Kurve dort noch steigende Tendenz hat) und unter $10^{16}\,\Omega$, kann somit mit ca. $5 \cdot 10^{15}\,\Omega$ pro Zentimeterwürfel angegeben werden. Eine genauere Bestimmung ist wegen der Verschiedenheit des Materials ohnehin nicht möglich.

G. v. Hevesy[1]) hat genaue Widerstandsmessungen an Marmor, aber nur bei höheren Temperaturen, ausgeführt. Der steile Anstieg des Widerstandes mit fallender Temperatur ist jedenfalls bemerkenswert und ließ schon einen sehr hohen Wert für Zimmertemperatur (bei meinen Messungen 25° C) erwarten. Den höchsten Wert unter den bisherigen Angaben gibt H. Löwy[2]) an, nämlich $> 10^{11}\,\Omega$ für verschiedene Kalkgesteine im trockenen Zustande, also auch nur eine untere Grenze.

Was ich im Anfang als „Volumsleitung" bezeichnet habe, ist, solange Feuchtigkeit vorhanden ist, im Grunde auch nichts anderes als Oberflächenleitung, nämlich an den Wandungen der den Stein nach allen Richtungen durchziehenden feinen Poren. Unter der Einwirkung der Luftfeuchtigkeit überziehen sich die Wände dieser Kapillaren mit einer leitenden Haut, ohne daß sich diese selbst mit Wasser füllen. Wenn man nämlich dafür sorgt, daß letzteres eintritt, indem man den Marmor einige Zeit ins Wasser legt, so erhält man einen spezifischen Widerstand von nur ca. $10^{6}\,\Omega$! Daß hier nur eine beiläufige Angabe möglich ist, hat seinen Grund darin, daß sich der Widerstand mit der angelegten Spannung (hier 1—100 Volt) in der bekannten Weise ziemlich stark ändert, was bei den hohen Widerstandswerten trockenen Marmors nur in sehr geringem Maße der Fall ist.

Der letzte, niedrige Wert muß — abgesehen von der Oberflächenleitung, die, wenn sie nicht verhindert wird, in der Regel viel mehr ausmacht — bei der elektrotechnischen Verwendung

1) z. B. Goddard, Phys. Rev. **28**, 40—428, 1909; Lunelund, Ofvers Finsk. Förhandl. 55, Nr. 13, 1913; Curtis, Journ. Wash. Acad. **4**, 492—494, 1914; Bull. Bur. of Standard **11**, 359—420, 1915 (Beibl. Ann. d. Phys., Bd. 39 u. 40).

1) Zeitschr. f. Phys. **10**, 80, 1922.

2) Ann. d. Phys. **36**, 125—133, 1911.

Digitized by Google

des Marmors (Schalttafeln) schon beachtet werden. Jedoch ist die Sache aus dem Grunde weniger gefährlich, weil auch bei mäßig feuchter Luft die Verdampfung aus den Poren rascher vor sich geht als die Aufsaugung, etwa aus einem feuchten Grunde, erfolgt.

Bei den Messungen am feuchten Stein wurde noch eine Erscheinung beobachtet, die unter anderen schon von Kohlrausch und Heydweiller[1]) an sehr verdünnten Lösungen bemerkt und auch erklärt worden ist: bei längerem Stromdurchgang sank die Leitfähigkeit bis auf ca. $^1/_{1000}$; bei Polwechsel tritt eine geringe Steigerung, dann wieder Abfall ein (bei Schalttafeln Pole womöglich nicht wechseln!). Es findet eine Reinigung des Wassers von den gelösten Bestandteilen statt. Jedoch dürfte auch Kataphorese dabei eine Rolle spielen, da es nach dem Öffnen des Stromes nur zu einer teilweisen Erholung kommt. Ferner erreicht oberflächlich gut befeuchteter Marmor bei dauernd angelegter Spannung viel rascher den vollen Wert seiner Leitfähigkeit, wobei das Galvanometer ruckweise hinaufschnellt, offenbar das kataraktartige Vordringen des Wassers durch enge Stellen der Kapillaren anzeigend.

Leitfähigkeitsmessungen können so auch über die Konstitution des Gesteins Auskunft geben; z. B. läßt sich aus der Beziehung zwischen Oberflächen- und „Volums"leitfähigkeit in Verbindung mit Gewichtsbestimmungen des trockenen und feuchten Marmors[2]) unter gewissen vereinfachenden Annahmen leicht ausrechnen, daß der hier untersuchte Marmor von Kapillaren vom (durchschnittlichen!) Querschnitt $q = 15 \cdot 10^{-8}$ cm² durchzogen ist; auf 1 cm² Querschnitt kommen 730 dieser feinen Öffnungen. Die Leitfähigkeit des feuchten (wassergesättigten) Steins statt der Gewichtsbestimmung heranzuziehen, ist wegen der Unbestimmtheit des Bodenkörpers der in den Poren befindlichen Lösung nicht möglich; allenfalls kann umgekehrt auf diesen geschlossen werden. Auch eine Bestimmung der Korngröße ist nach obigen Angaben möglich, jedoch soll hier auf solche Berechnungen nicht näher eingegangen, sondern nur auf die Möglichkeiten, die die Methode zur Untersuchung von Gesteinen bietet, hingewiesen werden.

1) Wied. Ann. **53**, 209, 1894 u. **54**, 385, 1895.
2) Der untersuchte Marmor nimmt ca. $^1/_{3000}$ seines eigenen Gewichtes an Wasser auf.

Wien, II. phys. Inst. d. Universität, Juli 1924.

(Eingegangen 4. August 1924.)

Eine neue Methode zur Bestimmung der Temperatur des Taupunktes.

Von Mark Holtzmann.

1. Die übliche Methode der Bestimmung der Temperatur des Taupunktes beruht auf der Beobachtung der Momente des Erscheinens und des Verschwindens eines Wasserdampfbeschlages auf einer polierten Oberfläche. Jedoch leiden die nach diesem Prinzip konstruierten Hygrometer, sowie die Methode selbst, an folgenden Übelständen: erstens ist die Bestimmnng des Zeitpunktes des Erscheinens und des Verschwindens des Niederschlages in hohem Maße subjektiv; zweitens aber darf bei Präzisionsmessungen die Differenz zwischen der am Thermometer abgelesenen und der wirklichen Temperatur der Oberfläche, an der sich der Niederschlag bildet, nicht mehr vernachlässigt werden.

Im Zusammenhang mit einer von mir unternommenen Untersuchung der Bedingungen der Kondensation des Wasserdampfes an einer abgekühlten Oberfläche ist es mir gelungen, eine Methode zur genaueren Bestimmung des Taupunktes zu finden und einen neuen Typus des Hygrometers zu konstruieren.

Das Wesen der Methode besteht im folgenden:

Es sei AB ein Metallstab mit gutem Wärmeleitvermögen und mit einer spiegelnden Oberfläche. Seine beiden Enden A und B werden auf konstanten Temperaturen t_A bzw. t_B gehalten, wobei $t_A < t_B$ ist und die Temperatur t_0 des Taupunktes innerhalb des Intervalles (t_A, t_B) liegt.

Es ist klar, daß infolge einer stetigen Temperaturabnahme längs des Stabes ein Teil des letzteren, nämlich derjenige von A bis zu einem gewissen, dem Taupunkt entsprechenden Querschnitt C[1]) sich mit einem Taubeschlage alllmählich abnehmender Dicke bedecken wird.

Die Aufgabe reduziert sich auf die Bestimmung der Temperatur der Oberflächenschicht des Stabes längs der dem Querschnitt C entsprechenden Grenzlinie.

Diese Temperatur wird mit Hilfe eines Thermoelements bestimmt. Damit man aber die Temperatur gerade der Oberflächenschicht des Stabes an der betreffenden Stelle finden könne, wird als eine der Lötstellen des Thermoelements eben diese Oberflächenschicht verwendet, d. h. die einen Enden der dünnen Drähtchen des Thermoelements sind sorgfältig an die äußere Oberfläche des Stabes AB längs des Querschnittes C angelötet.

1) Die Temperatur der Oberfläche des Stabes in C muß gleich t_0 sein.

Digitized by Google

Nach dem soeben besprochenen Prinzip wurden von mir zwei Typen von Hygrometern ausgearbeitet. Ein Hygrometer des ersten Typus ist bereits konstruiert und wird im Laboratorium für experimentelle Geophysik des Physikalischen Zentralobservatoriums verwendet; die Konstruktion des anderen Hygrometers ist noch nicht vollendet.

2. Erster Typus. Das Wesentliche seiner Einrichtung ist in der Fig. 1 angedeutet.

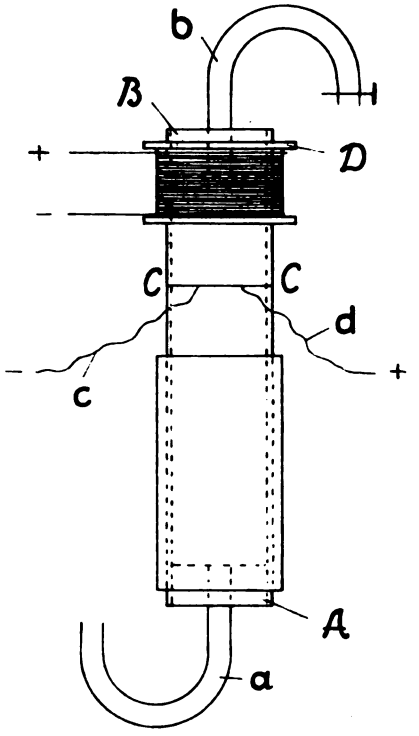


Fig. 1.

AB ist ein kupfernes Rohr von 15 cm Länge und 2 cm innerem Durchmesser; die Dicke der Wände beträgt 1 mm. Beide Enden des Rohres sind zugepfropft; durch beide Pfropfen gehen kleine Röhrchen a und b hindurch, durch welche von unten nach oben (von A zu B) die abkühlende Flüssigkeit hindurchströmt. Die äußere Fläche des Rohres ist poliert und längs des Querschnittes C ist ein feiner Strich aufgetragen. Auf dem oberen Ende B ist eine Spule D mit einem darauf aufgewickelten isolierten Draht angebracht; der Draht wird mit Hilfe eines elektrischen Stromes erwärmt. Die Geschwindigkeit des Flüssigkeitsstromes wird mit einem Hahn reguliert; die Stärke des in entgegengesetzter Richtung (von der Spule aus) fließenden Wärmestromes wird durch die Änderung des Widerstandes reguliert, welcher in den die Spule speisenden elektrischen Strom eingeschaltet ist.

Indem man den Flüssigkeits- und den Wärmestrom reguliert, kann man die Grenze des Taubeschlages bis zu der dem Querschnitt C entsprechenden Linie verrücken, wo die an die Oberfläche des Rohres angelöteten Drähtchen c und d des Thermoelements sich befinden.

In diesem Moment wird das Galvanometer die Temperatur des Taupunktes angeben, oder vielmehr eine Temperatur, die sich von derjenigen des Taupunktes sehr wenig unterscheidet.

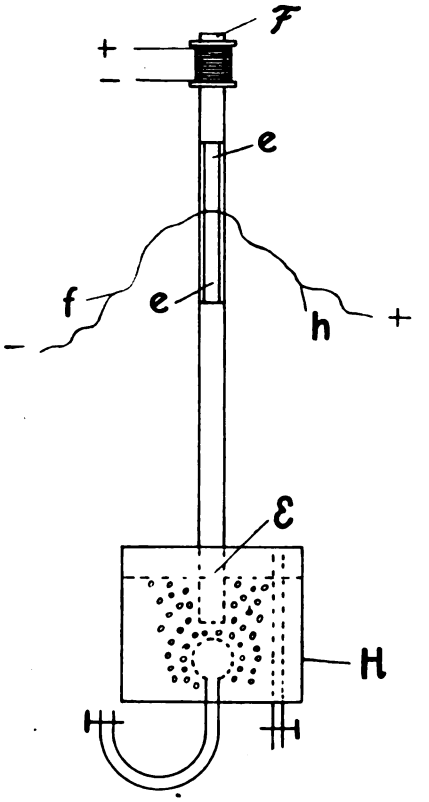


Fig. 2.

Das Thermoelement wurde folgendermaßen graduiert. Das Rohr AB (d. h. eine der Lötstellen des Thermoelements) wurde in ein Gefäß mit fortwährend umgerührtem Wasser getaucht, dessen Temperatur um je $^1/_2$ Grad geändert wurde, wobei die Temperatur der anderen Lötstelle konstant blieb; die Angaben des Galvanometers wurden nach der gewöhnlichen Methode der Spiegelablesung registriert.

Um möglichst genaue Resultate zu erhalten, muß man bei den Messungen die nötigen Manipulationen in folgender Reihenfolge verrichten und folgende Regeln beachten. 1. Den die Heizspule speisenden Strom einschalten, so daß sie merklich warm wird. 2. Vorsichtig die abkühlende Flüssigkeit (deren Temperatur um

Digitized by Google

etwa $2-3^0$ unter dem Taupunkt sein muß) solange strömen zu lassen, bis sich auf der Oberfläche ein sehr schwacher Beschlag gebildet hat, der etwas über die durch den Strich angedeutete Stelle reicht. 3. Den Flüssigkeitsstrom ausschalten und den erwärmenden Strom abschwächen; während die Grenze des Taubeschlages allmählich sinkt, muß man endlich, in dem Moment, wo diese Grenze mit dem aufgetragenen Strich eben zusammenfällt, die Angabe des Galvanometers ablesen.

Bei genügender Übung und Sorgfältigkeit erhält man bei sukzessiven Messungen für die Temperatur des Taupunktes Zahlen, die voneinander nur um etwa $0{,}02-0{,}03^0$ verschieden sind.

Dagegen unterscheidet sich die aus mehreren Versuchen mit dem soeben beschriebenen Hygrometer erhaltene relative Feuchtigkeit von der mit Hilfe des Aßmannschen Psychrometers ermittelten um 0,4 bis 0,6 Proz., welcher Unterschied hauptsächlich der Ungenauigkeit der Psychrometermessungen zuzuschreiben ist.

3. Zweiter Typus. Sondenhygrometer. Dieser Hygrometertypus, der jetzt eben konstruiert wird, ist hauptsächlich zur Messung der Temperatur des Taupunktes in einem kleinen geschlossenen Raume bestimmt; dabei ist er für Messungen im Falle geringer absoluter Feuchtigkeit geeignet.

Das Schema des Apparates ist aus der Fig. 2 ersichtlich.

Das eine Ende eines dünnen runden Silberstabes EF befindet sich in dem Gefäße H, welches Äther enthält, der langsam durch künstliche Verdampfung abgekühlt wird. Auf dem anderen Ende ist eine Heizspule angebracht.

Auf der Vorderseite des Stabes befindet sich ein hochpolierter flacher Ausschnitt ee. Dünne Drähtchen f und h, die ein Thermoelement bilden, sind an die Ebene ee längs einer bestimmten Geraden angelötet.

Die Wirkung des Apparates ist aus dem Vorhergehenden klar und bedarf keiner weiteren Erläuterungen.

Zur Bestimmung der Feuchtigkeit in einem kleinen geschlossenen Raume genügt es, in diesen Raum nur den Teil ee des Stabes einzuführen.

Petersburg (Leningrad), Laboratorium für experimentelle Geophysik des Physikalischen Zentralobservatoriums, 31. Juli 1924.

(Eingegangen 13. August 1924.)

ZUSAMMENFASSENDE BERICHTE.

Besorgt von R. Seeliger.

Die durchdringende Höhenstrahlung.

Von A. Wigand.

Inhalt: I. Vorbemerkung. — II. Historisches. — III. Meßverfahren. — IV. Eigenschaften. — V. Ursprung. — VI. Zusammenhang mit Erdfeldproblem. — VII. Aufgaben. — Literaturverzeichnis.

I. Vorbemerkung.

Die luftelektrische Forschung besitzt ein Problem, das in hohem Maße das Interesse des Physikers in Anspruch nimmt: die durchdringende Höhenstrahlung. In der Atmosphäre ist eine Strahlung vorhanden von so hohem Durchdringungsvermögen, daß man Grund hat, hier an eine Erweiterung des elektromagnetischen Spektrums über die härtesten γ-Strahlen der bekannten radioaktiven Substanzen hinaus zu glauben, falls, wie man meist annimmt, eine solche Wellenstrahlung hier vorliegt. Die physikalische Natur dieser Strahlung und ihre Entstehung gilt es aufzuklären.

Für die kosmische Physik, besonders die Geophysik, ist diese Strahlung von Bedeutung durch ihre vermutlichen Beziehungen zu Vorgängen auf der Sonne oder in bestimmten Teilen des Fixsternhimmels, durch mögliche Zusammenhänge mit Erdmagnetismus und Polarlicht in Verbindung mit der Sonnentätigkeit und durch das neue Licht, in das die noch ungeklärte Erhaltung des elektrostatischen Erdfeldes gerückt wird, wenn man die durchdringende Höhenstrahlung in Betracht zieht.

Es soll im Folgenden berichtet werden über die gesicherten Ergebnisse der experimentellen Erforschung der durchdringenden Höhenstrahlung und auch über die Hypothesen zur Frage ihres Ursprungs und ihrer Wirkung. Die durchdringende (γ-)Strahlung des Erdbodens und der untersten Schichten der Atmosphäre wird nur nebenbei zu behandeln sein.

II. Historisches.

1. Beobachtungen in der freien Atmosphäre.

Die Entdeckung der durchdringenden Höhenstrahlung durch Beobachtungen in der freien Atmosphäre vollzog sich so:

Digitized by Google

Bei einer Freiballonfahrt am 11. Dezember 1909 fand Gockel[12]) durch Beobachtung der Ionisation in einem abgeschlossenen Metallgefäß, daß die als Ionisator angenommene, die Gefäßwand von außen her durchdringende Strahlung in einer Höhe von 4,0—4,5 km lange nicht in dem Maße abnahm gegenüber dem Werte dieser Strahlung am Erdboden, wie man erwarten könnte, wenn sie als γ-Strahlung in der Hauptsache vom Erdboden ausginge. Bei zwei weiteren Ballonfahrten 1910 und 1911 hat Gockel[20]) dann diese Beobachtung bestätigt und erweitert, indem er feststellte, daß, nach anfänglicher Abnahme der Strahlung mit wachsender Höhe in den unteren Luftschichten, von 1,7—2,8 km Höhe die Strahlung mit der Höhe langsam zunahm. Daraus folgerte Gockel, daß ein nicht unbeträchtlicher Teil der durchdringenden Strahlung in der Atmosphäre unabhängig ist von der radioaktiven Substanz der oberen Erdschicht.

Die Messungen von Bergwitz[13]) auf einem 80 m hohen Turm und bei einer Ballonfahrt in 1,3 km Höhe, sowie die späteren Beobachtungen von Mc Lennan und Macallum[21]) auf einem 64 m hohen Turm ergaben zwar eine beträchtliche, jedoch für ausschließliche Bodenstrahlung doch nicht ganz ausreichende Abnahme der durchdringenden Strahlung. Wulf[16]) fand auf dem 300 m hohen Eiffelturm die Abnahme der durchdringenden Strahlung im Vergleich mit dem Werte am Boden in Paris so gering, daß er daraus und aus Gockels Ballonbeobachtungen folgerte, es sei außer der Erdrinde noch eine andere Quelle für γ-Strahlung in den höheren Luftschichten vorhanden, oder aber die γ-Strahlung des Erdbodens werde weniger, als bisher angenommen, durch die Luft absorbiert.

Zur Klärung dieser Frage bestimmte Heß[22]) für die γ-Strahlung von *RaC* den Absorptionskoeffizienten in Luft direkt und fand ihn von derselben Größe, wie er sich früher an festen und flüssigen Körpern ergeben hatte, so daß das durch Bodenstrahlung nicht erklärbare Verhalten der durchdringenden Strahlung in der freien Atmosphäre bestehen blieb. Ferner unternahm Heß[22, 28, 33]) in den Jahren 1911 bis 1913 10 Ballonfahrten, bei denen er mit verbesserter Apparatur zur Beobachtung der durchdringenden Strahlung erstmalig quantitative Werte in der freien Atmosphäre messen konnte. Er bestätigte die instrumentell noch anfechtbaren Gockelschen Ergebnisse, indem er mit wachsender Höhe anfangs Abnahme und darauf langsame Zunahme der durchdringenden Strahlung fand, beobachtete dann in den Höhen von 4,0—5,2 km eine sehr beträchliche Strahlungszunahme und bei Dauerbeobachtungen in 140 bis 190 m freier Höhe über dem Boden auch zeitliche Schwankungen; in ungefähr 1 km Höhe wurde das Minimum, zwischen 1,0 und 2,0 km Höhe derselbe Wert der Strahlung wie am Boden gefunden.

Heß schloß auf die Existenz von Ionisatoren mit durchdringender Strahlung in der Luft, außer denen der Erde, deren Wirkung mit der Höhe zunimmt, und stellte, da die Menge des *RaC* und anderer γ-Strahler in der Luft zur Erklärung dieser Zunahme sowie der Schwankungen nicht entfernt ausreicht, die Hypothese auf, daß eine sehr durchdringende Strahlung außerterrestrischen Ursprungs von oben in die Atmosphäre eindringt und auch noch in den untersten Luftschichten einen Teil der in geschlossenen Gefäßen beobachteten Ionisation bewirkt. Eine außerterrestrische Quelle durchdringender Strahlung war schon früher von Richardson[3]) vermutet, aber wegen zu starker Absorption der Strahlung in der Atmosphäre bestritten worden (Kurz[7])). Auch ein radioaktiver Stoff in größeren Höhen der Atmosphäre wurde von Heß als mögliche Quelle der durchdringenden Höhenstrahlung in Erwägung gezogen.

Inzwischen stellte Gockel[23, 25, 31]) in Gemeinschaft mit Kleinschmidt Beobachtungen über Seen mit Fesselballonen an: Die auf der Wasseroberfläche gemessene durchdringende Strahlung ist, was auch Mc Lennan[4]), Gockel[8]), Pacini[10, 17]), von Schweidler[14]), Simpson und Wright[18]) gefunden hatten, infolge der Absorption der Strahlung des Erdbodens durch das Wasser verringert. In 300—500 m Höhe über dem See hat die Strahlung nach Gockels und Kleinschmidts Messungen teils dieselbe Intensität wie unten auf dem See, teils eine geringere; und 3,0 km über dem See wurde eine Zunahme der durchdringenden Strahlung gefunden, in Übereinstimmung mit den Freiballonbeobachtungen von Gockel und Heß.

Es folgen nun 1913 und 1914 fünf Freiballonfahrten von Kolhörster[36, 39, 42, 43, 45, 47, 49]), durch die mit weiter verbessertem Meßgerät zunächst das von Gockel und Heß bis 5 km Höhe gefundene Verhalten der durchdringenden Höhenstrahlung bestätigt wurde. Sodann fand Kolhörster durch Ausdehnung seiner Beobachtungen bei zwei Hochfahrten bis 6,2 und 9,3 km Höhe eine weitere bedeutende Zunahme der Strahlungsintensität. Er versuchte auch, aus dem Verlauf der Höhenkurve der durchdringenden Strahlung ihren Absorptionskoeffizienten zu bestimmen, unter der Annahme, daß die Strahlung vertikal von oben kommt und eine durch den Luftdruck des Meßortes gegebene Luftschicht durchsetzt hat. Danach würde die Höhenstrahlung einen sechsmal kleineren Ab-

Digitized by Google

sorptionskoeffizienten als die härtesten bekannten γ-Strahlen haben, also eine sonst noch unbekannte Strahlung von außerordentlich hohem Durchdringungsvermögen sein. Daß eine solche, von oben kommende Strahlung in meßbarem Betrage auch noch am Erdboden nach Durchsetzung der ganzen Atmosphäre existiert, stimmt damit überein.

2. Beobachtungen am Erdboden.

Unabhängig von den Beobachtungen in der freien Atmosphäre ist Pacini[5]) durch Beobachtungen am Erdboden zu der Ansicht gelangt, daß eine Quelle durchdringender Strahlung unabhängig von der Strahlung der radioaktiven Substanzen der Erdrinde in der Atmosphäre wesentlich wirksam sei. Dem stand die damals herrschende Auffassung entgegen (Kurz[7]), Gockel[8]), Wulf[9])), die in der γ-Strahlung der radioaktiven Substanzen des Erdbodens und der auf dem festen Boden niedergeschlagenen radioaktiven Induktionen die fast ausschließliche Quelle der beobachteten durchdringenden Strahlung sah. Pacini wurde 1908 zu seiner Ansicht geführt durch Verfolgung der zeitlichen Schwankungen der durchdringenden Strahlung in 1,09 km Höhe zu Sestola im Appennin. Zwar dachte er zunächst, wie auch Gockel anfangs bei seinen Ballonbeobachtungen, an die γ-Strahlung der radioaktiven Substanzen der Luft, die auch von Mache[11]) für die 1907—1908 in Innsbruck beobachteten zeitlichen Schwankungen der durchdringenden Strahlung im Zusammenhang mit den meteorologischen Bedingungen verantwortlich gemacht wurden. Dann aber kam Pacini[10, 17]) durch seine Simultanbeobachtungen des täglichen Ganges auf dem Meere, auf einem See und an Land zu der Überzeugung, daß die radioaktiven Substanzen der Luft ebensowenig wie die des Wassers und des Erdbodens ausreichen, um die über Wasser und Land gleichzeitigen Schwankungen sowie den hohen Betrag zu erklären, den die durchdringende Strahlung über dem Meere und in der freien Atmosphäre besitzt. Kleinschmidt (Gockel[23])) hat die von Pacini gefundene Parallelität der Strahlungsschwankungen über Wasser und Land bestätigt.

Durch Vergleich der Strahlung auf einer Wasseroberfläche und unter Wasser mit allseitig so dickem Wassermantel, daß die von außen kommende γ-Strahlung vollkommen absorbiert werden muß, hat zuerst Pacini[24]) den Betrag der von den γ-strahlenden Substanzen des Bodens und der Luft unabhängigen äußeren durchdringenden Strahlung zu bestimmen versucht. Absorptionsmessungen mit Metallschirmen sowie unter Wasser waren vorher schon von Rutherford und Cooke[1]) sowie von Wulf[9]) ausgeführt worden.

III. Meßverfahren.

Zur Messung der durchdringenden Strahlung durch ihre ionisierende Wirkung im geschlossenen Metallgefäß wird entweder eine große Ionisierungskammer mit Innenelektrode in Verbindung mit einem Elektrometer verwendet, oder aber das Elektrometergehäuse als Ionisierungskammer ausgebildet, wobei dann die Elektrometerblättchen oder -fäden im Innern des Gefäßes die Zerstreuungselektrode darstellen; die Gefäßwand ist dabei zu erden. Das umgekehrte Verfahren, nach dem man bei konstanter Aufladung des Gehäuses den Aufladungsvorgang der vorher geerdeten Innenelektrode verfolgt, wird seltener verwendet. Der Gasinhalt des Gefäßes muß emanationsfrei gemacht werden.

Beobachtet man den zeitlichen Entladungsverlauf dV/dt des negativ aufgeladenen Elektrometers in Volt/sec, so wird mit der Elektrometerkapazität C cm, dem nutzbaren Luftvolumen L cm^3 des Gefäßes und der Elementarladung $e = 4{,}77 \cdot 10^{-10}$ E.S.E. die Ionisierungsstärke N, d. h. die Zahl der Ionenpaare, die im cm^3 und der Sekunde gebildet werden:

$$N = \frac{C}{300 \cdot L \cdot e} \cdot \frac{dV}{dt} \text{ Ionenpaare cm}^{-3}\,\text{sec}^{-1}.$$

Dabei ist Sättigungsstrom vorausgesetzt. Wir bezeichnen im Folgenden zur Abkürzung „Ionenpaare cm^{-3} sec^{-1}“ mit J.

Um den an sich kleinen Effekt möglichst genau messen zu können, macht man L groß und gibt dem Elektrometer möglichst kleine Kapazität und damit hohe Stromempfindlichkeit. Durch genügend hohe Aufladung der Innenelektrode und geeignete Formgebung des Gefäßes (Vermeidung toter Ecken) ist für hinreichende Vollständigkeit des Sättigungsstromes zu sorgen.

Wulf[6]) hat einen Spezialapparat zur Messung der durchdringenden Strahlung angegeben (Ausführung von Günther & Tegetmeyer, Braunschweig), ein Zweifadenelektrometer, dessen Fäden zentral in einem großen zylindrischen Metallgefäße sitzen. Durch eingehendes Studium dieses Apparats (Bergwitz[34]), Dorno[35])) und fortgesetzte Verbesserungen von Wulf, Heß[28, 37]) und besonders Kolhörster[36, 39, 42, 45, 47, 87]) gelang es, das Instrument soweit zu vervollkommnen, daß es luftdicht verschließbar und beträchtlichen Über- und Unterdrucken gewachsen, damit also für Unterwasserversuche und Luftfahrten (auch Hochfahrten) geeignet, sowie von Druck- und Temperatureinflüssen praktisch unabhängig ist (Fig. 1).

Zur Prüfung der Isolation ist ein enger Hilfszylinder (i) vorgesehen, der über die Elektrometerfäden geschoben werden kann und den größten Teil des Zerstreuungsraums von den

Digitized by Google

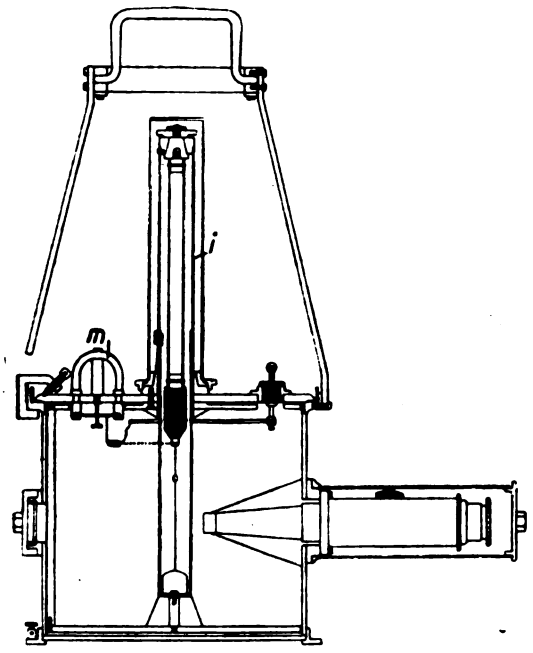


Fig. 1.

Fäden abschließt. Der Ladungsverlust durch unvollkommene Isolation kann bei gutem Zustand des Apparates auf 1 bis 2 Proz. der Ionisierungsstärke, also innerhalb der Meßfehlergrenze gehalten werden; daß er infolge Verstärkung der Leitung über die Isolation bei tiefen Temperaturen so stark zunimmt (wie Kunsmann[78]) auf Grund von Versuchen mit unzureichender Gastrocknung behauptet), um die starke Zunahme der durchdringenden Strahlung in größeren Höhen vorzutäuschen, ist nach besonderen Versuchen von Otis[99]) unzutreffend. Jedenfalls läßt sich eine solche Verschlechterung der Isolation durch scharfe Gastrocknung unschwer vermeiden.

Die Fäden sind in der Achse des vertikal stehenden Gefäßzylinders angeordnet. Eine Ladesonde im Inneren kann mechanisch oder magnetisch (m) von außen betätigt werden.

Die Wandstärke des Zylinders beträgt mindestens 2 mm Zink, damit weichere Strahlen (α und β) von außen nicht merklich eindringen können. Im Inneren ist der Zylinder elektrolytisch verzinkt, um die Eigenstrahlung der Gefäßwand möglichst herabzusetzen. Als Gefäßinhalt wird 3 bis $4^1/_2$ l gewählt.

Der Wulf-Kolhörstersche Apparat gestattet vermöge seiner hohen Stromempfindlichkeit, bei einer Elektrometerkapazität von 1,3 bis 1,0 cm bereits in 5 bis 10 Minuten Versuchsdauer eine brauchbare Messung zu machen.

Vorrichtungen zur photographischen Registrierung der Ionisierung in geschlossenen Gefäßen sind von Hoffmann[53]) und Bergwitz[54]) beschrieben worden. Während Bergwitz den Wulfschen Apparat für die durchdringende Strahlung verwendete, benutzte Hoffmann sein hochempfindliches Elektrometer zur Zählung und Untersuchung der Wirkung der einzelnen α-Teilchen in geschlossenen Gefäßen. Ein Verfahren zur Zählung der γ-Strahlen haben Heß und Lawson[60]) entwickelt und auch auf die durchdringende Strahlung angewendet. Mechanische Registrierung der durchdringenden Strahlung mit einem Benndorf-Elektrometer hat Gockel[51]) ausgeführt, wobei er wegen der großen Elektrometerkapazität ein großes Ionisierungsgefäß von 235 l Inhalt benutzte.

Um den Einfluß schneller Temperaturschwankungen auf das Meßgerät noch besser auszuschalten, als es beim Wulfschen Zweifadenelektrometer mit Temperaturkompensation möglich ist, hat neuerdings Kolhörster[104]) mit Erfolg Apparate zur Messung der durchdringenden Strahlung verwendet mit einem System von zwei freitragenden Quarzschleifen als Elektrometer. Beim Aufladen spreizen sich die leitend gemachten Quarzschleifen gegen ihre Biegungselastizität. Sie sitzen mit ihrem Träger, einem Metallstreifen, an einem Quarzröhrchen, das unmittelbar am Objektiv des Beobachtungsmikroskops angebracht ist. Der Inhalt der Zinkgefäße beträgt 4 bis 7 l, ihre Wandstärke 2 bis 3 mm. Die Voltempfindlichkeit des Elektrometers ist die gleiche wie beim Wulf-Kolhörsterschen Apparat, die Kapazität jedoch noch kleiner und damit die Stromempfindlichkeit größer.

Ganz allgemein ist zu beachten, daß die Aufstellung des Strahlungsapparates seine Ionisierung insofern zu beeinflussen vermag, als Massen in naher Umgebung die von außen kommende Strahlung durch Absorption herabsetzen oder durch Eigenstrahlung vergrößern können (Rutherford und Cooke[1])).

Die in einem geschlossenen Gefäß gemessene Ionisierungsstärke setzt sich in der Regel, wenn der Gasinhalt emanationsfrei ist, aus vier verschiedenen Wirkungen zusammen:

1. Erdstrahlung, γ-Strahlung von den radioaktiven Substanzen im Erdboden und an der Erdoberfläche;
2. Luftstrahlung, γ-Strahlung von den radioaktiven Substanzen der Atmosphäre in naher Umgebung des Gefäßes;
3. Höhenstrahlung, sehr durchdringend, aus der oberen Atmosphäre oder dem Kosmos kommend;
4. Gefäßstrahlung, durch Eigenstrahlung des Gefäßes.

Digitized by Google

Die drei ersten Wirkungen kommen von außen und können durch Umgeben des Gefäßes mit genügend dicken, nicht selbststrahlenden, absorbierenden Schichten abgeschirmt werden. Man erhält so, etwa durch Unterwasserversuche (Rutherford und Cooke[1]), Wulf[9]), Gockel[23]), Pacini[24]) u. A.), den Betrag der vierten Wirkung für sich. Bei vielen derartigen Absorptionsversuchen war die Wasserschicht nicht dick genug [sie muß nach Kolhörster[104]) etwa 10 m dick sein], so daß noch ein Teil der sehr durchdringenden Höhenstrahlung mitgemessen und die Gefäßstrahlung so zu groß gefunden wurde.

Für Messungen der Höhenstrahlung ist vor allem die Erdstrahlung auszuschalten. Diese beruht auf der γ-Strahlung der im Boden enthaltenen radioaktiven Substanzen (Kurz[7])) und macht bei Messungen am Boden einen Hauptteil der Gesamtwirkung aus, nämlich 2 bis 10 J je nach der Aktivität der Bodenart (Wulf[16]), Simpson und Wright[18]), Heß[33]), Kolhörster[36, 45])). Bei Messungen auf Wasser- oder Eisflächen von hinreichender Dicke wird die Erdstrahlung abgeschirmt (Mc Lennan[4])); in der freien Atmosphäre genügt bereits die Luftschicht in einigen 100 m Erhebung über dem Boden zur Abschirmung (Wulf[16]), Heß[22]), King[26])). Der radioaktive Induktionsbelag auf der Erdoberfläche und auch auf den Meßapparaten und den umgebenden Körpern bei erhobener Aufstellung, sowie auf dem Ballon bei Messungen in der freien Atmosphäre kommt seiner Menge nach nicht in Betracht, was durch v. Schweidler[32]) rechnerisch nachgewiesen wurde und, entgegen einem Einwand von King[40]), aus den Abstiegs- und Landungsmessungen bei den Ballonfahrten von Heß und Kolhörster hervorgeht.

Die Luftstrahlung beruht auf γ-Strahlen der radioaktiven Substanzen in der umgebenden Luft und liefert am Boden einen wenn auch merklichen, so doch nur geringen Beitrag zu der Ionisierung im geschlossenen Gefäß (Kurz[7]), Heß[33]), Kolhörster[45])), nämlich bei normalem Gehalt der Luft an radioaktiven Stoffen in der Regel weniger als 0,2 J. Dieser Anteil ist starken Schwankungen unterworfen. Da in der freien Atmosphäre mit zunehmender Höhe der Emanationsgehalt der Luft schnell abnimmt, wie entgegen der Annahme von Schrödinger[29]) die Berechnungen von Heß und Schmidt[67]) sowie noch nicht veröffentlichte, im Flugzeug ausgeführte, direkte Radiumemanationsmessungen von Wigand und Wenk ergeben, so wird die Luftstrahlung schon in einigen 100 m Höhe verschwindend gering.

Die Gefäßstrahlung (oft auch Reststrahlung genannt) kann zwar weitgehend konstant gehalten werden, übertrifft aber mitunter an Größe die anderen Wirkungen nicht unbeträchtlich. Da es bisher nicht gelungen ist, die Gefäßstrahlung gänzlich zu unterdrücken, muß man bei allen Messungen der Höhenstrahlung mit ihr als abzuziehender Korrektion rechnen und ihre Größe genau bestimmen.

Die Natur der Gefäßstrahlung ist noch nicht völlig aufgeklärt. Zum überwiegenden Teil beruht sie jedenfalls auf radioaktiven Verunreinigungen der Gefäßwand (Mc Lennan[4])), vielleicht auch teilweise auf eigener Radioaktivität des Wandmaterials (Campbell[2]), v. Schweidler[46]), Hoffmann[53])). Auch eine spontane Ionisierung der emanationsfreien Gasfüllung des Gefäßes infolge der Wärmebewegung oder eigener Radioaktivität ist als möglicher Bestandteil der durch Abschirmung der Außenstrahlung bestimmten Gefäßstrahlung in Erwägung gezogen worden (Simpson und Wright[18])), Mc Lennan und Mc Leod[41])), aber als wahrscheinlich unmeßbar gering zu vernachlässigen.

Die Bemühungen, die Gefäßstrahlung durch Befreiung von radioaktiven Verunreinigungen möglichst klein zu machen, führten für Zinkgefäße durch Überwasserversuche (also mit Einschluß von Luft- und Höhenstrahlung) zunächst zu kleinsten Werten von rund 4 J (Pacini[10, 17]), Simpson und Wright[18]), Mc Lennan und Mc Leod[41]), Mc Lennan und Murray[50]), Swann[59])), unabhängig von der Größe des Gefäßes. In einem dem Wulfschen ähnlichen Apparat mit Eis aus Binnenwasser als Wandmaterial konnten Mc Lennan und Murray[50]) die Gefäßstrahlung weiter herabsetzen, so daß auf dem Ontariosee 2,6 J gemessen wurde. Gockel[51]) erhielt für einen Wulfschen Apparat mit Zinkwänden in 4 m Wassertiefe den kleinen Wert von 1,9 J. Den bisher kleinsten Wert der Gefäßstrahlung überhaupt erzielte Bergwitz[54]) mit einem großen Zerstreuungsapparat aus Zink von 11,78 l Inhalt, für den sich in einem Steinsalzbergwerk nur 0,8 J ergab.

Statt Luftfüllung des Gefäßes ist gelegentlich auch Füllung mit einem dichteren Gase verwendet worden, in der Überlegung, daß dadurch der Ionisierungseffekt der durchdringenden Strahlung vergrößert wird, während die Ionisierungswirkung der radioaktiven Verunreinigungen der Gefäßwand sich nicht wesentlich ändert, falls sie auf α-Strahlung beruht, die bereits durch die Luftfüllung mit Atmosphärendruck bei den üblichen Gefäßdimensionen vollständig absorbiert wird. So arbeitete Marsden[91]) mit SO_2 in Gefäßen aus altem Blei; bei Füllung mit SO_2 statt Luft wurde die Ionisierung durch γ-Strahlen von Radium annähernd verdoppelt. Kolhörster[104]) verwendete mit CO_2 gefüllte Apparate.

Digitized by Google

Eine eingehende Untersuchung über den Einfluß des Gasdrucks der Füllung auf die Ionisierung im geschlossenen Gefäß ist unter Leitung von Swann[90]) durch Downey[79]) und Fruth[98]) für Luft, O_2 und N_2 bis zu Drucken von 75 Atm., für CO_2 bis zum Verflüssigungsdruck ausgeführt worden. Zum Ausschluß der Erdstrahlung wurde über einer Wasserfläche gemessen. Danach nimmt für Luftfüllung die Ionisierung dauernd mit dem Drucke zu, und zwar bis gegen 25 Atm. um 1,2 J, bei höheren Drucken um weniger als 0,75 J für eine Druckzunahme von 1 Atm. Für γ-Strahlen von Radium und für andere Füllgase ist der Verlauf ähnlich. Eine eindeutige Entscheidung über die Natur der Gefäßstrahlung ist durch diese Untersuchungen nicht erzielt worden.

Ferner ist das Material der Gefäßwand, wie auch die Wandstärke, Form und Größe des Gefäßes dadurch von Einfluß auf die Messung der durchdringenden Strahlung, daß sich die Gefäßwand durch ihre Sekundärstrahlung wesentlich an der Ionisierung des Füllgases beteiligt. Infolgedessen erscheint die in freier Luft stattfindende Ionisierungswirkung der durchdringenden Strahlung im geschlossenen Gefäße erheblich vergrößert (Mache[11]), Pacini[24])). Nach der herrschenden Ansicht wird das Gas selbst durch γ-Strahlung und die härtere Höhenstrahlung unmittelbar nur sehr wenig ionisiert wegen der geringen Absorption; stärker ist die Ionisierung des Gases durch die an den Gasmolekeln von der γ-Strahlung erregte sekundäre β-Strahlung.

Auch die Sekundärstrahlen der Wand werden in der Hauptsache als β-Strahlen angesehen, deren Durchdringungsfähigkeit die Gefäßdimensionen übertrifft; daher die Verstärkung der Ionisierungswirkung von durchdringenden Strahlen durch Vergrößerung der Dichte der Gasfüllung. Die Anzahl der von der Wand ausgesandten sekundären β-Teilchen wächst mit dem Atomgewicht des Materials. So fanden Marsden[91]) und Kolhörster[104]) die durch ein Radiumpräparat in Apparaten aus Blei erzeugte Ionisierung etwa doppelt so groß wie in gleichartigen Apparaten aus Messing oder Aluminium. Zur Verstärkung des Ionisierungseffekts der durchdringenden Höhenstrahlung ist von Marsden die Sekundärstrahlung der Gefäßwand durch Verwendung von altem Blei absichtlich möglichst groß gewählt worden.

Der Anteil der Sekundärstrahlung der Wand an der gemessenen Ionisierung ist für jeden Strahlungsapparat ein anderer und muß besonders bestimmt werden. Das geschieht durch Eichung mit der γ-Strahlung eines Radiumpräparates von bekannter Stärke, indem man die von diesem im Apparat erzeugte Ionenzahl zu der in der freien Luft erzeugten („Evesche Zahl") in Beziehung setzt. So ist man zwar in der Lage, die im Apparat gemessenen Ionisierungsstärken auf die γ-Strahlung von Radium C absolut zu beziehen, und die Angaben verschiedener Apparate werden miteinander vergleichbar; die Berechtigung zur Übertragung der Ergebnisse solcher γ-Strahlungseichungen auf die von der durchdringenden Höhenstrahlung erregte sekundäre Wandstrahlung bleibt jedoch noch dahingestellt. Eichungen mit der γ-Strahlung von Radiumpräparaten ergaben für Wulfsche Apparate um 24 bis 44 Proz. höhere Werte als in freier Luft (Heß[33]), Kolhörster[45]), Bergwitz[54])). Für zwei der neuen Kolhörsterschen Strahlungsapparate[104]) betrug die Erhöhung durch sekundäre Wandstrahlung 12,5 und 37,5 Proz. des für freie Luft gültigen Betrags der γ-Strahlungsionisierung. Handelt es sich nur um den Vergleich verschiedener Apparate miteinander, so kann dazu auch die Höhenstrahlung verwendet werden; auf diesem Wege fand Kolhörster[104]) in 3,55 km Höhe auf dem Jungfraufirn nahezu das gleiche Intensitätsverhältnis für zwei Apparate wie bei ihrer Eichung mit γ-Strahlen von RaC im Laboratorium, nämlich 1,24 gegenüber 1,22; Kolhörster sieht darin unter der Annahme, daß die Ionisierung ganz überwiegend durch die sekundäre Wandstrahlung zustande kommt, eine Andeutung dafür, daß die Höhenstrahlung, entsprechend der vorherrschenden Ansicht, eine γ-Strahlung ist.

IV. Eigenschaften.

1. Änderung mit der Höhe.

Die wesentlichste bisher bekannte Eigenschaft der durchdringenden Höhenstrahlung ist ihre Intensitätszunahme mit der Höhe in der Atmosphäre. Nachdem durch Gockel[20]) diese Tatsache qualitativ gefunden war, ergaben die quantitativen Messungen von Heß[28]) und Kolhörster (endgültige Werte nach persönlicher Mitteilung) in guter Übereinstimmung die nachstehenden Mittelwerte für die auf Atmosphärendruck bezogene Ionisierungsstärke in der betreffenden Höhe, vermindert um den am Boden gemessenen Wert:

Heß (1912 13).		Kolhörster (1913 14), Kurve I.			
Seehöhe		Seehöhe		Seehöhe	
0,2—0,5 km	— 1,1 J	0,5 km	— 1,7 J	5,0 km	+ 16,2 J
0,5—1,0	— 1,1	1,0	— 1,5	5,5	22,1
1,0 - 2,0	0,0	1,5	— 0,4	6,0	28,0
2,0 — 3,0	+ 1,8	2,0	+ 1,0	6,5	37,0
3,0—4,0	+ 4,1	2,5	+ 2,6	7,0	45,2
4,0—5,2	+ 16,8	3,0	+ 4,2	7,5	54,0
		3,5	+ 5,8	8,0	62,5
		4,0	+ 9,1	8,5	71,0
		4,5	+ 11,8	9,0	79,0
				9,3	85,0

Digitized by Google

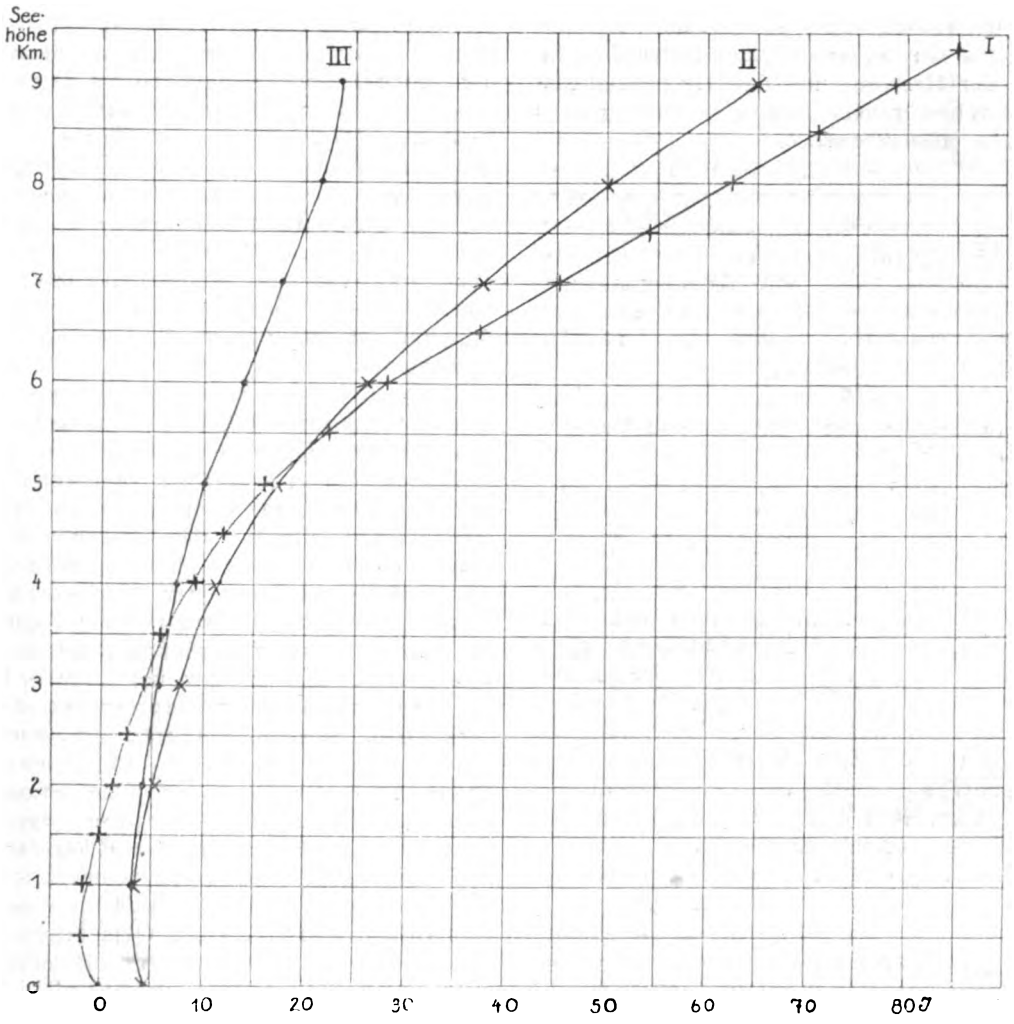


Fig. 2.

Die Kolhörstersche Kurve (I in Fig. 2) für die Abhängigkeit der Ionisierungsstärke N von der Seehöhe H verläuft in den unteren Kilometern konkav zur N-Achse $\left(\frac{d^2N}{dH^2} > 0\right)$ und wird von 6 km an nahezu geradlinig, so daß hier die Ionisierungsstärke proportional der Höhe ist, d. h. annähernd nach einer e-Funktion mit abnehmendem Luftdruck zunimmt. Dieser Kurvenverlauf wird in seinem Charakter nicht geändert, wenn man die Differenzwerte auf die wirklichen Werte der Höhenstrahlung reduziert durch Berücksichtigung der Erdstrahlung, die schon in 1 km Höhe vernachlässigt werden kann, ferner der als konstant anzusetzenden Eigenstrahlung des Gefäßes und der Sekundärstrahlung der Gefäßwand. Mit der Annahme, daß letztere, wie für γ-Strahlung von RaC gefunden (Kolhörster[45]), auch für die Höhenstrahlung die in der freien Luft stattfindende Wirkung im Gefäß um $^1/_3$ vergrößert, berechnete Linke[57]) mit Einsetzung der gemessenen Werte für Erdstrahlung und Gefäßstrahlung den in der folgenden Tabelle und in Kurve II der Fig. 2 angegebenen Höhenverlauf für die ionisierende Wirkung von Höhenstrahlung und Erdstrahlung zusammen, wobei die vorläufigen Werte von Kolhörster[47]) zugrunde gelegt sind. v. Schweidler[52]) hat den in der folgenden Tabelle angegebenen Verlauf der Ionisierungsstärke der Höhenstrahlung allein, jedoch ohne Abzug der Sekundärstrahlung der Wand, aus Kolhörsters vorläufigen Werten berechnet, unter der Voraussetzung, daß die Höhenstrahlung vertikal abwärts gerichtet ist und einen bestimmten Absorptionskoeffizienten besitzt, also homogen ist; die eingeklammerten Werte für die untere und obere Grenze der Atmosphäre sind extrapoliert. Inwieweit die Unsicherheit der Annahme über die Größe der Sekundärstrahlung und die Homo-

Digitized by Google

genität der Höhenstrahlung die quantitative Verwertbarkeit der bisherigen Messungen für die Fragen der Herkunft und des Durchdringungsvermögens beschränken, ist auch von Seeliger[66]) eingehend erörtert worden.

Seehöhe	Kolhörster-v. Schweidler	Kolhörster-Linke, Kurve II	Kolhörster-Linke-Wigand Kurve III
0 km	(1,4) J	4,2 J	4,2 J
1	—	3,1	2,8
2	—	5,1	4,1
3	8,9	7,4	5,4
4	13,9	11,2	7,3
5	21,8	17,1	10,1
6	33,3	25,7	13,6
7	48,8	37,3	17,5
8	65,9	50,1	21,2
9	85,0	64,5	23,4
∞	(535)	—	—

In guter Übereinstimmung mit den Freiballonmessungen stehen Fesselballonmessungen der Höhenstrahlung von Gockel[31]), der gemeinsam mit Kleinschmidt in 3 km Höhe über dem Bodensee eine Zunahme der durchdringenden Strahlung um 5 J fand. Ferner stimmen dazu Hochgebirgsversuche Gockels[51, 62]), die für 2,5 bis 3,4 km Höhe Werte von 3 bis 4 J ergaben als auf Atmosphärendruck bezogene Ionisierungsstärke der Höhenstrahlung, berechnet durch Abzug des im Inneren des Gletschers gemessenen Ionisierungswertes von dem auf dem Gletschereis bestimmten. Durch ähnliche Gletscherversuche fand Kolhörster[104]) mit zwei Apparaten für 2,30 km Höhe Werte von 3,0 und 4,5 J, für 3,55 km Höhe Werte von 4,1 und 5,6 J. Die Unterschiede erklären sich im wesentlichen durch Abweichungen der Sekundärstrahlung der Gefäßwand bei den verschiedenen verwendeten Apparaten. Oberguggenberger[103]) fand, nach Abzug der in Höhlen oder auf homogenem Gestein gemessenen Bodenstrahlung, für die Höhenstrahlung in 2,0 km Höhe 2,5 J, in 2,88 km Höhe 4,7 J, und zwischen 2,0 und 3,2 km Höhe eine mittlere Zunahme von 2,3 J für 1 km Anstieg. Als relatives Maß der Höhenänderung können auch Werte angesehen werden, die Gockel[51]) für die Verminderung der Strahlung durch eine 2 m dicke Schicht von Wasser oder Eis fand; diese Verminderung nimmt in demselben Maße wie die Ballonwerte der Höhenstrahlung mit der Höhe zu und betrug in 1,2 km Höhe 1,5 bis 2,5 J, in 2,5 km Höhe 4,3 J.

Es ist noch über einige neuere Messungen der durchdringenden Strahlung in größeren Höhen zu berichten, die zum Teil geringere Werte der Höhenstrahlung ergeben haben als die bisher erwähnten. Nicht vergleichbar, weil ohne Abschirmung oder auch nur Beachtung der Erdstrahlung vorgenommen, sind die Messungen von Marsden[91]), der auf dem Vulkan Ruapehu in Neuseeland keine über 1 J hinausgehenden Unterschiede der durchdringenden Strahlung in 1,2 und 2,8 km Seehöhe und im Meeresniveau feststellen konnte; auch wird die Stellungnahme zu diesem Ergebnis erschwert durch die Verwendung von Blei als Wandmaterial und SO_2 als Füllgas, ohne eingehendes Studium der dadurch geschaffenen besonderen Bedingungen.

Dagegen ist von Otis[100]) auf dem Mount Whitney in Kalifornien für einen Höhenzuwachs von 3,8 und 4,3 km eine Strahlungszunahme von 8,0 und 10,3 J gefunden worden, in guter Übereinstimmung mit den Freiballonwerten von Heß und Kolhörster. Bei Aufstiegen im Flugzeug und Freiballon bis 5,2 km Höhe wurde von Otis[99]) qualitativ der bekannte Höhenverlauf gefunden, jedoch mit kleinerer Zunahme der durchdringenden Strahlung. Die Versuche von Millikan und Bowen[101]), mit Pilotballonen und Registrierapparaten die Messung der durchdringenden Strahlung auf größere Höhen auszudehnen, haben bisher bis über 15 km Höhe geführt und eine Strahlungszunahme ergeben, die nur 25 Proz. derjenigen beträgt, die man durch Extrapolation der Kolhörsterschen Kurve erwarten sollte. Die bisher vorliegenden Angaben über diese Untersuchungen von Millikan, Bowen und Otis in der freien Atmosphäre sind noch so unvollständig hinsichtlich des Meßverfahrens und der Ergebnisse, daß eine kritische Beurteilung unmöglich ist.

Um die Bedeutung der Höhenstrahlung für den Elektrizitätshaushalt der Atmosphäre zu erkennen, muß man beachten, daß die in geschlossenen Gefäßen gemessene und auf Atmosphärendruck bezogene Ionisierungsstärke zwar als relatives Intensitätsmaß der Höhenstrahlung gelten kann, jedoch zur Angabe der Freiluftwirkung der Höhenstrahlung in verschiedenen Höhen, außer der Kürzung um die sekundäre Wandstrahlung des Gefäßes, noch proportional der in der betreffenden Höhe herrschenden Luftdichte zu reduzieren ist. Für einen mittleren Dichteverlauf mit der Höhe ist die in der letzten Spalte der vorigen Tabelle und Kurve III der Fig. 2 angegebene Ionisierungsstärke für freie Luft nach den Zahlen von Kolhörster-Linke (Kurve II) berechnet worden, also für Erd- und Höhenstrahlung zusammen, nach Abzug eines seiner Größe nach noch unsicheren Anteils der sekundären Wandstrahlung. Die Kurve zeigt im untersuchten Höhenbereich auch für die Freiluftionisierung

Digitized by Google

durch Höhenstrahlung Zunahme mit der Höhe, verläuft unten gleichfalls konkav zur N-Achse, hat aber in 7 km Höhe einen Wendepunkt, so daß die Ionisierung in größeren Höhen immer langsamer mit der Höhe wächst. Für sehr kleine Luftdichte in den größten Höhen ist dann Abnahme der Freiluftionisierung durch die Höhenstrahlung bis zu sehr kleinen Werten zu erwarten; das Maximum scheint in der unteren Stratosphäre zu liegen.

Wir vergleichen hiermit die Ergebnisse von Messungen der Ionisation in der freien Atmosphäre, d. h. des Ionengehalts der Volumeinheit Luft, wie er sich im Gleichgewicht zwischen Neubildung und Wiedervereinigung der Ionen einstellt. Der Ionengehalt ist die Ladung sämtlicher Ionen des einen oder des anderen Vorzeichens in der Volumeinheit. Wegen der starken meteorologischen Beeinflußbarkeit der Wiedervereinigung ist für die Einzelwerte des Ionengehalts mit Abweichungen vom normalen Höhenverlauf zu rechnen; und auch dieser allgemeine Verlauf kann aus dem gleichen Grunde nicht quantitativ mit dem Vertikalverlauf der Ionisierungsstärke der atmosphärischen Ionisatoren übereinstimmen. Nachdem frühere Freiballonmessungen von Gerdien, Lüdeling, Lutz und besonders Gockel[12]) überwiegend Zunahme des Ionengehalts mit der Höhe ergeben hatten, wurde von Wigand[80]) gemeinsam mit Koppe im Freiballon und Flugzeug bis 5,3 km Höhe folgender allgemeiner Vertikalverlauf des Ionengehalts gefunden: in den untersten Schichten Konstanz oder Abnahme nach oben; von etwa $1^1/_2$ bis 3 km Höhe Anwachsen auf ein Mehrfaches des Bodenwertes; darüber langsamere Zunahme mit der Höhe. Die Übereinstimmung dieses Kurvencharakters mit dem der Freiluftwirkung des in den bodenfernen Luftschichten hauptsächlich in Frage kommenden Ionisators, der durchdringenden Strahlung, ist beachtenswert.

Auch die elektrische Leitfähigkeit, das Produkt aus Ionengehalt und Ionenbeweglichkeit, zeigt in ihrer Veränderlichkeit mit der Höhe in der freien Atmosphäre denselben Charakter. Hier ist, noch mehr als beim Ionengehalt, mit meteorologischer Beeinflussung der gemessenen Einzelwerte zu rechnen, da nicht nur die Wiedervereinigung der Ionen, sondern auch die Ionenbeweglichkeit davon betroffen wird. Doch läßt sich nach den Freiballonmessungen von Gerdien bis 6 km Höhe und besonders von Wigand[44, 80, 84]) bis 8,9 km Höhe der allgemeine Vertikalverlauf der Leitfähigkeit für Hochdruckwetter mit einiger Sicherheit angeben: in der untersten Luftschicht langsame Zunahme mit der Höhe, gelegentlich auch schwache Abnahme; darüber bis 9 km Höhe beträchtliche Zunahme auf ein Vielfaches des Bodenwertes; in den mittleren Schichten häufig beschleunigtes Anwachsen mit der Höhe. Dieser Kurvenverlauf wird qualitativ nicht geändert, wenn man zum besseren Vergleich mit den Höhenkurven des Ionengehalts und der Freiluftionisierungsstärke der durchdringenden Strahlung die gemessenen Leitfähigkeitswerte proportional dem in der betreffenden Höhe herrschenden Luftdruck reduziert, um den Anteil der Ionenbeweglichkeit auszuschalten, die sich mit einiger Annäherung umgekehrt proportional dem Luftdruck ändert. Man erhält so aus den Leitfähigkeitsmessungen ein relatives Maß des Ionengehalts, allerdings noch mit Einschluß etwaiger Änderungen der auf Atmosphärendruck reduzierten Ionenbeweglichkeit mit der Höhe.

2. Bodenwert.

Der in der vorigen Tabelle eingesetzte Bodenwert der Höhenstrahlung von $1{,}4\,J$ für 0 km Höhe ist von v. Schweidler aus den Ballonbeobachtungen Kolhörsters bis 9,3 km Höhe durch Extrapolation gewonnen; Kolhörster[45]) selbst hatte für diese Größe aus seinen Ballonbeobachtungen bis 6,2 km Höhe den Wert $1{,}5\,J$ berechnet. Es liegen aber auch unmittelbare, mit Versenkung der Apparate unter Wasser vorgenommene Bestimmungen der Ionisierungsstärke der Höhenstrahlung im Meeresniveau oder in geringer Seehöhe vor:

Pacini[24])	2,1 und 2,2 J
v. Schweidler[27, 32, 64]) . .	1,6 und 0,6 J
Heß[33])	2,7 und 2,3 J
Kolhörster[36, 45])	1,4 J
Kolhörster[93])	1,05 J
Kolhörster[104])	1,75 und 2,08 J
Gockel[51, 62])	1,5 bis 2,4 J
Mc Lennan u. Mc Leod[41])	0,16 J.

Die mit Wulfschen oder ähnlichen Apparaten gefundenen Zahlen stimmen meist in der Größenordnung (1 bis 2 J) überein. Ihre Abweichungen dürften auf Unterschieden in der Größe der sekundären Wandstrahlung der verwendeten Apparate, sowie auf verschiedener Tiefe der Unterwasserversenkung beruhen; denn wenn man als die Ionisierungsstärke der Höhenstrahlung die Differenz des über und unter Wasser gemessenen Wertes ansieht, so wird, nach der aus den Ballonbeobachtungen zu schließenden Härte der Strahlung und für die vorliegende Meßgenauigkeit, erst bei einer Eintauchtiefe von fast 10 m in Wasser die Höhenstrahlung praktisch vollständig abgeschirmt. Auch ist für die Beurteilung der Unterschiede zu bedenken, daß bei der Überwassermessung die wenn auch geringe, so doch stark veränderliche Strahlung

Digitized by Google

der radioaktiven Substanzen in der umgebenden Luft („Luftstrahlung") einbegriffen ist und in einigen Fällen auch noch die Erdstrahlung vom Ufer her etwas beteiligt sein kann. Der auffallend niedrige Wert von Mc Lennan und Mc Leod steht gegenüber den von den anderen Beobachtern auf dieselbe Weise mit ähnlichen Apparaten gewonnenen allein da; vielleicht erklärt er sich dadurch, daß hier der Wulf-Apparat bei der Versenkung unter Wasser in einem über 1 cm dicken Behälter aus Aluminiumbronze eingeschlossen war, dessen Eigenstrahlung und Sekundärstrahlung störte.

Einen Bodenwert der Höhenstrahlung (mit Ausschluß der sekundären Wandstrahlung) haben Swann[90]), Downey[79]) und Fruth[98]) indirekt gewonnen aus ihren Untersuchungen über den Einfluß der Druckänderung der Gasfüllung eines geschlossenen Gefäßes auf die über Wasser gemessene Ionisierungsstärke. Da diese bei hohen Drucken (bis 75 Atm.) nur sehr wenig mit dem Druck zunimmt, so wird (mit Vorbehalt) geschlossen, daß von der bei Atmosphärendruck in einem geschlossenen Gefäß beobachteten Ionisierung weniger (und wahrscheinlich erheblich weniger) als 1 *J* von einer direkten Wirkung der primären durchdringenden Strahlung auf die Gasfüllung oder von der Wirkung einer sekundären Strahlung stammt, die am Gas durch die Primärstrahlung erregt wird. Swann[105]) stellt sich danach skeptisch zur Frage der Existenz einer durchdringenden Höhenstrahlung in geringer Seehöhe.

Wenn die Höhenstrahlung am Boden in der freien Luft tatsächlich erheblich weniger als 1 *J* erzeugt, so würde daraus und aus den Unterwasserbestimmungen des Bodenwertes folgen, daß die von der durchdringenden Höhenstrahlung erregte sekundäre Wandstrahlung einen wesentlich größeren Anteil zur beobachteten Ionisierungsstärke liefert, als der entsprechende Anteil der von γ-Strahlen erregten sekundären Wandstrahlung beträgt, den man bei der Eichung der Gefäße mit Radiumpräparaten bestimmt. Mit diesem Gesichtspunkte lassen sich vielleicht auch die Diskrepanzen aufklären, die noch bestehen zwischen den Ergebnissen der Ballon- und Hochgebirgsmessungen mit Apparaten vom Wulfschen Typ einerseits und den Messungen von Marsden[91]), Otis[99]), Millikan und Bowen[101]) mit andersartigen Apparaten, über die besonders hinsichtlich ihrer sekundären Wandstrahlung noch nichts bekannt ist.

Jedenfalls steht aber so viel fest, daß die durchdringende Höhenstrahlung am Boden in geringer Seehöhe noch so stark ist, daß sie durch ihre in geeignetem Meßgerät verstärkte Ionisierungswirkung quantitativ bestimmt werden kann; das haben besonders Kolhörsters letzte Versuche[104]) gezeigt, deren Genauigkeit sogar dazu ausreichte, durch Unterwasserversuche in 40 m Seehöhe einen Wert für den Absorptionskoeffizienten der Höhenstrahlung zu ermitteln, der mit den in größeren Höhen gewonnenen Werten gut übereinstimmt.

3. Absorptionskoeffizient.

Die Tatsache, daß die Höhenstrahlung bereits am Boden nach Durchsetzung der ganzen Atmosphäre oder wenigstens des größten Teils derselben einen meßbaren Wert hat und schon in wenigen Kilometern Höhe von beträchlicher Stärke wird, führte gleich anfangs dazu, ihr ein größeres Durchdringungsvermögen zuzuschreiben, als es die härtesten γ-Strahlen der bekannten radioaktiven Substanzen besitzen. Setzt man voraus, daß die Höhenstrahlung homogen ist, also aus nur einer Strahlenart besteht, so ergeben die Ballonbeobachtungen Kolhörsters unter gewissen Annahmen über Herkunft und Richtung der Strahlung die Möglichkeit zur Bestimmung des Absorptionskoeffizienten μ.

Die erste derartige Berechnung wurde von Kolhörster[45]) auf Grund seiner Ballonfahrten bis 6,2 km Höhe gemacht, mit der Annahme, daß die Höhenstrahlung als Parallelstrahlenbündel vertikal abwärts verläuft, und daß ihre Intensität i sich mit der Dicke d der durchsetzten Schicht nach dem Absorptionsgesetz $i = i_0 e^{-\mu d}$ ändert; als Maß für d wird der in der betreffenden Höhe herrschende Luftdruck genommen. Aus den Messungen zwischen 1,5 und 6,0 km Höhe ergab sich für Luft vom Atmosphärendruck: $\mu_{\text{Luft}} = 0{,}71 \cdot 10^{-5}\,\text{cm}^{-1}$. Eine zweite Berechnung Kolhörsters[47]) aus seinen Messungen bis 9 km Höhe bestätigte die Größenordnung $1 \cdot 10^{-5}$; v. Schweidler[52]) bestimmte aus diesen Messungen mit denselben Annahmen den Wert $\mu_{\text{Luft}} = 0{,}75 \cdot 10^{-5}$. Danach würde die Höhenstrahlung erst durch eine Luftschicht von 7 km Dicke bei Atmosphärendruck auf 1 Proz. absorbiert werden. Der Vergleich mit dem Absorptionskoeffizienten für die γ-Strahlung von *RaC* ($\mu_{\text{Luft}} = 4{,}5 \cdot 10^{-5}$ nach Heß[22])) ergibt, daß dieser etwa 6 mal so groß ist, wie der für die durchdringende Höhenstrahlung.

Ändert man die Voraussetzungen über Herkunft und Richtung der Strahlung, so ergeben sich nach Kolhörsters Messungen die Werte für μ etwas anders, jedoch in derselben Größenordnung: Mit der Annahme, daß die Quelle der durchdringenden Höhenstrahlung um die Höhenlage von 20 km herum als strahlende Materie horizontal gleichmäßig ausgebreitet ist,

Digitized by Google

berechnet Linke[57]) den Absorptionskoeffizienten zu $\mu_{Luft} = 0{,}46 \cdot 10^{-5}$. Legt man den Sitz der räumlich gleichmäßig verteilten Strahlenquelle in sehr große Höhen der Atmosphäre (oberhalb 30 km) oder in den Weltraum, so wird nach Seeligers Berechnung[66]) die Größenordnung $\mu_{Luft} = 0{,}5 \cdot 10^{-5}$; hierbei ist oberhalb 30 km Höhe die Luftabsorption vernachlässigt und die Eigenabsorption der räumlich verteilten strahlenden Substanz allein berücksichtigt. Nimmt man an, daß die Höhenstrahlung beim Durchgang durch die Atmosphäre nicht nur absorbiert, sondern auch zerstreut wird, so ergibt sich, wie Seeliger näher gezeigt hat, ein kleinerer Absorptionskoeffizient.

In seiner letzten Arbeit hat Kolhörster[104]) neue Bestimmungen des Absorptionskoeffzienten der Höhenstrahlung mitgeteilt, die er im Jahre 1923 durch Messungen der Ionisierung unter Wasser in geringer Seehöhe mit verschiedener Eintauchtiefe in Binnenseen, sowie im Gletschereis des Hochgebirges mit Variierung der Eisdicke und auch auf dem Gletschereis in verschiedener Höhe ausgeführt hat. Es ergaben sich folgende Werte mit der Annahme vertikal abwärts gerichteter Parallelstrahlen:

Seehöhe	μ_{Wasser}	Abschirmung
0,04 km	$2 \cdot 10^{-3}$ cm^{-1}	Wasser
2,30 „	1,6	Eis
3,55 „	2,7	„
2,30 bis 3,55 km	2,6	Luft

Als wahrscheinlichster Wert folgt daraus: $\mu_{Wasser} = 2{,}5 \cdot 10^{-3}$, während sich mit den gleichen Annahmen im Mittel aus Kolhörsters fünf Ballonfahrten $\mu_{Luft} = 0{,}65 \cdot 10^{-5}$, entsprechend $\mu_{Wasser} = 5{,}0 \cdot 10^{-3}$ ergeben hat. Schreibt man den am festen Standort und mit dem neuen Kolhörsterschen Meßgerät gewonnenen Werten eine größere Genauigkeit zu als den Ergebnissen der Ballonversuche, so folgt für die durchdringende Höhenstrahlung eine noch größere Härte, als man sie nach den Messungen in der freien Atmosphäre bisher annehmen mußte; ihr Absorptionskoeffizient ist etwa $^1/_{16}$ von dem für die γ-Strahlen von *RaC* ($\mu_{Wasser} = 3{,}9 \cdot 10^{-2}$); die γ-Strahlung von *ThD* ($\mu_{Wasser} = 3{,}3 \cdot 10^{-2}$) würde einen 13 mal so großen Absorptionskoeffizienten wie die Höhenstrahlung haben. Ändert man die Annahmen für diese wie bei Linke und Seeliger, so wird die Härte noch etwas größer. Jedenfalls muß man die Höhenstrahlung der Größenordnung nach um eine Zehnerpotenz härter annehmen als die bisher bekannten härtesten γ-Strahlen radioaktiver Elemente.

4. Richtung.

Es hat nicht an Versuchen gefehlt, festzustellen, ob für die durchdringende Höhenstrahlung eine bevorzugte Einfallsrichtung existiert, oder wie die Strahlungsintensität sich mit dem Einfallswinkel gegen die Vertikale ändert; solche Angaben wären besonders für die Frage nach dem Ursprung der Strahlung von großer Bedeutung und würden auch eine neue Möglichkeit ergeben, den Absorptionskoeffizienten zu bestimmen (Seeliger[66]), falls man als Quelle der Strahlung eine in großen Höhen der Atmosphäre oder im Weltraum räumlich gleichmäßig verteilte strahlende Substanz voraussetzt. Die bisherigen Ergebnisse solcher Versuche sind aber noch recht unsicher und können nur als erste qualitative Andeutungen angesehen werden.

Zuerst glaubte Gockel[51]) bei seinen Absorptionsversuchen in Gletscherspalten die relativ geringe Abnahme der Strahlung in einer nach oben offenen Spalte dahin deuten zu dürfen, daß die durchdringende Höhenstrahlung annähernd senkrecht zur Erdoberfläche einfällt.

Sodann gibt Swann[90]) an, daß er gemeinsam mit Herrick bei Laboratoriumsversuchen die durchdringende Strahlung in der Abwärtsrichtung etwa 9 Proz. größer als ihren Mittelwert gefunden habe. Dazu wurde als Ionisierungsgefäß ein horizontaler Zylinder verwendet, der in seinem halben Umfang aus Blei und in der anderen Hälfte aus Aluminium bestand. Nimmt man an, daß die Höhenstrahlung eine harte γ-Strahlung ist, so wird die sekundäre β-Strahlung der Gefäßwand nach Zahl und Geschwindigkeit der ionisierenden Elektronen für die Eintritts- und die Austrittsseite der Wand verschieden sein und auch vom Material abhängen. Dreht man daher den Zylinder durch 180°, und hat die Höhenstrahlung eine bevorzugte Richtung, so ist zu erwarten, daß sich infolge der Änderungen der sekundären Gefäßstrahlung während der Drehung Unterschiede gegen den mittleren Betrag der Ionisierungsstärke zeigen. Ein zweiter gleichgebauter Zylinder wurde ohne Drehung als Kompensator für Schwankungen während der Versuche gegengeschaltet, so daß im wesentlichen die durch den Richtungsunterschied bewirkte Ionisierung, soweit sie auf sekundärer Wandstrahlung beruhte, im Quadrantelektrometer zur Messung gelangte. Die Auswertung zahlreicher, an verschiedenen Orten angestellter Versuche ergab die erwähnte Bevorzugung der Abwärtsrichtung. Jedoch wird das Ergebnis als nur vorläufiges bezeichnet wegen noch nicht näher studierter, möglicher Komplikationen durch radioaktive Substanzen in der Nähe.

Digitized by Google

Zur Frage der Richtung der Höhenstrahlung hat Kolhörster[104]) mit seinen neuen Meßgeräten auf dem Jungfraufirn in 3,55 km Höhe ganztägige Meßreihen ausgeführt, die eine die Fehlergrenze eben überschreitende zweigipfelige Schwankung der Höhenstrahlung von maximal nicht ganz 1 J, d. h. 15 Proz. des Gesamtbetrags von 6 J, zu ergeben scheinen. Im Inneren des Gletschers war dieser Gang in 4,5 m Eistiefe bei 74 Proz. Absorption noch angedeutet, in 9,7 m Tiefe bei 95 Proz. Absorption verschwunden. In nach oben offenen Gletscherspalten ergab sich eine Andeutung für eine Verschiebung der Maxima der Tagesschwankung mit der Richtung der Spaltöffnung; und aus der Intensitätsabnahme in verschiedener Spalttiefe kann man schließen, daß für die Strahlung an der Oberfläche nur ein Kreis von etwa 50° Durchmesser um den Zenith in Frage kam. Kolhörster gibt an, daß das Minimum der Schwankung mit der Kulmination des Poles der Milchstraße zeitlich zusammenfiel, das Morgenmaximum mit der Kulmination der Milchstraße und das Abendmaximum mit der des Herkules (in der Nähe der Milchstraße). Ein direkter Einfluß des Sonnenstandes war nicht bemerkbar.

Diese Richtungsbeobachtungen von Kolhörster ebenso wie die von Swann und Herrick sind ausdrücklich nur mit Reserve mitgeteilt worden und bedürfen zur theoretischen Verwertung noch gründlicher Nachprüfung und Vervollständigung.

5. Zeitliche Schwankungen.

Über unperiodische oder periodische tägliche oder jährliche Schwankungen des uns hier allein interessierenden Höhenanteils der durchdringenden Strahlung ist nicht mehr zu sagen, als daß sie zu existieren scheinen. Groß können sie aber nicht sein; sonst hätten die verschiedenen Ballonfahrten von Heß und Kolhörster für gleiche Höhen nicht so gut übereinstimmende Ergebnisse gehabt. Aus dem reichen Material der sich mitunter widersprechenden Beobachtungen über Perioden der durchdringenden Strahlung in geringer Seehöhe am Erdboden (z. B. Mache[11]), Benndorf-Dorno-Heß-v. Schweidler-Wulf[38]), Gockel[51, 62]), Bergwitz[54]), Kaehler[77]), Kolhörster[93])) und auch auf hohen Bergen läßt sich jedenfalls so gut wie nichts Quantitatives über Schwankungen der durchdringenden Höhenstrahlung schließen. Am Erdboden werden eventuelle Schwankungen der Höhenstrahlung durch Änderungen der Erd- und Luftstrahlung beträchtlich überdeckt, zumal in geringer Seehöhe, wo die Erdstrahlung ein Mehrfaches der Höhenstrahlung ausmacht.

Immerhin ist zu sagen, daß man schon durch Pacinis[5, 10, 17]) Schwankungsbeobachtungen in 1,09 km Höhe im Appennin sowie durch seine von Kleinschmidt (Gockel[23])) bestätigte Feststellung gleichzeitiger und gleichsinniger Schwankungen über Wasser und Land, ferner durch die Ballonbeobachtungen von Heß[28]) in geringer Höhe auf mögliche zeitliche Änderungen der Höhenstrahlung aufmerksam geworden ist. Auch v. Schweidler[32]) hat Schwankungen über Wasser beobachtet, die vielleicht auf Rechnung der Höhenstrahlung kommen. Nach Messungen auf Bergen halten Gockel[51]) in 2,2 km Höhe und Oberguggenberger[103]) in 1,5 und 2,2 km Höhe unregelmäßige Änderungen der Höhenstrahlung von Tag zu Tag für möglich, während sich nach einer ganzjährigen Meßreihe von Heß und Kofler[65]) in 2,04 km Höhe nichts Positives über etwaige Schwankungen der Höhenstrahlung aussagen läßt. Aussichtsreicher sind solche Hochgebirgsversuche, wenn man durch Beobachtung auf Gletschern die Erdstrahlung ausschaltet, wie es Kolhörster[104]) tat, der die im vorigen Abschnitt beschriebene Tagesschwankung angedeutet fand.

Hervorzuheben ist das durchaus negative Ergebnis mehrerer Versuche, zur Frage des etwaigen Ursprungs der Höhenstrahlung auf der Sonne einen Unterschied der Ionisierungsstärke der Höhenstrahlung bei Tag und bei Nacht im Ballon (Heß[28])) und mit Hochgebirgsmessungen zu entdecken. Nach Gockel[62]) fand Meyer in 3,19 km Höhe über einer Schneedecke das Mittel der Tageswerte identisch mit dem Mittel der Nachtwerte. Auch Heß und Kofler[65]) konnten in 2,04 km Höhe keinen sicheren Unterschied zwischen den Tag- und Nachtwerten feststellen, Otis[100, 101]) in 4,0 km Höhe auf einem See gleichfalls nicht; ebensowenig fand Kolhörster[104]) in 3,55 km Höhe auf Gletschereis einen Einfluß des Sonnenstandes. Ferner ist hier zu erwähnen, daß von Simpson und Wright[18]) auf einer Kreuzfahrt im Atlantischen Ozean bis zur Südsee sowie von Mc Lennan und Mc Leod[41]) auf einer Fahrt von England nach Kanada, also mit Ausschaltung der Erdstrahlung, keine örtlichen oder zeitlichen Sckwankungen der durchdringenden Strahlung, die mit dem Sonnenstande zusammenhängen könnten, nachweisbar waren.

Ebensowenig konnte eine Beeinflussung der durchdringenden Strahlung durch Sonnenfinsternisse festgestellt werden, wie sich aus Ballonversuchen von Heß[28]) und Bodenbeobachtungen von de Broglie[30]), Palazzo[69]) und Kolhörster[70]) in geringer Seehöhe ergibt.

Eine reelle Zunahme der durchdringenden

Digitized by Google

Strahlung fand im Mai 1910 beim Durchgang des Halleyschen Kometen statt, und wurde wahrscheinlich von diesem verursacht, was Wigand[61]) nachgewiesen hat. Damals ist an 11 verschiedenen Orten in Europa, Afrika und Amerika durch Beobachtung der durchdringenden Strahlung oder der luftelektrischen Zerstreuung, Leitfähigkeit und Ionenzahl eine erhöhte Ionisierung gefunden worden, die zeitlich mit dem Durchgang des Kometen zusammentraf. Die am Erdboden gemessene durchdringende Strahlung stieg in Frascati (Pacini[10])) von 30 auf 50, in Freiburg (Schweiz) (Gockel[23, 25])) von 10 auf 13,5, in Toronto (Thompson[19])) von 30 auf 100 und 130 J, die luftelektrische Zerstreuung im Freien, nicht im geschlossenen Gefäß, stieg beispielsweise in Halle a.S. (Wigand[15])) im Verhältnis 2 : 7. Es ist anzunehmen, daß die Erhöhung der Zerstreuung, Leitfähigkeit und Ionenzahl ebenfalls, wie an den drei Orten direkt beobachtet, auf einer Verstärkung der durchdringenden Strahlung beruhte. Der zeitlich-örtliche Ablauf dieser Störung läßt einen ost-westlichen Umlauf um die Erde mit ziemlich gleicher Geschwindigkeit erkennen und legt es nahe, die Ursache in einer materiellen radioaktiven Substanz zu sehen, die beim Durchgang der Erde durch den Kometenschweif von den oberen Schichten der Atmosphäre festgehalten und von dem dort herrschenden Ostwind gleichmäßig fortbewegt wurde.

Wenn die Quelle der durchdringenden Höhenstrahlung eine in den oberen Luftschichten ausgebreitete strahlende Substanz mit einer unteren Grenze unterhalb 30 km Höhe ist, so lassen sich, wie Seeliger[66]) gezeigt hat, Schwankungen der beobachteten Strahlungsintensität auch durch Änderungen der Höhenlage der unteren Grenze der strahlenden Schicht deuten.

V. Ursprung.

Die Hypothesen über den Ursprung der durchdringenden Höhenstrahlung sehen die Strahlungsquelle entweder außerterrestrisch im Kosmos oder in den höheren Schichten der Erdatmosphäre (Heß[28, 33]), v. Schweidler[52]), Seeliger[66])). Aus dem mannigfachen Für und Wider läßt sich noch kein klares Bild erkennen, und man muß vorerst noch mit mehreren Möglichkeiten rechnen.

Ein kosmischer Ursprung, und zwar auf der Sonne, ist zuerst von Richardson[3]) für die am Erdboden beobachtete durchdringende Strahlung vermutet worden, da sich für diese aus Dauerbeobachtungen eine tägliche Periode im Zusammenhang mit dem Sonnenstand ergeben hatte. Diese Periode ist aber nachweislich nur sekundär über meteorologische Faktoren durch die Sonne bedingt; und die Richardsonsche Hypothese läßt sich, wie unter Anderen Kurz[7]) gezeigt hat, für die am Boden beobachtete durchdringende Strahlung, die als außerterrestrische γ-Strahlung durch die Atmosphäre zu stark absorbiert werden würde und überwiegend auf der Erdstrahlung beruht, nicht halten.

Denkt man bei der Herkunft des Höhenanteils der durchdringenden Strahlung, was ja nahe liegt, an eine direkte Strahlung des γ-Typs von der Sonne oder einem anderen Himmelskörper her, so ergibt die Berechnung, wie v. Schweidler[52]) gezeigt hat, eine unwahrscheinlich hohe Radioaktivität der betreffenden Himmelskörper. Für die Sonne oder den Mond müßte, wenn ihre Oberflächenschichten aus einem einheitlichen radioaktiven Stoffe ohne inaktive Beimengungen beständen, dieser Stoff eine 170mal größere Zerfallskonstante haben als Uran; den Planeten und Fixsternen müßte man eine noch höhere Aktivität zuschreiben, um die beobachtete Stärke der Höhenstrahlung zu erklären.

Die Herkunft der durchdringenden Höhenstrahlung als direkte Strahlung von der Sonne ist ausgeschlossen durch den im vorangehenden Abschnitt besprochenen Nachweis, daß in geringer und größerer Seehöhe die Strahlungsintensität bei Tag und Nacht dieselbe ist und auch bei Sonnenfinsternissen ungeändert bleibt, und daß über Gletschereis und See keine mit dem Sonnenstande zusammenhängenden Schwankungen feststellbar sind.

Damit ist jedoch die Sonne als mögliche Quelle der Höhenstrahlung noch nicht erledigt. Denn es könnte auch sein, daß von der Sonne ausgehende β- oder α-Strahlen (oder andere elektrische Massestrahlen), wie sie für Polarlicht und Erdmagnetismus eine Rolle spielen, in der Erdatmosphäre an Gasmolekeln oder Staubteilchen ihre kinetische Energie in eine sekundäre γ-Strahlung von so großer Härte umsetzen, daß auf diese Weise die durchdringende Höhenstrahlung entsteht. Der Sitz der Höhenstrahlungsquelle wäre so in die oberen Schichten der Erdatmosphäre verlegt, wenn auch die Primärstrahlung als Ursache der Erregung von der Sonne käme. Träfe diese Vermutung zu, so wäre wegen der Ablenkung der Primärstrahlung im erdmagnetischen Felde zwar nur ein geringer Einfluß der Sonnenabdeckung, aber eine merkliche Intensitätsveränderung der Höhenstrahlung mit der geographischen Breite, sowie ein Zusammenhang mit Polarlichtern zu erwarten (Kolhörster[70]), Swinne[71])), worüber aber noch keine Beobachtungen vorliegen.

Digitized by Google

Schwierigkeiten entstehen bei dieser zuerst von v. Schweidler[52]) erörterten Hypothese wie bei der Annahme, daß die Höhenstrahlung als γ-Strahlung direkt von der Sonne komme, für die Erklärung der großen Energie der Höhenstrahlung. Eine Berechnung der Energiebilanz dieses Prozesses hat Seeliger[66]) ausgeführt.

Ob die zur Erregung der Höhenstrahlung angenommene Primärstrahlung von der Sonne her aus Elektronen oder positiven Masseteilchen bestehen würde, läßt sich nur vermuten. Kolhörster[70]) nimmt Glühelektronen an. Swinne[71]) denkt besonders an die sehr schnellen Heliokathodenstrahlen, auf die Birkeland nach den erdmagnetischen Störungen geschlossen hat, und die von den aktiven Stellen der Sonne (Flecken und Fackeln) ausgesandt werden sollen. Und auch Swann[73]) sieht in den bei der Birkelandschen Polarlichttheorie angenommenen schnellen Elektronenstrahlen der Sonne die Erreger der durchdringenden Höhenstrahlung in der oberen Erdatmosphäre. Pacini[102]) vermutet, daß die durchdringende Höhenstrahlung mit dem Strome geladener Teilchen zusammenhängt, der von den aktiven Stellen der Sonne ausgesandt wird, und zu dessen Annahme man durch die von Bauer[81]) nachgewiesene gleichzeitige und gleichsinnige Änderung des luftelektrischen Spannungsgefälles und der Sonnenfleckentätigkeit geführt wird.

Andererseits meint v. Schweidler[92]), daß haupsächlich positive Wasserstoffkerne eventuell in Betracht kämen, die nicht von den aktiven Stellen der Sonne als Bündel ausgehen, sondern gleichmäßig von der ganzen Sonnenoberfläche emittiert werden und bei ihrer großen magnetischen Steifigkeit bis in niedere Breiten der Erdatmosphäre gelangen.

Daß bestimmte Teile des Fixsternhimmels, nämlich solche, in denen Sterne von geringer Dichte (Nebelsterne) und die jungen roten Riesensterne vorhanden sind, als Sitz einer so hohen Radioaktivität anzusprechen seien, daß von dort eine γ-Strahlung von der Härte und Intensität der Höhenstrahlung ausgehen könnte, ist der Inhalt einer Hypothese von Nernst[88]). Danach würden vor allem Nebelflecke und die Nähe der Milchstraße als direktes Ausstrahlungsgebiet der Höhenstrahlung in Betracht kommen, und man könnte bestimmte tägliche Perioden der Strahlungsintenstät erwarten, wenn es sich um begrenzte Gebiete handelt, die mit der Erddrehung auf- und untergehen und so die zum Beobachtungsort kommende Höhenstrahlung verschieden dicke Luftschichten passieren lassen. Derartige Schwankungen und durch Ausblendung in Gletscherspalten bewirkte Richtungseffekte sind in den von Kolhörster[104]) ausgeführten und mit allem Vorbehalt mitgeteilten Beobachtungen auf dem Jungfraufirn in 3,55 km Höhe (vgl. Abschnitt „Richtung") angedeutet, so daß es den Anschein hat, als sei besonders das Gebiet der Milchstraße eine Quelle der durchdringenden Höhenstrahlung, für deren Herkunft nur ein Kreis um den Zenith von 50^0 Durchmesser in Frage kommt.

Geht man bei der Annahme einer kosmischen Quelle der durchdringenden Höhenstrahlung einen Schritt weiter, und nimmt den ganzen Weltraum als gleichmäßig mit der strahlenden Materie erfüllt an, so ergeben sich, wie v. Schweidler[52]) gezeigt hat, zwar auch noch hohe, aber doch wahrscheinlicher als bei einzelnen Weltkörpern anmutende Werte der Radioaktivität, nämlich $^1/_{1200}$ von der des Urans, oder das 100fache der die Erdrinde zusammensetzenden Gesteine. Seeliger[66]) kommt zu ähnlichen Werten. Die beobachtete Ionisierungsstärke ist unabhängig von der Dichte, mit der die strahlende Substanz im Raum verteilt ist, und hängt nur ab von deren gesamter aktiver Masse.

Formal nicht verändert wird (nach Seeliger[66])) das Problem, wenn man die im Kosmos räumlich gleichmäßig verteilte aktive Substanz auch die oberen Atmosphärenschichten bis zu etwa 30 km Höhe hinab erfüllend denkt. So kommt man zur Hypothese des atmosphärischen Ursprungs der durchdringenden Höhenstrahlung, die zuerst von Wigand (nach Kolhörster[43])) so gefaßt wurde, daß unter der Wirkung der atmosphärischen Temperaturschichtung an der Grenze zwischen Troposphäre und Stratosphäre, also in etwa 11 km Höhe, oder darüber in der Stratosphäre radioaktive Produkte angehäuft seien, von denen die Höhenstrahlung ausgehe. Eine gewisse Stütze für diese Ansicht geben die im vorigen Abschnitt besprochenen Beobachtungen beim Durchgang des Halleyschen Kometen (Wigand[61])), aus denen mit Wahrscheinlichkeit hervorgeht, daß aktive Substanzen in den oberen Luftschichten imstande sind, eine am Erdboden meßbare durchdringende Strahlung auszusenden. Die beim Kometendurchgang gemachten Beobachtungen von Dämmerungsanomalien, besonderen Trübungen und Leuchterscheinungen in den oberen Luftschichten sprechen dafür, daß die Strahlungsquelle eher aus festen Teilchen („Staub") als aus Gasen bestand. Und auch der für die Höhenstrahlungsquelle in der oberen Atmosphäre angenommene aktive Stoff wird wahrscheinlich eher Staub als Gas sein, da eine Ansammlung fester kleiner Teilchen in horizontaler Schichtung durch die stabile Luftschichtung besonders begünstigt wird. Bei diesem Schweben

Digitized by Google

spielt vermutlich die Erwärmung der Staubteilchen über die Temperatur der umgebenden Luft durch Absorption von Wärmestrahlung und auch durch radioaktive Zerfallswärme eine Rolle, indem sich die Teilchen, nach einer Vorstellung von Linke[57]), mit einer warmen Lufthülle umgeben, die sie eventuell sogar zum Aufsteigen befähigen könnte.

Die Hypothese einer radioaktiven Staubsuspension in der unteren Stratosphäre ist von Linke[57]) rechnerisch geprüft worden mit dem Ergebnis, daß die Kolhörsterschen Ballonbeobachtungen erklärbar sind, wenn man die Quelle der Strahlung in einer horizontalen Luftschicht mit gleichmäßig ausgebreiteter aktiver Substanz sucht, deren Schwerpunkt um rund 20 km Höhe liegt; der Höhenstrahlung ist dabei ein Absorptionskoeffizient $\mu_{\text{Luft}} = 0{,}46 \cdot 10^{-5}\,\text{cm}^{-1}$ zuzuschreiben. Nimmt man einen größeren Anteil der sekundären Wandstrahlung an der beobachteten Ionisierung im Wulfschen Apparat an, als sich aus den Eichungen mit γ-Strahlen von *RaC* ergeben hat, so ist die strahlende Schicht in größere Höhe zu rücken. Ihre untere Grenze wird vermutlich nicht unter 11 km, die Grenze der Stratosphäre, reichen, während ihre obere Grenze in 60 bis 80 km Höhe mit der Grenze der Dämmerungserscheinungen zusammenfallen dürfte.

Seeliger[66]) hat mit den Kolhörsterschen Ballonbeobachtungen das Problem einer in der oberen Atmosphäre und im Kosmos räumlich gleichmäßig ausgebreiteten, staubförmigen strahlenden Substanz theoretisch allgemeiner behandelt, auch mit Berücksichtigung der Streuung der Strahlung neben der reinen Absorption, und den Absorptionskoeffizienten von der Größenordnung $\mu_{\text{Luft}} = 0{,}5 \cdot 10^{-5}\,\text{cm}^{-1}$ gefunden, sowie für den Linkeschen Sonderfall dessen Rechnungen bestätigt. Nimmt man die untere Grenze der strahlenden Substanz oberhalb 30 km Höhe an, so ist die Höhenlage dieser Grenze nur von geringem Einfluß auf das Ergebnis der Rechnung. Liegt die untere Grenze unterhalb 30 km Höhe, so werden sich Änderungen ihrer Höhenlage in Schwankungen der Höhenstrahlung in den unteren Luftschichten äußern. Für die Aktivität der in den oberen Atmosphärenschichten oder im Kosmos verteilten strahlenden Substanz ergeben sich, wie schon erwähnt, im Vergleich mit den bekannten radioaktiven Substanzen der Erdrinde, recht hohe Werte; zur Erzielung der Aktivität einer Säule, die mit dem Querschnitt 1 cm aus der strahlenden Schicht ausgeschnitten ist, müßten bei 10 km Höhe der unteren Grenze $2{,}5 \cdot 10^{-8}$ g *RaC* in ihr verteilt sein. Einen ähnlichen Wert finden Linke[57]) und Bergwitz[58]). Letzterer hat besonders auf die Bedenken gegen die Hypothese der radioaktiven Staubsuspension in der Stratosphäre hingewiesen.

Die Berufung auf die Eigenschaften der bisher bekannten radioaktiven Substanzen kann nicht als dringender Gegengrund gegen die mögliche Richtigkeit der Hypothesen zur Erklärung des Ursprungs der Höhenstrahlung gelten, da in der Stratosphäre oder im Kosmos auch Substanzen mit anderen radioaktiven Eigenschaften vorhanden sein könnten, deren man am Erdboden wegen ihrer geringen Menge noch nicht habhaft geworden ist. Daß es sich schon qualitativ um etwas ganz Neues handelt, zeigt ja die große Härte der Höhenstrahlung; denn keine der sämtlichen Hypothesen über den Ursprung dieser Strahlung kann dafür, daß ihr Absorptionskoeffizient rund 10 mal kleiner ist als der kleinste bekannte γ-Strahlenwert, mit Beziehung auf bisher Bekanntes eine Erklärung geben. Das Energiequantum $h\nu$ hat bei der durchdringenden Höhenstrahlung und ihrem Erzeugungsprozeß eine in keinem bisher bekannten physikalischen Vorgang erreichte Größe.

Die Herkunft des in der Stratosphäre angenommenen strahlenden Staubes wird vorwiegend kosmisch sein (Linke[57])), wofür auch die Analogie des Kometeneffekts spricht. Nähere Vorstellungen hierzu hat Swinne[71]) entwickelt, der sich den in den oberen Luftschichten schwebenden, aktiven kosmischen Staub möglicherweise aus radioaktiven Rückstoßatomen gebildet denkt, die von der Sonne ausgesandt werden, wenn eine Ausstrahlung Birkelandscher Heliokathodenstrahlen durch besonders energischen radioaktiven Zerfall stattfindet.

Bei den Möglichkeiten, die Quelle der Höhenstrahlung in der Erdatmosphäre zu suchen, ist ferner ein radioaktives Gas als Bestandteil der Luft auch in der Troposphäre in Betracht zu ziehen. Schroedinger[29]) hat für gleichmäßige Durchmischung der Luft mit den strahlenden Substanzen die Höhenverteilung der Strahlung berechnet, die aber eine gänzlich andere ist als die beobachtete, jedenfalls von 5,5 km Höhe an keine Zunahme nach oben mehr zeigt. Die tatsächlich vorhandenen Emanationen mit ihren Zerfallsprodukten ergeben als „Luftstrahlung", wie schon erwähnt, höchstens 0,2 *J*, also zur Erklärung der durchdringenden Höhenstrahlung quantitativ vollkommen unzureichende Strahlungswerte.

v. Schweidler[52]) erörtert die Möglichkeit, daß ein leichtes radioaktives Gas, nach dem Daltonschen Gesetz in der Atmosphäre verteilt in großer Höhe praktisch allein vorhanden wäre, und zeigt, daß sich die beobachtete Höhenverteilung der durchdringenden Strahlung so nicht erklären läßt, weil die beobachteten Werte in

Digitized by Google

größerer Höhe, verglichen mit den berechneten, eine zu starke Zunahme der Strahlung mit der Höhe ergeben. Ein atmosphärisches Gas, das Gockel[51]) für diskutierbar halten möchte, muß daher nach diesen Berechnungen als Strahlungsquelle ausscheiden.

Es bleibt schließlich noch für atmosphärischen Ursprung der Höhenstrahlung denkbar, daß in der Troposphäre mit zunehmender Höhe der Gehalt an Emanationen und ihren Zerfallsprodukten nicht schnell abnimmt, wie man bei der Herkunft der Emanationen ausschließlich von der Erde nach den Zerfallszeiten und dem Betrage des vertikalen Luftaustausches annehmen müßte (Heß und Schmidt[67])), sondern aus irgendeinem unbekannten Grunde zunimmt. Das könnte etwa bei irdischer Herkunft der Emanationen dadurch eintreten, daß an bestimmten Stellen der Erdoberfläche besonders kräftige Luftströme aufsteigen, oder, wie Bongards[74, 95]) es sich denkt, durch Emanationseinstrahlung von der Sonne her, im Zusammenhang mit der Sonnentätigkeit. Bei einer solchen vertikalen Emanationsverteilung in der Troposphäre mit Zunahme nach oben wäre es denkbar, daß die beobachteten Werte der Höhenstrahlung ein direktes γ-Strahlenmaß des umgebenden Emanationsgehalts der betreffenden Höhe wären, wobei die größere Härte der Höhenstrahlung durch die Höhenverteilung der Emanation vorgetäuscht sein könnte. Hat auch diese Hypothese wenig Wahrscheinlichkeit für sich, so war sie doch in Anbetracht fehlender zuverlässiger Emanationsbestimmungen aus der freien Atmosphäre und wegen der von Bongards geltend gemachten Anzeichen nicht von vornherein ganz abzulehnen. Neuerdings ist sie aber zwingend widerlegt worden durch noch nicht veröffentlichte, von Wigand und Wenk (1923—24) ausgeführte Flugzeugmessungen des Radium-Emanationsgehaltes der Luft bis 4 km Höhe nach der direkten Kondensationsmethode, wobei sich ergab, daß der Emanationsgehalt mit zunehmender Höhe schnell auf einen sehr kleinen Betrag abnimmt, schneller noch, als die Berechnungen von Heß und Schmidt erwarten lassen. Die an verschiedenen Tagen gemachten Aufstiege zeigen keine Andeutung für Abweichungen von dieser Norm und lassen den Einfluß der Luftschichtung auf die vertikale Abnahme der Radiumemanation erkennen, entsprechend ihrer Herkunft von der Erde. Die Emanationen von Thorium und Actinium mit ihren Zerfallsprodukten können danach wegen ihrer kurzen Lebensdauer in noch wesentlich geringere Höhen gelangen. Ob nicht doch zu gewissen Zeitpunkten im Zusammenhang mit der Sonnentätigkeit Emanationen von oben in die Troposphäre bis in die unteren Kilometer eindringen können, beabsichtigt Bongards[72]) (und nach persönlicher Mitteilung) durch Flugzeugmessungen der aktiven festen Zerfallsprodukte zu untersuchen. Sollte sich hierbei wider Erwarten und abweichend von den Messungen von Wigand und Wenk ein positives Ergebnis herausstellen, so wäre damit noch keine Erklärung der Höhenstrahlung durch Emanationen in der Troposphäre möglich, da an vielen Tagen die Radiumemanationsmenge vom Boden aus mit zunehmender Höhe schnell abnimmt und die Zunahme der Höhenstrahlung oberhalb 2 km Höhe stets gefunden wird.

VI. Zusammenhang mit Erdfeldproblem.

Das Grundproblem der luftelektrischen Forschung, die Aufrechterhaltung des elektrostatischen Feldes in der Erdatmosphäre, haben Swann[63, 73, 90]) und v. Schweidler[68, 76]) unabhängig voneinander in Beziehung zur durchdringenden Höhenstrahlung gebracht. Es handelt sich hier um die Erklärung des „Gegenstromes", d. h. des Vorganges, durch den die negative Erdladung und das elektrische Feld in der Atmosphäre aufrecht erhalten wird, obwohl der vertikal von oben nach unten gerichtete Leitungsstrom besteht, der die felderzeugenden Ladungen dauernd ausgleicht. Die physikalische Natur dieses durch v. Schweidler[56]) zur klaren Formulierung des Problems eingeführten Gegenstroms, der dem Erdboden negative und der Atmosphäre positive Ladung zuführt, ist noch unbekannt. Ein Versuch v. Schweidlers[68]), ihn direkt als harte β-Strahlung am Erdboden nachzuweisen, verlief zwar ebenso wie ein ähnlicher Versuch von Swann[90, 105]) ergebnislos; v. Schweidler[76]) hält aber, wie auch Swann[90]), diesen Befund noch nicht für entscheidend und eine Wiederholung des Versuches unter günstigeren Bedingungen für erwünscht. Von Swann[55]), v. Schweidler[56, 76]), Seeliger[75]), Kähler[82]) und Gockel[96]) sind die zur Deutung des Gegenstromes in Betracht kommenden Annahmen eingehend und erschöpfend diskutiert worden.

Die Hypothese von Swann und v. Schweidler besteht nun darin, daß die von oben kommende durchdringende Höhenstrahlung an den Luftmolekeln eine vorzugsweise vertikal nach unten gerichtete Austrittsstrahlung erzeugen soll, eine aus Elektronen bestehende Sekundärstrahlung, die den gesuchten Gegenstrom zur Kompensation des vertikalen Leitungsstromes darstellt. Daß die von harten γ-Strahlen ausgelösten, sehr schnellen Elektronen hauptsächlich in der Fortsetzung der Richtung der erregenden γ-Strahlung

Digitized by Google

ausgesandt werden, ist durch die Versuche von Bragg, Kohlrausch und Schroedinger[48]), sowie von Prelinger[83]) erwiesen; der Überschuß der sekundären Austrittsstrahlung über die Eintrittsstrahlung (gemessen durch den Asymmetriekoeffizienten) ist bei den leichteren festen Elementen als Sekundärstrahlern beträchtlich und wächst mit der Härte der primären γ-Strahlung. Daher ist, wenn man diese Ergebnisse auch auf Gase ausdehnen darf, bei den leichten Atomen der Luft und der großen Härte der Höhenstrahlen darauf zu rechnen, daß die sekundäre Elektronenstrahlung die Richtung vertikal abwärts besonders stark bevorzugt und an Geschwindigkeit die schnellsten bekannten β-Strahlen radioaktiver Substanzen übertrifft. Die direkte Ionisierung der Luft durch Elektronen, deren Geschwindigkeit der des Lichtes sehr nahe kommt, soll nur gering sein (Swann[97, 105]), Angenheister[106])).

Wenn es auch noch nicht gelungen ist, diese abwärts gerichteten β-Strahlen und ihre Erzeugung durch die durchdringende Höhenstrahlung direkt nachzuweisen, oder auch nur mit einiger Sicherheit eine Übereinstimmung zeitlicher Variationen des Spannungsgefälles und der Höhenstrahlung zu finden, so gibt es doch einige andere Erscheinungen, die für die vermutete ursächliche Verknüpfung der durchdringenden Höhenstrahlung mit der Erhaltung des Erdfeldes sprechen.

Durch Messungen von Leitfähigkeit und Spannungsgefälle bei Ballonhochfahrten bis 9 km Höhe haben Wigand und Everling[84, 85, 86]) nachgewiesen, daß die vertikale Leitungsstromdichte in der freien Atmosphäre in ihrem allgemeinen Verlauf mit zunehmender Höhe abnimmt. Daraus ist zu folgern, daß sich in höheren wie in tieferen Schichten der Atmosphäre ein nicht auf Ionenleitung beruhender Vorgang abspielt, der die betreffenden Schichten dauernd zu Quellen eines von oben nach unten gerichteten Vertikalstroms macht. Dieser Vorgang kann identisch sein mit dem das Erdfeld erhaltenden „Gegenstrom" und nach der Hypothese von Swann und v. Schweidler darin bestehen, daß die durchdringende Höhenstrahlung eine vertikal gerichtete Ionisierung bewirkt, bei der die entstandenen negativen Elektronen relativ zu den zugehörigen positiven Ionen nach unten verschoben werden.

Zwei andere Feststellungen, die den Zusammenhang des elektrostatischen Erdfeldes mit von der Sonne kommenden elektrischen Strahlungen beweisen, sind hier noch zu erwähnen, im Hinblick auf die vermutete Wirkung der Höhenstrahlung als Erdfeld-Erhalter und diejenige Ursprungshypothese der Höhenstrahlung, die diese für eine durch Elektronen oder positive Massestrahlen der Sonne in der oberen Atmosphäre ausgelöste Sekundärstrahlung ansieht. Bauer[81]) hat gezeigt, daß an elektrisch normalen Tagen für ungestörte Orte sich das luftelektrische Spannungsgefälle gleichsinnig mit der Sonnenfleckentätigkeit ändert. Und Mauchly[89]) und Hoffmann[94]) haben unabhängig voneinander gefunden, daß die 24stündige Hauptwelle der täglichen Periode des Spannungsgefälles auf dem größten Teil der Erde, besonders über den Ozeanen, in der Arktis und Antarktis, gleichzeitig verläuft, also nicht durch die Ortszeit, sondern durch die absolute Zeit bestimmt wird; vgl. auch Angenheister[106]).

VII. Aufgaben.

Die weitere Erforschung der durchdringenden Höhenstrahlung sieht eine Fülle von Aufgaben vor sich. Das Meßverfahren muß durch Steigerung der Empfindlichkeit so weit gefördert werden, daß auch in geringer Seehöhe mit dem vollen Rüstzeug des Laboratoriums erfolgreiche Untersuchungen möglich werden. Versuche in dieser Richtung durch Steigerung der Ionisierungswirkung mit Erhöhung der Dichte des Füllgases und des Wandmaterials des Gefäßes, sowie durch Verwendung von Zählmethoden für Einzelstrahlen und hochempfindliche Elektrometer von kleiner Kapazität liegen bereits vor.

Sodann ist eine Klärung der Frage nach dem von der Höhenstrahlung erregten Betrag der sekundären Wandstrahlung des Gefäßes erforderlich, damit man die in der freien Luft tatsächlich herrschende Ionisierungsstärke der Höhenstrahlung angeben kann. Die mit γ-Strahleneichung bestimmten Werte der sekundären Gefäßstrahlung weichen vermutlich von den für die härtere Höhenstrahlung gültigen nicht unerheblich (anscheinend nach unten) ab.

Von den Eigenschaften der Höhenstrahlung interessiert zurzeit am meisten ihre Richtung. Da in 4 km Höhe etwa der 10fache, bereits gut meßbare Betrag des Bodenwertes der Höhenstrahlung herrscht, wird man zunächst mit dem schon weitgehend vervollkommneten, aber noch meßempfindlicher und störungsfreier zu gestaltenden und auch zur Registrierung einrichtbaren, transportablen Meßgerät in solcher Höhe im Hochgebirge die Versuche über die Änderung der durch die Höhenstrahlung bewirkten Ionisierungsstärke mit der Einfallsrichtung fortzusetzen haben. Solche Versuche sind, auch in geringerer Seehöhe, besonders in hohen und niedrigen Breiten erwünscht.

Erst nach Klärung der Richtungsfrage und der damit zusammenhängenden Frage der Streu-

Digitized by Google

ung kann man zu einem zuverlässigen Werte für den Absorptionskoeffizienten gelangen, der vorerst mangels näherer Kenntnisse über die Richtung der Strahlung nur der Größenordnung nach angebbar ist.

Damit wird dann auch die Frage nach der physikalischen Natur der Höhenstrahlung reif, die Entscheidung, ob es sich wirklich entsprechend der allgemeinen Annahme um eine γ-Strahlung mit angebbarer Wellenlänge handelt, oder vielleicht um eine β-Strahlung, deren Geschwindigkeit wegen ihrer großen Durchdringungsfähigkeit der Lichtgeschwindigkeit wesentlich näher kommen müßte als die der härtesten bekannten β-Strahlen.

Das zurzeit am meisten noch der Spekulation unterworfene Problem des Ursprunges der Höhenstrahlung ist durch nähere Kenntnis ihrer Eigenschaften und eingehendes Studium der gekoppelten irdischen und kosmischen Erscheinungen der Lösung zuzuführen, wobei die Aufdeckung zeitlicher und örtlicher Schwankungen eine wichtige Rolle spielen wird und die Verwendung von Luftfahrzeugen, besonders von unbemannten Ballonen, zur Messung der Höhenverteilung bis in große Höhen der Stratosphäre hinauf unerläßlich ist.

Literaturverzeichnis.

1) E. Rutherford u. H. L. Cooke, Phys. Rev. **16**, 183, 1903; Phil. Mag. (6) **6**, 403, 1903.
2) N. R. Campbell, Jahrb. d. Rad. u. Elektr. **2**, 434, 1905.
3) O. W. Richardson, Nature **73**, 607; **74**, 55, 1906.
4) J. C. Mc Lennan, Physik. Zeitschr. **9**, 440, 1908.
5) D. Pacini, Rendic. Ac. Linc. (5a) **18**, 123, 1909.
6) Th. Wulf, Physik. Zeitschr. **10**, 152, 1909.
7) K. Kurz, Physik. Zeitschr. **10**, 834, 1909.
8) A. Gockel, Physik. Zeitschr. **10**, 845, 1909.
9) Th. Wulf, Physik. Zeitschr. **10**, 997, 1909.
10) D. Pacini, Ann. Uff. Centr. Meteorol. Ital. **32**, parte 1a, 1910.
11) H. Mache, Wien. Ber. (IIa) **119**, 55, 1910.
12) A. Gockel, Physik. Zeitschr. **11**, 280, 1910.
13) K. Bergwitz, Habil.-Schr. Braunschweig 1910.
14) E. v. Schweidler, Wien. Ber. (IIa) **119**, 1839, 1910.
15) A. Wigand, Verh. d. Deutsch. Physik. Ges. **12**, 511, 1910.
16) Th. Wulf, Physik. Zeitschr. **11**, 811, 1910.
17) D. Pacini, Le Radium **8**, 307, 1911.
18) G. C. Simpson u. C. S. Wright, Proc. R. Soc. London (A) **85**, 175, 1911.
19) A. Thompson, Terr. Magn. and Atm. Electr. **16**, 25, 1911.
20) A. Gockel, Physik. Zeitschr. **12**, 595, 1911.
21) J. C. Mc Lennan u. E. N. Macallum, Phil. Mag. (6) **22**, 639, 1911.
22) V. F. Heß, Wien. Ber. (IIa) **120**, 1205 u. 1575, 1911; Physik. Zeitschr. **12**, 998, 1911.
23) A. Gockel, Jahrb. d. Rad. u. Elektr. **9**, 1, 1912.
24) D. Pacini, Nuovo Cimento (VI) **3**, 93, 1912.
25) A. Gockel, Arch. de Genève **34**, 120, 1912.
26) L. V. King, Phil. Mag. (6) **23**, 242, 1912.
27) E. v. Schweidler, Wien. Ber. (IIa) **121**, 1297, 1912.
28) V. F. Heß, Wien. Ber. (IIa) **121**, 2001, 1912; Physik. Zeitschr. **13**, 1084, 1912.
29) E. Schroedinger, Wien. Ber. (IIa) **121**, 2391, 1912.
30) M. de Broglie, C. R. **154**, 1654, 1912.
31) A. Gockel, Arch. de Genève **35**, 396, 1913.
32) E. v. Schweidler, Wien. Ber. (IIa) **122**, 137, 1913.
33) V. F. Heß, Wien. Ber. (IIa) **122**, 1053 u. 1481, 1913; Physik. Zeitschr. **14**, 610, 1913.
34) K. Bergwitz, Physik. Zeitschr. **14**, 953, 1913.
35) C. Dorno, Physik. Zeitschr. **14**, 956, 1913.
36) W. Kolhörster, Physik. Zeitschr. **14**, 1066, 1913.
37) V. F. Heß, Physik. Zeitschr. **14**, 1135, 1913; Verh. d. Deutsch. Physik. Ges. **15**, 1002, 1913.
38) H. Benndorf, C. Dorno, V. F. Heß, E. v. Schweidler u. Th. Wulf, Physik. Zeitschr. **14**, 1141, 1913.
39) W. Kolhörster, Physik. Zeitschr. **14**, 1153, 1913; Verh. d. Deutsch. Physik. Ges. **15**, 1111, 1913.
40) L. V. King, Phil. Mag. (6) **26**, 604, 1913.
41) J. C. Mc Lennan u. A. R. Mc Leod, Phil. Mag. (6) **26**, 740, 1913.
42) W. Kolhörster, Mitteil. d. Naturf. Ges. Halle **3**, Nr. 5, 1913.
43) W. Kolhörster, Das Weltall **14**, 97 u. 118, 1914.
44) A. Wigand, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. **16**, 232, 1914; Terr. Magn. and Atm. Electr. **19**, 93, 1914.
45) W. Kolhörster, A. Wigand u. K. Stoye, Abh. d. Naturf. Ges. Halle, N. F. Nr. 4, 1914.
46) E. v. Schweidler, Physik. Zeitschr. **15**, 685, 1914.
47) W. Kolhörster, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. **16**, 719, 1914; Beitr. z. Physik d. fr. Atm. **7**, 87, 1914/15.
48) K. W. F. Kohlrausch u. E. Schroedinger, Wien. Ber. (IIa) **123**, 1319, 1914.
49) Chr. Jensen, W. Kolhörster u. P. Perlewitz, Jahrb. d. Hamburg. Wiss. Anst. **32**, 3. Beiheft, 1914/15.
50) J. C. Mc Lennan u. H. G. Murray, Phil. Mag. **30**, 428, 1915.
51) A. Gockel, Physik. Zeitschr. **16**, 345, 1915; Met. Zeitschr. **33**, 15, 1916.
52) E. v. Schweidler, Elster-Geitel-Festschrift, Braunschweig 1915, S. 411.
53) G. Hoffmann, Elster-Geitel-Festschrift, Braunschweig 1915, S. 435.
54) K. Bergwitz, Elster-Geitel-Festschrift, Braunschweig 1915, S. 585.
55) W. F. G. Swann, Terr. Magn. and Atm. Electr. **20**, 105, 1915.
56) E. v. Schweidler, Enzyklop. d. math. Wiss. IV, 1, 9, S. 235.
57) F. Linke, Met. Zeitschr. **33**, 157 u. 510, 1916.
58) K. Bergwitz, Met. Zeitschr. **33**, 310, 1916.
59) W. F. G. Swann, Proc. Second Pan Amer. Scient. Congr. (Washington 1915) 1916.
60) V. F. Heß u. R. W. Lawson, Wien. Ber. (IIa), **125**, 285 u. 585, 1916.
61) A. Wigand, Physik. Zeitschr. **18**, 1, 1917.
62) A. Gockel, Neue Denkschr. d. Schweiz. Naturf. Ges. **54**, Abh. 1, 1917.
63) W. F. G. Swann, Phys. Rev. (2) **9**, 555, 1917.
64) E. v. Schweidler, Wien. Ber. (IIa) **126**, 1009, 1917.
65) V. F. Heß u. M. Kofler, Physik. Zeitschr. **18**, 585, 1917; Wien. Ber. (IIa) **126**, 1394, 1917; Met. Zeitschr. **35**, 137, 1918.
66) R. Seeliger, Münch. Ber., math.-phys. Kl. 1918, S. 1.
67) V. F. Heß u. W. Schmidt, Physik. Zeitschr. **19**, 109, 1918.
68) E. v. Schweidler, Wien. Ber. (IIa) **127**, 515, 1918.
69) L. Palazzo, Mem. d. Soc. d. Spettrosc. Ital. **8**, ser. 2a, 1919.
70) W. Kolhörster, Die Naturwiss. **7**, 412, 1919.
71) R. Swinne, Die Naturw. **7**, 529. 1919.
72) H. Bongards, Met. Zeitschr. **36**, 339, 1919.
73) W. F. G. Swann, Journ. Franklin Inst. Nov. 1919, S. 577.

Digitized by Google

74) H. Bongards, Physik. Zeitschr. **21**, 141, 1920.
75) R Seeliger, Ann. d. Phys. **62**, 464, 1920.
76) E. v. Schweidler, Ann. d. Phys. **63**, 726, 1920.
77) K. Kähler, Veröff. d. Preuß. Met. Inst. Nr. 309, Abh. 7, Nr. 2, 39, 1920; Physik. Zeitschr. **21**, 324, 1920.
78) C. H. Kunsman, Phys. Rev. (2) **16**, 349, 1920.
79) K. M. Downey, Phys. Rev. (2) **16** 420, 1920; **20**, 186, 1922.
80) A. Wigand, Physik. Zeitschr. **22**, 36, 1921.
81) L. A. Bauer, Terr. Magn. and Atm. Electr. **26**, 33, 1921; Bull. Nation. Research Council, Washington. Nr. 17, 59, 1922 (Amer. Geophys. Union, Sect. Terr. Magn. and Electr.); Met. Zeitschr. **41**, 123, 1924.
82) K. Kähler, Met. Zeitschr. **38**, 199, 1921.
83) H. Prelinger, Wien. Ber. (IIa) **130**, 279, 1921; Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. (3) **2**, 40, 1921.
84) A. Wigand, Ann. d. Phys. **66**, 81, 1921.
85) E. Everling u. A. Wigand, Ann. d. Phys. **66**, 261, 1921.
86) A. Wigand, Physik. Zeitschr. **22**, 623, 1921.
87) W. Kolhörster, Zeitschr. f. Phys. **5**, 107, 1921.
88) W. Nernst, Das Weltgebäude im Lichte der neueren Forschung. Berlin 1921.
89) S. J. Mauchly, Phys. Rev. (2) **18**, 161 u. 477, 1921; **21**, 721, 1923; Bull. Nation. Research Council, Washington, Nr. 17, 73, 1922 (Amer. Geophys. Union, Sect. Terr. Magn. and Electr.); Terr. Magn. and Atm. Electr. **28**, 61, 1923.
90) W. F. G. Swann, Bull. Nation. Research Council, Washington, Nr. 17, 65, 1922 (Amer. Geophys. Union, Sect. Terr. Magn. and Electr.).
91) E. Marsden, Terr. Magn. and Atm. Electr. **27**, 101, 1922.
92) E. v. Schweidler, Terr. Magn. and Atm. Electr. **27**, 105, 1922.
93) W. Kolhörster, Zeitschr. f. Phys. **11**, 379, 1922.
94) K. Hoffmann, Beitr. z. Phys. d. fr. Atm. **11**, 1, 1923.
95) H. Bongards, Physik. Zeitschr. **24**, 16 u. 295, 1923.
96) A. Gockel, Physik. Zeitschr. **24**, 500, 1923.
97) W. F. G. Swann, Phys. Rev. (2) **21**, 384, 1923.
98) H. F. Fruth, Phys. Rev. (2) **22**, 109, 1923.
99) R. M. Otis, Phys. Rev. (2) **22**, 198, 1923.
100) R. M. Otis, Phys. Rev. (2) **22**, 199, 1923.
101) R. A. Millikan u. J. S. Bowen, Phys. Rev. (2) **22**, 198, 1923; Transact. Internat. Geod. and Geophys. Union, Sect. Terr. Magn. and Electr., Rome Meeting 1922, Bull. Nr. 3, 150, 1923.
102) D. Pacini, Transact. Internat. Geod. and Geophys. Union, Sect. Terr. Magn. and Electr., Rome Meeting 1922, Bull. Nr. 3, 168, 1923.
103) V. Oberguggenberger, Wien. Ber. (IIa), **132**, 59, 1923.
104) W. Kolhörster (u. G. v. Salis), Berlin. Ber., phys.-math. Kl., 1923, S. 366.
105) W. F. G. Swann, Bull. Nation. Research Council, Washington, Vol. 7, Part 5, No. 41, S. 60, 1924 (Transact. Amer. Geophys. Union 1923).
106) G. Angenheister, Göttinger Nachr., math.-phys. Kl., 1924, S. 81.

Halle a. S., Juli 1924.

(Eingegangen 1. August 1924.)

BESPRECHUNGEN.

H. Reichenbach, Axiomatik der relativistischen Raum-Zeit-Lehre. gr. 8°. X u. 161 S. (Die Wissenschaft, Bd. 72.) Braunschweig, Vieweg & Sohn, A.-G. 1924. M. 6.—, geb. M. 7.50.

Die bisherige physikalische Axiomatik stellt allgemeine Sätze an die Spitze, die nur indirekt bestätigt und deshalb höchstens mehr oder weniger wahrscheinlich genannt werden können. Reichenbach findet darin eine Schwierigkeit. Um ihr zu entgehen, will er Behauptungen über beobachtbare Tatsachen als Axiome an den Anfang setzen. Nun enthält aber jede Tatsachenbehauptung schon Theorie. Indes bedeutet das keine unüberwindliche Schwierigkeit, weil man Tatsachen benutzen kann, für deren Deutung es auf theoretische Vorstellungen innerhalb weiter Grenzen nicht ankommt. So kann man z. B. die Bewegung des Lichtes in starken Gravitationsfeldern beliebig ansetzen, seine Bewegung innerhalb des Beobachtungsfernrohres wird praktisch stets die gleiche sein. Reichenbach nennt solche Tatsachen elementare Tatsachen und benutzt nur solche, die ohne Berücksichtigung der Relativitätstheorie geprüft werden können.

Darauf baut sich nun die abstrakte Begriffswelt der Theorie auf. Dieser begriffliche Teil wird in Definitionen formuliert. Definitionen sind weder wahr noch falsch, sondern willkürlich. Sie müssen nur auf Eindeutigkeit, Widerspruchslosigkeit und unter Umständen auf Einfachheit untersucht werden. Die physikalische Definition ist im Unterschiede von der mathematischen stets Zuordnungsdefinition, d. h. sie ordnet eine mathematische Definition einem Elemente der Wirklichkeit zu.

Auf diese Weise wird die Relativitätstheorie eine Theorie, die weder wahr noch falsch ist; sie ergibt sich nicht zwangsläufig aus den „Axiomen", sondern sie stellt eine der möglichen Theorien dar, die sich von den anderen durch formale Vorzüge unterscheidet. Reichenbach benutzt zum Aufbau 11 Axiome, von denen sich die meisten wieder in mehrere zerlegen, und 27 Definitionen. Auf die Einzelzüge der Darstellung kann naturgemäß nicht eingegangen werden. Sie bringt einige interessante neue Überlegungen, und manche Gedanken der Theorie erscheinen in überraschenden Zusammenhängen und Einkleidungen.

Die Kritik findet, wie immer, genug angreifbare Einzelheiten. Sie könnte z. B. darauf hinweisen, daß manche Axiome, z. B. XI, nicht mehr der ursprünglichen Bestimmung entsprechen, daß Gleichzeitigkeit kein mathematischer Begriff ist. Ich möchte aber hier nur das Prinzipielle betonen, weil Reichenbach darauf den Hauptwert legt. Seine „Axiomatik" ist logisch durchaus verschieden von der eigentlichen Axiomatik (vgl. diese Zeitschr. **20**, 444, 1923); sie ist nichts weiter als die Systematisierung der historischen Entwicklung einer Theorie. Die Lehre von den „Definitionen" ist wenig durchdacht. Wenn man die Erde eine Kugel nennt, so ist die Relation zwischen Erde und Kugel natürlich weder wahr noch falsch, aber deshalb auch nicht willkürlich; indes ist das Urteil „die Erde ist eine Kugel" wahr oder falsch wie jedes Urteil. Die Theorie Reichenbachs wertet die Relativitätstheorie zu gering, wenn sie ihr Wahrheit oder Falschheit abspricht und nur formale Vorzugseigenschaften beilegt. Um die Relativitätstheorie philosophisch zu verstehen — das will Reichenbach mit seinem Buche —, muß man doch in etwas tiefere Schichten der Erkenntnis- und Gegenstandstheorie eindringen. Ich habe das in einem Buche (Die philosophischen Probleme der Einsteinschen

Digitized by Google

Relativitätstheorie, 1922, Bd. 39 der Sammlung „Die Wissenschaft") versucht, das auch implizite alle Gedanken enthält, die zur Beurteilung der Theorie Reichenbachs nötig sind. Aloys Müller.

Reinhold Rüdenberg, Elektrische Schaltvorgänge und verwandte Störungserscheinungen in Starkstromanlagen. gr. 8°. VIII u. 504 S. mit 477 Abbildungen im Text u. 1 Tafel. Berlin, Julius Springer. 1923. Geb. M. 20.—.

Unter Schaltvorgängen werden alle nicht stationären Erscheinungen in elektrischen Stromkreisen verstanden, die durch beabsichtigte oder, wie bei Kurz- und Erdschlüssen, unbeabsichtigte Änderungen der Schaltungen entstehen. Bei den riesigen Energiemengen, die in vielen Starkstrom- und Hochspannungsanlagen umgesetzt werden, ist die Kenntnis dieser Vorgänge außerordentlich wichtig, um die Ausführung der Anlagen zweckmäßig zu gestalten und die Schädigungen durch Schaltvorgänge nach Möglichkeit zu vermeiden. An den zahlreichen in der Literatur zerstreuten Arbeiten über diese Vorgänge hat der Verfasser bereits hervorragenden Anteil. Es ist ein sehr verdienstvolles Werk, dieses ganze Gebiet nun in Form eines Lehr- und Nachschlagebuches zusammenfassend behandelt zu haben.

Das Buch enthält 10 Kapitel in drei Abschnitten: A. Langsame Ausgleichsvorgänge in geschlossenen Stromkreisen. I. Einfache Stromkreise, II. Magnetisch verkettete Stromkreise, III. Schalten von Motoren, IV. Störung der Leitungsumgebung; B. Vorgänge in Stromkreisen mit gekrümmter Charakteristik. V. Lichtbogenwirkung, VI. Magnetische Sättigung, C. Schnelle Wanderwellen auf Leitungen. VII. Homogene Leitungen, VIII. Zusammengesetzte Leitungen, IX. Spulen und Kondensatoren, X. Leitungsnetze und Wickelungen.

Die Darstellung zeichnet sich durch außerordentliche Klarheit und Anschaulichkeit aus. Zahlreiche gute Abbildungen, graphische Darstellungen und Oszillogramme erläutern den Text. Die einzelnen Kapitel sind, dem Charakter des Nachschlagewerkes entsprechend, so gehalten, daß sie auch einzeln abgeschlossene Bilder geben. Das Buch wird nicht nur Elektrotechnikern äußerst willkommen sein, es wird auch den technischen Physikern viele Anregungen geben und hoffentlich auch in diesen Kreisen viele Freunde und weite Verbreitung finden. Reich.

I. Peters, Die mathematischen und physikalischen Grundlagen der Musik. kl. 8°. IV u. 35 S. m. einer Kurve. Leipzig u. Berlin, B. G. Teubner. 1924. Kart. M. —.80.

Das Büchlein, Band 55 der Lietzmann-Wittingschen Bibliothek, gibt eine kurze und klare Darstellung der physikalischen Musiklehre. Es behandelt so ziemlich alle Fragen, die auf diesem Grenzgebiete auftauchen, von der physiologischen Theorie des Hörens und der Harmonielehre bis zu dem Bau der Musikinstrumente und der Hörsamkeit der Räume. Leider ist der Raum, auf dem diese Fülle des Stoffs zusammenzudrängen war, gar knapp bemessen; der Verfasser kann daher überall nur andeuten, nirgends ins Einzelne gehen. Die Schärfe des Ausdrucks läßt an manchen Stellen zu wünschen übrig. So wenn der Verf. von der Konsonanz als Folge kleiner Zahlen oder von dem kleinen Zahlenverhältnis konsonierender Töne spricht (S. 1 und 2). Die Behauptung, daß die pythagoreische Leiter von guten Sängern und Geigern oft fast rein innegehalten werde (S. 8) und daß sie sich vornehmlich für die einstimmige Musik eigne (S. 11), ist sicher unrichtig. Schwer verständlich scheint mir der Abschnitt über das duale System; was „Durmoll" ist oder sein soll, kann der Eingeweihte erraten, aus den Ausführungen des Verfassers zu entnehmen ist es kaum. Trotz dieser kleinen Beanstandungen kann man das Büchlein als wohlfeile erste Einführung durchaus empfehlen. J. Wallot.

A. C. Elsbach, Kant und Einstein. Untersuchungen über das Verhältnis der modernen Erkenntnistheorie zur Relativitätstheorie. gr. 8°. VIII u. 374 S. Berlin und Leipzig, W. de Gruyter & Co. 1924. M. 8.—, geb. M. 9.20.

Über Kant wird bekanntlich viel gestritten. Elsbach nimmt seine Raum- und Zeitlehre in der Auffassung der Marburger Schule (Cohen, Natorp, Cassirer) und versucht nun zu zeigen, daß Kant und Einstein bis auf einen Punkt vollständig übereinstimmen. Dieser Punkt ist das Verhältnis von Raum und Zeit, die Kant noch als selbständige Invarianten behandelt hat, während die Relativitätstheorie lehren soll, daß „Raum und Zeit gleichartig sind und nicht mehr verschieden" (S. 353). Im wesentlichen wiederholt das etwas zu ausführliche Buch nur die Gedanken von Cassirer (Zur Einsteinschen Relativitätstheorie, 1921).

Dem Philosophen wäre es leicht zu zeigen, wie weder das Resultat Elsbachs noch auch sein Gegenteil zutrifft. Der Physiker wird in dem Buche nichts finden, was ihn interessiert. Er muß nur gelegentliche schiefe Auffassungen zurückweisen; so lehrte z. B. die Relativitätstheorie durchaus nicht die Gleichartigkeit von Raum und Zeit. Aloys Müller.

Druckfehlerberichtigung.

Zum Artikel H. Krefft in Nr. 14.

S. 355. 2. Spalte, Zeile 15 v. u. lies 1100 bis 1300 Volt, statt .... bis 1130 Volt.
S. 357. Tabelle 5. Spalte zu ergänzen $V_{max} = 5500$ Volt in der vierten Reihe.
S. 366. fehlt die Unterschrift: München, physikal. Institut der Universität.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Ernannt: Der ord. Professor für angewandte Physik an der Universität Jena Dr. Wienfried Schumann in gleicher Eigenschaft an der Technischen Hochschule in München, der Professor der Experimentalphysik an der Universität Cambridge Sir Ernest Rutherford zum Dr. of science h. c. der Universität Toronto.

Berufen: Prof. Dr. P. Scherrer (Zürich) hat die Berufung an das Physikalische Institut der Universität Bern abgelehnt; der a. o. Prof. H. Greinacher (Zürich) erhielt einen Ruf als ord. Prof. an die Universität Bern (Nachfolger von Prof. Förster) und hat diesen Ruf angenommen.

Gestorben: Der ord. Professor an der Johns Hopkins University Baltimore Dr. Joseph E. Gilpin, der Herausgeber der „Zeitschrift für das gesamte Schieß- und Sprengstoffwesen" Dr. Richard Escales in München, der Honorarprofessor für physikalische Grundlagen der Elektrotechnik an der Technischen Hochschule Berlin Dr. Salomon Kalischer.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. F. Harms in Würzburg. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Digitized by Google

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

No. 19. 1. Oktober 1924. 25. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 21 am 10. Oktober 1924.

INHALT:

Originalmitteilungen:

O. E. Frivold, Beitrag zur Kenntnis des sogenannten anomalen Verhaltens starker Elektrolyte. S. 465.

C. Wagner, Die Oberflächenspannung verdünnter Elektrolytlösungen. S. 474.

F. J. v. Wiśniewski, Zur Theorie des Funkenspektrums des Aluminiums. S. 477.

F. J. v. Wiśniewski, Das Bogenspektrum von Natrium. S. 480.

J. J. Tichanowsky, Beiträge zur Theorie des Polarimeters Martens. S. 482.

W. Esmarch, Zur Frage über den elektrischen Widerstand metallischer Aggregate. S. 484.

K. Gorbatscheff, Über Vergleichung von Kapazitäten mittels einer Eingitterröhre. S. 485.

Besprechungen:

E. Wedekind, Stereochemie. S. 487.

H. Rothe, Einführung in die Tensorrechnung. S. 487.

K. Hahn, Grundriß der Physik. II. S. 488.

N. E. Nörlund, Differenzenrechnung. S. 488.

Berichtigung. S. 488.

Personalien. S. 488.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Beitrag zur Kenntnis des sogenannten anomalen Verhaltens starker Elektrolyte[1]).

Von O. E. Frivold.

§ 1. Vor einiger Zeit wurde von Debye[2]) gezeigt, daß das sogenannte anomale Verhalten der starken Elektrolyte, welches, wie man seit langem weiß, sich mit den Forderungen der klassischen Theorie von der unvollständigen Dissoziation nicht in Einklang bringen läßt, in wäßrigen Lösungen beschrieben werden kann, wenn man von der Annahme der vollständigen Dissoziation ausgeht und den elektrischen Kräften zwischen den freien Ionen Rechnung trägt. Bei der Durchführung der Überlegungen wurde dabei — wenigstens so weit es sich nicht um höhere Konzentrationen handelt — der Einfluß des Lösungsmittels auf diese Kräfte lediglich durch eine seiner Dielektrizitätskonstante entsprechende Verminderung der Coulombschen Kräfte zwischen den Ionen in Rechnung gesetzt.

Es ist nun von besonderem Interesse, zu untersuchen, wie dieser Ansatz, welcher sich bei wäßrigen Lösungen nicht zu hoher Konzentrationen (einige Zehntel Mol im Liter) weitgehend bewährt hat, auch im Falle nichtwäßrigen Lösungsmittels den Tatsachen gerecht zu werden vermag. Vom rein theoretischen Standpunkte aus würde man erwarten, daß von den in den zitierten Arbeiten aufgestellten Gesetzmäßigkeiten um so eher Abweichungen auftreten können, je kleiner die Dielektrizitätskonstante des Lösungsmittels ist, denn jene Gesetzmäßigkeiten sind gewonnen mit Hilfe gewisser Näherungsverfahren, von denen man eine umso bessere Annäherung an die Wirklichkeit erwarten sollte, je kleiner die Kräfte zwischen den Ionen sind, d. h. aber je größer die Dielektrizitätskonstante des Lösungsmittels ist.

Der Hauptzweck der vorliegenden Mitteilung ist es nun, zur Untersuchung dieser Frage einen Beitrag zu liefern. Experimentelles Material, welches hierzu geeignet ist, liegt — wenigstens soweit es sich nicht um die Leitfähigkeit der Elektrolyte handelt, auf die wir hier nicht eingehen wollen[1]) — meines Wissens nicht vor. Messungen, welche auf diesem Gebiete vorliegen, sind nicht bei genügend kleinen Konzentrationen ausgeführt. Ich habe deshalb im letzten Herbst in Zürich im Physikalischen Institut der Eidgen. Techn. Hochschule einige Siedepunktserhöhungsbestimmungen von möglichst verdünnten alkoholischen Lösungen ausgeführt.

Nebenbei soll noch gezeigt werden, daß einige an wäßrigen Lösungen vorliegende Messungen von B. F. Lovelace, I. C. W. Frazer und V. B. Sease[2]) sowie von A. Smits[3]) über Dampfdruckerniedrigung, die ja aus thermodynamischen Gründen mit der Gefrierpunktserniedrigung in einfacher Weise verknüpft ist, die bereits bei der untersuchten Gefrierpunktserniedrigung gemachten Feststellungen bestätigen.

1) Vor kurzem wurde eine vorläufige Mitteilung unter dem Titel „Messungen der osmotischen Koeffizienten für Lithiumchlorid in verdünnten alkoholischen Lösungen" in den „Naturwissenschaften" über diesen Gegenstand veröffentlicht. Naturw. 12, 413—414, 1924.

2) P. Debye und E. Hückel, Zur Theorie der Elektrolyte I, II; diese Zeitschrift 24, 185 u. 305, 1923; ferner P. Debye, ibid. 25, 97, 1924.

1) Über eine Diskussion des Einflusses der Dielektrizitätskonstante des Lösungsmittels auf die Konzentrationsabhängigkeit der Leitfähigkeit, siehe die zitierte Arbeit von P. Debye und E. Hückel, II.

2) Journal of the American Chem. Soc. 43, 102, 1921.

3) Zeitschr. für physikal. Chemie 51, 38, 1905.

Digitized by Google

I. Dampfdruckerniedrigung wäßriger Lösungen.

Theorie.

§ 2. Wir wenden uns zunächst dem zweiten Punkte zu. Messungen, welche mit genügender Genauigkeit bei Lösungen kleiner Konzentrationen, für die die Voraussetzungen der Theorie zutreffen, ausgeführt wurden, liegen nur spärlich vor. Ich verwandte einige Messungen von Lovelace, Frazer und Sease sowie von Smits (a. a. O.) über die Dampfdruckerniedrigung wäßriger KCl- und $NaCl$-Lösungen. Da in der angegebenen Arbeit (1) von Debye und Hückel sowie in der Arbeit von P. Debye wohl die allgemeinen Grundlagen für die Berechnung der thermodynamischen Erscheinungen angegeben wurden, die Ableitung aber nur für die Gefrierpunktserniedrigung durchgeführt wurde, so möge zunächst kurz das Gesetz abgeleitet werden, welches nach der Theorie für die Dampfdruckerniedrigung nicht zu konzentrierter Lösungen Gültigkeit haben sollte. Wir schließen uns dabei der von Debye neuerdings gegebenen Darstellungs- und Bezeichnungsweise an. Herrn Dr. Hückel, welcher mich darauf aufmerksam machte, daß die thermodynamischen Zusammenhänge einfacher und übersichtlicher werden, wenn man die neue Darstellungsweise von Debye wählt, möchte ich an dieser Stelle bestens danken.

§ 3. Zur Aufstellung der Gleichgewichtsbedingung zwischen Dampf und Lösung geht man vom thermodynamischen Potential der Lösung und des Dampfes aus. Nach den Ausführungen P. Debyes kann die Hauptaufgabe der Theorie darin gesehen werden, den Zusatz zu berechnen, welcher infolge der zwischen den Ionen wirksamen elektrischen Kräfte am thermodynamischen Potential der idealen Lösung, in welcher die gelösten Teilchen keine Kräfte aufeinander ausüben, anzubringen ist.

Wir bezeichnen mit $Z = U - TS + pV$ (U Energie, S Entropie, T absolute Temperatur, p Druck, V Volumen der Lösung) das thermodynamische Potential der wirklichen, mit $\bar{Z}$ das der idealen Lösung, mit N_0 Anzahl der Moleküle des Lösungsmittels, mit N_i die Anzahl der in der Lösung vorhandenen Ionen der Sorte i ($i = 1 \dots s$).

$$c_0 = \frac{N_0}{N_0 + \Sigma N_i} \text{ und } c_i = \frac{N_i}{N_0 + \Sigma N_i}$$

sind die molekulare Konzentration des Lösungsmittels bzw. der Ionen der Sorte i. Dann kann nach Debye das thermodynamische Potential Z der wirklichen Lösung geschrieben werden.

$$Z = \bar{Z} + W, \tag{1}$$

wobei das Potential $\bar{Z}$ der idealen Lösung lautet:

$$\bar{Z} = N_0\varphi_0 + \Sigma N_i\varphi_i + kT\{N_0 \log c_0 + \Sigma N_i \log c_i\} \tag{2}$$

($k = 1{,}35 \cdot 10^{-16}$ erg., Boltzmannsche Konstante) und der Zusatz W, welcher wegen der elektrischen Kräfte an dem thermodynamischen Potential der idealen Lösung anzubringen ist, in der Form geschrieben werden kann:

$$W = kT\{N_0 \log h_0 + \Sigma N_i \log h_i\}. \tag{3}$$

Hier sind die „Aktivitätspotentialen" mit h_0, h_i bezeichnet. Diese können nach Debye in einfacher Weise durch einen gedachten Ladungsprozeß der Ionen bestimmt werden.

Wir entnehmen die Ausdrücke für die Aktivitätspotentiale der Arbeit von Debye[1]); hiernach ist, wenn der Ionendurchmesser berücksichtigt wird,

$$\log h_0 = 0, \quad \log h_i = -\frac{\varepsilon^2 z_i^2}{3DkT}\varkappa\chi_i(\varkappa a_i), \quad i = 1 \dots s. \tag{4}$$

Dabei ist $\varkappa$ die für die Elektrolytlösung charakteristische reziproke Länge, gegeben durch

$$\varkappa^2 = \frac{4\pi\varepsilon^2}{DkT}\Sigma n_i z_i^2, \tag{5}$$

wobei n_i die Anzahl der Ionen der Sorte i im ccm, z_i ihre Wertigkeit, und D die Dielektrizitätskonstante des Lösungsmittels bedeutet. Die Funktion $\chi_i(\varkappa a_i)$ mißt den Einfluß des „Ionendurchmessers" a_i, der ein Maß für den mittleren Annäherungsabstand der Ionen an das Ion der Sorte i darstellt und ist nur abhängig von dem Verhältnis dieses Durchmessers zur charakteristischen Länge $\frac{1}{\varkappa}$.

Die Funktion lautet explizite:

$$\chi_i(x_i) = \frac{3}{x_i^3}\left\{\tfrac{3}{2} + \log(1 + x_i) - 2(1 + x_i) + \tfrac{1}{2}(1 + x_i)^2\right\}. \tag{6}$$

Das thermodynamische Potential Z' des Dampfes kann in der Form geschrieben werden:

$$Z' = N'_0\varphi'_0,$$

wobei N_0' die Anzahl der Moleküle des Lösungsmittels in der Dampfphase bedeutet.

§ 4. Aus der Gleichgewichtsbedingung für die Variation $\delta(Z + Z')$

$$\delta(Z + Z') = 0$$

entsprechend einem Übergang eines Moleküls

1) Wir operieren im Gegensatz zu der ersten Arbeit von Debye und Hückel mit dem Gibbsschen thermodynamischen Potential $Z = U - TS + pV$, anstatt mit dem Planckschen $\Phi = S - \frac{U + pV}{T}$.

Digitized by Google

des Lösungsmittels aus der Lösung in den Dampf folgt:

$$\varphi'_0 - \varphi_0 = kT \log c_0 f_0, \qquad (7)$$

worin f_0 den Aktivitätskoeffizienten des Lösungsmittels bedeutet, der sich aus den Aktivitätspotentialen ableitet gemäß:

$$\log f_0 = \log h_0 + \Sigma N_i \frac{\delta \log h_i}{\delta N_0}. \qquad (8)$$

Aus den angegebenen Ausdrücken für die Aktivitätspotentiale ergibt sich:

$$\log f_0 = v_0 \frac{\varepsilon^2}{6DkT} \Sigma n_i z_i^2 \varkappa \sigma(\varkappa a_i), \qquad (9)$$

wobei v_0 das Volumen ist, welches ein Molekül des Lösungsmittels gemäß dem linearen Ansatz

$$V = v_0 N_0 + \Sigma v_i N_i \qquad (10)$$

zum Gesamtvolumen V der Lösung beiträgt und die Funktionen σ_i Funktionen von $x_i = \varkappa a_i$ sind, welche sich aus den χ_i gemäß

$$\sigma_i = \frac{d(\varkappa \chi_i)}{d\varkappa}$$

berechnen zu

$$\sigma_i = \frac{3}{x_i^3}\left[(1+x_i) - \frac{1}{1+x_i} - 2\log(1+x_i)\right]. \qquad (11)$$

Die Differenz $\varphi'_0 - \varphi_0$ in (7) kann nun durch den Dampfdruck und die Dampfdruckerniedrigung ausgedrückt werden, wenn man das Volumen v_0 eines Moleküls in der Flüssigkeit gegen das Volumen v'_0 im Dampf vernachlässigt und für den Dampf die idealen Gasgesetze als gültig ansieht. Ist p der Dampfdruck des reinen Lösungsmittels und Δp die Dampfdruckerniedrigung, so erhält man in bekannter Weise[1]):

$$\varphi'_0 - \varphi_0 = kT \log\left(1 - \frac{\Delta p}{p}\right) \qquad (12)$$

1) Es ist

$$\varphi'_0 = \varphi'_0(p) - \int_p^{p-\Delta p} \frac{\partial \varphi'_0}{\partial p} \Delta p = \varphi'_0(p) + \int_p^{p-\Delta p} v'_0 \Delta p,$$

$$\varphi_0 = \varphi_0(p) - \int_p^{p-\Delta p} \frac{\partial \varphi_0}{\partial p} \Delta p = \varphi_0(p) + \int_p^{p-\Delta p} v_0 \Delta p,$$

$$\varphi'_0 - \varphi_0 = \varphi'_0(p) - \varphi_0(p) + \int_p^{p-\Delta p} (v'_0 - v_0)\Delta p, \quad \text{oder da}$$

$\varphi'_0(p) - \varphi_0(p)$ für den Gleichgewichtsdruck p verschwindet und unter Vernachlässigung von v_0 gegen v'_0

$$\varphi'_0 - \varphi_0 = \int_p^{p-\Delta p} v'_0 \Delta p$$

oder wenn man nach den idealen Gasgesetzen einsetzt

$$v'_0 = \frac{kT}{p}, \quad \varphi'_0 - \varphi_0 = kT \int_p^{p-\Delta p} \frac{\Delta p}{p} = kT \ln\left(1 - \frac{\Delta p}{p}\right).$$

und also wird nach (7) und (12)

$$1 - \frac{\Delta p}{p} = c_0 f_0 = c_0 e^{\frac{\varepsilon^2 \varkappa}{6DkT} v_0 \sum_s^1 n_i z_i^2 \sigma_i}. \qquad (13)$$

Demgegenüber würde man ohne Berücksichtigung der gegenseitigen Kräfte der Ionen für die Dampfdruckerniedrigung $\overline{\Delta p}$, der idealen Lösung erhalten

$$1 - \frac{\overline{\Delta p}}{p} = c_0 \qquad (14)$$

entsprechend der Tatsache, daß für die idealen Lösungen die Aktivitätskoeffizienten des Wassers den Wert 1 haben.

§ 5. Den Ausdruck für die Dampfdruckerniedrigung kann man noch etwas anders schreiben; zunächst kann man statt c_0 die Konzentration der Ionen einführen gemäß

$$c_0 = 1 - \sum_1^s c_i, \qquad (15)$$

ferner kann die Exponentialfunktion entwickelt werden, da der Exponent, auch wenn größere Konzentrationen berücksichtigt werden, klein gegen 1 ist. So folgt:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\Delta p}{p} &= \sum_1^s c_i - \left(1 - \sum_1^s c_i\right) \frac{\varepsilon^2 \varkappa v_0}{6DkT} \sum_1^s n_i z_i^2 \sigma_i \\ &\cdot \left(1 + \frac{\varepsilon^2 \varkappa v_0}{12DkT} \sum_1^s n_i z_i^2 \sigma_i\right) \cdots \end{aligned}\right\} \qquad (16)$$

Für mittlere und kleine Konzentrationen kann noch $v_0 n_i$ durch c_i ersetzt werden, da dann

$$v_0 n_i = v_0 \frac{N_i}{V} = \frac{N_i}{N_0} = \frac{N_i}{N_0 + \Sigma N_i} = c_i$$

gesetzt werden darf, weil die Zahl der Ionen als verschwindend klein gegen die der Moleküle des Lösungsmittels angesehen werden kann. Vernachlässigt man dann noch die in Σc_i und $\varkappa$ auftretenden quadratischen Glieder, so bekommt man

$$\frac{\Delta p}{p} = \sum_1^s c_i \left(1 - \frac{\varepsilon^2 \varkappa}{6DkT} z_i^2 \sigma_i\right) \qquad (17)$$

gegenüber dem Ausdruck (14) für die Dampfdruckerniedrigung $\overline{\Delta p}$ der idealen Lösung, welcher geschrieben werden kann:

$$\frac{\overline{\Delta p}}{p} = \sum_1^s c_i. \qquad (18)$$

Definiert man als osomotischen Koeffizienten das Verhältnis $\frac{\Delta p}{\overline{\Delta p}}$ der Dampfdruckerniedrigung von wirklicher und idealer Lösung, so ergibt sich nach (16) und (18) für diesen:

Digitized by Google

$$g = \frac{\Delta p}{\overline{\Delta p}} = \frac{\Delta p}{p \Sigma c_i} = 1 - \frac{1 - \Sigma c_i}{\Sigma c_i} \frac{\varepsilon^2 \varkappa v_0}{6 DkT} \Big| \cdot \Sigma n_i z_i^2 \sigma_i \left(1 + \frac{\varepsilon^2 \varkappa v_0}{12 DkT} \Sigma n_i z_i^2 \sigma_i\right) \cdots \Big| \quad (19)$$

und unter den angegebenen Vernachlässigungen, welche für kleine und mittlere Konzentrationen erlaubt sind

$$g = 1 - \frac{\varepsilon^2 \varkappa}{6 DkT} \frac{\Sigma c_i z_i^2 \sigma_i}{\Sigma c_i}. \quad (20)$$

Für geringe Konzentrationen strebt die Funktion σ dem Wert 1 zu. Man bekommt daher als Grenzgesetz für unendliche Verdünnung:

$$g = 1 - \frac{\varepsilon^2 \varkappa}{6 DkT} \frac{\Sigma c_i z_i^2}{\Sigma c_i}. \quad (21)$$

Die Größe $1 - g$ gibt die prozentuale Abweichung der Dampfdruckerniedrigung vom klassischen Werte an.

Experimentelle Prüfung.

§ 6. Die Gleichung (19), welche nach den in der Theorie gemachten Voraussetzungen auch bei größeren Konzentrationen Gültigkeit haben sollte, wurde verwendet, um einige Meßresultate von Lovelace, Frazer und Sease (a. a. O.) über die Dampfdruckerniedrigung von *KCl* in Wasser mit der Theorie zu vergleichen.

Bezeichnet man mit n die Zahl der gelösten (vollständig dissoziierten) Moleküle im ccm, dann wird die Konzentration der beiden vorhandenen Ionensorten $n_1 = n_2 = n$; ferner ist $z_1^2 = z_2^2 = 1$, und wenn man mit einem mittleren für die Ionensorten des Elektrolyten gleichen Durchmesser a rechnet, wird $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$. Dem entspricht es, wenn man in Gleichung (11) $\varkappa_i = \varkappa \cdot a$ schreibt.

Es vereinfacht sich dann die allgemeine, auch für Gemische gültige Formel (19) zu:

$$1 - g = \frac{1 - 2c}{2c} \frac{\varepsilon^2 \varkappa}{6 DkT} \Sigma v_0 2n\sigma \Big| \cdot \left(1 + \frac{\varepsilon^2 \varkappa}{12 DkT} \Sigma v_0 2n\sigma\right) \cdots, \Big| \quad (22)$$

wobei $2c = \Sigma c_i$ und nach (5)

$$\varkappa = \sqrt{\frac{4\pi\varepsilon^2}{DkT}} \sqrt{2n} \quad (22')$$

ist, oder unter Einführung der molaren Konzentration γ'[1]) in Mol pro 1000 g Lösungsmittel gemäß

$$n = N\left(\frac{\varrho}{1000} - \frac{b}{10^6}\right)\gamma', \quad (23)$$

wo $N = 6{,}06 \cdot 10^{23}$ die Loschmidtsche Zahl, ϱ die Dichte der Lösung und b Anzahl g Salz in 1000 ccm Lösung bei der betreffenden Dichte ist[1]),

$$\varkappa = \sqrt{\frac{4\pi\varepsilon^2}{DkT}} N \left(\frac{\varrho}{1000} - \frac{b}{10^6}\right) \sqrt{2\gamma'}. \quad (24)$$

Es wurde die Konzentration c berechnet gemäß dem zwischen c und γ' gültigen Zusammenhang,

$$c = \frac{\gamma' M_0}{1000} \frac{1}{1 + M_0 \frac{2\gamma'}{1000}}, \quad (25)$$

wo M_0 das Molekulargewicht des Lösungsmittels angibt.

Bei den Berechnungen konnten das in $\varkappa$ quadratische Glied und die weiteren Glieder in (22) gestrichen werden, da eine Überschlagsrechnung gezeigt hatte, daß das in $\varkappa$ quadratische Glied bei den größten hier in Betracht kommenden Konzentrationen sich nur wenig bemerkbar macht.

Bei den Berechnungen sind folgende Zahlenwerte der verschiedenen Größen verwendet: $\varepsilon = 4{,}77 \cdot 10^{-10}$ e. s. E., $k = 1{,}35 \cdot 10^{-16}$ erg. und da die Messungen bei 20° C ausgeführt wurden, $T = 293$. Die Dielektrizitätskonstante des Wassers bei $T = 293$ wird nach Angaben von Drude[2]) $D = 80{,}55$.

Die Größe σ (Gleichung 11), welche die Dimensionen der Ionen gegenüber ihrer Umgebung mißt, ist in der Arbeit von Debye und Hückel (a. a. O.) in ihrer Abhängigkeit von $x = \varkappa \cdot a$ tabelliert. Wenn a bekannt ist, läßt sich σ für verschiedene Konzentrationen aus der graphischen Darstellung entnehmen. a wurde bestimmt zu $3{,}09 \cdot 10^{-8}$ cm[3]).

---

1) In der erwähnten Arbeit von Debye und Hückel (1) wird die Konzentration, angegeben in Anzahl Mol Salz pro 1000 g Lösungsmittel, mit γ' bezeichnet. Es soll auch hier die gleiche Bezeichnung benutzt werden. In der Arbeit von Lovelace, Frazer und Sease sind die Konzentrationen in Mol Salz in 1000 g Wasser angegeben.

1) In Landolt-Börnstein, Physikalisch-Chemische Tabellen, findet man für verschiedene Konzentrationen Anzahl g *KCl* gelöst in 1000 g Wasser angegeben. Da $\frac{b}{10^6}$ in (24) dem Gliede $\frac{\varrho}{10^3}$ gegenüber klein ist, darf man ohne merkbaren Fehler b durch Anzahl g *KCl* in 1000 g Wasser ersetzen. Daß dies erlaubt ist, wurde auch bei einer Überschlagsrechnung bestätigt.

2) Ann. d. Phys. **59**, 61, 1896.

3) Der mittlere Durchmesser der Ionen a wurde berechnet in folgender Weise. Aus der experimentell bestimmten Kurve 1 in Fig. 1, wo $1 - g$ in ihrer Abhängigkeit von ihrem Argument $\sqrt{2\gamma'}$ eingetragen ist, wird für $\sqrt{2\gamma'} = 0{,}63$, $1 - g = 0{,}10$ entnommen. Aus dem Grenzgesetz für äußerste Verdünnung (Gl. 21) berechnet man $1 - g' = 0{,}176$ für $\sqrt{2\gamma'} = 0{,}63$. Der wirklich beobachtete Wert geht aus diesem Grenzwerte hervor durch Multiplikation mit 0,56. Dieser Faktor ist dem Werte σ gleichzusetzen. Aus der graphischen Darstellung zwischen σ und $x = \varkappa \cdot a$ entnimmt man für $\sigma = 0{,}56$ den Wert $x = 0{,}46$. Aus (22') wird $\varkappa = 0{,}148 \cdot 10^8$ für $\sqrt{2\gamma'} = 0{,}63$ Daraus berechnet man $a = \frac{x}{\varkappa} = 3{,}09 \cdot 10^{-8}$ cm.

Digitized by Google

Die in der angegebenen Weise berechneten Werte von $1-g$ in ihrer Abhängigkeit von $\sqrt{2\gamma'}$ sind in Fig. 1 Kurve 2 eingetragen. Die Gerade stellt das Grenzgesetz für unendliche Verdünnung dar (Gleichung (21)).

Die Größe $1-g=1-\frac{\Delta p}{2cp}$ wurde nach den experimentellen Angaben berechnet und ist in ihrer Abhängigkeit von $\sqrt{2\gamma'}$ in der Fig. 2 Kurve 1 eingetragen.

§ 7. Aus Fig. 1 geht hervor, daß die theoretisch berechnete Kurve bis zu etwa 0,5 Mol

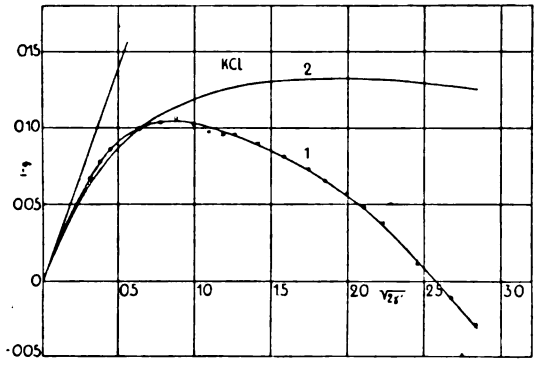


Fig. 1.

pro 1000 g Lösungsmittel nahezu mit den Beobachtungen zusammenfällt. Besonders wenn man die experimentellen Schwierigkeiten bei großen Verdünnungen berücksichtigt ist die Übereinstimmung eine recht gute. Die experimentell gefundene Kurve mündet in den Nullpunkt ein mit einer Tangente, welche sich der theoretisch berechneten gut anpaßt.

Auch hier bestätigt sich wie bei den Gefrierpunktserniedrigungsmessungen das Grenzgesetz für geringe Verdünnungen (Gleichung 21 u. 5), wonach die prozentualen Abweichungen vom klassischen Werte der Wurzel aus der Konzentration proportional sind.

Bei größeren Konzentrationen zeigt die experimentell gefundene Kurve ein Maximum und schneidet bei noch größeren Konzentrationen die Abszissenachse. Mit anderen Worten will das sagen, daß die Dampfdruckerniedrigung größer werden kann, als man nach der klassischen Theorie erwarten sollte. Die theoretische Kurve zeigt auch ein Maximum. Aber die Krümmung ist ganz schwach, so daß die Diskrepanz bei größeren Konzentrationen sehr auffällig ist. Diese eigentümlichen Verhältnisse bei den größeren Konzentrationen hat man durch die sogenannte Hydratation erklären wollen, d. h. durch eine Anlagerung der Moleküle des Lösungsmittels an die Ionen. Eine derartige Anlagerung wird nämlich verursachen, daß die Konzentration der Ionen größer erscheint als dies wirklich der Fall ist. Denn die Anzahl Ionen im Verhältnis zur gesamten Anzahl der freien Teilchen wird dann größer als wenn keine Anlagerung stattfindet.

In der Arbeit von Debye und Hückel (a. a. O.) finden sich als Schlußbemerkungen einige vorläufige Uberlegungen, welche die Möglichkeit eröffnen die sogenannte Hydratation auf rein elektrischem Wege zu erklären, wenn man berücksichtigt, daß die Ionen Systeme polarisierbarer Ladungen sind.

In Fig. 2 sind einige Meßresultate von Smits[1]) über die Dampfdruckerniedrigungen

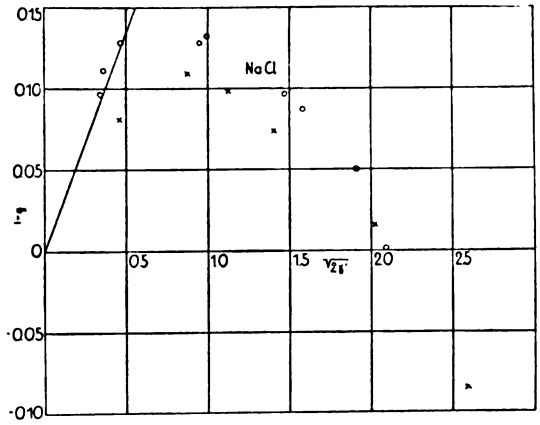


Fig. 2.

von $NaCl$ in Wasser eingezeichnet. Die eingezeichneten Kreuze und Kreise beziehen sich auf Messungen, welche mit zwei verschiedenen Manometern ausgeführt worden sind. Die Kreuze sind nach Messungen mit einem Rayleighschen Manometer berechnet und repräsentieren die besten Messungen. Die theoretische Tangente, welche das Grenzgesetz darstellt, ist auch hier eingezeichnet. Im übrigen ergibt sich auch in diesem Falle eine Abhängigkeit der prozentualen Abweichung $1-g$ von der Wurzel der Ionenkonzentration, wie das in Fig. 1 für KCl der Fall war.

II. Siedepunktserhöhung alkoholischer Lösungen.

§ 8. Für verdünnte Lösungen wird der Ausdruck des osmotischen Koeffizienten für alle in Betracht kommenden Erscheinungen (Gefrierpunktserniedrigung usw.) der gleiche und kommt durch Gleichung (20) und (21) zum Ausdruck. Nach (20) und (5) sind die prozentualen Abweichungen der Siedepunktserhöhungen vom

1) a. a. O.

Digitized by Google

klassischen Werte umgekehrt proportional der $^3/_2$ Potenz der Dielektrizitätskonstanten des Lösungsmittels bei kleinen Konzentrationen.

Um diese Aussage der Theorie zu prüfen, habe ich einige Siedepunktserhöhungsbestimmungen von möglichst verdünnten alkoholischen Lösungen ausgeführt. Lösungen von Lithiumchlorid in Methylalkohol, Äthylalkohol und Propylalkohol mittels eines Dampfdruckdifferentialthermometers von Menzies[1]) wurden untersucht[2]). Die Dielektrizitätskonstanten von Methyl-, Äthyl- und Propylalkohol sind beim Siedepunkt extrapoliert nach Angaben von R. Abegg, W. Seitz, F. Ratz und L. Lange 22,2, 18,7 bzw. 8,4[3]).

Experimenteller Teil.

§ 9. Das Dampfdruckdifferentialthermometer von Menzies besteht aus einem unten umgebogenen Glasrohr (Fig. 3), mit Erweiterungen bei *a* und *b*. Das Thermometer wird teilweise mit Wasser gefüllt und vor dem Abschmelzen bei *c* durch Auskochen leer gemacht. Wegen Ungleichheit der Kapillarkräfte in der Kapillare (etwa 2 mm im Diameter) und im Gefäß *a* besteht, auch wenn die Temperatur in den zwei Gefäßen dieselbe ist, ein Höhenunterschied der zwei Menisken in *a* und *b*. Wird die Temperatur im Gefäß *a* größer als in *b*, so steigt die Flüssigkeit in der Kapillare wegen des Dampfdruckunterschiedes in den beiden Schenkeln. Aus dem durch den Dampfdruckunterschied hervorgerufenen Höhenunterschiede der Flüssigkeit in beiden Schenkeln ist der Temperaturunterschied bestimmt, wenn die mittlere Temperatur der beiden Gefäße bekannt ist.

Für jeden zehntel Grad C von 33° bis 101,9° C ist in der zitierten Arbeit (a. a. O.) die Temperaturänderung angegeben, welche einer Dampfdruckänderung von 1 mm Höhenunterschied des Wassers bei derselben Temperatur entspricht. Der Temperaturunterschied, welcher einem abgelesenen Höhenunterschied der zwei Menisken in *a* und *b* entspricht, ergibt sich dann als Produkt des aus der erwähnten Tabelle zu entnehmenden Reduktionsfaktors und des Höhenunterschiedes.

Fig. 3.

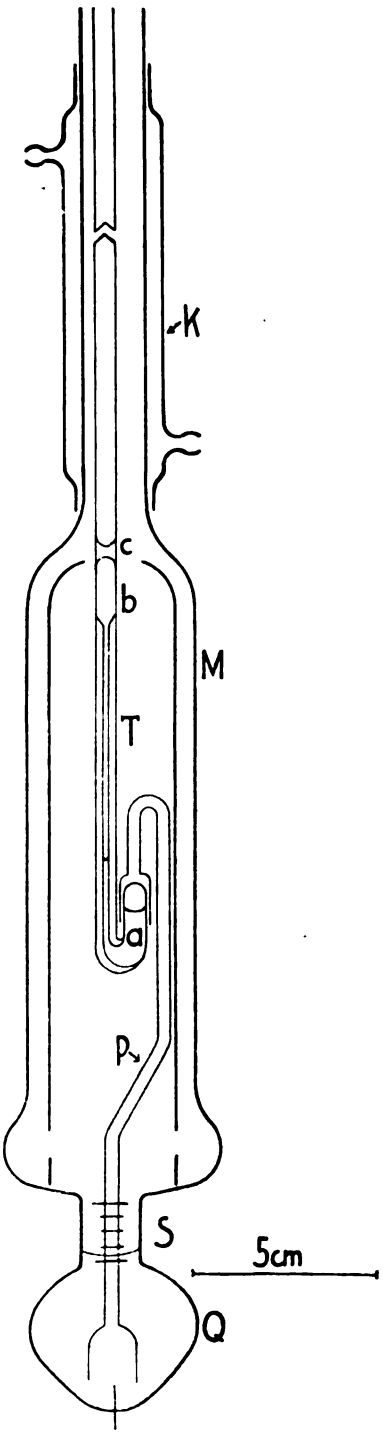


Fig. 4.

Bei 100° entspricht ein Höhenunterschied von 1 mm etwa 0,003° C.

Viele Fehlerquellen, welche sich bei einem Beckmann-Thermometer bemerkbar machen, fallen bei diesem Thermometer weg. Nähere

1) Journ. of the American Chem. Soc. **43**, 23, 1921.

2) In der vorläufigen Mitteilung wurde fehlerhaft angegeben, daß das Dampfdruckthermometer von Menzies und Wright herrührt. Die Siedepunktsmethode, welche für die später in dieser Notiz erwähnten Siedepunktsmessungen Verwendung fand, ist von Menzies und Wright angegeben (a. a. O.).

3) R. Abegg u. W. Seitz, Zeitschr. f. phys. Chem. **29**, 246, 1899; F. Ratz, Zeitschr. f. phys. Chem. **19**, 94, 1896; L. Lange, Göttinger Diss., nicht veröffentlicht.

Digitized by Google

Angaben darüber findet man in der Veröffentlichung von Menzies.

§ 10. Die Bestimmung der Siedepunktserhöhung zwischen Lösungsmittel und Lösung wurde in folgender Weise im wesentlichen nach dem Verfahren von Menzies und Wright[1]) ausgeführt. In einem Gefäß mit Kühler (Fig. 4) wird das Lösungsmittel zum Sieden gebracht und die Temperatur mittels eines Normalthermometers mit einer Genauigkeit von etwa $^1/_{10}{}^0$ C bestimmt. Das Normalthermometer wird entfernt, dann die Bunsenflamme und das Siedegefäß Q in kaltes Wasser eingetaucht. Sobald die Flüssigkeit nicht mehr siedet, aber ehe der Dampf kondensiert ist, wird das Volumen des Lösungsmittels durch Ablesen an der Teilung S bestimmt. Dadurch wird erreicht, daß die Flüssigkeitsmenge des Lösungsmittels, welche während des Siedens sich in der Lösung befindet, gemessen wird.

Das Differentialthermometer T mit der Pumpe P wird nun in der angegebenen Stellung befestigt. Wenn man das Lösungsmittel wieder zum Sieden bringt, wird die Flüssigkeit durch emporsteigende Luftblasen in der Pumpe mitgerissen, wodurch das Gefäß a von der Flüssigkeit überspült wird. Wenn das reine Lösungsmittel siedet, nehmen die zwei Gefäße die gleiche Temperatur an[2]).

Der Höhenunterschied wird dann beobachtet. Ein Gläschen mit der abgewogenen Menge des Salzes läßt man dann von oben her in das Lösungsmittel herabfallen. Nachdem das Salz aufgelöst ist, stellt sich das neue Gleichgewicht ein. Der Behälter a nimmt dann die höhere Temperatur der Lösung an. Da ein Belag von kondensiertem Lösungsmittel sich an der Oberfläche des Gefäßes b niederschlägt, nimmt dieses die Siedetemperatur des reinen Lösungsmittels an. Die Temperatursteigerung kann man dann mittels der oben angegebenen Tabelle aus dem durch das zugesetzte Salz hervorgebrachten Höhenunterschied berechnen.

Die Meßresultate.

§ 11. Um die Anwendbarkeit des Thermometers von Menzies mit der des Beckmann-Thermometers zu vergleichen, wurden einige Messungen ausgeführt mit Benzil in Benzol. Bekanntlich wird Benzol als Lösungsmittel bei ebullioskopischen Bestimmungen von Molekulargewichten vielfach benutzt.

In Tabelle I sind die Resultate wiedergegeben.

In ganz entsprechender Weise wurden die übrigen Messungen, deren Resultate nur summarisch in den Tabellen II, III und IV wiedergegeben sind, ausgeführt.

Tabelle I.

Siedetemperatur des Lösungsmittels $t = 78{,}65^0$ bei 715,15 mm Hg[1]).
Vol. des Lösungsmittels bei t^0, $v = 36{,}05$ ccm.
Reduktionsfaktor bei $78{,}65^0$, $r = 0{,}00521$[2]).

$$\gamma' = \frac{p \cdot 1000}{v. \varrho. M.}$$

Dichte des Lösungsmittels bei Siedetemperatur: $\varrho = 0{,}8149$,
Molekulargewicht des Salzes $M = 210{,}1$.

p. g Salz	Konz. in Mol. Salz p. 1000g Lösungsmittel γ'	Druckunterschied in mm h	Reduktionsfaktor r	Siedepunktserhöhung $\Delta = r \cdot h$	$K = \frac{\Delta}{\gamma'}$
0,2141	0,0249	16,9	0,00520	0,0879	25,2
0,3712	0,0605	30,4	0,005196	0,1581	26,1
0,5366	0,0875	44,0	0,005191	0,2285	26,1

Beckmann gibt nach seinen Messungen $K = 25{,}7$ an. Die Übereinstimmung ist also eine recht gute. Menzies und Wright (a. a. O.) finden für K mit dem Differentialthermometer den Wert 26,3.

§ 12. In Tabelle II, III und IV sind die unter „$1 - g$ beobachtet" auf experimentellem Wege gefundenen prozentualen Abweichungen der Siedepunktserhöhungen von klassischem Werte bei verschiedenen Konzentrationen ($\sqrt{2\gamma'}$ gibt die Wurzel aus der Ionenkonzentration an) angegeben. $LiCl$ in den drei Alkoholen, CH_3OH, C_2H_5OH (99,8 pro ccm) und C_3H_7OH wurde untersucht. Die reinsten Präparate von Kahlbaum wurden verwendet.

Tabelle II.

$LiCl$ in CH_3OH.

$$D = 22{,}7, \quad 1 - g = \frac{\bar{\Delta} - \Delta}{\bar{\Delta}}.$$

Siedepunktserhöhung nach der klassischen Theorie $\bar{\Delta} = 0{,}86 \cdot 2\gamma'$[3]).

1) Journ. of the Amer. Chem. Soc. **43**, 2314, 1921.
2) Eine Überhitzung der Flüssigkeit wird durch einen im Boden des Gefäßes eingeschmolzenen Platinadraht verhindert.

1) Die Barometerablesungen sind auf 0° C reduziert.
2) Mittels dieses Reduktionsfaktors und des beobachteten Höhenunterschiedes h wurde in erster Näherung Δ berechnet. Dann läßt sich mit hinreichender Genauigkeit die mittlere Temperatur der zwei Gefäße des Differentialthermometers berechnen. Aus der früher angegebenen Tabelle in der Arbeit von Menzies und Wright entnimmt man dann die unter r in Tab. I angegebenen Werte des Reduktionsfaktors.
3) Die ebullioskopischen Konstanten wurden aus dem vor kurzem erschienenen Buche von P. Walden: „Molekulargrößen von Elektrolyten in nichtwässerigen Lösungsmitteln" entnommen.

Digitized by Google

Beobachtete Siedepunktserhöhung $= \Delta$.
Siedetemp. d. Lösungsmittels bei 760 mm Hg 64,7°.
Dichte des Lösungsmittels bei Siedetemperatur
$\varrho = 0{,}7468$.

$\sqrt{2\gamma'}$	$1-g$ beob.	$1-g$ ber.	$\sqrt{2\gamma'}$	$1-g$ beob.	$1-g$ ber.
0,273	0,152	0,188	0,584	0,233	0,239
0,380	0,226	0,215	0,595	0,235	0,240
0 385	0,216	0,216	0,738	0,230	0,245
0,470	0,218	0,230	0,744	0,241	0,245
0,482	0,227	0,232	0,855	0,258	0,245
0,582	0,246	0,238	0,866	0,229	0,246
			0,873	0,238	0,246

Tabelle III.

$LiCl$ in C_2H_5OH.

$D = 18{,}7$, $\Delta = 1{,}15 \cdot 2\gamma'$.

Siedetemp. d. Lösungsmittels bei 760 mm Hg 78,5°.
Dichte des Lösungsmittels bei Siedetemperatur
$\varrho = 0{,}7389$.

$\sqrt{2\gamma'}$	$1-g$ beob.	$1-g$ ber.	$\sqrt{2\gamma'}$	$1-g$ beob.	$1-g$ ber.
0,117	0,088	0,148	0,426	0,331	0,325
0,211	0,212	0,226	0,538	0,344	0,352
0,266	0,298	0,260	0,547	0,369	0,353
0,268	0,302	0,262	0,616	0,339	9,363
0,287	0,290	0,270	0,629	0,356	0,365
0,372	0,320	0,306	0,632	0 352	0,365

Tabelle IV.

$LiCl$ in C_3H_7OH.

$D = 8{,}4$, $\Delta = 1{,}6 \cdot 2\gamma'$.

Siedetemp. d. Lösungsmittels bei 712 mm Hg 95,2°.
Dichte des Lösungsmittels bei Siedetemperatur
$\varrho = 0{,}745$.

$\sqrt{2\gamma'}$	$1-g$ beob.	$1-g$ ber.
0,260	0,404	0,406
0,363	0,420	0,420
0,393	0,443	0,424

Diskussion der Meßresultate.

§ 13. In Fig. 5 sind die experimentell bestimmten Werte von $1-g$ in ihrer Abhängigkeit von $\sqrt{2\gamma'}$ eingetragen. Außerdem sind einige Meßresultate von Biltz[1]) von $LiCl$ in Wasser und von $LiCl$ in Äthylalkohol bei größeren Konzentrationen nach Messungen von Beckmann[2]), Landsberger[3]) und Turner und Bessett[4]) eingetragen (die Zeichen ▷◁ in der Figur). Die in der Figur eingezeichneten

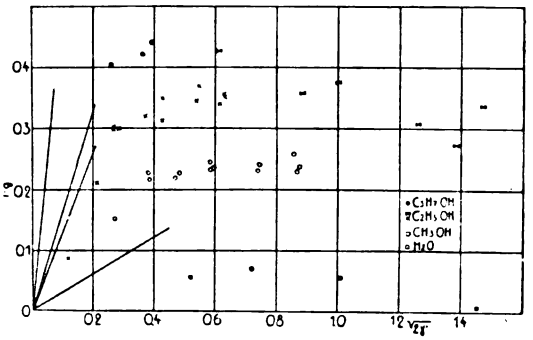


Fig. 5.

vier Geraden stellen das Grenzgesetz (21) für große Verdünnungen dar. Bei den Berechnungen sind die oben angegebenen Dielektrizitätskonstanten (in den Tabellen II, III und IV) für C_3H_7OH, C_2H_5OH und CH_3OH verwendet[1]). Die Dielektrizitätskonstante des Wassers bei Siedetemperatur ist nach Angaben von Drude zu 58,1 extrapoliert. Der Einfluß der dielektrischen Eigenschaften des Lösungsmittels auf die Abweichungen der Siedepunktserhöhung vom klassischen Werte kommt durch die verschiedenen Neigungen der vom Nullpunkt ausstrahlenden Geraden zum Ausdruck. Aus Fig. 5 geht hervor, daß es nicht möglich war, die Messungen bei genügend kleinen Konzentrationen auszuführen, um das Grenzgesetz für kleinere Konzentrationen genau zu prüfen.

Man kann jedoch, was die Messungen an Äthylalkohol und Methylalkohol als Lösungsmittel betrifft, sagen, daß den experimentell gefundenen Punkten sich Kurven anpassen lassen, welche mit den theoretisch berechneten Tangenten in den Nullpunkt des Koordinatensystems einmünden.

Es geht aus der graphischen Darstellung hervor, daß die Abweichungen vom klassischen Werte umso kleiner werden, je größer die Dielektrizitätskonstante des betreffenden Lösungsmittels ist (die Dielektrizitätskonstanten steigen von 8,4 bei Prophylalkohol, bis 58 bei Wasser), entsprechend dem Umstande, daß der Einfluß der gegenseitigen Kräfte desto kleiner ist, je größer die Dielektrizitätskonstante des betreffenden Lösungsmittels ist. Oder näher angegeben; der Theorie nach sollten die prozentualen Abweichungen der Siedepunktserhöhungen für geringe Konzentrationen vom klassischen Werte umgekehrt proportional der $^3/_2$ Potenz der Dielektrizitätskonstante des Lösungsmittels sein.

§ 14. Die Proportionalität von $1-g$ mit der Wurzel aus der Konzentration ist nach der Theorie ein Grenzgesetz, das umso besser gelten

1) Zeitschr. f. phys. Chem. **40**, 184, 1902.
2) Zeitschr. f. phys. Chem. **6**, 453, 1890.
3) Berl. Ber. **31**, 470, 1898.
4) Journ. Chem. Soc. **105**, 1777, 1914.

1) Literaturangaben siehe § 8.

Digitized by Google

sollte, je kleiner die Konzentration ist; bei endlichen Konzentrationen muß man nach der Theorie eine Abweichung der Größe $1-g$ von der linearen Abhängigkeit von $\sqrt{2\gamma'}$ erwarten.

Der Einfluß der Ionengröße macht sich nämlich um so mehr merkbar, je kleiner die charakteristische Länge $\frac{1}{\varkappa}$ wird. Dieser Einfluß wird durch die Funktion $\sigma(\varkappa a)$ in Gl. (20) gemessen. Wie diese Funktion und $1-g$ nach (20) bei verschiedenen Konzentrationen berechnet wird, ist früher angegeben. Es soll deshalb hier nur mitgeteilt werden, welche experimentellen Angaben der Berechnung des mittleren Durchmessers der Ionen Li und Cl in den drei Alkoholen zugrunde liegen. Zur Bestimmung der Größe a sind aus Fig. 5 oder Fig. 6 die in Tabelle V angegebenen Punkte entnommen. Außerdem sind in der Tabelle auch die berechneten Werte von a angegeben.

Tabelle V.

	$1-g$	$\sqrt{2\gamma'}$	$a \cdot 10^8$ cm [1])
CH_3OH	0,240	0,59	5,40
C_2H_5OH	0,350	0,63	3,96
C_3H_7OH	0,444	0,40	7,32

Da die berechneten Werte von $1-g$ sich nur über ein Gebiet kleiner Konzentrationen erstrecken, konnte mit genügender Genauigkeit für Anzahl gelöster Moleküle in Kubikzentimeter in Gleichung (20) gemäß

$$n = \frac{N}{1000}\varrho\gamma'$$

eingesetzt werden. N bedeutet die Loschmidtsche Zahl und ϱ die Dichte der Lösung. Mit großer Annäherung konnte bei den hier in Betracht kommenden verdünnten Lösungen ϱ mit der Dichte des reinen Lösungsmittels ersetzt werden.

In der dritten Kolonne in Tabelle II, III und IV stehen die nach Gleichung (20) berechneten Werte von $1-g$. Die in Fig. 6 eingezeichneten Kurven stellen die berechneten Werte von $1-g$ in ihrer Abhängigkeit von $\sqrt{2\gamma'}$ graphisch dar. Außerdem sind die beobachteten Werte von $1-g$ eingezeichnet. Die vom Nullpunkt ausstrahlenden Geraden stellen wie früher das Grenzgesetz für unendliche Verdünnungen dar. Aus der graphischen Darstellung geht hervor, daß die berechneten Kurven sich den Beobachtungen anpassen.

Es ist von Interesse zu bemerken, daß $1-g$ sowohl für $LiCl$ in C_2H_5OH wie in H_2O ein

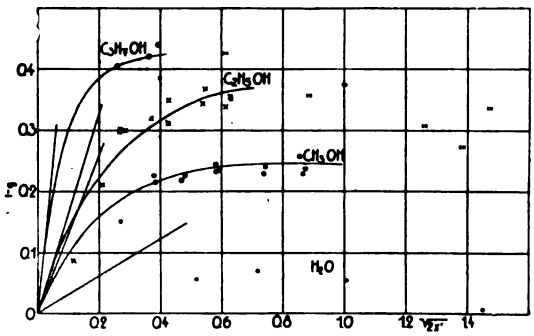


Fig. 6.

Maximum erreicht und dann für größere Konzentrationen kleiner wird. Es zeigt sich also, daß sich eine der sogenannten Hydratation ähnliche Erscheinung auch in jenem Falle bemerkbar macht.

Zusammenfassung.

1. Im Anschluß an die Theorie der starken Elektrolyte von Debye wurde der osmotische Koeffizient entwickelt, welcher sich auf die Abweichungen der Dampfdruckerniedrigung vom klassischen Werte auch bei größeren Konzentrationen bezieht. 2. Einige Meßresultate von Frazer, Lovelace, Sease und Smits über Dampfdruckmessungen wäßriger Lösungen wurden verwendet, um den experimentell bestimmten und den nach der Theorie berechneten osmotischen Koeffizienten in der Abhängigkeit von der Konzentration zu vergleichen. 3. Es wurden einige Siedepunktsmessungen von verdünnten alkoholischen Lösungen mit einem Differentialthermometer ausgeführt, um den Einfluß der dielektrischen Eigenschaften des Lösungsmittels auf den Abweichungen von der klassischen Theorie zu untersuchen. 4. Sowohl die unter 2. wie unter 3. angegebenen Meßresultate lassen sich durch die Theorie erklären, wenn man verdünnte Lösungen in Betracht zieht. Bei großen Konzentrationen tritt die sogenannte Hydratation auf, welche nicht eine quantitative Fassung in der bisherigen Theorie bekommen hat. Dadurch wird die Diskrepanz zwischen der bisherigen Theorie und den experimentellen Ergebnissen verständlich.

Der experimentelle Teil wurde letzten Herbst im Physikalischen Institut der eidgen.-techn. Hochschule in Zürich ausgeführt.

Für das Interesse, welches Herr Prof. Debye dieser Arbeit erwiesen hat, bin ich ihm zu Dank verpflichtet.

Christiania, 14. Juni 1924.

(Eingegangen 20. September 1924.)

1) Die großen Werte für a in CH_3OH und C_3H_7OH erscheinen auffällig; doch erscheint es verfrüht, daran jetzt schon Schlüsse knüpfen zu wollen.

Digitized by Google

Die Oberflächenspannung verdünnter Elektrolytlösungen.

Von Carl Wagner.

Von A. Heydweiller und seinen Schülern[1]) ist die Oberflächenspannung einer Reihe von wäßrigen Lösungen anorganischer Salze untersucht worden. Es wurde gefunden, daß die Oberflächenspannung aller untersuchten Lösungen stets größer als die des reinen Wassers ist, und zwar bei gleichen Konzentrationen auch stets von etwa derselben Größe. Heydweiller schloß daraus, daß dies wahrscheinlich von der allen Elektrolyten gemeinsamen elektrostatischen Ladung der Ionen herrühre. Er führt auch eine Überschlagsrechnung aus, indem er, analog wie später J. Ch. Ghosh[2]), sich die Ionen gitterförmig angeordnet denkt, und dann die durch die interionischen elektrostatischen Kräfte bedingte Zusatzoberflächenspannung der Elektrolytlösung berechnet, die sich auch von der Größenordnung der experimentell gefundenen ergibt.

Die von Heydweiller angenommenen Kräfte spielen zweifellos eine gewisse Rolle. Noch wesentlicher aber ist, daß eine elektrostatische Ladung (ein Ion) in einem Medium von großer Dielektrizitätskonstante (Wasser) von der Grenzfläche gegen ein Medium von kleiner Dielektrizitätskonstante (Luft) abgestoßen wird. Diese abstoßende Kraft bedingt nun eine Verkleinerung der Elektrolytkonzentration an der Grenzfläche gegenüber dem Inneren der Lösung. Kennt man die potentielle Energie eines Ions $\chi(x)$ als Funktion des Abstandes x von der Grenzfläche (die potentielle Energie im Inneren der Lösung gleich null gesetzt), so ist die Verarmung an der Grenzfläche mit umgekehrtem Vorzeichen, d. h. die pro Flächeneinheit adsorbierte Menge a gegeben durch den Ausdruck[3]):

$$a = c \cdot \int_0^\infty \left(e^{-\frac{\chi(x)}{kT}} - 1 \right) dx. \qquad (1)$$

Es bedeutet c die Konzentration im Innern der Lösung, T die absolute Temperatur und k die Boltzmannsche Konstante. Hat man aber die pro Flächeneinheit adsorbierte Menge berechnet, so führt die Anwendung der Gibbsschen Adsorptionsgleichung:[4])

$$a = -c \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial c} \cdot \frac{\partial c}{\partial P}$$

(σ die Oberflächenspannung der Lösung, P ihr osmotischer Druck) zu einer Formel für die Erhöhung der Oberflächenspannung ($\Delta\sigma$):

$$\Delta\sigma = \int_0^c \left(-\frac{a}{c} \right) \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial c} \right) dc. \qquad (2)$$

Zur näheren Berechnung der Funktion $\chi(x)$ sei zunächst ein einzelnes Ion betrachtet, und die übrigen Ionen (die Ionenatmosphäre) unendlich weit entfernt gedacht. Befindet sich eine Punktladung von der Größe ε in einem Medium von der Dielektrizitätskonstante D_1 im Abstande x von der ebenen Grenzfläche gegen ein Medium mit der Dielektrizitätskonstante D_2, so kann man sich für das innerhalb des ersten Dielektrikums liegende Feld die scheinbare Flächenladung der Grenzfläche ersetzt denken durch eine Punktladung von der Größe:

$$\varepsilon \cdot \frac{D_1 - D_2}{D_1 + D_2}$$

im Abstande x hinter der Grenzfläche[1]). Dann ist die abstoßende Kraft auf die Ladung gleich:

$$\frac{\varepsilon^2}{4x^2 D_1} \cdot \frac{D_1 - D_2}{D_1 + D_2}$$

und die potentielle Energie gegenüber dem Inneren des ersten Dielektrikums gleich:

$$\frac{\varepsilon^2}{4xD_1} \cdot \frac{D_1 - D_2}{D_1 + D_2}. \qquad (3)$$

Versucht man diesen Ausdruck in die Gl. (1) einzusetzen, so erhält man für a (und dementsprechend auch für $\Delta\sigma$) einen unendlich großen Wert. Dies rührt daher, daß der in (3) für $\chi(x)$ gegebene Ausdruck nur sehr langsam (umgekehrt proportional der ersten Potenz) mit wachsendem x abnimmt. Durch die ausgleichende Wirkung der umgebenden anderen Ionen nimmt jedoch $\chi(x)$ wesentlich rascher ab. Die nähere Berücksichtigung der Ionenatmosphäre stützt sich auf die Arbeit von P. Debye und E. Hückel[2]) über die Berücksichtigung der interionischen Kräfte in Elektrolytlösungen.

Es werde ein beliebiges Ion eines einwertigen Elektrolyten (nur solche sollen zunächst betrachtet werden) herausgegriffen, dessen Abstand von der Grenzfläche Wasser/Luft gleich x sei. Es sei ferner ξ die Entfernung von dem herausgegriffenen Ion in Richtung des Lotes auf die Grenzfläche und λ die Entfernung von diesem Lot (Zylinderkoordinaten). An einem beliebigen

1) A. Heydweiller, Ann. d. Phys. (4) **33**, 145, 1910.
2) J. Ch. Ghosh, Zeitschr. f. physikal. Chem. **98**, 211, 1921.
3) A. Eucken, Zeitschr. f. Elektrochem. **28**, 6, 1922; K. F. Herzfeld, Zeitschr. f. physikal. Chem. **107**, 74, 1923.
4) H. Freundlich, Kapillarchemie, S. 64. Leipzig 1922.

1) M. Abraham u. A. Föppl, Theorie der Elektrizität I, S. 114, 1921.
2) P. Debye u. E. Hückel, Physik. Zeitschr. **24**, 185, 1923.

Digitized by Google

Punkt innerhalb des Wassers ξ, λ, dessen Abstand von der Grenzfläche also $x - \xi$ beträgt, ist die Konzentration von Kationen und Anionen gemäß dem Boltzmannschen Prinzip gegeben zu:

$$c \cdot e^{-\frac{\chi(x-\xi)}{kT}},$$

falls an diesem Punkte der zeitliche Mittelwert des elektrischen Potentials gleich null ist. Herrscht aber im zeitlichen Mittel das Potential ψ, dann ist die Konzentration der Kationen gleich:

$$c \cdot e^{-\frac{\chi(x-\xi)}{kT}} \cdot e^{-\frac{\varepsilon\psi}{kT}},$$

die der Anionen gleich:

$$c \cdot e^{-\frac{\chi(x-)}{kT}} \cdot e^{\frac{\varepsilon\psi}{kT}}.$$

Nach der Poissonschen Gleichung muß aber gelten:

$$\Delta\psi = -\frac{4\pi\varrho}{D_1}.$$

Die räumliche Dichte der freien elektrischen Ladung ϱ ist aber durch die Differenz der Konzentrationen von Kationen und Anionen gegeben zu (N die Avogadrosche Zahl):

$$\varrho = N \cdot \varepsilon \cdot \left[c \cdot e^{-\frac{\chi(x-\xi)}{kT}} \cdot e^{-\frac{\varepsilon\psi}{kT}} - c \cdot e^{-\frac{\chi(x-\xi)}{kT}} \cdot e^{\frac{\varepsilon\psi}{kT}} \right] \sim -2Nc \cdot \frac{\varepsilon^2\psi}{kT} \cdot e^{-\frac{\chi(x-\xi)}{kT}}.$$

Somit gilt für ψ die Differentialgleichung:

$$\Delta\psi = \frac{\partial^2\psi}{\partial\xi^2} + \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{\partial}{\partial\lambda}\left(\lambda \frac{\partial\psi}{\partial\lambda}\right) = \varkappa^2 \cdot \psi \cdot e^{-\frac{\chi(x-\xi)}{kT}}. \tag{4}$$

Darin ist:

$$\varkappa^2 = \frac{8\pi N\varepsilon^2}{D_1 kT} \cdot c.$$

Für die Grenzbedingungen in der Nähe des betrachteten Ions (also an der Stelle $\xi = 0$, $\lambda = 0$) sei auf das von Debye und Hückel[1]) Gesagte verwiesen. Für die Festlegung der Grenzbedingungen an der Grenzfläche ($\xi = x$) sei eine kleine, im Resultat vollkommen belanglose Vernachlässigung eingeführt: Es war erwähnt worden, daß jeder wahren Ladung ε diesseits der Grenzfläche eine scheinbare Ladung $\varepsilon \cdot \frac{D_1 - D_2}{D_1 + D_2}$ jenseits der Grenzfläche entspricht. Da aber $\frac{D_1 - D_2}{D_1 + D_2} = \frac{80}{82}$ ist, kann näherungsweise $\frac{D_1 - D_2}{D_1 + D_2}$ gleich 1 gesetzt werden, so daß also jeder wahren Ladung im Wasser eine scheinbare Ladung von gleicher Größe hinter der Grenzfläche entspricht; das heißt aber:

$$\left(\frac{\partial\psi}{\partial\xi}\right)_{\xi = x} = 0.$$

Zur Lösung der Gleichung (4) wurde näherungsweise $e^{-\frac{\chi(x-\xi)}{kT}}$ konstant gleich $e^{-\frac{\chi(x)}{kT}}$ angenommen, was für die beabsichtigte Rechnung genügt. Es ergibt sich dann als die Lösung von (4):

$$\psi = \frac{\varepsilon}{D_1} \cdot \frac{e^{\varkappa' a}}{1 + \varkappa' a} \cdot \left\{ \frac{e^{-\varkappa'\sqrt{\lambda^2 + \xi^2}}}{\sqrt{\lambda^2 + \xi^2}} + \frac{e^{-\varkappa'\sqrt{\lambda^2 + (\xi - 2x)^2}}}{\sqrt{\lambda^2 + (\xi - 2x)^2}} \right\}.$$

In dieser Gleichung ist a eine die Größe des Ions messende Länge, die in den folgenden Gleichungen als klein gegen x vorausgesetzt wird, und $\varkappa'$ ist zur Abkürzung für $\varkappa \cdot e^{-\frac{\chi(x)}{2kT}}$ gesetzt worden. Die potentielle Energie eines Ions vom Radius a ist sodann gegeben durch:

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{2}\varepsilon \cdot \psi_{(\xi^2 + \lambda^2 = a^2)} &= \frac{\varepsilon^2}{2aD_1} + \\ + \frac{\varepsilon^2}{4D_1 x} \cdot \frac{e^{\varkappa' a}}{1 + \varkappa' a} \cdot e^{-2\varkappa' x} &- \frac{\varepsilon^2}{2D_1} \frac{\varkappa'}{1 + \varkappa' a} \cdot \end{aligned}\right\} \tag{5a}$$

Im Inneren der Lösung ($x = \infty$) ist die potentielle Energie gleich:

$$\frac{\varepsilon^2}{2aD_1} - \frac{\varepsilon^2}{2D_1} \cdot \frac{\varkappa}{1 + \varkappa a}. \tag{5b}$$

$\chi(x)$, die potentielle Energie eines Ions gegenüber dem Inneren der Lösung, ist somit gleich der Differenz:

$$\left.\begin{aligned} \chi(x) = \frac{\varepsilon^2}{4D_1 x} \cdot \frac{e^{\varkappa' a}}{1 + \varkappa' a} \cdot e^{-2\varkappa' x} \\ + \frac{\varepsilon^2}{2D_1}\left(\frac{\varkappa}{1 + \varkappa a} - \frac{\varkappa'}{1 + \varkappa' a}\right). \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

Dieses Resultat wurde allerdings nur dadurch erhalten, daß in der Gleichung (4) der Faktor $e^{-\frac{\chi(x-\xi)}{kT}}$ näherungsweise konstant gleich $e^{-\frac{\chi(x)}{kT}}$ gesetzt wurde. Wie man aus einer von Debye[1]) angegebenen Formel ableiten kann, ist das substraktive Glied $\frac{\varepsilon^2}{2D_1} \cdot \frac{\varkappa'}{1 + \varkappa' a}$ in Gleichung (5a) von dieser Näherungsannahme unabhängig. Im übrigen ist die Näherung in der Nähe der Grenzfläche sehr grob; dort aber ist die potentielle Energie nur wenig abhängig von der Wirkung der Ionenatmosphäre. Für größere

1) P. Debye u. E. Hückel, l. c., S. 192.

1) P. Debye, Physik. Zeitschr. **24**, 334, 1923.

Digitized by Google

Entfernungen x von der Grenzfläche ist aber die Näherung:

$$e^{-\frac{\chi(x-\xi)}{kT}} \sim e^{-\frac{\chi(x)}{kT}}$$

einigermaßen genügend, sofern $\varkappa$ nicht zu groß ist. Die Länge $\frac{1}{\varkappa}$, auf der die elektrische Dichte der Ionenatmosphäre an einer geladenen Fläche auf den $e$ten Teil abnimmt[1]), muß groß sein gegenüber der Entfernung $\frac{\varepsilon^2}{4D_1kT}$ von der Grenzfläche, in der die Ionendichte (bei großer Verdünnung) gerade den $e$ten Teil der Dichte im Innern der Lösung beträgt. Für einwertige Anionen mit der Ladung $(-\varepsilon)$ gilt der gleiche Ausdruck für $\chi(x)$ wie für die Kationen.

Für Lösungen mit mehrwertigen Elektrolyten gelten im Prinzip die gleichen Betrachtungen. An Stelle der Differentialgleichung (4) tritt die allgemeine Differentialgleichung:

$$\left.\begin{aligned} \Delta\psi &= -\frac{4\pi\varepsilon}{D_1}\sum_i n_i z_i e^{-z_i\frac{\varepsilon\psi}{kT}} \cdot e^{-\frac{\chi_i(x-\xi)}{kT}} \\ &\sim \left[\frac{4\pi\varepsilon^2}{D_1kT}\sum_i n_i z_i^2 \cdot e^{-\frac{\chi_i(x-\xi)}{kT}}\right]\psi \\ &\quad -\frac{4\pi\varepsilon}{D_1}\sum_i n_i z_i e^{-\frac{\chi_i(x-\xi)}{kT}}, \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

in der n_i die Zahl der Ionen der $i$ten Sorte in der Volumeinheit, z_i ihre Wertigkeit und χ_i ihre potentielle Energie als Funktion des Abstandes von der Grenzfläche. Eine befriedigende Lösung dieser Differentialgleichung konnte nicht gefunden werden, wenigstens nicht für Konzentrationen, bei denen eine Änderung der Oberflächenspannung meßbar ist.

Der Ausdruck (6) wurde nun zu einer Auswertung der Formeln (1) und (2) benutzt. $\chi(x)$ wurde durch sukzessive Näherung berechnet, die Integrationen wurden numerisch ausgeführt, zum Teil auch durch Reihenentwicklung und gliedweise Integration. T wurde gleich 291 gesetzt, entsprechend 18° C, a gleich $3{,}76 \cdot 10^{-8}$; dieser Wert wurde von Debye und Hückel für KCl aus Gefrierpunktserniedrigungen berechnet; übrigens hängt das Resultat beinahe gar nicht von dem speziellen Wert für a ab. Ferner wurden noch die Werte $\Delta\alpha = \frac{100 \cdot \Delta\sigma}{\gamma \cdot \sigma_0}$ (γ die Konzentration in Mol pro Liter, σ_0 die Oberflächenspannung des reinen Wassers gleich 72,8) berechnet und diese mit den entsprechenden Messungen Heydweillers verglichen. Für $\frac{\partial P}{\partial c}$ wurde nach Debye und Hückel gesetzt:

$$\frac{\partial P}{\partial c} = 2RT \cdot \left(1 - \frac{\varepsilon^2\varkappa}{4D_1kT} \cdot \frac{1}{(1+\varkappa a)^2}\right).$$

Berechnete Werte			Gemessene Werte									
			$NaCl$		KCl		NH_4Cl		$NaNO_3$		KNO_3	
γ	$\Delta\sigma$	$\Delta\alpha$	γ	$\Delta\alpha$	γ	$\Delta\alpha$	γ	$\Delta\alpha$	γ	$\Delta\alpha$	γ	$\Delta\alpha$
0,01	0,022	3,00							0,013	3,06	0,016	2,31
0,02	0,040	2,73	0,020	2,61	0,031	2,39	0,026	2,56	0,017	2,55	0,029	2,06
0,05	0,086	2 37	0,059	2,33	0,052	2,38	0 030	2,33	0,057	2,19		
0,10	0,153	2,10	0,093	2,30	0,093	2,37	0,107	2,14	0,120	2 04		

Die Übereinstimmung zwischen beobachteten und berechneten Werten $\Delta\alpha$ in bezug auf Größe und Konzentrationsabhängigkeit ist befriedigend, besonders wenn man bedenkt, daß den gemessenen Werten keine allzu große Genauigkeit zukommt. Nur die Zahlen für die Lithiumsalze fallen heraus:

γ	Salz	$\Delta\alpha$
0,033	$LiCl$	3,78
0,084	$LiCl$	3,60
0,098	$LiNO_3$	2,63

Die gemessenen Werte liegen hier erheblich über den berechneten. Bei allen anderen Salzen bewähren sich jedoch die gemachten Annahmen, insbesondere die Deutung auf Grund unspezifischer elektrostatischer Kräfte. Spezifische Kräfte brauchen vor allem deshalb nicht berücksichtigt zu werden, weil in unmittelbarer Nähe der Grenzfläche überhaupt kaum Ionen sind, mit wachsender Entfernung diese Kräfte aber sehr rasch abfallen. Lediglich wenn diese Kräfte eine besondere Größe erreichen, ist ihr Einfluß bemerkbar, wie z. B. bei den Lithiumionen. Hier erweist sich die Annahme, daß bis unmittelbar an die Grenzfläche die gewöhnlichen Abstoßungsgesetze einer Punktladung gültig seien, als ungenügend. Auch aus anderen Messungen (z. B. Gefrierpunktserniedrigungen) kann man schließen, daß der Radius der Wirkungssphäre des Lithiumions besonders groß ist.

Für einzweiwertige und zweizweiwertige Elektrolyte wurden nur einige Überschlagsrechnungen gemacht. Die wenigen gemessenen

1) P. Debye u. E. Hückel, l. c. S. 191.

Digitized by Google

Werte liegen innerhalb der durch diese Überschlagsrechnungen festgestellten Grenzen.

Zusammenfassung.

Auf Grund der elektrostatischen Kräfte, denen eine Ladung in der Nähe der Grenzfläche zweier Dielektrika unterliegt, wurde die Konzentrationsänderung in der Oberfläche einer Elektrolytlösung und daraus die Erhöhung der Oberflächenspannung des Wassers durch Elektrolytzusatz berechnet und mit der Beobachtung in Größe und Konzentrationsabhängigkeit in Einklang gefunden.

Herrn Professor Debye bin ich für die freundliche Durchsicht dieser Arbeit und verschiedene ergänzende Bemerkungen zu großem Dank verpflichtet.

Leipzig, Physikalisch-Chemisches Institut, 23. Juli 1924.

(Eingegangen 30. September 1924.)

Zur Theorie des Funkenspektrums des Aluminiums.

Von Felix Joachim v. Wiśniewski.

I.

In den früher in dieser Zeitschrift veröffentlichten Arbeiten habe ich eine Theorie des Lithiums und des Heliums entwickelt. Hier werde ich die damals erhaltenen Resultate erweitern und auf das Spektrum des zweifach ionisierten Aluminiums Al_{III} anwenden.

Wie aus den oben zitierten Arbeiten folgt, können wir dem Korrektionsgliede σ der Serienterme folgenden allgemeinen Ausdruck zuschreiben:

$$\sigma = a \cdot \frac{[3\overline{\cos^2\omega} - 1]}{[n_2 - n_2]^3},$$

wo a eine Konstante ist, die von der Struktur des Rumpfes abhängt.

Wenn das den Serienterm bestimmende Elektron sich weit vom Rumpfe auf einer Ebene bewegt, so wissen wir aus einer der früher veröffentlichten Arbeiten, daß:

$$\overline{\cos^2\omega} = \tfrac{1}{2}$$

und

$$(\alpha) \qquad \sigma = \frac{a}{2}\,\frac{1}{[n_2 - n_1]^3},$$

wo $(n_2 - n_1) = 1, 2, 3 \cdots$

Jetzt werde ich zeigen, daß die Korrektionsterme σ, die als Mittelwerte aus den numerischen von F. Paschen[1]) für das Al_{III} bestimmten Werten berechnet sind, in Übereinstimmung mit der Formel (α) stehen für Terme, die durch ein Elektron verursacht sind, welches sich weit vom Rumpfe bewegt.

In der untenstehenden Tabelle fassen wir die Mittelwerte der Korrektionsglieder σ der Terme d, f, f_1, f_2, f_3 aus den numerischen von F. Paschen berechneten Werten zusammen:

Al_{III}

	d	f	f_1	f_2	f_3
σ	− 0,075	− 0,0065	− 0,0028	− 0,0015	− 0,00017

Wie leicht zu bemerken ist, verhalten sich die Korrektionsglieder σ_f; σ_{f_1}; σ_{f_2} zueinander wie folgt:

$$\sigma_f : \sigma_{f_1} : \sigma_{f_2} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 : \left(\frac{1}{4}\right)^3 : \left(\frac{1}{5}\right)^3,$$

woraus wir auf die Gültigkeit der Formel (α) schließen.

Die Konstante a berechnet aus dem numerischen Werte von σ_f ist:

$$a = 0{,}351,$$

so daß:

$$(\alpha') \qquad \sigma = \frac{0{,}1755}{[n_2 - n_1]^3},$$

wo für den f-Term $(n_2 - n_1) = -3$; für den f_1-Term $(n_2 - n_1) = -4$, und für den f_2-Term $(n_2 - n_1) = -5$ zu setzen ist.

In der untenstehenden Tabelle sind die nach der Formel (α') berechneten Werte von σ und die empirisch bekannten zum Vergleich zusammengestellt:

	f	f_1	f_2	f_3
$(n_1 - n_1)$	− 3	− 4	− 5	− 10
σ-Theorie	− 0,0065	− 0,00274	− 0,0014	− 0,00017
σ-Exper.	− 0,0065	− 0,0028	− 0,0015	− 0,00015

II.

Jetzt gehen wir über zur Bestimmung des numerischen Wertes von a auf Grund einer Theorie des Rumpfes eines zweifach ionisierten Aluminiumatoms.

Wir nehmen an, daß der Rumpf aus mehreren konzentrischen Elektronenkreisringen (i) gebaut ist, deren Radien gleich a_i gesetzt werden.

Im Zentrum dieser Kreisringe befindet sich der Kern von der Ladung Ze (Z = Atomnummer).

Wenn wir weiter mit ϱ den Abstand des äußeren Elektrons vom Kerne bezeichnen, so haben wir für den Ausdruck des Abstandes r_i des äußeren Elektrons von einem Elektron des Ringes (i):

$$r_i = \varrho\left[1 - 2\frac{a_i}{\varrho}\cos\overline{\omega} + \frac{a_i^2}{\varrho^2}\right]^{1/2},$$

1) F. Paschen, Die Funkenspektren des Aluminiums. Ann. d. Phys. **71**, 142, 1923.

Digitized by Google

wo $\bar{\omega}$ den Winkel zwischen ϱ und der Geraden, die den Kern mit dem Elektron des Ringes (i) verbindet, bezeichnet.

Für $\frac{1}{r_i}$ haben wir also:

$$\frac{1}{r_i} = \frac{1}{\varrho}\left[1 - 2\frac{a_i}{\varrho}\cos\bar{\omega} + \frac{a_i^2}{\varrho^2}\right]^{-1/2},$$

woraus durch Reihenentwicklung:

$$\frac{1}{r_i} = \frac{1}{\varrho} + \frac{a_i}{\varrho^2}\cos\bar{\omega} + \frac{1}{2}\frac{a_i^2}{\varrho^3}[3\cos^2\omega - 1]$$

und durchschnittlich:

$$\frac{1}{r_1} = \frac{1}{\varrho} + \frac{1}{2}\frac{a_i^2}{\varrho^3}[3\overline{\cos^2\bar{\omega}} - 1],$$

da im Mittel:

$$\cos\bar{\omega} = 0.$$

Die potentielle Energie des äußeren Elektrons in bezug auf den Elektronenring (i) ist dann:

$$\Sigma'\frac{e^2}{r_i} = p_i\cdot\frac{e^2}{\varrho} + \frac{1}{2}\frac{p_i e^2\cdot a_i^2}{\varrho^3}[3\overline{\cos^2\bar{\omega}} - 1],$$

wo p_i die Zahl der Elektronen auf dem Ringe (i) und Σ' die Summation über alle p_i-Elektronen des $i$ten Ringes bezeichnet.

Wenn die Zahl der Elektronen im Rumpfe gleich $p = \sum_i p_i$ ist, so haben wir für die potentielle Energie U des äußeren Elektrons und des Rumpfes (Kern und Elektronenringe):

$$U = \sum_i\Sigma'\frac{e^2}{r} - \frac{Ze^2}{\varrho} = -\frac{e^2(Z-p)}{\varrho} + \frac{1}{2}\cdot\frac{\sum_i e^2[3\overline{\cos^2\omega} - 1]p_i a_i^2}{\varrho^3}.$$

Wenn wir als Koordinaten des äußeren Elektrons im Bezugsysteme, das mit dem Kerne fest verbunden ist, Polarkoordinaten wählen, so haben wir für den Ausdruck der kinetischen Energie T des äußeren Elektrons:

$$T = \frac{m}{2}[\dot{\varrho}^2 + \varrho^2\dot{\Theta}^2 + \varrho^2\cos^2\Theta\cdot\dot{\varphi}^2],$$

wo m die träge Masse des Elektrons bezeichnet.

Da hier die Hamiltonsche Funktion H der Energiegleichung des Problems:

$$H = T + U = h_0 \quad (h_0 = \text{totale Energie})$$

gleich ist, so haben wir für den Ausdruck von H durch Einführung der Impulse:

$$p_\varrho = \frac{\partial T}{\partial\dot{\varrho}} = m\dot{\varrho}; \quad p_\Theta = \frac{\partial T}{\partial\dot{\Theta}} = m\varrho^2\dot{\Theta};$$

$$p_\varphi = \frac{\partial T}{\partial\dot{\varphi}} = m\varrho^2\cos^2\Theta\dot{\varphi},$$

$$H = \frac{p_\varrho^2}{2m} + \frac{p_\Theta^2}{2m\varrho^2} + \frac{p_\varphi^2}{2m\varrho^2\cos^2\Theta} - \frac{e^2(Z-p)}{\varrho} + \frac{1}{2}\cdot\frac{\sum_i e^2\cdot[3\overline{\cos^2\bar{\omega}} - 1]p_i a_i^2}{\varrho^3} = h_0.$$

Durch Separation der Veränderlichen in der Gleichung $H = h_0$ erhalten wir folgende Ausdrücke für die Impulse:

$$p_\varphi = \Delta; \quad p_\Theta = \sqrt{a^2 - \frac{\Delta^2}{\cos^2\Theta}},$$

$$p_\varrho = \sqrt{2mh_0 + \frac{2me^2(Z-p)}{\varrho} - \frac{\alpha^2}{\varrho^2} - \frac{me^2\cdot\sum_i p_i a_i^2[3\overline{\cos^2\bar{\omega}} - 1]}{\varrho^3}}.$$

Die Anwendung der Quantenbedingungen:

$$n\cdot h = \oint p_\varrho d\varrho; \quad n_1 h = \oint p_\varphi d\varphi;$$

$$n_2 h = \oint p_\Theta\cdot d\Theta$$

führt in bekannter Weise zu folgendem Ausdrucke der totalen Energie h_0:

$$h_0 = -\frac{(Z-p)^2\cdot N\cdot h}{[n + n_2 - n_1 + \sigma]^2},$$

wo N die Rydbergsche Konstante ist und σ das Korrektionsglied bezeichnet.

Für σ haben wir:

$$\sigma = \frac{8\pi^4\cdot m^2\cdot e^4}{h^2}(Z-p)\cdot\frac{\sum_i p_i a_i^2\cdot[3\overline{\cos^2\omega} - 1]}{(n_2 - n_1)^3},$$

wenn wir:

$$a_i = \alpha_i\frac{h^2}{4\pi^2\cdot m\cdot e^2}; \quad \overline{\cos^2\omega} = \frac{1}{2}$$

setzen, so erhalten wir für σ:

$$\sigma = \frac{Z-p}{4}\cdot\frac{\sum_i p_i\cdot a_i^2}{[n_2 - n_1]^3},$$

woraus für die Konstante a:

$$(D) \qquad a = \frac{Z-p}{2}\cdot\sum_i p_i\alpha_i^2.$$

Bei der Berechnung von α_i werden wir bei Berücksichtigung des gegenseitigen Einflusses

Digitized by Google

von Kreisringen den von A. Sommerfeld[1]) vorgeschlagenen Weg anwenden.

Wenn wir die Ringe also in derselben Ebene liegend annehmen, so haben wir nach Herrn A. Sommerfeld für die potentielle Energie U_k[1]) eines Elektrons des $k$ten Ringes in bezug auf den Kern und die Elektronen der anderen Ringe:

$$U_k = -\frac{e^2 \cdot Z_k}{a_k} + \frac{e^2}{4}\sum_{i<k} p_i \frac{a_i^2}{a_k^3} + \frac{e^2}{4}\sum_{i>k} p_i \frac{a_k^2}{a_i^3},$$

wo:

$$Z_k = Z - \sum_{i}^{k-1} p_i - s_k,$$

$$S_k = \frac{1}{4}\sum_{1}^{k-1} \frac{1}{\sin\frac{\pi \cdot l}{k}}.$$

Da in der Kreisbewegung die Zentrifugalkraft $m a_k \bar{\omega}_k^2$ ($\bar{\omega}_k$-Winkelgeschwindigkeit des Elektrons im $k$ten Ringe) eines Elektrons gleich der Kraft sein muß, die auf das Elektron wirkt, so haben wir:

$$m a_k \bar{\omega}_k^2 = \frac{\partial U_k}{\partial a_k}$$

und durch Ausführung der Differentiation:

$$\text{(A)} \quad \left| \begin{array}{l} m a_k \bar{\omega}_k^2 = \dfrac{e^2 \cdot Z_k}{a_k^2} - \dfrac{3}{4} e^2 \sum_{i<k} p_i \dfrac{a_i^2}{a_k^4} + \\ \qquad + \dfrac{e^2}{2}\sum_{i>k} p_i \dfrac{a_k}{a_i^3}. \end{array} \right.$$

Da anderseits die Quantentheorie fordert, daß:

$$\text{(B)} \quad m a_k^2 \bar{\omega}_k = \frac{\lambda_k h}{2\pi} \qquad (\lambda_k = 1, 2, 3 \cdots),$$

so erhalten wir durch Elimination von $\bar{\omega}_k$ aus (A) und (B):

$$m \cdot e^2 \cdot Z_k \cdot a_k \left[1 - \frac{3}{4}\frac{\sum_{i<k} \cdot p_i \left(\frac{a_i}{a_k}\right)^2}{Z_k} + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{2}\frac{\sum_{i>k} \cdot p_i \left(\frac{a_k}{a_i}\right)^3}{Z_k} \right] = \frac{\lambda_k^2 \cdot h}{4\pi^2}.$$

Wenn wir für $\left(\frac{a_i}{a_k}\right)$; $\left(\frac{a_k}{a_i}\right)$ die erste Aproximation einsetzen, also:

$$\left(\frac{a_i}{a_k}\right) = \left(\frac{\lambda_i}{\lambda_k}\right)^2 \cdot \frac{Z_k}{Z_i}$$

nehmen, so erhalten wir für a_k:

$$a_k = \frac{\lambda_k^2 \cdot h^2}{4\pi^2 \cdot m \cdot e^2 \cdot Z_k} \cdot \left[1 + \frac{3}{4} \cdot \frac{\sum_{i<k} p_i \left(\frac{\lambda_i}{\lambda_k}\right)^4 \left(\frac{Z_k}{Z_i}\right)^2}{Z_k} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sum_{i>k} p_i \left(\frac{\lambda_k}{\lambda_i}\right)^6 \cdot \left(\frac{Z_i}{Z_k}\right)^3}{Z_k} \right],$$

woraus für a_k:

$$a_k = \frac{\lambda_k^2}{Z_k}\left[1 + \frac{3}{4}\frac{\sum_{i<k} p_i \left(\frac{\lambda_i}{\lambda_k}\right)^4 \left(\frac{Z_k}{Z_i}\right)^2}{Z_k} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sum_{i>k} p_i \left(\frac{\lambda_k}{\lambda_i}\right)^6 \left(\frac{Z_i}{Z_k}\right)^3}{Z_k} \right]$$

und aus (D) für die Konstante a:

$$a = \frac{Z-p}{2} \cdot \sum_k \frac{p_k \cdot \lambda_k^4}{Z_k^2} \cdot \left[1 + \frac{3}{4} \cdot \frac{\sum_{i<k} p_i \left(\frac{\lambda_i}{\lambda_k}\right)^4 \left(\frac{Z_k}{Z_i}\right)^2}{Z_k} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sum_{i>k} p_i \left(\frac{\lambda_k}{\lambda_i}\right)^6 \cdot \left(\frac{Z_i}{Z_k}\right)^3}{Z_k} \right]^2.$$

Das ist der gesuchte Ausdruck der Konstanten a.

Es wird sich zeigen, daß man für a einen numerischen Wert bekommt, der sehr nahe an dem aus empirischen Daten erhaltenen liegt, wenn man annimmt:

1. Daß der Rumpf eines zweifach ionisierten Aluminiumatoms aus drei konzentrischen und einquantigen Elektronenringen gebaut ist.

2. Daß auf dem ersten Ringe vom Kerne acht Elektronen und auf dem zweiten und dritten Ringe vom Kerne ein Elektron kreist.

Nach der ersten Annahme haben wir:

$$\lambda_i = 1 \text{ und } k = 1, 2, 3$$

und:

$$Z_1 = Z - S_{p_1}; \quad Z_2 = Z - p_1 - S_{p_2};$$
$$Z_3 = Z - p_1 - p_2 - S_{p_3}.$$

Da für das Aluminium:

$$Z = 13$$

und nach der zweiten Annahme:

$$p_1 = 8; \quad p_3 = p_2 = 1; \quad p = 10,$$

so folgt aus dem Ausdruck von a, daß:

$$a = 0{,}374,$$

1) A. Sommerfeld, Atombau und Röntgenspektren. Diese Zeitschr. 19, 298, 1918.

Digitized by Google

während wir aus der Erfahrung erhalten:

$$a = 0{,}351,$$

also eine sehr gute Übereinstimmung.

Für andere Anordnungen von p_1 und p_2 sind die Werte von a zu klein und wenn man die Bahnen als mehrquantig annimmt, erhält man zu große Werte von a.

Die hier erhaltene Struktur des Rumpfes weicht von der Kosselschen und Bohrschen ab, sie ist aber, da letztere noch keine numerische Bestätigung erfahren haben, nicht zu verwerfen.

(Eingegangen 5. August 1924.)

Das Bogenspektrum von Natrium.

Von Felix Joachim v. Wiśniewski.

In dieser Arbeit werde ich eine Theorie der Serientherme des Bogenspektrums von Natrium entwickeln.

Es wird sich nämlich zeigen, daß man sehr gute Übereinstimmung mit den empirisch bestimmten Korrektionen σ_p, σ_d findet, wenn man dem Rumpfe des neutralen Natriums eine ähnliche Struktur zuschreibt, als die, welche man für das zweifach ionisierte Aluminium erhalten hat[1]).

Der Rumpf des neutralen Natriums soll also nach dieser Analogie aus einem positiven Kerne und zwei einquantigen und konzentrischen Elektronenringen bestehen.

Auf dem ersten (vom Kerne) dieser Ringe sollen acht Elektronen und auf dem zweiten zwei Elektronen symmetrisch verteilt sein.

Die Bewegungsrichtungen der Elektronen auf den beiden Ringen sollen der Annahme nach beliebig sein, und die Bahnen sämtlicher Elektronen in einer und derselben Ebene liegen.

Wenn wir mit ϱ den Abstand des Leuchtelektrons vom Kerne bezeichnen, und mit c_k den Radius eines k-Ringes, so haben wir für den Abstand r des Leuchtelektrons von einem Elektron des k-Ringes:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{\varrho}\left[1 + 2\frac{c_k}{\varrho}\cos\bar{\omega} + \frac{c_k^2}{\varrho}\right]^{-\frac{1}{2}},$$

woraus durch Reihenentwicklung:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{\varrho} + \frac{c_k}{\varrho}\cos^2\omega_k + \frac{1}{2}\frac{c_k^2}{\varrho^3}[3\cos^2\bar{\omega}_p - 1] +$$
$$+ \frac{1}{2}[5\cos^3\bar{\omega}_k - 3\cos\bar{\omega}_k]\frac{e_k^3}{\varrho^1} +$$
$$+ \frac{c_k^4}{\varrho^5}[4{,}375\cos^4\bar{\omega}_k - 3{,}75\cos^2\omega_k + 0{,}375] + \cdots$$

wo $\bar{\omega}$ den Winkel zwischen c_k und ϱ bezeichnet.

1) Wiśniewski, vorstehende Arbeit.

Für die potentielle Energie des Leuchtelektrons und des k-Ringes folgt, aus der Annahme einer geraden und symmetrisch verteilten Zahl p_k der Elektronen, welche Annahme sich durch die Gleichungen:

$$\sum_1^{p_k}\cos\bar{\omega}_p = 0; \quad \sum_1^{p_k}\cos^3\bar{\omega}_k = 0$$

ausdrückt, folgender Ausdruck:

$$\sum\frac{e^2}{r} = \frac{p_k\cdot e^2}{\varrho} + \frac{1}{2}\frac{p_k\cdot e^2\cdot c_k^2\cdot[3\overline{\cos^2\bar{\omega}_k} - 1]}{\varrho^3} +$$
$$+ \frac{p_k\cdot e^2\cdot c_k^4\cdot[4{,}375\,\overline{\cos^4\bar{\omega}_k} - 3{,}75\,\overline{\cos^2\bar{\omega}_k} + 0{,}375]}{\varrho^5}$$

wo für $\cos^2\bar{\omega}_k$ und $\cos^4\bar{\omega}_k$ die Mittelwerte $\overline{\cos^4\bar{\omega}_k}$, $\overline{\cos^2\bar{\omega}_k}$ eingesetzt sind.

Die potentielle Energie U_0 des Leuchtelektrons und des Rumpfes (Kern + n Elektronenringe) ist dann:

$$U_0 = -\frac{(Z - \sum_1^n p_k)\cdot e^2}{\varrho} +$$
$$+ \frac{e^2}{2}\cdot\frac{\sum_1^n p_k\cdot c_k^2\cdot[3\overline{\cos^2\bar{\omega}_k} - 1]}{\varrho^3} +$$
$$+ \frac{e^2}{\varrho^5}\sum_1^n p_k\cdot c_k^4\cdot[4{,}375\cos^4\bar{\omega}_k - 3{,}75\,\overline{\cos^2\bar{\omega}_k} +$$
$$+ 0{,}375].$$

Da die kinetische Energie des Leuchtelektrons $\frac{m}{2}v^2$ (v-Geschwindigkeit) ist, so haben wir für den Ausdruck der totalen Energie H_0:

$$H_0 = \frac{mv^2}{2} - \frac{(Z - \Sigma p_k)e^2}{\varrho} +$$
$$+ \frac{e^2}{2}\cdot\frac{\Sigma p_k c_k^2[3\overline{\cos^2\bar{\omega}_k} - 1]}{\varrho^3} +$$
$$+ \frac{e^2\,\Sigma p_k c_k^4[4{,}375\,\overline{\cos^4\bar{\omega}_k} - 3{,}75\cos^2\bar{\omega}_k + 0{,}375]}{\varrho^5}.$$

In der ersten Näherung haben wir:

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{(Z - \Sigma p_k)e^2}{\varrho} = -\frac{N\cdot h\cdot(Z - \Sigma p_k)^2}{(n + n^1)^2},$$

wo n und n' ganze Zahlen sind.

Weitere Näherung finden wir, wenn wir in H_0 statt $\frac{1}{\varrho^3}$ und $\frac{1}{\varrho^5}$ die mittleren Werte $\left(\frac{1}{\varrho^3}\right)$; $\left(\frac{1}{\varrho^5}\right)$ einsetzen.

Digitized by Google

Wir haben dann:

$$H_0 = -\frac{N\cdot h\cdot (Z-\Sigma p_k)^2}{(n+n^1)^2} +$$
$$+\frac{e^2}{2}\overline{\left(\frac{1}{\varrho^3}\right)}\cdot \Sigma p_k c_k^2 [3\cos^2\bar{\omega}-1] +$$
$$+ e^2\overline{\left(\frac{1}{\varrho^5}\right)}\cdot \Sigma p_k c_k^4\cdot[4{,}375\,\overline{\cos^4\omega_k} - 3{,}75\,\overline{\cos^2\omega_k} +$$
$$+ 0{,}375].$$

Da in erster Näherung ϱ dem Radius einer Ellipse gleich ist, so haben wir für $\overline{\left(\frac{1}{\varrho_\nu}\right)}$ folgenden Ausdruck:

$$(\alpha)\quad \left|\begin{array}{l} \overline{\left(\frac{1}{\varrho^\nu}\right)} = \frac{(4\pi^2\cdot e^2\cdot m)^\nu}{h^{2\nu}\cdot (n+n^1)^{2\nu}}\cdot (Z-\Sigma p_k)^\nu\cdot \\ \qquad \cdot\int_0^{2\pi} \frac{d\omega}{(1+\varepsilon\cos\omega)^{\nu-1}}, \end{array}\right.$$

wo ω die exzentrische Anomalie bezeichnet und

$$\varepsilon = \sqrt{1-\frac{n^2}{(n+n^1)^2}}$$

die Exzentrizität ist.

Aus demselben Grunde haben wir in erster Näherung:

$$(\beta)\qquad m\cdot\varrho^2\cdot\varphi_\varrho = \frac{n\cdot h}{2\pi}.$$

Aus (α) erhalten wir:

$$(\gamma)\qquad \overline{\left(\frac{1}{\varrho^3}\right)} = \frac{32\cdot\pi^4\cdot e^4\cdot m^2}{h^4}\cdot N\cdot h\cdot\frac{(Z-\Sigma p_k)^3}{(n+n^1)^3\cdot n^3},$$

$$(\delta)\quad \left|\begin{array}{l} \overline{\left(\frac{1}{\varrho^5}\right)} = \frac{2\cdot(4)^4\cdot\pi^8\cdot e^8\cdot m^4}{h^8}\cdot N\cdot h\cdot \\ \cdot\frac{(Z-\Sigma p_k)^5}{(n+n^1)^3\cdot n^7}\left[\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\frac{n^2}{(n+n^1)^2} - \right. \\ \qquad \left. -\frac{1}{3}\sqrt{1-\frac{n^2}{(n+n^1)^2}}\right], \end{array}\right.$$

wo

$$N\cdot h = \frac{2\pi^2\cdot m e^4}{h^2}.$$

Durch Einsetzen der Werte von (β), (γ), (δ) und

$$c_k = \delta_k\frac{h^2}{4\pi^2\cdot m\cdot c^2}$$

in den Ausdruck von H_0 erhalten wir:

$$H_0 = -\frac{N\cdot h\cdot (Z-\Sigma p_k)^2}{(n+n^1)^2}$$
$$+ N\cdot h\cdot\frac{(Z-\Sigma p_k)^3}{(n+n^1)^3\cdot n^3}\cdot\Sigma p_k\cdot\delta_k^2\cdot(3\,\overline{\cos^2\omega_k}-1) +$$
$$+ 2N\cdot h\cdot\frac{(Z-\Sigma p_k)^5}{(n+n^1)^3\cdot n^7}\cdot\left[\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\frac{n^2}{(n+n^1)^2} - \right.$$
$$\left. -\frac{1}{3}\sqrt{1-\frac{n^2}{(n+n^1)^2}}\right]\Sigma p_k\delta_k^4[4{,}375\,\overline{\cos^4\omega_k} -$$
$$- 3{,}75\,\overline{\cos^2\omega_k} + 0{,}375],$$

wo

$$m c_k^2\dot{\varphi}_k = \frac{\lambda_k\cdot h}{2\pi}.$$

H_0 können wir auch schreiben:

$$H_0 = -\frac{N\cdot h(Z-\Sigma p_k)^2}{(n+n'+\sigma)^2},$$

wo

$$\sigma = \frac{1}{2}\frac{(Z-\Sigma p_k)\cdot\Sigma p_k\delta_k\cdot(3\,\overline{\cos^2\bar{\omega}_k}-1)}{n^3} +$$
$$+\frac{(Z-\Sigma p_k)^2}{n^7}\left[\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\frac{n^2}{(n+n')^2} - \right.$$
$$\left. -\frac{1}{3}\sqrt{1-\frac{n^2}{(n+n')^2}}\right]\Sigma p_k\delta_k^4[4{,}375\,\overline{\cos^4\bar{\omega}_k} -$$
$$- 3{,}75\,\overline{\cos^2\bar{\omega}_k} + 0{,}375]$$

ist.

Da aber

$$\overline{\cos^2\bar{\omega}_k} = \frac{1}{2};\quad \overline{\cos^4\bar{\omega}_k} = \frac{3}{8}$$

ist, so folgt, daß:

$$(A)\quad \left|\begin{array}{l} \sigma = \frac{1}{4}\frac{(Z-\Sigma p_k)\cdot\Sigma p_k\delta_k^2}{n^3} + 0{,}211\cdot \\ \cdot\frac{(Z-\Sigma p_k)^3\cdot\Sigma p_k\delta_k^4}{n^7}\left[1-\frac{1}{3}\frac{n^2}{(n+n^1)^3} - \right. \\ \qquad \left. -\frac{2}{9}\sqrt{1-\frac{n^2}{(n+n^1)^2}}\right]. \end{array}\right.$$

Für δ_k haben wir aus einer früher veröffentlichten Arbeit[1]):

$$\delta_k = \frac{\lambda_k^2}{Z_k}\left[1+\frac{3}{4}\cdot\frac{\sum_{i>k} p_i\left(\frac{\lambda_i}{\lambda_k}\right)^4\cdot\left(\frac{Z_k}{Z_i}\right)^2}{Z_k} - \right.$$
$$\left. -\frac{1}{2}\cdot\frac{\sum_{i>k}\cdot p_i\left(\frac{\lambda_k}{\lambda_i}\right)^6\left(\frac{Z_i}{Z_k}\right)^3}{Z_k}\right],$$

wo:

$$Z_2 = Z-\sum_1^{k-1} p_k - S_k.$$

Da der Hypothese nach wir im Natriumrumpfe nur zwei Ringe ($k=1, 2$) haben, welche einquantig sind ($\lambda_1=\lambda_2=1$), so erhalten wir für δ_1 und δ_2:

$$\delta_1 = \frac{1}{Z_1}\left[1-\frac{1}{2}\frac{p_2\left(\frac{Z_2}{Z_1}\right)^3}{Z_1}\right];\quad Z_1 = Z-S_1,$$

$$\delta_2 = \frac{1}{Z_2}\left[1+\frac{3}{4}\frac{p_1\left(\frac{Z_2}{Z_1}\right)^2}{Z_2}\right];$$
$$Z_2 = Z-(p_1+p_2)-S_2.$$

1) Vorstehende Arbeit, S. 479.

Digitized by Google

Da aber im Natriumrumpfe ($Z = 11$) der Annahme nach:

$$p_1 = 8; \quad p_2 = 2$$

ist, woraus folgt:

$$Z - (p_1 + p_2) = 1,$$

so erhalten wir aus (A) folgenden Ausdruck für σ:

$$(A') \quad \sigma = \frac{1}{n^3}\left[0{,}1102 + \frac{0{,}0046}{n^4}\left(1 - \frac{1}{3}\frac{n^2}{(n+n')^2} - \frac{2}{9}\sqrt{1 - \frac{n^2}{(n+n')^2}}\right)\right].$$

In den untenstehenden Tabellen sind die empirisch bestimmten Werte von σ_p, σ_d mit den aus der Formel (A') berechneten zusammengestellt.

	σ[1])	
	$p\,(n+n'=2)$	$d\,(n+n'=3)$
n	1	2
σ berechnet	0,1134	0,0138
σ emp.	0,0952) — 0,1447	0,013

Wie man aus dieser Tabelle sieht, stimmen die berechneten Werte von σ gut mit den beobachteten überein, so daß unsere Annahme über die Struktur des Rumpfes des neutralen Natriums als wahrscheinlich angesehen werden kann.

Wir können jetzt durch Analogie aus dem Natriumrumpfe auf den Neonrumpf ($Z = 10$) schließen. Der Neonrumpf sollte also durch Analogie aus einem Kerne und zwei einquantigen und konzentrischen Elektronenringen gebaut sein.

Auf dem ersten Ringe (vom Kerne) befinden sich 8 Elektronen und auf dem zweiten 1 Elektron. Daß diese Struktur zu Folgerungen führt, die in Übereinstimmung mit der Beobachtung bleiben, werden wir unten zeigen.

Die Differenz der Ionisationsspannung[3]) (21,5 Volt) und der zweiten Anregungsspannung (18,45 Volt) soll dem Werte des $2p$-Termes gleich sein.

Für den letzteren haben wir:

$$2p = \frac{-N \cdot h}{(n + n' + \sigma)^2},$$

wo:

$$\sigma = \frac{1}{4}\frac{\sum_1^2 p_k \alpha_k^2}{n^3}$$

ist.

1) Aus den Zahlen berechnet, die sich im Buche von Konen: „Das Leuchten der Gase und Dämpfe" befinden.

2) Aus der Anregungs- und Ionisationsspannung berechnet.

3) S. Hertz, „Über Anregungs- und Ionisierungsspannung von Neon und Argon". Zeitschr. f. Phys. 18, 307, 1923.

Für α_1 und α_2 haben wir:

$$\alpha_1 = \frac{1}{Z - S_1}\left[1 - \frac{1}{2}\frac{p_2\left(\frac{Z_2}{Z_1}\right)^3}{Z_1}\right],$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{Z - p_1}\left[1 + \frac{3}{4}\frac{p_1\left(\frac{Z_2}{Z_1}\right)^2}{Z_2}\right],$$

wo:

$$p_1 = 8; \quad p_2 = 1; \quad S_1 = 2{,}8.$$

Durch Einsetzen der numerischen Werte erhalten wir:

$$\sigma = \frac{0{,}132}{n^3}$$

und für den p-Term, da nach Analogie mit Natrium $n = 1$ gesetzt wird, folgt:

$$\sigma = 0{,}132.$$

Für $2p$ erhalten wir also, weil:

$$Nh = 13{,}53 \text{ Volt}$$

ist

$$2p = -2{,}98 \text{ Volt},$$

während wir aus der Differenz d[illegible]spannung und der zweiten Anreg[illegible]spannung erhalten:

$$+2p = -21{,}5 \text{ Volt} + 18{,}45 \text{ Volt} = -3{,}05 \text{ Volt}.$$

Die Übereinstimmung ist also gut.

(Eingegangen 21. August 1924.)

Beiträge zur Theorie des Polarimeters Martens.

Von J. J. Tichanowsky.

Bei der Messung der Polarisationsgröße (d. h. das Verhältnis der Intensität des polarisierten Lichtanteils zu der des Gesamtlichtes) mit Hilfe des Polarimeters Martens[1]) kommen abgesehen von unvermeidlichen zufälligen Fehlern, welche in genügendem Maße durch entsprechende Häufung der Messungen unschädlich gemacht werden können, noch systematische Fehler, sogar bei vollständig genauer Konstruktion des Apparates hinzu.

Als die wesentlichen Teile des Polarimeters Martens erscheinen das doppelbrechende Prisma und der Nicol. Die Messung der Polarisationsgröße wird bekanntlich folgendermaßen ausgeführt: 1. Man stellt den Nicol so ein, daß seine Hauptschnittebene mit den Hauptschnittebenen des doppelbrechenden Prismas den Winkel von 45° bildet („neutrale Lage" des

1) Phys. Zeitschr. 1, 299, 1900.

Digitized by Google

Nicols, welche dem „Nullpunkt" des Nicols entspricht). 2. Man dreht in dem zu untersuchenden partiell polarisierten Licht den ganzen Apparat, bis die beiden Vergleichsfelder gleiche Helligkeit zeigen (durch dieses Verfahren stellt man die Lage der Polarisationsebene des zu untersuchenden Lichtes fest). 3. Darauf dreht man den ganzen Apparat um seine Achse um 45^0, wobei eine von den Hauptebenen des doppelbrechenden Prismas mit der Polarisationsebene des zu untersuchenden Lichtes zusammenfällt und 4. dreht dann den Nicol um solchen Winkel α, gerechnet von der neutralen Lage, daß die Vergleichsfelder gleiche Helligkeit bekommen. Indem wir die Polarisationskomponenten des zu untersuchenden Lichtes durch a und b bezeichnen, erhalten wir die bekannte Formel

$$p = \frac{a-b}{a+b} = \sin 2\alpha,$$

welche zur Ausrechnung der Polarisationsgröße (p) dient.

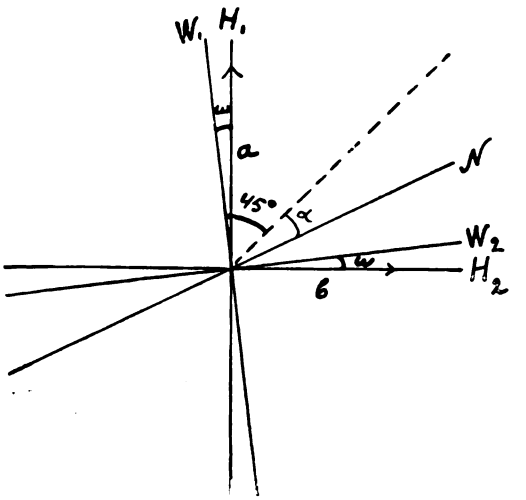
Die zufälligen Fehler bei der Ablesung α können selbstverständlich durch eine entsprechende Zahl von Ablesungen unschädlich gemacht werden. Der systematische Fehler bei der Bestimmung des Winkels α, welcher durch die fehlerhafte Bestimmung des Nullpunktes des Nicols bedingt wird, kann ausgeschaltet werden, wenn man diesen Winkel bei verschiedenen Lagen des Apparates mißt, d. h. wenn man bald die eine, bald die andere Hauptschnittebene des doppelbrechenden Prismas mit den Polarisationsebenen zusammenfallen läßt, wie man auch gewöhnlich zu verfahren pflegt. Aber auf die Ablesung (α) des Nicols wird noch der Fehler bei der Feststellung der Polarisationsebene einen systematischen Einfluß ausüben, wobei dieser Fehler

1. als ein zufälliger und
2. als systematischer, durch den Fehler im Einstellen der neutralen Nicolslage hervorgerufen,

hinzukommt.

Lassen wir uns die Frage nach dem Einfluß des Fehlers bei der Feststellung der Lage der Polarisationsebene erörtern. Nehmen wir an, daß die Polarisationsebene des zu untersuchenden Lichtes unrichtig bestimmt ist, und daß die Hauptschnitte (W_1 und W_2) des doppelbrechenden Prismas nach der Drehung um 45^0 (s. oben) nicht genau mit der Polarisationsebene dieses Lichtes (H_2) und der zu ihr senkrechten Ebene (H_1) zusammenfallen, sondern mit ihr einen Winkel w (Fig. 1) bilden. Dann werden die Komponenten des durch das doppelbrechende Prisma durchfallenden Lichtes:

$a \sin^2 w + b \cos^2 w$ und $a \cos^2 w + b \sin^2 w$.



Die Gleichheit der Helligkeit der Vergleichsfelder wird durch die Bedingung

$$[a \sin^2 w + b \cos^2 w] \cos^2(45 - \alpha) = [a \cos^2 w + b \sin^2 w] \sin^2(45 - \alpha),$$

wo α den oben bezeichneten Wert hat, verwirklicht.

Aus der erhaltenen Beziehung folgt, daß die beobachtete Polarisationsgröße des Lichtes (p') in folgendem Verhältnis zur wahren Polarisationsgröße p stehen wird

$$p' = p \cos 2w. \qquad (1)$$

Somit üben die zufälligen Fehler bei der Feststellung der Lage der Polarisationsebene stets einen senkenden Einfluß auf die zu messende Polarisationsgröße aus. Diese Formel ist also zu benutzen, um diesen Einfluß zu bezeichnen, wenn w bekannt ist; wenn z. B. $w = 1^0$ und $p = 100$ Proz. ist, so wird $p - p' = 0{,}05$ Proz.

Lassen wir uns weiter die Frage nach dem Einflusse des Fehlers in der Bestimmung des Nullpunktes des Nicols auf die Bestimmung der Polarisationsebene des zu untersuchenden Lichtes erwägen.

Nehmen wir an, daß der Nicol nicht auf den Nullpunkt eingestellt ist, sondern von dieser Lage um den Winkel ε abweicht. Wenn wir dann die Polarisationskomponenten des durch das doppelbrechende Prisma durchgehenden Strahles mit a_1 und b_1 bezeichnen, erhalten wir gleiche Helligkeit der Vergleichsfelder bei solchen Werten a_1 und b_1, welche der Bedingung

$$a_1 \sin^2(45 - \varepsilon) = b_1 \cos^2(45 - \varepsilon)$$

entsprechen.

Selbstverständlich muß $a_1 > b_1$ sein und darum fallen die Hauptschnittsebenen mit der Polarisationsebene des zu untersuchenden Lichtes und der senkrecht dazu nicht zusammen, son-

Digitized by Google

dern bilden einen Winkel w'; bei der Bezeichnung der Polarisationskomponenten dieses Lichtes durch a und b, bekommen wir dann

$$a_1 = a\cos^2(45 - w') + b\sin^2(45 - w')$$
$$\text{und } b_1 = a\sin^2(45 - w') + b\cos^2(45 - w').$$

Setzen wir diese Werte a_1 und b_1 in die obige Formel ein, so haben wir

$$\sin 2a = p \sin 2w',$$

oder bei kleinem ε und w'

$$\varepsilon = pw'. \qquad (2)$$

Diese Formel erlaubt uns, den Fehler (w') in der Bestimmung der Lage der Polarisationsebene, welcher vom Fehler (ε) bei der Festlegung des Nullpunktes des Nicols herrührt, zu berechnen.

Im allgemeinen Falle kann man den Fehler bei der Bestimmung der Polarisationsebene als die Summe $w + w'$ betrachten. Nach (1) und (2) haben wir dann die Formel

$$\triangle p = p\left[1 - \cos 2\left(w + \frac{\varepsilon}{p}\right)\right], \qquad (3)$$

welche uns gleich den Fehler ($\triangle p$) in der Polarisationsgröße, welcher durch den Fehler w in der Bestimmung der Polarisationsebene und durch den Fehler ε in der Bestimmung des Nullpunktes des Nicols hervorgerufen wurde, zu bestimmen gestattet.

Die obigen Formeln (1), (2) und (3) wurden der Versuchsprüfung unterzogen, welche die völlige Übereinstimmung der ausgerechneten und beobachteten Werte zeigte.

Die praktische Bedeutung dieser Formeln für den Fall, daß man nach möglichster Verfeinerung der polarimetrischen Messungen sowohl im Laboratorium, als auch am Himmelsgewölbe strebt, scheint mir klar zu sein.

Simferopol, 9. September 1924, Phys. Inst. d. Universität.

(Eingegangen 17. September 1924.)

Zur Frage über den elektrischen Widerstand metallischer Aggregate.

Von W. Esmarch.

In seiner Arbeit „Der elektrische Leitungswiderstand künstlicher und natürlicher Aggregate“ [1]) berührt Herr Lichtenecker meine auf diesen Gegenstand bezüglichen Messungen [2]) und findet, daß dieselben theoretisch unmögliche, nämlich zu hohe Werte für den Widerstand der gemessenen Aggregate liefern. Demgegenüber muß ich feststellen, daß meine Messungen innerhalb der von mir (l. c. S. 146) angegebenen Genauigkeitsgrenze (Fehler im allgemeinen nicht größer als 1 Proz.) richtig sind, und daß die etwas größeren Abweichungen von den theoretisch möglichen Werten, die Herr Lichtenecker festzustellen geglaubt hat, durch die Art der von ihm vorgenommenen Reduktion meiner Resultate auf $w_1 = 1$ hereingekommen sind. Herr Lichtenecker hat dabei sonderbarerweise von allen meinen Versuchsreihen gerade nur diejenige zur Prüfung herangezogen, welche von mir (l. c. S. 146) ausdrücklich als weniger befriedigend bezeichnet ist, da hier [illegible] systematische Fehler vorliegen, wenn auch die einzelnen Zahlen die Fehlergrenze kaum erheblich überschreiten dürften. Nun hat aber Herr Lichtenecker zum Zweck der Vergleichung mit seinen errechneten Werten meine experimentell gefundenen Zahlen auf $w_1 = 1$ reduziert, indem er dieselben durch den Wert für ϑ [illegible] diert [1]). Liegt nun der Versuchsfehler beim Wert nach der einen Seite, für die anderen Werte dagegen nach der entgegengesetzten [illegible] bei der fraglichen Reihe sehr wahrscheinlich ist, so addieren sich die beiden Fehler, und Abweichungen von 2 Proz. und mehr sind dann durchaus möglich, selbst wenn der Fehler der Einzelwerte 1 Proz. nicht beträchtlich überschreitet. So erklärt es sich leicht, daß die von Herrn Lichtenecker reduzierte Kurve zum Teil etwas außerhalb des theoretischen Intervalles zu liegen kommt. Ich muß aber hier ausdrücklich feststellen, daß dies nur bei dieser einzigen Reihe der Fall ist, während alle die anderen zahlreichen von mir gemessenen Reihen auch reduziert durchgängig innerhalb der theoretischen Intervalle liegen, wie Herr Lichtenecker sich leicht selbst durch Nachrechnen überzeugen kann [2]). Durch die Rechnungen von Herrn Lichtenecker wird also die Zuverlässigkeit der von mir gemessenen Werte innerhalb der Genauigkeitsgrenzen in keiner Weise erschüttert. Diese Genauigkeit (1 Proz.) ist aber vollständig ausreichend, um eine ganze Reihe von Tatsachen und Regelmäßigkeiten hervortreten zu lassen. Denn was Herr Lichtenecker in seiner Arbeit über den geringen

1) K. Lichtenecker, Phys. Zeitschr. **25**, 169, 193, 225, 1924.

2) W. Esmarch, Jahrb. d. Rad. u. Elektr. **19**, 141, 1922.

1) Es bedeutet w_1 den Widerstand des besser leitenden Bestandteiles und ϑ die Volumkonzentration des anderen Bestandteiles.

2) Für die in meinen Tabellen IX, XI und XIII enthaltenen Versuchsreihen finden sich die entsprechenden Werte in dessen Tabellen IX u. XI. Die genauen Werte von K für meine Tabellen VIII u. XII sind 2,70 u. 0,37 (die dort angegebenen Zahlen 3 u. $^1/_3$ sind abgerundete Werte).

Digitized by Google

Einfluß von Gestalt und Lage der eingebetteten Teilchen feststellt, sowie der allgemeine Charakter der Kurven in Abhängigkeit vom Verhältnis der Leitfähigkeiten, ist ja zum Teil in den Arbeiten von Herrn Benedicks bezw. von mir schon früher aus den Messungen gefolgert worden.

Schließlich möchte ich noch besonders hervorheben, daß ich in meiner Arbeit zwar die theoretische Berechnungsweise von Herrn Lichtenecker in seinem früheren Aufsatz[1]) beanstandet habe, nicht aber seine Resultate. Meine experimentelle Prüfung dieser Resultate (sie bezogen sich auf das Schachbrettmodell) ist nicht ungünstig für Herrn Lichtenecker ausgefallen, indem die Abweichungen im allgemeinen nicht mehr als 2—3 Proz. betrugen bei nicht zu großen Werten des Verhältnisses [illegible]. Das Ungenügende der theoretischen Ableitung wird durch natürlich nicht behoben. Aber der empirische Wert der abgeleiteten Formel wird drücklich anerkannt.

Zusammenfassend möchte ich feststellen, daß durch Herrn htteneckers Rechnungen die Richtigkeit r Messungen nicht in Zweifel gezogen wird. Es herrscht vielmehr erfreuliche Übereinstimmung zwischen Rechnung und Experiment. Ich halte daher alles in meiner Arbeit Mitgeteilte auch jetzt noch ausdrücklich aufrecht.

1) K. Lichtenecker, Phys. Zeitschr. 10, 1005, 1909.

Berlin-Siemensstadt, den 4. September 1924. Elektrochemisches Laboratorium. Siemens und Halske A. G.

(Eingegangen 17. September 1924.)

Über Vergleichung von Kapazitäten mittels einer Eingitterröhre.

Von K. Gorbatscheff.

Auf Grund der Eigenschaften der Glühkathodenröhren haben Karolus und Prinz Reuß[1]) eine Methode zur Messung von Kapazitäten mitgeteilt.

Da diese Methode nach Angabe der Verfasser mit genügend großer Genauigkeit erlaubt, Kapazitäten von 0,001 bis 10 M.-F. zu messen, war es erwünscht, diese Methode praktisch zu verwenden. Ich bediente mich einer modifizierten Methode, in welcher zur Messung der Spannungen anstatt eines Elektrometers eine zweite Glühkathodenröhre diente[1]). An das Gitter dieser Glühkathodenröhre schaltete ich die negative Belegung des mit Hilfe des Anodenstromes der ersten Röhre aufgeladenen Kondensators. Mit genauer Kenntnis der Charakteristik dieser zweiten Eingitterröhre kann man eine Spannung bestimmen. Da in dieser Schaltung zwei Glühkathodenröhren benutzt werden für verschiedene Zwecke aber zeitlich nacheinander, ergab sich die Möglichkeit, die Schaltung mit einer einzigen Eingitterröhre zu vereinfachen[2]).

In der Schaltung Karolus und Prinz Reuß und in meiner Schaltung ist ein Galvanometer zum Messen des Sättigungsstroms unbedingt nötig. Die Empfindlichkeit dieses Galvanometers muß genügend groß sein, besonders wenn man kleine Kapazitäten messen will.

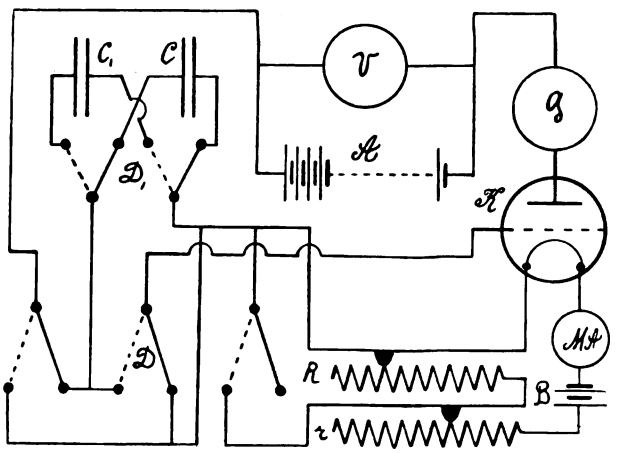


Fig. 1.

Jedoch kann man eine Vergleichung einer unbekannten und einer bekannten Kapazität ausführen mittels einer Schaltung, in welcher ein empfindliches Galvanometer nicht nötig ist. In dieser Schaltung (Fig. 1) bedeutet:

A = Hochspannungsanodenbatterie,
B = Heizbatterie,
C_1 = unbekannte Kapazität,
C = bekannte Kapazität,
D_1 = Umschalter, welcher die erste oder die zweite Kapazität zur Messung einschaltet,
D = Umschalter, welcher erlaubt entweder: 1. den Heizstrom zu verkleinern und die zu ladende Kapazität in die Anodenleitung einzuschalten, oder:

1) Karolus u. Prinz Reuß, Physik. Zeitschr. **22**, 362, 1921.

1) Gorbatscheff, Drahtlose Telegraphie und Telephonie Nr. 22, 483, 1923. (Russisch.)
2) Gorbatscheff, Drahtlose Telegraphie und Telephonie Nr. 24, 151, 1924. (Russisch.)

Digitized by Google

2. die geladene Kapazität in die Gitterleitung einzuschalten und den Heizstrom zu vergrößern,

G = Galvanometer in der Anodenleitung (1 Skt. = 10^{-5} Amp.),

K = Eingitterröhre,

MA = Milliamperemeter im Heizkreis,

R, r = Schieberheostaten zum Regulieren des Heizstromes,

V = Voltmeter zum Messen der Spannung der Anodenbatterie.

Wenn man mit ein und demselben Strom i Kapazitäten C und C_1 ladet t und t_1 sec lang, dann laden sie sich bis zu Spannungen V und V_1 und wir werden haben:

$$\frac{CV}{t} = \frac{C_1 V_1}{t_1},$$

hieraus folgt:

$$C_1 = \frac{\frac{CV}{t}}{\frac{V_1}{t_1}}.$$

Zur Messung der Spannungen war die Kennlinienfamilie für die Eingitterröhre im Gebiet der Anodenspannungen 560—600 V und der negativen Gitterspannungen 45—90 V aufgenommen. Einige der erhaltenen Kurven sind auf Fig. 2 gezeichnet.

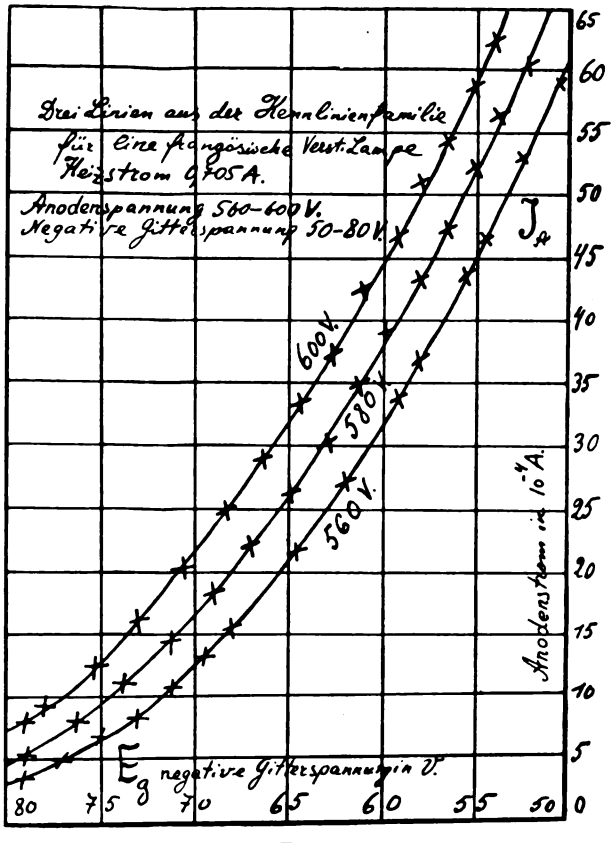


Fig. 2.

In den folgenden Tabellen gelten folgende Bezeichnungen:

C_1, C = die Größe der Kapazität in M.-F.,

t_1, t = Zeit der Ladung in Sek.,

E = Anodenspannung in Volt,

i = Stromstärke im Anodenkreis zur Zeit der Spannungsmessung in 10^{-5} Amp.,

V_1, V = Spannung der geladenen Kapazität in Volt. (Aus E und i mit Hilfe der Kennlinien entnommen.)

In der Tabelle 1 sind C_1 und C aus ein und demselben H. & Br.-Kapazitätskasten genommen. Heizstrom für Ladung ist 0,305 Amp.

In der Tabelle II ist C eine Kapazität aus dem H. & Br.-Kapazitätskasten, C_1 ist eine Batterie Leydener Flaschen. (Kapazität dieser Batterie gemessen mit Kapazitätsmeßbrücke von Seibt: 9900 cm oder 0,011 M.-F.) Heizstrom für Ladung ist 0,070 Amp.

Tabelle I.

C	t	E	i	V	$\frac{CV}{t}$
0,02	60	594,0	176,0	71,1	0,0237
0,02	80	600,5	102,8	77,2	0,0193
0,02	70	594.0	176,0	71,1	0,0203
0,03	90	585,0	235,0	66,8	0,0223
0,03	100	594,0	176,0	71.1	0,0213
0,03	110	595,5	117,6	75,7	0,0206
0,04	120	585,0	235,0	66,8	0,0223
0,04	130	594,0	176,0	71,1	0,0219
0,04	150	600,5	102,8	77,2	0,0206
				Mittel	0,0214

$C_1 = 0{,}004$; $t_1 = 15$; $V_1 = 85$; ($E_1 = 606$; $i_1 = 44{,}0$); $\frac{V_1}{t_1} = 5{,}67$; hieraus folgt $C_1 = \frac{0{,}0214}{5{,}67} = 0{,}0038$ mit Fehler ca. 5 Proz.

Aus diesem Beispiel sieht man, daß der Fehler 5 Proz. erreicht. Ein Teil dieses Fehlers beruht auf Beobachtungsfehlern.

(Im zweiten Falle sind in 3—4 Sek. Ablesungen von drei Meßapparaten, Schaltung der Eingitterröhre für Ladung und Umschaltung der geladenen Kapazität für Messung ihrer Spannung gemacht.)

Digitized by Google

Tabelle II.

C	t	E	i	V	$\frac{CV}{t}$
0,08	2,5	592,5	193,0	70,0	0,224
0,08	2,8	597,0	148,4	79,3	0,227
0,09	2,8	586,0	268,0	65,4	0,210
0,09	3,2	597,5	141,0	73,9	0,208
0,09	3,3	602,5	89,0	78,8	0,215
0,09	3,4	605,0	59,5	82,8	0,218
				Mittel	0,217

C_1	t_1	E_1	i_1	V_1	$\frac{V_1}{t_1}$
[illegible]	3,0	583,0	297,0	63,8	21,27
[illegible]	3,5	601,0	104,0	77,2	22,08
[illegible]	3,7	590,0	223,0	68,1	18,41
[illegible]	4,0	599,0	119,0	75,5	18,88
				Mittel	20,155

..eraus folgt: $C_1 = \frac{0{,}217}{20{,}155} = 0{,}0107$ mit ehler ca. 3 Proz.

Man kann übrigens annehmen, daß ein gewisser Teil des Fehlers davon herrührt, daß ein Teil des Stromes durch Isolationsfehler geht. Diese Annahme wird wahrscheinlich gemacht durch Messungen mit hintereinander geschalteten Kapazitäten, welche aus zwei H. & Br.-Kapazitätskasten genommen sind. Heizstrom für Ladung ist 0,150 Amp.

Tabelle III.

C	t	E	i	V	$\frac{CV}{t}$
0,025	14	602,0	89,0	78,7	0,140
0,025	14	603,5	74,0	80,5	0,144
				Mittel	0,142

C_1	t_1	E_1	i_1	V_1	$\frac{C_1 V_1}{t_1}$
0,01	5	598,0	134,0	73,7	14,74
0,01	5	594,0	178,0	71,0	14,20
0,01	5	592,5	193,0	70,0	14,00
				Mittel	14,31

Hieraus folgt: $C_1 = \frac{0{,}142}{14{,}31} = 0{,}0099$ mit Fehler ca. 1 Proz.

Die Arbeit ist in der wissenschaftlichen Prüfstation des transkaukasischen Kreis-Volkskommissariats für Post, Telegraph, Telephon und Radio in Tiflis im Februar ausgeführt.

München, 15. August 1924.

(Eingegangen 23. August 1924.)

BESPRECHUNGEN.

E. Wedekind, Stereochemie. Sammlung Göschen Nr. 201. 3., umgearbeitete und vermehrte Auflage. 8°, 134 S. m. 44 Figuren im Text. Berlin und Leipzig, Walter de Gruyter & Co. 1923. GM. 1.—.

In der knappen Fassung des Göschen-Bändchens bringt der durch eigene Experimentalarbeiten auf diesem Gebiete erfahrene Verfasser die Anschauungen, welche sich die Chemiker über die Lagerung der Atome im Raume gebildet haben. Von dem seit 77 Jahren aufgespeicherten Tatsachenmaterial, in dem diese Anschauungen wurzeln, sind treffende Beispiele herausgehoben und gut aneinandergereiht. Die neuesten nach 1922 herausgekommenen wichtigen Experimentalarbeiten von K. v. Auwers, W. Hückel, Skita, Meisenheimer, Windaus u. a. konnten allerdings in dieser 3 Auflage keine Berücksichtigung mehr finden.

Naturgemäß am eingehendsten ist die Stereochemie des Kohlenstoffs mit den klassischen Untersuchungen von Pasteur, J. Wislicenus, van't Hoff, Le Bel, Baeyer, V. Meyer, E. Fischer und Walden behandelt. Man sieht weiter, mit welchem Erfolge die Forschung der letzten Jahrzehnte sich bemüht hat, Verbindungen des drei- und fünfwertigen Stickstoffs (Hantzsch, Werner, Pope, Wedekind u. a.), des Schwefels, Selens, Zinns (Pope, Smiles), Siliziums (Kipping), Phosphors (Meisenheimer) und Komplexe des Kobalts, Chroms, Eisens, Rhodiums usw. (Werner) aufzubauen, die ebenfalls einen Zusammenhang zwischen Asymmetrie der Molekel, Kristallform und optischer Aktivität erkennen lassen. Zum Schluß wird gezeigt, welchen Einfluß räumliche Faktoren auf chemische Reaktionen haben (Spannungstheorie, sterische Hinderung). Besonders wertvoll ist, daß der Verfasser auch auf die Grenzen der gewonnenen Erkenntnisse und noch ungeklärte Widersprüche, namentlich in den Kapiteln des Stickstoffs und der sterischen Bedingtheit der Reaktionen, hinweist. H. Wienhaus.

H. Rothe, Einführung in die Tensorrechnung. 179 S. m. 23 Abbildungen. Wien, L. W. Seidel & Sohn 1923. Geheftet M. 5.—.

Das Buch bildet den ersten Teil eines infolge des frühen Todes des Verfassers unvollendet gebliebenen Werkes über moderne Tensorrechnung und behandelt die Tensoralgebra. Durch zahlreiche, größtenteils durchgerechnete Beispiele wird die Einführung wesentlich erleichtert. Dagegen tritt, wie mir scheint, für den Lernenden eine nicht unwesentliche Erschwerung dadurch ein, daß der Verfasser nicht, wie es sonst wohl üblich ist, von gewöhnlichen linearen Transformationen ausgeht. Vielmehr bringt Rothe gleich die allgemeinsten Transformationen, die erst in den Differentialen linear sind und definiert unter Zugrundelegung der linearen infinitesimalen Transformationen die Begriffe der kovarianten und kontravarianten Vektoren und allgemein der Tensoren. Sieht man

Digitized by Google

von diesem Mangel ab, so ist das Buch als überaus klar und anschaulich geschrieben jedem zur Einführung zu empfehlen. Das Buch ist elementar gehalten und beschränkt sich auf eine Einführung in die Tensoralgebra, bringt also nach Festlegung des Begriffes von kovarianten und kontravarianten Vektoren die einfachsten Operationen mit diesen, dann den allgemeinen Tensorbegriff, behandelt ausführlich die symmetrischen und schief symmetrischen Tensoren und schließt mit der Betrachtung von linearen Vektormannigfaltigkeiten und Tensorfeldern. E. Hilb.

K. Hahn, Grundriß der Physik. II. Teil für die Oberstufe höherer Lehranstalten und für Fachschulen. 2. Auflage. Gr. 8°. VII u. 300 S. Mit 336 Figuren. Leipzig, B. G. Teubner. 1924. Geb. M. 5.—.

Das Buch bringt für den Unterricht in Experimentalphysik den Lehrstoff einer dreijährigen Oberstufe; der neueren Entwicklung der Physik wird durch ein besonderes Schlußkapitel Rechnung getragen, welches der Verfasser „Grundzüge des heutigen physikalischen Weltbilds" betitelt; er behandelt hierin die Relativitätstheorie und die moderne Lehre vom Atom. Die Vorzüge des Buches liegen in der klaren und knappen Darstellung, welche nur das Gerippe des Unterrichts bieten will; hierdurch wird einerseits dem Schüler die Übersicht erleichtert, andererseits dem Lehrer eine gewisse Freiheit für die weitere Ausgestaltung des Unterrichts gelassen. Das Buch dürfte sich in den Kreisen der Lehrer viele Freunde erwerben. Sieger.

N. E. Nörlund, Differenzenrechnung. Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen. Band XIII. Springer, Berlin. 1924. 551 S. mit 54 Textfiguren. M. 24.—, geb. M. 25,50.

Im Jahre 1911 ist das Buch von Guldberg und Wallenberg, Theorie der linearen Differenzengleichungen, erschienen, das den Stand des Wissens auf jenem Gebiet zu jener Zeit ausgezeichnet darstellt. Ein Vergleich jenes Buches mit dem vorliegenden zeigt die ungeheure Entwicklung der Theorie in dieser kurzen Zeitspanne. In Nörlund haben wir einen der bedeutendsten, bahnbrechenden Forscher auf diesem Gebiete, der in funktionentheoretischer Hinsicht hier unbestritten der größte ist, und so bedeutet das vorliegende Buch für den Mathematiker und den an der Mathematik interessierten Physiker von vornherein etwas Wichtiges. Im einzelnen enthält das Buch zunächst die Grundbegriffe, wie Differenzen und Mittelwerte, sowie verschiedene Interpolationsformeln, die letzteren wohl zum ersten Male in systematischer Darstellung. Kapitel 2—7 bringen als inverse Prozesse der Differenzen die einfachen und mehrfachen Summen, insbesondere aber eine ausführliche Theorie der gewöhnlichen und höheren Bernoullischen und Eulerschen Polynome in rühmenswert übersichtlicher und eingehender Weise. Die beiden folgenden Kapitel entwickeln die Theorie der Interpolationsreihen und Fakultätenreihen, die in der Theorie der Differenzengleichungen dieselbe Rolle spielen, wie die Potenzreihen bei Differentialgleichungen. Ebenso wie die Potenzreihen haben jene Reihen selbständiges Interesse und manches wichtige alte Problem wird von Nörlund bei ihnen gelöst. Kapitel 10—14 bringen dann die Integrationstheorie der linearen Differenzengleichungen, Kapitel 15 die reziproken Differenzen in ihrem Zusammenhang mit den Kettenbrüchen. Die für die Technik wichtigen Fragen der Differenzengleichungen werden kaum gestreift, dagegen findet sich in dem umfassenden Literaturverzeichnis auch eine Zusammenstellung der hierher gehörigen Arbeiten. Auch bringt das Buch zum Teil ganz neue Tabellen über Bernoullische und andere Zahlen, welche in der Differenzenrechnung und ihren Anwendungen, z. B. bei der numerischen Integration, eine große Rolle spielen.

Das Buch ist von einem Meister mit Meisterschaft geschrieben. Das Gebiet als solches ist aber in der Literatur noch nicht abgeschlossen bearbeitet; so bleibt denn trotz aller Vorzüge in dem Buche, wenigstens für mich, noch manches nicht vollständig Befriedigende. Aber reiche Anregung bietet das Buch jedem, der sich für Differenzenrechnung interessiert. E. Hilb.

Berichtigung.

Zu der Arbeit: Über Verdünnungsgesetze usw. Von Ph. Groß und O. Halpern. (Diese Zeitschr. **25**, 393, 1924.)

S. 394, Legende zu (2): $\varkappa = \frac{5{,}07 \cdot 10^9 \, z \sqrt{\alpha c}}{\sqrt{DT}}$.

S. 394, (6): $(1-\alpha)c = \frac{c^2 f_\alpha{}^2(c)}{\varkappa}\left[1 - \frac{2c^2 f_\alpha{}'(c) + 2c f_\alpha{}^2(c)}{\varkappa}\right]$.

S. 394, in den Formeln vor (1) und in (9) hat es x statt $\varkappa$ zu heißen.

S. 395, III, linke Spalte, letzter Absatz lies: nicht-unsehbar statt: unsehbar.

S. 395, unterhalb (16) lies: $z_i = z_k$ statt: $z_i = z_k$.

S. 395, in den Formeln (14), (15), (16) statt: c_2 lies: c_i.

S. 396, Fußnote 1 lies: Zeitschr. f. phys. Chemie **46**, 821, 1903 statt l. c.

S. 397, links zwischen Zeile 28 und 29 gehört: zu Tab. I.

S. 397, links zwischen Zeile 40 und 41 gehört: zu Tab. II und III.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität München Dr. R. Dietzel und Dr. K. Täufel für angewandte Chemie.

Ernannt: Der ord. Professor der Physik an der Universität Tübingen Dr. Friedrich Paschen zum Präsidenten der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in Berlin, der Professor der Chemie am Centenary College of Louisiana in Shreveport P. M. Ginnings in gleicher Eigenschaft am North Carolina College for Women in Greensboro, der Professor der Chemie beim Sweet Briar College in Sweet Briar, Va. Albert Salathe zum Professor der Chemie am Centenary College of Louisiana in Shreveport, Dr. J. B. Lacroix zum Leiter der Abteilung für Chemie und Experimentalphysik an der Laval University Quebec, Dr. F. Rice zum Professor für Physikalisch-organische Chemie an der Johns Hopkins Universität in Baltimore.

Berufen: Der ord. Professor der Chemie an der Universität Greifswald Dr. Rudolf Pummerer in gleicher Eigenschaft an die Universität Erlangen.

Gestorben: Der Privatdozent der Mathematik an der Technischen Hochschule Berlin Professor Dr. Paul Schafheitlin.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. F. Harms in Würzburg. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Digitized by Google

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

No. 20. 15. Oktober 1924. Redaktionsschluß für No. 20 am 5. November 1924. 25. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

H. Graf, Zur qualitativen Untersuchung und Demonstration von Linsenfehlern. S. 489.

E. Judin, Apparat zur Bestimmung der Vergrößerung der Mikroskope. S. 495.

Zusammenfassende Berichte:

R. Holm, Der gegenwärtige Stand der Theorie des Glimmstroms. S. 497.

Besprechungen:

W. O. Schumann, Elektrische Durchbruchfeldstärke von Gasen. S. 535.

P. Maffi, Nei Cieli. S. 536.

K. Bangert, Maße der Elektrotechnik. S. 536.

Personalien. S. 536.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Zur qualitativen Untersuchung und Demonstration von Linsenfehlern.

Von H. Graf.

Der Anlaß zur Durchführung nachfolgender Versuche im Physikalischen Institut der Technischen Hochschule München war ein Vorschlag von Herrn Professor Zenneck, durch Variation der Hartmannschen Methode einen Weg anzugeben, welcher geeignet erscheint, wichtige Objektivfehler, insbesondere sphärische Aberration und Astigmatismus rasch qualitativ festzustellen. Hartmann stellt in der Versuchsanordnung seiner Methode der extrafokalen Bilder (Zeitschr. f. Instrumentenk. **20**, 51, 1900) vor das zu untersuchende Objektiv eine Blende mit verstreuten, zentralsymmetrisch um die optische Achse angeordneten kleinen Löchern. Die Blende läßt so von dem parallel einfallenden Licht nur bestimmte Strahlen durch das Objektiv gelangen, welche dann auf einen Schirm hinter dem Objektiv in Form kleiner zerstreuter Lichtpunkte auftreffen. Durch die Lage der Lichtpunkte in zwei extrafokalen Schirmstellungen des Bildraums ist der Gang der gebrochenen Strahlen fixiert und es läßt sich daraus ein quantitativer Schluß auf die Fehler des Objektivs ziehen.

Eine andere im folgenden beschriebene Anordnung der Blendenlöcher gestattet diese Methode dahin abzuändern, daß sie zur raschen qualitativen Abschätzung und Demonstration von sphärischen und astigmatischen Fehlern geeignet erscheint.

I. Bestimmung der sphärischen Fehler.

Prinzip: Unmittelbar vor die zu untersuchende Linse oder Linsenkombination (Fig. 1) wird eine Blende B aus Papier oder Blech angebracht, in welche eine Reihe von kleinen runden und dicht aufeinanderfolgenden Löchern längs einer beliebigen Kurve (Blendenkurve) gestanzt sind. Fällt das (einfarbig zu denkende) Licht parallel zur optischen Achse in eine von

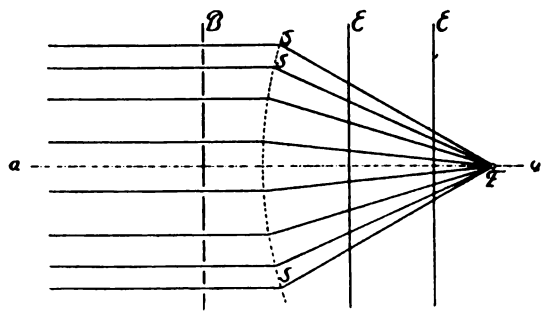


Fig. 1.

Kugelfehlern freie Linse ein, so müssen sich sämtliche gebrochenen Strahlen im Brennpunkt F der Linse schneiden. Die gebrochenen Strahlen bilden zusammen einen Kegelmantel mit F als Spitze.

Ein im Bildraum parallel zu sich verschiebbarer ebener Schirm E (senkrecht zur optischen Achse a) schneidet den Kegelmantel nach Kurven, die unter sich geometrisch ähnlich sein müssen. (Ähnlichkeit dieser Bildkurven mit der Blendenkurve B würde nur dann bestehen, wenn die Schnittpunkte S der einfallenden und gebrochenen Strahlen einer Ebene angehörten, was bei reellen Linsen nicht streng zuzutreffen braucht.) Ist die brechende Linse hingegen nur etwas mit sphärischer Aberration behaftet, so schneiden die gebrochenen Strahlen zwar die optische Achse, aber sie schneiden sich nicht gegenseitig und bilden statt eines Kegels eine windschiefe Linienfläche mit kegelförmiger Einschnürung. Parallele Schnitte durch solche

Digitized by Google

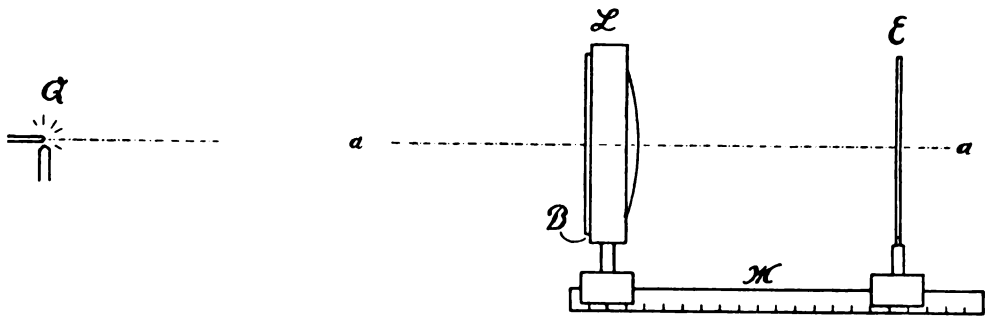


Fig. 2.

Q = punktförmige Lichtquelle auf der optischen Achse a gelegen, in großer Entfernung von der Linse aufgestellt,
L = Linse mit Fassung,
B = Blende (Mittelpunkt A),
M = Meßschiene,
E = Einstellmattscheibe, auf M verschiebbar.

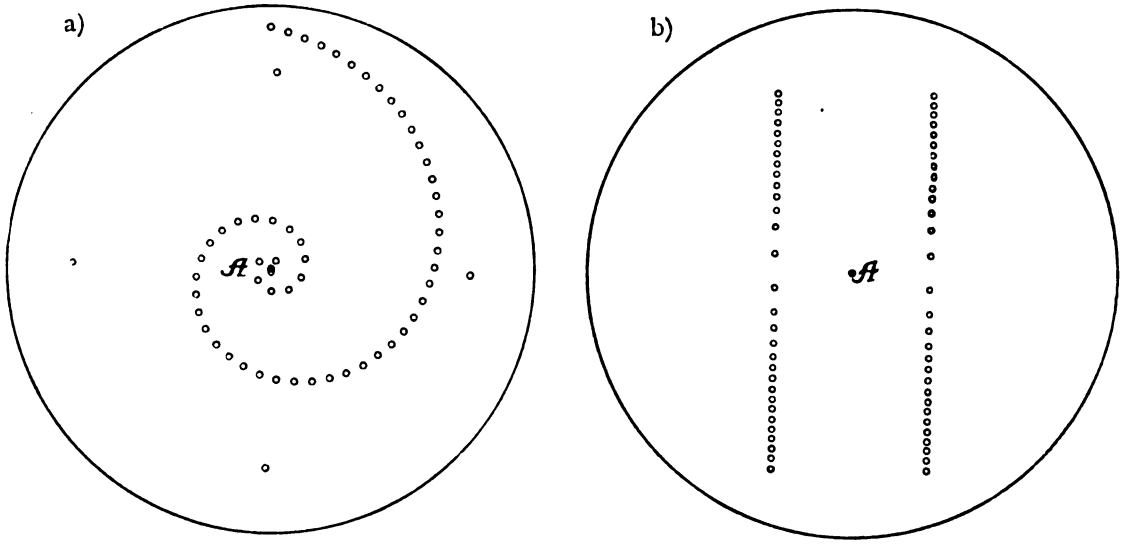


Fig. 3.

Linienflächen sind nicht mehr geometrisch ähnlich, sondern erscheinen gegenüber denjenigen in unmittelbarer Nähe der Linse um so mehr verzerrt, je stärker der sphärische Fehler ist. Bei derselben Linse ist die Verzerrung am stärksten in der Nähe der Einschnürungsstelle.

Versuchsanordnung. (Siehe Fig. 2.)

Bei den folgenden drei Versuchen wurden als Blendenkurven (Fig. 3) gewählt

a) logarithmische Spirale,
b) paralleles Geradenpaar.

Die Löcher lagen in beiden Fällen auf gleich abstehenden um A konzentrischen Zonenkreisen, so daß den Löchern äquidistante Zonen zugeordnet sind. Über die günstigste Lochgröße gibt von Fall zu Fall ein Versuch mit probeweise in eine Papierblende eingestanzten Löchern Aufschluß. Bei zu kleinen Löchern wirkt das Beugungsphänomen auf die Randschärfe und Größe der Lichtpunkte ungünstig ein.

Die Bildpunkte auf der Mattscheibe E können entweder mit bloßem bzw. bewaffnetem Auge (Lupe) beobachtet oder photographiert werden. Die photographische Aufnahme erfolgt zweckmäßig auf gewöhnlichem Gaslichtpapier — das von mir benutzte war Satrappapier —, welches auf die Mattscheibe aufgeklemmt wird. Als Verdunklungsvorrichtung genügt bei halbdunklem Raum ein über das Ganze gebreitetes schwarzes Tuch. Belichtungszeit $^1/_2$—1 Min. bei etwa 10 m Abstand der kleinen Bogenlampe.

Versuchsergebnise.

1. Blendenkurve = logarithmische Spirale.

Die Bilder auf dem Schirm sind in Tafel I 1 vorgegeben; die an den Figuren stehenden Zahlen bedeuten den betreffenden Abstand des

Digitized by Google

Schirms von der Linse in Millimetern. Zur Markierung der Horizontal- und Vertikalebene waren außer der Spirale noch vier Löcher in dem Schirm eingestanzt, welche sich in den Aufnahmen ebenfalls zeigen. Die Spiralenbilder, welche die merkwürdigsten Formen erkennen lassen, müßten bei einer fehlerfreien Abbildung untersich ähnlich sein, was bei der logarithmischen Spirale gleichbedeutend ist mit Kongruenz und Drehung um den Spiralenanfangspunkt. Auf den ersten Blick fällt auf, daß von einer bestimmten Stellung der Bildebene E ab (Abstand etwa 140 mm) die Spirale durch den Anfangspunkt A hindurchschlüpft. Diese Erscheinung, welche sich bei langsamer Bewegung des Schirms in besonders hübscher Weise demonstrieren läßt, findet folgende Erklärung: In Fig. 4 sei ein Meridianschnitt durch die optische Achse a gezeichnet.

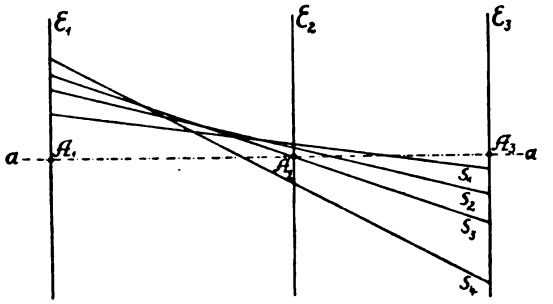


Fig. 4.

Von den gebrochenen Strahlen werden vier herausgegriffen, welche verschiedenen aufeinanderfolgenden Zonen und daher auch verschiedenen Meridianebenen angehören. Alle vier Meridianebenen samt den vier Strahlen s_1, s_2, s_3, s_4 seien um a in die Zeichenebene der Figur geklappt.

Die Mattscheibenebene in der Stellung E_1 und E_3 wird von allen herausgegriffenen Strahlen außerhalb der Schirmmittelpunkte A_1 bzw. A_3 getroffen. Dazwischen, etwa in der Stellung E_2 trifft jedoch einer der Strahlen, s_3, die Mattscheibe gerade im Mittelpunkt A_2; der Bildpunkt des zu s_3 gehörigen Blendenlochs fällt mit dem Spiralenanfangspunkt A_2 auf a zusammen.

Es ist ohne weiteres klar, wie sich dies zur Bestimmung der Brennweite der einzelnen Zonen ausnutzen läßt. Besonders hingewiesen sei noch auf den Umstand, daß die Bilder keine Verzerrung bezüglich der achsennahen Kurventeile aufweisen, d. h. die durch ein achsenbenachbartes Elementarbündel vermittelte Abbildung ist kollinear.

2. Blendenkurve = paralleles Linienpaar.

Die Abweichungen der tatsächlichen Bildkurven (Taf. I2) von den Bildgraden, wie sie bei aberrationsfreien Linsen auftreten müßten, ist leicht mit dem bloßen Auge erkennbar, weshalb sich diese Blendenform besonders gut für qualitative Orientierung über sphärische Fehler eignet. Die Erscheinung des Einbiegens, Hindurchschlüpfens usw. der Bildkurven hat die gleichen Gründe wie oben.

II. Bestimmung der astigmatischen Fehler.

Prinzip: Im Falle einer zentrierten Versuchsanordnung von Linse, Einstellebene und Lichtquelle werden konzentrische Kreise als Blendenkurven auf der Mattscheibe wieder als solche erscheinen, unabhängig davon, ob die Linse etwa sphärische Fehler besitzt oder nicht. Hat die Linse keinen Astigmatismus bei schief zur opt. Achse einfallendem homozentrischen bzw. parallelem Licht, so bilden gleichzonige gebrochene Strahlen auch hier einen Kegelmantel mit dem gemeinsamen Schnittpunkt als Spitze; Schnitte parallel zur Linsen- bzw. Blendenebene durch den Kegel sind wieder Kreise.

Bei vorhandenem Astigmatismus werden die Bildkurven jedoch von der Kreisgestalt abweichen, insbesondere in der Nähe der engsten Stelle derjenigen Geradenfläche, welche die gebrochenen Strahlen einer Zone erzeugen.

Versuchsanordnung.

Für den folgenden Versuch wurde als Blendenkurve ein der Linse koaxialer Zonenkreis verwendet, auf dem eine Reihe gleichabstehender runder Löcher angebracht waren. Die Lichtquelle Q, welche sich in der Versuchsanordnung unter I, auf der opt. Achse befand, wurde nun seitwärts davon aufgestellt, so daß die annähernd parallel einfallenden Strahlen mit der opt. Achse einen Winkel von etwa 20^0 bildeten.

Ergebnis. Die Bilder, welche in diesem Fall auf der Mattscheibe bei verschiedenen Abständen von der Linse erscheinen, zeigt Tafel II.

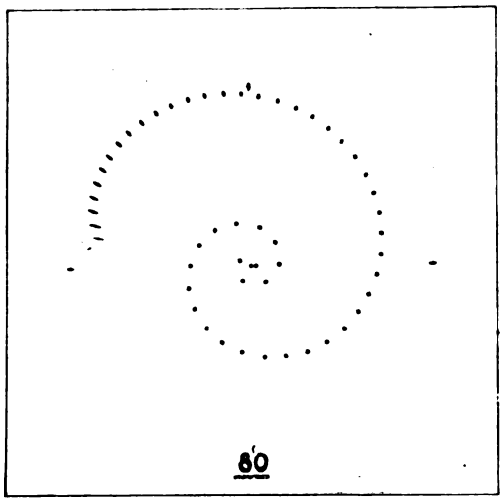
Es geht aus ihnen hervor, daß für die gewählte Zone — und Entsprechendes gilt auch für die anderen Zonen — die Linse sehr stark ausgeprägten Astigmatismus besitzt.

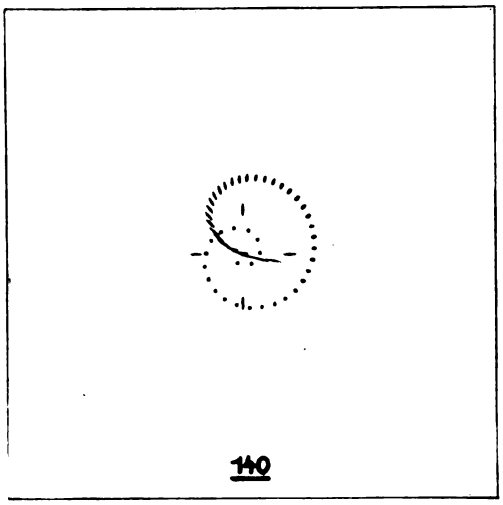
Schlußbemerkung.

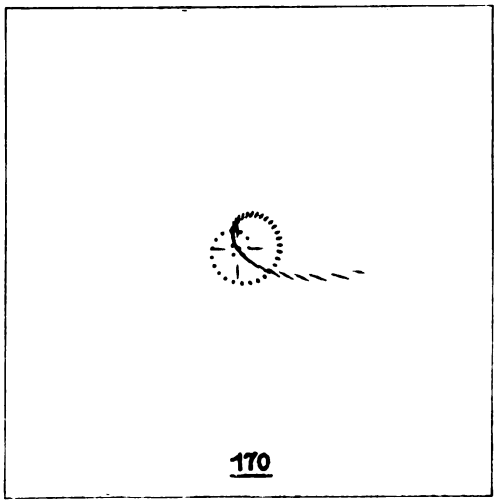
Die für die beschriebenen Versuche benützte Linse war eine Kondensorlinse (Durchmesser

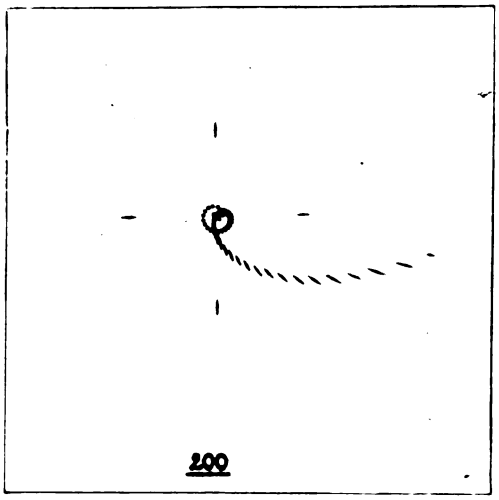
Digitized by Google

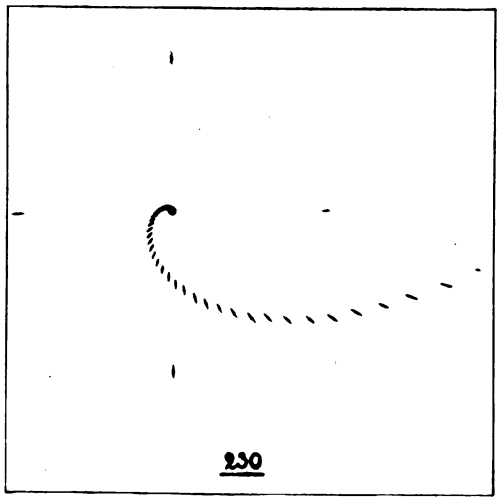
Tafel 11.

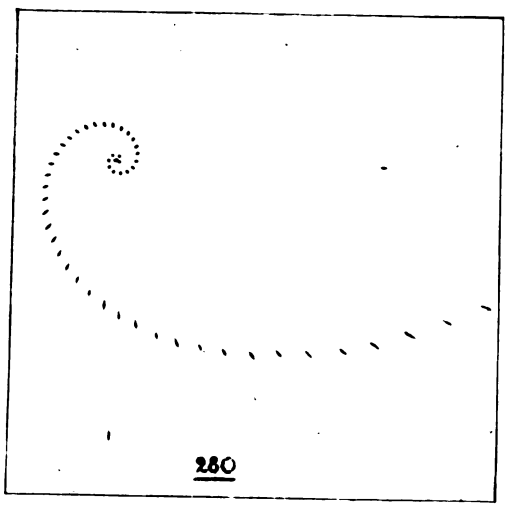






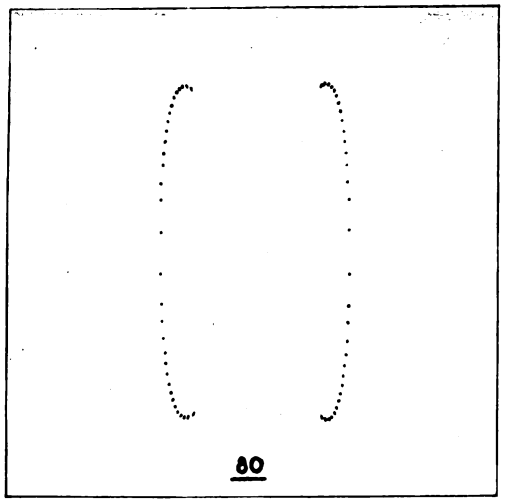


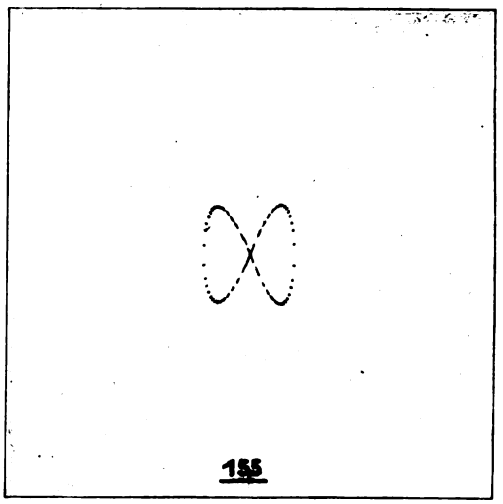


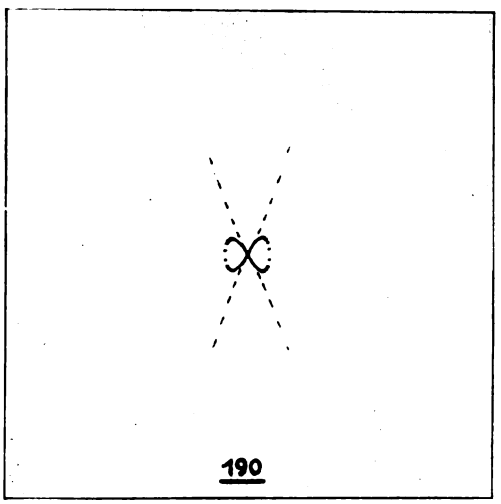


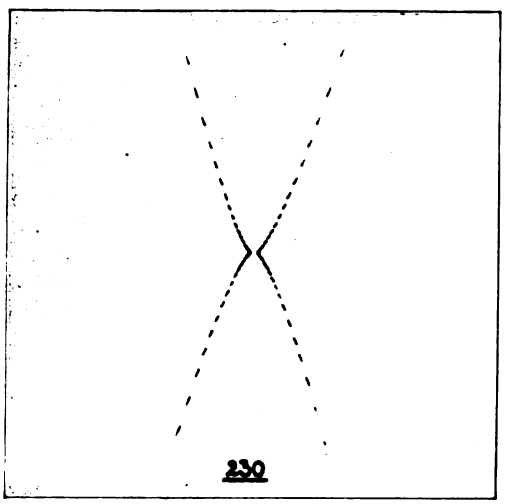
Digitized by Google

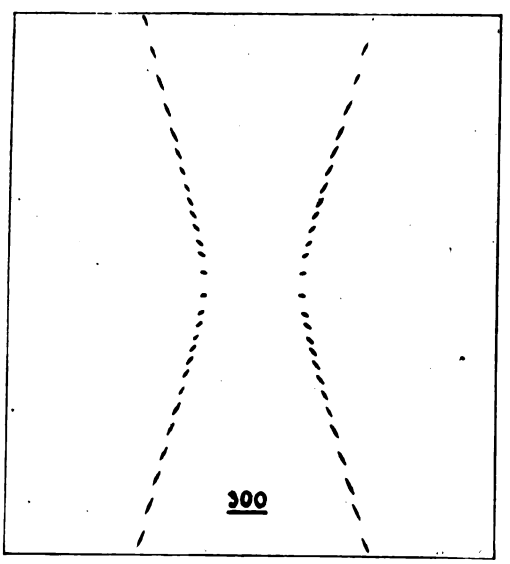
Tafel I 2.





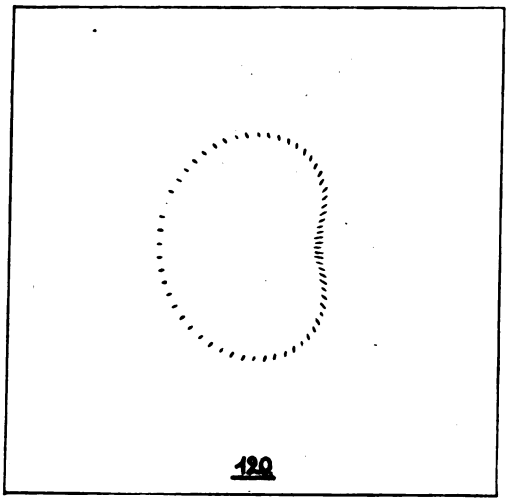


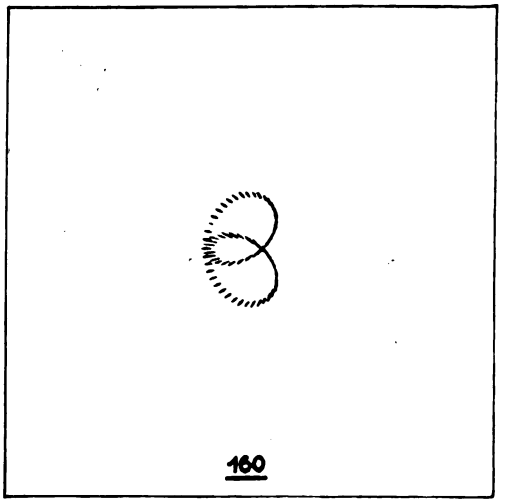


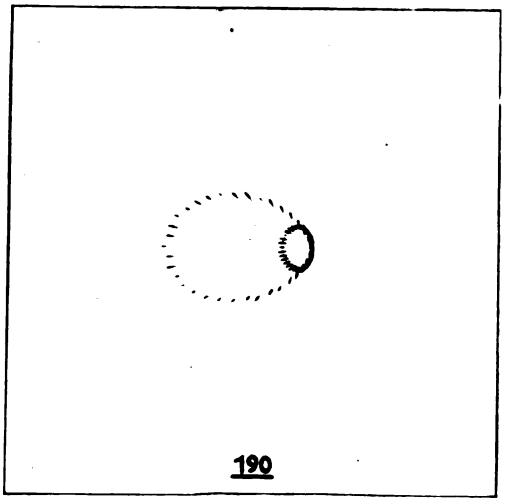


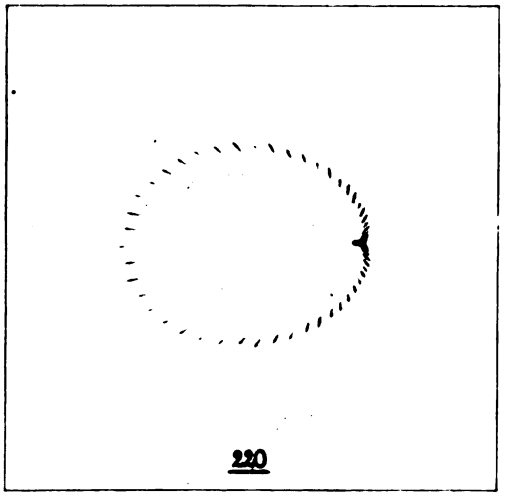
Digitized by Google

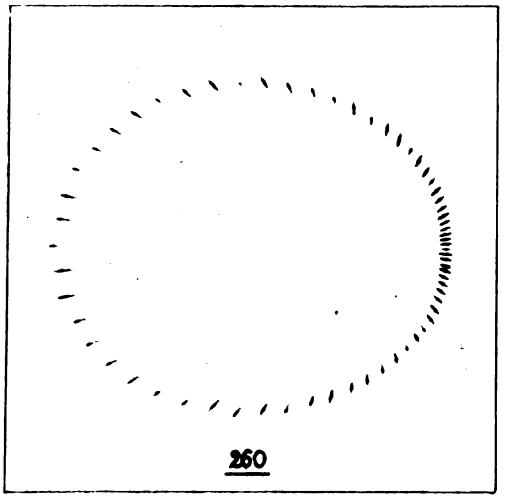
Tafel II.











Digitized by Google

etwa 90 mm, Hauptbrennweite = 206 mm), welche die zu demonstrierenden Linsenfehler in starkem Maße besaß. Bei Objektiven ist mit so starken Fehlern nicht zu rechnen. In solchen Fällen ist an die Stelle der photographischen Methode die Beobachtung mit der Lupe zu setzen. Die Löcher der Blende sind dabei so klein zu wählen, als es die Beugungserscheinungen zulassen.

München, Phys. Inst. der Techn. Hochschule.

(Eingegangen 20. September 1924.)

Apparat zur Bestimmung der Vergrößerung der Mikroskope.

Von E. Judin.

Abbes Zeichenvorrichtung, mit deren Hilfe man gewöhnlich die Vergrößerung der Mikroskope bestimmt, ist in einigen Fällen unbrauchbar; nämlich in den Fällen, wo der Durchmesser des Tubus des Mikroskopes breiter oder bedeutend enger als der Durchmesser der Klappe des Apparates ist (z. B. die Mikroskope F Société Genèvoise, die Ablesemikroskope des Theodoliten). In solchen Fällen hat man nur einen Würfel des Abbeschen Apparates zu benutzen, indem man ihn auf die Okularlinse des Mikroskopes einstellt, und hat dann nicht einen horizontalen, sondern einen vertikalen Maßstab zu benutzen. In Mikroskopen mit bedeutender Vergrößerung liegt die Austrittspupille fast auf der Okularlinse. Infolgedessen verkleinert sich (s. Fig. 1) wegen des relativ großen Abstandes

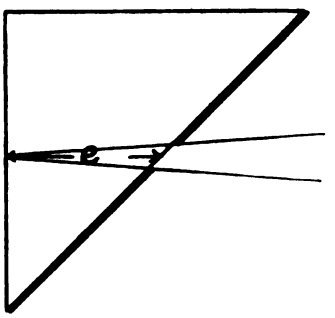


Fig. 1.

der Öffnung des Zeichenapparates und wegen ihres geringen Durchmessers das Gesichtsfeld wesentlich; außerdem sinkt die Helligkeit beträchtlich, so daß man das Objekt sehr hell beleuchten muß.

Ich schlage nun einen Apparat vor, der — wie mir scheint — von diesen Fehlern frei ist.

Die Vergrößerung des Mikroskopes V wird nach der Formel bestimmt:

$$V = \frac{250 \cdot \Delta}{f_1 f_2}, \tag{1}$$

wo Δ das optische Intervall ist,
f_1 die Brennweite des Objektives des Mikroskopes,
f_2 die Brennweite des Okulars des Mikroskopes.

Man kann die Formel (1) anders ausdrücken, und zwar:

$$V = \frac{250}{\frac{f_1 f_2}{\Delta}} = \frac{250}{\Phi}, \tag{2}$$

wo

$$\frac{f_1 f_2}{\Delta} = \Phi \tag{3}$$

ist.

Φ ist die Brennweite des ganzen Mikroskopes. Wenn wir Φ kennen, werden wir also auch V kennen.

Die von einem Objektpunkt ausgehenden Strahlen bilden beim Austritt aus dem Okulare des Mikroskopes ein paralleles Bündel, und dies beweist, daß der Gegenstand a im vorderen Fokus Φ des Mikroskopes (s. Fig. 2) liegt.

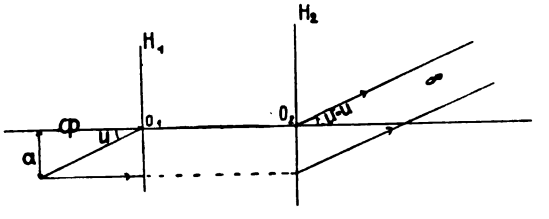


Fig. 2

In diesem Falle wird, wenn H_1 und H_2 die Hauptflächen des Mikroskopes sind, bekanntlich

$$a = \Phi \operatorname{tg} U \tag{4}$$

sein, wo a die Größe des Gegenstandes ist.

U ist der Winkel zwischen der optischen Achse und der geraden Linie, die den Gegenstand a und den vorderen Knotenpunkt O_1 verbindet. Wobei der Winkel U demjenigen Winkel U' gleich ist, unter welchem das dem Punkte a entsprechende Parallelbündel der Strahlen aus dem Okulare austritt.

Um Φ zu bestimmen, kann man auf das Okular des Mikroskopes ein teleskopisches System (Fernrohr) setzen.

Digitized by Google

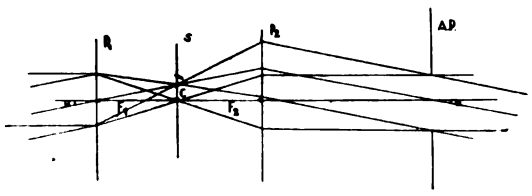


Fig. 3.

$P_1 \cdots$ das Objektiv des Systems · Brennweite $P_1 = f_1$,
$P_2 \cdots$ das Okular des Systems · Brennweite $P_2 = f_2$,
$AP \cdots$ die Lage der Austrittspupille des Systems:

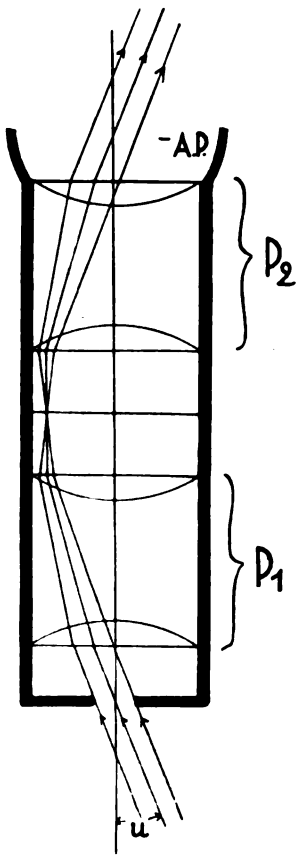


Fig. 4.

Die Vergrößerung W des teleskopischen Systems nehmen wir deswegen $= 1$, weil wir keine Details der Skala zu sehen brauchen, und jede Vergrößerung W die Lichtkraft des Apparates W^2 mal verkleinert.

In der hinteren Brennfläche des Objektives P_1, die mit der vorderen Brennfläche des Okulars P_2 zusammenfällt, befindet sich die Skala S.

Durch das auf dem auf a eingestellten Mikroskop stehende System sehen wir also gleichzeitig die Objektivskala a und die Skala S. Dabei ist die Größe der Abbildung b der Skala a, die durch das Mikroskop und das System erhalten wurde:

$$b = f_1 \cdot \operatorname{tg} U, \tag{5}$$

wo U dieselbe Bedeutung, wie auch im Ausdrucke (4) hat.

Indem wir die Gleichungen (4) und (3) verbinden, bekommen wir

$$b = f_1 \cdot \frac{a}{\Phi}, \tag{6}$$

$$\Phi = \frac{a}{b} \cdot f_1, \tag{7}$$

$$V = \frac{250}{\Phi} = 250 : \frac{a}{b} \cdot f_1 = \frac{250 \cdot b}{a f_1}. \tag{8}$$

Indem wir b, a und f_1 kennen, bestimmen wir Φ und V.

Bezüglich der Auswahl des Objektives ist es notwendig, folgendes zu bemerken:

1. Es ist notwendig, daß das Objektiv P_1 ein genügend großes Gesichtsfeld: 20^0—25^0 hat.

2. Es ist notwendig, daß das Objektiv P_1 eine genügend große Orthoskopie hat, und zwar:

$$\frac{df_1}{f_1} < 0{,}003.$$

Infolgedessen scheint es mir bequemer, ein orthoskopisches Okular zu verwenden, z. B. das der Firma Carl Zeiß $f_1 = 25$ mm.

Zum Zwecke größter Billigkeit nimmt man das orthoskopische Okular für das Objektiv P_1, für das Okular kann man jedoch das gewöhnliche Okular der Firma Carl Zeiß vom Doppelfernrohr nehmen.

Fig. 5.

Digitized by Google

Da wir uns f_1 vorgenommen haben, können wir den Fehler ungefähr berechnen, d. h. $\frac{dV}{V}$ aus (8) bestimmen. Wir erhalten

$$\frac{dV}{V} = \frac{da}{a} + \frac{db}{b} + \frac{df_1}{f_1}. \qquad (9)$$

Dabei teilen wir aus diesem Betrage (9) den Betrag

$$\frac{dJ}{J} = \frac{db}{b} + \frac{df_1}{f_1} \qquad (10)$$

ab, da er uns die Genauigkeit des Apparates selbst charakterisiert. Da wir $f_2 = 25$ mm annehmen, so erhalten wir, daß die eigene Vergrößerung des Okulars B

$$B = \frac{250}{25} = 10$$

ist. Indem wir den Fehler beim Ablesen mit unbewaffnetem Auge zwischen Teilstrichen im Abstande von 1 mm auf 0,2 mm schätzen, erhalten wir:

$$db = \frac{0{,}2}{10} = 0{,}02 \text{ mm}.$$

Indem wir $\operatorname{tg} U = 0{,}2$ annehmen, erhalten wir:

$$b = f_1 \operatorname{tg} U = 25 \cdot 0{,}2 = 5 \text{ mm},$$

woraus

$$\frac{db}{b} = \frac{0{,}02}{5} = \frac{2}{500} = 0{,}004$$

folgt. $\frac{df_1}{f_1}$ kann man zu 0,003 annehmen (Genauigkeit der Messung der Brennweite).

Deswegen ist die Genauigkeit des Apparates selbst

$$\frac{dJ}{J} = \frac{db}{b} + \frac{df_1}{f_1} = 0{,}007/0{,}7 \text{ Proz.}$$

Die Art der Messung ist folgende:

Auf den Tisch des zu untersuchenden Mikroskopes legt man ein in 0,01 mm geteiltes Objekt-Mikrometer. Man stellt das Mikroskop auf das Objekt-Mikrometer ein, setzt auf das Okular den obenerwähnten Apparat und betrachtet die Skala des Objekt-Mikrometer durch das Mikroskop und den Apparat.

Wir sehen in dieser Weise gleichzeitig zwei Skalen.

Im ganzen hat die Skala des Apparates acht Intervalle; die Breite des Intervalls ist 1 mm. Indem wir bestimmen, wieviel mm des Objekt-Mikrometers auf 8, 4, 2 Intervalle der Skala des Apparates fallen, bestimmen wir b und a der Formel (8); da wir auch F kennen, bestimmen wir, indem wir die erhaltenen Werte in (8) einsetzen, V. Der Apparat wurde für die Vergrößerung von 50× bis 1,800× untersucht und erwies sich als gut brauchbar und bequem.

Bei großen Vergrößerungen von 300 und höher wird das Ablesen auf der Skala des Objekt-Mikrometers bis 0,001 mm ausgeführt.

Alle Messungen und die Berechnung des Resultats lassen sich in ungefähr 4 Minuten ausführen.

Petersburg (Leningrad), im August 1924. Optisches Laboratorium der Hauptkammer der Maße und Gewichte.

(Eingegangen 24. August 1924.)

ZUSAMMENFASSENDE BERICHTE.

Besorgt von R. Seeliger.

Der gegenwärtige Stand der Theorie des Glimmstroms.

Von Ragnar Holm.

(Mit Tafel V.)

§. 1. Grundphänomene und Benennungen.

Im Handbuch der Radiologie von Marx, Bd. I, Leipzig 1920 und III, 1916[1]), und im Handbuch der Elektrizität und des Magnetismus von Graetz, Bd. III, Leipzig 1923[2]), sind in verschiedenen von J. S. Townsend, E. Gehrcke, R. Seeliger und G. Gehlhoff verfaßten Artikeln die damaligen Ergebnisse der Glimmstromuntersuchungen behandelt worden. Eine Menge hierhergehöriger Resultate sind auch in dem Buch: Elektrische Durchbruchfeldstärke von Gasen, von W. O. Schumann, Berlin 1923[1]) zusammengestellt. Seit dem Abschluß der genannten Werke haben nun weitere Untersuchungen bedeutende Fortschritte erbracht. Es ist der Zweck dieses Aufsatzes, darüber zu berichten. Auf einige angrenzende Gebiete der Physik, wie z. B. die Theorien der Ionenleitung, des Lichtbogens und des Funkens wird eingegangen,

1) Wird hier bezeichnet mit: Marx I bzw. Marx III. Die Bezeichnung Wien, Kanalstrahlen und Hagenbach, Bogen beziehen sich auf die zweite Auflage des Marxschen Handbuches, Bd. IV, Teil 1 und 2.

2) Wird hier bezeichnet mit: Graetz III.

1) Wird hier bezeichnet mit: Schum.

Digitized by Google

insofern die Theorie des Glimmstroms von neuen Ergebnissen auf diesen Gebieten, die manchmal „reinere" Experimente zulassen, abhängig ist. Dagegen werde ich optische Fragen, auch wenn sie meinem Thema nahe liegen, stiefmütterlich behandeln, und zwar in der Hoffnung, daß Herr R. Seeliger bald darüber zusammenfassend berichten wird. Ich folge dem Prinzip: aus den berücksichtigten Arbeiten möglichst viel Brauchbares herauszuholen. Irrtümer und Fehler kommen auf diesem schwierigen Gebiet reichlich vor. Sie sind aber glücklicherweise oft mit wertvollen Resultaten vermischt. Ich vermeide nach Möglichkeit die spezifizierte Polemik in der Hoffnung, daß die von mir erwähnten positiven Ergebnisse und die gewonnene Übersichtlichkeit des Gebietes über bisher abweichende Meinungen siegen werden, insofern ich das Richtige getroffen habe, ohne daß ich die Gegensätze zu einzelnen Verfassern zu sehr betonen brauchte.

Wir unterscheiden folgende Arten von Korpuskeln. 1. ungeladene: Atome und Moleküle; 2. geladene: Elektronen, Protonen (d. h. H-Kerne) und Ionen, deren es einatomige, zweiatomige usw. bzw. molekulare gibt. Kolloidpartikeln kommen im folgenden nicht in Frage.

Wir unterscheiden die folgenden Arten der Stöße der Korpuskeln: anregende, welche gebundene Elektronen auf höher gequantelte Bahnen heben, ionisierende, dissoziierende, welche alle Translationsenergie verbrauchen; dann Stöße zweiter Art, welche innere Energie verbrauchen, um daraus Translationsenergie zu schaffen (s. J. Franck, 58). Sowohl die Anregung wie die Ionisation können in mehreren Stufen zustandegebracht werden, indem wiederholte Stöße oder Stöße und absorbierte Strahlungsquanten zusammenwirken. Jede Stufe muß allerdings von einem stabilen Niveau zu einem anderen hin reichen. Über diese stufenweise Energiesammlung siehe R. Seeliger, 165 u. 170, Richardson und Bazzoni im Jahre 1916, siehe Bazzoni, 19, und K. T. Compton, 38, 39 und 40.

R. Seeliger hat das Wort Anregungsfunktion geprägt, 166. Nach den neuesten Definitionen von H. Bartels, 18, und R. Seeliger, 176, ist unter Anregungsfunktion einer gewissen Niveauveränderung zu verstehen: Die als Funktion der Voltgeschwindigkeit aufgefaßte Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Elektronenstoß die betreffende Niveauveränderung hervorbringt. Nach der älteren Bohrschen Theorie gibt die danach folgende Lichtemission die Anregungsenergie wieder, wenn nicht Stöße zweiter Art störend einwirken. Auch nach der neuesten Auffassung des Emissionsvorgangs von Bohr, Kramers und Slater, 21, wird im Mittel die angestrahlte Energie zunächst gleich der verbrauchten Anregungsenergie sein, jedoch kleiner als diese, wenn Stöße zweiter Art oder andere Phänomene die normale Emissionsdauer verkürzen.

Im Anschluß an Schottky, 155, empfehlen wir einige neue Bezeichnungen:

Den kathodischen Stromvorgang nennen wir allotherm, wenn die Elektronen wesentlich infolge fremder Wärmezufuhr thermisch aus einer Glühkathode getrieben werden (Beispiel: Glühkathodenröhre);

autotherm, wenn die Elektronen wesentlich thermisch aus einer durch Ionenbombardement geheizten glühenden Kathode getrieben werden (Beispiel: normaler Lichtbogen, vgl. § 16 und 23);

syntherm, wenn diese Vorgänge miteinander und eventuell auch mit anderen gemischt sind;

haploplag, oder eventuell rein impact, wenn die Elektronen nur durch Ionenstoß aus der Kathode getrieben werden (Beispiel: normaler Glimmstrom);

photoplag nennen wir eine durch Stoß und Strahlungsabsorption erzeugte Erscheinung. Das Wort ersetzt Comptons „photoimpact".

Die Bezeichnungen allotherm usw. können auch für andere Teile der Entladung verwendet werden. Durch Vorsilben kat-, an- oder meso-, sei auf die Kathode, bzw. Anode oder auf den mittleren Teil der Entladung (den Rumpf, siehe unten) bezogen. So z. B. ist der Lichtbogen katautotherm, weil er selbst seine Kathode heizt, so daß diese die nötigen Elektronen als einen Thermo-Elektronenstrom abgibt.

Als Glimmstrom bezeichnen wir eine kathaploplage oder eventuell katallotherme, außerdem bei allen bisherigen Untersuchungen anhaploplage Entladung, deren Feld wesentlich von den Raumladungen der Strombahn (vgl. § 5) bestimmt wird.

Wenn die Entladung längs eines zylindrischen Rohres in dessen Innerem stattfindet und die Oberflächen der Elektroden von derselben Größenordnung wie der sonstige Querschnitt der Entladung sind, handelt es sich um den Glimmstrom im engsten Sinne, dessen Rumpf (siehe unten), wenn für ihn Platz ist, eine positive Säule bildet. Diese Entladungsart wird in diesem Aufsatz überwiegend behandelt. Bei im Verhältnis zum Rumpf sehr kleiner Kathode bzw. Anode entartet der Glimmstrom zu Spitzenstrom oder Büschel.

Wir unterscheiden folgende sichtbare Unterabteile des kathodischen Teils der Glimm-

Digitized by Google

entladung, welche allerdings nicht immer alle vertreten sind: Astons Dunkelraum unmittelbar vor der Kathode (4 und 111, spez. S. 358), siehe auch Marx III, S. 189; die erste (leuchtende) Kathodenschicht; den Hittorfschen (Crookesschen) Dunkelraum oder kurz den Dunkelraum; den Glimmsaum; das negative Glimmlicht; den Faradayschen Dunkelraum.

Die anodischen Entladungserscheinungen sind meistens weniger ausgeprägt als die kathodischen. Oft ist die Anode von einer dicht anliegenden Lichthaut, dem anodischen Glimmlicht, überzogen. Zuweilen ist dieses durch einen Dunkelraum von der Anode getrennt. Auf diese Phänomene sei in diesem Aufsatze nicht weiter eingegangen, da über die Berichte der Handbücher, Marx III, S. 224 und Graetz III, S. 870 hinaus keine neuen Untersuchungen vorliegen.

Zwischen den speziell kathodischen und anodischen Entladungsteilen besitzt der Stromweg, wenn er genügend lang ist, ein Gebiet von besonderer Art. Wir nennen es im folgenden einfach den Rumpf, unbekümmert darum, daß eine Entladung ohne Rumpf immerhin vollwertig sein kann. Im Rumpf ist nicht immer eine neue Ionisation vonnöten. In langen Geißlerröhren jedoch muß der Rumpf seine Leitfähigkeit durch Ionisation selbst unterhalten. Er wird dann leuchtend und bildet eine positive Säule.

Wenn die Weite des Stromweges im Rumpf an einer Stelle schroff abnimmt, kann es vorkommen, daß aus dem engeren Teil, wo die Feldstärke größer ist, Elektronenstrahlen in den weiteren Teil hineinschießen und dort charakteristische Erscheinungen erzeugen. Dann nennt man die Übergangsstelle eine Striktionskathode, vgl. Marx III, S. 17 und 23. Neue bedeutsame Beobachtungen liegen nicht vor.

Wenn im Rumpf die Wiedervereinigung im wesentlichen fehlt, so braucht er nur die von der Kathode bzw. Anode stammenden Ionen weiter zu befördern, was dann, eine genügende Weite des Rumpfes vorausgesetzt, mit einem verhältnismäßig schwachen Felde und ohne Lichterregung geschehen kann. Die Ströme der Spitzen- und Büschel-Entladungen pflanzen sich durch dunkle Rümpfe (sie haben meistens auch leuchtende Rumpfteile) fort, allerdings oft bei abnehmender Stärke, indem sie Ladungen ablagern. Neuerdings hat Günther-Schulze auch bei gleichmäßiger Weite des Stromweges und Gleichstrom ohne Ladungsablagerung dunkle Rümpfe erzeugt, vgl. § 18.

Die positive Säule eines langen, gleichmäßig dicken Entladungsrohres ist ein sehr selbständiges Gebilde, dessen Leitfähigkeit von der eigenen Ionisation und dessen Feld wesentlich von den eigenen Raumladungen herrührt. Schon in kleinen Teilen der Säule, z. B. innerhalb einer Schicht, heben sich Ionisation und Wiedervereinigung auf. Daß die eigenen Ladungen das Feld bestimmen, zeigt die Fähigkeit der Säule auch gebogene Röhren, sogar gegen die Feldrichtung der Elektrodenladungen, zu durchsetzen. Vgl. § 18 und 20 und Holm, 92, Note 1, S. 161.

§ 2. Beweglichkeit und Bildung von Ionen.

Über diejenigen Phänomene, die zu diesem Paragraphen gehören, herrschte unter den Forschern, deren Arbeiten für dieses Gebiet zugrunde gelegt werden müssen, bis jetzt keine Einigkeit. Seeliger macht darauf aufmerksam in seinem Artikel „Die Ionisation der Gase", Graetz III, siehe auch H. F. Mayer, 123. Gerade in der allerletzten Zeit scheinen allerdings viele Resultate sich zu stabilisieren.

Was zuerst die mittlere Beweglichkeit freier Elektronen durch ein Gas betrifft, so scheint festzustehen, daß die Beweglichkeit k (Definition siehe Graetz III, S. 420) durch vervollständigte Abarten der Formel

$$k = \frac{e\lambda}{m\bar{u}} \qquad (2\,a)$$

von Lenard, 118, und Langevin, siehe Graetz III, richtig gegeben wird. Da bedeutet e die Ladung und m die Masse des Elektrons, λ dessen freie Weglänge und $\bar{u}$ seine mittlere kinetische Geschwindigkeit. Über vervollständigte Formeln siehe Graetz III, S. 420 und Compton, 42. Es geht aus der Formel 2a hervor, daß die Beweglichkeit abnimmt, wenn $\bar{u}$ zunimmt. Würde nun $\bar{u}$ ebenso schnell wachsen wie die Feldstärke, so würde die Vorwärtsbewegung des Elektrons in der Feldrichtung unabhängig von der Feldstärke sein. Tatsächlich wächst $\bar{u}$ langsamer. Die durchgeführte Rechnung, wegen der auf G. Herz, 81, S. 284 und Compton, 42, hingewiesen sei, zeigt, daß die stationäre Fortschreitungsgeschwindigkeit etwa proportional der Wurzel aus der Feldstärke ist; außerdem ist sie annähernd proportional der vierten Wurzel aus einer Größe γ, welche den mittleren Bruchteil der Energie eines Elektrons angibt, die das Elektron bei einem nicht anregenden oder ionisierenden Stoß verliert. Gültig ist also das „Paradoxon": Je größer der mittlere Energieverlust beim Stoß ist, desto größer ist die Fortschreitungsgeschwindigkeit des Elektrons in der Feldrichtung. Dies gilt bis herab zu Feldstärken, wo das Elektron durch öftere negative Ionenbildung wieder verlangsamt wird. Eine von der Feldstärke unabhängige Beweglichkeit, so wie sie innerhalb gewisser Grenzen

Digitized by Google

(siehe unten) die Ionen besitzen, haben demnach die Elektronen nicht (auch nicht Ionen, die im Verhältnis zu den Gasmolekülen im allgemeinen leicht sind, vgl. § 7). Der Unterschied beruht auf dem Umstand, daß die Ionen wesentlich bei ihrer vom Equipartitions-Gesetz geregelten kinetischen Geschwindigkeit bleiben (d. h. die Gastemperatur behalten), während die leichten Elektronen (bzw. Protonen, § 7) bei ihren elastischen Stößen so wenig Energie abgeben, daß sie sich im Felde beträchtlich überkinetische Geschwindigkeiten (z. B. 50—100mal vergrößerte) holen können.

Die Größe γ berechnet Hertz für *He* zu $2{,}7 \cdot 10^{-4}$, oder fast genau so groß, wie sie sich ergeben würde, wenn die Zusammenstöße zwischen Elektronen und *He*-Atomen nach den Gesetzen der vollkommen elastischen Stöße zwischen Kugeln verliefen. Für H_2 findet er γ von der Größenordnung $6 \cdot 10^{-2}$, was auf wesentlich andere Arten Verluste deutet. Townsend, 201, findet in Übereinstimmung hiermit für $Ar\ \gamma = 3{,}5 \cdot 10^{-5}$, für $N_2\ \gamma = 5 \cdot 10^{-2}$, für H_2 $\gamma = 4{,}5 \cdot 10^{-3}$ bei 1-Volt-Strahlen, steigend bis $25 \cdot 10^{-3}$ für 4-Volt-Strahlen. Günther-Schulze 70, glaubt setzen zu müssen für $N_2\ \gamma = 2 \cdot 10^{-4}$, für $H_2\ \gamma = 2 \cdot 10^{-3}$. Holst und Oosterhuis, 96, finden γ besonders klein in Neon.

Unter gewissen Umständen haftet das Elektron an einem Molekül und bildet ein negatives Ion. Die Beweglichkeit der Ionen ist von der Größenordnung $\frac{1}{1000}$ derjenigen der Elektronen. E. M. Wellisch, 211 und 212, und S. Ratner, 145, sprechen die Ansicht aus, daß das Produkt aus der Beweglichkeit eines bestimmten Ions und dem Druck innerhalb sehr weiter Grenzen vom tatsächlichen Druck und vom Felde unabhängig ist. Dies wird zuerst durch Beobachtungen an positiven Ionen bestätigt, 145. Die Beweglichkeit des negativen Ions dagegen scheint mit abnehmendem Druck und auch, oberhalb gewisser Grenzen, mit wachsender Feldstärke zuzunehmen. Dies deutet Ratner so: Die negativen Ionen bleiben nicht unverändert, sondern zerfallen bei genügend kleinem Druck und großer Feldstärke oft wieder in ein Elektron und ein neutrales Molekül. Das Elektron durchläuft also gewisse Stücke als der Teil eines Ions und gewisse Weglängen frei. Je mehr die letzteren überwiegen, desto größer ist die Beweglichkeit. Weitere Komplikationen entstehen dadurch, daß die Ionen sich durch Anlagerung weiterer Atome und Moleküle (besonders H_2O) vergrößern können.

Nach der eben erwähnten Theorie müßten gleichgroße positive und negative Ionen dieselbe Beweglichkeit besitzen. Experimente von H. Eriksson, 53, und H. B. Wahlin, 207, bestätigen dies. Eriksson mißt die Beweglichkeit der positiven und negativen Ionen in einem Gasstrom in verschiedener Entfernung von der Ionisationsquelle. Er findet, daß beide Arten, wenn sie jünger als 0,03 Sekunden sind, dieselbe Beweglichkeit besitzen. Wahlin gibt eine tiefere Altersgrenze an. Der Unterschied kann darauf beruhen, daß beide Forscher bei verschiedenen Drucken gemessen haben. Positive Ionen, deren Alter 0,05 Sekunden überstieg, hatten bei Erikssons Versuchen eine 1,4 mal kleinere Beweglichkeit als die negativen, d. h. sie hatten schon ihre normale Beweglichkeit (vgl. die Tabelle Graetz, III, S. 362[1])). Einer Verminderung der Beweglichkeit um das $1{,}4 = \sqrt{2}$-fache, wie es die alternden positiven Ionen erfahren, entspricht nun gerade die Verdoppelung der Ionengröße. Es ist darum sehr naheliegend mit Eriksson anzunehmen, daß die jüngsten Ionen einmolekular sind, daß auch die älteren negativen meistens einmolekular bleiben, während dagegen die älteren (normalen) positiven Ionen zweimolekular werden, wenigstens in O_2, N_2 und Luft. Eine weitere Stütze für diese Ansicht findet Erikson darin, daß Nolan und Harris, 132, diskrete Ionengeschwindigkeiten beobachtet haben, welche gerade zu 1-, 2-, 3- und 4-atomären Ionengrößen passen[2]). Ein Anzeichen größerer Ionengeschwindigkeiten bei den Versuchen von Nolan und Harris wurde von O. Blackwood, 20, auf einen Meßfehler reduziert (Einfluß einer in die Apparatur eindringenden Strahlung).

Die von Eriksson untersuchten Ionen bildeten sich in einem feldlosen Raum aus. Wenn das Feld schwach genug ist, scheinen bald alle freien Elektronen zu Ionen zu werden. Deshalb kann man nicht die Beweglichkeit der freien Elektronen mit Wechselspannungsmethoden untersuchen, wenn die Spannungswelle sinusiodal ist, oder jedenfalls allmählich durch den Wert Null geht. Der Übergang von der positiven zu der negativen Meßspannung muß momentan geschehen („square wave oscillations", siehe Bailey, 14 und

1) Als ein beachtenswerter Vorläufer zu diesen Resultaten sei die Arbeit W. Altbergs, 2, erwähnt (vgl. Graetz, III. S. 367).

2) Die Harmonie dieser Betrachtungen wurde leider neuerdings gestört, indem Nolan, 131, auch intermediäre Beweglichkeiten gefunden haben will. Er betrachtet die gewöhnlichen negativen Ionen als Konglomerate (clusters) mit bis zu 36 Wassermolekülen. Für eine Beweglichkeit des monomolekularen Ions von etwa $10 \frac{\text{cm}}{\text{sec}} \cdot \frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$ führt er experimentelle Belege an. Da er aber mit der von Bailey angefochtenen Sinusfeldmethode arbeitet, besteht die Möglichkeit, daß diese Beweglichkeit durch zeitweise auftretende freie Elektronen vorgetäuscht wurde. Über andere kürzlich veröffentlichte Resultate siehe § 23.

Digitized by Google

Bowman, 26). Sogar bei so großer Frequenz wie etwa 100000 Per./Sek. gibt die Sinusfeldmethode so bedeutend kleinere Geschwindigkeiten als die Theorie verlangt, daß man teilweise Ionenbildung annehmen muß (vgl. Loeb, 121). Frühere Beobachtungen nach der Wechselstrommethode, z. B. diejenigen im Graetz III erwähnten von Wellisch u. a., sowie auch eine ausgedehnte Versuchsreihe von Loeb, 120, verlieren leider durch diese Anmerkung gegen die angewandte Methode recht wesentlich an Wert.

Unter denjenigen interessanten Resultaten von Loeb und seinen Schülern, die wohl doch bestehen werden, ist der Befund Loebs und Wahlins, 208, daß die Beweglichkeit der Elektronen in N_2 bei größerer Feldstärke ($> 15\ V/\text{cm}$) schneller abnimmt als nach Comptons Formel. Vielleicht ist hierfür verantwortlich eine Ionenbildung, und zwar derart, daß Elektronen sich in Moleküle festhauen. Auch andere Erklärungsmöglichkeiten müssen allerdings beachtet werden. Sowohl Loeb und Wahlin wie Townsend, 205, rechnen mit einer recht bedeutenden Abhängigkeit der freien Weglänge von der Elektronengeschwindigkeit, die hier eine Rolle spielt.

Zuverlässig und eindeutig scheint eine neue Methode von Townsend und Bailey, 205, zu sein. Sie beobachten in einem konstanten, elektrischen Feld die von der kinetischen Bewegung bedingte Streuung eines vom Feld getriebenen Ionenstroms und können aus der Größe der Streuung und aus durch magnetische Ablenkung ermöglichter Geschwindigkeitsbestimmung sowohl die wirkliche Geschwindigkeit wie auch die Bewegungskomponente in der Feldrichtung bestimmen. Ihre Werte stimmen recht gut mit der Comptonschen Formel (vgl. 121, Bemerkung S. 167). Unter ihren Resultaten ist für das folgende besonders zu notieren, daß bei den gebrauchten Feldstärken, etwa $4-50\ V/\text{cm}$, und Drucken, etwa $0{,}5-40$ mm Hg, keine negativen Ionen in reinem H_2 und N_2 gebildet wurden, dagegen wohl in O_2. Auch Ayres, 12, findet, daß Elektronen von etwa Ionisierungsgeschwindigkeit in H_2, N_2 und Ar nicht kleben.

Es scheint gestattet, den Inhalt des folgenden Satzes als einigermaßen wahrscheinlich zu bezeichnen: Satz 2b: In reinen Edelgasen bilden sich keine negativen Ionen[1]). In nicht edlen Gasen können sich negative Ionen bilden (d. h. kleben die Elektronen), teils bei sehr kleiner Elektronengeschwindigkeit, teils durch Festhauen[1]), bei Geschwindigkeiten um eine gewisse Grenze herum, welche eventuell vom Drucke abhängt.

Wir haben nun die Bildung von negativen Ionen behandelt. Nach Ratners, 145, Vorstellung (vgl. auch Holms Klebungstheorie Graetz III, S. 899 und Holm, 90, 94) würden die negativen Ionen in kräftigen Feldern wieder zerfallen, allerdings meistens um bald wieder durch neugebildete ersetzt zu werden. Seine Theorie ist mit der Wienschen Umladungstheorie der Kanalstrahlen verwandt. Diejenigen Feldstärken X, bei denen dieser Vorgang anfängt, genügen nach der von Ratner stammenden Fig. 93 in Graetz III, S. 371 der ungefähren Bedingung

$$0{,}003\, p^2 = X. \qquad (2c)$$

Im übrigen dürfte gegen Ratners quantitative Angaben recht viel Skepsis angebracht sein. Er mißt einen elektrischen Wind und schließt in wohl nicht ganz einwandfreier Weise von dessen Stärke auf die Ionengeschwindigkeit.

Zu der Untersuchung der Ionenbewegung gehört die Bestimmung der freien Weglängen der Ionen und Elektronen. Da die hierhergehörigen Untersuchungen noch nicht mit Bezug auf den Glimmstrom diskutiert worden sind, begnüge ich mich damit, das sonderbare Resultat (das wohl mit dem Fehlen der negativen Ionen in Edelgasen zusammenhängt) zu erwähnen, daß die Edelatome Ar, Kr, X bei allerkleinsten Geschwindigkeiten der Elektronen (≤ 1 Volt) für diese fast vollkommen durchlässig sind, und verweise im übrigen auf die einschlägige Literatur: Ramsauer, 142, 143, 144, Minkowski, 128, Minkowski und Sponer, 129, Sponer, 189, G. Hertz, 82, sowie Notizen in erwähnten Arbeiten der Townsend-Schule.

Was die Stöße schneller Ionen anbelangt, sei darauf aufmerksam gemacht, daß Kanalstrahlenpartikel, deren Geschwindigkeit ein gewisses Maß übersteigt, Moleküle gewissermaßen durchschießen können. Sonst wäre es unbegreiflich, wie die Kanalstrahlen im Hittorfschen Dunkelraum so hohe Geschwindigkeiten haben können, vgl. § 12.

Wenn die Wiedervereinigung direkt zwischen freien Elektronen und Ionen stattfände, würde sie im Glimmstrom (besonders im starkstromigen oder im Lichtbogen) bei wachsendem Strom immer belästigender für die Elektrizitätsleitung werden und ein Anwachsen des Weg-

1) Daher die große Leitfähigkeit des Rumpfes in edlen Gasen.

1) Betreffend die Ionenbildung durch Festhauen mit Geschwindgkeiten, die der Geschwindigkeit in gewissen Bohr-Bahnen entsprechen, gibt es eine Notiz von Bergen-Davis, 47. Schon viel früher wurde von Wellisch, 213, die Hypothese eines Festhauens etwas diskutiert, vgl. 227.

Digitized by Google

längegradienten veranlassen (vgl. § 18). Da ein solches Anwachsen fehlt, haben Holm und Child die Hypothese gemacht, daß in einem nicht allzuschwachen Feld an der Wiedervereinigung wesentlich nur klebende Elektronen teilnehmen (vgl. § 15, 18, 23 und Holm, 92, S. 165).

§ 3. Ionisierung und Anregung.

Eine große Menge Anregungs- und Ionisierungsspannungen wurden in den letzten Jahren mit großer Genauigkeit bestimmt. Es seien hier nur einige, die im folgenden benutzt werden, erwähnt.

Tabelle (3a).

Gas	Spannung	Entpr. λ, A.E.	Bemerkungen	Literaturquelle
He	19,75		Umwandlung	Franck, 54
„	21,2	584,4	Anreg.	„
„	24,5	(502)	Ionis.	„
Ar	15,3		Ionis.	Landolt und Börnst., Tab.
Hg	4,68	2656		Landolt und
„	4,9	2537		Börnst., Tab.
N_2	6—8,2		Anreg.	Brandt, 27
„	8,4		Ionis. d. Molek.	Boucher, 24
„	17		„ „ „ ?	Brandt und
„	28		Ionis.	Smyth, 187
H_2	11,6		Ionis. d. Molek.	siehe
„	13,6	911	Ionis. d. Atoms	Horton, 97,
„	16—17		Ionis. ?	Compton, 43
„	etwa 30			und Aich, 1

Über die Wahrscheinlichkeit, daß ein Elektron mit sonst hinreichender Geschwindigkeit bei einem Stoß anregt, hat R. Seeliger mit einigen Mitarbeitern Untersuchungen ausgeführt, siehe 166, 177, 178, 179 und eine erste Zusammenfassung 169, sowie eine zweite nebst Diskussion der experimentellen Möglichkeiten 176. Die Beobachtungen von Stark, 190, Hardtke, 79, Holm und Krüger, 94, Seeliger, 178, 179, 169, 171 über den Intensitätsgang verschiedener Spektrallinien in verschiedenen Teilen des Glimmstroms gehören auch hierher. Wertvolle Auskünfte über die Träger verschiedener Spektren geben Beobachtungen an Kanalstrahlen, siehe Wien, Kanalstr., ergänzt durch einen Bericht und eine Untersuchung von Krefft, 113 und 112. Bestimmungen der Anregungsfunktion direkt durch Beobachtung der Stoßverluste hat Herta Sponer, 188, ausgeführt. Die größte Wahrscheinlichkeit des Erfolges (einige Prozent) bei Anregung der *Hg*-Linien, 4,68 und 4,9 Volt, findet sie gerade bei diesen selben Spannungen. Der Anregungsbereich bei 4,68 Volt betrug nur einige Zehntel Volt. Ihre Resultate werden von Eldridge, 52, bestätigt, der aber für den Effekt der Stöße mit 6,7 Volt eine andersartige Anregungsfunktion mit einem Maximum bei 25 Volt findet. Anregungsfunktionen dieser letzten Art hat im allgemeinen Seeliger beobachtet.

Was die Ionisierungswahrscheinlichkeit anbelangt (vgl. Schum., § 56), so erreicht sie bekanntlich bei wachsender Elektronengeschwindigkeit nur so allmählich ihren maximalen Wert, daß man Townsends erst neulich, 202, 204, gewonnene, von Lenard schon lange vertretene Ansicht beistimmen muß, daß ein Elektron meistens eine recht beträchtliche überschüssige Energie hat, ehe ihm ein Stoß so gelingt, daß er ionisiert. Die maximale Ionisierungswahrscheinlichkeit gehört zu Stößen von 60—160 Volt, je nach dem Gas, siehe F. Mayer, 122, P. Lenard, 119, S. 164, Hughes und Klein, 101. Dabei gelingt die Ionisation höchstens jedem dritten bis vierten Stoß[1]). Aus Versuchen mit der Townsendschen Entladungsform ist gefolgert worden, daß wenig überionisationsfähige Elektronen in Edelgasen nur bei wenigen Prozent der Stöße wirklich ionisieren, 12 und 204. Über die Ionisationswahrscheinlichkeit eines wenig überionisationsfähigen Elektrons in anderen Gasen gehen die Angaben auseinander, vgl. Heis, 80, und Loeb, 120.

Den Townsendschen Einwand gegen die bisherige Auffassung der gemessenen Ionisierungsspannungen halte ich nicht für stichhaltig (204, S. 411—415, 203). Townsend rechnet mit einer bestimmten charakteristischen mittleren Voltgeschwindigkeit bei der ersten Ionisation, unbekümmert um die Geschwindigkeitsverteilung. Dies ist nicht zulässig. Benutzt man den sauberen Begriff der Ionisationswahrscheinlichkeit, so kommt man nicht zu Townsends Resultat.

Bartels, 18, formuliert die Hypothese, daß Zusammenstöße zwischen Atomen und Elektronen bestimmter Voltgeschwindigkeiten entweder elastisch oder so verlaufen, daß dasjenige Energieniveau angeregt wird, bei dem das Elektron die meiste Energie verliert. Er bringt einige Belege hierfür.

Einen Einfluß der Gasdichte auf die Anregungsfunktion wird von Seeliger und Huch, 98, angenommen.

Townsend hat Vergleiche gemacht zwischen Ionisationen seitens Elektronen und wenig streng definierten positiven Ionen bei derselben Feldstärke und demselben Druck, siehe § 6. Die Vergleiche zwischen den Ionisations- und den Anregungsfähigkeiten der Ionen und Elektronen

1) Eine Ionenstoßtheorie von K. T. Compton, 37, arbeitet mit Annahmen, die mit diesen Bestimmungen nicht verträglich sind.

Digitized by Google

von gleichen Geschwindigkeiten sind noch sehr unvollständig (siehe 3d).

Bei der Untersuchung der Ionisation seitens langsamer positiver Ionen hat man keine ausgeprägten Ionisationsspannungen gefunden. Die Ionen sind, verglichen mit den Elektronen, schlechte Ionisatoren, können aber schon bei 5—6 Volt Lichtanregung bzw. Ionisation in Gasen hervorrufen, in denen Elektronen erst beim doppelten Wert diesen Effekt ergeben. Franck, 57 und 58, will diese Eigenheiten etwa folgendermaßen erklären: Weil die Ionen so schwer sind, bleibt nach ihrem Stoß (Impulssatz vorausgesetzt) immer eine beträchtliche kinetische Energie zurück (auf Ion und gestoßenes Atom verteilt). Kommt es zur Ionisation, so erhält das stoßende und neugebildete Ion eine gewisse potentielle Energie aufeinander. Nur ein kleiner Teil, höchstens etwa ein Drittel, der Bewegungsenergie kann dann direkt für die Ionisation verwendet werden. Günstiger liegt die Ionisationsmöglichkeit für ein schnelles Atom, so daß ein Ion in der Weise leichter Ionisation bewirken kann, daß es zuerst ein Atom in Bewegung setzt, welches dann die Ionisation besorgt. Eventuell bekommt das betreffende Atom außer der kinetischen eine Anregungsenergie, welche besser (durch Stoßeffekt zweiter Art, bzw. durch Strahlung) ausgenützt werden kann und welche neben einem Teil (am größten, nämlich ein halb, wenn der Stoß zentral ist) der kinetischen Energie für Ionisationszwecke verwendet werden kann. Dank all dieser Möglichkeiten werden die Grenzspannungen verwischt. Die Niedrigkeit der kleinsten nötigen Spannungen dürfte auf dem Vorkommen fremder Ionen beruhen, welche aus Atomen verhältnismäßig hoher Ionisationsspannungen stammen, und die einen Teil ihrer potentiellen Energie auf ein Elektron des getroffenen Atoms nebst der kinetischen Energie zur Ionisation verwenden können. Franck setzt stillschweigend voraus, daß das befreite Elektron keinen Impuls übernimmt.

Über die Stoßeffekte seitens der Elektronen und Kanalstrahlen, deren Bewegungsenergie zu mehreren Ionisierungen ausreicht, berichten zwei zusammenfassende Arbeiten von R. Seeliger, 167 und W. Bothe, 23. Einige Hauptsachen seien angeführt (3b, c, d):

(3b). Die Schwächung eines Kathodenstrahles längs seiner Laufbahn beruht wesentlich auf Zerstreuung.

(3c). Die Geschwindigkeit eines Kathoden- oder Kanalstrahlpartikels nimmt in Stufen ab. Man kann annähernd mit einem Verlust an Voltgeschwindigkeit von im Mittel 30 Volt bei Kanal- und 40 Volt bei Kathodenstrahlen pro Ionisierung rechnen (vgl. auch Johnson, 106 und Graetz III, S. 892, § 7). In diesen 30—40 Volt sind mitgerechnet die Verluste durch elastische und nur anregende Stöße. Geschwindigkeitsübertragungen an das befreite Elektron ist seitens β-Strahlen beobachtet worden, 22.

(3d). Die Wahrscheinlichkeit der Ionisation hat für Kanalstrahlen ebenso wie für Kathodenstrahlen (siehe oben) ihr Maximum bei derjenigen Geschwindigkeit, cm/sec, welche Kathodenstrahlen bei etwa 100—130 Volt erhalten.

Da nur einige wenige Prozent der Stromarbeit der gewöhnlichen Entladungsströme in Strahlung umgesetzt werden, so muß man mit F. Schröter, 159, auf den Übergang der meisten Elektronen- bzw. Ionenenergie in kinetische Energie der Gasfüllung infolge Impulsabgabe bei Stößen und infolge der Stöße zweiter Art schließen.

§ 4. Befreiung von Elektronen aus Metallen mittels Kanalstrahlenstoßes.

Die quantitativen Angaben verschiedener Forscher gehen, was direkte Beobachtungen betrifft, recht weit auseinander. In Frage kommen Messungen von N. Campell, 32, Cheney, 35, Baerwald, 15, 16, und Badareu, 13. Alle diese Forscher nehmen an, daß die Anzahl der pro Korpuskelstoß befreiten Elektronen nur von der Geschwindigkeit des Korpuskels und von dessen und des Metalls Charakter, aber nicht von der Dichte der Stöße abhängt. Baerwald gibt allerdings ausdrücklich zu, daß er die Unabhängigkeit von der genannten Dichte nicht bewiesen hat. Wir werden in § 16 eine Anregung finden, diese Frage etwas näher zu untersuchen. Baerwald rechnet damit, daß ein Wasserstoffkanalstrahl von etwa 70 Proz. neutraler, 27 Proz. positiver und 3 Proz. negativer Korpuskeln besteht, Zahlen die wohl kaum für niedrige Voltzahlen gültig sind. Findet doch Dempster, 48, daß die Umladungen unterhalb 800 Volt wesentlich verschwinden. Baerwald gibt an, daß im Vakuum aus Messing im Mittel von jedem Kanalstrahlkorpuskel eine Anzahl n Elektronen losgeschlagen werden, wo n zuerst schnell von Null aufwächst (Anfang bei etwa 25 Volt Primärspannung), den Wert 2 bei etwa 300 Volt passiert und nach 500 Volt langsamer zunimmt, um bei 2000 Volt einen asymptotischen Wert von 5—6 praktisch zu erreichen. Die Anfangsgeschwindigkeit der ausgelösten Elektronen beträgt einige Zehntel Volt. Campbell mißt nur etwa halb so viele ausgelöste Elektronen pro positives Ion, wobei die Ionen von geheiztem *Na*- und *Al*-Phosphat erhalten werden. Er nimmt keine Rücksicht auf eine etwaige Umladung der Ionen. Cheney arbeitet mit kleinen

Digitized by Google

Spannungen, 100—500 Volt. Bei etwa 300 Volt Geschwindigkeit der Ionen findet er nur etwa den hundertsten Teil so viel ausgelöste Elektronen wie Baerwald. Die Anzahl variiert etwas je nach der Herkunft der Ionen und des Metalls. Badareus Messungen bestätigen Cheneys Resultat in der Form, daß der Elektronenaustritt aus *Pt*, verursacht durch Kationenstöße im Hochvakuum, zwischen etwa 75 und 500 Volt Geschwindigkeit der Kationen etwa proportional dem Voltüberschuß über 75 Volt ist.

Bei etwa 38000 Volt nimmt die Ausbeute nach Campbell wieder schroff ab. Die Kanalstrahlkorpuskeln hauen sich nun zu tief in das Metall hinein, meint er.

Der Einfluß des Kathodenmaterials bzw. des Gases ist, abgesehen von den Notizen Cheneys, noch nicht direkt näher untersucht.

S. Ratner hat andere Resultate veröffentlicht. Seine Deutung der Messungen ist aber falsch (vgl. § 10).

Weitere Schlüsse gestatten gewisse Beobachtungen am Glimmstrom. Es ist bekannt, daß die primären Kathodenstrahlen einheitlich mit der zum ganzen Kathodenfall gehörigen Geschwindigkeit weiter fliegen. Daraus folgert man, daß diese Elektronen aus der Kathodenoberfläche stammen. Es scheint, daß sie aus dem Metall selbst und nicht etwa aus einer an dessen Oberfläche haftenden Gashaut herausbefördert werden, denn der normale Kathodenfall steht in einer sehr einfachen Beziehung zur Auslösearbeit φ der Leitungselektronen aus dem betreffenden Metall. Er scheint nämlich dieser Arbeit einfach proportional zu sein (siehe 9a). Gerade die Einfachheit dieser Beziehung ist vom theoretischen Standpunkt aus recht wunderlich, wenn wir annehmen, daß die gewonnene größere Auslösefähigkeit des einzelnen Kanalstrahlkorpuskels den Zweck eines größeren Kathodenfalles bildet. Die Energie eines einfallenden Kanalstrahlkorpuskels ist ja von der Größenordnung 50 mal der Auslösearbeit, d. h. sie genügt, um viel mehr Elektronen zu befreien als beobachtet wurde. Nun wird allerdings der weitaus größte Teil der Kanalstrahlenenergie in Wärme umgesetzt (vgl. § 12!). Man könnte sich denken, daß der zum Befreien der Elektronen verwendete kleine Prozentsatz der Energie dem φ proportional sein muß, aber warum soll es auch die ganze Energie, d. h. der ganze Kathodenfall sein? Eine weitere Diskussion diese Frage folgt in § 15 und 16.

§ 5. Ähnlichkeitsgesetze, Bezeichnungen.

F. Paschen, 137 (siehe besonders S. 92), stellte schon 1889 sein für spätere Untersuchungen sehr anregendes Gesetz auf: Das Funkenpotential zwischen zwei Kugeln ist eine Funktion nur von der Anzahl der Molekülweglängen längs des kürzesten Abstandes zwischen den Kugeln. M. Toepler, 198, ergänzte Paschens Gesetz dahin, daß dies beim Variieren der Kugelgröße nur dann streng wahr wäre, wenn der Quotient $\frac{\text{Kugeldurchmesser}}{\text{Schlagweite}}$ konstant bliebe.

In Veröffentlichungen aus den Jahren 1901, 1903 und 1904 (siehe Marx I, S. 245) hat Townsend mit der Beziehung

$$\frac{\alpha}{p} = f\left(\frac{X}{p}\right) \qquad (5\,a)$$

ein Ähnlichkeitsgesetz aufgestellt, dessen Inhalt er später etwas erweitert hat (siehe z. B. Schum. § 37). Da bedeutet α die Zahl der Moleküle, die von einem Elektron pro cm seiner Bahn ionisiert werden, p den Druck und X die Feldstärke.

Dies sind nun Ähnlichkeitsgesetze, die von der Überlegung ausgehen, daß die Ionisations- oder Anregungswirkung bei einem Elektronenstoß bestimmt ist von der durchlaufenen Spannung pro vorangehender freien Weglänge oder (etwas moderner ausgedrückt) von der durchlaufenen Spannung und von der dabei erlittenen Anzahl Stöße. Die betreffenden Gesetze behalten ihre Gültigkeit nur unter gewissen einschränkenden Bedingungen. Vor allen Dingen nehmen sie keine Rücksicht auf den Einfluß auf die Entladung, welche die vom Strom unterhaltenen Raumladungen ausüben. R. Holm, 85, 92, hat in seinen allgemeiner formulierten Ähnlichkeitsgesetzen, welche die früheren als Approximationen bzw. Sonderfälle enthalten, die vom Strom unterhaltenen Ladungen auch mit berücksichtigt. Ich gebe hier eine etwas vervollständigte Darstellung der Holmschen Theorie. Sobald der Gradient von der Stromstärke und dem Druck wesentlich abhängt, taugen nur die vollständigen Holmschen Gesetze.

Wir denken uns zwei geometrisch ähnliche Entladungsröhren I und II, von denen I a mal größere lineare Dimensionen als II hat. Wir suchen die Bedingungen dafür, daß während der Entladung die elektrischen Felder ähnlich sind, so daß homologe Punkte in beiden Röhren gleiche Potentiale (z. B. von der Kathode aus gerechnet) besitzen, während die freie Elektronenweglänge λ, in I a mal größer als in II ist. Die vom Strome selbst unterhaltenen Raumladungen sollen bei der Feldberechnung voll berücksichtigt werden, denn manchmal sind sie wesentlich für das Feld verantwortlich. Erfüllt seien die folgenden Voraussetzungen U, W, X, Y, Z. Es ist unmittelbar einleuchtend, daß Verstöße gegen diese Voraussetzungen zu Abweichungen von den unten deduzierten Gesetzen führen müssen.

Digitized by Google

Die Bezeichnung der Gesetze ist in wesentlicher Übereinstimmung mit früheren Veröffentlichungen von Holm gewählt. Die Indizes 1 und 2 mögen auf die Vorgänge in den betreffenden Röhren I und II hinweisen.

Voraussetzung U: Die Gastemperatur sei in homologen Punkten der beiden Röhren dieselbe (eventuell habe sie ein konstantes Verhältnis). — Eine Reduktion der Entladungsvorgänge auf gleichmäßige Temperatur ist oft weitgehend möglich, Holm, 92.

Voraussetzung W: Der Effekt der Stöße sei nur von der Elektronengeschwindigkeit, aber nicht von der Stoßzahl pro Sekunde bzw. von λ, d. h. von den Molekülabständen direkt abhängig.

Voraussetzung X: Der Entladungsvorgang sei, wenn die Stöße in homologen Punkten gleich intensiv sind, von dem Absolutwert der Feldstärke unabhängig.

Voraussetzung Y: Die unten abgeleitete, mit den übrigen zusammengehörenden Gesetzen nicht zusammenhängende Bedingung des Gesetzes D_2 muß erfüllt sein.

Voraussetzung Z: Das hier unten abgeleitete Gesetz E sei derart streng gültig, daß die Deduktion von F gestattet wird.

Die Ladungsdichten in homologen Punkten, d. h. die Differenzen der dortigen + und — Ionendichten müssen also proportional diesen Ionendichten sein. Dies wird wohl nur dann gut der Fall sein, wenn eine nicht zu kleine Teilzahl der strombildenden Korpuskeln zur Bildung von Ladungen verwendet werden muß, d. h. wenn die Raumladungslast (siehe § 18) für den Strom recht empfindlich wird. Die Erfüllung der Voraussetzung Z ist demnach nur bei ziemlich kleinen Stromdichten (Glimmstrom, nicht z. B. Bogenstrom) zu erwarten.

In homologen Punkten der beiden Röhren haben, wenn Apparate, Weglängen und Felder ähnlich sind, die Elektronen gleiche Geschwindigkeiten. Es herrschen also nach W und X gleiche Ionisations- und Erregungszustände. Also:

Gesetz A: Solche Resultate der Stöße als sichtbare oder sonst bestimmbare Schichten sind ähnlich.

Wir bezeichnen als

Gesetz B, die Voraussetzung $\lambda_1 = a\lambda_2$, oder, wenn δ = Dichte des Gases ist, $\delta_2 = a\delta_1$, d. h. bei gleicher Temperatur $p_2 = ap_1$.

Aus der Ähnlichkeit der Felder und Weglängen folgt das

Gesetz C: Der Weglängegradient[1]) ist in beiden Röhren derselbe.

1) Weglängegradient = Spannung pro freie Weglänge des Elektrons, eine von Gehlhoff eingeführte Bezeichnung, siehe Graetz III, S. 808.

Es bedeute nun ϱ räumliche Ladungsdichte im Stromweg, σ Flächenladungsdichte an den Elektroden oder Wänden, r Entfernung vom Aufpunkt, $d\tau$ Volumenelement, $d\omega$ Flächenelement der Elektroden und Wände und V elektrisches Potential. Dann ist bei ähnlichen Feldern:

$$V_1 = \int \frac{\varrho_1}{r_1} d\tau_1 + \int \frac{\sigma_1}{r_1} d\omega_1 =$$
$$= V_2 = \int \frac{\varrho_2}{r_2} d\tau_2 + \int \frac{\sigma_2}{r_2} d\omega_2,$$

wo $r_1 = ar_2$; $d\omega_1 = a^2 d\omega_2$ und $d\tau_1 = a^3 d\tau_3$.

Durch Substitution folgt:

$$\int \frac{a^2\varrho_1}{r_2} d\tau_2 + \int \frac{a\sigma_1}{r_2} d\omega_2 = \int \frac{\varrho_2}{r_2} d\tau_2 + \int \frac{\sigma_2}{r_2} d\omega_2.$$

Dies wird allgemein gültig, nur wenn

$$a^2\varrho_1 = \varrho_2 \quad \ldots\ldots \text{ Gesetz } D_1$$
$$\text{und } a\sigma_1 = \sigma_2 \quad \ldots\ldots \text{ Gesetz } D_2.$$

Infolge der Ähnlichkeit der Ionisations- und Strömungsvorgänge gilt

Gesetz E: In homologen Punkten sind die relativen Anzahlen verschiedener Ionengattungen gleich.

Ionen und Elektronen haben in homologen Punkten, wie schon hervorgehoben, dieselben Geschwindigkeiten, da sie auf homologen Weglängen von gleich großen Potentialdifferenzen getrieben worden sind. Wenn nun E so genau gilt, daß Z erfüllt wird, kann die Stromdichte j proportional zur Ionengeschwindigkeit mal ϱ gesetzt werden, und aus den Gesetzen D und E folgern wir das

Gesetz F: $\quad a^2 j_1 = j_2$,

und hieraus, da ja der Querschnitt vom Rohr I a^2 mal größer als derjenige des Rohres II ist, das

Gesetz G: Die Stromstärken in beiden Röhren I und II sind gleich

$$I_1 = I_2.$$

Umgekehrt, wenn $I_1 = I_2$ und U, W, X, Z gültig sind, so wird die beschriebene Ähnlichkeit bestehen; dafür sorgt der Stromvorgang — wenn nur durch besondere Umstände die Ladungen σ, welche nicht, wie ϱ, zur eigentlichen Stromführung gehören, die Gleichung D_2 erfüllen. In vielen Fällen wird nun allerdings D_2 zwangsläufig an D_1 gebunden. Ein besonders einfaches Beispiel davon geben die negative Ladung einer Kathode und die positive Raumladung im Dunkelraum, welche zusammen den Kathodenfall bestimmen. Der Ionisationsvorgang sorgt automatisch für ein verschwindend schwaches Feld hinter dem Saum. Das bedeutet hier, daß D_2 an das von der Stromführung erfüllte D_1 gebunden wird (siehe Satz 15b).

Digitized by Google

Beispiele, wo D_2 nicht erfüllt ist und deswegen Abweichungen von der Ähnlichkeit auftreten, sind von Seeliger gefunden (vgl. § 14).

Schließlich sei ein die positive Säule betreffendes Gesetz angeführt. In dem größten Teil einer langen positiven Säule bestimmen die in ihr erzeugten Raumladungen den Gradienten. Die Wandladungen nehmen zwangsweise mit diesen zusammengehörige Größen an, so daß die Voraussetzung Y erfüllt wird (siehe § 18). In einer geschichteten Säule variieren diese Ladungen prozentuell wenig von Schicht zu Schicht. Also gilt:

Gesetz H: Für ähnliche Teile zweier positiver Säulen (besonders für geschichtete), deren Längen im Rohrradius gemessen gleich oder nahezu gleich sind, gelten die Gesetze A bis G, unabhängig davon, wie die Anoden- und Kathodenabteilungen der Röhren gestaltet sind, wenn nur diese Teile genügend entfernt liegen, damit ihre Ladungen keinen nennenswerten direkten Einfluß auf das Feld der besagten Säulenteile ausüben.

Wir werden im Folgenden sehr weitgehende experimentelle Bestätigungen der Gesetze A bis H kennen lernen. A posteriori schließen wir auf die Erfüllung der Voraussetzungen U, W, X, Y, Z. In einigen Fällen, bei denen die Entladungsbahn große Temperatursteigerungen erleidet, wird die Übeinstimmung erst nach einer Reduktion auf gleiche Temperatur gewonnen. Schließlich treten in einigen Fällen deutliche Abweichungen von den Ähnlichkeitsgesetzen auf. Es zeigt sich in untersuchten Fällen, daß diese auf bestimmte Verstöße gegen U, W, X, Y oder Z zurückgeführt werden können. Nicht zum mindesten diese Rückschlüsse machen Untersuchungen mit Bezug auf die Ähnlichkeit interessant. Solche Untersuchungen macht man zweckmäßigerweise nach der folgenden Regel (5 c) und mit Hilfe der Tabellen (5b) und (5d).

Tabelle (5b).

	I	II
Durchmesser	a	1
Gasdichte (Druck)	1	a
Feldstärke	1	a
Freie Weglänge, λ	a	1
Weglängegradient, g	1	1
Raumladungsdichte	1	a^2
Flächenladungsdichte	1	a
Anzahl Moleküle	a^2	1
Anzahl Ionen bzw. Elektronen	a	1
Ionen- bzw. Elektronengeschwindigkeit	1	1
Stromstärke	1	1
Ganze Anzahl Elektronenstöße pro Sek.	1	1
Elektronenstöße pro Molekül	1	a^2
Molekülstöße pro Molekül	1	a

Die Tabelle (5b) gibt Quotienten zwischen homologen Größen oder zwischen Anzahlen von Korpuskeln in homologen Teilen der Röhren I und II unter der Voraussetznng, daß die Ähnlichkeit gemäß den Gesetzen A bis H gilt.

Regel (5c): Wenn eine von dem Rohrhalbmesser R (bzw. einem anderen Linearmaß des Gefäßes) abhängige Größe durch Multiplikation mit a-Dignitäten in Übereinstimmung mit (5b) und (5d) auf eine gewisse Rohrweite reduziert wird und sich dann von R unabhängig zeigt, so gelten mit Bezug auf die betreffende Größe die Ähnlichkeitsgesetze.

Schließlich sei darauf aufmerksam gemacht, daß die hier in Frage kommende Ähnlichkeit nicht eine so vollkommene ist, daß die Anzahl Moleküle oder Ionen in homologen Teilen der Röhre I und II gleich wird. Für diese Zahlen gelten sogar nach (5b) so große Reduktionsfaktoren wie a^2 und a. Es handelt sich nur um eine eingeschränkte geometrische Ähnlichkeit, nicht auch z. B. um Gleichheiten der Korpuskelzahlen.

Tabelle (5d)

enthält einige im Folgenden ohne weitere Erklärung gebrauchte Bezeichnungen und Definitionen.

R = Rohrhalbmesser, cm.

a = Dimensionsverhältnis, $\frac{R}{R_{\text{norm}}}$. Wenn anderes nicht gesagt wird, ist mit $R_{\text{norm}} = 1{,}4$ cm gerechnet.

p = gemessener Gasdruck, mm Hg.

$\mathfrak{p}$ = reduzierter Druck, d. h. derjenige Druck, dem bei 30° C eine freie Weglänge $\frac{l}{a}$ entspricht.

l = wirkliche, freie Molekülweglänge. Wir rechnen für 760 mm und 0° mit l aus Landolt und Börnsteins Tabellen, 5. Aufl. 1923, wo l im Verhältnis $\frac{0{,}31}{0{,}49}$ gegen die Angaben der 4. Aufl. vermindert worden ist. Alle l-Werte im Folgenden sind auf die neuen Werte reduziert, wenn anderes nicht vermerkt wird.

λ = wirkliche, mittlere freie Weglänge eines schnellen Elektrons; $\lambda = 4\sqrt{2} \cdot l$. Für $p = 1$ und 30° wurde gesetzt

für	H_2	N_2	O_2	He
λ =	0,0435	0,0232	0,0251	0,0696

für	Ne	Ar
λ =	0,0488	0,0246 cm.

I = Stromstärke, mA.

j = Stromdichte, mA/cm².

j_n = normale Stromdichte an der Kathode.

Digitized by Google

V = Potentialdifferenz, Volt.
K = Kathodenfall, Volt (Definition 8a).
K_n = normaler Kathodenfall.
V_i = Ionisationsspannung, Volt.
V_s = Schichtenpotentialdifferenz in der pos. Säule.
G = wirklicher, mittlerer Potentialgradient, V/cm.
$\mathfrak{G}$ = reduzierter Potentialgradient. $\mathfrak{G} = aG$ bzw. $\mathfrak{G} = a\Theta G$, wo Θ einen die Temperaturreduktion ausführenden Faktor bedeutet.
g = Weglängegradient $= \lambda G$.
D = Dunkelraumdicke, cm.
S = Schichtabstand in der pos. Säule.
δ = Dichte des Gases.
T = absolute Temperatur.

Zu beachten: Abgesehen von den Ähnlichkeitsgesetzen, deren Bezeichnung in Übereinstimmung mit früheren Veröffentlichungen von Holm gewählt wurde, werden in dieser Abhandlung Sätze, Formeln und Abbildungen in einer Reihe numeriert. In der Nummer (5b) z. B. weist 5 auf den § 5, während der Buchstabe b die Stellnummer innerhalb des § 5 ersetzt.

§ 6. Townsendsche Entladungsform. Beginn der selbständigen Entladung.

Townsend hat (siehe Marx I und Schum.) eine mathematische Theorie der unselbständigen Entladung bis zum Einsetzen einer selbständigen für den Fall ausgearbeitet, daß das Feld vollständig von den Ladungen der Elektroden bestimmt ist, wobei als Elektroden entweder parallele Platten oder konzentrische Zylinder gedacht sind. Seine Voraussetzung ist nur bei schwachen Strömen erfüllt. Er hat seine Theorie in vielen Hinsichten bestätigen können. Ursprünglich rechnete er mit vollem Verlust der Bewegungsenergie bei jedem Stoß. In letzter Zeit setzt er mit Franck auch elastische Stöße voraus. Die Berücksichtigung der verschiedenen Stoßformen sowie der endlichen Weglängen ist nach unvollständigen Ansätzen von N. Campbell, 30, und A. Partzsch, 134, von P. O. Pedersen, 138, vgl. Townsend, 200, eingeführt worden. Neuerdings hat L. Heis, 80, eine mathematische formvollendete Theorie gebracht.

Wegen der Beschreibung der hierhergehörigen Messungen verweise ich auf Marx I und auf 12 und 204. Über einige aus ihnen gewonnene Resultate wurde schon im § 3 berichtet. Vor allen Dingen hat Townsend die Gültigkeit seiner für den Fall paralleler Plattenelektroden deduzierten Gleichung

$$n = n_0 e^{a\alpha} \qquad (6a)$$

bewiesen, wo n_0 die Zahl der primären, aus der Kathode lichtelektrisch ausgelösten, n die Zahl der an der a cm entfernten Anode anlangenden Elektronen und α die Anzahl der pro cm produzierten Ionenpaare bedeutet. Keine Wiedervereinigung wird vorausgesetzt. Daß die Raumladungen das Feld nicht merklich störten, zeigte sich in der Unabhängigkeit von der Stromdichte innerhalb der betreffenden Grenzen. Das durch das Gas gegen die Kathodenoberfläche geschickte ultraviolette Licht hat den Vorgang nicht durch merkliche Ionisation im Gase gestört; siehe Townsend, 203.

Über Zahlenwerte des α in Abhängigkeit vom Gradienten siehe Schum. S. 123 bis 129 und Abhandlung 12.

Die Formel (6a) bezieht sich auf eine unselbständige Entladung. Verstärkt man das Feld, so macht sich auch die Ionisation seitens der positiven Ionen geltend. Wenn β eine α entsprechende Zahl für die Ionisation seitens des pos. Ionen bedeutet, so geht (6a) über in

$$n = n_0 \frac{(\alpha - \beta) e^{(\alpha-\beta)a}}{\alpha - \beta e^{(\alpha-\beta)a}}, \qquad (6b)$$

siehe Marx I, S. 276 und Schum. S. 103. Vorausgesetzt ist hier, daß bei jeder Ionisation ein positives Ion entsteht, und zwar nur einer Gattung, vgl. § 7.

Eine gewisse Komplikation versteckt die Formel (6b), indem α und β vom Felde abhängen. Wenn infolge von Raumladungen oder sonstiger Ursachen das Feld inhomogen ist, verwickelt sich der Vorgang noch mehr.

Townsend hat immerhin offenbar manchmal unter Bedingungen gearbeitet, wo (6b) gut brauchbar war. Wird nun das Feld und a so abgepaßt, daß

$$\alpha = \beta e^{(\alpha-\beta)a} \qquad (6c)$$

wird, so wird $\frac{n}{n_0} = \infty$. Das bedeutet, daß die Entladung ohne n_0 bestehen kann. Sie wird selbständig, indem die pos. Ionen im Gase selbst die nötigen primären Elektronen befreien. Vgl. Marx I, S. 284; Schum. § 41 und 48; Thomson-Marx, Elektrizitätsdurchgang in Gasen, Aufl. 1906, S. 399. Diejenige Elektroden-Spannung, bei der dies geschieht, wird Anfangsspannung genannt.

Wenn es nun die Stromquelle und die Vorschaltwiderstände erlauben, wächst der Strom schnell, die Raumladungen nehmen zu und es bildet sich ein Kathodenfall aus. Ein Glimmstrom entsteht. Gestatten es die Umstände, so wächst der Strom noch weiter bis zum Büschel- oder Lichtbogen-Typus. Siehe Schum. S. 1 und den Artikel von M. Toepler

Digitized by Google

über Funkenentladung im Handbuch der Naturwiss., 199.

E. Dubois, 49, ergänzt die Townsendsche Formel (6b) durch Berücksichtigung einer eventuellen Elektronenbefreiung aus der Kathode. Diese Rechnungsweise dürfte verfehlt sein. Es gibt einen wichtigen Grund dagegen, den Townsend 201 selbst hervorgehoben hat, nämlich die Tatsache, daß die positive und negative Gleichstromkorona an Drähten bei etwa derselben Feldstärke zünden, siehe Schum. § 34. Dies wird begreiflich nur, wenn der Zündungsvorgang unabhängig von der Elektrode nur im Gase sich abspielt.

Wenn die Gl. (6c) erfüllt ist, so kann, wie gesagt, eine selbständige Entladung zünden, allerdings nur, wenn einige Elektronen von Anfang an im Gase vorhanden sind. Solche Elektronen für die Initialionisation besorgt die allgemeine durchdringende Strahlung. Wenn sie ausgeschaltet wird, muß ein Gas sich, ebenso wie das Vakuum, als einen vollkommenen Isolator benehmen. Demgemäß fanden Compton und Foulke, 45, den Funkenüberschlag innerhalb eines Bleischutzes von 0,63 cm Wanddicke bedeutend erschwert. Die Minimalspannung des Funkens stieg von 264 ohne Blei zu 420 Volt mit Blei, wenn man nicht allzu lange auf den Durchschlag warten wollte.

Eine interessante Erscheinung ist die Zündungsverzögerung, auch Funkenverzögerung genannt, weil sie gerade bei Messungen der Funkenspannung näher verfolgt wurde, siehe § 22. Theoretisch sind 3 Typen zu erwarten.

(6d) Erster Typus: Eine sehr kurze Verzögerung, die darauf beruht, daß die Ionen ein Stück wandern müssen, ehe sie dort ionisieren können, wo die sie erzeugenden Elektronen herkommen.

P. O. Pedersen, 139, hat ausgerechnet, daß diese Art Verzögerung die Größenordnung 10^{-8} Sek. erhält. Er hat auch seine Gleitfunkenmethode zur Messung sehr kurzer Zeiten dazu verwendet, um diese Art Verzögerung zu messen. Sie tritt allein auf bei hoher Elektrodenspannung ($>$ Funkenspannung) und reinen Elektrodenflächen, so wie es Pedersen gehabt hat. Bei reiner Kathode findet er eine gewisse minimale Verzögerung τ, die von der Feuchtigkeit der Luft sowie vom Ionisationszustand (wie zu erwarten) unabhängig ist. Zur Schlagweite a (wenn a klein ist) steht sie etwa in der folgenden Beziehung

$$\tau = \text{Const. } a^2.$$

(6e). Zweiter Typus: Wenn die Kathode eine Verunreinigungsschicht (z. B. Fett) an ihrer Oberfläche trägt, so kann sich in dieser eine viel Elektrizität zehrende elektrische Doppelschicht ausbilden. Solange diese existiert, vermindert sie die Spannung in der sonstigen Strombahn und kann die Zündung des Townsendstromes verzögern oder unter Umständen verhindern. Eine Hilfsionisierung des Gasraumes dürfte das volle Ausbilden und das Durchschlagen der Doppelschicht beschleunigen und dadurch die Verzögerung verkürzen.

(6f) Dritter Typus: Die Wandladungen stören das Feld der Strombahn, und zwar auch etwas durch Schutznetze hindurch infolge des Durchgriffes. Bei kleinen Überspannungen müssen die Wände zuerst zweckmäßige Ladungen erhalten, ehe das Feld zwischen den Elektroden die zur Zündung nötige Form und Stärke erhält. Wenn nun die Ionisation nahe den Wänden schwach ist, so kann es lange (Minuten) dauern, bis die Wände ihre günstigen Ladungen sammeln können. Aus der eigentlichen Strombahn werden die Elektronen währenddessen ohne Zündungseffekt nach der Anode gezogen. Eine Ionisierung der eigentlichen Strombahn darf also auf diese Art Verzögerung keinen Einfluß haben.

Veröffentlichte Beobachtungen scheinen bisher diese Theorie zu bestätigen. Die Messungen Pedersens an dem ersten Typus wurden schon erwähnt. Für den dritten Typus kommen neben einzelnen Notizen von Campbell, 32, und Compton und Foulke, 45, nur die Beobachtungen in Frage, die Hiller auf Anregung von Regener, 147, gemacht hat. Hiller findet in sorgfältig getrockneter Luft zwischen ganz fettfreien, etwas betriebenen Elektroden reproduzierbare Verzögerungen (Streuungen <30 Proz. nach jeder Seite), welche bei 2 Volt oberhalb der kleinsten Anfangsspannung etwa 15 Minuten ausmachen, um mit wachsender Überspannung zu sinken. Bei etwa 45 Volt Überspannung betrug die Verzögerung eine halbe Minute. Eine Änderung der Zahl der Ionen, die beim Anlegen der Spannung in der Funkenbahn und sonst in der Nähe der Elektroden vorhanden sind, schien nichts zu bedeuten, wenn das Gas ganz trocken war. In feuchtem Gas waren die Verzögerungen größer und schwankend. Ein anderer Schüler Regeners, Strohhäcker, 225, hat gefunden, daß auch in reinem, ungesättigtem Wasserdampf die Bestrahlung mit Röntgenstrahlen verschiedener Intensität die Verzögerung nicht merkbar beeinflußte. Keine besondere Aufmerksamkeit wurde in diesen Arbeiten dem Vorgang an den Wänden geschenkt. Ob die Wandladungen die oben geschilderte Bedeutung haben, bleibt deshalb vorläufig unentschieden.

Die Vorgänge, gerade bevor der eigentliche

Digitized by Google

Glimmstrom zündet, sind besonders von Reiche, 148, und Oelkers, 133, näher untersucht worden. Es handelt sich da um einen instabilen Zustand der Entladung. Die Vorschaltwiderstände sind so groß, daß die Entladung oft die zur Verfügung stehenden Ladungen schneller wegschaffen kann, als neue durch die Zuleitung nachgeliefert werden. Insofern handelt es sich um diejenige Art der Instabilität und Intermittens des Stromes, welche Kaufmann durch seine bekannte Kennliniendarstellung erklärt hat, vgl. Hagenbach, Bogen, S. 48; Graetz III, S. 528 und Schum. S. 6. Die betreffenden Phänomene werden durch den Einfluß von Doppelschichten und Verzögerungseffekte kompliziert, so daß z. B. Hysterese-Erscheinungen auftreten.

Wie oben gesagt, braucht der gezündete Townsendstrom nicht zu einem Glimmstrom auszuwachsen. Das geschieht, wenn die Zuleitungen den nötigen Stromtransport gestatten und die Spannung für den Kathodenfall usw. ausreicht. In solchen Fällen spielt die Zündspannung des Townsendstromes auch die Rolle der Zündspannung des Glimmstromes und wird von Toepler Funkenspannung genannt.

Bekanntlich gibt es zu verschiedenen Schlagweiten a Optimumdrucke, bei denen die Funkenspannung ein Minimum erreicht (siehe Thomson-Marx § 185 und Schum. § 20). Es ist auch bekannt, daß diese Minimumspannungen wenig größer als die betreffenden normalen Kathodenfälle sind. Es kann nicht ein direkter Zusammenhang zwischen der Gleichung (6c) und K_n bestehen. Man muß also schließen, daß die hier in Frage kommenden Minimumspannungen nur Zündungsspannungen von Glimmströmen gewesen sind. Die eventuell tiefere Zündung des reinen Townsendstromes bei kleinerem a laut (6c) muß dabei so schwache Stromstöße gebracht haben, daß diese nicht notiert wurden. Vermutlich sind solche Diagramme, wie Toepler in seinem erwähnten Artikel, 199, bringt (siehe auch Schum. S. 2), mit Bezug hierauf etwas zu korrigieren.

§ 7. Über die mögliche besondere Bedeutung des Protons für die Entladung. Pseudohochvakuum.

Die Protonen nehmen unter den Ionen eine Sonderstellung ein. Wegen ihrer Kleinheit müssen die Protonen gleich große freie Weglängen wie die Elektronen besitzen. Schon deswegen müssen sie schneller als andere positive Ionen Ionisationsgeschwindigkeit erlangen. Dazu kommt, wenn sie (Masse m) sich unter schwereren Molekülen (Masse M) bewegen und elastische Stöße erleiden, daß diese höchstens eine durch den Faktor $\left(\frac{M-m}{M+m}\right)^2$ gemessene Energieabnahme bringen, so daß sie wahrscheinlich, ganz wie die Elektronen, auf mehreren freien Weglängen Energie ansammeln können. Jede Entladung wird, vgl. § 6, durch einen Townsendstrom eingeleitet, der durch eine gewisse Ionisation seitens positiver Ionen charakterisiert ist. Es scheint auf den ersten Blick plausibel, daß nicht Ionen im allgemeinen, sondern nur Protonen dabei verwendbar sind. Wenn sie fehlen, dann entsteht auch mit sehr hoher Spannung keine Entladung, d. h. ein sogen. Pseudohochvakuum liegt vor. So wie nun geschildert, verstehe ich die Erklärung des Pseudohochvakuums, wie sie P. Knipping, 110, konzipiert. Hierzu gesellen sich Untersuchungen von A. Janitzky, 105, der findet, daß gänzliche Befreiung der Elektroden, besonders der Anode von Gas (nach Spektralbeobachtungen zu beurteilen wesentlich Wasserstoff) zum Pseudohochvakuum führt. Gegen diese zunächst bestechende Auffassung ist leider ein schwerwiegender Einwand am Platze. Es müßte nämlich die Gleichung (6c) durch Berücksichtigung der vorhandenen Menge Wasserstoff vervollständigt werden. Reproduzierbare Anfangsspannungen wären nicht mehr zu erwarten, wenn nicht ein bestimmtes Verhältnis der Protonen- und sonstigen positiven Ionenzahl gewährt wird. Ich halte darum die Knippingsche Vorstellung für verwendbar, nur wenn man einen Vorgang voraussetzen darf, der es besorgt, daß die im Townsendstrom durch Ionisation entstehenden positiven Ionen bald durch Protonen ersetzt werden, und zwar fast quantitativ, so lange die gegenwärtige H-Menge oberhalb gewisser Grenzen liegt. Die Protonen sollten also teils direkt durch Ionisation von H_2- oder H-Verbindungen, teils durch einen Austausch von Elektronen zwischen H und positiven Ionen entstehen.

Eine andere Erklärung des Pseudohochvakuums, die allerdings mit Bezug auf die Anfangsspannung nicht mehr leistet als Knippings, gibt Franck, 55: Wenn in Edelgasen das Pseudohochvakuum durch Beimischen von Verunreinigungen kleinerer Ionisierungsspannung gehoben wird, so könnte der Prozeß darin bestehen, daß angeregte Edelgasatome ihre Anregungsenergie zum Ionisieren der Verunreinigung verwenden, so daß es nicht mehr oder nicht nur auf die Stoßeffektivität ankommt, wenn die Ionen Ersatzelektronen erzeugen.

Eine wesentlich andere Erklärung des Pseudohochvakuums in Edelgasen hat Holm gegeben, siehe Graetz III, S. 878. Ich habe mich bei

Digitized by Google

der Frage der Protonen und des Pseuohochvakuums recht lange aufgehalten in der Hoffnung, eine weitere Diskussion und Untersuchung anzuregen.

§ 8. Messungen des Kathodenfalls der haptoplogen Glimmentladung.

Sehr bedeutend ist der Arbeitsaufwand, auf dem unsere Kenntnisse von der Größe des Kathodenfalles beruhen. Leider ist doch die Behauptung berechtigt, daß die betreffenden Messungen einer sehr durchgreifenden Überprüfung bedürfen. Davon überzeugt schon ein Blick auf die Kathodenfalltafel in Graetz III, S. 855 oder in Landolt und Börnsteins Tabellen vom Jahre 1923. Die Verwirrung der dortigen Angaben ist auffällig.

Sogar eine einheitlich gebrauchte Definition des Kathodenfalles fehlt bisher. Zu empfehlen ist die folgende, von Skinner, 185, gegebene Definition:

Definition (8a): Kathodenfall heißt die Potentialdifferenz zwischen dem Ort des Feldstärkeminimums im negativen Glimmlicht und der Kathode.

Dies drückt praktisch dasselbe aus wie R. Holms, 89, mehr theoretisch gestaltete Definition, nach der der Kathodenfall von dem anodischen Ende der Hauptkanalstrahlenquelle gerechnet werden soll.

Etwas weniger deutlich als die Skinnersche, sonst damit nahe gleichwertig, ist die von Warburg stammende und von Schaufelberger, 153, empfohlene, nach der man von der, allerdings oft sehr unscharfen Grenze zwischen dem Glimmlicht und dem Faradayschen Dunkelraum aus rechnen soll.

Mit Recht kritisiert Schaufelberger, 153, vgl. Günther-Schulze, 67, die von Stark, Gehlhoff und Rottgardt benutzte Definition des Kathodenfalls (siehe Graetz III, S. 852), als die Potentialdifferenz zwischen der Kathode und dem Glimmsaum. Er hebt, trotz der Reproduzierbarkeit in einer bestimmten Anordnung, die Unsicherheit der Sondenmessung hervor. Man beachte auch, daß das Ende der Kanalstrahlenquelle theoretisch am ehesten in Betracht kommt, während der Glimmsaum theoretisch an nicht ganz parallel gestellte Begleitphänomene gebunden ist, vgl. § 15.

I. Langmuir (siehe z. B. 116 u. 117) unterwirft alle Sondenmessungen, besonders solche mit kalter Sonde, einer scharfen Kritik. Wenn in einer Strombahn die Ionen und Elektronen verschiedene Voltgeschwindigkeiten haben, so nimmt da eine Sonde ein solches Potential an (z. B. etwa die doppelte Differenz der betr. Voltzahlen), daß sie sich so viel gegen den Anlauf der schnelleren Elektronen wehren kann, daß sie pro Sekunde ebensoviel Ladung jedes Zeichens empfängt. Im Glimmsaum z. B. muß demnach eine Sonde gegenüber der Umgebung recht bedeutend negativ werden. Weiter hinein in dem negativen Glimmlicht und in der positiven Säule ladet sie sich nur etwa der mittleren Elektronentemperatur entsprechend negativ, z. B. auf 1 bis einige Volt. Diese Kritik trifft besonders die Messungen mit der Sonde im Glimmsaum. Alle Messungen der Anodenfälle hält Langmuir für zu hoch. Selbst mißt er mit einer geheizten, Thermoelektronen abgebenden Sonde, deren Potential er ändert, bis sie keinen Elektronenstrom abgibt. Sie hat dann, wenn von einer Elektronentemperatur in der Umgebung gesprochen werden kann (vgl. § 18), das Potential der Umgebung.

Die von Warburg gegebene Definition des normalen Kathodenfalles als desjenigen, der zu einer nicht ganz vom negativen Glimmlicht bedeckten Kathode gehört, hat sich bewährt.

Der Kathodenfall hängt ab von der Beschaffenheit der Kathodenoberfläche. Diese ist leider bei sehr vielen Messungen nicht streng genug definiert gewesen, vgl. Bemerkungen von Seeliger, 172. Einige bisher nicht beachtete Umstände, auf die es hier ankommt, wurden kürzlich von E. Dubois, 49, untersucht. Dubois hat zwar nicht direkt Kathodenfälle gemessen, sondern Löschpotentiale[1]) der Glimmentladung. Da aber seine Entladungsstrecke kurz gewesen ist, darf man die beobachteten Veränderungen des Löschpotentials wesentlich auf das Konto des normalen Kathodenfalls schreiben und es lassen sich den normalen Kathodenfall betreffende Schlüsse ziehen, die man so zusammenfassen kann:

Satz (8b): An einer neuen Kathode ist der Kathodenfall meistens erniedrigt durch Metallsalze in der Oberfläche, welche vermutlich als Wehneltelektroden dienen. Die Erniedrigung kann bis zur Größenordnung 50 Proz. hinreichen.

Diese Salze können durch Erhitzen entfernt werden. Sie können von einer Elektrode zu einer anderen sublimieren.

Dubois hat Kathoden mit gewissen Salzen ($NaCl$, KCl, $BaCl_2$) absichtlich verunreinigt und hat dadurch erreicht, daß sie sich wie neue benahmen.

Okkludierte Gase stören wenig, mit Ausnahme von H_2 in Pd, welches allerdings fester gebunden ist.

1) Dubois dürfte im Irrtum sein, wenn er solche Löschpotentiale mit Zündpotentialen des Townsendstromes identifiziert.

Digitized by Google

Durch Strombetrieb kann die Kathode gereinigt werden, was sich darin zeigt, daß der Kathodenfall steigt. Man hat früher, so z. B. E. Meyer, 124, diese Erhöhung des Kathodenfalls während des Strombetriebes nur als eine Wirkung freigewordener Gasverunreinigungen gedeutet. Eine Abreibung der Elektrodenfläche mit Schmirgelpapier reinigt nicht, sondern bringt gewöhnlich neue Alkalisalze an die Kathode[1]).

Frühere Beobachter, welche die in der Röntgenrohrfabrikation ausgebildete Vakuumtechnik noch nicht kannten, haben mit Gasverunreinigungen gearbeitet, die sehr wohl beträchtliche Unsicherheiten der Messungen veranlassen konnten. Die gewöhnlichsten Verunreinigungen sind Wasserstoff und Wasserstoffverbindungen (z. B. aus Kittstellen) und vor allen Dingen Wasserdampf.

Schaufelberger, 153, untersucht näher die schon von Warburg und später von E. Meyer, 125, und H. Stücklen, 192, gemachte Beobachtung, daß der Kathodenfall sehr von der Feuchtigkeit des Gases beeinflußt wird. Er beobachtet in Luft und erhält Meßreihen, bei denen der Kathodenfall im Laufe der fortschreitenden Trocknung des Gases sich asymptotisch einem hohen Wert nähert, um sofort wieder zu sinken, wenn Feuchtigkeit eingelassen wird. Nach Schaufelberger gehören zu früheren Kathodenfallwerten für Luft additive Korrektionen von der Größenordnung 100 Volt.

Über die Untersuchungen von Meyer und Stücklen berichtet die letztere recht ausführlich, Stücklen, 226.

Die Frage, worauf der Einfluß des Wasserdampfes beruht, steht vorläufig offen. Möglich wäre wohl, daß aus dem Dampf stammende Protonen das wirksame Agens sind, vgl. § 7.

Zu dem Obigen muß bemerkt werden, daß viele frühere Messungen, z. B. Rottgardts, sehr gut reproduzibel waren, woraus der Schluß wohl gezogen werden darf, daß die erwähnten Fehler manchmal stark reduziert auftraten.

Günther-Schulze, 67, S. 6 hat nach gewissen Prinzipien aus der Kathodenfall-Tafel in Landolt und Börnsteins Tabellen wahrscheinliche normale Kathodenfälle berechnet, welche als etwa auf die Definition (8a) reduziert betrachtet werden können. Ich benutze im Folgenden einigemal diese seine Tabelle, will sie aber hier nicht reproduzieren, um nicht dazu beizutragen, daß diese provisorischen Werte einen unverdienten Nimbus der Exaktheit erhalten.

§ 9. Die Abhängigkeit des normalen Kathodenfalles vom Kathodenmaterial und vom Füllgas.

Bestimmte Gesetze herzuleiten ist natürlich etwas heikel, solange die Genauigkeit der Beobachtungen so wenig befriedigend ist wie jetzt.

Von Schaufelberger, 153, und Holst und Oosterhuis, 95, aufgestellte Beziehungen werden von Günther-Schulze, 72, an einem erweiterten Material geprüft und zusammengestellt. Es gilt nach diesen Forschern annähernd

$$K_n = C\varphi, \qquad (9a)$$

wo φ die Richardsonsche Konstante, d. h. die Ablösearbeit der Elektronen aus dem Metall in Volt gerechnet bedeutet. Man beachte die an dieses Gesetz anschließende Diskussion im letzten Teil des obigen § 4.

Für C gibt Günther-Schulze die folgende Tabelle.

Tabelle (9b).

Gas	C
He	43,5
Ne	44,9
Ar	45,8
N_2	67,1
H_2	68,5
Luft	98,8
Wasserdampf	103,9.

Die zugehörigen φ-Werte sind von Langmuir, 115, mitgeteilt und finden sich auch in Günther-Schulzes Tabellen. Die C-Werte sind aus einem ziemlich streuenden Material berechnete Mittelwerte, vgl. Stücklen, 226.

Prinzipiell dasselbe wie die Formel (9a) gibt ein Diagramm von Seeliger, 172, S. 232, welches K_n als Funktion von der langwelligen Grenze des Photoeffekts darstellt. Es könnte sogar diese Darstellung richtiger sein, indem der Photoeffekt und der Kathodenfall in ähnlicher Weise von der Reinheit der Metalloberfläche abhängen, siehe Seeliger, 172, S. 231.

Seeliger findet auch eine andere Eigentümlichkeit, welche ich mit Hinweis auf Bohrs Theorie[1]) so ausdrücken möchte: Der normale Kathodenfall in Ar gegen K, Ca, Sr, Ba, deren zweitäußere „Elektronenschale" noch nicht voll besetzt ist, ist kleiner als gegen Cu, Zn, Ag, Cd, Sn, Sb, Pb, Bi, deren innere Haupt-

1) Man beachte, daß die übliche Reinigung von Entladungsröhren durch Heizung der Wände störende Salze nach den Elektroden sublimieren lassen kann, wenn nicht die Elektroden noch mehr geheizt werden. Über die Entfernung der Alkalisalze von den Wänden durch heiße Chromsäurelösung und darauf folgendes etwa einstündiges Auskochen in destilliertem Wasser, siehe Schaufelberger, 153, S. 31 und Warburg und Ihmori, 211.

1) Siehe z. B. die Tabelle S. 311 in „Ergebnisse der exakten Naturwiss." I, 1922.

Digitized by Google

Tabelle (9c), für H_2.

K_n beob.	K_n med.	$m \cdot 16 + n \cdot 13{,}5$	m	n	$m \cdot 16 + n \cdot 13{,}5$	m	n
Au 330	330	331	19	2	329,5	13	9
Pb 316	316	315	18	2	313,5	12	9
Ag 301, *Cu* 299, *Pt* 300, *Cd* 297	299	299	17	2	297,5	11	9
Fe 250	250	251	14	2	249,5	8	9
Zn 233	233	235	13	2	233,5	7	9
Al 192 bzw. 189, *Na* 185	189	189,5	11	1	188	5	8
K 172, *Mg* 171, *Al* 173,8	172,2	173,5	10	1	172	4	8

Tabelle (9d), für N_2.

K_n beob.	K_n med.	$m \cdot 17 + n \cdot 8$	m	n	$m \cdot 17 + n \cdot 8$	m	n
Zn 252, *Fe* 256, *Ag* 254, *Au* 250	253	255	15	0	250	10	10
Cu 244, *Cd* 240	242	245	13	3	239	7	15
Pt 233, *Pb* 227	230	229	13	1	230	6	16
Al 215, *Mg* 210	212,5	212	12	1	213	5	16
Na 178	178	178	10	1	178	2	18
K 170	170	170	10	0	169	1	19

quantenbahnen alle voll besetzt sind. Die Kathodenfälle der beiden Reihen lassen sich je auf eine Kurve gruppieren.

Nimmt man an, daß der Kathodenfall sich nach der Ionisierfähigkeit der Primärelektronen richtet, so liegt die Vermutung nahe, daß er sich aus einer ganzen Anzahl Ionisationsspannungen nebst pro Ionisationsspannung einer gewissen kleinen Stoßverlustspannung zusammensetzt.

H. Schüler, 161, hat probiert, ob der normale Kathodenfall sich direkt aus Ionisationsspannungen zusammensetzen läßt[1]). Er verwendet allerdings dabei zu dem Zweck nicht genügend gute Kathodenfallwerte. Die Tabellen (9c) und (9d) hier unten sind von mir zusammengestellt. Die K_n-Werte sind mit zwei Ausnahmen der oben erwähnten Tabelle von Günther-Schulze entnommen. Die gute Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Berechnung wird erreicht, indem mit m größeren und n kleineren Ionisierungspotentialen gerechnet wird. Die Tabellen zeigen allerdings, daß zwei verschiedene Reihen m- und n-Werte ebenso gute Resultate ergeben. Dadurch geht die Beweiskraft jeder solchen Reihe wesentlich verloren. Die von Schüler bemerkte Eigenheit, daß K_n von Metall zu Metall meistens gerade um eine ganze Anzahl Ionisationsspannungen steigt, ist doch, besonders für H_2, auffallend.

Die Tabelle (9c) enthält zwei verschiedene, von H. Schüler, 160, gemessene K_n-Werte gegen *Al*. Es ist eine interessante Entdeckung von Schüler, daß der normale Kathodenfall gegen ein gewisses Metall verschiedene Werte annehmen kann, und daß ihre Differenz gerade eine Ionisierungsspannung ausmacht.

Sonst ist die Schülersche Abhandlung, 160, ziemlich wertlos, entstellt wie sie ist durch die falsche Vorstellung von einer gewissen freien Weglänge, um die sich die einzelnen häufen, eine Vorstellung, welche trotz Warnungen von Holm, 87, S. 22 und Anderen ab und zu wieder auftaucht. Seine Annahme, daß die Dunkelraumdicke gerade gleich einer derartigen mystischen freien Weglänge des Elektrons sei, ist außerdem gänzlich willkürlich und falsch.

Für die allgemeine Abhängigkeit des Kathodenfalles vom Gase ist bisher kein einfacher Ausdruck gefunden. Aus der erwähnten Tabelle 3 bei Günther-Schulze, 67, stammen folgende Mittelwerte der Kathodenfälle in den betr. Gasen gegen verschiedene Metalle.

Tabelle (9e).

Für	*Ne*	*He*	*Ar*	*N*	*H*	Luft
K_m	138	146	146	227	258	270.

Die Gase sind ihrer Elektronenaffinität gemäß geordnet. Die Reihenfolge der gemessenen K_n ist vom Metall mit ein paar wenig ausgeprägten Ausnahmen unabhängig. K_n steigt im allgemeinen mit der Elektronenaffinität des Gases.

§ 10. Sonstige Beobachtungen am Kathodenfall der haploplagen Glimmentladung. Feldkraft.

Günther-Schulze, 69, hat Messungen des Kathodenfalls in Gasgemischen ausgeführt und mit theoretischen Überlegungen verglichen. Seine

1) Etwas Ähnliches tun Gibson und Noyes, 60. Sie zeigen, daß die Elektrodenspannung gerade bei verschwindender, leuchtender, katallothermer Entladung in H_2 oft eine Multipel von 30,9 Volt ausmacht.

Digitized by Google

Berechnungen gründet er erstens auf der Gleichgewichtsregel, daß die Kationen an der Kathode ebensoviel Elektronen befreien müssen, wie bei ihrer eigenen Erzeugung als Primärelektronen tätig waren; zweitens auf der Annahme, daß die Ionisation auf die teilnehmenden Gasmolekülarten sich proportional zu $\frac{p l \beta \alpha}{V}$ verteilt, wo p = Partialdruck, l = freie Weglänge, V = Ionisierungsspannung, β = der Ionisierungswahrscheinlichkeit eines sonst ionisierungsfähigen Stoßes und α = einem Koeffizienten, um den der Kathodenfall im betr. Gase dank der Stoßverluste erhöht wird; drittens auf der Annahme, daß die elektronenbefreiende Wirkung der Kationen proportional zu K ist. Die Kathodenfälle K_1 und K_2 der gemischten Gase werden als bekannt varausgesetzt. Er gelangt zur folgenden Formel

$$\frac{l_2 f_1 + l_1 f_2}{K_m^2} = \frac{l_2 f_1}{K_1^2} + \frac{l_1 f_2}{K_2^2}, \qquad (10a).$$

wo $f = p \alpha \beta V$, K = Kathodenfall und die Indizes $_m$, $_1$, $_2$ auf die Mischung, das erste und zweite Gas hinweisen. Er findet, 69 und 74, die Formel (10a) in einatomigen Gasen bestätigt, während, sobald das eine oder beide Gase verbindungsfähig ist, die (K_m, p)-Kurve einen Buckel nach höherem K zu bekommt. Er beweist, 76, durch Beseitigung der Reaktionsprodukte und Vergleich der Reaktionsgeschwindigkeit mit der Buckelhöhe in Abhängigkeit von dem Mischungsverhältnis, daß der Buckel auf einer chemischen Reaktion zwischen Ionen oder zwischen pos. Ionen des einen Gases und Molekülen des anderen beruht. Der hierdurch entstehende Ionenverlust zwingt eine Erhöhung des Kathodenfalles gegenüber K_m aus (10a) hervor und veranlaßt somit den Buckel. Aus der Form des Buckels wird darauf geschlossen, welchem Gas die reagierenden Ionen gehören.

Einige hübsche Resultate gewinnt Günther-Schulze, 75, aus Messungen des K_n an Elektrolyt-Kathoden. In verschiedenen, auch nahe gesättigten Wasserlösungen von verschiedenen Salzen findet er immer den zum Wasser gehörigen Kathodenfall 423 Volt. Ebenso verhält sich verdünnte Schwefelsäure hinauf bis zur Konzentration 47,6 Proz., entsprechend der Formel $H_2SO_4 \cdot 6\, H_2O$. Er schließt, daß bis zu dieser Konzentration jedes Schwefelsäuremolekül gerade noch von einer ringsum schützenden Lage von Wassermolekülen umgeben ist. Bei höherer Konzentration reicht die Wassermenge zu einer ringsum schützenden Hülle nicht mehr aus. Bei weiter steigender Konzentration geht K_n durch ein Minimum, das auch durch die Konstitution des Säuremoleküls erklärlich wird. Die Ablösearbeit der Elektronen aus Wasser berechnet Günther-Schulze zu 4,07 Volt.

Vom anomalen Kathodenfall haben die letzten Jahre keine Messungen gebracht über das hinaus, was in den Handbüchern von Marx und Graetz berichtet wurde. Dasselbe gilt von der künstlichen Erniedrigung des normalen Kathodenfalles[1]) mit einer Ausnahme. Günther-Schulze, 67, hat nämlich die alte Beobachtung von Warburg, 210, bestätigt, daß der normale Kathodenfall an Drähten etwas steigt, wenn der Drahtdurchmesser klein gegen die Dunkelraumdicke wird.

Mit einem Kathodensprung rechnen wir nicht. Wir stützen uns dabei auf die Resultate Kossels, 111, und Broses, 29, welche in Graetz III, S. 866 und 867 behandelt werden.

S. Ratner, 146, macht einige, auf gewisse Beobachtungen gestützte Einwände gegen die übliche Kathodenfallstheorie, welche jedoch sämtlich zurückgewiesen werden können. Er hat den Kathodenfall nicht durch von geheiztem Aluminiumphosphat ausgehende pos. Ionen erniedrigen können, überzeugt sich aber gar nicht davon, ob diese Ionen als solche wirklich nach der Kathode wandern und dort mit der nötigen Geschwindigkeit auftreffen. Bei großer Verdünnung steigt der Kathodenfall, wenn der normale Dunkelraum über die Gefäßgrenzen hinauswächst. Ratner versteht nicht dieses Phänomen, vgl. Holm, 90, S. 553.

A. Jachan, 104, hat einen fremden schnellen Elektronenstrom gegen eine Scheibenkathode geschickt. Dadurch wurde eine Erniedrigung von K erzielt, die so weit gesteigert werden konnte, daß $K = 0$ wurde. Durch den Hilfsstrom wird der Hauptstrom erhöht, während der von der Scheibenkathode ausgehende Strom abnimmt. Wesentlich ist wahrscheinlich die Ionisation des Gases vor der Kathode wirksam.

Als Ergänzung des über die Feldkraft im Fallgebiet in Marx III und Graetz III, S. 866 und 899 Berichteten sei Folgendes angeführt (vgl. Günther-Schulze, 67): Wesentlich zwei Methoden haben zur Kenntnis des Feldes im Dunkelraum geführt. Die Methode der Ablenkung eines quer durch den Fallraum gesandten Kathodenstrahles von Aston, 5, ergab, daß vor einer scheibenförmigen Kathode

1) Über die Beeinflussung des Kathodenfalls durch äußere Mittel wird in Graetz III, S. 861 berichtet. Da ist die Angabe Holms, 87, S. 26, daß er den normalen Kathodenfall durch ein transversales Magnetfeld höchstens um etwa 10 Volt vermindern konnte, durch einen Druckfehler entstellt, indem statt 10 Volt steht 10 Proz. Weitere Messungen sind zu empfehlen. Der anomale Kathodenfall läßt sich immer durch ein transversales Magnetfeld erniedrigen. H. Stücklen, 226, berichtet hierüber sehr unklar.

Digitized by Google

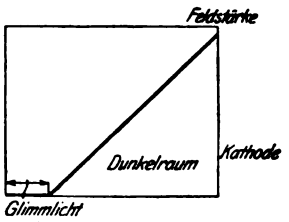


Fig. 10b.

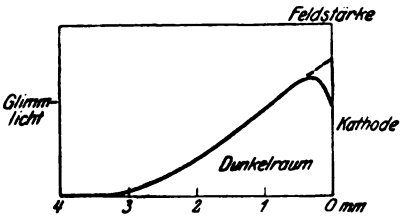


Fig. 10c.

die Feldstärke annähernd dem Abstande vom Glimmsaum proportional ist. Siehe Fig. 10b. Die Methode unterliegt dem Einwand, daß der Kathodenstrahl das Feld verzerrt. Die Verzerrung ist geringer, je kleiner die Stromdichte des Strahles im Vergleich zur Stromdichte der Glimmentladung ist. Bei den Versuchen von Aston war diese Störung gering. Die zweite Methode besteht in der Beobachtung der Zerlegung gewisser, aus dem Fallraum kommenden Spektrallinien infolge des Starkeffekts. Der gegenseitige Abstand zweier symmetrischen Linien-Komponenten ist der Feldstärke angenähert proportional. Diese Methode ist von Brose, 29, angewandt und ergab einen Feldverlauf von der Art des in Fig. 10c (vgl. Graetz III, S. 866) gezeigten. Seine Aufnahmen sind zwar nur im Gebiet des stark anomalen Kathodenfalles gemacht ($K > 1000$ Volt) und geben keine direkte Auskunft über die Verhältnisse im Falle eines normalen Kathodenfalles. Wahrscheinlich besteht doch auch in diesem Fall eine Feldverteilung nach Fig. 10c, vgl. § 15.

Die Abnahme der Feldstärke in nächster Nähe der Kathode deutet auf eine dort befindliche negative Raumladung, welche im schroffen Gegensatz zu der Vorstellung eines Kathodensprunges steht.

§ 11. Die Stromdichte an der Kathode.

Von Holm, 87, 89, und Skinner, 185, vgl. Graetz III, S. 890, wurde theoretisch hergeleitet das

Gesetz (11a): Bei konstantem Kathodenfall ist die Stromdichte an der Oberfläche großer Scheibenkathoden proportional dem Quadrat der Dichte des Gases, oder in Formeln ausgedrückt, für $K = K_1$ einer Konstante ist

$$j_1 \lambda = c_1,$$

und also speziell für $K = K_n$

$$j_n \lambda^2 = c_2 \text{ oder annähernd } j_n = c_3 p^2.$$

Bei gekrümmter Kathodenoberfläche treten Abweichungen von diesem Gesetz auf, wenn der Krümmungshalbmesser von derselben Größenordnung wie oder kleiner als die Dunkelraumdicke ist. Die Annäherung der letzten Formel kann natürlich durch Temperaturerhöhungen im Fallgebiet vereitelt werden. Günther-Schulze, 66, hat sich die Mühe gegeben, dies letztere experimentell zu bestätigen.

Das Hauptgesetz (11a) ist von Skinner und seinen Schülern bestätigt worden. Mit Benutzung der λ-Werte der Tabelle (5b) und mit j_n in mA. erhält man aus Messungen von Skinner, 185, Cheney, 34 und Neuswanger, 130, folgende Tabelle:

Tabelle (11b).

Beobachter	Kathodenmetall	Gas	$j_n \lambda^2$
S. C.	*Al*	H_2	0,014
N.	„	N_2	0,0075
N.	„	O_2	0,027
C.	Stahl	H_2	0,010
N.	„	O_2	0,019
C.	*Zn*	H_2	0,011
N.	„	O_2	0,018
C.	*Pt*	H_2	0,009

Messungen von Günther-Schulze, 67, S. 5 und 66, S. 320 gegen *Pt* ergeben:

Tabelle (11c).

Gas	H_2	N_2	O_2	*He*	*Ne*	*Ar*
$j_n \lambda^2$	0,017	0,0205	0,035	0,0052	0,0043	0,0085.

Nur $j_n \lambda^2$ für H_2 gegen *Pt* kommt in sowohl (11b) wie (11c) vor. Günther-Schulze mißt j_n etwa doppelt so groß wie die Amerikaner. Auch Seeliger, 180, findet in H_2 gegen *Fe* einen größeren Wert (um 20 Proz.) als Skinner. Diese Diskrepanz kann zwei Ursachen haben. Beide werden von Günther-Schulze erwähnt. Teils ist, weil die Amerikaner sehr schlecht gekühlte Kathoden verwendet haben, wahrscheinlich die Temperatur im Fallraum bei ihren Messungen größer gewesen als bei den Deutschen, wodurch ein Reduktionsfaktor von vielleicht 1,25 bedingt sein kann; teils ist die Stromdichte, wie sowohl Günther-Schulze als Seeliger bemerken, nicht über die ganze Kathode gleichmäßig verteilt, sondern am Rande kleiner[1]), was die Deutschen, aber nicht die

1) Nach neueren Messungen von Seeliger, die noch nicht veröffentlicht sind, sollte allerdings j am Rande der Glimmlichtbedeckung seine größten Werte besitzen können.

Digitized by Google

Amerikaner berücksichtigt haben. Man sollte bei derartigen Messungen immer eine gekühlte Kathode mit Schutzring benutzen. Ganz ausgeschlossen ist vielleicht nicht, daß Günther-Schulze etwas mehr als normale Stromdichte gehabt hat.

Interessant ist folgendes Resultat von Günther-Schulze, 66: Eine Netzkathode nimmt dieselben normalen Stromdichten auf wie eine massive Kathode gleicher Gesamtfläche, wenn die Fallraumdicke mindestens so groß ist wie die Maschenweite des Netzes.

R. Holm, 89, hat, um die damals vernachlässigte Bedeutung der Form der Kathode hervorzuheben, Berechnungen[1]) ausgeführt, welche u. a. zu folgenden zwei Regeln führen.

Regel (11d): Die Stromdichte an einer drahtförmigen Kathode, deren Durchmesser klein gegen die Dunkelraumdicke ist, ändert sich bei konstantem Kathodenfall grob angenähert proportional dem Gasdruck. Dieses Gesetz wurde empirisch schon 1900—1902 von J. Stark und Hehl gefunden, siehe Holm, 89. Aus der Formel (16) derselben Abhandlung von Holm folgt die

Regel (11e): Bei konstantem Druck und Kathodenfall nimmt die Stromdichte an einer Drahtkathode mit abnehmendem Drahtradius, r, zu. Bei hinreichend kleinem Quotienten $\frac{r}{D}$ gilt grob angenähert j_n prop. zu $\frac{1}{r \log \frac{R}{r}}$, wo R eine Größe von der Ordnung der Dunkelraumdicke bedeutet.

Beide Gesetze (11d) und (11e) werden durch Messungen von Günther-Schulze, 66, genügend bestätigt. Ein Beispiel gibt die

Tabelle (11f).

p	$r = 1$ mm	0,25 mm	$\frac{j_n r}{p}$ bzw.	
0,98	$j_n = 0{,}0912$	0,303	0,0093	0,0078
1,57		0,415		0,0073

R. Seeliger, 172, S. 240, und 180, macht darauf aufmerksam, daß in demselben Gas an verschiedenen Kathodenmetallen j_n um so kleiner ist, je größer K_n, und daß an derselben Kathode in verschiedenen Gasen j_n mit wachsendem K_n steigt. Beispiele mit j_n nach Skinner und K_n aus der Günther-Schulze-Tabelle bzw. nach Neuswanger gibt die folgende Tabelle.

Tabelle (11g).

	j_n bei $p = 1$		K_n		$j_n \cdot K_n$	
	H_2	O_2	H_2	O_2	H_2	O_2
Al	0,65	3,8	192	311	125	118
Zn	0,56	2,68	233	354	130	95
Fe	0,53	2,86	250	343	132	98
Pt	0,46		300		138	

Die Tabelle zeigt eine ziemliche Konstanz des Produktes $K_n j_n$. Messungen von Günther-Schulze, 67, an einer gekühlten, nicht besonders genau getrockneten Zylinderkathode in H_2 ergaben indessen eine schöne Konstanz des Produktes $K_n \sqrt{j_n}$.

Ausführliche Messungen von K_n bei gekühlter Kathode (Scheiben- oder sehr weiten Zylinderkathode) gepaart mit Messungen des j_n fehlen noch.

§ 12. Stoßverluste der Kanalstrahlen.

Über die Stoßverluste der Kanalstrahlen bei etwa normalem Kathodenfall existieren nur ganz unzureichende Untersuchungen. Man kann wohl nur behaupten, daß sie überraschend klein sind. Aus W. Wiens Messungen bei großem Kathodenfall (Größenordnung 10000 Volt) weiß man, daß die Kanalstrahl-Korpuskeln nur einen Teil des Kathodenfalls im geladenen Zustand durchlaufen. Wenn nach dem Dopplereffekt und Ablenkungsversuchen zu beurteilen ihre Endgeschwindigkeit im Mittel etwa der Hälfte des Kathodenfalls entspricht, so muß das so gedeutet werden, daß sie im geladenen Zustand etwas weniger als die Hälfte des Kathodenfalles durchlaufen sind, und daß der übrigbleibende kleine Teil des Geschwindigkeitsverlustes eine Folge der Stöße gegen die Moleküle sind. Dieser letztgenannte Verlust muß sehr unbedeutend sein (vgl. Wien, Kanalstr. S. 26). Er muß bei abnehmendem K prozentuell zunehmen. Es zeigt sich, daß er schon bei kleinem K sehr unbeträchtlich sein muß. Dies darf man wohl folgern aus Messungen von Günther-Schulze, 64, 71, der für den Fall des etwa normalen Kathodenfalles (270—450 Volt) aus der Erwärmung der Kathode berechnet, daß die die Kathode treffenden Kanalstrahlen bis zu mehr als 80 Proz. der Energie KI abgeben. Wenn man bedenkt, daß von der Energie KI ein

1) In der dortigen Darstellung fehlt leider ein Glied der Beweisreihe, Seite 404, zweite Spalte. Da steht, daß „die Stromdichte in der Fläche $r = ar_0$ gleich $\frac{j_0}{a^2}$ wird". Dabei ist vorausgesetzt, daß die Stromdichten sich trotz der r-Änderung angenähert wie die ϱ-Werte verhalten, d. h. $\frac{j'}{j_1} = \frac{\varrho'}{\varrho_1}$, welches nun auch der Fall ist, weil die Potentialgradienten angenähert gleich werden, nämlich bzw. $\frac{V_0}{2r} \log \frac{a(r_0+l)}{ar_0}$ und $\frac{V}{2r} \log \frac{a(r_0+l)}{r_0}$.

Digitized by Google

Teil von den Kathodenstrahlen mit ins negative Glimmlicht geschleppt wird und daß andere Teile für die Ionisation bzw. für die Elektronenbefreiung aus dem Metall verbraucht werden, so kommt man zu dem Schluß, daß die Stoßverluste nur ganz wenige Prozent betragen können. W. Wien (Wien, Kanalstr. S. 185 u. 186) glaubt sogar aus Messungen von Königsberger und Kutschewski schließen zu können, daß der Absorption der Kanalstrahlen keine Geschwindigkeitsveränderung vorausgeht. Die Messungen von Günther-Schulze müßten ganz absurd sein, wenn merkliche Umladungen vorkämen. Nach Dempster, 48, geschehen allerdings für $K < 800$ keine anderen Umladungen als Neutralisierungen.

Auf Fehler der Temperaturberechnung, die Günther-Schulze, 64, bei der Deutung seiner damaligen Resultate begangen hat, hat schon Seeliger, 174, aufmerksam gemacht. Günther-Schulze hat damals die Hoffnung gehegt, die theoretische Schwierigkeit, welche die Abwesenheit der Energieverluste der Kanalstrahlen im Dunkelraum erbietet, dadurch zu überwinden, daß er keine Zusammenstöße da anzunehmen braucht. Das stimmt nicht. Die Kanalstrahlen dürften im Dunkelraum eine Anzahl Zusammenstöße mit Molekülen von der Größenordnung 50 erleiden, vgl. § 12. — Eine nicht gekühlte Kathode mit kleiner strahlenden Fläche kann natürlich sehr hohe Temperaturen annehmen. Daß ihre Wärmeabfuhr dann wesentlich durch Strahlung geschieht (also $\frac{K_j}{T^4} = \text{Const.}$), hat Günther-Schulze, 66, experimentell bestätigt. Bei Messungen mit einer so erwärmten Kathode wird die Gasdichtebestimmung unsicher. Günther-Schulze hat, wie früher Holm, auf die Notwendigkeit hingewiesen, vielerlei Präzisionsbestimmungen mit gekühlter Kathode auszuführen.

§ 13. Bestimmungen der Lage des Glimmsaumes.

Der Glimmsaum kann unter Umständen außerordentlich scharf hervortreten. In O_2 läßt er sich bisweilen bei $D =$ etwa 20 mm auf weniger als 0,05 mm, d. h. auf etwa $0{,}1 \cdot \lambda$ genau feststellen. Meistens ist er allerdings mehr diffus. Holm hat an einem derartig scharfen Saum durch Messungen mit einem Photometer nach Bechstein von der Firma Schmidt & Haensch eine totale Intensitätszunahme um das 3- bis 4fache beim Übergang vom Dunkelraum zum Saum gefunden. Diese Intensitätszunahme fiel hauptsächlich auf Farben, die im Dunkelraum sehr schwach vertreten waren. Die Helligkeitszunahme dieser Farben innerhalb 0,1 mm wurde auf mehr als das 10fache geschätzt. Vermutlich gehören die den Saum besonders auszeichnenden Farben kontinuierlichen Spektren an und konnten darum bei den spektralphotometrischen Messungen an Linienspektren von Seeliger nicht untersucht werden. Gerade die Eigenschaft des Saumes, derartig scharf zu werden, ist theoretisch sehr interessant und schwer erklärlich, wie Holm besonders in 90 gezeigt hat. Holm, 87, 90, 91, 94 wurde darum zu der Auffassung gedrängt, daß Feldstärken über gewisse Grenzen das Kleben der Elektronen und demgemäß das Wiedervereinigungsleuchten verhindere. Die Schwäche der Lichtemission aus dem Dunkelraum und aus gewissen von Holm erzeugten künstlichen Dunkelräumen (siehe besonders 94) und vor allen Dingen das schroffe Einsetzen des Saumes wollte er damit erklären. Hinter dem Saum, im Glimmlicht, wäre das Feld schwach genug, um das Kleben und demnach das Wiedervereinigungsleuchten wieder zu gestatten. Der Saum würde also eine gewisse Äquigradientenfläche darstellen. Als mehr oder weniger ausgeprägtes Wiedervereinigungsleuchten[1]) faßte Holm also besonders diejenigen Spektren auf, die im Dunkelraum fehlen oder schwach sind aber im Saum stark vertreten sind. Besonders ausgeprägt in dieser Hinsicht scheint (allerdings nach nicht ganz zuverlässigen Beobachtungen) das von Stark, 190 entdeckte (vgl. 94) kontinuierliche Wasserstoffspektrum zu sein. Weniger ausgeprägt sind Linien des Vielliniespektrums des H_2 und die gelbroten Banden des N_2. Genaue Messungen der Intensitätsveränderung gewisser im Saumgebiet verhältnismäßig sanft veränderlicher Linien sind von Seeliger und dessen Schülern (siehe besonders 169) ausgeführt worden. Sie fanden, daß die Lagen der Intensitätsmaxima nicht zusammenfielen, sondern daß das Maximum der Intensität um so näher an der Kathode liegt, je höher das komplexe Anregungsmaximum der betreffenden Linie ist. Dieses Gesetz wurde für die Dämpfe der Alkalien, Erdalkalien und Erden gültig gefunden, 181. Sogar die Linien einer Serie können verschieden hohe Anregungsspannungen aufweisen, 168, 178, was wohl damit zusammenhängt, daß sie zu verschiedenen Niveauveränderungen gehören, vgl. G. Hertz 83.

Die ausführlichsten direkten (nicht spektroskopischen) Bestimmungen der sichtbaren Dunkelraumdicke D sind von F. W. Aston ausgeführt worden. Er gab schon 1907 (Aston, 4) dafür die Formel

$$D = \frac{A}{p} + \frac{B}{\sqrt{j}}, \qquad (13a)$$

1) Echtes Wiedervereinigungsleuchten beschreibt Child, 36.

Digitized by Google

wo A und B Konstanten sind. Diese Formel gilt allerdings nur, solange der Kathodenfall nicht viel größer als normal ist. Eine Fehlerquelle liegt darin, daß Aston nicht gekühlte Kathoden verwendet hat. Einige den Astonschen Arbeiten, 6, 11, entnommene Werte der Konstanten A und B, auf die von uns gebrauchten Einheiten umgerechnet, gibt die folgende Tabelle, vgl. Marx I, S. 363 und Graetz III, S. 849.

Tabelle (13b).

Gas	Metall	A	B
H_2	*Al*	0,24	0,133
N_2	„	0,068	0,126
O_2	„	0,057	0,136
Luft	„	0,065	0,133
He	„	0,36	0,155
Ar	„	0,054	0,107
H_2	*Mg*	0,23	0,123
O_2	„	0,048	0,126
H_2	*Fe*	0,34	0,139
O_2	„	0,085	0,120
H_2	*Cu*	0,47	0,142
O_2	„	0,089	0,126
H_2	*Pt*	0,45	0,133
O_2	„	0,088	0,126

Die A-Werte stellen Limeswerte von D bei großem j und $p = 1$ dar. Bei genügend kleinem Quotienten $\frac{D}{\text{Kathodenradius}}$ gilt die Tabelle (13b) auch für Zylinderkathoden, Aston, 7. Die Formel (13a) gestattet, wie oben gesagt, keine Extrapolation bis hinab zu $j = j_n$.

Messungen von D_n, d. h. die Dunkelraumdicke bei K_n hat in letzter Zeit Günther-Schulze, 67, ausgeführt. Er findet (Ausnahme H_2) die folgende Formel einigermaßen gut erfüllt:

$$p D_n = \text{Const } l \cdot V_i. \qquad (13c)$$

Seiner Arbeit ist die Tabelle (13d) entnommen.

Tabelle (13d).

Gas	pD_n		$\frac{lV_i}{pD_n} \cdot 10^4$	
	geg. *Al*	geg. *Fe*	*Al*	*Fe*
He	1,32	1,66	3,46	2,75
Ne	0,637	0,722	3,30	2,91
Ar	0,285	0,356	3,46	2,76
N_2	0,305	0,419	3,34	2,43
H_2	0,724	0,900	2,67	2,12
O_2	0,237	0,311	3,82	2,91
		Mittel:	3,34	2,65
Aus Günther-Schulzes Tabelle 3. K_n		Mittel:	1,83	2,11

Aus der Tabelle (13d) berechnet sich D/λ von der Größenordnung 12, wenn etwa 100° C im Gase vorausgesetzt wird. Das entspricht $D/\lambda =$ etwa 70.

§ 14. Die negativen Entladungsteile und die Ähnlichkeitsgesetze.

Holm, 92, hat gezeigt, daß die Ähnlichkeitsgesetze recht weitgehend mit Bezug auf die negativen Entladungsteile gelten. Für das Fallgebiet ist dies zu erwarten, erstens weil da im allgemeinen keine Wandladungen wesentlich stören können und die Voraussetzung D_2 (wie im § 5 erwähnt) erfüllt wird, zweitens weil auch die Voraussetzung Z gut erfüllt wird, indem die Kationen in nächster Nähe der Kathode fast den ganzen Strom tragen. Allerdings müssen meistens Reduktionen auf eine Temperatur vorgenommen werden, damit die Übereinstimmung zutage tritt. Nach einer solchen Reduktion befriedigt auch der über das Fallgebiet weit hinwegreichende Abstand des positiven Säulescheitels von der Kathode die Ähnlichkeitsgesetze.

Das Gesetz (11a), d. h. $j = cp^2$ bei konstantem K, stimmt mit den Ähnlichkeitsgesetzen überein und wurde seinerzeit aus ihnen von Holm abgeleitet, 89. Astons Formel

$$K = E + F\frac{\sqrt{j}}{p}$$

drückt dasselbe aus, siehe Aston, 4.

Durch Substitution in die Astonsche Formel (13a) ergibt sich

$$D = \frac{\text{Const}}{p}, \qquad (14a)$$

was wieder in Übereinstimmung mit der Ähnlichkeit ist, vgl. (13c). (14a) kann so ausgedrückt werden: In einem gewissen Gas, bei konstanten T und K, umfaßt D eine bestimmte Anzahl λ. Dasselbe gilt nach Skinner, Cheney und Neuswanger, 185, 34, 130 für die Länge der Kanalstrahlenquelle bis zum Gradientenminimum. Diese Länge beträgt rund $20\,\lambda$.

Abweichungen von der Ähnlichkeit haben nur Seeliger und Schmekel, 180, gemeldet. Ihre Experimente sind darum besonders interessant, daß sie wahrscheinlich einen Verstoß gegen die Voraussetzung Y, § 5 bringen, indem die die Kathodenkugel umgebenden Gefäßwände wahrscheinlich so große (eventuell auch dissymmetrische) Oberflächenladungen enthalten haben, daß sie beträchtlich beim Definieren des Kathodenfeldes beigetragen haben, vgl. (15b).

§ 15. Die Theorie der kathodischen Entladungsteile.

Die von A. Wehnelt, J. J. Thomson und J. Stark entwickelte Theorie der zweifachen

Digitized by Google

Grenzionisation an der Kathode wird von R. Holm, 87, 90, in der folgenden ein wenig modifizierten Fassung verwendet.

Satz (15a): Kanalstrahlen, die wesentlich aus der Kanalstrahlenquelle (siehe unten) stammen, befreien durch Stoß an der Kathodenoberfläche „primäre Elektronen" (Kathodenstrahlen). Diese erreichen, dank des starken Feldes vor der Kathode schon innerhalb des Dunkelraumes mehrfache Ionisierungsgeschwindigkeit. Sie ionisieren da und längs ihrer ganzen an dem negativen Glimmlicht sichtlich erkenntlichen Bahn[1]). Über diese Ionisation lagert sich, hauptsächlich in der Umgebung des Glimmsaumes, die Ionisation seitens der „sekundären Elektronen". In den von der Kathode entfernteren Teilen des negativen Glimmlichtes ionisieren fast nur noch primäre Elektronen, indem die sekundären im dortigen schwachen Feld zu kleine Geschwindigkeiten erhalten. Die Ionisation im Gase seitens der Kanalstrahlen ist zu vernachlässigen.

Das starke Feld vor der Kathode wird zwischen der Ladung der gegen diese strömenden positiven Ionen und den negativen Ladungen in und direkt vor der Kathode und meistens ausschließlich von diesen Ladungen hervorgebracht. Die Wirkung der letztgenannten negativen Ladung jenseits der Kanalstrahlenquelle wird von der positiven Ladung fast vollkommen kompensiert — daher der geringe Potentialgradient am Ende der Kanalstrahlenquelle. Es gilt also meistens der

Satz (15b): Die positive Raumladung der Kanalstrahlenquelle ist gleich groß wie die gesamte negative Ladung in und direkt vor der Kathode.

Infolge (15b) wird das Gesetz D_2, § 5 erfüllt. Über ein Beispiel einer vermutlichen Ausnahme von (15b) siehe Ende § 14.

Über die Trägheit der Kathodenstrahlen und über ihre Reichweite siehe z. B. Graetz III, S. 892 und Holm, 88, § 10. Wenn ihre seitliche Diffusion durch ein longitudinales Magnetfeld verhindert wird, kann ihre mittlere Reichweite um das mehrfache vergrößert werden, vgl. die Erklärung der sogenannten Righischen magnetischen Strahlen von Holm, 88, § 12, welche durch ausführliche Versuche von Ives, 103, bestätigt und erweitert worden ist.

1) Holm, 88, § 11 macht darauf aufmerksam, daß diese jetzt übliche Vorstellung des negativen Glimmlichts mit den Absorptionsmessungen an Kathodenstrahlen von der Lenardschule in Konflikt gerät. Nach diesen Messungen würden die Kathodenstrahlen nur etwa gerade durch den Saum reichen können. Einige Korrektionen zu den Holmschen Berechnungen von Klahre, 108, ändern hieran nichts Wesentliches.

Wie außerordentlich klein die Zerstreuung der Kathoden- und Kanalstrahlen innerhalb des Dunkelraumes selbst ist, zeigen die an frühere ähnliche Versuche von Wehnelt, Schuster und Villard anschließenden Demonstrationen mittels der Schatten eines in den Dunkelraum gebrachten Gegenstandes, welche E. Meyer und H. Schüler, 126, ausgeführt haben.

In dem Begriff der Kanalstrahlenquelle liegt, daß diese nach der Anodenseite zu eine Begrenzung hat. Diese Begrenzung ist allerdings recht unscharf, läßt sich aber demonstrieren etwa so, wie es Holm, 87, § 8 getan hat. Ein Zylinderrohr mit den Querschnitt ausfüllenden Elektroden wurde verwendet. Bei konstant gehaltener Elektrodenspannung wurde die Anodenscheibe im Glimmlicht bewegt. Die Stromstärke veränderte sich wenig, solange mindestens eine Glimmsaumschicht von der 0,1 bis 0,2 fachen Dunkelraumdicke von der Anode frei blieb. Wurde die Anodenscheibe ein kleines Stück in das eigentliche Gebiet des Dunkelraumes geschoben, so erlosch die Entladung. Der Dunkelraum verträgt den Eindringling weniger, je kleiner K ist. Mit gebührender Beachtung des Umstandes, daß die an der Anode adhärierende Gashaut (vgl. § 17) einer gewissen Zusatzgasstrecke zwischen den Elektroden gleichkommt, darf man aus diesen Versuchen schließen: daß die wesentliche (Haupt)-Kanalstrahlenquelle nur aus der nächsten Umgebung des Glimmsaumes besteht, zweitens, daß die Entladung bei größerem K mit einer kleineren Kanalstrahlenquelle auskommt, wohl weil die einzelnen Kanalstrahlkorpuskeln an der Kathode effektiver werden.

Aus den Messungen der Energieentwicklung an der Kathode von Günther-Schulze (siehe § 12) geht hervor, daß der hauptsächlichste Teil des Stromes in der Form von Kationen der Kathode zugeführt wird. Alle Versuche, den Stromanteil der Elektronen genauer zu berechnen (wie die von Skinner, 186, Holm, 91, Günther-Schulze, 67) dürften aber bisher sehr mangelhaft sein.

In der Theorie des Kathodenfalles gibt es immer noch einige gänzlich ungeklärte Probleme, vor allen Dingen die Erklärung des normalen Kathodenfalles. Die ältere Erklärung des K_n als die Ionisierungsspannung der positiven Ionen hat sich als falsch herausgestellt. Einzelne Teile der Theorie haben immerhin deutliche Fortschritte gemacht, und zwar etwa nach den von Holm, 87, gegebenen Richtlinien. Dazu gehört die Beziehung

$$f(K, j, p, D) = 0, \qquad (15c)$$

mit welcher die Theorie in vielen Fällen recht

Digitized by Google

gut zurechtkommt. Ein Sonderfall davon mit konstantem K und eliminiertem D ist

$$j = cp^2,$$

d. h. (11a), welches, wie gesagt aus den Ähnlichkeitsgesetzen folgt und experimentell bestätigt wurde.

Zur Berechnung eines anderen Sonderfalles

$$K = K(j, D), \qquad (15d)$$

besonders für $K > K_n$ hat J. W. Ryde, 150, folgendes Verfahren versucht: Er nimmt eine große ebene Kathode an, setzt die Feldstärke für größere Kathodenentfernung als D annähernd gleich Null und rechnet, als ob alle Kanalstrahlen jenseits des Saumes entstehen und fast ohne Geschwindigkeitsverluste bzw. Umladung das Fallgebiet durchschießen. Es mag x den Abstand vom Glimmsaum (Kathodenentfernung des Saumes $= D$) nach der Kathode zu bedeuten. Es wird angenommen:

$$\text{für } x = 0,\ V = 0 \text{ und } \frac{dV}{dx} = 0. \qquad (15e)$$

Das Raumladungsproblem von Child, Langmuir und Schottky liegt nun vor (siehe Schottky, 154, S. 196 u. 197), und man erhält (j und K absolut genommen) die Differentialgleichung

$$\frac{d^2V}{dx^2} = 4\pi\varrho = \frac{4\pi j}{\sqrt{2\gamma V}}, \qquad (15f)$$

wo $\gamma = \frac{\varepsilon}{\mu}$ für die Ionen ist.

Die Lösung von (15f) nebst (15e) ist

$$V = \text{const}\, j^{2/3} x^{4/3} \qquad (15g)$$

bzw.

$$j = \frac{\sqrt{2\gamma}}{9\pi D^2} K^{3/2}. \qquad (15h)$$

Es folgt

$$\frac{dV}{dx} = \text{Const}\, j^{2/3} x^{1/3}. \qquad (15i)$$

Nun hat Aston aus seinen Messungen gefolgert (siehe Fig. 10b), daß $\frac{dV}{dx}$ etwa proportional zu x ist, und er hält diese Beziehung gegen die theoretische (15i) aufrecht, Aston, 8. Er spricht die Vermutung aus, daß eine Berücksichtigung der Umladungen und der Stoßverluste der positiven Ionen zu einer besseren Übereinstimmung führen dürfte. Darin wird er kaum recht haben. Abgesehen davon, daß diese Phänomene bei kleinem K keine große Rolle spielen (vgl. § 12), ergeben Berechnungen, daß sie die erwünschte Korrektion überhaupt nicht bringen können. Untersucht man zuerst den extremen Fall, wo Stoßverluste und Umladungen so stören, daß die Geschwindigkeit der positiven Ladungen annähernd proportional der Feldstärke werden, so entsteht anstatt (15f) die Gleichung

$$\frac{d^2V}{dx^2} = \text{Const}\, j \left(\frac{dV}{dx}\right)^{-1} \qquad (15k)$$

mit der Lösung

$$V = \text{Const}\sqrt{j} \cdot x^{3/2}, \qquad (15l)$$

woraus

$$\frac{dV}{dx} = \text{Const}\sqrt{j} \cdot x^{1/2}, \qquad (15m)$$

was nun auch nicht mit Astons Beobachtungen stimmt. Die Behandlung eines vollständigeren Problems, dessen Differentialgleichung den Typus erhält:

$$\frac{d^2V}{dx^2} = 2\alpha \left(\frac{dV}{dx}\right)^{-1} + \beta (V)^{-1/2}, \qquad (15n)$$

hat O. Sjöstrand (nicht veröffentlicht) durchgeführt. Er findet als Lösung von (15n) nebst (15e):

$$V = x^{4/3} \left[\sqrt[3]{\frac{9\beta}{4}} + \frac{\alpha}{4\beta} \cdot x^{1/3} + \cdots\right]^2. \qquad (15o)$$

Weder (15g) noch (15l) oder (15o) paßt mit Astons Messungen zusammen.

Alle diese Berechnungen setzen voraus, daß verhältnismäßig wenig Kanalstrahlen im Dunkelraum selbst erzeugt werden. Eine andere extreme Annahme macht J. J. Thomson, 195, nämlich, daß die Kanalstrahlen gleichmäßig innerhalb des Dunkelraumes erzeugt werden. Die Geschwindigkeit der am Orte ξ erzeugten Strahlen ist, wenn sie in x anlangen

$$v(x) = \text{Const}\sqrt{V(x) - V(\xi)}.$$

Die Raumladungsdichte am Orte x wird dann, wenn $V(o) = 0$:

$$\varrho(x) = \frac{1}{4\pi}\frac{d^2V}{dx^2} = \text{Const}\int_0^x \frac{d\xi}{\sqrt{V(x) - V(\xi)}}. \qquad (15p)$$

Diese Gleichung wird befriedigt durch

$$V(x) = \text{Const}\, x^2, \qquad (15q)$$

was mit Astons Messungen übereinstimmt.

Nun ist es wohl doch wahrscheinlich, daß die Kanalstrahlen überwiegend am Saume, wo auch sekundäre Elektronen reichlich ionisieren, erzeugt werden. Die wahre Lösung sollte also ein Zwischending von (15o) und (15q) sein, d. h. doch eine Abweichung von dem Meßresultat ergeben. Verf. hält es für wahrscheinlich, daß auch diese noch bestehende Diskrepanz durch die richtige Berücksichtigung der negativen Ladungen beseitigt werden kann. Immer noch langsame negative Elektronen bilden wohl die von Brose (vgl. Fig. 10c) entdeckte nega-

Digitized by Google

tive Ladung direkt vor der Kathode. Andere Ladungen werden von den langsamen sekundären Elektronen vor dem Saum und von negativen Ionen in und hinter dem Saum gebildet. Diese letzteren wirken auf die positiven Ladungen ausgleichend, so daß die resultierenden Ladungen von der Form (15n) her sich der Form (15p) nähern können.

Eine Theorie des Kathodenfalls von H. A. Wilson, 214, rechnet auch mit der Raumladung der Elektronen, basiert aber auf der ungenauen Voraussetzung, daß deren Geschwindigkeit jeweils proportional zur Feldstärke sei. Auch eine Theorie von Aston, 9, dürfte zurückzuweisen sein. Die positiven Ionen verlieren ganz entschieden nicht ihre Energie bei jedem Stoß, wie er da annimmt.

Aus dem Obigen geht hervor, daß eine so weitgehende Ausnützung der Gleichung (15h), wie Günther-Schulze, 67, versucht, nicht mehr zulässig ist. Astons, 4, empirische Gleichung

$$K = E + F \cdot \frac{\sqrt{j}}{p} \quad \text{oder} \quad j = p^2 \frac{(K-E)^2}{F^2}, \qquad (15r)$$

oder Starks ähnliche Gleichung (siehe Graetz III, S. 863)

$$j - j_n = p^2 \frac{(K-K_n)^2}{k^2} \qquad (15s)$$

sind ja auch von (15h) wesentlich verschieden.

Die Formeln (15r) und (15s) zeigen, daß j langsamer als K wächst. Das ist theoretisch vorauszusehen. Die Ausdehnung der Kanalstrahlenquelle und der daran gebundenen Raumladung verändern sich wenig mit steigendem K, der Aufenthalt der einzelnen Ionen nimmt aber ab. Darum muß die Raumladung und also auch K langsamer wachsen als proportional zu j (vgl. Holm, 87, und auch die Formeln (15h) und (15l) hier oben).

Wenn man, veranlaßt durch die allerdings wenig eindeutigen Resultate des § 4, damit rechnet, daß der Kathodenfall wesentlich den Zweck hat, den Kationen eine genügende Anprallgeschwindigkeit zu geben, so wird, wie schon in § 4 hervorgehoben, die Proportionalität des K_n zu φ vorläufig schwer begreiflich. Dagegen wird es durchaus plausibel, daß K_n mit der Elektronenaffinität des Gases im allgemeinen steigen muß (vgl. Tabelle (9e)!), denn damit nimmt zu die Bildung von negativen Ionen hinter dem Saum und die darauf folgende Wiedervereinigung, wodurch Kationen für den Auslösevorgang verloren gehen. Eine Erhöhung des K_n muß hierfür Kompensation leisten.

Wenn die Ankunftsgeschwindigkeit der Kationen tatsächlich nur von K und nicht auch von den erlittenen Stößen bzw. Durchquerungen von Molekülen bestimmt wird (siehe § 12), so wird die angenäherte Konstanz des K_n gegenüber Magnetfeldern (vgl. § 10) begreiflich.

Die Beziehungen zwischen K und j haben mit der Bestimmung des K_n nichts zu schaffen. Sie beruhen nach dem Obigen lediglich auf dem Zusammenhang zwischen Ladung und Feld und auf der Beweglichkeit der betreffenden Korpuskeln.

Holm (vgl. § 13) wollte im Glimmsaum eine Äquigradientenfläche sehen. Darin wird er wohl recht gehabt haben. Seine weitere Annahme, daß es gerade das bei der vom Kleben vorangegangenen Wiedervereinigung emittierte Licht sei, welches diese Fläche sichtbar macht, ist wohl weniger sicher. Seeliger stimmte früher der Holmschen Theorie nicht zu (siehe Graetz III, S. 900), hat aber seine Ansicht neulich, 176, dahin geändert, daß ihm zum Teil eine Erklärungsmöglichkeit für den Helligkeitsunterschied zwischen Dunkelraum und Glimmlicht in Übereinstimmung mit Holm gegeben zu sein scheint. Zum Teil will er in Übereinstimmung mit Goldstein, 61, den Saum durch die Annahme erklären, daß rückwärts diffundierende Elektronen im Felde am Saume viel schneller als im Glimmlicht wieder zur Umkehr nach der Anode zu getrieben werden. Es kann sich da nur um die langsamen sekundären Elektronen handeln, welche allein elastisch reflektiert werden. Sie besitzen eine kinetische, unregelmäßige Geschwindigkeit u, über die sich die Geschwindigkeit v in der Feldrichtung lagert. Dank des u wird v nur etwa proportional zu $\sqrt{X}$, wo X = Feldstärke. Die Zahl der auf einmal anwesenden sekundären Elektronen wird proportional zum Strome I_s der Sekundärelektronen am betreffenden Orte und etwa proportional zu $\frac{1}{v}$ sein, d. h. proportional zu $\frac{I_s}{\sqrt{X}}$. Weniger mit X variabel ist die Stoßzahl seitens der sekundären Elektronen. Es ist nicht wahrscheinlich, daß das damit etwa proportionale Leuchten im Saume sich so plötzlich veränderlich ergeben wird, wie im Anfang von § 13 geschildert wurde, vgl. Holm, 90 u. 91. Gegen seine Saumtheorie hat Holm selbst, 92, § 8, den Einwand erhoben, daß der Gradient im Saume wahrscheinlich mit dem Drucke variiert, so daß die Feldstärke nicht allein ausschlaggebend zu sein scheint. Nach Messungen mit kalten Sonden scheint der Gradient am Saume mit dem Druck zu wachsen. Nun ist es allerdings möglich, daß saubere Messungen (über Langmuirs Kritik der Sondenmessungen siehe § 8) ein für Holms Theorie günstigeres Resultat ergeben würden. Außerdem kommt das in Gl. (2c) dargestellte

Digitized by Google

Resultat Ratners der Holmschen Theorie entgegen, indem danach die Feldstärke, bei der die negativen Ionen zerfallen, stark mit dem Druck steigt. Die Frage nach der Erklärung des Saumes dürfte noch als unentschieden betrachtet werden müssen.

§ 16. Der Kathodenfall des Lichtbogens.

Bei genügend großer Stromdichte entwickelt sich der haploplage Glimmstrom zum katautothermen Lichtbogen. Dessen Bedarf an Kationenenergie scheint verhältnismäßig leicht gedeckt zu werden und bestimmt nicht den Kathodenfall, dessen Größe sich nach der Ionisierungsaufgabe der Elektronen richtet. Meistens tritt wohl, das zeigen die niedrigen Kathodenfälle, mehrstufige Ionisation auf (vgl. § 1). Diese verlangt, daß die Anregung der Moleküle so lange anhält, bis neue Störungen mit nicht zu kleiner Wahrscheinlichkeit eintreffen. Compton, 40, zeigt, daß, jedenfalls in gewissen Gasen, die Anregung nicht lange genug anhält, um die entschieden vorhandene mehrstufige Ionisation zu erklären. Darum greift er zu der Hypothese von Richardson und Bazzoni, 19, daß die Anregungsenergie in der Form von Lichtquanten von Molekül zu Molekül wandert und dank ihrer langsamen Diffusion nach den Wänden die nötige Wartezeit, bis neue Stöße eintreffen, besorgt.

Eine recht ausführliche Literaturzusammenstellung zu diesem Thema gibt Yao, 216, siehe auch Duffendach, 50, Scott, 224, Mc Curdy, 221, und Schüler, 162, S. 43. Gewisse Forscher bestreiten die von anderen behauptete Realität von Kathodenfällen, die sogar kleiner sein sollten als die kleinste kritische Voltgeschwindigkeit im betreffenden Gas. Sie erklären diese ganz kleinen Fälle als vorgetäuscht durch intermittente Entladungen, siehe Bär, Laue und Meyer, 17 und Eckart und Compton, 44.

Kurze Zeit nach dem Löschen des Bogens hält ein Nachstrom an, den Bräuer, siehe Graetz III, S. 532, als Maß des zur betreffenden Kathodentemperatur gehörigen glühelektrischen Stromes betrachtete. Compton, 41, gibt eine andere Deutung: Den Sättigungsstrom aus der Kathode erhält man nur, wenn genügend viele positive Ionen zur Kompensation der negativen Wolke nach der Kathode gesandt werden. Beim Bräuerschen Versuch ist diese Kompensation sehr mangelhaft. Der beobachtete Nachstrom ist nur ein winziger Teil des betreffenden Sättigungsstromes. Bräuer glaubte, daß die meisten Primarelektronen lichtelektrisch ausgelöst wurden. Ob das möglich ist, dürfte zur Zeit unentschieden sein.

Einen wahrscheinlich unberechtigten Angriff gegen die Autothermtheorie des Lichtbogens machte kürzlich Stolt; vgl. § 23. Von Nicol, 223 und Garbarini, 57, stammen Versuche mit in einem Magnetfeld zwischen (sogar gekühlten) Metallelektroden rotierendem Lichtbogen. H. Stolt, 191, hat solche Bogen untersucht, wobei auch Versuche mit durch Rotation gekühlter Kupfer- oder Messingkathode gemacht wurden. Stolt hat kein Glühen im Kathodenfleck entdecken können und sagt, daß mit großer Wahrscheinlichkeit die Elektronen im Bogen auch ohne hohe Temperatur der Kathode ausgelöst werden können. Der Kathodenfall an der kalten Kathode scheint von derselben Größenordnung wie im gewöhnlichen Bogen zu sein, ebenso die Stromdichte.

§ 17. Der Anodenfall.

In Graetz III, S. 898, § 13 wird eine Anodenfalltheorie von R. Holm (nach brieflicher Mitteilung an Herrn Gehlhoff) dargestellt. Dieselbe Theorie benutzt (wohl unabhängig) Günther-Schulze, 63. Sie lautet: Nach der Anode laufen Elektronen, welche im Anodenmetall als Leitungselektronen weiter befördert werden. In der nächsten Nähe der Anode bilden diese Elektronen eine negative Wolke. Zwischen dieser und der positiven Anodenladung entsteht der Anodenfall. Auf den Anodenfall verkleinernd wirken positive Ionen, welche durch das Elektronenbombardement aus der Gashaut der Anodenoberfläche erzeugt werden. Diese Verkleinerung kann offenbar nicht weiter getrieben werden, als bis zu derjenigen kleinsten Spannung, welche unter den gegebenen Umständen die betreffende Ionisation in der Gashaut ausführen kann. Holm hat anfangs die Ionisationsspannung des Füllgases als die unterste Grenze des Anodenfalles betrachtet. Die besten damaligen Beobachtungen (von A. Partzsch, erst später veröffentlicht) geben Belege für diese Vorstellung. Wie es nun Günther-Schulze tut, muß man die Theorie dahin vervollständigen, daß, bei genügender Größe der Stromdichte und eventuell auch des Druckes, auch mit einer mehrstufigen Ionisation gerechnet wird, welche mit Hilfe eines niedrigeren Anodenfalles wirksam sein kann. Im eigentlichen Glimmstrom kann man die mehrstufige Ionisation als einen Ausnahmefall betrachten. Bei den großen Stromdichten des Bogens wird sie dagegen sowohl an der Kathode wie an der Anode zur Regel. In *Hg*-Dampf hat man z. B. folgende verschiedene Anodenfälle beobachtet. Ich notiere sie nach wachsendem Produkt Strom mal Druck geordnet:

Tabelle (17a).

klein $p \cdot j$ groß

Anodenfall 18; 10,4; 9,2; 5,74; 4,8; 3,72; 2,69 Volt,

Digitized by Google

siehe Günther-Schulze, 63, Schüler, 162, Partzsch, 136. Partzsch gibt als kleinste Anodenfälle bei kleinem j, nach einer Reduktion wegen des sonstigen Gradienten, an:

Tabelle (17b).

für	H_2	N_2	Ar
Anodenfall	17	19	16

Man vergleiche die Tabelle (3a).

Der Anodenfall scheint nach den erwähnten Abhandlungen nur vom Gas, nicht vom Anodenmaterial abzuhängen.

Langmuir (vgl. § 8) bezweifelt die Richtigkeit aller bisherigen Messungen der Anodenfälle. Sie erhalten doch eine Stütze durch Untersuchungen von Peters, 141. Er mißt die in Wärme verwandelte Stoßenergie an der Anode und findet sie dem Anodenfall plus einer eventuell dem Anodenglühen vorgelagerten Dunkelschichtspannung entsprechend. Zur Ionisation wird demnach ein sehr kleiner Teil der Energie verwendet. Wegen der kleinen Beweglichkeit der Ionen genügt es auch zur Kompensation der Elektronenwolke, wenn auf etwa 1000 einfallende Elektronen 1 Ion erzeugt wird.

§ 18. Der mittlere Weglängegradient des Rumpfes.

Wir unterscheiden zwei Hauptformen des Rumpfes (vgl. § 1):

(18a). Der Rumpf, dessen Durchmesser groß im Verhältnis zur Länge ist, wobei immerhin die Länge sehr groß im Verhältnis zu λ sein mag. Die Äquipotentialflächen sind parallele Ebenen.

(18b). Der Rumpf, dessen Durchmesser klein im Verhältnis zur Länge ist, d. h. die positive Säule. Die Äquipotentialflächen sind nach der Kathodenseite zu stark konvexe Flächen.

In der ersten, flachen Art des Rumpfes sind bei normalen Stromdichten die Bedingungen der Ähnlichkeitsgesetze erfüllt, so daß der Weglängegradient eine Materialkonstante wird, die Holm, 92, mit g_∞ bezeichnet hat. Wir wollen g_∞ in gewissem Anschluß an Günther-Schulze den normalen Weglängegradienten nennen. Holm glaubte g_∞ aus Messungen von E. Bouty, 25, bestimmen zu können. Er dürfte dabei das von Bouty beobachtete Phänomen falsch gedeutet haben. Neuerdings hat Günther-Schulze, 70, Messungen im flachen Rumpf ausgeführt. Obwohl die Meßbedingungen nicht ganz klar definiert sind, geben seine Messungen wahrscheinlich gut angenäherte Werte des g_∞. Der Strom passierte zwischen Plattenelektroden, deren Abstand verändert wurde. Wenn nun bei konstantem Kathoden- und Anodenfall gemessen wurde, so muß der Zuwachs der Elektrodenspannung bei Abstandsvergrößerung auf das Konto der Rumpfverlängerung gesetzt werden und läßt g_∞ berechnen. Angenommen, daß diese Konstanz streng vorlag, so erhalten wir folgende gemittelte Werte des g_∞:

Tabelle (18a).

Gas	Ar	He	Ne	N_2	H_2	O_2	H_2O
g_∞	0,031	0,066	0,028	0,09	0,115	0,32	0,93

Die zwei letzten Werte möchte Verf. durch etwa 0,8 und 2 ersetzen. Günther-Schulze rechnet nämlich meines Erachtens mit zu hoher Temperatur (etwa 1000° C) in den betreffenden Gasen. Er vernachlässigt jede Konvektion, die wohl doch, trotz des kleinen Gasdruckes, dank der treibenden Wirkung der Ionen beträchtlich sein kann. Auch vernachlässigt er die Strahlung und rechnet als ob die ganze Stromenergie zu Wärme wird. Einige hundert Grad würde ich eher zugeben.

Die ersten fünf g_∞-Werte der Tabelle (18a) gehören zu einer Klasse. Sie stellen nach Günther-Schulze optimale Gradientenwerte dar, bei denen die Geschwindigkeit der Elektronen gerade ausreicht, um Kleben zu verhindern, während sie doch unterhalb der Anregungs- und Ionisierungsgeschwindigkeit bleibt. Darum bleibt der Rumpf ganz lichtlos. Den flachen Rumpf dieser Art passieren also die eintretenden Elektronen, ohne durch neue ersetzt zu werden.

In O_2 und Wasserdampf scheint die Klebgrenze der Geschwindigkeit oberhalb der Anregungs- bzw. Ionisationsgrenze zu liegen. Beim optimalen Gradienten findet vermutlich Kleben und Wiedervereinigung statt und die dadurch entstehenden Elektronenverluste werden durch eine schwache Ionisation ersetzt. Der Rumpf emittiert Licht.

In der positiven Säule liegt die Sache anders. Aus dem Potentialverlauf der geschichteten Säule läßt sich schließen, daß innerhalb jeder Schicht eine Stelle vorkommt, wo negative Ionen erzeugt werden und eine Raumladung bilden. An anderen Stellen werden solche zerrissen oder es werden neue Elektronen durch Stoß befreit. Ein einfaches Durchwandern der Elektronen oder Ionen kommt hier kaum in Frage. Fast ebenso häufig geschieht die Ionenerzeugung wahrscheinlich auch in der kontinuierlichen Säule. Eine Säule, die lang im Verhältnis zur Breite ist, hat immer einen bedeutend größeren Gradienten als den normalen und ist durch eigene Raumladungen charakterisiert, welche den Gradienten wesentlich bestimmen. In der Hauptsache dürfte die von 1914 stammende Holmsche

Digitized by Google

Theorie gültig bleiben, vgl. Graetz III, S. 894, allerdings mit gewissen Veränderungen. Man muß nämlich auf Grund der in diesem Paragraphen geschilderten Resultate Günther-Schulzes annehmen, daß bei dem in der Säule herrschenden hohen g (Größenordnung 0,5 bis 5) kein Kleben oder Wiedervereinigung in der mittleren Strombahn auftritt, wenn nicht etwa durch „Festhauen"; vgl. § 2. Über dieses Festhauen ist allerdings bisher so gut wie gar nichts Näheres bekannt. Wahrscheinlich ist wohl, daß Elektronenverluste an den Wänden für unedle Gase eine größere Rolle spielen als Holm bisher angenommen hat. Für Edelgase hat er schon anfangs angenommen, 86, S. 782, daß dies der einzig bedeutende Elektronenverlust der Säule darstellte.

Der Elektronenverlust an den Wänden beruht darauf, daß Elektronen dorthin diffundieren, an der Wand haften und dort von nachgeschleppten bzw. dahin diffundierten positiven Ionen neutralisiert werden, vgl. Langmuir, 116. Dank der großen mittleren Geschwindigkeit der Elektronen in der Säule stellt sich ein Gleichgewichtszustand ein, bei dem die Wand gerade so stark gegenüber dem Säuleninnern negativ geladen wird, daß die Zufuhr von Elektronen und positiven Ionen gleich groß wird, indem die Elektronen gegen das Feld diffundieren müssen, während dasselbe Feld die trägen Ionen heranholt. Diese Vorstellung ist zuerst gleichzeitig von Holm, 86[1]) und Seeliger, 164, benutzt worden, welche allerdings darauf nur qualitative Überlegungen gründeten. In letzter Zeit ist es Langmuir und besonders Schottky gelungen, nach gewissen vereinfachenden Annahmen auch quantitative Berechnungen auszuführen (siehe § 19).

Aus dem Gesagten geht hervor, daß die Ladung der Wände von der mittleren Geschwindigkeit der Säulenelektronen und also von dem mittleren Gradienten bestimmt wird. Der Gradient aber wird von den Bedingungen der Stromführung sozusagen vorgeschrieben und wird erzeugt von den positiven Raumladungen innerhalb der Säule. Da die Wandladung also ihrer Größe nach von den Raumladungen eindeutig bestimmt wird, ist es begreiflich, daß die Voraussetzung Y des § 5 erfüllt wird, so daß die Säule im Sinne des Gesetzes H in § 5 den Ähnlichkeitsgesetzen unterliegen kann.

Von der Art und Größe der erwähnten Raumladungen der Säule gibt eine Berechnung von Holm, 86, 92, eine Vorstellung.

1) Vgl. Holm, 84. S. 246, wo infolge eines Druckfehlers steht: „An den Rohrwänden werden Elektronen getrennt", anstatt gebremst.

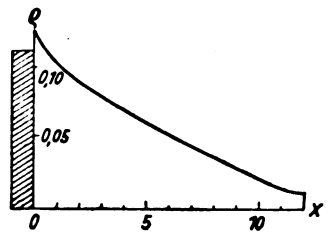


Fig. 18b.

Die Fig. (18b) veranschaulicht die Größe der Raumladungen in einer kontinuierlichen Säule[1]). In einer geschichteten Säule müssen die Ladungen stellenweise dichter sein. In (18b) bezeichnet x die Entfernung von der den Rohrquerschnitt ausfüllenden Anode. Vorausgesetzt ist, daß in dem 2 cm weiten Rohr eine 12 cm lange positive Säule existiert, daß der Gradient in der Rohrachse gleichmäßig gleich 30 Volt/cm ist und daß die Raumladungen innerhalb eines jeden Querschnittes gleichmäßig verteilt sind. Außerdem ist vorausgesetzt, daß die Ladungen der kathodischen Gebilde in der Säule kein Feld geben[2]).

Die Ordinaten geben die Raumladungsdichten in statischen Einheiten. Die schraffierte Fläche gibt die wirksame Flächenladungsdichte der Anode an. Nach der Figur beträgt die wirksame Anodenladung etwa 0,35 statische Einheiten und die ganze Ladung in der betreffenden Säule etwa 2 statische Einheiten. Über die Ausführung der Berechnungen siehe Holm, 80. Bei dieser Berechnung handelte es sich zunächst um den Gradienten in der Rohrachse. Von dort fällt das Potential nach den Seiten hin, und dessen seitlicher Gradient wird durch die negative Wandladung vergrößert. Die Äquipotentialflächen erhalten etwa die in der Fig. (18c) angedeutete Form, welche an den gegen die Kathode konvexen Schichten vermutlich ersichtlich wird.

Bei großer Stromdichte kann das Feld (nach der Schichtform zu beurteilen) sogar etwa die in der Fig. (18d) gezeigte Form annehmen.

Hier ist das Feld der mittleren Strombahn

1) Man beachte, daß die in den Lehrbüchern gewöhnlich gebrauchte, die Streuung der Kraftlinien nicht berücksichtigende Rechnungsweise $\left(\text{wo gesetzt wird } 4\pi\varrho = \frac{d^2V}{dx^2}\right)$ für die lange positive Säule zu gänzlich falschen Resultaten führt.

2) Die kräftigen Ladungen auf und vor der Kathode heben ihre Wirkungen nach der Anodenseite fast vollständig auf, so daß ihr im Gebiet der positiven Säule resultierendes Feld vernachlässigt werden kann. Auch vor der Anode liegt eine für den Anodenfall verantwortliche negative Ladung, welche das Anodenfeld nach außen wesentlich abschirmt. Die in der Fig. (18b) eingetragene Anodenladung ist etwa als ein Überschuß zu betrachten.

Digitized by Google

sehr gleichmäßig. Schon die aus einer dünnen Randschicht stammenden Ionen genügen für den Strom nach der Wand. Die Wand ist

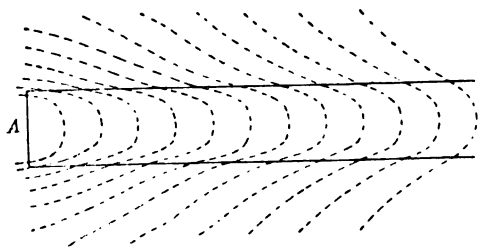


Fig. 18c.

stärker negativ als nach (18c) und nur ein kleiner Prozentsatz des Elektronenstromes diffundiert nach der Wand. Der Elektronenverlust ist also prozentual verhältnismäßig klein.

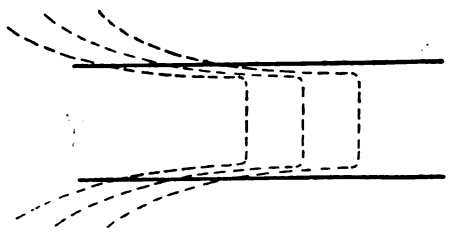


Fig. 18d.

Der Elektronenverlust nach den Wänden muß durch Ionisation in der mittleren Strombahn ersetzt werden. Darum nimmt der Weglängegradient höhere Werte als g_∞ an, und zwar um so höher, je größer der prozentuale Elektronenverlust ist. Mit Äquipotentialflächen nach (18c) braucht der Strom einen größeren g als mit den Flächen nach (18d), d. h. g nimmt bei steigendem I ab.

Auch von $\frac{\lambda}{R}$ hängt g ab, denn je größer diese Größe wird, je größer wird im Verhältnis zum Rohrquerschnitt dasjenige Randgebiet, aus dem die Elektronen im wesentlichen nach der Wand diffundieren. Darum steigt g gleichzeitig mit $\frac{\lambda}{R}$.

Eine gewisse Rolle für g spielt auch die Raumladungslast, womit Folgendes gemeint wird: Der Strom muß eine für die in der Fig. (18b) veranschaulichten Ladungen zureichende positive Ionenmenge zur Verfügung stellen. Bei kleiner Stromstärke kann dafür, trotz der gleichzeitig vergrößerten Anforderung an die Ionenmenge, eine Erhöhung des g bedingt werden. Der Strom vermag die betreffenden Ladungen nur solange zu bilden, wie er eine gewisse Grenze I_m überragt. Die Raumladungslast wird anstrengender und die Feldform ungünstiger, je größer der Quotient $\frac{\text{Säulelänge}}{\text{Säuleradius}}$ ist. Mit diesem steigt also auch I_m, allerdings recht langsam. Obwohl hierauf meistens nicht geachtet worden ist, lassen sich viele Messungen gut vergleichen, indem sie angenähert für den Wert 15 des genannten Quotienten gültig sind, vgl. Holm 92, S. 170.

Es hängt I_m auch vom Quotienten $\frac{\lambda}{R}$ ab und steigt gleichzeitig mit ihm, obwohl nicht zu ihm proportional. Das versteht man aus folgender Überlegung: Man setze $\lambda =$ Konst. und vermindere R. Dann muß, wenn g konstant bleiben soll, laut den Berechnungen zu Fig. (18b) (Holm, 86) ϱR konstant bleiben, wo ϱ die Ladung pro Einheitslänge des Rohres bedeutet. Demnach müßte I_m proportional zu $\frac{1}{R}$ steigen. Es steigt nach einem anderen Gesetz, weil g auch mit veränderlich ist.

Wenn I von oben gegen I_m tendiert, so wird die Feldform immer ungünstiger und die prozentuellen Elektronenverluste immer größer. Darum wächst g zu einem (von $\frac{\lambda}{R}$ abhängigen) Maximum g_0, das er allerdings schon bei $I_0 > I_m$ erreicht.

Durch Extrapolation aus seinen Messungen findet Holm[1]) als wahrscheinliche I_0- und g_0-Werte für H_2:

$$I_0 = \frac{0{,}25}{1 - e^{-\frac{8}{3}p}},$$

und

$$g_0 = 0{,}71 + 0{,}0395\left[\frac{1}{1 - e^{-\alpha}} - 1\right], \qquad (18e)$$

wo

$$\alpha = \frac{p}{4} = 0{,}0083\,\frac{R}{\lambda}.$$

Da ist $p = p$, wenn $R = 1{,}4$; d. h. Reduktion auf $R = 1{,}4$ nach (5c) wird vorausgesetzt.

Die Abnahme des g mit wachsendem I findet Holm durch folgende empirische Formel gut dargestellt:

$$g = g_0 - 0{,}10 \cdot \log\frac{i}{i_0}. \qquad (18f)$$

Den Grad der Übereinstimmung zwischen Berechnung und Beobachtung zeigt die folgende,

1) Vgl. Holm, 92, wo g_0 eine andere Bedeutung hat und außerdem infolge eines Druckfehlers in den Formeln (4m) und (4n) durch die Bezeichnung g_∞ ersetzt worden ist. Holms g-Werte sind hier oben zur Übereinstimmung mit der λ-Reihe der Tabelle (5d) reduziert worden.

Digitized by Google

umgerechnete[1]) Tabelle (18g) von Holm. Die Ähnlichkeit ist gut erfüllt, d. h. g ist von R unabhängig.

Tabelle (18g). g_{med} in der H_2-Säule.

p	g_0	$\varphi = 3$	10	50	200 mA.
2	beob.	0,67	0,58	0,54	0,51
	ber. 0,77	0,67	0,62	0,55	0,49
1,5	beob.	0,66	0,66	0,58	0,51
	ber. 0,80	0,70	0,65	0,58	0,52
1,0	beob.	0,76	0,70	0,61	0,58
	ber. 0,85	0,77	0,72	0,65	0,59
0,5	beob.	1,04	0,99	0,94	0,87
	ber. 1,00	0,96	0,91	0,84	0,78
0,25	beob.	1,46	1,44	1,44	1,39
	ber. 1,59	1,55	1,50	1,44	1,38
0,10	beob.	2,35	2,26	2,22	2,17
	ber. 2,25	2,25	2,20	2,14	2,09
0,05	beob.	3,3	3,3	3,1	
	ber. 3,81	3,8	3,8	3,7	

Noch bessere Übereinstimmung zwischen einer ähnlichen Formeldarstellung und Beobachtungen zeigt Holms Tabelle für N_2 (Holm, 92, Tabelle (5n)). Da ist allerdings die entsprechende Formel (18f) durch ein Glied verlängert worden, das eine Verminderung des g als die Folge einer zweistufigen Ionisation darstellt. Je größer I und je kleiner R ist bei sonst homologen Zuständen, je größer ist die Wahrscheinlichkeit der zweistufigen Ionisation. Diese veranlaßt darum einen Verstoß gegen die Voraussetzung Y, § 5, der zum Resultat hat, daß g von R abhängig wird. Holm nimmt an, daß die Fähigkeit der N_2-Moleküle einen metastabilen Zustand anzunehmen, in welchem sie die zweiten Stöße abwarten können, die zweistufige Ionisation ermöglicht, und zwar schon bei recht mäßiger Stromdichte. Er berechnet die nötige Dauer des metastabilen Zustandes, um den beobachteten Effekt zu ermöglichen und kommt zu Halbwertszeiten von der Größenordnung einer Sekunde, d. h. gerade dieselbe Dauer, die man an dem „Nachleuchten" des N_2 beobachtet hat. Sonst sei betreffend dieser Beobachtungen an N_2 hervorgehoben, daß sie bei Drucken von 1 bis 2,5 mm Hg nahe gleichgroße g-Werte in N_2 und H_2 ergeben und daß im übrigen die Druckabhängigkeit des g größer in H_2 und die Stromabhängigkeit ein wenig größer in N_2 ist. Einige weniger vollständige Messungen in ziemlich reinem He ergaben zwischen 0,5 und 4 mm Druck äußerst kleine Veränderungen (< 10 bis 15 Proz.) des Gradienten $\mathfrak{G}$. $\mathfrak{G}$ hatte etwa dieselbe Größe wie in H_2 und N_2 beim Drucke 0,1 mm Hg. Von I war $\mathfrak{G}$ hier fast unabhängig, erst bei kleineren Drucken nahm es mit wachsendem I etwas ab. Die Größe $\frac{g}{\lambda}$ war also auffallend konstant, vgl. § 19.

1) Siehe vorhergehende Fußnote.

§ 19. Über Schottkys Theorie der positiven Säule.

Bisher hat es sich um Fälle gehandelt, wo jedes Elektron recht oft ionisieren muß, d. h. um typische positive Säulen. In solchen hat eine beträchtliche Menge der Elektronen Ionisationsgeschwindigkeit und eine ausgeprägte Bewegung in der Feldrichtung. Besonders in der geschichteten Säule können sich getrennte Geschwindigkeitsklassen der Elektronen merkbar machen, nämlich schnellere, welche mehrere Schichten durchlaufen und langsamere, welche in einer Schicht entstehen und in der nächsten ihre Energie abgeben[1]). Viel einfacher liegen die Verhältnisse im kurzen Rumpf oder bei so großer Stromstärke und kleinem g, daß nur ein kleiner Prozentsatz der Elektronen sich mit der Ionisationslast befassen müssen. Dann haben die meisten Elektronen Geschwindigkeiten, bei denen sie elastisch reflektiert werden und es bildet sich im wesentlichen eine Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen aus, wie zuerst Langmuir, 117, später auch Schottky und v. Issendorff, 158, an Entladungen durch Hg-Dampf gezeigt haben. Man kann somit von einer Temperatur des Elektronengases sprechen. Im Rumpf der Entladung durch Hg-Dampf hat Langmuir eine Temperatur der Elektronen von etwa 15000 bis 30000° C entsprechend der mittleren Voltgeschwindigkeit von etwa 1 bis 2,5 Volt beobachtet. Wenn man nun die Abweichung der Elektronenbewegung von der Maxwellschen als klein voraussetzen kann, so vereinfachen sich viele Berechnungen. Besonders werden nach Schottky Berechnungen der Elektronendiffusion nach den Gesetzen der Gasdiffusion ermöglicht. Es handelt sich vor allen Dingen um die negative Aufladung der Sonden und der Wände an der Säule sowie um die Elektronenverluste nach den Wänden. Wir haben schon erwähnt, daß

1) Vgl. Beobachtung von Seeliger und Okubo, 183, an den von diesen verschiedenen Elektronengattungen erzeugten Spektren. Die einen haben in und zwischen den Schichten fast dieselbe Stärke, während die anderen gleich wie die Schichten wellenförmig ihre Intensität stark verändern. Es muß allerdings bemerkt werden, daß die hier vorkommenden schnellen Elektronen eventuell Primärelektronen sein können, denn solche laufen bei großem K auch in die Säule hinein, vgl. Holm, 88, Fig. 13.

Digitized by Google

die betreffenden Gegenstände ein negatives Potential annehmen müssen, um die Elektronenzufuhr so weit herabzusetzen, daß der vom Felde herangezogene und infolge Diffusion heranwandernde Ionenstrom gleich der Elektronenzufuhr wird. Langmuir vernachlässigt in der Nähe der Wand die Stöße gegen die Moleküle und entfernt sich dadurch vermutlich recht weit von der Wirklichkeit. Er rechnet mit einem Childschen Entladungstypus, bei dem der Strom nur durch Raumladungseffekte geregelt wird. Ein wesentlicher Fortschritt wird durch Schottky, 157, gewonnen, indem er die Diffusionsgleichungen zu Hilfe nimmt. Seine Theorie dürfte den Anfang einer quantitativen, mathematischen Theorie der Säule darstellen.

Schottky setzt die Ionen- und Elektronendichte dicht an die Wand gleich Null[1]) und kommt bald zu dem Schluß, daß schon deswegen die Ionendiffusion nach der Wand so groß wird, daß sie durch das elektrische Feld nur wenig vergrößert wird. Der Ionenstrom hat somit Sättigungscharakter. Die Versuche von Schottky und v. Issendorff mit *Hg*-Dampf haben dies bestätigt (158). Eine künstliche Erniedrigung des Potentials eines leitenden Stückes der Wand bewirkt also, daß der Elektronenstrom zurückgewiesen wird, so daß der Ionenstrom allein an die Wandelektrode gelangt. Eine weitere Erniedrigung desselben Potentials veranlaßt nur eine kleine weitere Stromveränderung (siehe die Fig. 1 in 158). Durch die Messung des Sättigungswertes des Ionenstromes bekommt man also ein annäherndes Maß sowohl des normalen Ionen- wie des Elektronenstromes. Vorausgesetzt, daß im Inneren der Säule keine Wiedervereinigung stattfindet und daß also die ganze Neuerzeugung von Ionen von den Wänden empfangen wird, gibt die betreffende Messung sogar auch die Ionisationsintensität in der Säule an. Kennt man den Hauptstrom, so läßt sich nun auch der „Ausbeutefaktor" $\varkappa$ berechnen. Dieser gibt an, der wievielte Teil der Hauptstromleistung zur Ionisierung verwendet wird. Die Möglichkeit dieser einfachen, aber umfangreichen Variablenbestimmung bedeutet eine Erleichterung sowohl für die Ausbildung der Theorie wie für deren numerische Prüfung. Deduziert wird nun vor allen Dingen folgende Formel des achsialen Gradienten

$$G = \frac{\partial V}{\partial z} = \frac{2{,}405}{R} \sqrt{\frac{V_i}{\varkappa}} \sqrt{\frac{k^+}{k^-}} \sqrt{V^+ + V^-}. \qquad (19a)$$

Hierbei bedeutet k^+ und k^- die beiden Ionenbeweglichkeiten, $V+$ und $V-$ die Potentialäquivalente der Temperaturen der positiven und negativen Korpuskeln in Volt.

Die wichtigsten Aussagen der Gleichung (19a) sind, daß der Potentialgradient vom Strom nicht und vom Druck wenig abhängt und proportional zu $1:R$ ist. Diese Aussagen stehen in großen Zügen im Einklang mit den Beobachtungen an Edelgasen. Was die ersten betrifft, vergleiche man die in § 18 erwähnten Beobachtungen von Holm an H_2 und *He*. Die Konstanz des Produktes $G \cdot R$ hat Claude, 220, in *Ne* weitgehend bestätigt, vgl. Holm, 86.

In dem Teil der Quecksilberdampfentladung, der von schnellen Dampfströmungen durchzogen ist, haben diese Strömungen unter Umständen einen erheblichen Einfluß auf die Wanddiffusion. Die auffallend hohen Gehäuseströme, die in metallischen Großgleichrichtern beobachtet wurden (bis 90 Amp.) sind nach Schottky und Langmuir auf diesen Effekt zurückzuführen (vgl. Schottky, 156 u. 158, und Langmuir, 116), der sich unter wohldefinierten Verhältnissen ebenfalls theoretisch behandeln läßt und zu einer Bestimmung der (neutralen) Diffusionsgeschwindigkeit verwendet werden kann. Derartige Versuche, in provisorischer Form ausgeführt, haben Ergebnisse geliefert, die ebenfalls mit den theoretischen Erwartungen im Einklang sind. Dagegen spielt bei den beobachteten Wandströmen keine Rolle ein früher von Schottky, 156, zur Erklärung herangezogener Effekt, der auf Auslösung von Sekundärelektronen an der Wand beruht. Diese Tatsache wurde durch ein Experimentum crucis erhärtet, nämlich durch Erwärmungsmessungen an einer zylindrischen von der Entladung durchflossenen Sonde, die auf hohes negatives Potential aufgeladen war (158).

Was endlich die bei höheren Drucken und Rohrwerten eintretende Loslösung der positiven Säule von der Wand, das Zusammenziehen nach der Mitte betrifft, so wird angenommen, daß dieser Effekt besonders dann auftritt, wenn die Säulenbahn stark erwärmt und infolge der Vergrößerung von λ für den Strom leicht durchdringlich ist (Günther-Schulze, 70). Die umgebenden kalten Gasschichten wirken auf die Leitungskorpuskeln relativ bremsend und übernehmen die Rolle der Wand die Wiedervereinigung zu vermitteln.

Die Formel (19a), besagt, daß G von I unabhängig ist. Holms Beobachtungen an Säulen in unedlen Gasen zeigen aber einen Abfall des G mit steigendem I, welcher (das sei betont) nicht durch eine Temperaturerhöhung in der Säule bedingt sein kann, denn dann hätte der Abfall des G, jedenfalls in einem gewissen Gebiet,

1) Es wird wohl eine Folge der kleinen Ionendichte an der Wand sein, daß nahe der Wand besonders wenig Anregungen bzw. Wiedervereinigungen stattfinden. Möglicherweise beruht darauf die Dunkelheit dicht vor der Wand.

Digitized by Google

beschleunigt sein müssen, was nicht der Fall ist und die gut bestätigten Ähnlichkeitsgesetze hätten wegen Verstoßes gegen (U) nicht erfüllt sein können. Schottky erhebt allerdings nicht Anspruch darauf, daß sein Gesetz bei kleinem Strom oder in unedlen Gasen gültig sein soll.

Es sei hier anschließend über einige neue Versuche von Holm[1]) kurz berichtet. Er machte Beobachtungen an positiven Säulen (in H_2, N_2, He), deren Wände auf gewissen Längen innen aus Kupfer bestanden und also leitend waren. Es wurde verwendet teils ein Cu-Zylinder, dessen Länge das 5-fache des Durchmessers betrug, teils ein Zylinder, dessen Länge ein Viertel des Durchmessers betrug. In keinem Falle ergaben sich Sättigungswerte des positiven Stromes nach dem Zylinder. Im Gegenteil, dieser Strom wuchs andauernd, wenn das Potential des Zylinders erniedrigt wurde, bis schließlich der Zylinder als Kathode diente. Damit brauchte allerdings nicht die sonstige Kathode ganz aus ihrer Tätigkeit zu treten. Der kleine Zylinder lud sich spontan nur wenig negativer als für eine Sonde in seiner Mitte berechnet wurde. Der größere nahm um 20—120 Volt (in H_2 und N_2, steigend mit dem Druck) niedrigere Spannung an als eine Sonde in seiner Mitte, so daß nur 5—15 Proz. seiner Länge ein höheres Potential als das angrenzende Gas behielt. Es war nun zu erwarten, daß die Elektronenverluste der Säule innerhalb des der Anode näheren Teils des großen Zylinders beseitigt und G darum erniedrigt werden würde. In N_2 und He trat tatsächlich oft eine kleine Erniedrigung des G auf, in H_2 wurde aber G daselbst immer vergrößert und zwar um so mehr, je negativer gegenüber der Säule die Cu-Wand war (vgl. den Schluß des § 20).

§ 20. Die positiven Schichten.

Wir geben hier eine kurze Darstellung in wesentlicher Übereinstimmung mit Holm, 92. Wegen älterer Literatur, speziell Abhandlungen von Neubert und Wehner, wird auf die Holmsche Abhandlung verwiesen. Holm zeigt, daß die Schichten in H_2 und N_2 mit Bezug auf S, V_s und ihre Form den Ähnlichkeitsgesetzen genügen, wenn bei einheitlichem Reinheitsgrad gearbeitet wird.

Bei großem I ist S von I sehr wenig abhängig, während S als Funktion von $\frac{R}{\lambda}$ gegeben ist durch „Goldsteins Gesetz"

$$S = c\left(\frac{\lambda}{R}\right)^m \qquad (20a)$$

wo für enge blaue Schichten in H_2 $m = 0{,}52$, und für Schichten in N_2 $m = 0{,}3$.

Die weiten roten Schichten in H_2 zeigen ein anderes Verhalten, das in der Fig. 20b veranschaulicht wird.

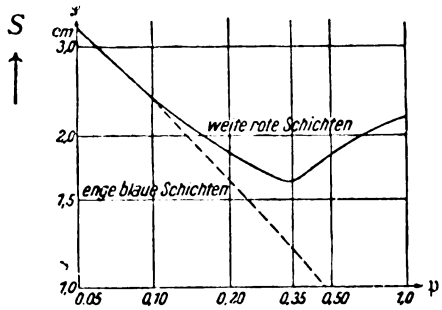


Fig. 20b. Sichten in H_2, auf $R = 1{,}4$ reduziert. Logarithmische Skala.

A. Partzsch, 135, hat eine mit der Goldsteinschen konkurrierende Formel aufgestellt. Er zielte etwas weiter, was ihm aber vorläufig mißlang (vgl. Holm, 92, S. 188). J. J. Thomson, 194, hält es aus theoretischen Gründen für wahrscheinlich, daß Goldsteins Gesetz eine nur innerhalb gewisser Grenzen gültige Annäherung darstellt. Darin wird er wohl recht haben, obwohl gegen seine Theorie schwerwiegende Einwände erhoben werden müssen (vgl. unten).

Die Fig. 20c (Tafel V) zeigt einige Schichttypen. Über die Verteilung einiger H_2-Schichttypen in $p - I$-Diagrammen (beide von Holm stammend, auf $R = 1{,}4$ reduziert) geben die Figuren 20d und 20e Bescheid.

Die Schichtenpotentialdifferenzen V_s sinken von gewissen Maximen, bei ziemlich kleinem I und $p = 1$, in H_2 zu V_{min} = etwa 11,5 Volt und in N_2 zu etwas zwischen 8 und 9 Volt bei großem I und kleinem p. Es sind 11,6 und 8,4 Volt nach (3a) gerade die Ionisationspotentiale der betreffenden Moleküle.

Der Schilderung des experimentellen Befundes mögen jetzt einige theoretische Schlußfolgerungen folgen. Das Resultat, daß V_s zumindest gleich der Ionisationsspannung des Moleküls ist, bestätigt die übliche Vorstellung, daß Elektronen, welche in einer positiven Schicht erzeugt werden, in der nächsten ionisieren (über eine Ausnahme bei Schichtpaaren siehe unten). Wenn $V_s = V_{min}$ ist, muß, bei gegebenem g, auch $S =$ einem S_{min} sein, denn g ist fast unabhängig von S.

Nach oben scheint V_s eine recht große Variationsfreiheit zu besitzen. Wir schließen daraus, daß bei großem V_s nicht V_s, sondern

1) Nur an dieser Stelle veröffentlicht. Für die freundliche Bereitstellung der Apparate dankt der Verf. auch an dieser Stelle dem Leiter des Forschungslaboratoriums der Siemens & Halske A.-G., Herrn Prof. H. Gerdien.

Digitized by Google

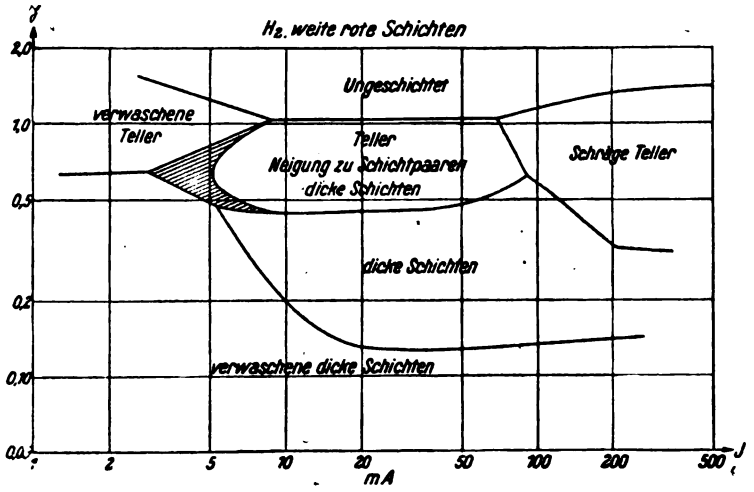


Fig. 20d.

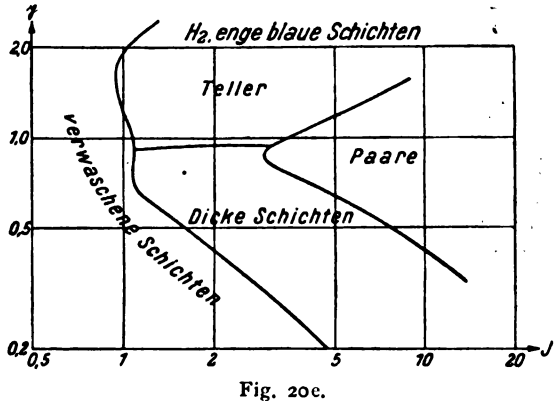


Fig. 20c.

eine andere Variable für die Schichteinteilung, d. h. für S bestimmend ist. Die Erfüllung der Ähnlichkeitsgesetze bedeutet, daß S eine Funktion von $\frac{R}{\lambda}$ ist, deren Art aus (20a) hervorgeht.

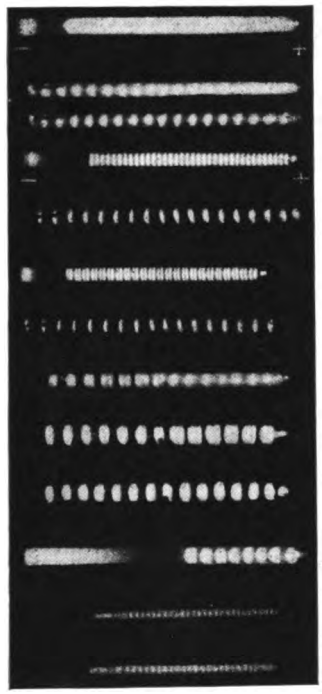
Wenn $\frac{R}{\lambda}$ wächst, so dürfte ein Bestreben existieren, die Anzahl λ pro Schicht konstant (also V und $S \cdot p$ annähernd konstant) zu erhalten. Nun sind aber offenbar die Schichten schwerer zu formen (sie müssen genauer ausgerichtet werden), je größer $\frac{R}{\lambda}$ ist. Es dürfte darum auch ein Bestreben bestehen, S konstant zu erhalten. Im allgemeinen wird ein Mittelweg betreten, indem etwa $S\sqrt{p}$ konstant bleibt (Goldsteins Gesetz).

Warum verläßt nun der Wasserstoff bei $p > 0{,}35$ das Goldsteinsche Gesetz? Ich bin jetzt nicht imstande, darauf zu antworten, möchte aber vermutungsweise behaupten, daß der Zuwachs des S mit dem Phänomen der Schichtpaarbildung zusammenhängt.

Die Diagramme zeigen, daß das pI-Gebiet der Paarbildung gerade das Gebiet des mit p wachsenden S laut (20b) ist. Ich habe schon früher die Ansicht geäußert, daß die Schichtpaare als aufgeteilte Einfachschichten zu betrachten seien. Viele Gründe sprechen dafür: Bei etwa $p = 1$, wo die Einzelschichten der Paare ungefähr das für die enge blaue Schichtung geltende S erhalten, bilden sich die schönsten Paare. Das V_s der Einzelschichten der Paare ist meistens wenig größer als $V_{\min}$. Es kann allerdings (bei der engen blauen Paarung) sogar vorkommen, daß $V = \frac{V_{\min}}{2}$ ist. Wehner hat zwischen den Einzelschichten der Paare V-Werte bis herunter zu 5,69 Volt, d. h. fast genau $\frac{11{,}5}{2}$, beobachtet. In diesem Fall dürften Elektronen, die in einer Einzelschicht entstehen, erst in der zweitnächsten ionisieren, wenn nicht zweistufige Ionisation auftritt.

Die Auffassung der Paarung als eine Aufteilung der einfachen Schichten wird besonders einleuchtend durch folgende Beobachtungen gekräftigt. Es ist mir oft durch kleine Druck- oder Stromänderungen gelungen, zu bewirken, daß Einzelschichten sich in Paare ganz allmählich auflösten, und umgekehrt, daß Paare sich zu normalen weiten Schichten zusammenballten. Die Aufnahmen 7, 8 und 9 in (20c) zeigen Schichtpaare beim Entwickeln. Eine gewisse Unsicherheit der Schichtform zeigte sich, besonders in der Entladung des Bildes 8 der Fig. (20c) darin, daß die der Anode nächstliegenden Schichten schnell ihre Form und Lage änderten, so daß ihre Bilder verschwommen wurden. Es gibt in der Literatur mehrere Bemerkungen über bewegte Schichten. Siehe z. B. Aston und Kikuchi, 10, und Kikuchi, 107.

Digitized by Google



1 Ungeschichtete Säule.
2. Verschwommene Schichten.
3. Verschleierte Schichten.
4. Teller, enge blaue.
5. Teller, weite rote.
6. Schichtpaare, enge blaue.
7. Neigung zu Paarbildung.
8. Neigung zu Paarbildung.
9. Neigung zu Paarbildung.
10. Dicke Schichten in reinem H_2.
11. Dicke Schichten bei kleinem Druck.
12. Deutliche Schichten in N_2.
13. Etwas verschleierte Schichten in N_2.

Fig. 20c.

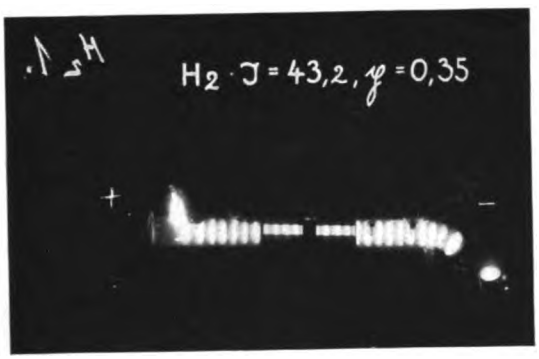


Fig. 20f.

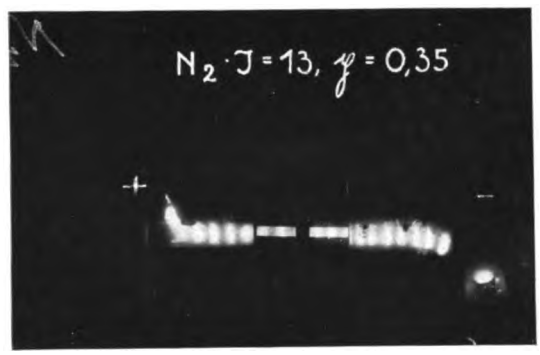


Fig. 20g.

Digitized by Google

Digitized by Google

Nach der erwähnten Auffassung sind die weiten roten Schichten, welche von Goldsteins Gesetz abweichen, als zusammengeballte Schichtpaare zu betrachten. Daher ihre Dicke und die abweichende Größe ihres S. Was nun das Zusammenballen veranlaßt, ist, wie gesagt, noch rätselhaft.

Die Schichtpaarbildung muß auf einem Phänomen beruhen, das in H_2 kräftig, in N_2 schwach ist, weil ja in N_2 keine Paare vorkommen. Die Gehorsamkeit zu dem Goldsteinschen Gesetz deutet wieder auf eine gewisse Ähnlichkeit zwischen dem N_2 und dem etwas feuchten H_2. In dem schwach feuchten H_2 (blaue Schichten) ist, wie Seeliger, 173, bemerkt, das Viellinienspektrum etwas zugunsten des Balmerspektrums zurückgedrängt, was auf eine starke Dissoziation zu H-Atom-Gas hindeutet. Seeliger will in dieser Dissoziation eine Vorbedingung des Goldsteinschen Gesetzes sehen. Wie eine entsprechende Vorbedingung bei dem N_2 erfüllt sei, sagt er aber nicht.

In § 19 wurden Beobachtungen des Verf. an Säulen mit teilweise leitenden Wänden erwähnt. Die betreffenden Untersuchungen galten zum Teil auch der Theorie der Schichten. Zur Erwiderung der gelegentlich früher aufgetauchten Vorstellung, daß die Schichten durch Wandladungen bedingt seien, hat Verf. schon früher Säulen in leitenden Wänden untersucht, Holm, 84, S. 243. Es zeigte sich, daß die Säule in H_2 sich nur so veränderte, als ob das Rohr enger geworden wäre. Daß das Potential eines großen Teils der Wand einheitlich geworden war, hinderte nicht die Schichtbildung. Bei den neuen Messungen wurde das Potential der leitenden Wand gemessen und der Säule gegenüber beträchtlich negativ gefunden (§ 19). Wenn die Potentialdifferenz des Säuleninneren zur Wand die Größenordnung 200 Volt erreichte, nahm in N_2 die Entladung da die Farbe des negativen Glimmlichts an und die Schichten verschwanden. Wahrscheinlich gab die Wand Elektronen ab. Sonst veränderten sich die Schichten wenig in N_2. In H_2 dagegen zog sich die Säule schon früher als in N_2 von negativen Wandteilen zurück, bzw. verjüngte sich, ohne doch die Schichten zu verlieren. Diese verkürzten ihre Abstände, S, in etwas höherem Maße als das der Verjüngung. Die Schichtpotentiale V_s blieben dabei konstant oder verminderten sich ein wenig. Der Gradient nahm also zu. Verminderung der Schichtabstände bis zu weniger als die Hälfte kamen vor. Die Veränderungen waren am größten am anodischen Ende der leitenden Wand, wo deren Potentialdifferenz dem Säuleninneren gegenüber am größten war. Je größer die Stromstärke war, desto weniger veränderten sich die Schichten. Die Fig. (20f und 20g, Tafel V) zeigen wenig veränderte Säulen in teilweise leitenden Wänden. Fenster gestatten den Einblick innerhalb der betreffenden Cu-Zylinder.

Eine der verwendeten Röhren ($R = 1$) trug in der Mitte der Säulenbahn eine kugelförmige Erweiterung ($R = 6{,}5$), in deren Mitte der Gradient zwischen zwei 6 cm auseinander hineinragenden Sonden gemessen werden konnte. Bei kleinem Drucke blieb diese Kugel dunkel und zeigte einen etwa um das dreifache verkleinerten Gradienten gegen das normale Rohr ($R = 1$ cm). Bei größerem Druck bildeten sich in der Kugel eine oder zwei Schichten aus, und der Gradient wurde etwa halb so groß wie im normalen Rohr. In allen Fällen blieb doch der Gradient weit oberhalb des Günther-Schulzeschen Normalgradienten.

J. J. Thomson, 194, hat sich die Mühe gegeben, eine mathematische Theorie der geschichtlichen Säule auszuarbeiten. Da er von dem Einfluß der Wände ganz absieht, die Bildung von negativen Ionen unabhängig von der Geschwindigkeit der Elektronen und den Elektronenverlust durch Wiedervereinigung proportional zu dem Produkt aus der Anzahl der positiven Ionen und der Elektronen der Strombahn setzt, alles von unserer jetzigen Auffassung sehr abweichende Annahmen, so ist nicht zu erwarten, daß seine Theorie in ihrer jetzigen Form Einblicke in die Wirklichkeit geben wird. Besonders die letztgenannte Annahme ist dafür verantwortlich, daß seine Formeln einen Zuwachs des Gradienten mit wachsendem Strom ergeben, was gegen alle Erfahrung verstößt.

Grotrian, 225, und Holst und Oosterhuis, 96, haben direkt vor der Kathode in bzw. Hg-Dampf und Ne leuchtende Schichten erzeugt, welche eine Klasse für sich bilden. Grotrians Schichten hatten gegenseitige Potentialdifferenzen von 4,9 Volt. Stoßionisation fand in ihnen nicht statt. Die Schichten von Holst und Oosterhuis gehörten zu einer schwachen Entladungsform, die noch nicht den Glimmstromcharakter hatte, und hatten Potentialdifferenzen genau gleich der Ionisierungsspannung. Die in der ersten Schicht (von der Kathode aus) ionisierenden Elektronen müssen in der Kathodenoberfläche erzeugt worden sein, und zwar ohne daß ein richtiger Kathodenfall bestand.

Wesentlich mit der Absicht, den Perlenschnurblitz zu erklären haben Righi, Toepler, Trowbridge und Amaduzzi Riesenschichten erzeugt und untersucht. Ich notiere hier nur zwei der hierhergehörigen Arbeiten, Toepler, 196, und Amaduzzi, 3.

Digitized by Google

§ 21. Verschiedenes.

Gemäß den Einschränkungen, die wir uns für diesen Bericht gesetzt haben, begnüge ich mich damit, einige die Theorie des Glimmstroms streifende, aber für ihre bisherige Gestaltung nebensächliche Gebiete nur in der Weise zu behandeln, daß ich an ganz kurzen Bemerkungen darüber anschließend, besonders typische Literatur anweise.

Das Kapitel Spektrale Erscheinungen (Graetz III, Abteil. IX, S. 788—884) ist durch zahlreiche neue Messungen bereichert worden. Einige von Seeliger und dessen Schülern wurden in §§ 3, 13 und 18 erwähnt. Damit verwandt sind die Beobachtungen an positiven Schichten, von Stark, 190, und Hardtke, 79.

Gewisse Untersuchungen führten Wood, 213, zu der Folgerung, daß zweiatomige Gase (untersucht wurde N_2 und insbesondere H_2) in der Entladung bei genügender Stromstärke weitgehend in Atome dissoziiert werden. Ferner kommt Wood dazu, eine katalytische Wirkung der Wände, besonders der metallischen anzunehmen, welche die Rückbildung von Molekülen begünstigt. Demgemäß fanden Gehrcke und Lau, 58, das Viellinienspektrum in inwendig versilberten Röhren verstärkt. Katalytische Wirkung sollen auch ganz reine Glasoberflächen besitzen. Als Vergifter des Katalysators, also die Dissoziation befördernd, wirken nach Wood schon Spuren von Sauerstoff oder Wasserdampf und nach Seeliger, 173, auch *HCl*. Die katalysatorische Wirkung der Wände braucht vielleicht nichts anders zu sein als ihre oben (§ 18) erwähnte Vermittlung der Wiedervereinigung. In reinem Wasserdampf erscheint nur das Linienspektrum des Wasserstoffs. Der hyperintensive Lichtbogen von Gerdien und Lotz, 59, mit $j = 100\,\mathrm{A./mm^2}$ emittiert nur die Serienlinien des H und dürfte in atomärem Gas brennen. Seeliger spricht die Vermutung aus, daß die manchmal rätselhafte Wirkung von Vereinigungen auf Katalysatoreneinflüsse im erwähnten Sinne zurückzuführen seien; vgl. auch Seeliger und Wendt, 182.

Auf die Absorption von Gasen in Entladungsröhren und die Desintegration der Elektroden und der Wände sei hier gar nicht eingegangen. Wichtige Literaturstellen sind: Hughes, 99, Vegard, 217, Research Staff of the Gen. El. Co., 149. Dasselbe gelte dem Druck auf die Elektroden und Wände. Literatur: Braunbek, 28, Duffield, 51 (viele Hinweise), Hamburger, 78, Langmuir, 117, Rüttenauer, 152, Skaupy, 184, Tyndall, 205.

C. E. Guye, 77 (da auch Literaturhinweise), hat im Magnetfeld rotierende Entladungen beobachtet. Er berechnet die seitliche Geschwindigkeit der Entladungsbahn, welche er bei hohen Drucken experimentell bestätigt. Bei niedrigen Drucken vermögen die positiven Ionen das Gas in eine beträchtliche Bewegung zu setzen, auf Grund dessen eine Schätzung der Zahl der positiven Ionen ermöglicht wird.

Die Beeinflussung des Glimmstroms durch Magnetfelder hat einige sehr merkwürdige Erscheinungen zutage gefördert. Eine Fülle von sonderbaren Leuchterscheinungen an Entladungsanoden beschreibt Goldstein, 62. Günther-Schulze, 73, untersucht die Wirkung eines transversalen Magnetfeldes an der Kathode der Glimmentladung. Richardson und Chandhuri, 151, und 33, lassen ein Magnetfeld die von einem Glühdraht ausgehenden Elektronen aufwickeln. Im Vakuum würde dadurch die weitere Strombeförderung aufgehoben werden. In Wirklichkeit entsteht, dank der Stöße der Elektronen gegen Gasmoleküle, ein Reststrom. Es scheint schon der erste Stoß des Elektrons für seine Befreiung von der Fessel des Magnetfeldes ausschlaggebend zu sein. Mit diesem Phänomen ist nicht gut vereinbar die Annahme langer regelmäßiger Cykloidenbahnen der Elektronen, die Günther-Schulze, 73 S. 144, macht. Ich möchte die bestimmte Ansicht äußern, daß es nicht gelingen wird, die Phänomene, welche Günther-Schulze und Goldstein beobachtet haben, restlos auf bekannte Phänomene zu reduzieren. Da liegt etwas wesentlich Neues vor, worüber die Theorie sich vorläufig nicht äußern kann. Auf eine Wesensähnlichkeit deuten vielleicht gewisse Ähnlichkeiten im Auftreten zwischen Goldsteins elliptischen Leuchtkurven und Günther-Schulzes Glimmlichtstreifen (73, S. 114). Zusammenstellen möchte ich auch das von Günther-Schulze gefundene Minimum der Dunkelraumdicke im Magnetfeld und die auffallend geringe Druckabhängigkeit des Astonschen Dunkelraumes, Aston 4.

R. Seeliger, 175, hat eine ausführliche Behandlung der Hysterese-Phänomene des Glimmstroms veröffentlicht. Negative Hysteresis (aufsteigender Ast niedriger im Spannung-Strom-Diagramm als absteigender, wenn der Strom Abszisse ist) läßt sich zwanglos erklären durch Temperatureffekte an der Kathode. Die Erwärmung der Kathode durch die Entladung bewirkt eine Dichteabnahme des Gases im Fallgebiet und damit bei anomalem K eine Zunahme der Entladespannung. Die entsprechende Hysteresis der positiven Säule ist positiv. Durch Zusammenwirkung mit dem Kathodenfall, Einflüsse von Verunreinigungen usw. werden die Verhältnisse im Falle einer langen pos. Säule sehr verwickelt (z. B. gekreuzte Hysteresis).

Digitized by Google

Anhangsweise werden Messungen mit einem Pendelunterbrecher über Nachwirkungserscheinungen mitgeteilt, die mit der Zündverzögerung eng zusammenhängen, und es wird gezeigt, daß die durch eine Entladung im Gas erzeugten Ionen und Wandladungen über Zeiten von der Größenordnung 10^{-2} bis 10^{-3} Sek. noch bestehen bleiben und die Zündspannung beeinflussen können.

§ 22. Der elektrische Funke. Elektrodenlose Entladung. Korona.

Nach dem allgemeinen Sprachgebrauch bedeutet der elektrische Funke eine kurzdauernde selbständige Entladung mit leuchtendem Rumpf. Zunächst denkt man an Entladungen in Luft bei Atmosphärendruck. Die Abgrenzung des Begriffes ist allerdings nicht scharf. Man redet nunmehr oft von „Funke" als etwa gleichbedeutend mit „Entladung", wenn es sich nur um den Beginn des Phänomens handelt.

Die Forschungen über die Funkenzündung sind in übersichtlicher Weise zusammengestellt in dem erwähnten Buch von W. O. Schumann „Elektrische Durchbruchfeldstärke von Gasen". Berlin 1923. Indem ich auf diese wertvolle Monographie hinweise, begnüge ich mich hier mit einigen Bemerkungen, welche durch Unterschiede zwischen Schumanns Darstellung und derjenigen, zu der ich in dieser Arbeit gelangt bin, verursacht sind.

Schumann ist von einer Gewohnheit der Erforscher des Funkens zu wenig abgewichen, indem er von dem Begriff des Kathodenfalles zu selten Nutzen zieht. Die Funkenspannung V (nicht die Townsendsche Anfangsspannung, vgl. § 6) läßt sich, wenn der Funke Glimmstromcharakter hat, ausdrücken als

$$V = K_n + F(l), \qquad (22a)$$

wo l die Schlagweite bedeutet und wo oft $F(l)$ annähernd gleich $M\,l$ ist, wenn M eine Konstante bedeutet, die ein Maß des spezifischen Widerstandes des Rumpfes darstellt. M ist für He besonders klein. Man sieht an den Kurven Schum. § 18, daß sie gegen bestimmte endliche Ordinatenwerte im Nullpunkt streben, welche gerade K_n ergeben. Die Figur von Liebig S. 45 und eine andere S. 57 sind in der Nullpunktsnähe falsch extrapoliert.

Nur K_n ist vom Elektrodenmetall abhängig. Sobald l und demnach auch F groß ist, so daß K_n einen prozentual kleinen Teil von V ausmacht, wird der Einfluß des Metalls schwer zu entdecken sein. Hierauf beruht wesentlich die oft vertretene Ansicht, daß daß Funkenpotential nicht vom Elektrodenmetall abhänge. Wenn immer noch Dubois, 49, der doch mit kleinem l gearbeitet hat, sich dazu bekennt, so dürfte das darauf beruhen, daß er gerade die Metalle Cu, W und Pt untersucht hat, vor denen die normalen Kathodenfälle im betr. Füllgas ziemlich gleich groß sein dürften. Die Abhängigkeit der Funkenspannung vom Metall ist beobachtet worden von Campbell, 32, Holst und Oosterhuis, 95 und 96, und H. Stücklen, 193.

Daß die Ladungen der Gegenstände in der Umgebung der Funkenstrecke auf das Funkenfeld mehr oder weniger einwirken, ist selbstverständlich; vgl. das über die Funkenverzögerung Gesagte in § 6. Die etwaige Verbindung dieser Gegenstände untereinander, aber nicht gerade die Erdung spielt natürlich dabei eine Rolle.

Der Vorgang der Funkenzündung ist in Graetz III, S. 887 und Schum., § 1 skizziert. Die Vorstellung von der allmählich herauswachsenden („herausgleitenden") Entladung ist zuerst von M. Toepler, 197, ausgesprochen worden. In welche Richtung dieses Weiterwachsen stattfindet, hängt recht viel von Zufälligkeiten (z. B. von zufällig günstiger Ionisation) ab. Daher die verzwickte Form der langen Funken. Der Funke findet darum nicht die mathematisch kürzeste Bahn. Wenn der Quotient $\frac{\text{Elektrodenabstand}}{\lambda}$ genügend klein ist, so kann es sogar vorkommen, daß der Funke sozusagen absichtlich den kürzesten Weg zwischen den Elektroden und auch die ursprünglich stärkste Feldstärke an der Kathode vermeidet. P. O. Pedersen, 139, gibt hierfür die folgende plausible Erklärung. Bei bestimmten nicht sehr großen Geschwindigkeiten ist die Ionisationswahrscheinlichkeit der Elektronen und Ionen am größten. Demnach gibt es optimale Feldstärken für die Strombeförderung. Solche sucht sich der Funke aus, wenn er auch dafür einen längeren Weg in Kauf nehmen muß.

Wenn bei der Townsendschen Entladung viele Elektronen an Gasmolekülen kleben, so verschärft sich die Forderung auf die Ionisation seitens pos. Ionen, so daß kräftigere Felder erforderlich werden. Das Kleben ist von der Feldstärke abhängig und im schwachen Feld wohl am größten. Durch dessen Eingriff können sich vielleicht gewisse Abhängigkeiten der Anfangsspannung von Inhomogenitäten des Feldes erklären. Schum., 163, hat auf derartige Phänomene schon seine Aufmerksamkeit (bei der Diskussion gewisser Beobachtungen von Klemm, 109) gerichtet. Sein Rechnen mit der Ionisation seitens negativer Ionen und sein Vertrauen zu der Gleichung $\int \alpha dx = K$ betrachte ich dagegen, trotz des Beweises Schum., S. 146, als nicht glück-

Digitized by Google

lich bzw. nur provisorisch. Wenn man bedenkt, daß die positiven Ionen bestimmte Beweglichkeiten besitzen, die Elektronen aber gar nicht (s. § 2), so wird es äußerst unwahrscheinlich, daß die der genannten Gleichung zugrunde gelegte Annahme eines konstanten Verhältnisses $\frac{\alpha}{\beta}$ auch nur annähernd erfüllt ist. Wenn allerdings die Protonen sich in ähnlicher Weise wie die Elektronen bewegen und für die Anfangsspannungen die Rolle spielen können, welche ihnen Knipping zumutet (§ 7), so könnte die Konstanz des $\frac{\alpha}{\beta}$ plausibel werden.

Gegen die besonders von den Praktikern (siehe Zipp, 219) ersehnte Vereinfachung durch den Begriff der „konstanten Durchbruchfeldstärke" wendet sich Schumann in 163.

Walter, 209, Fig. 2, hat gezeigt, daß schnell aufeinander folgende Funken und Blitze dieselbe Bahn benutzen. In den Zwischenzeiten muß also die Bahn gewisse Eigenschaften (Ionisation, Anregung, hohe Temperatur, vgl. Seeliger, 175, und § 21) behalten. Es ist zu erwarten, daß verschiedene Gase dazu ungleich geeignet sind.

Über die elektrodenlose Entladung wurde außer in Schum., § 23, in dieser Zeitschrift ausführlich von Mierdel, 127, berichtet. Man darf wohl Mierdel beistimmen, wenn er sagt, daß in ionisations-elektrischer Beziehung kein prinzipieller Unterschied zwischen Entladungen mit und ohne Innenelektroden besteht. Insofern Raumladungen nicht stören, scheint die elektrodenlose Entladung bei etwa derselben Feldstärke (30 kV/cm bei Atmosphärendruck) anzufangen wie die Townsendsche. Dieses letzte Resultat würde Verf. allerdings, was den Ringstrom betrifft, für zufällig und unrichtig halten. Der Ringstrom müßte nämlich nur seitens der Elektronen Ionisation brauchen. Wenn die Darstellung in § 6 zutrifft, nach der die Feldstärke 30 kV/cm wesentlich durch den Ionisationszwang der positiven Ionen bedingt ist, so würde der Ringstrom besonders in Edelgasen wahrscheinlich mit einem wesentlich schwächeren Feld auskommen als der Funke zwischen Elektroden.

Die Korona an zylindrischen Leitern ist von Peek, 140, und in letzter Zeit vom Verf. untersucht worden. Es ist mir gelungen[1]), die Peeksche empirische Verlustformel durch eine bedeutend leistungsfähigere theoretisch hergeleitete zu ersetzen, die mit genauen Messungen vorzüglich übereinstimmt. Meine Untersuchungen werden später[1]) ausführlich veröffentlicht. Die eigentliche Korona ist ein Ionisierungsgebiet von etwa 1 bis 3 mm Dicke um den betr. Draht herum. Dort dürfte wesentlich Townsendsche Entladungsform bestehen ohne eigentlichen Kathodenfall. Daher kommt es, daß die Einsetzfeldstärke etwa gleich ist für die positive und die negative Korona. Die negative bildet sich allerdings sofort um in eine Menge kleiner Glimmstrombüschel. Die Vorgänge innerhalb des Ionisationsgebietes hat Schumann, auf Townsend fußend, wesentlich geklärt, Schumann, §§ 59, 62 u. 63. Außerhalb des Ionisierungsgebietes bewegen sich Ladungen in der Form von Ionen. Ich nehme an, daß diese Ladungen bei weiter wachsender Elektrodenspannung Größen annehmen, welche dadurch definiert sind, daß hinter ihnen am Drahte das Feld so reduziert wird, daß es nur noch für die Erhaltung des Ionisationsgebietes ausreicht. Aus dieser Annahme und bei Berücksichtigung der normalen Beweglichkeit der Ionen läßt sich meine erwähnte Formel herleiten.

Im Ionisationsgebiet herrscht, wie gesagt, eine Townsendsche Entladung. Die Dicke dieses Gebietes wird in erster grober Annäherung (gerechnet wurde mit der nicht exakten Annahme, daß die Ionisierungskonstanten der positiven und negativen Korpuskeln einander proportional sind und bei Vernachlässigung der Bedeutung der Raumladungen des Gebietes selbst) von solchen Beziehungen beherrscht wie in Schumann, §§ 59 und 62 entwickelt werden. Dagegen basiert eine Theorie von Bergen-Davis, 46, auf der falschen Annahme einer bestimmten Stromdichte am Drahte. Eine derartige Definition der Stromdichte, wie er voraussetzt und wie von der Kathode des Glimmstroms gilt, kommt nur dann vor, wenn die Raumladungen des Stromes ganz für das Feld verantwortlich sind. Das ist nun im Townsend-Strom und in der Korona nicht der Fall.

§ 23. Bemerkungen bei der Korrektur.

Eine eben erschienene Abhandlung von Loeb, 228, welche insbesondere auf Berechnungen von J. J. Thomson, 227, aufbaut, löst mit einem Schlage mehrere Probleme der Ionenleitung. Thomson benutzt den Begriff freie energetische Weglänge („energy free path"), womit gemeint wird die mittlere Weglänge, auf der ein Korpuskel durch Stöße seine Energie verlieren kann. Er denkt sich, daß Ionen auf Moleküle so influenzieren, wie makroskopische Ladungen auf Metallkugeln, d. h. daß zwischen beiden eine der fünften Potenz des Abstandes

1) Vorläufige Mitteilung, 93 (schwedisch).

1) Veröff. aus dem Siemens-Konzern.

Digitized by Google

proportionale Anziehung wirkt. Diese Kräfte veranlassen, ebenso wie die Stöße, Energieausgleiche, also Energieverluste der schnellen Ionen. Thomson berechnet den Faktor, um den die freie energetische Weglänge demzufolge vermindert wird. Loeb setzt die Berechnung fort. Er setzt diejenige Influenzierbarkeit der Moleküle voraus, welche die Dielektrizitätskonstante erklären kann, und substituiert den Thomsonschen Faktor in eine Formel der Ionenbeweglichkeit von Langevin. Er erhält für die Beweglichkeit k

$$k = A \frac{\sqrt{\frac{1+b}{b}}}{p\sqrt{(D-1)M}}, \qquad (23a)$$

wo b den Quotienten der Masse des Ions durch die Masse des Moleküls des umgebenden Gases, M dessen Molekulargewicht und p den Gasdruck bedeutet. Die Wurzel des Nenners ist, nach einleitenden Messungen von Kaufmann, besonders von Loeb selbst experimentell bestätigt worden. Der Zähler, $\sqrt{\frac{1+b}{b}}$, ist besonders interessant. Er gibt die Abhängigkeit des k von der Größe des Ions an und zeigt, daß diese auffallend klein ist. Dies ist in Übereinstimmung mit vorher unerklärten Meßresultaten von Franck, Wellisch und Loeb, zu denen sich kürzlich von Grindley und Tyndall, 229, veröffentlichte Beobachtungen gesellen. Die oben, § 2, angeführte Deutung der Messungen von Eriksson wird nicht richtig sein. Nach Loeb sind junge Ionen beider Zeichen und auch alte negative einmolekular, während alte positive Ionen Konglomerate (clusters) sind. $\sqrt{\frac{1+b}{b}}$ nimmt gerade von 1,42 zu 1 ab, wenn b von 1 zu ∞ wächst.

Die genannte Abhandlung von J. J. Thomson, 227, ist auch noch in vieler Hinsicht anregend bzw. klärend. Ich erwähne nur Folgendes: Zwei Ionen verschiedenen Zeichens beschreiben, wenn ungestört, eine Art von Kometenbahnen umeinander. Wenn sie aber innerhalb gewisser Entfernung voneinander Stöße erleiden, so stürzen sie zusammen und werden rekombiniert. Thomson leitet auf Grund einer solchen Vorstellung Formeln ab für die Häufigkeit der Wiedervereinigung und auch für die Bildung von negativen Ionen. Er findet, daß diese meistens der Wiedervereinigung vorangeht, gerade so wie Holm lange vorausgesetzt hat (vgl. Ende des § 2).

Zu dem am Schluß des § 16 angeführten Versuch von Stolt hat Günther-Schulze, 230, eine klärende Überschlagrechnung ausgeführt, aus welcher hervorgeht, daß auch bei den von Stolt beobachteten Lichtbögen die für das Zustandekommen eines katautothermen Lichtbogens erforderliche hohe Temperatur des Kathodenflecks vorhanden sein dürfte. Der Fleck muß allerdings sehr klein sein. Eingehende Beweise des katautothermen Charakters des Garbarini-Stolt-Bogens dürfte nach Mitteilungen an den Verf. bald von anderer Seite erscheinen.

Zur Verdeutlichung der Behandlung des Gradienten in der positiven Säule in §§ 18 und 19 sei folgendes bemerkt: In Edelgassäulen bestimmen die Elektronenverluste nach den Wänden fast allein den Gradienten, ohne daß Stoßverluste viel stören. Der Gradient wird vom Druck wenig abhängig und die Schottkysche Theorie ist verwendbar. In unedlen Gasen dagegen spielt die Zahl der Stöße gegen Moleküle auch eine wesentliche Rolle. Es wird dann manchmal zweckmäßig, nicht von der Schottkyschen Theorie, sondern von dem Begriff des normalen Weglängengradienten g, auszugehen, so wie es bei der Berechnung der Formel (18e), (18f) und der Tabelle (18g) geschah.

Literatur.

Bezeichnungen wie in „Physikalische Berichte".

E. Marx, Handbuch der Radiologie Bd. I und III, Leipzig 1920 und 1916; Bezeichnung: Marx I und III.

—, Handbuch der Radiologie, Bd. IV, 1, Leipzig 1923; Bezeichnung: Wien Kanalstr.

—, Handbuch der Radiologie, Bd. IV, 2, Leipzig 1924; Bezeichnung: Hagenbach Bogen.

L. Graetz, Handbuch der Elektrizität u. des Magnetismus, Bd. III, Leipzig 1923; Bezeichnung: Graetz III.

W. O. Schumann, Elektr. Durchbruchsfeldstärke von Gasen, Berlin 1923; Bezeichnung: Schum.

Thomson-Marx, Elektrizitätsdurchgang in Gasen, Leipzig 1906.

1) W. Aich, Zeitschr. f. Phys. **9**, 372, 1922.
2) W. Altberg, Ann. d. Phys. **37**, 849, 1912.
3) L. Amaduzzi, N. Cim. **23**, 175, 1922.
4) F. W. Aston, Proc. R. Soc. **79**, 80, 1907; **80**, 45, 1908.
5) —, Proc. R. Soc. **84**, 526, 1911.
6) —, Proc. R. Soc. **87**, 437, 1912.
7) —, Proc. R. Soc. **87**, 428, 1912.
8) —, Phil. Mag. **46**, 211, 1923.
9) —, Proc. R. Soc. **104**, 565, 1923.
10) — und T. Kikuchi, Proc. R. Soc. **98**, 50, 1920.
11) — und H. E. Watson, Proc. R. Soc. **86**, 168, 1912.
12) T. L. R. Ayres, Phil. Mag. **45**, 353, 1923.
13) E. Badareu, Phys. Zeitschr. **25**, 137, 1924.
14) V. A. Bailey, Phil. Mag. **46**, 213 u. 1090, 1923.
15) H. Baerwald, Ann. d. Phys. **60**, 1, 1919.
16) —, Ann. d. Phys. **65**, 167, 1921.
17) R. Bär, M. v. Laue und E. Meyer, Zeitschr. f. Phys. **20**, 83, 1923.
18) H. Bartels, Zeitschr. f. Phys. **20**, 308, 1924.
19) C. B. Bazzoni, Journ. Franklin-Inst. **196**, 627, 1923.
20) O. Blackwood, Phys. Rev. **20**, 499, 1922.
21) N. Bohr, H. A. Kramers u. J. C. Slater, Phil. Mag. **47**, 785, 1924; Zeitschr. f. Phys. **24**, 69, 1924.
22) W. Bothe, Zeitschr. f. Phys. **12**, 117, 1922.
23) —, Jahrb. d. Rad. **20**, 46, 1923.
24) P. B. Boucher, Phys. Rev. **19**, 189, 1922.
25) E. Bouty, Ann. d. Phys. **16**, 5, 1921.

Digitized by Google

26) J. L. Bowman, Phys. Rev. **24**, 31, 1924.
27) E Brandt, Zeitschr. f. Phys. **8**, 32, 1921.
28) W. Braunbek, Zeitschr. f. Phys. **21**, 204, 1924.
29) E. Brose, Ann. d. Phys. **58**, 731, 1919.
30) N. Campbell Phil. Mag. **23**, 400, 1912.
31) —, Phil. Mag. **29**, 783, 1915.
32) —, Phil. Mag. **38**, 214, 1919.
33) R. N. Chandhuri, Phil. Mag. **46**, 553, 1923.
34) W. L. Cheney, Phys. Rev. **7**, 241, 1916.
35) —, Phys. Rev. **10**, 335, 1917.
36) C. D. Child, Phys. Rev. **9**, 1, 1917.
37) K. T. Compton, Phys. Rev. **7**, 489, 501, 509, 1916.
38) —, Phys. Rev. **15**, 476, 1920; **16**, 282, 501, 1920.
39) —, Phil. Mag. **40**, 553, 1920; Phys. Rev. **20**, 283, 1922.
40) —, Phil. Mag. **43**, 531, 1922.
41) —, Phys. Rev. **21**, 266, 1923.
42) —, Phys. Rev. **22**, 333, 1923.
43) —, Proc. Amer. Phil. Soc. **61**, 212, 1922.
44) — und C. Eckart, Phys. Rev. **23**, 554, 1924.
45) — und T. E. Foulke, Gen. Electr. Rev. **26**, 755, 1923.
46) Bergen-Davis, Proc. Am. J. E. E. **33**, 529, 1914.
47) —, Nature **111**, 706, 1923.
48) A. J. Dempster, Phys. Rev. **8**, 651, 1916.
49) E. Dubois, Ann. de phys. **20**, 113, 1923.
50) O. S. Duffendack, Phys. Rev. **19**, 533, 1922; **20**, 665, 1922.
51) W. G. Duffield, Phil. Mag. **45**, 1139, 1923.
52) A. Eldridge, Phys Rev. **21**, 205, 1923.
53) H. A. Erikson, Phys. Rev. **18**, 100, 1921; **19**, 275, 1922; **20**, 117, 1922.
54) J. Franck, Zeitschr. f. Phys. **11**, 155, 1922.
55) —, Zeitschr. f. Phys. **25**, 312, 1924.
56) —, Ergebnisse der exakt. Naturwiss. **2**, 106, 1923.
57) A. Garbarini, Deutsches Patent, Nr. 336823 vom 10. XII. 1919.
58) E. Gehrcke und E. Lau, Berl. Berichte 1922, S. 453, Nr. 32 34.
59) H. Gerdien und A. Lotz, Wiss. Veröff. aus d. Siemens-Konz. **2**, 489, 1922; Zeitschr. f. techn. Phys. **4**, 157, 1923.
60) E. Gibson und W. A. Noyes, Journ. Am. chem. Soc. **44**, 2091, 1922.
61) E. Goldstein, Verh. d. D. Phys. Ges. **2**, 142, 1900; Zeitschr. f. Phys. **21**, 252, 1924.
62) —, Verh. d. D. Phys. Ges. **20**, 123, 1918; **21**, 559, 1919; Zeitschr. f. Phys. **11**, 177, 1922.
63) A. Günther-Schulze, Zeitschr. f. Phys. **13**, 378, 1923.
64) —, Zeitschr. f. Phys. **15**, 8, 1923.
65) —, Zeitschr. f. Phys. **15**, 244, 1923.
66) —, Zeitschr. f. Phys. **19**, 313, 1923.
67) —, Zeitschr. f. Phys. **20**, 1, 1923.
68) —, Zeitschr. f. Phys. **20**, 153, 1923.
69) —, Zeitschr. f. Phys. **21**, 50, 1924.
70) —, Zeitschr. f. Phys. **22**, 70, 1924.
71) —, Zeitschr. f. Phys. **23**, 334, 1924.
72) —, Zeitschr. f. Phys. **24**, 52, 1924.
73) —, Zeitschr. f. Phys. **24**, 140, 1924.
74) —, Zeitschr. f. Elektr. Chem. **29**, 370, 1923.
75) —, Zeitschr. f. Elektr. Chem. **30**, 289, 1924.
76) —, Zeitschr. f. Elektr. Chem. **30**, 386, 1924.
77) C. E. Guye, C. R. **177**, 1104, 1923.
78) L. Hamburger, Proc. Amsterdam **25**, 1045, 1917.
79) O. Hardtke, Ann. d. Phys. **56**, 363, 1918.
80) L. Heis, Phys. Zeitschr. **25**, 25, 1924.
81) G. Hertz, Verh. d. D. Phys. Ges. **19**, 268, 1917.
82) —, Proc. Amsterdam **25**, 90, 1922.
83) —, Zeitschr. f. Phys. **22**, 18, 1924.
84) R. Holm, Phys. Zeitschr. **15**, 241, 1914.
85) —, Phys. Zeitschr. **15**, 289, 1914.
86) —, Phys. Zeitschr. **15**, 782, 1914.
87) —, Phys. Zeitschr. **16**, 20, 1915.
88) —, Phys. Zeitschr. **16**, 70, 1915.
89) —, Phys. Zeitschr. **17**, 402, 1916.
90) R. Holm, Phys. Zeitschr. **19**, 548, 1918.
91) —, Phys. Zeitschr. **21**, 296, 1920.
92) —, Wiss. Veröff. a. d. Siemens-Konzern. **3**, 159, 1923.
93) —, (Schwed.) Tekn. Tidskrift, Elektroteknik 1924, S. 9.
94) — und Thea Krüger, Phys. Zeitschrift **20**, 1, 1919.
95) G. Holst und E. Oosterhuis, Physica **1**, 78, 1921.
96) — —, Phil. Mag. **46**, 1117, 1923.
97) F. Horton und A. C. Davies, Phil. Mag. **46**, 895, 1923.
98) G. Huch, Ann. d. Phys. **57**, 1, 1918; **58**, 201, 1919.
99) A. L. Hughes, Phil. Mag. **41**, 778, 1921.
100) — und P. Lowe, Phys. Rev. **21**, 292, 1923.
101) — und E. Klein, Phys. Rev. **23**, 450, 1924.
102) E. O. Hulburt, Phys. Rev. **20**, 127, 1922.
103) J. E. Ives, Phys. Rev. **9**, 349, 1917.
104) A. Jachan, Diss. Berlin. 1916.
105) A. Janitzky, Zeitschr. f. Phys. **11**, 22, 1922.
106) J. B. Johnson, Phys. Rev. **10**, 609, 1917.
107) T. Kikuchi, Proc. R. Soc. **99**, 257, 1921.
108) G. Klahre, Diss. Greifswald. 1924.
109) A. Klemm, Arch. f. Elektrotechn. **12**, 553, 1923.
110) P. Knipping, Naturwiss. 1923, S. 756.
111) W. Kossel, Jahrb. d. Rad. **18**, 326, 1922.
112) H. Krefft, Ann. d. Phys. **75**, 75, 1924.
113) —, Phys. Zeitschr. **25**, 352, 1924.
114) J. Kunz, Phys. Rev. **19**, 165, 1922.
115) I. Langmuir, Trans. Am. El. chem. Soc. **29**, 125, 1916.
116) —, Gen. Electr. Rev. **26**, 731, 1923.
117) —, Journ. Franklin-Inst. **196**, 751, 1923.
118) P. Lenard, Ann. d. Phys. **3**, 313, 1900.
119) —, Quant. üb. Kathodenstr., Heidelberg 1918.
120) L. Loeb, Phys. Rev. **17**, 89, 1921; **19**, 244, 1922; **20**, 106, 1922; Phil. Mag. **43**, 229, 1922.
121) —, Phys. Rev. **23** 157, 1924.
122) H. F. Mayer, Ann. d. Phys. **45**, 1, 1914.
123) —, Jahrb. d. Rad. **18**, 201, 1921.
124) E. Meyer, Ann. d. Phys. **58**, 297, 1919.
125) —, Ann. d. Phys. **65**, 335, 1921.
126) — und H. Schüler, Ann. d. Phys. **56**, 507, 1918.
127) G. Mierdel, Phys. Zeitschr. **25**, 240, 1924.
128) R. Minkowski, Zeitschr. f. Phys. **18**, 258, 1923.
129) — und H. Sponer, Zeitschr. f. Phys. **15**. 399, 1923.
130) W. Neuswanger, Phys. Rev. **7**, 253, 1916.
131) J. J. Nolan, Phys. Rev. **24**, 16, 1924.
132) — und Harris, Proc. R. Irish. Acad. **36**, A 2, S. 31.
133) K. Oelkers, Ann. d. Phys. **74**, 703, 1924.
134) A. Partzsch, Ann. d. Phys. **40**, 157, 1913.
135) —, Zeitschr. f. Phys. **14**, 191, 1923.
136) —, Zeitschr. f. Phys. **15**, 287, 1923.
137) F. Paschen, Wied. Ann. **37**, 69, 1889.
138) P. O. Pedersen, Phil. Mag. **40**, 129, 1920.
139) —, Ann. d. Phys. **71**, 317, 1923; Tekn. Tidskr., El. tekn. 1923, S. 174, schwedisch.
140) F. W. Peek, Dielectr. Phenom. in high voltage Engin New York. 1920.
141) L. Peters, Zeitschr. f. Phys. **4**, 432, 1921.
142) C. Ramsauer, Phys. Zeitschr. **22**, 613 1921.
143) —, Jahrb. d. Rad. **19**, 345, 1923.
144) —, Ann. d. Phys. **72**, 345, 1923.
145) S. Ratner, Phil. Mag. **32**, 441, 1916.
146) —, Phil. Mag. **40**, 785, 1920.
147) E. Regener und W. Hiller, Zeitschr. f. Phys. **23**, 120, 1924.
148) E. Reiche, Ann. d. Phys. **52**, 109, 1917.
149) Research staff of Gen. El. Co. Phil. Mag. **40**, 611, 1920; **41**, 685, 1921; **42**, 227, 1921.
150) — —, Phil. Mag. **45**, 1149, 1923.
151) O. W. Richardson und R. Chandhuri, Phil. Mag. **45**. 337, 1923.
152) A. Rüttenauer, Zeitschr. f. Phys. **10**, 269, 1922.
153) A. Schaufelberger, Ann. d. Phys. **73**, 21, 1924.
154) W. Schottky, Jahrb. d. Rad. **12**, 147, 1915.
155) —, Zeitschr. f. techn. Phys. **1**, 208, 1920.
156) —, Phys. Zeitschr. **24**, 350, 1923.

Digitized by Google

157) W. Schottky, Phys. Zeitschr. **25**, 342, 1924.
158) — und J. von Issendorff, Zeitschr. f. Phys. **26**, 85, 1924.
159) F. Schröter, Zeitschr. f. Phys. **15**, 322, 1923.
160) H. Schüler, Phys. Zeitschr. **22**, 264, 1921.
161) —, Phys. Zeitschr. **24**, 259, 1923.
162) —, Zeitschr. f. Phys. **14**, 32, 1923.
163) W. O. Schumann, Arch. f. Elektrotechn. **12**, 379, 593, 610, 1923.
164) R. Seeliger, Phys. Zeitschr. **15**, 777, 1914.
165) —, Ann. d. Phys. **38**, 764, 1912.
166) —, Ann. d. Phys. **59**, 613, 1919.
167) —, Jahrb. d. Rad. **16**, 19, 1920.
168) —, Zeitschr. f. Phys. **2**, 405, 1920.
169) —, Phys. Zeitschr. **22**, 610, 1921.
170) —, Zeitschr. f. Phys. **4**, 424, 1921.
171) —, Ann. d. Phys. **67**, 352, 1922.
172) —, Jahrb. d. Rad. **19**, 222, 1922.
173) —, Zeitschr. f. Phys. **15**, 27, 1923.
174) —, Zeitschr. f. Phys. **16**, 211, 1923.
175) —, Jahrb. d. Rad. **20**, 353, 1924.
176) —, Phys. Zeitschr. **25**, 56, 1924.
177) — und G. Mierdel, Zeitschr. f. Phys. 1, 355, 1920; **5**, 182, 1921.
178) — und E. Pommerrenig, Ann. d. Phys. **59**, 589, 1919.
179) — und E. Schramm, Zeitschr. f. Phys. **7**, 93, 1921.
180) — und J. Schmekel, Ann. d. Phys. **73**, 249, 1924.
181) — und D. Thaer, Ann. d. Phys. **65**, 423, 1921.
182) — und M. Wendt, Phys. Zeitschr. **25**, 160, 1924.
183) — und J. Okubo, Phys. Zeitschr. **25**, 337, 1924.
184) F. Skaupy, Verh. d. D. Phys. Ges. **19**, 264, 1917; Zeitschr. f. Phys. **2**, 213, 1920.
185) C. A. Skinner, Phys. Rev. **5**, 483, 1915; **6**, 158, 1915.
186) —, Phys. Rev. **12**, 143, 1918.
187) H. D. Smyth, Proc. R. Soc. **104**, 121, 1923.
188) Herta Sponer, Zeitschr. f. Phys. **7**, 185, 1921.
189) —, Zeitschr. f. Phys. **18**, 249, 1923.
190) J. Stark, Ann. d. Phys. **52**, 221, 1917.
191) H. Stolt, Zeitschr. f. Phys. **26**, 95, 1924.
192) H. Stücklen, Ann. d. Phys. **65**, 369, 1921.
193) —, Ann. d. Phys. **69**, 597, 1922.
194) J. J. Thomson, Phil. Mag. **42**, 981, 1921.
195) —, Phil. Mag. **48**, 1, 1924.
196) M. Toepler, Abh. naturwiss. Gesellsch. Iris, Dresden, 1898.
197) M. Toepler, Phys. Zeitschr. **8**, 743, 1907.
198) —, Ann. d. Phys. **29**, 153, 1909.
199) —, Handwörterb. d. Naturw. Bd. IV, S. 412.
200) J. S. Townsend, Phil. Mag. **40**, 505, 1920.
201) —, Phil. Mag. **45**, 444, 1923.
202) —, Phil. Mag. **45**, 1071, 1923.
203) —, Phil. Mag. **47**, 737, 1924.
204) — und T. L. R. Ayres, Phil. Mag. **47**, 401, 1924.
205) — und V. A. Bailey, Phil. Mag. **42**, 873, 1921; **43**, 593, 1922; **43**, 1127, 1922; **44**, 1033, 1922; **46**, 657, 1923.
206) A. M. Tyndall, Phil. Mag. **42**, 956, 972, 1921; **46**, 330, 1923.
207) H. B. Wahlin, Phys. Rev. **20**, 267, 1922.
208) —, Phys. Rev. **23**, 169, 1924.
209) B. Walter im Handwörterb. d. Naturw. Bd. II, S. 37.
210) E. Warburg, Wied. Ann. **31**, 545, 1887.
211) — und T. Ihmori, Wied. Ann. **27**, 481, 1886.
212) E. M. Wellisch, Amer. Journ. of. Sc. **39**, 583, 1915.
213) —, Phil. Mag. **31**, 186, 1916; **34**, 33, 1917.
214) H. A. Wilson, Phys. Rev. **8**, 227, 1916.
215) R. W. Wood, Phil. Mag. **42**, 729, 1921; **44**, 538, 1922; Proc. R. Soc. **102**, 1, 1922.
216) G. Valle, N. Cim. **23**, 343, 1922.
217) L. Vegard, Ann. d. Phys. **50**, 769, 1916.
218) Y. T. Yao, Phys. Rev. **21**, 1, 1923.
219) H. Zipp, Arch. f. Elektrotechn. **12**, 319, 608, 1923.

Literatur. Ergänzung.

220) G. Claude, C. R. **158**, 479, 692, 1914.
221) W. H. McCurdy, Phil. Mag. **46**, 524, 1923.
222) W. Grotrian, Zeitschr. f. Phys. **5**, 148, 1921.
223) J. Nicol, Proc. R. Soc. London, **82**, 29, 1909.
224) M. Scott, Phys. Rev. **22**, 447, 1923.
225) I. Strohhäcker, Zeitschr. f. Phys. **27**, 83, 1924.
226) H. Stücklen, Physik. Zeitschr. **25**, 401, 1924.
227) J. J. Thomson, Phil. Mag. **47**, 337, 1924.
228) L. B. Loeb, Phil. Mag. **48**, 446, 1924.
229) G. C. Grindley u. A. M. Tyndall, Phil. Mag. **48**, 711, 1924.
230) A. Günther-Schulze, Zeitschr. f. Phys. **28**, 325, 1924.

(Eingegangen 28. Juni 1924.)

(Ergänzt durch die Berücksichtigung einiger später erschienenen Abhandlungen.)

BESPRECHUNGEN.

W. O. Schumann, Elektrische Durchbruchfeldstärke von Gasen. Theoretische Grundlagen und Anwendung. 8°. VIII u. 246 S. mit 80 Textabbildungen. Berlin, Julius Springer. 1923. Gz. M. 6.—, geb. M. 7.25.

Die rapide Entwicklung, die die Hochspannungstechnik in den letzten Jahrzehnten erfahren hat, die immer höheren Spannungen, die angewendet werden, haben das Interesse der Hochspannungstechniker in steigendem Maße den Erscheinungen der Funkenentladung zugewandt. Die Technik verlangt dringend nach gesetzmäßiger Beherrschung dieser Vorgänge, teils weil deren Gesetze die Grundlagen für die rationelle Konstruktion der Apparate und Leitungen bilden müssen, teils — und nicht zum wenigsten — auch deshalb, weil die Durchbruchserscheinungen in Gestalt der Meßfunkenstrecke eine einfache und leicht reproduzierbare Vorrichtung zur Spannungsmessung liefern. So erklärt es sich, daß in neuerer Zeit von seiten der Technik eine große Zahl von Messungen der Funkenspannung ausgeführt worden sind. Es ist daher sehr zu begrüßen, wenn in dem vorliegenden Buche von berufendster technischer Seite der Versuch gemacht wird, das angesammelte Material zusammenfassend darzustellen und die gefundenen Gesetzmäßigkeiten physikalisch zu begründen.

Das Buch zerfällt in drei Abschnitte: der erste bringt ein knappes, aber erschöpfendes Referat der bisher angestellten Messungen der Entladungsspannungen und Durchbruchfeldstärken; er wird abgeschlossen durch ein ausführliches Literaturverzeichnis (mehr als 200 Arbeiten). Die sehr gründlich durchgeführte kritische Verarbeitung dieser gewaltigen Literatur war eine Augiasarbeit, da ein großer Teil, namentlich der älteren Arbeiten, unter Bedingungen ausgeführt worden sind, die nach unseren heutigen Kenntnissen als nicht einwandfrei angesehen werden müssen. Der zweite Abschnitt gibt eine Übersicht über die bisher vorliegenden Theorien. Nach einer

Digitized by Google

kurzen Einführung in die kinetische Gastheorie wird vor allem die Townsendsche Theorie der selbständigen Entladung ausführlich behandelt und anschließend die Natur der Elektrizitätsträger nach den Arbeiten von Lenard sowie Franck und Hertz besprochen. Während diese Theorien bisher im wesentlichen nur bei Entladungen unter geringem Druck die wirklichen Verhältnisse einigermaßen wiederzugeben vermochten, versucht der Verfasser im folgenden dritten Abschnitte eine Theorie der selbständigen Entladung in Luft von Atmosphärendruck. Er geht dabei phänomenologisch vor, indem er, ausgehend von den Voraussetzungen, daß a) keine Polaritätseffekte vorhanden sind, b) das elektrostatische Feld durch die der Entladung vorausgehenden Ionenströme nicht merklich verzerrt wird — Voraussetzungen, die durch den Erfolg der Theorie durchaus bestätigt werden — aus den bei homogenem Feld beobachteten Durchbruchfeldstärken die Townsendschen Ionisierungszahlen α und β (das sind die von einem + - bez. — -Ion auf 1 cm Wegstrecke erzeugten Ionenzahlen) als Funktionen der Durchbruchfeldstärke berechnet und durch drei verschiedene Funktionen, die sich auch theoretisch mehr oder weniger rechtfertigen lassen, analytisch darzustellen versucht. Durch Einsetzung dieser Funktionen in die Townsendsche Formel werden eine beziehungsweise mehrere Gleichungen erhalten, die nun auch bei beliebigem (inhomogenem) Felde die Durchbruchspannung voraus zu berechnen gestatten. Diese Berechnungen werden für die wichtigsten Elektrodenformen, insbesondere zylindrische und kugelförmige Elektroden, durchgeführt; die erhaltenen Formeln sind zwar recht verwickelt (sie enthalten z. T. nicht auflösbare Integrale, für die im Anhang Tabellen gegeben werden), zeigen aber recht guten Anschluß an die Versuche, die z. T. vom Verfasser und seinen Schülern neu durchgeführt wurden, so daß damit das alte Problem, die Funkenspannung für beliebige Elektrodenformen im voraus zu berechnen, als gelöst angesehen werden kann. Das Ergebnis ist — das ist vielleicht nicht überflüssig hervorzuheben —, daß das Eintreten des Überschlags nicht etwa, wie man nach dem Titel des Buches (der dem Ref. deshalb nicht ganz glücklich gewählt scheint) vermuten könnte, von dem Erreichen einer bestimmten, für alle Anordnungen gleichen (mittleren oder maximalen) Feldstärke abhängt, sondern daß die „Durchbruchfeldstärke" (= zum Durchbruch erforderliche maximale Feldstärke) in ziemlich verwickelter Weise von Elektrodenform und -abstand abhängt. Die Durchbruchfeldstärke wird in der Technik nur deshalb als Variable gewählt, weil sie in erheblich geringem Maße von der geometrischen Anordnung, insbesondere dem Elektrodenabstand abhängt, als die Funkenspannung; aber konstant ist die Durchbruchfeldstärke auch nicht annähernd, nach dem vorliegenden Material sind in Luft Werte zwischen 26 und fast 300 kV/cm gemessen worden.

Bei der ungeheuren Fülle des auf knappstem Raume verarbeiteten Materials ist das Buch keine leichte Lektüre; aber die Mühe der Durcharbeitung lohnt sich. Insbesondere wir Physiker sind dem Verfasser Dank schuldig, weil er einerseits die physikalischen Grundlagen der Funkenentladung weitgehend geklärt hat und anderseits dadurch die Schlagweitenbestimmung erst zu einer einwandfreien Meßmethode ausgestaltet hat; wir sind jetzt — was bisher keineswegs der Fall war — in der Lage, bis hinauf zu den höchsten Spannungen deren Betrag aus der Schlagweite auf etwa 1 Proz. genau (einer größeren Genauigkeit scheint die Schlagweitenmethode nicht fähig zu sein) zuverlässig zu ermitteln. Von besonderem Interesse für den Physiker sind auch die mancherlei Fragen, die in dem Buche nur kurz angeschnitten werden konnten, weil sie noch der experimentellen Klärung bedürfen: die Wanderungsgeschwindigkeit der Ionen bei sehr hohen Feldstärken; das gaskinetische Gleichgewicht zwischen Trägern und neutralen Molekülen; die Wahrscheinlichkeitsfunktion dafür, daß ein Zusammenstoß zwischen Träger und neutralem Molekül zur Ionisation führt und dergleichen mehr. Kurz, auch der Physiker wird reiche Belehrung und Anregung aus dem Buch schöpfen und es ist daher zu hoffen und wünschen, daß es auch in Physikerkreisen weiteste Verbreitung findet. H. Busch.

P. Maffi, Nei Cieli. Pagine di Astronomia Popolare. gr. 8°. 312 S. m. 120 Abbildungen und 3 Tafeln. 4. Aufl. bearbeitet von D. F. Faccin. Torino, Società Editrice Internazionale. 1923.

Eine elementare Einführung in die Astronomie, die auch die neueren astrophysikalischen Ergebnisse bei Sonne und Sternen ausführlicher berücksichtigt. A. Kopff.

K. Bangert, Maße der Elektrotechnik. (Bangerts Tabellenbücherei Bd. 3.) 76 S. mit Fig. Hamburg, Deutscher Auslandsverlag W. Bangert. 1924. G.-M. 3.20.

Eine für den praktischen Elektrotechniker bestimmte, aber auch für den technischen Physiker nützliche Zusammenfassung der elektrischen und magnetischen Größen, Einheiten und Grundgesetze mit Tabellen für die wichtigsten Materialkonstanten und Umrechnungen in der Konstruktions- und Installationstechnik. Hausrath.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Ernannt: An der Universität Messina Professor Francesco Angelico zum Ordinarius für pharmazeutische und Professor Italo Bellucci für allgemeine Chemie, Erec R. Jette zum Lehrer für Chemie an der Columbia Universität in New York, der a. o. Professor der Chemie an der Universität Kiel Dr. Aladar Mita zum ord. Professor für organische Chemie an der Technischen Hochschule Hannover, Dr. Carl Otto von der Universität Cincinnati zum Assistant-Professor für Chemie an der Maine-Universität in Orono, Professor Leone Maurizio Padoa zum Ordinarius für allgemeine Chemie an der Universität Parma, der a. o. Professor an der Universität Innsbruck Dr. Albert Defant zum ord. Professor für kosmische Physik ebenda, Dr. Baron E. von der Pahlen zum Observator am Astrophysikalischen Observatorium in Potsdam an Stelle des in den Ruhestand getretenen Professors A. Biehl, Professor Leonardo Oddo zum Ordinarius für pharmazeutische Chemie an der Universität Pavia.

Vom Lehramt zurück: Der ord. Professor für allgemeine Chemie an der Technischen Hochschule Hannover Geh. Reg.-Rat Dr. Robert Behrend.

Verliehen: Dem Privatdozent für Elektrochemie an der Technischen Hochschule Hannover Dr. H. Braun die Amtsbezeichnung a. o. Professor.

Gestorben: Der frühere Professor der Chemie beim Maharajah's College Vizianagram Herbert Henry Dains.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. F. Harms in Würzburg. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Digitized by Google

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

No. 21. 1. November 1924. Redaktionsschluß für No. 23 am 10. November 1924. 25. Jahrgang.

INHALT:

Vorträge und Diskussionen von der 88. Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte in Innsbruck:

H. Barkhausen u. G. Lewicki, Die Empfindlichkeit des Ohres für nicht sinusförmige Töne. S. 537.

L. Schiller, Neue Versuche zum Turbulenzproblem. S. 541.

H. Sirk, Die Berechnung des Molekulardurchmessers aus Verdampfungswärme und Oberflächenspannung. S. 545.

W. Seitz, Über die Asymmetrie der Entladung von Röntgenelektronen. S. 546.

K. Lichtenecker, Die Temperatur-Widerstands-Funktion metallischer Leiter. S. 550.

O. Wiener, Schwingungen elastischer Art im kräftefreien Strömungsäther. S. 552.

J. Malsch u. M. Wien, Über den Temperaturkoeffizienten elektrolytischer Widerstände bei Erwärmung durch ganz kurze Stromstöße. S. 559.

A. Goetz, Das thermoelektrische Verhalten des reinen Eisens an seinen Umwandlungspunkten. S. 562.

D. Vorländer u. R. Walter, Die erzwungene Doppelbrechung der amorphen Flüssigkeiten im Zusammenhange mit der molekularen Gestalt. S. 571.

P. A. Schultz, Über ein einfaches Hilfsmittel bei der Strahlentherapie. S. 573.

Besprechungen:

A. Schoklitsch, Graphische Hydraulik. S. 575.

F. Haber, Fünf Vorträge aus den Jahren 1920—1923. S. 576.

H. Remy, Chemisches Wörterbuch. S. 576.

Tagesereignisse. S. 576.

Personalien. S. 576.

VORTRÄGE UND DISKUSSIONEN VON DER 88. VERSAMMLUNG DEUTSCHER NATURFORSCHER UND ÄRZTE IN INNSBRUCK[1]).

H. Barkhausen und G. Lewicki (Dresden), Die Empfindlichkeit des Ohres für nicht sinusförmige Töne.

Über die Empfindlichkeit des Ohres für reine, sinusförmige Töne hat Max Wien der Naturforscher-Gesellschaft schon im Jahre 1902 einen Vortrag gehalten, in dem er zeigt, daß die Empfindlichkeit für Töne von etwa 1000 Hertz[2]) am größten ist und daß sie für die 20fach höheren und tieferen Frequenzen, also 20000 und 50 Hertz, nur noch etwa 1 milliontel so groß ist. Dies Ergebnis ist für die Fernsprechtechnik von großer Bedeutung. Nur hat man es hier im allgemeinen nicht mit reinen, sinusförmigen Tönen zu tun, sondern mit komplizierteren Klängen. Es ist auch von Wichtigkeit zu wissen, wie sich das Ohr diesen gegenüber verhält.

Bekanntlich kann man nach Fourier jede beliebige periodische Bewegung auffassen als eine Überlagerung rein sinusförmiger Bewegungen, man kann sie in die Grund- und Oberschwingungen zerlegen. Anderseits soll nach der Resonanztheorie des Hörens das Ohr nur auf diese sinusförmigen Komponenten des Klanges reagieren. Daraus kann man folgern, daß die Hörbarkeit eines beliebigen Klanges einfach gleich der Hörbarkeit seiner subjektiv lautesten Oberschwingung sein muß.

Um diese Folgerung zu prüfen, haben wir zunächst bei 3 verschiedenen Telephonen die Empfindlichkeit für sinusförmige Ströme gemessen. Fig. 1 und 2 zeigen das Ergebnis. Es ist hier als Ordinate die lineare Empfindlichkeit, die reziproke Grenzstromstärke selbst aufgetragen, nicht wie Wien es getan hat, die Leistungsempfindlichkeit, die dem Quadrat dieser Stromstärke umgekehrt proportional ist. Beide Teilungen sind wie bei Wien logarithmisch gewählt. Man erkennt deutlich gewisse, von den Telephonen herrührende Resonanzstellen, besonders bei dem Seibtschen Resonanztelephon, dessen Resonanzlage einstellbar war und das bei der Einstellung auf 700 und auf 1300 Hertz durchgemessen wurde.

Darauf haben wir durch dieselben Telephone einen Unterbrecherstrom von rechteckiger Kurvenform (Fig. 3) geschickt. Für diesen lassen sich die Oberschwingungen genau berechnen. Es sind nur die geradzahligen vorhanden und ihre Amplitude nimmt umgekehrt proportional der Frequenz ab. Bei einer Unterbrecherfrequenz von 100 Hertz müssen wir daher die früher bei Sinusströmen gefundene Hörbarkeit für 300, 500, 700 . . . Hertz durch 3, 5, 7 . . . dividieren; der größte so erhaltene Wert muß dann die

1) Fortsetzung im nächsten Heft.

2) „Hertz" = Perioden pro Sekunde nach einem Vorschlag von K. W. Wagner.

Digitized by Google

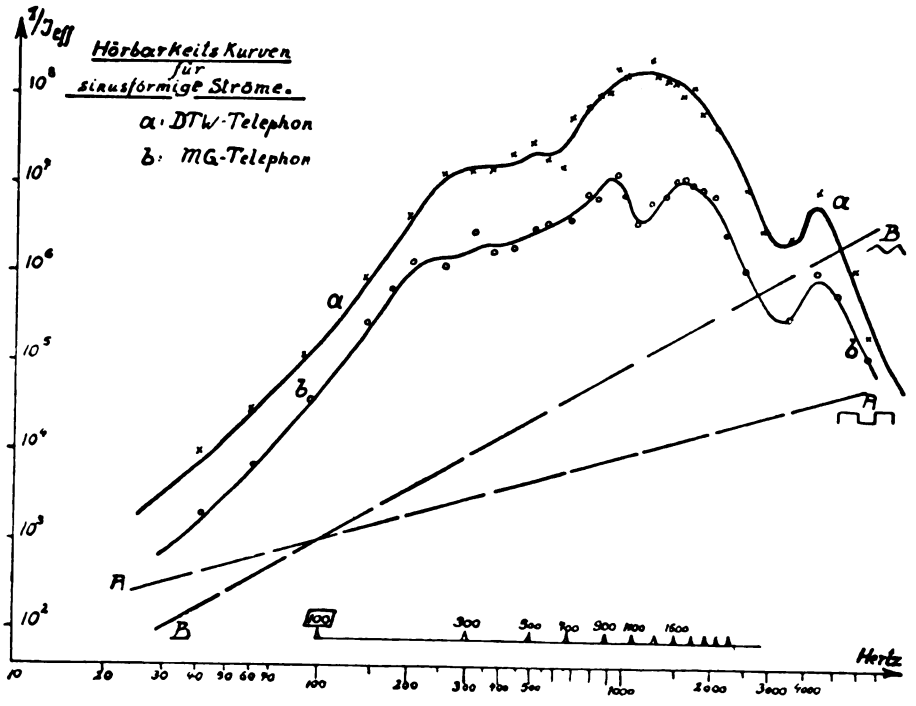


Fig. 1.

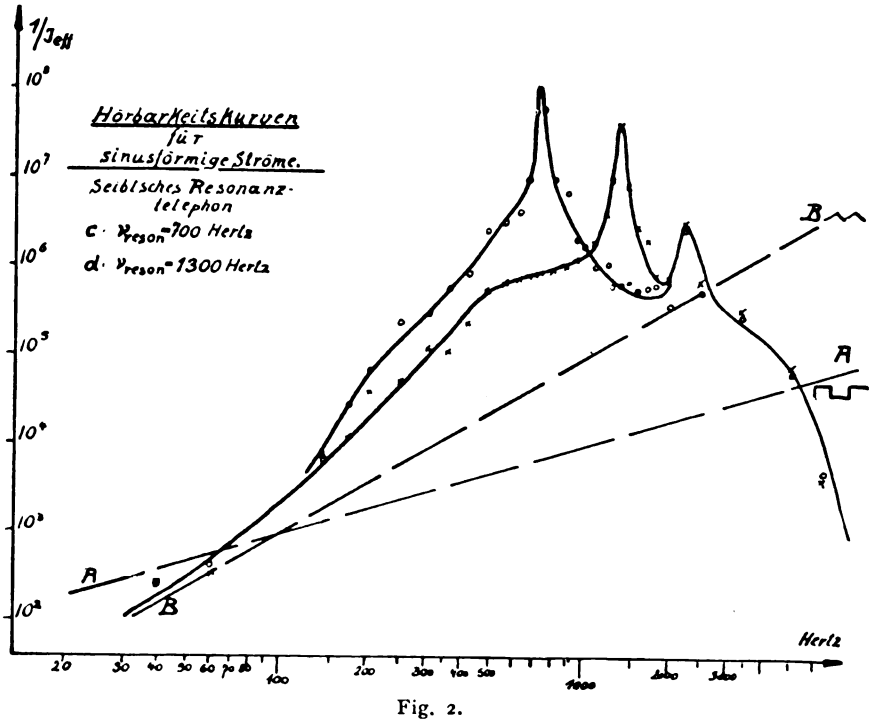


Fig. 2.

Hörbarkeit des Unterbrecherstromes darstellen. In der graphischen Darstellung der Fig. 1 und 2 entspricht der Division infolge des logarithmischen Maßstabes eine Subtraktion und die abzuziehenden Werte liegen infolge ihrer Proportionalität mit der Frequenz alle auf einer Geraden AA. Der Abstand der Kurven von dieser Geraden ist unmittelbar ein Maß für die Hörbarkeit der in dem Unterbrecherstrom enthaltenen Oberschwingungen. Man kann daher bei beliebiger Lage den Oberschwingungen leicht die mit dem größten Abstand, die lauteste Oberschwingung

Digitized by Google

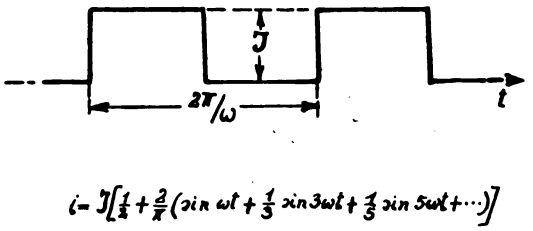


Fig. 3.

finden. Diese muß maßgebend für die Hörbarkeit des Unterbrecherstromes sein.

Fig. 4 zeigt das Ergebnis der Messungen in Abhängigkeit von der Frequenz des Unterbrechers. Bis zu etwa 100 Unterbrechungen pro sec entspricht es innerhalb der Versuchsfehler genau dem zu Erwartenden. Die Wellenlinie rührt daher, daß immer dann die Hörbarkeit ein Maximum besitzt, wenn eine Oberschwingung gerade mit dem Punkte größten Abstandes von der AA-Linie zusammenfällt, also beim DTW-Telephon die Frequenz 1100 Hertz hat. Die Maxima liegen auf einer zu AA parallelen Linie, wie es sein muß.

Bei langsameren Unterbrechungen weicht die Kurve aber von der AA-Linie ab und verläuft bald ganz horizontal. Das ist bei genauerer Überlegung selbstverständlich. Denn bei ganz langsamen Unterbrechungen hört man bei jedem Ein- und Ausschalten des Stromes einen einzelnen Knack und die Hörbarkeit dieser Knacke ist natürlich unabhängig davon, wie lang die Pausen zwischen ihnen sind. Die Zerlegung in die Fourierreihe gibt aber für einen bestimmten Frequenzbereich um so kleinere Oberschwingungen, je kleiner die Frequenz der Grundschwingung ist.

Dieser Widerspruch legt die Vermutung nahe, daß auch die Dichtigkeit der Oberschwingungen eine Rolle spielen muß. Bei 10mal kleinerer Grundfrequenz sind die Obertöne gleicher Frequenz 10mal so dicht neben einander. Beide Einflüsse müssen sich in bezug auf die Hörbarkeit aufheben, natürlich nur, wenn die Dichtigkeit groß ist.

Es entsteht hier die weitere Frage: Wie groß muß die Dichtigkeit, wie klein der Frequenzunterschied sein, damit 2 Töne noch auf einander einwirken? Wir haben diese Frage unmittelbar experimentell geprüft, indem wir in ein Telephon 2 sinusförmige Ströme gleicher Hörbarkeit[1]) von mehr und mehr abweichender Frequenz hineingeschickt haben. Man hört dann zunächst Schwebungen und die Hörbarkeit ist zunächst doppelt so groß entsprechend der zeitweilig doppelt so großen Amplitude. Bei einer um 10 Proz. abweichenden Frequenz steigt die Hörbarkeit aber nur noch um 25 Proz. und bei noch stärker verschiedener Frequenz wird die Hörbarkeit durch die Überlagerung überhaupt nicht mehr merklich beeinflußt. — Das stimmt gut mit den anfangs gefundenen Ergebnissen

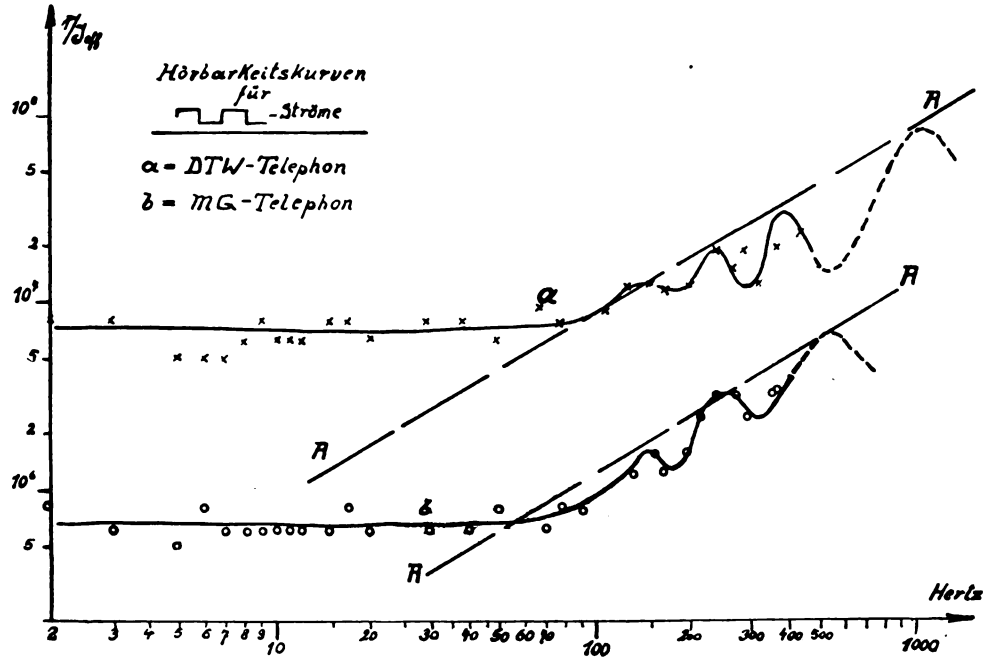


Fig. 4.

1) Nicht gleicher Stromstärke! Bei stärker abweichender Frequenz ist das ein merklicher Unterschied.

Digitized by Google

überein. Der lauteste Oberton lag beim *DTW*-Telephon bei 1100 Hertz. Bei einer Grundschwingung von 100 Hertz erhält man die Obertöne 900, 1100, 1300 Hertz. Ihre Frequenz weicht 20 Proz. voneinander ab, sie beeinflussen sich noch nicht merklich. Aber bei 50 Hertz Grundfrequenz muß schon eine erhebliche Beeinflussung stattfinden, da die Obertöne 1050 und 1150 etwa gleich laut sind und nur 10 Proz. von einander abweichen. Beim *MG*-Telephon liegt der lauteste Oberton etwas tiefer; damit stimmt gut überein, daß die Hörbarkeitskurve in Fig. 4 etwas später von der *AA*-Kurve abbiegt.

Die genaueren Werte des 2-Frequenz-Versuches zeigt Fig. 5 für 500 und für 1500 Hertz.

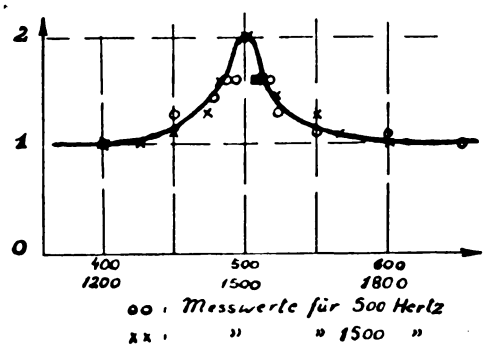


Fig. 5.

Es ergibt sich eine Resonanzkurve, wie man sie nach der Resonanztheorie des Hörens erwarten sollte. Man kann daraus die Dämpfung der Ohrresonatoren berechnen und findet ein log. Dekrement $d = 0{,}12$, ein Wert, der mit ähnlichen Versuchen anderer Forscher gut übereinstimmt.

Schließlich wurde noch nach der in Fig. 6 gezeichneten Schaltung ein zickzackförmiger

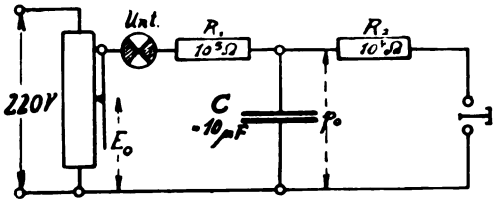


Fig. 6.

Strom hergestellt, wie ihn Fig. 7 darstellt. Auch für diesen lassen sich die Oberschwingungen genau berechnen. Es sind dieselben wie bei dem früheren Rechteckstrom, nur nimmt hier die Amplitude umgekehrt dem Quadrat der Frequenz ab. In der graphischen Darstellung der Fig. 1 und 2 bedeutet das, daß man eine Gerade *BB*, die doppelt so steil wie *AA* ansteigt, ziehen muß, wenn wieder der Abstand zwischen dieser Geraden und der Hörbarkeitskurve für Sinusstrom die Hörbarkeit der im Zickzackstrom enthaltenen Oberschwingungen darstellen soll.

Fig. 8 zeigt, wie die durch Versuch bestimmte Hörbarkeit des Zickzackstromes sich mit der Frequenz dieses Stromes ändert. Man findet wie zu erwarten einen Anstieg von genau derselben Steilheit wie die der *BB*-Geraden. Beim *DTW*- und *MG*-Telephon tritt hier keine Wellenbildung ein, weil der größte Abstand der Kurven in Fig. 1 von der *BB*-Geraden nicht scharf an einer bestimmten Stelle liegt, sondern der Abstand in einem ziemlich weiten Bereich fast ebenso groß bleibt. Die Oberschwingungen sind in diesem ganzen Bereich fast gleich laut, da die objektive Abnahme ihrer Amplitude durch die subjektive Zunahme der Hörbarkeit gerade aufgewogen wird. Es

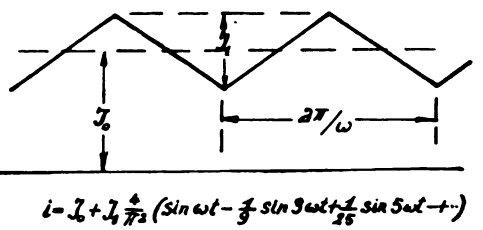


Fig. 7.

ist daher ziemlich gleichgültig, wohin die einzelnen Oberschwingungen fallen, es gibt keine bevorzugten Stellen. Beim Resonanztelephon ist dagegen auch hier eine bevorzugte Stelle vorhanden; man findet daher in der Tat bei diesem auch in der Hörbarkeitskurve des Zickzackstromes eine Wellenbildung (Fig. 8, Kurve c).

Mit der Unterbrecherfrequenz konnten wir nicht unter 28 Hertz heruntergehen, da sonst die Zickzackstromkurve nicht mehr hinreichend geradlinig verlaufen wäre. Es muß ja die Zeitkonstante der Kondensatorauf- und -entladung groß gegen die Dauer einer halben Periode bleiben. Es ist aber doch deutlich zu erkennen, daß hier nicht wie bei der Rechteckstromkurve die Hörbarkeitskurve bei 100 Hertz abbiegt und von etwa 50 Hertz ab konstant bleibt. Der Grund dafür ist auch leicht zu erkennen. Wird hier die Grundfrequenz 10 mal so klein, so wird zwar auch hier die Dichtigkeit der Oberschwingungen 10 mal so groß, aber ihre Amplitude wird nicht 10 mal, sondern 100 mal so klein. Ihre Hörbarkeit wird infolge beider Einflüsse 10 mal so klein, nimmt allgemein ausgedrückt proportional der Grundfrequenz ab. Die Hörbarkeitskurve müßte also

Digitized by Google

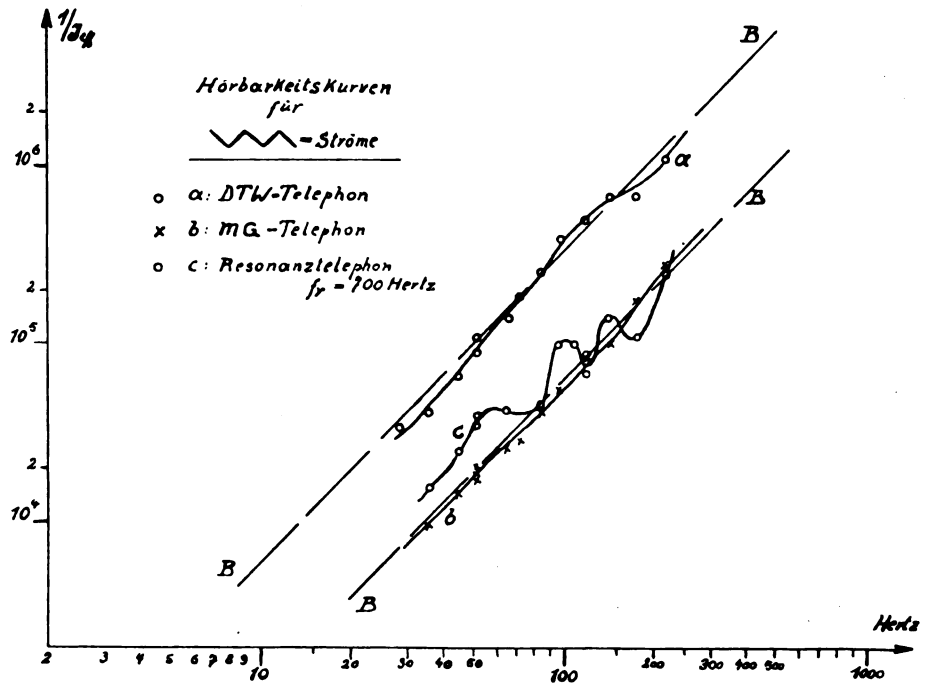


Fig. 8.

allmählich statt der Neigung der BB-Geraden die halb so große Neigung der AA-Geraden annehmen. Ob das eintritt, lassen die Versuchswerte nicht mehr erkennen.

Wenn tatsächlich für die Hörbarkeit nur die lauteste Oberschwingung maßgebend ist, so darf sich die Hörbarkeit nicht ändern, wenn man die Grund- und alle übrigen Oberschwingungen abdrosselt. Das kann man z. B. durch Einschalten eines elektrischen Resonanzkreises tun, der auf die lauteste Oberschwingung abgestimmt ist. Einige solcher Kontrollversuche wurden gemacht und ergaben in der Tat das erwartete Resultat. Trotzdem sich die Klangfarbe des Geräusches sehr wesentlich änderte, war die Hörbarkeit dieselbe, ob der Resonanzkreis (Drosselwirkung $\omega L = 1/\omega C = 80000$ Ohm) oder ein Widerstand von 1400 Ohm vor das Telephon vorgeschaltet wurde. Der letztere stellt die experimentell bestimmte geringe Dämpfung des Resonanzkreises für die sinusförmige Resonanzfrequenz dar. Natürlich muß man die Unterbrecherfrequenz so wählen, daß ihre lauteste Oberschwingung genau mit der Resonanzfrequenz des Schwingungskreises übereinstimmt.

Bei tiefer Unterbrecherfrequenz traten auch hier Abweichungen ein. Die Hörbarkeit ging beim Einschalten des Resonanzkreises herunter. Das ist aber kein Widerspruch, sondern nur eine Bestätigung unserer früheren Versuche. Denn der Resonanzkreis schwächt infolge seiner großen Resonanzschärfe die benachbarten Oberschwingungen auch dann, wenn sie dicht benachbart sind. Sobald also diese Nachbarschwingungen die Hörbarkeit der lautesten Oberschwingung zu verstärken beginnen — das ist bei tiefen Unterbrecherfrequenzen der Fall — vermindert der Resonanzkreis diese Verstärkung und damit die Hörbarkeit.

Zusammenfassend geht aus allen Versuchen übereinstimmend hervor, daß die Hörbarkeit nicht sinusförmiger Töne einfach gleich der Hörbarkeit der subjektiv lautesten, darin enthaltenen sinusförmigen Oberschwingung ist. Nur dann, wenn die benachbarten Oberschwingungen in der Frequenz weniger als etwa 20 Proz. abweichen, d. h. wenn eine höhere als die 5. Oberschwingung die lauteste ist, wird die Hörbarkeit entsprechend der Dichtigkeit der Oberschwingungen größer.

L. Schiller (Leipzig), Neue Versuche zum Turbulenzproblem [1]).

Das Reynoldssche Ähnlichkeitsgesetz besagt bekanntlich, daß der Übergang von laminarer zu turbulenter Strömung in einem Rohr

1) Die ersten orientierenden Messungen wurden durch Herrn Herbert Kirsten I ausgeführt. Bei seinen eigenen Versuchen erfuhr der Verfasser die freundliche Unterstützung der Herren Burbach, Herbert Kirsten II und H. Reichhardt.

Digitized by Google

dann eintritt, wenn „ceteris paribus“ $R = \frac{\bar{u} \cdot a}{\nu}$ einen bestimmten Wert R_k erreicht ($\bar{u}$ = mittlere Geschwindigkeit, a = Halbmesser, ν = kinematische Zähigkeit). Von den Parametern, welche in der Funktion R nicht enthalten sind, sind vornehmlich zu nennen: Grad der vorhandenen Störung der Laminarbewegung und Abstand der Untersuchungsstelle im Rohr vom Einlauf (dieser als Ort der Störung), die sogen. „Anlauflänge“. Was den ersteren, den Betrag der Anfangsstörung anlangt, so konnte ich bei früheren Messungen zeigen, daß — bei fester Meßstelle — bei allmählicher Veränderung des Betrags der Störung eine stetige Veränderung des R_k-Wertes von einem untersten bei 1160 (entsprechend sehr kräftigen Störungen und nicht zu unterschreiten) bis zu recht hohen Werten eintritt. Noch nicht klar lagen bisher hingegen die Verhältnisse betr. eines Einflusses der „Anlauflänge“ auf die kritische Zahl, eine Frage, die, wie kürzlich Heisenberg[1]) erwähnte, bei der Prüfung theoretischer Ergebnisse an der Erfahrung von Belang ist.

In die Richtung einer gewissen solchen Abhängigkeit kann man eine Beobachtung von Reynolds verweisen, daß — bei seinen Untersuchungen mit dem gefärbten Flüssigkeitsfaden — dessen Auflösungsstelle mit steigender Geschwindigkeit sich dem Einlauf bis zu einem gewissen Grade näherte. Jedoch erhielt er andererseits bei gleichlangen Rohren vom Durchmesserverhältnis 1 : 3.4, also recht verschiedenen „relativen“ Anlauflängen, stets die gleiche kritische Zahl. Und Ekman, der die Reynoldsschen Versuche am Originalapparat mit großer Sorgfalt wiederholte, wendet sich ausdrücklich gegen die Annahme, „daß das offenbare Anwachsen der Stabilität bei Verminderung der Störung erklärt werde durch die begrenzte Länge des Rohres“. Denn „dies würde erfordern, daß die Turbulenz stets am Ende des Rohres zuerst aufträte und sich dann mit steigender Geschwindigkeit schrittweise dem Einlauf nähere“. „Dies aber war bei den Versuchen nicht der Fall“. Auch müßte man einen Einfluß des Durchmessers nachweisen können, was auch nicht der Fall war. Hier verweist er auch noch auf eine Untersuchung von Barnes und Coker, die bei Halbierung eines Rohres trotzdem die gleiche kritische Zahl gefunden hätten.

Ekman denkt sich also die Sache so — und das ist die eine mögliche Auffassung —, daß bis zu einer bestimmten, vom Störungsgrad abhängigen Geschwindigkeit (Reynoldsschen Zahl) in einem beliebig langen Rohr überall Laminarströmung herrscht. Demgegenüber besteht als andere Möglichkeit eben die von Ekman verworfene Deutung, die nach Angabe von Heisenberg[1]) neuerdings von Prof. Prandtl ausgesprochen wurde, die Heraufsetzung der kritischen Zahl bei kleinen Störungen als „Anlaufeffekt“ zu deuten. Nach dieser Auffassung würde man also auch bei kleinen Störungen, sofern man nur die Röhrenlänge genügend vergrößert, niedrigere kritische Zahlen finden müssen.

Die von uns angestellten Versuche entsprechen durchaus der letzten Auffassung. Sie wurden ausgeführt mit zwei Rohren von 3 und 6 cm innerem Halbmesser und bis zu 9 bzw. 8 m Länge. Die beiden Rohre ergaben qualitativ das gleiche Resultat, eine Abnahme der kritischen Zahl mit zunehmender Anlauflänge. Die umfassenderen Versuche wurden mit dem engeren Rohr angestellt; ihre Ergebnisse sind in Fig. 1 logarithmisch dargestellt: Abszisse

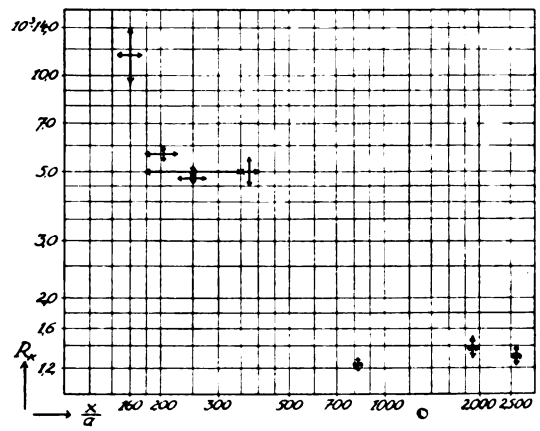


Fig. 1.

relative Anlauflänge in Halbmessern, Ordinate kritische Zahl. Bei den in der Figur wiedergegebenen Versuchen wurde mit abgerundetem Einlaufstück und beruhigtem Vorratswasser gearbeitet; Bedingungen und kritische Zahl etwa wie bei Reynolds' Bestimmung der „oberen“ kritischen Zahl. Die horizontalen Pfeile bezeichnen die Lage der Meßstrecke, die vertikalen den Bereich der kritischen Zahl. Letzterer ist bedingt teilweise durch nicht ganz scharfe Bestimmung der kritischen Zahl in einzelnen Versuchsreihen, teils dadurch, daß an verschiedenen Versuchstagen naturgemäß die Störungsfreiheit des Wassers nicht immer

1) W. Heisenberg, a. a. O. 607, Fußnote 1.

2) W. Heisenberg, Über Stabilität und Turbulenz von Flüssigkeitsströmen. Ann. d. Phys. (4), 74, 607, 1924.

Digitized by Google

die gleiche war. Trotzdem ist der gesetzmäßige Verlauf deutlich zu erkennen: Bei der nicht unbeträchtlichen Anlauflänge von 160 Halbmessern die verhältnismäßig hohe kritische Zahl 10000 bis 14000 (zwischen Reynolds und Ekman), dann deren stetiger Abfall, bis man bei etwa 800 Halbmessern in dem Bereich der niedrigen kritischen Zahlen (1100 bis 1400) anlangt, die bis zur Anlauflänge 2600 unverändert erhalten bleiben. Die niedrigste beobachtete kritische Zahl ist wieder, wie bei meinen früheren Untersuchungen, etwa 1160. In dieser Gegend hat man also nicht nur den unteren Grenzwert für die turbulente Strömung zu suchen, sondern auch Ekman usw. erklären sich daraus, daß — besonders bei sehr hoch getriebener Störungsfreiheit — die relative Schwankung der Störung groß sein wird, so daß man nicht ein langsames Hereinrücken der Umschlagstelle vom Rohrende wird erwarten können.

Bei unseren Messungen ergab sich nun noch eine neue Beobachtung, deren weitere Verfolgung vielleicht einen näheren Einblick in den Mechanismus des Übergangs von laminarer zu turbulenter Strömung liefern wird. Die Fig. 2—4 zeigen in der bekannten Weise

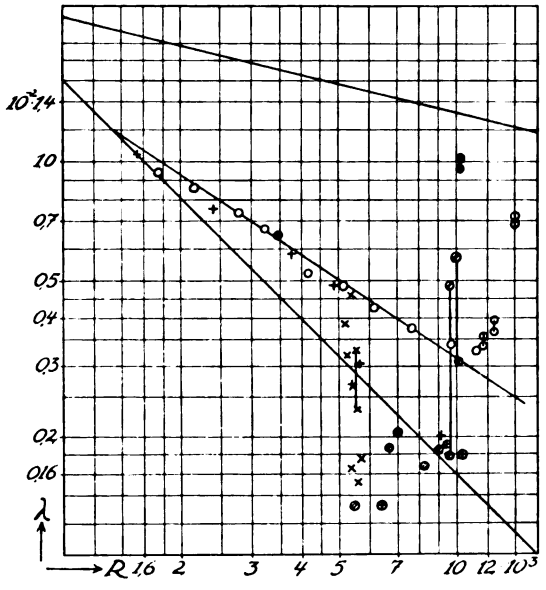


Fig. 2.

den Widerstandskoeffizienten λ als Funktion der Reynoldsschen Zahl R, wie er sich aus den Messungen an den Meßstrecken mit den „praktischen" oberen Grenzwert für Laminarströmung bei dem jeweiligen Störungsbetrag entsprechender Anlauflänge. Die unsern Ergebnissen scheinbar entgegenstehenden von den rel. Anlauflängen 160, 200 und 250 ergab. Die drei Geraden entsprechen dem Poiseuilleschen, dem Blasiusschen Gesetz und dem theoretischen Anlaufwiderstand [1]). Die Beobachtungen der verschiedenen Tage sind durch verschiedene Signatur kenntlich gemacht, was man insbesondere in Fig. 3 beachten möge. Sie ergeben folgendes: Zunächst,

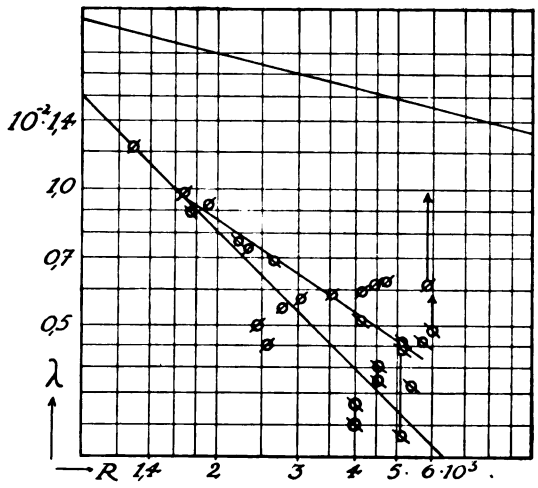


Fig. 3.

bei kleineren R, liegen die Meßpunkte gut an der theoretischen Anlaufwiderstandskurve. Dann erfolgt in zahlreichen Fällen der Übergang zur Turbulenz jedoch nicht von diesem Anlaufströmungszustand aus, sondern erst nach Auftreten eines Strömungszustandes erheblich verringerten Widerstandes. Diese Strömungsform stellt sich an manchen Tagen völlig freiwillig, auch bei wenig vorsichtigem Experimentieren ein, und macht sich dann durch plötzlichen starken Abfall der Druckdifferenz am Manometer geltend, ganz ähnlich dem Anstieg bei Einsetzen der Turbulenz. Manchmal erfordert ihre Feststellung sehr vorsichtiges Steigern der Geschwindigkeit; manchmal auch ist sie überhaupt nicht zu beobachten. Am deutlichsten tritt der genannte Zustand bei der kürzesten Anlauflänge hervor (Fig. 2), ist jedoch auch bei den folgenden Meßstrecken (Fig. 3 und 4) noch deutlich zu erkennen.

Was für ein Bild wird man sich von dieser Strömungsform, die in den betr. Fällen eine Vorstufe der Turbulenz ist, zu machen haben? Der beobachteten starken Widerstandsverminderung muß eine starke Verringerung der Schubspannung an der Wand entsprechen, d. h. des Geschwindigkeitsgradienten senkrecht zur Wand. Dies führt aber aus Kontinuitätsgrün-

1) L. Schiller, Zeitschr. f. a. M. u. M. **2**, 96, 1922.

Digitized by Google

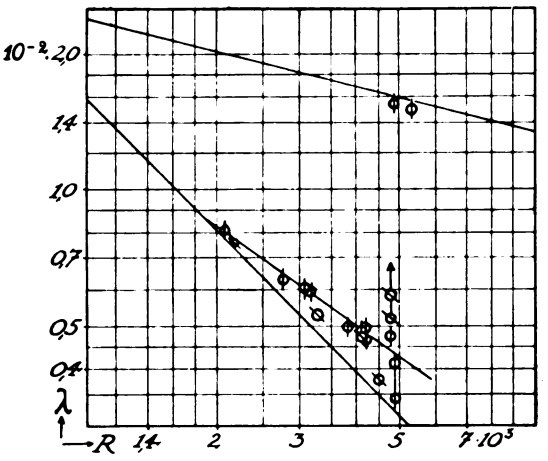


Fig. 4.

den zu einem Geschwindigkeitsprofil mit Wendepunkt, wie es ja die Anwesenheit von Wirbeln entsprechenden Drehsinns in Wandnähe unschwer erklären läßt [1]). Der Übergang zur Turbulenz erfolgt hier also nicht aus dem nach Heisenberg zwar auch schon im Prandtlschen Sinne „schwingungsfähigen" parabolischen Profil heraus, sondern erst unter Zwischenschaltung des Profils mit Wendepunkt, auf dessen Labilität (bei reibungsloser Flüssigkeit) schon Rayleigh hingewiesen hat.

Es fragt sich nun, ob auch in den Fällen, wo sich diese neue Strömungsform der Beobachtung entzieht, sie doch vor Eintreten der Turbulenz stets vorhanden ist. Das allmähliche Zurücktreten des Effekts bei größeren Anlauflängen (Fig. 3 und 4) spricht für eine solche Möglichkeit. Man wird dies etwa so zu deuten haben: In der Nähe des Einlaufs ist eine Zone normaler laminarer Anlaufströmung, dann folgt eine (relativ kurze) Zone der neuen Strömungsform, schließlich die Turbulenz. Steigert man nun stufenweise die Geschwindigkeit und damit die Anfangsstörung, so werden diese Zonen jeweils um ein Stück dem Einlauf zu verschoben. Dabei ist die Absolutverschiebung bei größeren Anlauflängen (kleineren R-Werten) größer als bei kleinen (größeren R-Werten), so daß sich die (kurze) Zone 2 der neuen Strömungsform der Beobachtung entziehen kann. Ebenso muß auch bei kürzeren Anlauflängen die Feststellung des Zwischenzustandes erschwert oder verhindert werden, wenn es aus irgendwelchen Gründen nicht gelingt, die Anfangsstörung nur ganz langsam zu steigern.

Die Gründe, aus denen die beschriebene Erscheinung bisher noch nicht beobachtet war, sind im wesentlichen das bisherige Fehlen von Widerstandsmessungen bei geringen Anfangsstörungen, kleinen Meßstrecken in nicht sehr großer Entfernung vom Einlauf und die Nichtberücksichtigung des Anlaufwiderstandes, die z. B. im Fall der Fig. 4 kaum die richtige Würdigung der Erscheinung hätte aufkommen lassen. Eine gewisse Widerstandsverminderung, deren Realität allerdings wegen ihrer Kleinheit zweifelhaft war, habe ich übrigens bei Durchrechnung der Sorkauschen Versuche nach der laminaren Anlauftheorie schon früher festgestellt [1]).

Zur Sicherung der durch die vorliegenden Beobachtungen und deren angegebene Deutung nahegelegten Vermutung, daß stets ein solcher Zwischenzustand vor Eintritt der Turbulenz vorliegt, werden weitere Versuche dienen müssen.

Die vorliegenden Untersuchungen wurden mit Unterstützung der Notgemeinschaft deutscher Wissenschaft ausgeführt, wofür auch an dieser Stelle herzlichst gedankt sein soll.

Zusatz bei der Korrektur: Als Ergebnis einer Besprechung mit Herrn Prof. Prandtl über die Energieverhältnisse der beschriebenen Erscheinung sei folgendes mitgeteilt:

Nach einem Minimalsatz von Helmholtz muß der Pouseuillesche Druckabfall bei in der Richtung der Rohrachse gleichbleibender Strömung das Minimum des Druckabfalls darstellen. Die Erklärung für den hohen Betrag der Widerstandsverminderung bis unter den Pouiseuilleschen Betrag ergibt sich mittelbar aus der in der Anlaufstrecke erfolgenden Beschleunigung der Kernströmung. Diese bewirkt zunächst einen zusätzlichen Druckabfall außer dem Poiseuilleschen (Kurve des Anlaufwiderstands). Treten jetzt — zunächst etwa in dem stromabwärts gelegenen Teil der Meßstrecke — Wirbel innerhalb der Strömung auf, so setzt die entstehende Durchmischung der Geschwindigkeiten die Geschwindigkeit der Kernströmung herab und es entsteht ein Druckanstieg, der zu der beobachteten Verringerung des Druckabfalls Anlaß gibt.

Im Sinne dieser Erklärung ist es nicht nötig, die von mir oben angegebene starke Verringerung der Schubspannung an der Wand, d. h. die Wirbel in Wandnähe anzunehmen, vielmehr liegt hier der Nachdruck auf der Durchmischung in der Kernströmung, ähnlich, wie ich früher schon Sorkausche Versuche diskutiert habe (vgl. Fußnote 2).

1) Vgl. L. Prandtl, Zeitschr. f. a. M. u. M. 1, 437, 1921 und L. Schiller, ebenda 441.

1) L. Schiller u. H. Kirsten, Über den Widerstand strömender Flüssigkeiten in kurzen Rohrstücken. Physik. Zeitschr. 22, 523, Abschn. 7, 1921.

Digitized by Google

H. Sirk (Wien), Die Berechnung des Molekulardurchmessers aus Verdampfungswärme und Oberflächenspannung.

Ostwald hat seinerzeit eine Formel aufgestellt, die den Molekulardurchmesser ϱ durch Oberflächenspannung γ, Verdampfungswärme $\mathfrak{L}$ (in mechanischem Maße gemessen) und spezifisches Volumen v ausdrückt. Nach Ostwald ist $\varrho = \frac{2\gamma v}{\mathfrak{L}}$. Bei Ableitung dieser Formel werden die klassischen Vorstellungen der Molekulartheorie für die Oberflächenschicht verwendet.

Es erscheint nun möglich, auf Grund der neuen Vorstellungen über die Natur der Oberflächenspannung und der neuen Anschauungen über den Aufbau der Materie aus positiven und negativen elektrischen Massen eine Beziehung zwischen Oberflächenspannung und Verdampfungswärme abzuleiten, die ebenfalls den Molekulardurchmesser aus diesen Größen zu berechnen gestattet. Dabei wird angenommen, daß die aus Elektronenbahnen und Kern aufgebaute Molekel für gewisse Vorgänge, wie z. B. Molekularzusammenstöße, undurchdringlich ist, so daß man weiter mit der Vorstellung des Molekulardurchmessers im Sinne der kinetischen Gastheorie arbeiten kann.

Bezüglich der Oberflächenspannung zeigen die Arbeiten von Madelung, Born und Courant, daß sie zerfällt in einen statischen Anteil, der von der Wärmebewegung der Molekeln unabhängig ist, und in einen dynamischen Anteil, der von der Temperatur abhängt, negatives Vorzeichen hat und in der Grenze gegen den absoluten Nullpunkt verschwindet. Die Anwendung der Quantentheorie auf den dynamischen Anteil hat es Born und Courant ermöglicht, die Konstante des Eötvös-Gesetzes $\gamma V^{\frac{2}{3}} = K\left(T_k - T\right)$ zu berechnen. Sie finden $K = 2{,}1$ in Übereinstimmung mit Beobachtungen an nicht assoziierenden Stoffen. Da der dynamische Anteil der Oberflächenspannung in der Grenze für $T = 0$ verschwindet, läßt sich nach Eötvös der statische Anteil der Oberflächenspannung χ beim absoluten Nullpunkt χ_0 berechnen zu

$$\chi_0 = \frac{2{,}1\, T_k}{V_0^{\frac{2}{3}}}, \qquad (1)$$

wo V_0 das für den absoluten Nullpunkt extrapolierte Molekularvolumen der Flüssigkeit ist.

Anderseits hat Debye χ, den statischen Anteil der Oberflächenspannung, aus molekularen Größen berechnet unter der Annahme, daß die Molekeln im ganzen neutrale, deformierbare elektrische Quadrupole sind. Er versteht darunter Aggregate von positiven und negativen Ladungen, die im feldfreien Raum kein elektrisches Moment haben, weil der Schwerpunkt der positiven Ladungen mit dem der negativen zusammenfällt. Im äußeren Felde nehmen sie ein elektrisches Moment an, das der Feldstärke proportional ist. Der Proportionalitätsfaktor α, die Polarisierbarkeit, ist eine molekulare Konstante, ebenso τ, das elektrische Trägheitsmoment. Stoffe, deren Molekeln auch bei Abwesenheit eines äußeren Feldes ein Moment haben, geben sich durch ihr dielektrisches Verhalten zu erkennen und zeigen in ihrem Verhalten gegenüber der Zustandsgleichung und dem Gesetz von Eötvös auf Assoziationserscheinungen beruhende Anomalien. Von derartigen Stoffen wird im folgenden abgesehen. Debye findet:

$$\chi = \frac{3\pi}{8}\frac{\alpha\tau^2}{s^4} n^2,$$

wo s der Durchmesser des kugelförmig gedachten Molekels und n die Anzahl der Molekeln in der Volumeinheit der Flüssigkeit bedeutet. Durch dieselben molekularen Konstanten läßt sich die potentielle Energie der $L = nV$-Molekeln eines Mols darstellen. Es ergibt sich so für die molekulare innere Verdampfungswärme

$$A = \frac{6\pi}{5}\frac{\alpha\tau^2}{s^5}\frac{L^2}{V} = \frac{6\pi}{5}\frac{\alpha\tau^2}{s^5} n^2 V,$$

wenn man den entstehenden Dampf als genügend verdünnt ansehen kann. Aus den beiden letzten Gleichungen folgt durch Elimination von α, τ und n

$$s = 3{,}2\,\frac{\chi V}{A}. \qquad (2)$$

Es ist nun χ eine Temperaturfunktion, weil $n \sim \frac{1}{V}$ von der Temperatur abhängt. Es folgt somit für χ unter nachträglicher Verwendung von (1)

$$\chi = \chi_0 \frac{V_0^2}{V^2} = 2{,}1\, T_k \frac{V_0^{\frac{4}{3}}}{V^2}.$$

Dieser Ausdruck gibt in (2) eingesetzt s durch V_0 ausgedrückt. Da es zu unsicher erscheint diese Größe durch Extrapolation aus dem thermischen Verhalten der betreffenden Substanz bei gemessener Temperatur zu gewinnen, so mache ich die Annahme, daß die kugelförmig gedachten Molekeln sich beim absoluten Nullpunkt in möglichst dichter Packung befinden, so daß $V_0 = \frac{L}{\sqrt{2}} s^3$. Setzt man dies ein und löst die entstandene Gleichung nach s, so erhält man unter Einführung von λ_i, der inneren Verdampfungswärme in cal/g, statt des

Digitized by Google

bisher in mechanischem Maße gemessenen $A = M\,\lambda_i\,4{,}18\cdot 10^7$ und von $V = \frac{M}{D}$ mit einem aus Strahlungsmessungen folgenden $L = 62{,}7\cdot 10^{22}$

$$s\cdot 10^8 = \sqrt[3]{0{,}184\,\frac{M^2\lambda_i}{T_k D}}. \qquad (3)$$

Nach dieser Formel wurden die Werte von $s\cdot 10^{-8}$ cm für 17 verschiedene Stoffe berechnet, die in der Tabelle nach kritischen Temperaturen geordnet angegeben sind. Zum Vergleich wurden für jene 10 Stoffe, für welche

	$s\times 10^8$	$\varrho\times 10^8$	$s^*\times 10^8$
Helium	3		1,9
Wasserstoff	3,1	1,5	2,3
Stickstoff	3,9	1,3	3,1
Kohlenoxyd	3,9	1,4	3,2
Argon	3,6	1,1	2,7
Sauerstoff	3,6	1,2	2,9
Kohlendioxyd	4,0		3,2
Stickoxydul	4,0		3,1
Methylchlorid	4,5		3,4
Chlor	4,3		3,7
i-Pentan	6,4		4,5
Äthyläther	6,2	1,4	4,8
Azeton	5,8	1,2	3,8
Methylazetat	5,8		3,8
Äthylazetat	6,4	1,2	4,2
Chloroform	5,7	1,4	4,8
Benzol	5,9	1,4	4,1

Messungen der Oberflächenspannung vorlagen, die Molekulardurchmesser nach Ostwald berechnet, wobei die eingangs gegebene Formel durch Einführung von λ_i und D umgestaltet wurde zu $\varrho\cdot 10^8 = 4{,}79\,\frac{\gamma}{\lambda_i D}$. Es ist ϱ durchwegs kleiner als s, und zwar 2—3 mal bei kondensierten Gasen, 4—5 mal bei höher siedenden Substanzen. Das erklärt sich zum Teil durch Verwendung des Faktors 2 bei Ostwald, statt 3,2 in (2), das aus den modernen Anschauungen folgt, größtenteils aber infolge der Verwendung der Oberflächenspannung γ bei Ostwald, die kleiner ist als ihr statischer Anteil χ wegen des negativen Temperaturkoeffizienten des dynamischen Anteils, und zwar um so kleiner, je niedriger die Temperatur ist. Daher die größere Abweichung der Werte des ϱ von s bei höher siedenden Stoffen. Um ein Urteil darüber zu gewinnen, welcher von den beiden Werten ϱ oder s die tatsächlichen Verhältnisse mit größerer Annäherung wiedergibt, kann man sie mit Werten des Molekulardurchmessers vergleichen, die durch Beobachtungen des betreffenden Stoffes im Gaszustande gewonnen wurden. Die in der Tabelle unter s^* auf Grund der kinetischen Gastheorie ermittelten Werte des Molekulardurchmessers sind einer vor kurzem erschienenen Zusammenstellung von Kuenen entnommen, der ihre Neuberechnungen auf Grund neuer Formeln für den Reibungskoeffizienten durchgeführt hat. Vergleicht man die Werte von s und ϱ mit den gaskinetischen Werten s^*, so sieht man, daß die Werte von s größer sind als die von s^*, und zwar im Mittel um ca. 30 Proz. Die Werte von ϱ hingegen sind bedeutend kleiner als die von s^*, sie sind im Durchschnitt nur ein Drittel dieses Wertes. Im Mittel über alle in der Tabelle enthaltene Stoffe ist:

$$\left(\frac{s}{s^*}\right) = 1{,}37, \quad \left(\frac{\varrho}{s^*}\right) = 0{,}38.$$

Es scheinen also die aus den modernen Anschauungen berechneten Werte des Molekulardurchmessers mit den tatsächlichen Verhältnissen in besserer Übereinstimmung zu stehen als die Ostwalds.

Zum Schlusse will ich noch erwähnen, daß im Prinzip die Möglichkeit vorliegt, die aus Flüssigkeitsdaten gewonnenen Werte des Molekulardurchmessers zu vergleichen mit Werten, die durch Beobachtungen an den betreffenden Stoffen im festen Zustande gewonnen wurden, für den Fall nämlich, daß es sich um einatomige Stoffe handelt. Da kann man röntgenspektroskopisch an der festen kristallinen Substanz die Gitterkonstante und daraus den Atomradius bestimmen. Das ist für den Fall des Argons in einer eben erschienenen Arbeit von Simon und Cl. v. Simson durchgeführt worden. Sie fanden für den Atomradius des Argons auf dem angedeuteten Wege 1,92 Å, woraus ein Molekulardurchmesser von $3{,}8\cdot 10^{-8}$ cm folgt, während Formel (3) $3{,}6\cdot 10^{-8}$ cm ergibt.

W. Seitz (Aachen), Über die Asymmetrie der Entladung von Röntgenelektronen.

Durch die Entdeckung des Comptoneffektes und die darauf bezügliche Theorie von Debye, hat die Frage der schon lange bekannten Asymmetrie der Elektronenentladung, die durch Röntgenstrahlen ausgelöst wird, an Interesse gewonnen; denn diese Theorie, die auf der Anschauung der Energiequanten beruht, fordert eine solche Asymmetrie.

Vor einem Jahr behandelte ich diese Erscheinung in einer Arbeit, die im Wienschen Jubiläumsbande der Ann. d. Phys. erschienen ist. Während bisher von den verschiedenen Forschern, die sich mit diesem Gegenstand beschäftigten, die ionisierende Wirkung der Elektronen vor und hinter dem durchstrahlten Metall bestimmt worden war, also wohl in

Digitized by Google

erster Annäherung die Energie der Elektronenstrahlung, beobachtete ich die Aufladung, die ein Zelluloid- oder Kohleblättchen, das nur auf der einen Seite mit einer sehr dünnen Metallschicht durch Kathodenbestäubung überzogen war, das also nur nach einer Seite Elektronen abschließen konnte, erfuhr, wenn die R. Str. einmal in der einen, ein andermal in der anderen Richtung das Blättchen durchsetzten. Bei meiner Methode wurden also die Elektronen im Gegensatz zu den früheren Untersuchungen gezählt. Es ergab sich bei Platin je nach der Dicke der Schicht und der Härte der Strahlen eine Asymmetrie, d. i. das Verhältnis der Austrittsstrahlung zur Eintrittsstrahlung $\frac{E_a}{E_i}$, bis zu 1,27.

Diese Messungen habe ich nun in verschiederer Beziehung erweitert. Auf die Versuchsanordnung, die in der ebengenannten Publikation beschrieben ist, gehe ich nicht ein.

Zunächst habe ich die Erscheinung bei verschiedenen Metallen, Aluminium[1]), Kupfer, Silber, Platin, Blei, untersucht. Die Scheitelspannung der Coolidgeröhre, die durch Funkenlänge gemessen wurde, betrug 90 Kilo-Volt. Es trat also kräftige K-Strahlung des Wolfram

Tabelle I.

Strahler	Gegenspannung	$E_i E_i$	Gegenspannung	$E_a E_i$
Aluminium .	0	1,82		—
Kupfer	0	1,40	50	2,05
Silber		—	50	1,44
Platin		—	50	1,20
Blei	0	1,10	50	1,17

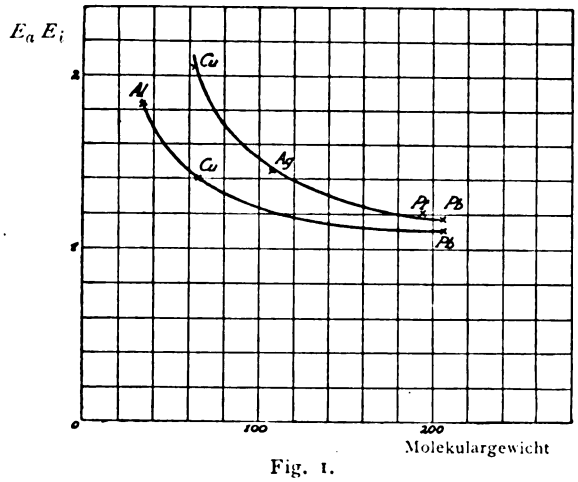


Fig. 1.

1) Hier war Aluminiumfolie von 0,00407 mm Dicke mit Schellacklösung anf Zelluloid aufgeklebt. Die übrigen Metallspiegel waren durch Kathodenbestäubung in Argon hergestellt.

auf. Die L-Strahlung und weiche Bremsstrahlung wurde durch 3 mm Aluminium abfiltriert. Wie ich in der genannten Arbeit angab, nimmt die Asymmetrie bei sehr dünnen Metallschichten mit deren Dicke zu, und erreicht schließlich einen Maximalwert. Bei größeren Dicken nimmt sie infolge der Absorption der R. Str. wieder ab. Die im folgenden angegebenen Zahlen sind solche Maximalwerte. Wie ich ebenfalls damals schon fand, wird durch eine Gegenspannung, die die langsamen Elektronen zum Strahler zurücktreibt, die Asymmetrie verstärkt.

In Übereinstimmung mit den Resultaten, die die früheren Forscher nach der Methode der Ionisation gefunden hatten, nimmt die Asymmetrie mit wachsendem Atomgewicht ab. Eine Umkehr der Asymmetrie, d. h. daß $E_a < E_i$ ist, die von manchen konstatiert wurde und die vermutlich auf Absorption der R. Str. zurückzuführen war, ergab sich nicht.

Wenn die langsamsten Elektronen durch ein Feld von 50 Volt zurückgehalten werden, so erhöht sich die Asymmetrie hierdurch desto mehr, je kleiner das Atomgewicht ist. Die Elektronenstrahlung der leichten Elemente ist also reicher an langsamen symmetrisch verteilten Elektronen, während die Asymmetrie der schnellen bei ihnen größer ist.

Weitere Versuche sollten prüfen, wie die Asymmetrie mit wachsender Gegenspannung, d. h. durch Abbremsung der langsamen Elektronen zunimmt. Die Ergebnisse sind in Tab. II zusammengestellt und in Fig. 2 wiedergegeben. Die Messungen sind bei einer Kathodenscheitelspannung von 119 Kilo-Volt, also sehr starker K-Strahlung des Wolframs ausgeführt. 3 mm Aluminium schirmten wieder die weichen Strahlen ab. Als Strahler diente verkupfertes Zelluloid. Die Ordinate ist das Maß für die Asymmetrie, d. h. das Verhältnis der Austritts- zur Eintrittsstrahlung, Abszisse die Gegenspannung. Die Kurve erreicht bei 253 Volt noch nicht ihr Maximum.

Statt durch ein Gegenfeld kann man die langsamen Elektronen, die wohl größtenteils sekundär entstehen und deshalb symmetrisch verteilt sind, zurückhalten, indem man den Metallspiegel mit einer unmetallischen Schicht, die selbst eine, nur verschwindende Menge Elektronen ausstrahlt, überzieht. Eine dünne Schellackierung eines Platinspiegels auf Zelluloid erhöht z. B. die Asymmetrie von 1,20 auf 1,93 und ein Überstrich von chinesischer Tusche auf einen Silberspiegel von 1,35 auf 1,79.

Der Versuch mit dem schellackierten Platinspiegel ist noch von weiterem Interesse. Durch

Digitized by Google

Tabelle II.

Gegenspannung	E_a/E_i
0	1,42
47	2,00
115	2,43
254	2,76

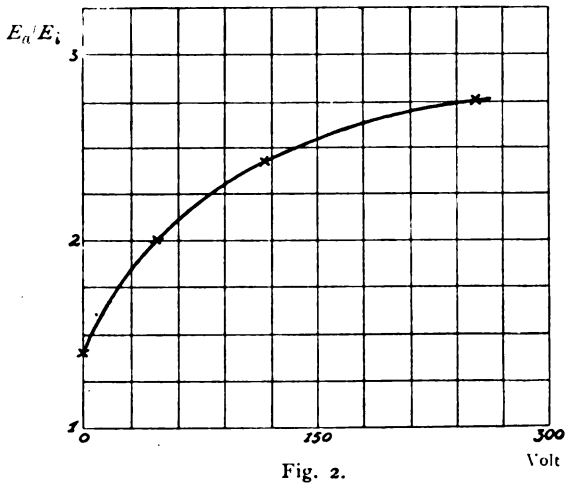


Fig. 2.

den Schellacküberzug ist die Elektronenstrahlung auf der Einfallsseite der R. Str. auf 2,8 Proz., an der Austrittsseite auf 4,5 Proz. reduziert. Im wesentlichen durchdringen also nur die schnellsten Elektronen, das sind die Photoelektronen, die Schellackschicht und ihnen kommt demnach die Asymmetrie zu. Diese sollte aber im Widerspruch hiermit nach der Debyeschen Theorie, die sich allerdings mit den Photoelektronen gar nicht beschäftigt, gerade durch die Comptonelektronen, also Elektronen mäßiger Geschwindigkeit, bedingt sein.

Mit den soeben beschriebenen Versuchen in Übereinstimmung stehen die Beobachtungen, die ich im folgenden mitzuteilen habe.

Bisher ist noch nicht die Frage gelöst, ob die Asymmetrie darauf beruht, daß die Atome in der Richtung der einfallenden Röntgenstrahlen mehr Elektronen abschießen als in der entgegengesetzten, oder ob primär die Anzahl nach beiden Richtungen gleich ist, dagegen die Geschwindigkeit und dadurch das Durchdringungsvermögen in der Richtung der R. Str. größer ist. Auch in diesem Falle müßten mehr Elektronen an der Austrittsseite an die Oberfläche gelangen und aus dieser herausdringen. Ich habe mir daher die weitere Aufgabe gestellt, das magnetische Spektrum der Elektronenstrahlung einer dünnen Metallfolie an der Eintritts- und Austrittsseite gleichzeitig zu bestimmen.

Dieser Untersuchung diente folgender Apparat:

Die R. Str. lieferte eine, nach Siegbahn konstruierte metallische R.-Röhre mit Glühkathode. Die Antikathode bestand anfangs aus Molybdän, später aus Wolfram. Die Röhre war möglichst nahe an die Kamera herangerückt. Diese ist in Fig. 3 wiedergegeben. Die R. Str. wurden zunächst durch einen 1 mm weiten Bleispalt, der am Aluminiumfenster der Röntgenröhre (in der Zeichnung nicht angegeben) angebracht war, dann durch den ebenfalls 1 mm weiten Bleispalt B scharf abgeblendet. F sind 0,1 mm dicke Aluminiumfenster.

Vor der dünnen Kupferfolie f[1]), die sich genau in der Mitte zwischen den Diaphragmen D befindet, gehen unter der Einwirkung des schmalen, senkrecht auftreffenden Röntgenstrahlenbündels nach allen Seiten die Elektronen aus. Zwei rechteckige Spulen Sp, deren Achse senkrecht auf der Zeichnungsebene steht, und zwischen denen soeben das Röntgenstrahlenbündel in die Kamera gelangen konnte, lieferten das Magnetfeld. In den beiden seitlichen Kammern, die durch Bleiwände gegen diffuse R. Str. geschützt sind, werden die beiden photographischen Platten P, von denen die eine das Elektronenspektrum der Eintrittsstrahlung, die andere die der Austrittsstrahlung aufzunehmen hat, auf den Messingplatten M durch Federn festgehalten. Sie sind entsprechend der Methode von Rutherford und Robinson[2]), die später auch Whiddington[3]) anwandte, so angeordnet, daß die kreisförmigen Elektronenbahnen von gleichem Radius, die von ein und demselben Punkt von f unter verschiedenem Winkel ausgehend die Diaphragmen D durchsetzen, sich nahezu in einem Punkte der photographischen Platte schneiden. Der kleine Bleischirm, der seitlich an dem Diaphragma B zu sehen ist, schützt die vordere Platte gegen diffuse R. Str., die von B ausgehen. Auf die Symmetrie des Apparats ist die größte Sorgfalt verwendet. Um aber vor Täuschungen, die durch kleine Unsymmetrien hervorgebracht werden könnten, sicher zu sein, kann die ganze Kamera um 180° gedreht werden, und das Diaphragma B auf die andere Seite von f gebracht werden, so daß die R. Str. in entgegengesetzter Richtung den Apparat durchlaufen. Der Deckel der Kamera wurde durch Picein luftdicht verschlossen und der Apparat durch eine Quarzglasdif-

1) Die Dicke betrug 0,003 mm.

2) E. Rutherford u. H. Robinson, Phil. Mag. Vol. 26, S. VI, 717, 1913.

3) R. Whiddington, Proc. Cambr. Phil. Soc. 20, 442—444, 1921.

Digitized by Google

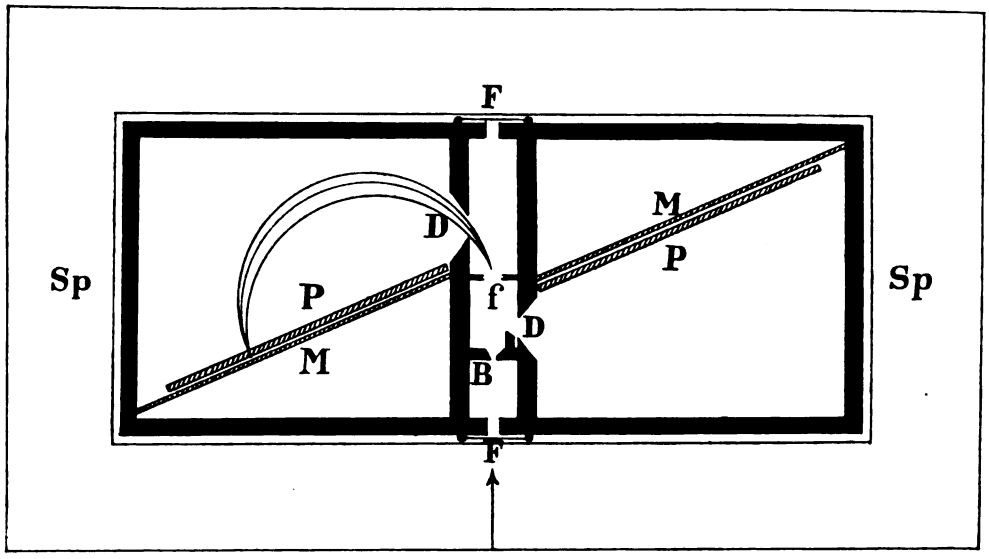


Fig. 3.

fusionspumpe unter Zwischenschaltung eines Rohres, das mit flüssiger Luft gekühlt war, auf das höchste Vakuum gebracht. Als photographische Platten verwendete ich Agfa-Diapositiv-Platten. Die R. Röhre wurde mit 50-Perioden-Wechselstrom, der in einem Funkeninduktor transformiert wurde, betrieben. Die Kathodenscheitelspannung betrug bei den Versuchen mit Molybdän-Antikathode ungefähr 40 Kilo-Volt, — es trat also starke Molybdän-K-Strahlung auf, — bei den Versuchen mit Wolfram-Antikathode 60 Kilo-Volt. Im ersteren Falle war eine Expositionsdauer von 11 Stunden bei einer Kathodenstromstärke von 25 M.-Amp., im letzteren eine solche von 7 Stunden bei 12 M.-Amp. nötig.

Bei diesen Versuchen war es nicht möglich, die Antikathode so nahe an den Strahler heranzubringen, wie bei jenen von Whiddington und dementsprechend war die Intensität der Elektronenstrahlung viel geringer. Ich mußte daher auf eine so feine Aufteilung des Spektrums, wie Whiddington[1]) oder De Broglie[2]) erzielten, verzichten. Immerhin sind auf den Platten zwei bis drei Intensitätsmaxima deutlich sichtbar. Die Schwärzung der Platten wurde mit einem Registrierphotometer durch Herrn Dr. Weber ausgemessen, dem ich hiermit meinen besten Dank hierfür ausspreche. Von diesen Kurven, bei denen die Ordinate die Schwärzung bedeutet, sind hier zwei wiedergegeben.

1) R. Whiddington, Proc. Cambr. Phil. Soc. **20**, 442—444, 1921.
2) De Broglie, C. R. **173**, 1151—1160, 1921.

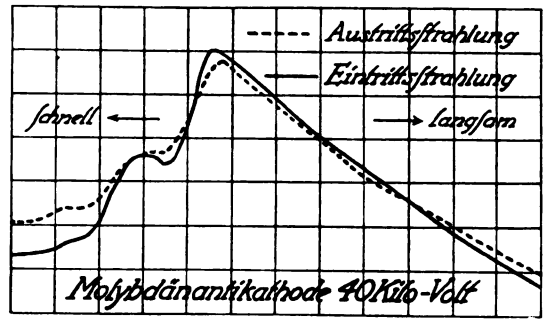


Fig. 4.

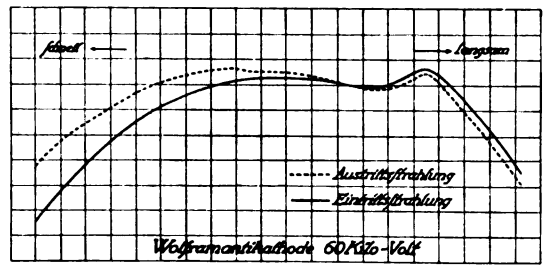


Fig. 5.

Das Ergebnis dieser Untersuchungen war folgendes:

1. Die Intensitätsmaxima liegen auf beiden Platten auf derselben Stelle, entsprechen also gleichen Elektronengeschwindigkeiten.

2. Die Intensität der langsamen Elektronen ist auf der Eintrittsseite der R. Str. merklich größer[1]), was vielleicht auf Schwächung der

1) Wenn in Fig. 4 im Gebiet der langsamsten Elektronen sich die Kurven nochmals kreuzen, so ist das wohl auf einen Plattenfehler in der Nähe des Randes zurückzuführen. Bei anderen Aufnahmen ist das nicht der Fall.

Digitized by Google

weichen R. Str. in der Kupferfolie zurückzuführen ist.

3. Die Intensität der schnellsten Elektronen ist auf der Austrittsseite deutlich größer, und dieser Unterschied wächst mit deren Geschwindigkeit.

Deshalb ist es noch nicht ausgeschlossen, daß die Comptonelektronen wie die Theorie von Debye verlangt, vom Atom selbst nur nach der Richtung der Austrittsseite abgeschlossen werden; denn bei ihrer geringen Geschwindigkeit erleiden sie im Metall starke diffuse Zerstreuungen, wodurch die Asymmetrie verwischt wird. Ferner wird der zu erwartende stärkere Effekt an der Austrittsseite dadurch aufgehoben, daß die weichen R. Str. in der Folie geschwächt werden und daher an der Eintrittsseite mehr Elektronen erzeugen. Aus den Versuchen folgt aber mit Sicherheit, daß die Asymmetrie im wesentlichen auf die schnellen Photoelektronen und nicht oder nur zum kleinen Teil auf die langsameren Comptonelektronen zurückzuführen ist.

Karl Lichtenecker (Reichenberg i. B.), Die Temperatur-Widerstands-Funktion metallischer Leiter.

Die Temperatur-Widerstands-Kurve der festen Metalle hat im wesentlichen folgenden Verlauf.

1. Im ganzen Gebiete vom Schmelzpunkt bis herab nahe an den absoluten Nullpunkt ist die Kurve schwach aber deutlich konkav gekrümmt, d. h. der Temperaturgradient des Widerstandes nimmt, wenn auch langsam, im ganzen Gebiete mit wachsender absoluter Temperatur zu.

2. Bei einer bestimmten Temperatur, der sogenannten Sprungtemperatur geht der Widerstand plötzlich, d. h. innerhalb eines sehr kleinen Temperaturintervalls auf einen fast bei Null liegenden Wert zurück. Der Temperaturgradient der TW-Kurve wird also für den Sprungpunkt unendlich groß.

Man kann sich nun die Aufgabe stellen zu untersuchen, ob diese beiden wesentlichen Eigenschaften der TW-Kurve sich ergeben, wenn man die sehr einfache Annahme macht, daß bei irgendeiner Temperatur das Metall aus Partikeln besteht, welche die Leitfähigkeit ausschließlich (oder so gut wie ausschließlich) bewirken und aus solchen, die an der Leitfähigkeit keinen oder nur einen im Verhältnis verschwindend kleinen Anteil haben, wobei es natürlich keineswegs ausgeschlossen sein soll, daß Aggregatteilchen, die in einem Zeitelement zur ersten Gattung gehört haben, sich zu irgendeinem späteren Zeitpunkt als zur zweiten Gattung gehörig erweisen und umgekehrt. Diese Annahme läuft also darauf hinaus, das Metall bei irgendeiner Temperatur als eine Legierung zweier Bestandteile mit sehr verschiedenen Leitfähigkeiten zu betrachten, wobei das Raumverhältnis Θ der beiden Komponenten natürlich als von der Temperatur irgendwie abhängig zu betrachten ist.

In weiten Gebieten hat sich für die Leitfähigkeit — und wie wir hinzufügen müssen — zugleich auch für den Leitwiderstand metallischer Legierungen, falls sekundäre Effekte ausgeschlossen sind, eine Formel bewährt, die man auf sehr allgemeinen Überlegungen aufbauen kann und die aussagt, daß, wenn Θ_1 und Θ_2 die Raumanteile der beiden Bestandteile eines Mischungskörpers sind, w_1 und w_2 die spezifischen Widerstände, λ_1 und λ_2 die spezifischen Leitfähigkeiten der beiden Bestandteile, daß sich dann weder der Widerstand noch die Leitfähigkeit des Aggregates nach der bekannten Mischungregel errechnet, sondern der Logarithmus der Leitfähigkeit (und auch der Logarithmus des Leitwiderstandes), daß also

$$\log w = \Theta_1 \log w_1 + \Theta_2 \log w_2$$

und gleichzeitig

$$\log \lambda = \Theta_1 \log \lambda_1 \cdot \Theta_2 \log \lambda_2,$$

wobei Θ_1 und Θ_2 echte Brüche darstellen[1]).

Anders ausgedrückt heißt dies

$$w = w_1^{\Theta_1} \cdot w_2^{\Theta_2}.$$

Wenn wir berücksichtigen, daß $\Theta_1 + \Theta_2 = 1$ und wenn wir das Verhältnis der Widerstände v nennen, so ergibt sich

$$w = w_1^{1-\Theta_2} \cdot w_2^{\Theta_2} = w_1 \left(\frac{w_2}{w_1}\right)^{\Theta_2};$$

$$w = w_1 \cdot v^{\Theta}.$$

Diese Gleichung hat sich für die Berechnung künstlicher und natürlicher binärer Aggregate metallischer Leiter sehr weitgehend verwenden lassen. Sie hat sich aber auch überraschend gut bewährt bei der Berechnung der Dielektrizitätskonstanten von Wienerschen Mischkörpern, worüber eine demnächst erscheinende Arbeit ausführlich berichtet[2]).

Wir nehmen nun an, das Mischungsverhältnis Θ sei eine Potenz $\varkappa$ des Temperaturverhältnisses ϑ, das die Lage der Temperatur T in dem Fundamentabstand T_1 bis T_2 festlegt.

Bezeichnet also T_1 jene Temperatur, bei der im wesentlichen nur Teile des ersten (supraleitenden) Bestandteiles vorhanden sind und T_2 jene, bei welcher nur oder sehr vorwiegend

1) Karl Lichtenecker, Physik. Zeitschr. **25**, 169 bis 233, 1924.

2) Vorgelegt der Sächs. Akad. d. Wissensch.

Digitized by Google

Teilchen der anderen Gattung vorhanden sind, so ist offenbar

$$\vartheta = \frac{T - T_1}{T_2 - T_1};$$

setzen wir also, wie eben angenommen

$$\Theta = \vartheta^x,$$

so erhalten wir als TW-Kurve die Gleichung:

$$w = w_1 \cdot v^{\vartheta^x}.$$

Diese Kurve hat:

I. Die wesentlichen analytischen Merkmale der TW-Funktion:

a) $\left(\frac{dw}{dT}\right)_{T=T_1} = \infty,$

b) $\left(\frac{d^2w}{dT^2}\right)_{T=T_1+\varepsilon}$, wo $\varepsilon \ll T$,

c) $\left(\frac{dw}{dT}\right)_{T=T_1+\varepsilon}^{T=\infty} > 0.$

II. Wesentliche Vorteile — auch als bloße Interpolationskurve betrachtet, nämlich:

a) Sie gilt für den spezifischen Widerstand und die spezifische Leitfähigkeit in streng identischer Form.

b) Sie liefert, wenn sie aus verschiedenen, als exakt richtig vorgestellten Widerstandswerten irgendwelcher Zwischentemperaturen berechnet wird, auch exakt die gleiche Kurve (was Interpolationsformeln im allgemeinen nicht tun).

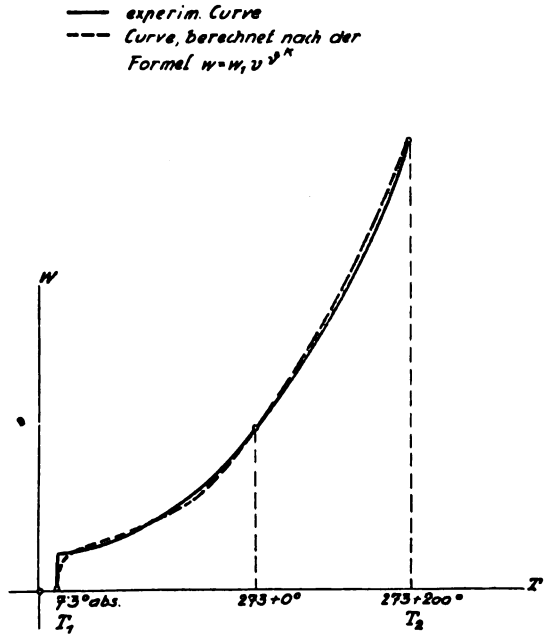
c) Sie ist mit höchster Leichtigkeit für die numerische Ausrechnung mittels Logarithmen zu handhaben und durch lineare Beziehungen auf Logarithmenpapier darzustellen.

d) Sie gilt unverändert für Legierungen zweiter und höherer Stufe, die selbst wieder aus Legierungen der Bestandteile zusammengesetzt sind. Hieraus ergibt sich insbesondere die Möglichkeit, sie auf Temperaturen T_1 und T_2 anzuwenden, für welche noch eine gewisse Beimischung des anderen Bestandteiles vorhanden ist.

III. Sie deckt sich mit einem Grade der Annäherung, die aus der beigegebenen Tabelle hervorgeht, mit dem vorhandenen Zahlenmaterial innerhalb eines Bereiches von 2,38 bis $^1/_2 \cdot 10^{-10}$.

Temperatur	Widerstand *Pb*	
	berechnet	experim. gemessen
$T = 273 + 300$	2,3786	2,3786
$273 + 200$	1,896	1,877
$273 + 100$	1,436	1,422
$273 + 0$	1	1
$273 - 78$	0,680	0,691
$273 - 192$	0,247	0,262
$273 - 250$	0,050	0,036
$273 - 260$	0,019	0,010
$8 = 273 - 265$	0,003	0,002
$7{,}5 = 273 - 265{,}5$	0,0011	0,0012
$7{,}3 = 273 - 265{,}7$	$^1/_2 \cdot 10^{-10}$	$^1/_2 \cdot 10^{-10}$

Die ersten 6 der experimentell gemessenen Werte sind entnommen der Tabelle III der Arbeit von Holborn, die letzten 5 der zusammenfassenden Abhandlung von C. A. Crommelin[1]).



Das beigegebene Diagramm stellt die Beziehung zwischen der experimentell bestimmten und der hier aufgestellten TW-Funktion mit Übertreibung der Abweichungen dar.

Eine noch größere Übereinstimmung anzustreben, wäre im gegenwärtigen Zeitpunkte ohne Zweck. Ohne genauere Kenntnis der experimentellen Widerstandswerte im supraleitenden Zustande (Restwiderstand) kann ja auch eine Entscheidung über die nähere Beschaffenheit der Temperaturverteilungsfunktion $\Theta = \Theta(\vartheta)$ nicht getroffen werden. Außerdem ist es so gut wie sicher, daß sekundäre Effekte sich auch hier bei den meisten Metallen dem primären Effekt mehr oder weniger stark überlagern. Dies muß schon deshalb angenommen werden, weil einzelne Metalle ja vorläufig bei den tiefsten Temperaturen noch ein abweichendes Verhalten zeigen. Es war lediglich Zweck dieser kurzen Mitteilung, zu zeigen, daß schon die gemachten, der gegenwärtigen Kenntnis entsprechenden einfachen Annahmen über die Größe des Restwiderstandes und über die Menge des supraleitenden Bestandteiles als Funktion der Temperatur, den Verlauf der Temperatur-Widerstands-Funktion qualitativ vollkommen und quantitativ recht gut darstellen.

1) L. Holborn, Ann. d. Phys. **59**, 164, 1919; C. A. Crommelin, Jahrb. d. Rad. u. Elektr. **19**, 38, 1922.

Digitized by Google

Otto Wiener (Leipzig), Schwingungen elastischer Art im kräftefreien Strömungsäther.

1. Kurze Übersicht über die bisherigen Ergebnisse der Theorie des Strömungsäthers. Da ich nicht voraussetzen kann, daß meine Theorie des Strömungsäthers[1]) allgemein bekannt ist, so sei es mir gestattet, bevor ich auf den besonderen Gegenstand dieser Mitteilung eingehe, kurz zu berichten über die Ziele, Grundlagen und bisherigen wesentlichen Ergebnisse dieser Theorie.

Das Ziel ist die Begründung einer einheitlichen Physik unter grundsätzlicher Ausschaltung von Fernekräften und Beseitigung aller besonderen Arten von Massen, die der gewöhnlichen ponderablen Masse und der elektrischen Masse aus den Grundlagen, d. h. die Begründung einer reinen Bewegungsphysik.

Zugrunde gelegt wird also die Vorstellung eines alles erfüllenden einheitlichen, zusammenhängenden, nicht zusammendrückbaren Stoffes, des Äthers. Seine Punkte unterscheiden sich voneinander nur durch die Richtung und Größe ihrer Geschwindigkeiten.

Die zu lösende Aufgabe ist dann, aus der Geschwindigkeit eines Punktes und seiner Umgebung die Beschleunigung in diesem Punkte abzuleiten. Die Ableitung erfolgt nach einem Gesetz ähnlich dem Gesetz der geradesten Bahn von Hertz. Daraus folgt dann, daß die Beschleunigung jedes Teilchens oder Ätherpunktes senkrecht zur Richtung der absoluten Geschwindigkeit dieses Punktes und in der Schmiegungsebene der Strömungslinie liegt, die durch ihn hindurchgeht; dadurch ist die Richtung der Beschleunigung bestimmt; ihre Größe wird festgesetzt durch die Bedingung, daß die Unzusammendrückbarkeit des Äthers erhalten bleiben soll. Dadurch erhält man eine Differentialgleichung, aus der die absolute Größe der Beschleunigung gefunden werden kann, sei es, daß man aus ihr eine unendliche Reihe ableitet, sei es, daß man sie unmittelbar lösen kann[2]).

Aus dem Umstande, daß die Beschleunigung senkrecht zur Richtung der Geschwindigkeit erfolgt, ergibt sich die wichtige und grundlegende Folgerung, daß die Größe der absoluten Geschwindigkeit jedes Teilchens sich im Verlauf der Zeit überhaupt nicht ändert. Aus dieser Unveränderlichkeit der Absolutgeschwindigkeit eines Teilchens ergibt sich zunächst das Gesetz der Erhaltung der Energie, da es ja in der Physik des Strömungsäthers keine andere Energie als Bewegungsenergie gibt.

Es folgt daraus aber weiter, daß ein beständiges oder stabiles Strömungsgebilde, das aus Teilchen besteht, die sich in geschlossenen Bahnen bewegen, seine Form ändern muß, sobald das ganze Gebilde von der Ruhe in einen Zustand gleichförmiger, fortschreitender Bewegung oder der Beschleunigung übergegangen ist. Denn da die absolute Geschwindigkeit eines Teilchens sich nicht ändern kann, so muß bei einer gemeinschaftlichen Geschwindigkeit des ganzen Gebildes die Relativgeschwindigkeit im Umlauf sich ändern und damit auch die Form des Gebildes. Damit ist der tiefere Grund der Lorentz-Zusammenziehung nachgewiesen und es steht zu erwarten, daß die aus der Einsteinschen Relativitätstheorie gezogenen Folgerungen sich auch aus der Theorie des Strömungsäthers später ergeben werden. Insbesondere ist klar, daß das Gebilde, solange es nicht zerfallen soll, keine größere Gesamtgeschwindigkeit annehmen kann, als die kleinste Geschwindigkeit ist, die in dem Gebilde vorkommt. Nimmt man an, daß die Geschwindigkeit der Ätherteilchen im Mittel von der Größenordnung der Lichtgeschwindigkeit ist, so wird es selbstverständlich, daß die größte Geschwindigkeit, die ein stabiles Gebilde haben kann, von der Größenordnung der Lichtgeschwindigkeit sein muß. Damit findet die merkwürdige Erfahrung ihre Erklärung, daß man bisher keine größeren Geschwindigkeiten als die Lichtgeschwindigkeit hat beobachten können, ohne daß man den unverständlichen Glaubenssatz einer völligen Unveränderlichkeit der Lichtgeschwindigkeit außerhalb eines Schwerefeldes und der Unüberschreitbarkeit dieser Geschwindigkeit im einzelnen anzunehmen braucht.

Da die an die Relativitätstheorie gewöhnten Physiker es nicht ohne weiteres verstehen werden, inwiefern man das Recht hat, von absoluter Geschwindigkeit zu sprechen, so sei hier bemerkt, daß eine solche Geschwindigkeit sich nach dem Grundgesetz aus nur relativen Größen grundsätzlich berechnen läßt, wodurch die Einführung der absoluten Geschwindigkeit gerechtfertigt ist.

Die neue Theorie führt auch zu einer außerordentlich einfachen und keiner Zusatzannahmen bedürftigen Erklärung der Schwerkraft, die sich auf die Wirbelnatur der Strömung zurückführt.

1) Vgl. „Das Grundgesetz der Natur und die Erhaltung der absoluten Geschwindigkeiten im Äther", Abh. d. Sächs. Akad. Bd 38, 1921, vorgetragen 1. Juli 1920; „Die mathematische Fassung des Grundgesetzes". Ebenda Ber. 75, 132, 1923; 76, 170, 1924.

2) Da jene Differentialgleichung eine partielle ist, so kann man zwar formal jeweils eine Klasse von Funktionen als Lösung finden. Die Eindeutigkeit wird aber meist schon durch die physikalisch selbstverständliche Forderung gewährleistet, daß die gesuchte Größe die Dimension einer Beschleunigung haben muß. Andernfalls ist unter den möglichen Lösungen diejenige zu suchen, die die kleinste absolute Beschleunigung liefert.

Digitized by Google

Das Neue, worüber ich heute berichten möchte, ist nun, daß in diesem Strömungsäther, obgleich seine Grundlagen keine Kräfte kennen, Schwingungen elastischer Art vorkommen können.

Die Behandlung der Differenzialgleichung führt im allgemeinen zu außerordentlich verwickelten Rechnungen, die nur selten geschlossene Integrationen gestatten. Um daher auf diesem Gebiete überhaupt vordringen zu können, muß man aus der Fülle der Möglichkeiten ein besonders einfaches Strömungsfeld herausgreifen. Das erreicht man dadurch, daß man von einem Strömungsfeld ausgeht, das zu einer stationären Strömung führt und dann nur unendlich kleine Abweichungen der Geschwindigkeiten von diesen Strömungen annimmt.

Ob ein vorgelegtes Strömungsfeld stationär ist oder nicht, läßt sich in außerordentlich einfacher Weise entscheiden. Man hat dabei von der Eulerschen Gleichung für eine nicht zusammendrückbare Flüssigkeit auszugehen:

$$\frac{d\mathfrak{u}}{dt} = \mathfrak{U} + \frac{\partial \mathfrak{u}}{\partial t}, \qquad (1)$$

worin bedeutet:

$$\mathfrak{U} = \mathfrak{u} \bigtriangledown \mathfrak{u}\,^{1}). \qquad (2)$$

Der Inhalt dieser Gleichung besagt, daß die individuelle oder persönliche Beschleunigung $d\mathfrak{u}/dt$ eines Teilchens gleich ist der Ortsbeschleunigung $\partial\mathfrak{u}/\partial t$, d. h. der Geschwindigkeitsänderung an einem bestimmten Ort, vermehrt um eine Größe $\mathfrak{U}$, die nur von dem gegebenen Zustand abhängt, und die hier als „Feldbeschleunigung" bezeichnet werden soll. In kurzen Worten kann man sagen: Die persönliche Beschleunigung ist gleich der Summe der Ortsbeschleunigung und der Feldbeschleunigung. Es stellt sich dann heraus, daß eine stationäre Strömung dann vorliegt, wenn überall die Feldbeschleunigung auf der Richtung der absoluten Geschwindigkeit senkrecht steht.

Die zweite Vereinfachung, die man einführen kann, ist die, daß man zunächst den zweidimensionalen Fall behandelt, d. h. das Feld als unabhängig von der „z"- bzw. 3-Koordinate betrachtet. Zur Bestimmung der Richtung von $d\mathfrak{u}/dt$ genügt dann die Forderung:

$$\mathfrak{u} \cdot \frac{d\mathfrak{u}}{dt} = 0, \qquad (3)$$

während die Größe der Beschleunigung zu bestimmen ist aus der Forderung:

$$\operatorname{div} \frac{\partial \mathfrak{u}}{\partial t} = 0. \qquad (4)$$

2. Strömungsfeld, unendlich wenig entfernt von dem eines stationären zylindrischen Wirbels. Ansatz und allgemeine Lösung. Gegeben sei zunächst für den Anfangspunkt der Zeit $t = 0$ das Feld eines zylindrischen Wirbels. Die laufenden Koordinaten seien x_1 und x_2. Die Achse des Fadens habe die x_3-Richtung. Die Aufgabe ist dann zweidimensional und die Geschwindigkeitskomponenten u_1 und u_2 lassen sich darstellen durch:

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= -\omega x_2 \\ u_2 &= \omega x_1 \end{aligned}\right\}, \qquad (5)$$

worin ω die konstante Winkelgeschwindigkeit bedeutet. Die Stromlinien — d. h. Linien, deren Tangenten überall die Richtung der Geschwindigkeit für $t = 0$ anzeigen — bestehen aus konzentrischen Kreisen mit dem Koordinatenursprung als Mittelpunkt.

Die „Feldbeschleunigung" $\mathfrak{U}$ steht dann überall senkrecht auf der Geschwindigkeit. Die Bewegung ist daher nach dem in 1 Gesagten stationär und die Gleichungen (5) gelten für alle Zeiten.

Die Darstellung des Feldes in (5) ist nur für endliche Entfernungen vom Wirbelzentrum zulässig, da für unendlich große Entfernungen auch unendlich große Geschwindigkeiten auftreten würden. Die gleiche Beschränkung gilt für das nun folgende Beispiel.

Es soll jetzt ein Feld betrachtet werden, das von diesem stationären nur unendlich wenig entfernt sei. Zu diesem Zweck sollen die unendlich kleinen Konstanten $\varkappa$ und λ eingeführt werden, d. h. Größen von der Ordnung $\varkappa^2$, λ^2, $\varkappa \cdot \lambda$ sollen außer Betracht bleiben.

$\varkappa$ und λ sind also unabhängig vom Ort, d. h. von x_1, x_2, dagegen, wie sich alsbald zeigen wird, veränderlich mit der Zeit.

Das Feld sei jetzt für $t = 0$ gegeben durch den Ansatz:

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= -\omega\left((1-\varkappa)\,x_2 + \lambda x_1\right) \\ u_2 &= \omega\left((1+\varkappa)\,x_1 + \lambda x_2\right) \end{aligned}\right\}, \qquad (6)$$

also:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{u} = \omega\,(-\mathfrak{e}_1 x_2 + \mathfrak{e}_2 x_1) + \\ + \omega\left(\mathfrak{e}_1(\varkappa x_2 - \lambda x_1) + \mathfrak{e}_2(\varkappa x_1 + \lambda x_2)\right) \end{aligned}\right\}, \qquad (7)$$

oder:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{u} = \omega\,(-\mathfrak{e}_1 x_2 + \mathfrak{e}_2 x_1) + \\ + \omega\left\{\varkappa(\mathfrak{e}_1 x_2 + \mathfrak{e}_2 x_1) + \lambda(-\mathfrak{e}_1 x_1 + \mathfrak{e}_2 x_2)\right\} \end{aligned}\right\}. \qquad (8)$$

Die Stromlinien bestehen jetzt, wie sich leicht nachweisen läßt, aus konzentrischen Ellipsen. Im später in Betracht zu ziehenden

---

1) $\bigtriangledown$ bedeutet den Hamiltonschen Operator, also:

$$\mathfrak{u} \bigtriangledown \mathfrak{u} = u_1 \frac{\partial \mathfrak{u}}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial \mathfrak{u}}{\partial x_2} + u_3 \frac{\partial \mathfrak{u}}{\partial x_3} = \mathfrak{e}_1 \mathfrak{u} \cdot \bigtriangledown u_1 + \mathfrak{e}_2 \mathfrak{u} \cdot \bigtriangledown u_2 + \mathfrak{e}_3 \mathfrak{u} \cdot \bigtriangledown u_3.$$

Hierin bedeuten noch die $\mathfrak{e}$ die Einheitsvektoren in den drei Koordinatenrichtungen.

Digitized by Google

Fall, daß $\varkappa = \varkappa_0$, $\lambda = 0$ wird für $t = 0$, liegen die kleinen Achsen der Ellipsen in der 1-Richtung und der Längenunterschied der großen und kleinen Ellipsenachse beträgt das $\varkappa_0$ fache der mittleren Achsenlänge (Fig. 1). Die Allgemeinheit der Betrachtung leidet unter dieser Sonderannahme nicht, da man den allgemeinen Fall stets durch geeignete Wahl des Koordinatensystems auf den soeben gekennzeichneten zurückführen kann.

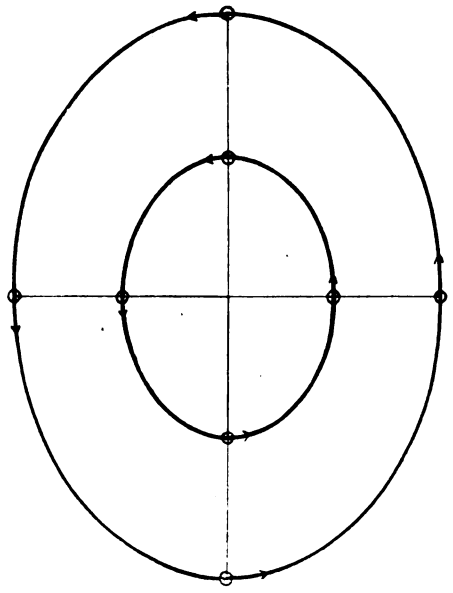


Fig. 1.

Es ist jetzt die Frage nach dem ferneren Verlauf der Strömung. Wird sie sich asymptotisch der stationären Strömung annähern, oder wird sie um sie herum Schwingungen ausführen? Es stellt sich heraus, daß das letztere der Fall ist. Die Lösung lautet:

$$\left.\begin{aligned} \frac{du}{dt} &= -\omega^2 (e_1 x_1 + e_2 x_2) - \\ -\omega^2 &\{e_1 (\varkappa x_1 + \lambda x_2) + e_2 (\lambda x_1 - \varkappa x_2)\} \end{aligned}\right\} . \quad (9)$$

Nun ergibt sich aus (6), wenn man Größen von der Ordnung $\varkappa^2$, λ^2, $\varkappa \cdot \lambda$ außer Betracht läßt, die Feldbeschleunigung:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{U} = e_1 \left(u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial u_1}{\partial x_2}\right) + e_2 \left(u_1 \frac{\partial u_2}{\partial x_1} + \right. \\ \left. + u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_2}\right) = -\omega^2 (e_1 x_1 + e_2 x_2) \end{aligned}\right| . \quad (10)$$

Dann wird:

$$\frac{du}{dt} = \mathfrak{U} - \omega^2 \{e_1 (\varkappa x_1 + \lambda x_2) + e_2 (\lambda x_1 - \varkappa x_2)\} . \quad (11)$$

D. h. es wird die Ortsbeschleunigung:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\omega^2 \{e_1 (\varkappa x_1 + \lambda x_2) + e_2 (\lambda x_1 - \varkappa x_2)\} , \quad (12)$$

oder:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = +\omega^2 \{-\lambda (e_1 x_2 + e_2 x_1) + \varkappa (-e_1 x_1 + e_2 x_2)\} . \quad (13)$$

Man erkennt leicht, daß die Bedingungen der Aufgabe durch diese Lösung befriedigt werden.

Denn es ist die Forderung (4) erfüllt:

$$\operatorname{div} \frac{\partial u}{\partial t} = 0 ,$$

und ferner bei Ausnahme der quadratischen Glieder in $\varkappa$ und λ die Forderung (3):

$$u \cdot \frac{du}{dt} = 0 .$$

Der Vergleich von (13) mit (8) lehrt, daß sich die Größen von $\varkappa$ und λ mit der Zeit ändern, und zwar gemäß den Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d\varkappa}{dt} &= -\omega \lambda \\ \frac{d\lambda}{dt} &= +\omega \varkappa \end{aligned}\right\} . \quad (14)$$

Der Ansatz (6) bleibt daher für alle Zeiten bestehen, nur sind $\varkappa$ und λ als Funktionen der Zeit, und nur dieser zu betrachten.

Daraus ergeben sich für $\varkappa$ und λ die beiden einfachen Differenzialgleichungen:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2\varkappa}{dt^2} &= -\omega^2 \varkappa \\ \frac{d^2\lambda}{dt^2} &= -\omega^2 \lambda \end{aligned}\right\} . \quad (15)$$

Setzt man als Anfangsbedingungen fest:

für $t = 0$

$$\varkappa = \varkappa_0, \quad \lambda = 0, \quad (16)$$

so wird:

$$\left.\begin{aligned} \varkappa &= \varkappa_0 \cos \omega t \\ \lambda &= \varkappa_0 \sin \omega t \end{aligned}\right\} . \quad (17)$$

Hierin ist $\varkappa_0$ die einzige Konstante des Feldes, die neben der mittleren Winkelgeschwindigkeit ω den ganzen Ablauf der Bewegung bestimmt. Setzt man (17) in (6) ein, so kann man die Lage eines Punktes x_1, x_2 zur Zeit t ableiten, wenn ihre Lage zur Zeit $t = 0$ bekannt ist. Kennzeichnet man diese Lage durch die Polarkoordinaten α_0 und r_0, so ergeben sich die Polarkoordinaten α und r zur Zeit t, wenn man noch den Phasenwinkel τ einführt:

$$\tau = \omega t , \quad (18)$$

wie folgt:

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= \alpha_0 + \tau + \varkappa_0 (\sin (\tau + 2\alpha_0) - \sin 2\alpha_0) \\ r &= r_0 \{1 - \varkappa_0 (\cos (\tau + 2\alpha_0) - \cos 2\alpha_0)\} \end{aligned}\right\} , \quad (19)$$

Digitized by Google

oder die Cartesischen Koordinaten:

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= r_0\{\cos(\tau+\alpha_0)+\varkappa_0(\cos(\tau-\alpha_0)-\cos\alpha_0)\} \\ x_2 &= r_0\{\sin(\tau+\alpha_0)+\varkappa_0(\sin(\tau-\alpha_0)+\sin\alpha_0)\}. \end{aligned}\right\} \quad (20)$$

Rechnet man in dieser Gleichung die trigonometrischen Funktionen der Winkelsummen als Funktionen der einzelnen Winkel aus und führt die folgende Ersetzung ein:

$$\left.\begin{aligned} r_0(1+\varkappa_0)\cos\alpha_0 &= R_0\cos\varphi_0 \\ r_0(1-\varkappa_0)\sin\alpha_0 &= R_0\sin\varphi_0 \end{aligned}\right\}, \quad (21)$$

so gehen die Gleichungen (20) über in:

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= R_0\cos(\varphi_0+\tau)-\varkappa_0\cos\alpha_0 \\ x_2 &= R_0\sin(\varphi_0+\tau)+\varkappa_0\sin\alpha_0 \end{aligned}\right\}. \quad (22)$$

Daraus ergibt sich die folgende einfache Konstruktion (Fig. 2). Bedeutet O den ruhenden

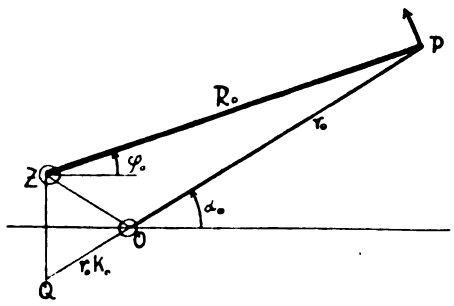


Fig. 2.

Mittelpunkt der ganzen Umlaufsströmung und P den Punkt, dessen Bahn gesucht wird, so trage man auf der Verlängerung des Fahrstrahls OP (α_0, r_0) jenseits O die Strecke $r_0\varkappa_0$ gleich OQ auf, spiegele den Punkt Q an der x_1-Achse nach Z, so ergibt sich: $R_0 = ZP$ und φ_0 gleich dem Winkel zwischen ZP und der x_1-Achse.

Der Punkt P führt dann um Z als Mittelpunkt eine Kreisbewegung aus mit der Winkelgeschwindigkeit ω und dem Radius R_0. Alle Punkte der Ebene beschreiben Kreisbahnen, jedoch jeder um einen andern Mittelpunkt herum.

Hier werde noch vermerkt, daß sich R_0 und φ_0 aus (21) ergeben zu:

$$\left.\begin{aligned} R_0 &= r_0(1+\varkappa_0\cos 2\alpha_0) \\ \varphi_0 &= \alpha_0-\varkappa_0\sin 2\alpha_0 \end{aligned}\right\}. \quad (23)$$

3. Einfaches Beispiel: Umlauf eines Körpers, der von einer Fläche gleicher Energie begrenzt ist. Führt man in die Gleichungen (6) die Werte λ und $\varkappa$ aus (17) ein und benutzt für x_1, x_2 die Polarkoordinaten:

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= r\cos\alpha \\ x_2 &= r\sin\alpha \end{aligned}\right\}, \quad (24)$$

so wird:

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= -\omega r\{\sin\alpha+\varkappa_0\sin(\tau-\alpha)\} \\ u_2 &= \omega r\{\cos\alpha+\varkappa_0\cos(\tau-\alpha)\} \end{aligned}\right\}. \quad (25)$$

Daher wird das Quadrat der absoluten Geschwindigkeit $u^2 = u_1^2 + u_2^2$:

$$u^2 = \omega^2 r^2\{1+2\varkappa_0\cos(\tau-2\alpha)\}. \quad (26)$$

Führt man für r erst r_0 aus (19) und dann R_0 aus (23) ein, so wird:

$$r = R_0(1-\varkappa_0\cos(\tau-2\alpha)). \quad (27)$$

Damit geht (26) über in:

$$u^2 = \omega^2 R_0^2. \quad (28)$$

D. h. u^2 wird konstant, wenn man R_0 konstant wählt, also eine Ausgangskurve wählt für $t = 0$ nach (27):

$$r_0 = R_0(1-\varkappa_0\cos 2\alpha_0). \quad (29)$$

Das ist eine Ellipse, deren kleine Achse in der x_1-Richtung liegt und deren Achsenlängen den Unterschied $2\varkappa_0 \cdot R_0$ besitzen.

Die Kurve für eine beliebige Zeit t, oder einen Phasenwinkel $\tau = \omega t$ wird durch (27) dargestellt. Sie besteht also gleichfalls aus einer Ellipse, die mit der Ausgangsellipse kongruent ist, nur verdreht gegen sie. Die Lage der kleinen Achse erhält man, indem man den Cosinus gleich 1 macht, also setzt:

$$\alpha = \frac{\tau}{2} = \frac{\omega}{2}t, \quad (30)$$

d. h. die Ellipse dreht sich mit der halben Winkelgeschwindigkeit, mit der die einzelnen Punkte umlaufen.

Der Bewegungsvorgang ist also zufolge des Schlusses des letzten Abschnittes (vgl. Fig. 3) dieser:

Jeder Punkt der Ellipse bewegt sich auf einem Kreise mit dem für alle Punkte gleichen Radius R_0 mit derselben Winkelgeschwindigkeit ω oder derselben absoluten Geschwindigkeit $R_0\omega$. Die Mittelpunkte dieser Kreise liegen angeordnet auf einem kleinen Kreise mit dem Radius $\varkappa_0 R_0$. Die Lage dieses Mittelpunktes findet man nach der Konstruktion in Fig. 2, wobei P einen Punkt der Ausgangsellipse bedeutet. Dabei ist zu beachten, daß die Konstruktion nur gilt für kleine Werte von $\varkappa_0$, während in beistehender Fig. 3 der Deutlichkeit halber ein verhältnismäßig großer Wert von $\varkappa_0$, nämlich $^2/_7$ gewählt wurde.

Die Figur zeigt, wie die Punkte der Achsenenden der Ausgangsellipse sich auf Kreisen bewegen, deren Mittelpunkte mit jeweils demselben Zeichen (Kreis, Dreieck, aufrechtes und schiefes Quadrat) gekennzeichnet sind. Man erkennt, daß die Ellipse sich nur um $\frac{\pi}{2}$ dreht, während die Punkte selbst sich um den Betrag π herumdrehen. Selbstverständlich nehmen dabei immer andere Punkte die Lage der Endpunkte der großen Ellipsenachse ein. Nur nach einem

Digitized by Google

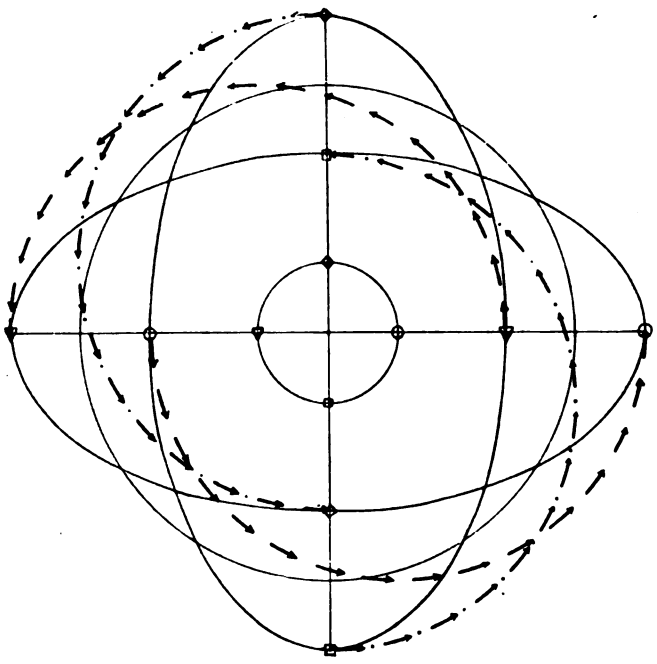


Fig. 3.

vollen Umlauf um 2π befinden sich alle Punkte wieder in den Ausgangslagen.

Der in der Figur eingezeichnete große Kreis zeigt die Lage an, in der die Punkte der Ellipsen bei gleichbleibender Geschwindigkeit übergegangen wären, wenn sie asymptotisch in die stationäre Strömung hätten übergehen können. Statt dessen beschreibt jeder einzelne Punkt relativ zu dem stationären Kreis eine schwingende Bewegung, die aus einem rückläufigen Umlauf in einem Kreise besteht vom Radius $\varkappa_0 R_0$ mit der Winkelgeschwindigkeit ω.

Die Geschwindigkeit, die an einem festgehaltenen Punkt P des stationären Kreises im Ablauf der Zeiten herrscht, ist dieselbe, als ob er neben der konstanten stationären Geschwindigkeit ωR_0 noch eine solche hätte, wie die eines Punktes, der um P mit der Winkelgeschwindigkeit ω im gleichlaufenden Sinne in einem Kreise mit dem Radius $\varkappa_0 R_0$ umliefe.

4. Umlauf eines beliebig liegenden Körpers, der von einem elliptischen Zylinder von geringer Exzentrizität begrenzt ist. Die Gleichung der Ellipse in Polarkoordinaten, bezogen auf den Mittelpunkt der Ellipse als Koordinatenzentrum und als Nullage der Winkel sei:

$$\varrho = R(1 + \mu \cos 2(\beta - \psi)). \qquad (31)$$

Dabei bedeuten β, ϱ die Polarkoordinaten, ψ den Winkel der großen Achse mit der Wagrechten, R den Mittelwert der Achsen, $2\mu R$ den Längenunterschied der Achsen, wobei μ als unendlich kleine Größe behandelt wird.

Das Hauptkoordinatensystem habe den ruhenden Mittelpunkt des ganzen Bewegungsgebildes zu seinem Mittelpunkt, die Wagrechte gleichfalls als Nullage den Winkel. Die allgemeinen Polarkoordinaten seien α und r, die Koordinaten des Ellipsenmittelpunktes seien a_m und a.

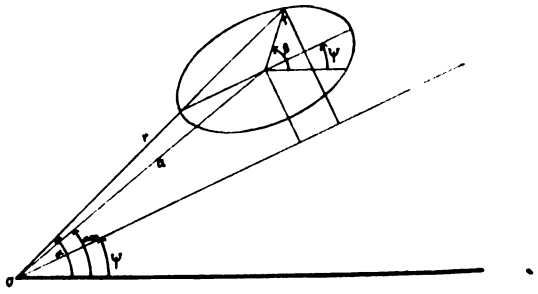


Fig. 4.

Dann gelten die folgenden Koordinatentransformationen (siehe Fig. 4):

$$\begin{aligned} \varrho \cos(\beta - \psi) &= r \cos(\alpha - \psi) - a \cos(\alpha_m - \psi) \\ \varrho \sin(\beta - \psi) &= r \sin(\alpha - \psi) - a \sin(\alpha_m - \psi). \end{aligned} \qquad (32)$$

Durch Quadrieren der Gleichungen, Addieren und Subtrahieren derselben voneinander erhält man:

$$\varrho^2 = r^2 + a^2 - 2ra\cos(\alpha - \alpha_m), \qquad (33)$$

$$\varrho^2 \cos 2(\beta - \psi) = r^2 \cos 2(\alpha - \psi) + a^2 \cos 2(\alpha_m - \psi) - 2ra\cos(\alpha + \alpha_m - 2\psi). \qquad (34)$$

Digitized by Google

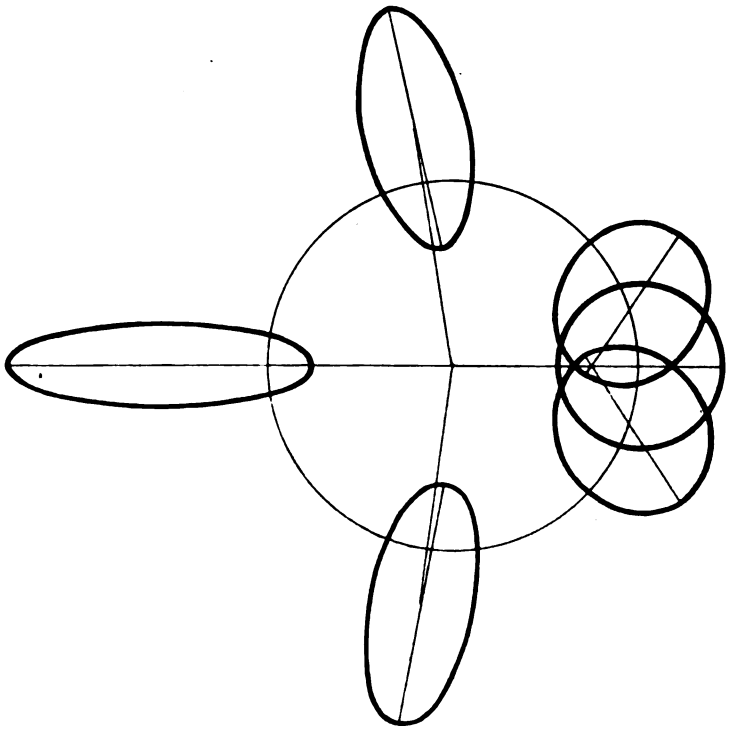


Fig. 5.

Nun läßt sich (31) nach Quadrieren unter Beachtung, daß μ^2 zu vernachlässigen ist, schreiben:

$$R^2 = \varrho^2 - 2\mu\varrho^2 \cos 2(\beta - \psi). \qquad (35)$$

Unter Berücksichtigung der beiden Gl. (33) und (34) erhält man dann die Ellipsengleichung in den allgemeinen Polarkoordinaten:

$$\left.\begin{aligned} &-r^2\{1 - 2\mu\cos 2(\alpha - \psi)\} + \\ &+ 2ra\{\cos(\alpha - \alpha_m) - 2\mu\cos(\alpha + \alpha_m - \\ &2 - \psi)\} = a^2(1 - 2\mu\cos 2(\alpha_m - \psi) - R^2. \end{aligned}\right\} \qquad (36)$$

Unbeschadet der Allgemeinheit der Betrachtung kann man jetzt ausgehen von einer Ellipse, deren Mittelpunkt für $t = 0$ auf der Wagrechten liege. Dann gelte:

Für $t = 0$:

$$\left.\begin{aligned} \alpha_m = 0,\ a = a_0,\ \psi = \psi_0,\ R = R_0, \\ \mu = \mu_0,\ r = r_0,\ \alpha = \alpha_0. \end{aligned}\right\} \qquad (37)$$

Dann lautet die Gleichung der Ausgangsellipse:

$$\left.\begin{aligned} &-r_0^2\{1 - 2\mu_0\cos 2(\alpha_0 - \psi_0)\} + \\ &+ 2r_0a_0\{\cos\alpha_0 - 2\mu_0\cos(\alpha_0 - 2\psi_0)\} = \\ &= a_0^2(1 - 2\mu_0\cos 2\psi_0) - R_0^2. \end{aligned}\right\} \qquad (38)$$

Um nun die Gleichung der Kurve nach der Zeit t, bzw. den Phasenwinkel $\tau = \omega t$ zu erfahren, hat man in diese Gleichung statt α_0, r_0 für $t = 0$, die Koordinaten α, r zur Zeit t einzuführen nach den Gleichungen (19), die so geschrieben werden mögen:

$$\left.\begin{aligned} \alpha_0 &= \alpha - \tau - \varkappa_0\{\sin(\tau + 2\alpha_0) - \sin 2\alpha_0\} \\ r_0 &= r\{(1 + \varkappa_0(\cos(\tau + 2\alpha_0) - \cos 2\alpha_0)\} \end{aligned}\right\}. \qquad (39)$$

Unter den mit $\varkappa_0$ multiplizierten Winkelfunktionen darf man dann schreiben:

$$\left.\begin{aligned} \alpha_0 &= \alpha - \tau, \text{ bzw.} \\ \tau + 2\alpha_0 &= -(\tau - 2\alpha),\ 2\alpha_0 = -2(\tau - \alpha) \end{aligned}\right\}, \qquad (40)$$

damit wird:

$$\left.\begin{aligned} \alpha_0 &= \alpha - \tau + \varkappa_0(\sin(\tau - 2\alpha) - \sin 2(\tau - \alpha)) \\ r_0 &= r\{1 + \varkappa_0(\cos(\tau - 2\alpha) - \cos 2(\tau - \alpha))\} \end{aligned}\right\}. \qquad (41)$$

Führt man die Werte in (38) ein unter steter Vernachlässigung der Glieder höherer Ordnung, so erhält man die Kurvengleichung für τ:

$$\begin{aligned} &-r^2\{1 - 2\varkappa_0(\cos 2(\tau - \alpha) - \cos(\tau - 2\alpha)) - \\ &- 2\mu_0\cos 2(\tau - \alpha + \psi_0)\} + 2ra_0\{\cos(\tau - \alpha) - \\ &- \varkappa_0(\cos(\tau - \alpha) - \cos\alpha) - 2\mu_0\cos(\tau - \alpha + \\ &+ 2\psi_0)\} = a_0^2(1 - 2\mu_0\cos 2\psi_0) - R_0^2. \end{aligned} \qquad (42)$$

Auch dies ist die Gleichung einer Ellipse und man kann sie mit der allgemeinen Ellipsengleichung (36) gleichsetzen, indem man die Koeffizienten der voneinander verschiedenen unabhängig veränderlichen Größen gleichsetzt, d. h. die Koeffizienten von $r^2\cos 2\alpha$, $r^2\sin 2\alpha$, $r\cos\alpha$, $r\sin\alpha$, sowie die konstanten Glieder auf der rechten Seite. Man darf dies, da r^2 in beiden

Digitized by Google

Gleichungen mit dem Faktor (— 1) behaftet auftritt. So erhält man 5 Gleichungen, aus denen sich die 5 Unbekannten α_m, a, ψ, R, μ berechnen lassen. Man erhält:

$$R = R_0, \tag{43}$$

wie das sein muß, da $R^2\pi = R_0^2\pi$ den Inhalt der Ellipse ausdrückt, der sich bei der Bewegung nicht ändern darf.

Ferner ergibt sich:

$$\left.\begin{aligned} \alpha_m &= \tau + \varkappa_0 \sin\tau, \\ a &= a_0\,(1 + \varkappa_0\,(1 - \cos\tau)), \end{aligned}\right\} \tag{44}$$

$$\operatorname{tg} 2\psi = \frac{\mu_0 \sin 2\,(\tau + \psi_0) + \varkappa_0\,(\sin 2\tau - \sin\tau)}{\mu_0 \cos 2\,(\tau - \psi_0) + \varkappa_0\,(\cos 2\tau - \cos\tau)}. \tag{45}$$

$$\left.\begin{aligned} \mu^2 = \mu_0^2 + 2\varkappa_0^2\,(1 - \cos\tau) + \\ + 2\mu_0\varkappa_0\,(\cos 2\psi_0 - \cos(\tau + 2\psi_0)). \end{aligned}\right\} \tag{46}$$

Kürzungen sind in der letzten Gleichung nicht zulässig, da μ_0 und $\varkappa_0$ als von gleicher Größenordnung angenommen sind.

Man erkennt, daß abgesehen von dem einfachen Verlauf von α_m und a (den Polarkoordinaten des Ellipsenmittelpunktes) die auftretenden Schwankungen der die Exzentrizität bestimmenden Größe μ und des Ellipsenazimutes verwickelter Natur und jedenfalls nicht einfach einer linearen Winkelfunktion von τ proportional sind. Will man lineare Funktionen erzielen, so müßte man μ und ψ in Fouriersche Reihen nach fortschreitenden $\tau = \omega t$ oder nach $\tau/_2$ entwickeln.

5. Einfache Drehbewegungen und einfache Schwingungen elastischer Art. Einen besonders einfachen Fall erhält man für $\psi_0 = \frac{\pi}{2}$ und $\mu_0 = \varkappa_0$. Dann folgt aus den Gleichungen (45) und (46):

$$\left.\begin{aligned} \mu &= \varkappa_0, \\ \operatorname{tg} 2\psi &= \operatorname{tg}\tau, \quad \psi = \frac{\tau}{2} = \frac{\omega}{2}\,t, \end{aligned}\right\} \tag{47}$$

d. h. die Ellipse behält ihre Form bei und ihre große Achse dreht sich mit der halben Winkelgeschwindigkeit der mittleren Strömung. Nur ihr Mittelpunkt beschreibt die durch (44) gekennzeichneten einfachen Schwankungen. Auch diese bleiben aus, wenn $a = 0$ wird. Dann bleibt der Mittelpunkt der Gesamtströmung dauernd Mittelpunkt und man erhält den schon in Abschnitt 3 behandelten Fall.

Ausgezeichnet ist noch der Fall, daß die Form der Zylinderoberfläche in einem Augenblick die eines Kreiszylinders annimmt. Setzt man also:

$$\mu_0 = 0, \tag{48}$$

so wird nach (45):

$$\operatorname{tg} 2\psi = \frac{\sin 2\tau - \sin\tau}{\cos 2\tau - \cos\tau} = \operatorname{tg}\left(\frac{3\tau}{2} + \frac{\pi}{2}\right), \tag{49}$$

also:

$$\psi = \frac{3\tau}{4} + \frac{\pi}{4}, \tag{50}$$

und nach (46):

$$\left.\begin{aligned} \mu^2 = 2\varkappa_0^2\,(1 - \cos\tau) = 4\varkappa_0^2 \sin\frac{\tau}{2}, \\ \text{oder:} \\ \mu = 2\varkappa_0 \sin\frac{\tau}{2}. \end{aligned}\right\} \tag{51}$$

D. h. die Ellipsenachse dreht sich mit $^3/_4$ Winkelgeschwindigkeit der mittleren Strömung und gleichzeitig führt die Konstante der Ellipse μ (Verhältnis der Achsenunterschiede zum Achsenmittel) Schwingungen aus von halber Schwingungszahl der mittleren Umlaufszahl der Gesamtströmung.

Dies bedingt eine Erscheinung ganz ähnlich der eines elastischen Kreiszylinders. Denn im Augenblicke des Durchgangs durch die Ausgangslage vertauschen die große und die kleine Achse der Ellipse die Rollen.

Es könnte auffallen, daß die Winkelgeschwindigkeit der Ellipsenachse nicht das Vielfache der halben Winkelgeschwindigkeit $\frac{\omega}{2}$ ausmacht und man könnte auf den Gedanken kommen, daß der umlaufende Körper nach einem vollen Umlauf nicht die Ausgangsgestalt wieder annimmt. Indes springt ja in diesem Augenblick die große Achse um $\frac{\pi}{2}$, das ergänzt den Zuwachs von ψ für $\tau = 2\pi$ im Betrage von $\frac{3}{2}\pi$ zu 2π, so daß tatsächlich nach einem vollen Umlauf der Ausgangszustand wieder erreicht ist.

Die beistehende Fig. 5 zeigt Lage und Form der Ellipse in verschiedenen Phasen des Umlaufs — die obere und untere Lage der Ellipse gehört zum Phasenwinkel $\frac{\pi}{2}$ und $\frac{3\pi}{2}$. Die beiden Ellipsen in der Nähe des Kreises zeigen, von einer kleinen Achsendrehung abgesehen, das Umschlagen der großen Ellipsenachse in die kleine und umgekehrt beim Durchgang durch die Nullage.

Zusammenfassend erblicke ich die Wichtigkeit der vorliegenden Zusammenhänge darin, daß der kräftefreie Strömungsäther Schwingungen elastischer Art fähig ist. Man hat also hier einen Äther vor sich, wie er von Fresnel gefordert wurde: einen Stoff mit den Eigenschaften einer Flüssigkeit, weil seine Teilchen gegeneinander beliebig weit verschiebbar sind, und doch zugleich mit den Eigenschaften eines starren Körpers, weil er Schwingungen elastischer Art fähig ist. Darüber hinaus er-

Digitized by Google

gibt sich, daß selbst in dem gewählten Beispiel einfachster Art schon ein außerordentlicher Reichtum an verschiedenartigen Bewegungszuständen auftritt.

J. Malsch u. M. Wien (Jena), Über den Temperaturkoeffizienten elektrolytischer Widerstände bei Erwärmung durch ganz kurze Stromstöße.

F. Kohlrausch hat in seinen Arbeiten über die Leitfähigkeit von Elektrolyten stets das größte Gewicht auf die gleichzeitige Bestimmung des Temperaturkoeffizienten (TK.) gelegt. Seine wichtigsten Ergebnisse bezüglich des TK. sind folgende:

1. Der TK. der meisten verdünnten Salzlösungen beträgt bei 18° C etwa 2,2 Proz., der der Säuren und einiger sauren Salze ist wesentlich niedriger, 0,9—1,4 Proz.

2. Eine starke Änderung des TK. beruht stets auf einer Änderung der Konstitution des Elektrolyten.

5. Mit Grotrian zusammen stellte Kohlrausch einen engen Zusammenhang der Leitfähigkeit mit der Zähigkeit des Lösungsmittels fest. Der TK. der Zähigkeit ist bei Wasser etwa 2,5 Proz., also etwas höher, aber von gleicher Größenordnung wie der TK. der elektrischen Leitfähigkeit normaler Salzlösungen.

P. Walden dehnte die Untersuchung auf andere Lösungsmittel aus als Wasser, und stellte die Sätze auf:

4. Das Produkt aus der Zähigkeit η_∞ und der Leitfähigkeit bei unendlicher Verdünnung λ_∞ ist bei dem gleichen Elektrolyt in verschiedenen Lösungsmitteln konstant.

$$\lambda_\infty \eta_\infty = \text{Const.}$$

5. Der TK. der Zähigkeit c_∞ und der der elektrolytischen Leitfähigkeit bei unendlicher Verdünnung α_∞ sind einander gleich. $c_\infty = \alpha_\infty$.

Mit diesen Sätzen scheint in Widerspruch zu stehen, daß der TK. bei Säuren und sauren Salzen in wäßrigen Lösungen wesentlich kleiner ist als der TK. der Zähigkeit des Wassers, und daß bei nicht wäßrigen Lösungen ebenfalls sehr kleine, ja negative TK. der elektrischen Leitfähigkeit auftreten. In diese Fragen hoffen wir von einer neuen Seite aus etwas Licht bringen zu können.

I. Messung elektrolytischer Widerstände durch ganz kurze Stromstöße.

Vor einiger Zeit hat einer von uns[1]) die Gültigkeit des Ohmschen Gesetzes bei elektrolytischen Widerständen für sehr hohe Feldstärken untersucht. Um nicht allzu starke Erwärmung durch den Strom zu erhalten, wurden dabei ganz kurze Stromstöße verwandt und, um die Fehler durch die Stromwärme noch weiter zu vermindern, wurden zur Untersuchung vorzugsweise Flüssigkeiten mit kleinem TK. gewählt ($KHSO_4$ und Bormannitlösung). Dabei zeigte es sich, daß für diese sehr kurzen Stromstöße der TK. nicht die normalen kleinen Werte besitzt, wie bei dauernder Erwärmung, d. h. der „Anfangs-TK." ist von dem „Dauer-TK." verschieden.

Ehe wir näher auf die Ergebnisse eingehen, sei ein kurzer Blick auf die Versuchsanordnung geworfen. Aus Fig. 1 ist sie sogleich ersichtlich. Eine annähernd aperiodische Kondensatorentladung geht durch den zu untersuchenden elektrolytischen Widerstand und erwärmt ihn gleichzeitig. Der Widerstand[1]) wird mittels des Stromeffektes gemessen und mit einem andern Widerstand verglichen, bei dem die Erwärmung nicht merklich ist. Durch Erhöhung der Entladungsspannung wurde die Stromwärme gesteigert. Aus der Widerstandsmessung bei mehreren, in der Regel 4—5, verschiedenen Funkenlängen konnte so der TK. festgestellt werden.

Versuchsanordnung.

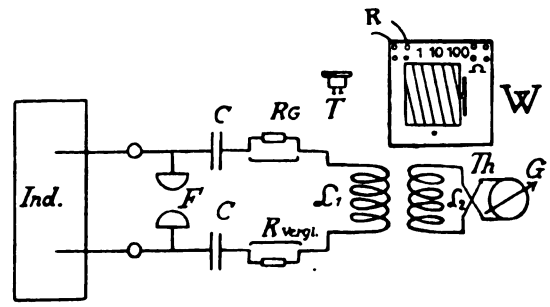


Fig. 1.

Der Anfangs-TK. ergab sich bei $NaCl$ und ähnlichen Salzen zu etwa 2,2 Proz. also ebenso groß wie bei gewöhnlicher Bestimmung des TK. durch dauernde Erwärmung. Anders bei Säuren und der Mannit-Borsäurelösung; hier ergab sich der Anfangs-TK. genau so groß, wie bei normalen Salzlösungen, also zu 2,2 Proz., an Stelle der viel kleineren Werte bei dauernder Erwärmung. Für Kochsalz in Rohrzuckerlösung, bei der der Dauer-TK. etwa 3,6 Proz. beträgt, ergab sich der Anfangs-TK. auch zu 2,2 Proz., hier also niedriger als der Dauer-TK.

1) Max Wien, Ann. d. Phys. (IX) 73, 161, 1924.

1) An Stelle der durchbohrten Platten aus Hartgummi oder Cellon, wie sie in der früheren Untersuchung benutzt worden sind, wurden mit bestem Erfolg Glasfilter verwendet, die uns in liebenswürdiger Weise von der Firma Schott u. Gen. zur Verfügung gestellt wurden.

Digitized by Google

Tabelle I.

Elektrolyt	T.-K α für $\tau = 2,10^{-7}$ sec	α $\tau = 5,10^{-7}$ sec	α $\tau = 2,10^{-6}$ sec	α $\tau = 2,10^{-5}$ sec	α $\tau = 4,10^{-5}$ sec	α $\tau = \infty$
Kochsalz	2,2 Proz.	2,2	2,3	2,3	2,3	2,3
Kaliumbisulfat	2,2 „	2,2	2.1	1,6	1,4	1.4
Schwefelsäure	2,2 „	2,2	2,1	1,6	1,3	1,4
Mannit-Borsäure	2,2 „	2,2	2,2	1,5	1,2	0,1
Kochsalz in Rohrzuckerlösung	2,2 „	2,2	3,7	3,6	—	3,6

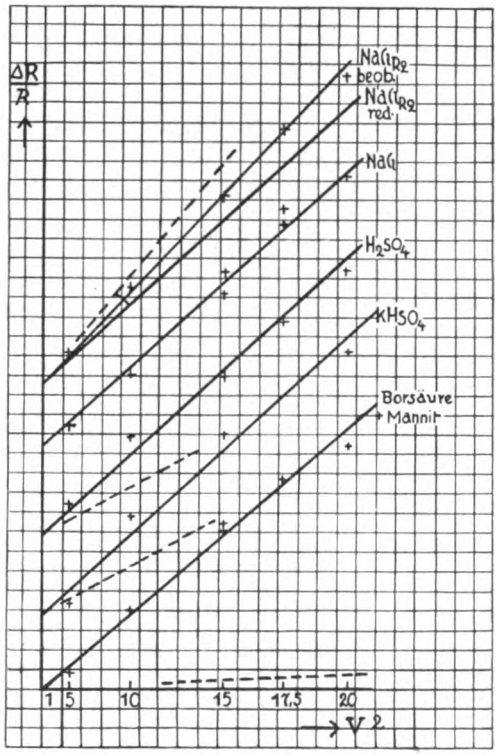


Fig. 2.

In Fig. 2 sind die Versuchsergebnisse für die einzelnen Lösungen übereinander wiedergegeben. Die Widerstandsänderungen $\frac{\Delta R}{R}$ als Ordinaten, die Quadrate der Spannungen, denen die Temperaturänderungen proportional sind, als Abszissen. Die ausgezogenen Linien stellen den Anfangs-TK. dar, die punktierten Linien entsprechen den Dauer-TK. Wie man sieht, laufen die ausgezogenen Linien einander parallel, d. h. der Anfangs-TK. ist für alle Ionen gleich, nur abhängig von dem Lösungsmittel.

II. Systematische Untersuchung des Anfangs-Temperaturkoeffizienten.

Um diese Fragen systematisch zu untersuchen, mußte zunächst einmal die Dauer des Stromstoßes variiert werden. Das geschieht einfach durch Veränderung der Kapazität und Selbstinduktion des Schwingungskreises. Bei unseren Versuchen haben wir so die Zeit des Stoßes von $2 \cdot 10^{-7}$ bis $4 \cdot 10^{-5}$ also auf das zweihundertfache variiert. Ferner mußte die Untersuchung auf möglichst charakteristische Elektrolyte mit abnormen Dauer-TK. ausgedehnt werden. Schließlich wurde die Konzentration geändert.

In Tabelle I sind die Versuchsergebnisse für verschiedene wäßrige Lösungen bei Variationen der Dauer des Stromstoßes τ dargestellt. Wir sehen, daß überall für die Stoßdauer von $2 \cdot 10^{-7}$ sec und $5 \cdot 10^{-7}$ sec der Anfangs-TK. den gleichen Wert von 2,2 Proz. beibehält. Bei längerer Stromdauer zeigt sich dann der allmähliche Übergang zum Dauer-TK., der für $\tau = 4 \cdot 10^{-5}$ sec bei $NaCl$ in Rohrzuckerlösung, bei $KHSO_4$ und H_2SO_4 bereits erreicht ist, während bei der Mannit-Borsäurelösung für $\tau = 10^{-5}$ sec der gemessene TK. zwar kleiner ist als der Anfangs-TK., aber noch wesentlich höher liegt als der Dauer-TK.

In Fig. 3 sind die Ergebnisse graphisch dargestellt, als Ordinate der TK., als Abszisse die Zeit. Wir sehen, wie der Übergang vom Anfangs- zum Dauer-TK. bei den verschiedenen Lösungen das eine Mal früher, das andre Mal später erfolgt.

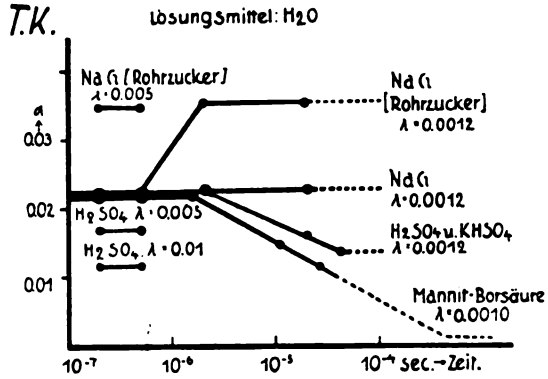


Fig. 3.

Die Ergebnisse für H_2SO_4 und $KHSO_4$ zeigen genau den gleichen Gang und die glei-

Digitized by Google

chen Zahlenwerte. Offenbar hängt das mit dem H-Ion zusammen, jedoch ist der niedrigere TK. nicht etwa eine besondere Eigentümlichkeit des H-Ions an sich, sondern zunächst bei sehr kurzer Stoßdauer verhält es sich wie jedes andere Ion (TK. $\alpha = 2{,}2$ Proz.), und erst nach längerer Zeit der Erwärmung tritt die Verkleinerung des TK. ein.

Vermehrt man die Konzentration, so erfolgt der Übergang des Anfangs-TK. in den Dauer-TK. bei kürzeren Zeiten.

Wegen der beschränkten Zeit kann nicht mehr auf Einzelheiten eingegangen werden, es sei hier nur mit aller Reserve unsere Auffassung über die Natur der Erscheinung gebracht:

a) Bei plötzlicher Erwärmung eines elektrolytischen Widerstandes ist der TK. zunächst im wesentlichen durch die Änderung der Zähigkeit mit der Temperatur bedingt. Er ist für alle Ionen in wäßriger Lösung gleich, und zwar = 2,2 Proz. Die Ionen sind noch unverändert und ihre Bewegung erfolgt ungestört nach den Reibungsgesetzen.

b) Wenn die Erwärmung etwas längere Zeit, etwa 10^{-6} oder 10^{-5} sec angedauert hat, treten Änderungen des TK. ein, die nach der Annahme (2) von Kohlrausch auf Konstitutionsänderungen des Elektrolyten zurückzuführen sind.

c) Diese Reaktionszeiten sind stark von der Konzentration abhängig, und zwar erfolgen die Reaktionen um so schneller, je größer die Konzentration ist. Das kann wohl nicht anders gedeutet werden, als daß die Reaktion auf gegenseitiger Einwirkung der Ionen beruht, die umso schneller erfolgt, je kleiner ihr Abstand und je wahrscheinlicher ihr Zusammentreffen ist.

III. Azeton als Lösungsmittel.

Manche Lösungen in Azeton besitzen einen negativen TK., während der TK. der Zähigkeit bei Azeton etwa + 1 Proz. ist. Infolgedessen müssen derartige Lösungen besonders gute Versuchsobjekte für die oben aufgestellten Sätze sein. Die Ergebnisse unserer Versuche bei CdJ_2 sind in den Fig. 4 und 5 zusammengestellt. In der Fig. 4 sind wieder als Ordinaten die Widerstandsänderungen, als Abszissen die Quadrate der Spannung (proportional den Temperaturänderungen), aufgetragen. Jede der Geraden entspricht einer Stoßdauer τ. Die Steilheit der Geraden gibt den TK. Sie ist bei sehr kurzen Stromstößen, die durch die oberen Geraden dargestellt sind, am größten und der daraus berechnete TK. entspricht etwa dem TK. der Zähigkeit des Azetons (± 1 Proz.). Darauf tritt mit länger dauernden Stromstößen ein

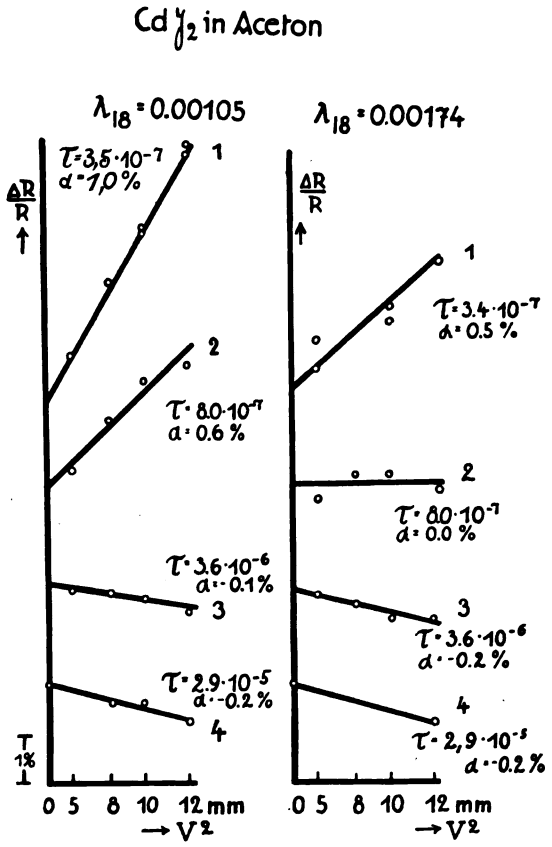


Fig. 4.

immer weniger steiler Anstieg der Kurven ein. Endlich bei Stromstößen von $3{,}6 \cdot 10^{-6}$ und $3 \cdot 10^{-5}$ sec sind die Geraden abwärts gerichtet und zeigen einen negativen TK. an, entsprechend dem negativen Dauer-TK. Die rechte Seite der Fig. 4 gilt für eine größere Konzentration. Der Vergleich mit der linken Seite zeigt, daß auch hier der Übergang zum Dauer-TK. bei größerer Konzentration schneller erfolgt. Fig. 5 stellt wieder den Verlauf von α mit der

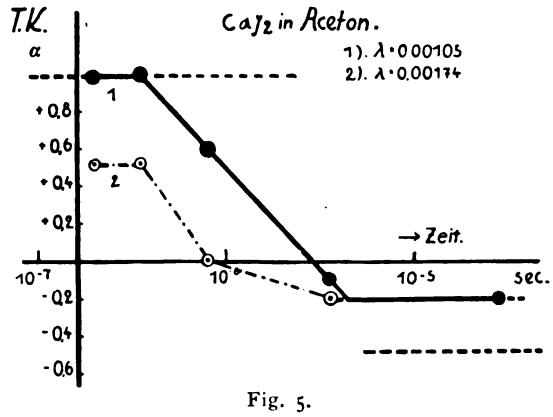


Fig. 5.

Digitized by Google

Zeit des Stromstoßes dar, die ausgezogene Kurve entspricht der linken Seite der Fig. 4, die strichpunktierte Kurve der rechten Seite der Fig. 4, die untere gestrichelte Gerade dem Dauer-K. Man sieht, daß bei den längsten Stromstößen der Dauerwert noch nicht ganz erreicht ist, die Reaktion also noch nicht beendigt ist.

IV. *NaCl* in Zuckerlösung.

Unter Berücksichtigung der kleineren spezifischen Wärme der Zuckerlösung ergaben die Versuche, daß auch hier der Anfangs-TK. dem TK. der Zähigkeit des reinen Wassers entspricht, also nicht dem TK. der Zähigkeit der Zuckerlösung, der viel größer (ca. 4 Proz.) ist. Bei diesen kurzen Stromstößen müssen sich also den Ionen gegenüber die Zuckermoleküle wie Fremdkörper verhalten, so als ob sie einen Teil der Gefäßwand bildeten. Dieses eigentümliche Verhalten der Zuckerlösung soll noch besonders untersucht werden.

Wir hoffen, gezeigt zu haben, daß die Beobachtung des Anfangs-TK. ein neues Mittel ist, um das Verhalten der Lösungen und der darin erfolgenden Reaktionen zu studieren. Man kann in vielen Fällen nicht nur den Eintritt von Reaktionen feststellen, sondern auch die Zeit messen, in der sie erfolgen. Abweichungen vom Ohmschen Gesetz haben wir auch hier nicht feststellen können.

A. Goetz (Göttingen), Das thermoelektrische Verhalten des reinen Eisens an seinen Umwandlungspunkten.

Einleitung.

In einer früheren Untersuchung glaubte der Verfasser[1]) eine Parallelität zwischen einer Reihe von Erscheinungen der Metallelektronik festgestellt zu haben. Und zwar sollte sich bei einer Modifikationsänderung (sobald diese mit einer Änderung der Anordnung im Raumgitter verbunden ist) stark ändern:

a) die Thermokraft bzw. deren Anstieg mit der Temperatur,
b) der Proportionalitätsfaktor N der glühelektrischen Elektronenemission in der Richardsonschen Formel.

Gering ändern:
die Leitfähigkeit.

Im Schmelzpunkt dagegen ist die Änderung stark bei:

a) der Leitfähigkeit,
b) der Exponentialkonstanten γ des Richardsonschen Gesetzes, welche die Austrittsarbeit bedeutet.

Nur gering bei:

a) der Thermokraft (wahrscheinlich nur proportional der Volumenänderung),
b) dem Photoeffekt (was allerdings wegen des einzigen vorliegenden Versuches von Dember[1]) nicht genügend bewiesen ist).

Gasbeladung bewirkt ähnliche Änderungen wie die Modifikationsänderung, denn sie beeinflußt stark:

a) die Thermokraft (bei Palladium erst nachgewiesen),
b) die Größe N[2]),
c) den Photoeffekt.

Die Richardsonsche Formel der glühelektrischen Elektronenemission ermöglicht durch die Stellung der Konstanten N und γ (N in der Basis, γ im Exponenten) bei der Verwendung des logarithmischen Koordinatensystems es leicht, eine Änderung der Glühemission auf die Änderung einer der beiden Konstanten zurückzuführen, denen zweifellos in der Metallelektronik eine allgemeinere Bedeutung zukommt. Es scheint daher das Zusammengehen von Änderungen von γ mit der Leitfähigkeit und von N mit der Thermokraft und vielleicht auch dem Photoeffekt, schließlich die Beeinflussung durch Gasbeladung aller der „N-Effekte“ auf einen tieferen Zusammenhang hinzudeuten, der im Mechanismus der Elektrizitätsleitung begründet liegt. Die erste Gruppe der Erscheinungen scheint darauf hinzuweisen, daß die Größe N stark abhängig ist von der Struktur des Raumgitters, wie es der Anschauung von Borelius[3]) und Haber[4]) entspricht, die dritte Gruppe läßt außerdem noch auf eine Zuordnung irgendwelcher Art der absorbierten Moleküle zum Gitter schließen, wozu noch zu bemerken ist, daß eine Erhöhung des Gasgehaltes nach Suhrmann wie eine Steigerung von N wirkt.

Ob nun wirklich und in welchem Sinne die Änderung der Thermokraft mit einer Modifikationsänderung verknüpft ist, konnte in der zitierten Untersuchung des Verfassers deshalb nicht einwandfrei behauptet werden, weil eine thermoelektrische Untersuchung des einzigen bis jetzt bekannten Umwandlungspunktes in einem Temperaturbereich, welcher der glühelektrischen Untersuchung zugänglich ist — des γ/δ-Punktes von reinem Eisen — noch nicht vorgenommen worden war. Es lag an einwandfreien Messungen

1) Goetz, Phys. Zeitschr. **24**, 777, 1923.

1) Dember, Ann. d. Phys. **23**, 957, 1907.
2) Suhrmann, Zeitschr. f. Phys. **13**, 17, 1923.
3) Borelius, Ann. d. Phys. **57**, 231, 278, 1918 u. **58**, 489, 1919.
4) Haber, Berl. Akadem. Ber. 1919, S. 506.

Digitized by Google

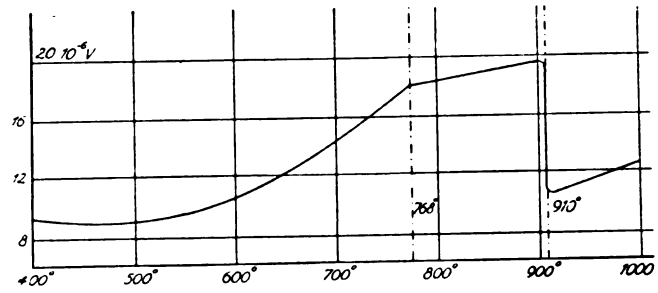


Fig. 1.

der Thermokräfte nur die noch näher zu erörternde Arbeit von Burgess[1]) vor, welche nur das Intervall 0° bis 1000° C umfaßt, also nur die Umwandlung β/γ gerade noch einbegreift. Außerdem war damals dem Verfasser die Modifikationsform des δ-Eisens noch nicht bekannt, es wurde nur auf eine Änderung der Gitterstruktur (im Gegensatz zu α/β) aus dem glühelektrischen Verhalten von γ/δ geschlossen. Durch die Aufnahme der Debye-Scherrer-Diagramme von N. Westgren und G. Phragmén[2]) ergeben die Modifikationsstufen des reinen Eisens folgendes Bild:

α-Eisen existiert bis 765/774° C raumzentriert-kubisch,
β-Eisen existiert bis 910° C raumzentriert-kubisch,
γ-Eisen existiert bis etwa 1401° flächenzentriert-kubisch,
δ-Eisen existiert bis 1529° raumzentriert-kubisch,

Es besitzen also α-, β- und δ-Eisen dieselbe Gitterstruktur, der einzige Unterschied besteht in einer steigenden Vergrößerung der Kantenlänge der Elementarkuben. In der zitierten Arbeit werden diese berechnet zu 2,87 Å bei Zimmertemperatur, 2,90 Å bei 800° und 2,93 Å bei 1425°. Im flächenzentrierten Bereich ist die Kantenlänge bei 1100° 3,63 Å und steigt bei 1400° auf 3,69 Å. Berechnet man aus den Mittelwerten dieser Angaben das Verhältnis des Rauminhaltes des raumzentrierten zum flächenzentrierten Elementarwürfel, so ergibt sich der Wert 1,95; das Verhältnis der Zahl der im Kubus angeordneten Eisenatome ist 14 : 9 = 1,55. Die Dichte ist also in der flächenzentrierten Modifikation bedeutend kleiner.

Die Burgessschen Messungen der Thermospannung des Eisens ergeben die in Fig. 1 dargestellte Kurve. Die Messungen erfolgten über einem dünnen Eisendraht, dessen Enden an die Lötstelle je eines Platin — Platinrhodium-elementes gelötet waren. Die Erwärmung erfolgte durch Strahlung im Hochvakuum. Die Temperaturdifferenz der beiden Lötstellen wurde durch die geeichten Thermoelemente gemessen und wurde auf je 2° reduziert. Es entstand somit eine Differentialkurve, welche im α/β-Punkt eine Richtungsänderung, im β/γ-Punkt einen sehr deutlichen Sprung im Sinne einer Verringerung des Anstieges aufweist. Eine (der Deutlichkeit halber nicht gezeichnete) Schleife ergibt die Hysterese der β/γ-Umwandlung bei Hin- und Rückgang der Messung. Außerdem wurde aus dieser dE/dT-Kurve der Peltier-Effekt durch die Beziehung TdE/dT und der Thomson-Effekt durch die Beziehung d^2E/dT^2 konstruiert.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit lag nun darin, einerseits den Verlauf der Thermokraft bei der rückläufigen Umwandlung (γ/δ) vom flächenzentrierten in das raumzentrierte Gitter zu bestimmen, andererseits festzustellen, welche Thermokräfte zwischen den Modifikationsstufen des Eisens selber auftreten, welche Richtung sie haben und wie groß sie im Verhältnis zu den sonstigen Änderungen sind.

Die Meßanordnung.

In der zu dieser Messung erforderlichen Anordnung mußten zwei Bedingungen erfüllt werden. Einmal durfte die „kalte" Lötstelle des Eisens keine andere Modifikationsstufe haben als die „heiße", andererseits mußte die Apparatur es gestatten, im Hochvakuum beliebige Temperaturen zu erzeugen. Die erste Bedingung erfüllte die erwähnte Burgesssche Methode, doch ist es mit dieser nicht möglich, Temperaturen oberhalb von 1000° im Hochvakuum zu erzielen. — Der zu untersuchende Eisendraht wurde in ein Gefäß von der in Fig. 2 skizzierten Form untergebracht. Der Rezipient besteht in der Hauptsache aus einem ovalen Glasgefäß mit kreisförmigem Querschnitt, das am einen Ende einen geschliffenen Hohlkonus, am anderen Ende die Leitung zur Pumpe trägt. Außerdem ist in der Mitte ein Tubus nach

1) Burgess, Bull. Bur. of Stand. **14**, 15, 1918.
2) Westgren u. Phragmén, Zeitschr. f. phys. Chem. **102**, 1, 1922.

Digitized by Google

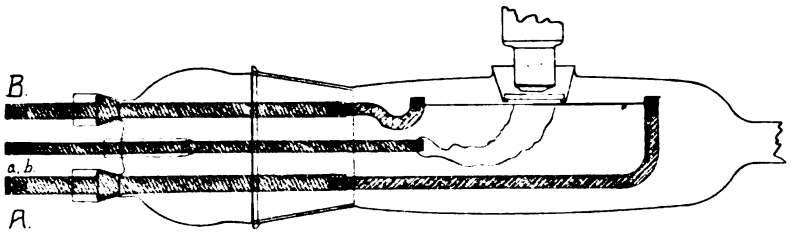


Fig. 2.

innen eingeschmolzen, auf dessen nach innen eingedrückten unteren Rand eine planparallele Scheibe eingekittet war. Der in den Hohlkonus passende Vollkonus trägt an seinem unteren Ende zwei kleine Hohlschliffe, die zur Aufnahme der Eisenelektroden dienten, außerdem sind — um 90° hiergegen versetzt — noch zwei Glasrohransätze angeschmolzen (die sich in der Zeichnung decken); sie dienten zur Aufnahme der Hilfselektroden.

Die Eisenelektroden *A* und *B* trugen massive Vollkonusse und am inneren Ende ein Mutterngewinde. Außen war eine Klemmvorrichtung angebracht. In diese Gewinde ließen sich die aus dem gleichen Material angefertigten eigentlichen Elektrodenträger einschrauben, welche an ihren freien Enden ebenfalls je eine Festklemmvorrichtung trugen. Hierzwischen wurde der zu untersuchende Draht ausgespannt, welcher aus vakuumgeschmolzenem Elektrolyteisen von Heraeus bestand, also einen garantierten 99,98 proz. Eisengehalt besaß. Dieser Draht war über die Hälfte seiner Länge auf einen kleineren Querschnitt ausgezogen, wobei für einen besonders steilen Übergang Sorge getragen worden war. Die Übergangsstelle war nun so angeordnet, daß man sie mit dem Mikroskop durch die Planscheibe leicht beobachten konnte. Im gleichen Abstande von dieser Übergangsstelle war nun je ein 0,02 mm starker Draht aus reinstem Platin (Heraeus) festgeschweißt, der zu den Hilfselektroden *a* und *b* führte. Diese bestanden aus 4 mm starken Kupferstäben, welche vakuumdicht durch die Glasrohransätze hindurchgeführt waren. Es war dafür Sorge getragen, daß der Abstand des Drahtes von der Planplatte so klein war (ca. 1 mm), daß noch mit einem kurzbrennweitigen Objektiv beobachtet werden konnte, ebenso lagen auch die Platinschweißstellen noch im Gesichtsfeld des Mikroskopes. —

Die Temperaturbeobachtung erfolgte mit einem Mikropyrometer, das an Stelle des normalen Okulars auf das Mikroskop gesetzt wurde, und dessen Konstruktion an anderem Ort beschrieben werden soll. Es ist also somit die Möglichkeit gegeben, den Draht bis dicht an den Schmelzpunkt des dünnen Endes mit Joulescher Wärme zu heizen und den Temperaturgradient an der Einschnürung wie auch die Temperatur der beiden Lötstellen oberhalb von ca. 850° C genau zu messen. —

Um eine unzulässige Erwärmung der Planplatte durch die Strahlung des Drahtes zu vermeiden, wurde während der Messung ständig von einem Kompressor ein kräftiger Luftstrom in den Tubus geblasen.

Die Evakuierungseinrichtung bestand wie bei den früheren Arbeiten aus einer Ölpumpe, einer Volmerschen Vorpumpe und einer Gaedeschen Diffusionspumpe. Von letzterer an war jeder Schliff vermieden. Die Druckmessung erfolgte durch ein Mc Leodsches Manometer zwischen den beiden Quecksilberdampfstrahlpumpen. Wegen des bekannten Übersetzungsverhältnisses der Diffusionspumpe ließ sich der Druck auf der Hochvakuumseite errechnen.

Auf die Evakuierung selbst wurde große Sorgfalt verwendet. Da ja bekanntlich Gasreste die thermoelektrischen Effekte sehr stark beeinflussen können, so mußte nach dem Einsetzen eines neuen Drahtes dieser von den adsorbierten Gasresten vollkommen befreit werden. Geschah das nicht, so ergab die Messung nicht reproduzierbare Werte. Vor dem Einsetzen mußte ebenso die Drahtoberfläche gereinigt werden, was durch rasches Eintauchen in reine Salpetersäure, Auswaschen mit destilliertem Wasser und Trocknen mit Alkohol geschah. Nach dem sogleich nach der Reinigung erfolgten Einsetzen des Drahtes in den Rezipienten wurde evakuiert und der Draht auf etwa 100° erhitzt, um die Alkoholschicht an der Drahtoberfläche zum Verdampfen zu bringen. Zum Ausspülen wurde hierauf in die Apparatur wieder sorgfältig getrocknete Luft hineingelassen und nun endgültig evakuiert. Es wurde auf diese Weise vermieden, daß Kohlenwasserstoffdämpfe sich noch im Rezipienten befanden, während der Eisendraht geglüht wurde, was zur Folge hat, daß der freiwerdende Kohlenstoff selbst in kleineren Beimengungen den γ/δ-Punkt zum Ver-

Digitized by Google

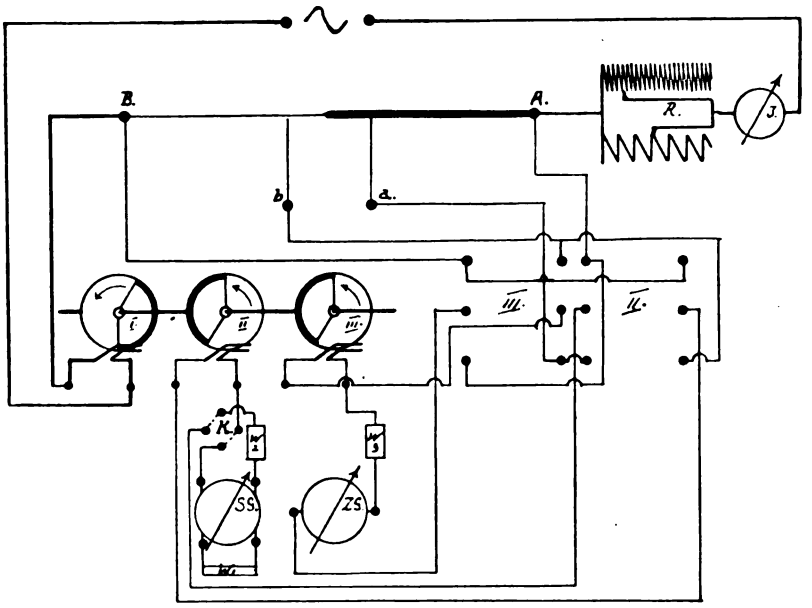


Fig. 3.

schwinden bringt und den Schmelzpunkt beträchtlich herabsetzt. Aus demselben Grunde wurden die aus der Vorpumpe stammenden Öldämpfe peinlichst abgesperrt. —

Die Meßschaltung ist in Fig. 3 angegeben. *A* und *B* sind die Enden des Eisens, *a* und *b* die Enden der Platindrähte. Die Heizung des Eisendrahtes erfolgte zur Vermeidung des Thomson-Effektes mit 500-periodischem Wechselstrom. *J* ist ein Präzisionshitzdrahtamperemeter, *R* sind zwei parallelgeschaltete Regulierwiderstände. Da selbstverständlich die Messung der zwischen *a* und *b* auftretenden Thermokräfte nur beim Aussetzen des Heizstromes möglich war, so wurde intermittierend geheizt, und zwar so, daß drei voneinander isolierte Unterbrechervorrichtungen starr auf der Achse eines Motors angebracht waren, dessen Tourenzahl 1300 p. Min. betrug. Diese mit I, II und III bezeichneten Unterbrecher bestanden aus Kupferblechsektoren, welche einen Winkel von ca. 160^0 einschlossen. Auf ihnen schleiften Kupferbürsten, deren peinliche Reinhaltung ein Gegenstand besonderer Aufmerksamkeit war. Die Sektoren vermittelten also den Kontakt zwischen den Bürstenpaaren. Wie aus Fig. 3 ersichtlich, waren diese Sektoren so gegeneinander verschoben, daß II und III gleichzeitig, aber nur dann den Stromkreis schlossen, wenn I keinen Kontakt machte. I lag in dem (in Fig. 3 stärker ausgezogenen) Heizstromkreis. II schloß die Strombahn zu einem *SG* bezeichneten Spiegelgalvanometer. Dieses hatte 3,8 Ohm Widerstand, besaß also eine große Spannungsempfindlichkeit. Mit einer zweiten Drehspulwicklung konnte durch W_1 auf Aperiodizität eingestellt werden und durch den Vorschaltwiderstand mehrere Empfindlichkeiten benutzt werden. Außerdem gestattete der Kommutator *K* die Messung der Ausschläge beiderseits des Nullpunktes. *SG* stand in Verbindung mit der sechspoligen Wippe II. Hierdurch wurde ermöglicht, einmal *a* und *b* oder *A* und *B* an *SG* zu legen. — Der Unterbrecher III führte zu dem mit *ZG* bezeichneten Zeigergalvanometer mit einem inneren Widerstand von 78 Ohm. Hier diente W_3 zur Variierung der Meßbereiche. Die Wippe III gestattete, *ZG* entweder an *A*—*a* oder an *B*—*b* zu legen. Auf die Freiheit von Thermokräften an den zahlreichen Kontaktstellen wurde großer Wert gelegt, an den Stellen, wo sie nicht völlig zu erreichen war, nämlich an den Bürsten der rotierenden Unterbrecher, wurden die Spannungen gemessen und entweder kompensiert oder später subtrahiert. Zu ihrer Bestimmung wurde jeweils der Eintritt des thermischen Gleichgewichtszustandes abgewartet, d. h. der Unterbrecher mußte vor Beginn der Messung erst etwa eine halbe Stunde laufen. Von da ab blieb die Temperatur der Bürsten durch Stunden hindurch dieselbe. Allerdings war dann ein Nachspannen der Bürsten nicht mehr möglich. Ebenso mußte auf gleichen Bürstendruck geachtet werden, weil die durch ungleichen Druck verursachte Temperaturdifferenz der Bürsten untereinander Thermokräfte zwischen ihnen zur Folge hatte. — —

Digitized by Google

Die Messungen.

Mit dieser Anordnung ist es also möglich, die bei bestimmten Temperaturen des Eisendrahtes und bestimmten (durch das Querschnittsverhältnis der Drahthälften festgelegten) Temperaturdifferenzen gegenüber Platin auftretenden Thermospannungen zu messen. Und zwar mißt man offenbar zwischen A und a und B und b die Thermokräfte zwischen der betreffenden Heiztemperatur und der Zimmertemperatur. (Da die Wärmeableitung an den außerhalb des Rezipienten gekühlten Elektrodenhaltern groß ist, gegenüber dem geheizten Draht selber, so ist die Annahme der Zimmertemperatur gestattet.) Allerdings besteht deshalb an A und B stets a-Eisen, unabhängig von der Modifikation der Lötstelle.

Zwischen a und b mißt man die Differenz der Thermospannungen Pt/Fe (heiß) und Pt/Fe (kühl), stellt die Anordnung doch zwei gegeneinander geschaltete Thermoelemente dar. Hierbei ist also vermieden, daß an der einen Lötstelle eine andere Modifikation existiert als an der anderen.

Da die Platindrähte, welche die andere Hälfte der Thermoelemente bildeten, einen Querschnitt besaßen, welcher $^1/_2$ Proz. des Eisenquerschnittes ausmachte, so war die Wärmeableitung an den Lötstellen zu vernachlässigen. Da diese weit von den Klemmstellen an den Elektrodenhaltern entfernt waren, so kam ein Temperaturabfall längs des Eisendrahtes, der durch die Wärmeableitung an seinen Enden hervorgerufen wurde, für das untersuchte Stück von Einschnürung bis zur Platinlötstelle nicht in Frage.

Andererseits gestattete diese Anordnung aber, an der Einschnürung jede beliebige Modifikationsform einer anderen gegenüberzustellen, sobald man in die zwischen beiden Hälften beim Stromdurchgang auftretende Temperaturdifferenz einen oder mehrere Umwandlungspunkte einbegriff. Da die Größe der Temperaturdifferenz annähernd dem Querschnittsverhältnis proportional ist, so konnte man durch dessen Wahl die gleichzeitige Lage der Umwandlungspunkte beliebig variieren.

Zwischen den Punkten $A—a$ und $B—b$ mißt man also die Integralkurve zu der Burgessschen Kurve. Jene konnte aber nur zur Kontrolle benutzt werden, da sie keinen deutlichen Einblick in die thermoelektrischen Vorgänge bei den Umwandlungen selbst gestattet. Der qualitative Vergleich dieser beiden Kurven — gleichzeitig aufgenommen — ermöglicht nur die Verschiebung der Umwandlungen in beiden Thermoelementen zu überprüfen. Die Messungen zwischen A und B schließlich sind proportional den längs des Drahtes, d. h. zwischen den Lötstellen auftretenden Spannungsdifferenzen. Bei allen Messungen traten kleine Spannungen zwischen diesen Punkten auf, die höchstens 3 Proz. derjenigen zwischen a und b betrugen und wahrscheinlich durch kleine Unsymmetrien in der Anlage und unsymetrische Rekristallisationsvorgänge verursacht waren. Da die gesamte Meßgenauigkeit aber doch nicht größer als auf 6 Proz. Gesamtfehler eingeschätzt werden darf, so wurde dieser Ungleichmäßigkeit nicht weiter nachgeforscht. In dem Falle, wo sich eine Umwandlung längs des Drahtes vollzog, wuchsen die Spannungen zwischen A und B in die Größenordnung derjenigen zwischen a und b, um nach vollzogener Umwandlung wieder auf die früheren Werte zu sinken. Die Aufnahme dieser Vorgänge soll gegebenenfalls der Gegenstand einer gesonderten Untersuchung werden.

Beschreibung der Meßergebnisse.

Die in Fig. 4 dargestellten Kurven ergeben die charakteristischen Meßresultate. Sie wurden aus der großen Zahl der gemessenen Kurven ausgewählt, weil die anderen in geringeren Abstufungen der Querschnittsverhältnisse aufgenommenen Kurven nichts Neues zeigen.

Es ist die Abhängigkeit des zwischen den Punkten a und b mit Sg gemessenen Thermopotentials von der Temperatur der Lötstelle B/b gezeichnet. Die drei Kurven entsprechen drei verschiedenen Querschnittsverhältnissen, und zwar: I = 1 : 1,51; II = 1 : 1,96; III = 1 : 2,17. Für I sind in Fig. 4 die Ordinatenwerte verdoppelt, für III halbiert.

Das Verhältnis I ist gewählt, um einen Umwandlungspunkt kurz hinter dem β/γ-Punkt zu erhalten, II derart, daß über einen größeren Bereich α und β der γ-Form gegenübersteht, III schließlich, damit während der ganzen Existenz von γ bis in den δ-Bereich hinein auf der kühleren Seite das raumzentrierte Gitter erhalten bleibt.

Die mittlere Stärke des Eisendrahtes betrug 0,3 mm.

Durch das Querschnittsverhältnis ist die Temperaturdifferenz in jedem Punkte bestimmt, sobald die Messung über eine Zeitdauer erstreckt wird, welche genügt, den Gleichgewichtszustand herbeizuführen. Dieser Bedingung wurde in allen Punkten Rechnung getragen, weshalb die Messung einer solchen Kurve mehrere Stunden in Anspruch nahm.

Die zu der Abszissentemperatur gehörigen Temperaturwerte der kühleren Lötstelle A/a sind den zugehörigen Punkten der einzelnen

Digitized by Google

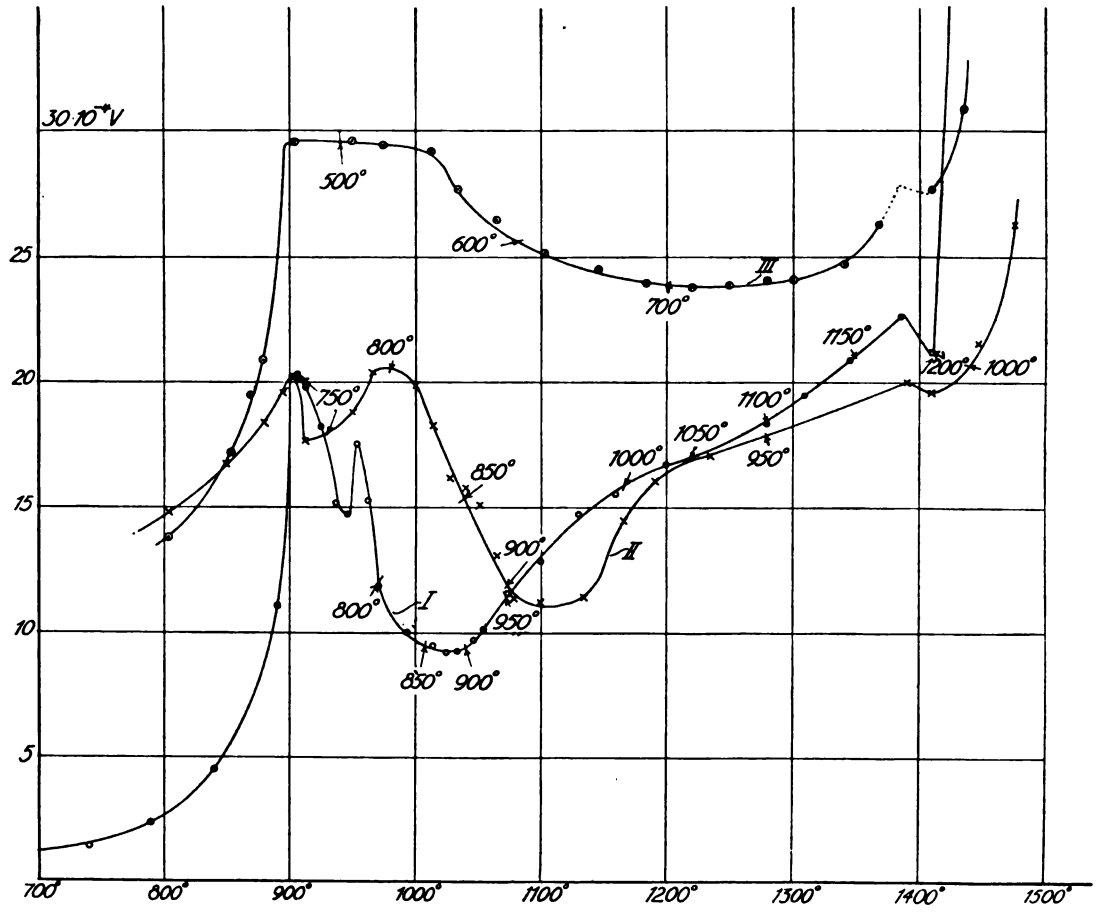


Fig. 4.

Kurven beigeschrieben. — Weil in der Form der Darstellung die Abszissen die Temperaturen der heißen Lötstelle angeben, senkrecht untereinander also bei allen Querschnittsverhältnissen die gleichen Temperaturen der dünnen Hälfte liegen, so sind alle Kurvenänderungen, welche dieselben Abszissenwerte haben, als Umwandlungen der dünnen Drahthälfte gekennzeichnet, Kurvenänderungen durch Umwandlungen auf der anderen Seite müssen daher bei steigendem Querschnittsverhältnis immer weiter nach rechts rücken.

Bei 900° bis 910° erfolgt bei allen Kurven die Umwandlung bei der Lötstelle B/b von β nach γ durch einen deutlichen Knick. Das entspricht qualitativ dem Befund von Burgess. Etwas oberhalb von 1400° bei der Umwandlung von γ in δ zeigt sich ein rapider Anstieg. Außerdem ergeben sich Richtungsänderungen in den Punkten, in welchen die kühlere Lötstelle A/a umgewandelt wird. In allen diesen Fällen erfolgt die Umwandlung von α nach β erst, wenn die Umwandlung von B/b von β nach γ schon vollzogen ist. Bei der Umwandlung von B/b bei β/γ steht also zunächst immer die α-Modifikation der γ-Form gegenüber. Der Abfall bei den Kurven I und II zwischen 900° und 940° ist also auf die Differenz der Thermospannungen α/γ zurückzuführen. Sehr bald erfolgt in diesen beiden Fällen eine zweite Richtungsänderung. Die Messung ergibt, daß in dem nun folgenden aufsteigenden Teil der Kurve die Umwandlung α/β bei A/a erfolgt. Dieser Anstieg ist aber nur vorübergehend und es ist fraglich, ob er sich nicht nur über den Temperaturbereich erstreckt, der erforderlich ist; um eine vollkommene Umwandlung von α in β über den ganzen Bereich zwischen Einschnürung und Lötstelle zu erzielen. Je nach der Stärke des Temperaturanstieges von A/a in diesem Bereich fällt dieses Stück der Kurve mehr oder weniger steil aus. (Bei I ist der Anstieg am größten, der Kurventeil zwischen 945° und 953° am steilsten. Dagegen ist in III der Anstieg der Temperatur in A/a so gering, daß der Umwandlungspunkt α/β erst bei etwa 1320° von B/b erreicht ist, daher ist auch der darauf folgende Anstieg kaum zu erkennen.)

Digitized by Google

Es folgt nun im weiteren Verlauf der Kurve ein Anstieg, welcher in einem Minimum mündet, hinter welchem die Umwandlung von A/a in die γ-Modifikation erfolgt. Bei den Kurven I und II tritt dieser Punkt noch im γ-Bereich von B/b auf, bei III fällt er in einen nicht mehr im Meßbereich gelegenen Punkt des Stadiums von A/a. Nach vollzogener Umwandlung von A/a zeigt nun die Kurve qualitativ denselben Verlauf wie nach der Umwandlung von α in β. Es kommt nun vor der eigentlichen Umwandlung von γ in δ bei B/b eine Diskontinuität zwischen 1380° und 1390°, welcher metallographisch ohne weiteres keine Deutung beizulegen ist. Jedenfalls bezieht sich dieser Knick auf einen Vorgang bei der heißen Lötstelle, da bei allen Kurven diese Punkte untereinander liegen. Es sei nur jetzt hierzu erwähnt, daß bei Kurve III die Kurve in diesem Punkte ergänzt ist, da eine einwandfreie Messung in diesem Intervall nicht vorlag. Der bei 1368° gemessene Punkt läßt eine solche Änderung mutmaßen. Außerdem fällt im Falle III der α/β-Punkt zufällig in den diesem Punkte benachbarten Bereich, so daß der gezeichnete Verlauf in diesem Gebiet nicht ohne Willkür ist. Jedenfalls liegt aber in dem Verlauf von III kein Grund gegen die Annahme, daß diese Unregelmäßigkeit in diesem Bereich hier fehlen sollte.

Es folgt nun sehr gut mit den gemessenen Temperaturen übereinstimmend bei 1400° bis 1410° der Umwandlungspunkt γ/δ für B/b. Er ist durch einen mehr oder weniger steilen Anstieg ausnahmslos bei allen Kurven gekennzeichnet. Leider war es trotz vieler Versuche nicht möglich, zuverlässige Messungen weit im δ-Bereich zu erhalten. Es standen hier dieselben Schwierigkeiten im Wege, welche Westgren und Phragmén (l. c.) an der Aufnahme ganz reiner δ-Gitter verhinderten. Der Draht wird bei diesen Temperaturen derart weich und verdampft oberhalb ca. 1460° so rapide, daß seine Lebensdauer durch Dehnung infolge seines eigenen Gewichtes und beschleunigte Querschnittsverminderung durch Verdampfen auf wenige Minuten herabgesetzt wird, welche nur zu wenigen Messungen ausreichen.

Um daher die gezeichneten Punkte einwandfrei zu erhalten, mußten Messungen an etwa je 6—8 verschiedenen Exemplaren vorgenommen werden. Auffällig ist, daß bei den Kurven I bis III der Anstieg beim kleinsten Querschnittsverhältnis am steilsten ist. Die Ursache dafür wird darin gefunden, daß je kleiner der Volumensprung an der Einschnürung ist, desto früher eine Homogenität in bezug auf das Raumgitter zwischen Einschnürung und Lötstelle erreicht wird. Wie schwierig diese Homogenität in diesem Bereich zu erhalten ist (d. h. möglichste Freiheit von γ), beweisen die Röntgenogramme der zitierten Arbeit, wo ein reines Diagramm der δ-Modifikation überhaupt nicht erhalten werden konnte. Bei Kurve I ist diese Schwierigkeit am geringsten, daher erfolgte der Anstieg der Spannung so rapide, daß die gemessene EMK. den Meßbereich des Galvanometers weit überschritt. Es ist daher dieselbe Kurve in anderem Maßstabe in Fig. 5

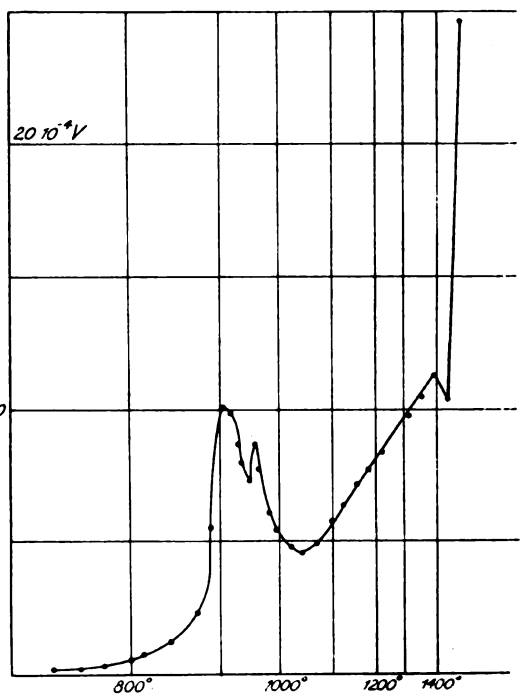


Fig. 5.

wiedergegeben. In den Fällen II und III handelt es sich zweifellos innerhalb der gemessenen Bereiche nur um Gemische von γ und δ.

Gegenstand besonderer Messungen in sehr kleinen Abständen ist der Übergang bei B/b vom raumzentrierten in das flächenzentrierte Gitter gewesen. Dieser Kurventeil ist in Fig. 6 gesondert dargestellt. Dagegen wurde auf eine genauere Verfolgung der Vorgänge beim α/β-Punkt von B/b verzichtet, da diese durch frühere Messungen, besonders von Burgess, mit jeder wünschenswerten Genauigkeit festgelegt worden sind.

Es sei hier noch auf eine bemerkenswerte Beobachtung hingewiesen, welche man bei der Umwandlung β/γ machen kann. Infolge der verhältnismäßig niedrigen Temperatur und der Art der Heizung hat man es in der Hand, die Temperatur um fast beliebig kleine Werte zu

Digitized by Google

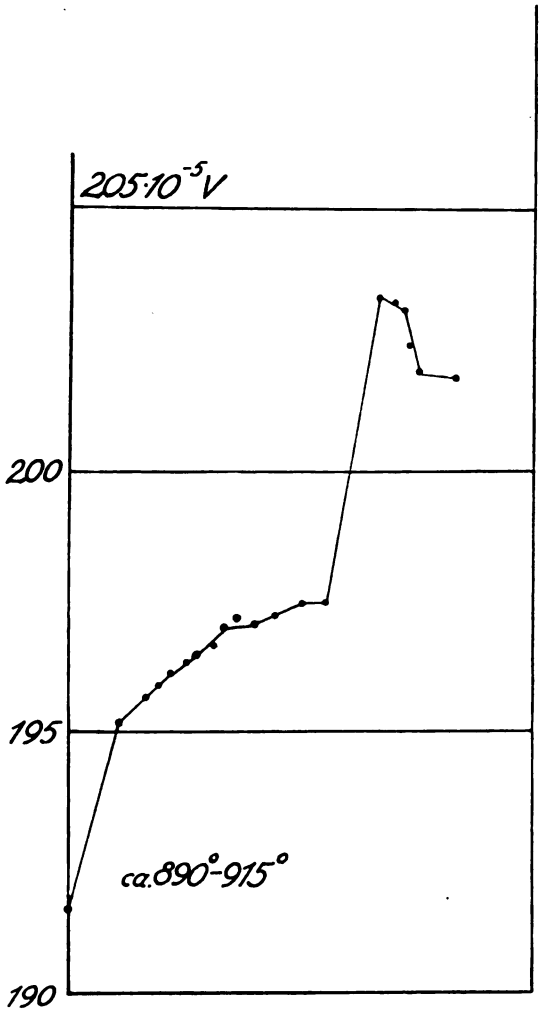


Fig. 6.

verändern. Man kann sich daher der Umwandlung so langsam nähern und vielleicht sogar die Umwandlungstemperatur um Bruchteile von Graden überschreiten, ohne daß die Umwandlung auftritt. In diesem labilen Zustand genügt das Anklopfen an die Wand des Rezipienten, um die Umwandlung einzuleiten, die sich in den geschilderten Vorgängen am Galvanometer zeigt. Ebenso konnte dieser Übergang bei ansteigendem Sinn der Messungen erreicht werden, indem man einen kräftigen Stabmagneten dem Rezipienten näherte. Doch gelang das letztere nicht im Absteigen.

Die Versuche, dasselbe beim γ/δ-Punkt im rückläufigen Sinne festzustellen, gelang nicht, da hier die Änderung der Temperatur in so kleinen Stufen nicht möglich war.

Diskussion der Ergebnisse.

In der thermoelektrischen Spannungsreihe ist Eisen positiv gegenüber Platin, d. h. im Sinne der Theorien der Leitungselektrizität: die Elektronenkonzentration bzw. der Elektronendampfdruck im Eisen ist größer als im Platin, da das Eisen an der heißen Lötstelle Elektronen in das Platin hineindiffundieren läßt. Eine Änderung von dE/dT bedeutet also eine Änderung des Temperaturkoeffizienten der Elektronendiffusionsgeschwindigkeit.

Nach den Burgessschen Messungen erfolgt im Umwandlungspunkt α/β, d. h. bei einer wahrscheinlich sprunghaften Vergrößerung der Kantenlänge des Elementarkubus, eine Verringerung des Anstiegs des Temperaturkoeffizienten der Diffusionsgeschwindigkeit der Elektronen, also von d^2E/dT^2, was gleichbedeutend ist mit einer sprunghaften Verringerung des Thomsoneffektes. Anders liegen aber die Verhältnisse bei der Änderungder Gitterstruktur im β/γ-Punkt. Hier geht das raumzentrierte Gitter in das flächenzentrierte über, wobei der Temperaturkoeffizient sprunghaft sinkt, während die Thermokraft selbst natürlich nicht kleiner wird. Im Sinne der Theorien heißt das, daß bei der flächenzentrierten Modifikation, wo die Dichte geringer ist, der Anstieg der Elektronenkonzentration oder der Diffusionsgeschwindigkeit geringer ist als bei der raumzentrierten. Geht aber wieder das flächenzentrierte Gitter in das raumzentrierte über — beim Übergang von γ nach δ —, so steigt die Dichte und damit sprunghaft der Temperaturkoeffizient der Diffusionsgeschwindigkeit.

Sehr auffällig ist das Zusammengehen dieser Erscheinung mit der Änderung der magnetischen Suszeptibilität, die von Weiss und Foex[1]) gefunden wurde. Die dieser Arbeit entnommene Kurve (Suszeptibilität als Funktion der Temperatur bei reinem Eisen) ist in Fig. 7

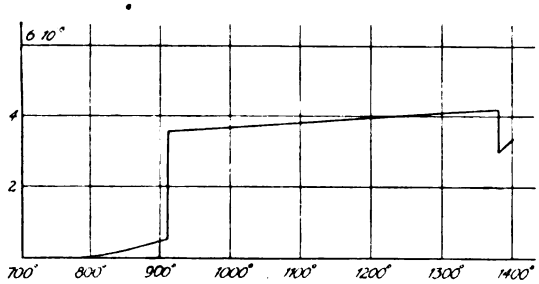


Fig. 7.

wiedergegeben. Im flächenzentrierten Bereich zeigt sie eine sehr erhebliche Unstetigkeit, derart, daß hier die magnetische Durchlaßfähigkeit bedeutend größer wird. Beim Übergang

1) Weiss und Foex, Arch. des Sciences Phys. et Nat. (IV) 31, 92, 1911.

Digitized by Google

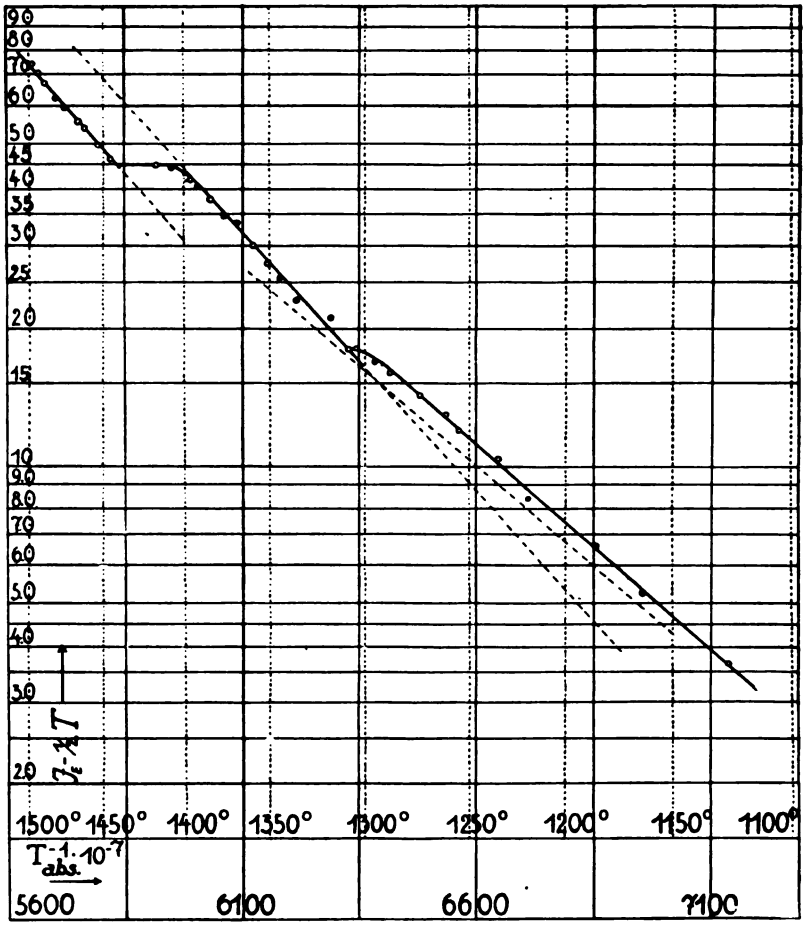


Fig. 8.

in das δ-Gitter sinkt diese, um weiterhin wieder anzusteigen. Wie Westgren und Phragmén schon andeuteten, liegt die Vermutung nahe, den Teil der Kurve im δ-Bereich als Fortsetzung des bei 910° abgebrochenen Teils der Kurve zu betrachten. Die Richtung der Änderung d (Thermokraft)$/dT$ ist gerade entgegengestetzt. Denselben Charakter der Abweichung, d. h. sprungweise Änderung, weist die erwähnte Änderung der Glühemission auf. In diesem Falle zeigen also die thermoelektrischen, magnetischen und glühelektrischen Vorgänge dasselbe Verhalten auf. Die sprungweise Änderung von dE/dT zeigt aber die entgegengesetzte Richtung wie die Emissionsänderung und die magnetische Suszeptibilität.

Es bleibt nun noch die Betrachtung derjenigen Teile der Kurven übrig, bei denen an der Einschnürung sich zwei verschiedene Modifikationen gegenüberstehen. Da sich alle Diskontinuitäten bei den Strukturänderungen auf dE/dT beziehen, so erfährt E selbst im Umwandlungspunkt keine Änderung, d. h. ein Potential zwischen den Modifikationen selbst tritt nicht auf. So läßt sich der Anstieg nach dem Minimum, das stets vor der Umwandlung von A/a in die nächsthöhere Form liegt, leicht dadurch erklären, daß, wie schon Burgess nachwies, dE/dT von α bis γ immer kleiner wird. Daher muß also auch nach einer solchen Verringerung der dE/dT-Werte die Differenz gegenüber dem auf der anderen Seite existierenden γ-Eisen größer werden, die Kurve also ansteigen. Bei der δ-Umwandlung von B/b liegen die Verhältnisse umgekehrt. Während vorher bei sämtlichen Umwandlungen von B/b ein Sinken der Thermokraftdifferenzen erfolgte, tritt hier ein sehr starker Anstieg auf; es müßte also für den (nicht gemessenen) Fall, daß auch A/a in diese Modifikation überginge, ein Sinken der Kurve eintreten, im Gegensatz zu den anderen Umwandlungen; bei denen dieser Vorgang ein Steigen verursachte.

Die Frage nach den elektrischen Spannungsverhältnissen der Modifikationen untereinander

Digitized by Google

läßt sich demnach dahin beantworten, daß im Falle eines Thermoelementes, bestehend aus zwei Modifikationsstufen des Eisens (was selbstverständlich praktisch nicht durchführbar ist) an der warmen Lötstelle die Elektronen von der raumzentrierten in die flächenzentrierte Modifikation wandern, d. h. von α, β oder δ nach γ. Das flächenzentrierte Gitter ist demnach bei steigender Temperatur aufnahmefähiger für den Elektronenfluß und gleichzeitig für den magnetischen Kraftfluß wie das raumzentrierte, das sich auch durch die größere Dichte auszeichnet.

Möglicherweise liegt hier eine Parallele mit den thermoelektrischen Vorgängen zwischen Eisen gleicher Modifikation verschiedener Dehnung, solange die Dehnung unterhalb der Elektrizitätsgrenze liegt. In einem solchen Thermoelement, dessen Temperaturdifferenz der Lötstellen so klein ist, daß noch keine Modifikationsänderung auftritt, fließt der Elektronenstrom zum gedehnten Material, d. h. auch hier zeigt das Gitter mit geringerer Dichte (wegen seiner durch Dehnung vergrößerten Kantenlänge) eine größere Aufnahmefähigkeit (so z. B. Bachmetjew[1])). Für diesen Fall ergibt sich auch dieselbe Parallelität mit der magnetischen Aufnahmefähigkeit, welche ebenso wie die thermoelektrische bei zunehmender Dehnung unterhalb der Elektrizitätsgrenze wächst. Allerdings bedürfen diese Befunde noch der Nachprüfung mit modernen Methoden. Daß der Vorgang sich bei Verringerung der Kantenlänge des Elementarkubus durch Kompression umkehren läßt, d. h. die Aufnahmefähigkeit an der heißen Lötstelle gegenüber normalem Eisen vermindert werden kann, zeigen die Untersuchungen von Wagner[2]) und Hörig[3]).

Das wider Erwarten entgegengesetzte Vorzeichen der Glühemissionsänderung im γ/δ-Punkt (Richardsonsche Gerade Fig. 8) läßt sich in diesem Zusammenhang folgendermaßen darstellen: Sobald die Aufnahmefähigkeit für Leitungselektronen bei Eisen sinkt, nimmt auch sprunghaft die Zahl der emittierten Glühelektronen im Sinne einer plötzlichen Änderung der Konstanten N des Richardsonschen Gesetzes ab. Dieser Befund widerspricht den bestehenden Anschauungen, da die Glühemission ebenso wie die Thermokraft direkt proportional der Elektronenkonzentration im Metall angenommen wurde, in diesem Fall aber der Vorgang, welcher eine Steigerung der Thermokraft mit sich bringt, eine Verminderung der Elektronenemission verursacht.

In Verfolgung der oben erwähnten Tatsachen würde hier vielleicht eine Untersuchung über die Glühemission an gedehnten oder tordierten Glühfäden Aufschluß geben können.

1) Bachmetjew, Exners Repert. **26**, 705, 1890.
2) Wagner, Ann. d. Phys. (4) **27**, 955, 1908.
3) Hörig, Ann. d. Phys. **28**, 371, 1909.

Zusammenfassung.

1. Es wird eine Apparatur beschrieben, welche gestattet, die thermoelektrischen Verhältnisse des reinen Eisens bis kurz vor dem Schmelzpunkt zwischen den einzelnen Modifikationsstufen zu bestimmen.

2. Die Messungen ergeben, daß beim Übergang des Eisens von der raumzentriert-kubischen Gitterstruktur in die flächenzentriert-kubische (β-Eisen in γ-Eisen) ein starker Abfall von dE/dT auftritt, welcher bei der umgekehrt verlaufenden Umwandlung (γ-Eisen in δ-Eisen) sich ebenfalls umkehrt. Es erweist sich daher das raumzentrierte Gitter als thermoelektrisch positiv gegenüber dem flächenzentrierten.

3. Es wird der Zusammenhang mit den magnetischen und glühelektrischen Verhältnissen unter gleichen Umständen und eine Parallelität mit dem thermoelektrischen Verhalten des Eisens bei Dilatation und Kompression wahrscheinlich gemacht.

4. Das Vorzeichen der Änderung der glühelektrischen Elektronenemission steht gegenüber demjenigen der thermoelektrischen Änderung in demselben Punkt nach den bisherigen Erfahrungen im Widerspruch mit den bestehenden Theorien der Elektrizitätsleitung in Metallen.

Zur Ausführung der beschriebenen Untersuchung wurden mir von der Helmholzgesellschaft und dem Elektrophysikausschuß der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft die Mittel zur Verfügung gestellt, wofür ich an dieser Stelle meinen Dank ausspreche.

Göttingen, Inst. f. angewandte Elektrizität der Universität.

D. Vorländer u. R. Walter (Halle a. S.), Die erzwungene Doppelbrechung der amorphen Flüssigkeiten im Zusammenhange mit der molekularen Gestalt.

Nach älteren Versuchen von Maxwell, Kundt, de Metz und Umlauf werden amorphe Flüssigkeiten temporär doppelbrechend, wenn sie im Zwischenraum zwischen einem äußeren Hohlzylinder und einem damit konzentrischen, inneren Vollzylinder durch Rotation des inneren Zylinders in Bewegung gesetzt werden. Nach Kundt entstehen in der amorphen Flüssigkeit Zug- und Druckspannungen, denen auch Schmieröle

Digitized by Google

zwischen Achse und Radbuchse bei jedem Fahrzeug und jeder Maschine ausgesetzt sind.

Mißt man die Doppelbrechung (D) verschiedener Flüssigkeiten bei möglichst konstanter Temperatur (18—20°) an ein und demselben Zylinderapparat (innerer Zylinder von 2,1 cm Durchmesser, 4,6 cm Höhe; Flüssigkeitsschicht von 1 mm Dicke), und führt man die Zahlen auf die gleiche Rotationsgeschwindigkeit (u) des inneren Zylinders (bis zu 3500 Umdrehungen in der Minute) und auf die Einheit der Zähigkeit (Z) der Flüssigkeit (größer als etwa 5, Wasser = 1) zurück[1]), so erhält man nach Versuchen der Vortragenden annähernd vergleichbare Werte der „spezifischen Doppelbrechung" [D], welche bei amorphen Ölen in Beziehung zur molekularen Gestalt stehen:

$$\frac{D}{u \cdot Z} = [D].$$

Etwa 120 Substanzen aus dem Gesamtgebiet der organischen Chemie wurden untersucht.

Tabelle I zeigt Substanzen von mittlerer Zähigkeit, bei welchen unter den angegebenen Bedingungen keine Doppelbrechung zu beobachten ist, weil ihr Molekül stark verzweigt oder ohne ausgeprägte Längsausdehnung ist.

Tabelle I.

	Z	$[D]$
Glykol	17	0
Pinakon	15	0
Tetramethylpinakon	60	0
Dihydrokarveol	22	0
o-Methylcyklohexanol	11	0
m-Methylcyklohexanol	19	0
Linalool	7	0
Athenyltricarbonsäureäthylester	9,5	Spur

Wird die Zähigkeit größer, so tritt auch bei verzweigten und nicht oder kaum linearen Molekülen schwache Doppelbrechung auf (Tabelle II).

Tabelle II.

	Z	$[D]$
Glyzerin	1218	$< 0{,}05$ [2])
o-Cyklohexylcyklohexanol	815	0,14
Milchsäure	285	0,15
Acetylpropionyl	245	0,15
Athyltartrat	223	0,20

1) Die Doppelbrechung ist nicht immer proportional der Rotationsgeschwindigkeit und der Zähigkeit. Die Proportionalität gilt anscheinend nur innerhalb gewisser Grenzen.

2) Die schwache Doppelbrechung des Glyzerins tritt schon bei geringer Umdrehungsgeschwindigkeit auf und nimmt bei stärkerer Drehung kaum zu.

Nur wenige Öle zeigen bei ausreichender Zähigkeit überhaupt keine Doppelbrechung.

Der Zusammenhang der spezifischen Doppelbrechung mit der Kettenlänge kommt in der Reihe der Fettsäuren gut zum Ausdruck (Fig. 1).

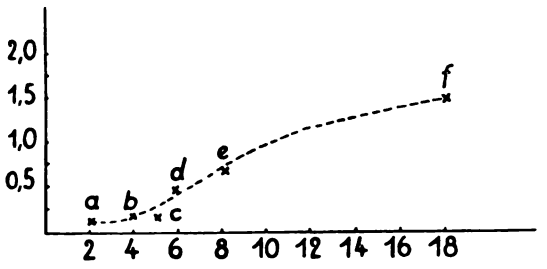


Fig. 1.

a = Milchsäure (anstatt Propionsäure), *b* = α-Oxybuttersäure (anstatt Buttersäure), *c* = *n*-Heptylsäure, *d* = *n*-Caprylsäure, *e* = *n*-Nonylsäure, *f* = Oleïnsäure (oder Rizinolsäure).

Die Glyceride verhalten sich wie die Fettsäuren, doch steigt die Kurve langsamer an, weil die $[D]$-Werte durch die Esterifizierung kleiner werden (Fig. 2).

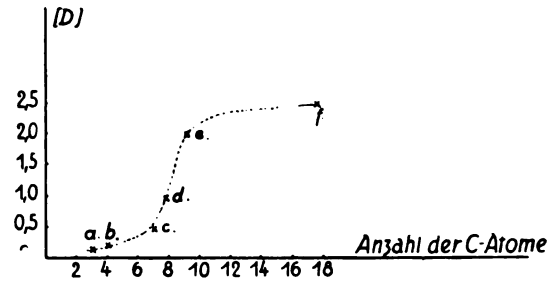


Fig. 2.

a = Triacetin, *b* = Tri-*n* butyrin, *c* = Triisovalerin, *d* = Tri-*n*-caproin, *e* = Tri-*n*-caprylin, *f* = Trioleïn,

Der Wert für Triisovalerin fällt infolge der Verzweigung der Kette aus der Reihe der übrigen Glyceride mit normaler Kette heraus.

Bei aromatischen Verbindungen haben die para-Substitutionsprodukte die stärkere Doppelbrechung (Tabelle V).

Tabelle V.

	o-	*m*-	*p*-
Acetyl-oxybenzoesäureäthylester	1,0	1,2	1,7
n-Butyryl-oxybenzoesäureäthylester	0,54	0,70	1,6
Tolylhydrazin (Phenylhydrazin: 0,45)	0,37	0,44	—

Zimtsäure-*n*-butylester	2,9
p-Methoxyzimtsäure-*n*-butylester	16
p-Methoxy-α-methylzimtsäure-*n*-butylester	S

Digitized by Google

Durch Verzweigung der Kette wird die Doppelbrechung geschwächt, wie α- oder β-Substituenten und Esterradikale bei den sehr stark doppelbrechenden Zimtestern zeigen (Tabelle V und VI).

Tabelle VI.

Hydrozimtsaures *n*-Propyl . . .	1,2
$\beta\beta$-Diphenylpropions. Äthyl . .	0,45
Zimtsaures Äthyl	2,6
„ iso-Propyl	2,0
„ *n*-Propyl	4,1
„ iso-Butyl	2,8
„ *n*-Butyl	2,9

Der verstärkende Einfluß der Doppelbindung ist beträchtlich (Tabelle VII), doch bei den hydrierten Abkömmlingen des Triphenylens $C_{18}H_{30}$ und $C_{18}H_{28}$ nicht bemerkbar, weil hier durch die flächenartige Gestalt des Moleküls die Doppelbrechung nicht hervortreten kann.

Tabelle VII.

Hydrozimtsaures *n*-Propyl . .	1,2
Zimtsaures Propyl	4,5
Hydrozimtsaures Benzyl . .	1,5
Zimtsaures Benzyl . . .	1,9
Hydrozimtsaures Cyklohexyl .	1,4
Zimtsaures Cyklohexyl . . .	3,3
Phenylpropylalkohol	1,0
Zimtalkohol	2,0
Citronellol	0,15
Geraniol	1,3
$C_{18}H_{30}$	0,1
$C_{18}H_{28}$	0,1

Nach den gefundenen neuen Beziehungen kann als sicher gelten, daß die molekulare Gestalt von Einfluß auf die Anisotropie der Öle ist. Besonders die Wirkung der linearen Gestalt der Moleküle tritt deutlich hervor. Dem entspricht auch, daß die Doppelbrechung bei allen untersuchten Ölen mit Bezug auf die mechanische Zugrichtung als Hauptachse positiven Charakter hat, somit als Stäbchendoppelbrechung aufzufassen ist (O. Wiener).

Die Doppelbrechung der anisotropen Öle erreicht in günstigen Fällen (*p*-Methoxyzimtsäure-*n*-Butylester) nur etwa den 100000. Teil der Doppelbrechung von kristallinen Flüssigkeiten ähnlicher Zusammensetzung und ist von dieser dadurch zu unterscheiden, daß sie keine oder nur sehr geringe Dispersion zeigt. Die amorphen Öle lassen sich durch mechanischen Einfluß nicht in kristalline Flüssigkeiten verwandeln.

Die erzwungene Doppelbrechung kolloider Lösungen ist von ganz anderer Art, als die der amorphen Öle. Die Doppelbrechung hat in der Zugrichtung bald positiven, bald negativen Sinn. Man muß annehmen, daß bei den kolloiden Lösungen höher als molekular geordnete Teilchen, die den Kristallen nahe stehen oder mit ihnen identisch sind, der mechanischen Einwirkung bei der Rotation unterliegen.

P. A. Schultz (Jena), Über ein einfaches Hilfsmittel bei der Strahlentherapie.

Bei der Verwendung der Quarzquecksilberlampe zu therapeutischen Zwecken und zur Sterilisation ist zur genauen Dosierung die Kenntnis der ultravioletten Strahlung des Quecksilberlichtbogens erforderlich. Fast alle bisher in der Praxis gebrauchten Verfahren zur Strahlungsmessung haben schwerwiegende Mängel. Teils sind sie zu kompliziert und erfordern zu empfindliche Meßinstrumente (z. B. die Ionisationskammer), teils haben sie für gewisse Wellenbereiche störende Selektivität (z. B. lichtelektrische und Selenzelle, photochemische Reaktionen, Fluoreszenz); immer aber geben sie lediglich Relativwerte auf Grund einer ganz willkürlich gewählten Einheit.

Es ist darum von besonderer Wichtigkeit, eine Methode zu finden, die es mit ganz einfachen Mitteln gestattet, die ultraviolette Strahlung zu messen.

Zu diesem Zweck wurde die Strahlung zahlreicher Quecksilberdampfquarzlampen mit dem Universalaktinometer von F. Linke[1]) gemessen. Das Instrument mißt jede Strahlung im absoluten Maß, und zwar gibt es die Anzahl Kalorien an, die in der Minute auf jeden Qudratzentimeter der bestrahlten Fläche auffallen. Diese Kalorienzahl ist naturgemäß abhängig von der im Lichtbogen umgesetzten elektrischen Leistung und von der Entfernung der bestrahlten Fläche von der Strahlenquelle. Es wurden darum zahlreiche Messungsreihen ausgeführt, indem entweder bei konstanter Entfernung die Wattbelastung des Brenners durch Variation des Vorwiderstandes variiert wurde, oder indem bei konstanter Wattbelastung die Entfernung variiert wurde. Dabei wurden stets Differenzmessungen ausgeführt, indem zuerst durch ein 1 mm dickes Filter aus Schottschem Uvonglas der ultraviolette Anteil von der Gesamtstrahlung abgefiltert und sodann die Gesamstrahlung gemessen wurde, nachdem das Uvonfilter durch eine ebenfalls 1 mm dicke Quarzglasscheibe ersetzt war, um Reflexions- und Absorptionsverluste nach Möglichkeit auszuschalten.

Nach jeder Variation des Vorwiderstandes wurde mit der folgenden Messung so lange gewartet, bis der Lichtbogen sich den neuen Betriebsbedingungen angepaßt hatte, d. h. bis

1) F. Linke, Zeitschr. f. techn. Phys. **5**, 59, 1924.

Digitized by Google

Entfernung 25 cm.

J Amp.	E Volt	$E.J.$ Watt	mit Uvonfilter kal.	mit Quarzscheibe kal.	Differenz kal.	Proz. UV
1,65	56	92,5	0,00282	0,0565	0,0547	96,6
1,6	76	121,5	0,0162	0 0877	0,0715	81,5
1,55	80	124	0,0174	0,0915	0,0741	81,0
1,7	102	173,5	0.0296	0,1382	0,1086	78,5
1,7	120	202	0,0405	0,1740	0,1335	76,7
1,72	156	268	0,0627	0,2430	0,1803	74.3

Brennerstrom und Brennerspannung konstant geworden waren. Dazu waren 40—60 Sek. erforderlich. Obige Tabelle gibt ein Beispiel einer solchen Messungsreihe.

Trägt man die Prozentwerte in Abhängigkeit von der Wattbelastung auf, so erhält man die Fig. 1. Der prozentische Anteil der ultravioletten

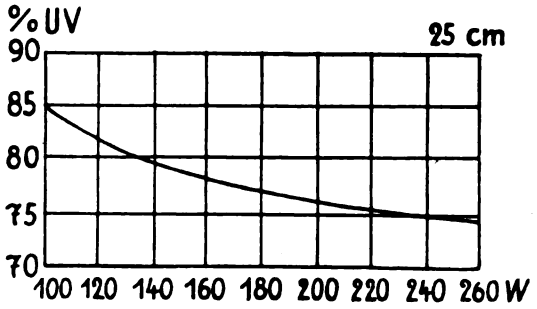


Fig. 1.

Strahlung an der Gesamtstrahlung nimmt also mit wachsender Wattbelastung ab. Das hat darin seinen Grund, daß die Temperaturstrahlung mit der Wattbelastung in viel stärkerem Maße zunimmt als die Lumineszenzstrahlung. Trägt man nämlich die absoluten Werte der ultravioletten Strahlung eines Brenners in Abhängigkeit von der Wattbelastung auf, so erhält man einen linearen Anstieg (Fig. 2). Im Falle des verwendeten 1,7 Amp.-Brenners geht die rückwärts verlängerte Strahlungsgerade bei etwa 21 Watt durch die Wattachse. Diese Leistung von 21 Watt wird verbraucht, um den Lichtbogen überhaupt brennend zu erhalten und ist also für die Strahlenausbeute verloren. Diese Leistung entspricht einem gesamten Spannungsabfall an den Elektroden von

$$\frac{21 \text{ Watt}}{1{,}7 \text{ Amp.}} = 12{,}53 \text{ Volt.}$$

Andere Meßmethoden ergaben den Wert 12,62 Volt[1]). In Fig. 2 ist noch gestrichelt die Gerade für einen 4-Amp.-Brenner eingetragen. Sie zeigt, wie zu erwarten, daß Brenner mit großer Stromstärke hinsichtlich der Ausbeute an ultravioletten Strahlen nicht so wirtschaftlich arbeiten wie Brenner mit kleiner Stromstärke.

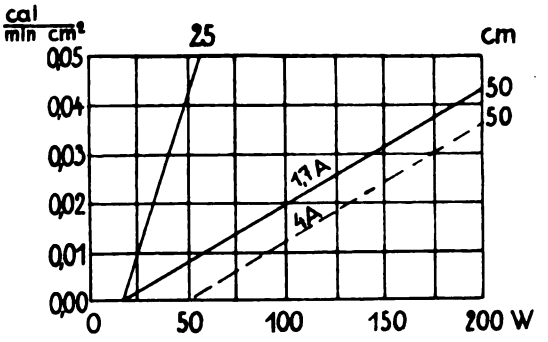


Fig. 2.

Es ist also die ultraviolette Strahlung bis auf eine additive Größe, die nur vom Brennerstrom abhängt, proportional der Wattbelastung des Brenners. Bezeichnet S die ultraviolette Strahlung in $\frac{\text{kal.}}{\text{sec/cm}^2}$, so ist $S = aJ(E - b)$, wo z. B. in 25 cm Entfernung vom Brenner

$$a = 0{,}946 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^{-2}$$
$$b = 12{,}53 \text{ Volt}$$

ist.

Wurde bei konstanter Wattbelastung die Entfernung der bestrahlten Fläche vom Brenner variiert, so ergab sich mit wachsender Entfernung eine Abnahme des prozentischen Anteils der ultravioletten Strahlung an der Gesamtstrahlung (Fig. 3). Die ultraviolette Strahlung nimmt also

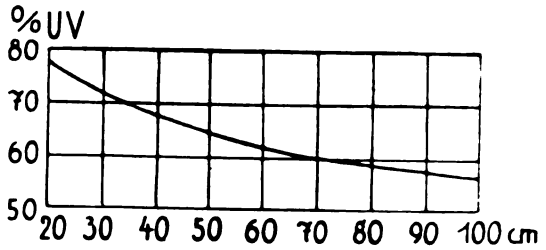


Fig. 3.

stärker ab, als dem Gesetz vom umgekehrten Entfernungsquadrat entspricht, weil die kurzwelligen ultravioletten Strahlen stärker von der Luft absorbiert werden als die sichtbaren Strahlen.

1) J. Stark, Jahrb. d. Rad. u. Elektr. 13, 423, 1916.

Digitized by Google

Kennt man diese Abnahme und mißt man die Wattbelastung des Brenners, so kann man die Stärke der ultravioletten Bestrahlung für jede Entfernung leicht berechnen. Da die neueren Quarzbrenner im Betriebe unter normalen Abkühlungsverhältnissen selbsttätig auf konstanten Strom regulieren, so ist es in der Praxis nur erforderlich, die Brennerspannung zu messen. Dann gibt eine graphische Darstellung sofort den Zusammenhang zwischen der ultravioletten Bestrahlung von der Entfernung der bestrahlten Fläche und der Brennerspannung. Ein Beispiel für einen 1,7 Amp.-Brenner gibt Fig. 4.

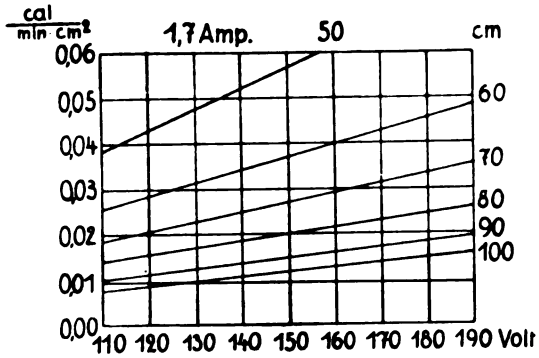


Fig. 4.

Die ultraviolette Strahlendosis ist für einen gegebenen Brenner physikalisch bestimmt durch die 3 Größen: Brennerspannung, Entfernung, Bestrahlungszeit. Verwendet man noch einen regelbaren Vorwiderstand, so ist man in der Wahl der Entfernung und der Bestrahlungszeit nicht mehr behindert und man kann die gewünschte Dosis durch Einstellung der erforderlichen Brennerspannung erreichen.

Das hier beschriebene indirekte Dosierungsverfahren setzt natürlich voraus, daß die ultraviolette Strahlungsabgabe eines Brenners sich mit der Zeit nicht ändert. Nun hat es sich gezeigt, daß bei manchen Quarzbrennern nach einigen hundert Brennstunden eine Abnahme der ultravioletten Strahlung eintritt. Man schreibt diese Erscheinung dem Umstande zu, daß Quarzglas bei höheren Temperaturen stark entglast und dadurch für ultraviolette Strahlen weniger durchlässig wird. Jedoch tritt, wie Zschimmer[1]) nachweist, eine Entglasung vollkommen reinen Quarzglases erst bei Temperaturen über 1000 Grad auf, während die Temperatur des Brennerrohres weit unter dieser Grenze bleibt. Wenn überhaupt eine Entglasung bei längerem Betriebe auftritt, so ist es sehr wahrscheinlich, daß sie nur durch Verunreinigungen des Quarzglases durch Oxyde der seltenen Erdmetalle hervorgerufen wird.

Für die Abnahme der ultravioletten Strahlung ist daher eine andere Ursache zu suchen. Als eine solche hat sich die Verschlechterung des Vakuums im Brenner erwiesen. Durch das Eindringen von Fremdgasen in den Brenner wird offenbar bewirkt, daß bei gleicher Brennerbelastung der Partialdruck des Quecksilberdampfes im Brenner geringer ist, als bei Abwesenheit von Fremdgasen der Totaldruck, so daß die Anzahl der an der ultravioletten Emission beteiligten Quecksilberatome bei gleichem Totaldruck geringer ist. Nun ist Quarzglas nach Williams und Ferguson[2]) für Luft von Atmosphärendruck bis 881° undurchlässig, aber ziemlich stark durchlässig für Helium. Jedoch ist der Partialdruck des Heliums in der Luft verschwindend, und da die Durchlässigkeit dem Druck proportional ist, so ist auch eine Diffusion von Helium in das Brennerinnere unter normalen Betriebsbedingungen unmeßbar.

Es kann also die Verschlechterung des Vakuums nur durch die Undichtheit der Stromzuführungen zu den Elektroden verursacht sein. Neuerdings ist es nun gelungen, die stromzuführenden Drähte vakuumdicht direkt in das Quarzglas einzuschmelzen, und Messungen an solchen Brennern haben gezeigt, daß das Vakuum und damit die ultraviolette Strahlung nach Hunderten von Brennstunden noch völlig konstant ist.

1) E. Zschimmer, Theorie der Glasschmelzkunst, 2. Buch, 1. Teil. Jena 1924.
2) Physik. Berichte **4**, 385, 1923.

BESPRECHUNGEN.

A. Schoklitsch, Graphische Hydraulik. (Sammlung mathematisch-physikalischer Lehrbücher Bd. 21.) 8°. IV und 72 Seiten. Mit 45 Figuren im Text und auf 2 Tafeln. Leipzig und Berlin, B. G. Teubner. 1923.

Die vorliegende Grundlegung einer graphischen Hydraulik ist ein Glied in der derzeitigen Entwicklung der technischen Wissenschaften, die auf immer weiter fortschreitende Einführung graphischer Methoden hinzielt (vgl. z. B. auch die kürzlich hier besprochene „Graphische Dynamik" von Wittenbauer!). Um dem Wasserbauingenieur die neue Methode recht mundgerecht zu machen, hat sich der Verfasser die große Mühe nicht verdrießen lassen, wohl so ziemlich alles, was derzeit in der Hydraulik zweckmäßigerweise sich graphisch behandeln läßt, in zahlreichen graphischen Darstellungen zu behandeln.

Digitized by Google

Wenn dieser Stoff auch dem Durchschnittsphysiker ferner liegt, so wird doch auch er aus dem Studium des Büchleins lernen können, wie vielgestaltiger Verwendung die graphischen Methoden fähig sind, wie anschaulich sie sind und wie selbst recht komplizierte Beziehungen sich vorteilhaft erfassen lassen — wesentlich kompliziertere, als die in der nomographischen Darstellung heute auch dem Radioamateur geläufige Thomsonsche Formel. Auch in der Physik wird die graphische Darstellung, insbesondere die Nomographie, ein weites fruchtbares Feld sich erringen können.

Bei allen Vorzügen, die das Büchlein besitzt, erscheint es uns in einer Beziehung noch verbesserungsfähig und -bedürftig. In der Vorrede rechnet der Verfasser selbst mit der Möglichkeit, daß die Nomographie dem einen oder andern Leser noch nicht geläufig ist. Daher bringt er im Anfang auf 5 Seiten eine kurze Darstellung der einschlägigen Methoden. Wenn auch gewisse hier aufgestellte Rezepte wohl für das Folgende praktisch sein mögen, so dürfte doch einem wirklichen Neuling dieses Kapitel manche Nuß zu knacken geben und vielleicht — zum Schaden der Sache — manchen abschrecken. Hier wäre also etwas größere Breite erwünscht, die sich durch entsprechende Kürzungen in der methodischen Behandlung der Aufgaben später wieder einsparen ließe. Vielleicht darf eine Anlehnung an die vorzügliche Darstellung bei Runge, Graphische Methoden, empfohlen werden. Außerdem möchte im eigentlichen hydraulischen Teil — aus den gleichen Gründen — möglichst ein Aufsteigen von den methodisch einfacheren zu den schwierigeren Fällen der jetzigen Reihenfolge vorzuziehen sein, die sich wohl im wesentlichen an die Lehrgänge der Hydraulik anschließt. Dies dürfte um so eher statthaft sein, als wohl jeder praktisch tätige Benutzer noch ein anderes Buch der Hydraulik daneben besitzen wird. Als Propagandaschrift wird das Büchlein auf die angedeutete Weise entschieden gewinnen. L. Schiller.

Fritz Haber, Fünf Vorträge aus den Jahren 1920—1923. Berlin, Julius Springer. 1923. Preis geh. M. 2.70.

Die einzelnen Vorträge behandeln die Darstellung des Ammoniaks aus Stickstoff und Wasserstoff, die Chemie im Kriege, das Zeitalter der Chemie, neue Arbeitsweisen und die Geschichte des Gaskrieges, also die verschiedensten Fragen. Aber doch kann man sich beim Lesen dieser Vorträge nicht dem Eindruck entziehen, daß allen eins gemeinsam ist: Die besondere Einstellung des Vortragenden, dem es in ganz ungewöhnlichem Maße gegeben ist, sich hoch über das Gewirr der Einzelheiten zu stellen, den Wald vor den Bäumen, die großen Richtlinien zu sehen. Wodurch sich die Probleme auszeichnen, welche heute der chemischen Forschung gestellt sind, wie sich voraussichtlich die Arbeitsweisen der Chemie in der Zukunft entwickeln werden, in welcher Beziehung die rein wissenschaftliche chemische Forschung, die chemische Technologie und die menschliche Wirtschaft zueinander stehen, das sind Fragen, die in solcher Weise diskutiert zu hören für jeden Chemiker anregend, fördernd und erfrischend ist. Der Nichtchemiker aber kann kaum eine Darstellung finden, die ihm das Wesen der modernen Chemie und die Bedeutung, die ihr gerade in der heutigen Wirtschaftskrise zukommt, so nahe brächte. H. v. Halban.

H. Remy, Chemisches Wörterbuch. (Teubners kleine Fachwörterbücher 10/11.) Mit 15 Abbildungen im Text und 5 Tabellen im Anhang. Leipzig und Berlin, B. G. Teubner 1924. Preis geb. M. 8.60.

Das vorliegende Buch wendet sich vor allem an Leser, die der Chemie allgemeines Interesse entgegenbringen, ohne über wesentliche Vorkenntnisse zu verfügen. Es unterliegt keinem Zweifel, daß gerade die Chemie dem Wörterbuchsystem besondere Schwierigkeiten entgegenstellt, daß es gerade hier sehr schwer fällt, einem Laien über eine bestimmt herausgegriffene Frage Auskunft zu geben. Blättert man in dem kleinen Buch, ist man überrascht, wie gut es dem Verf. im allgemeinen gelungen ist, diese Aufgabe zu lösen. Natürlich muß in den meisten Artikeln auf mehrere andere verwiesen werden, aber auf diese Weise wird der Leser sich verhältnismäßig rasch auf die gerade ihm fehlenden Grundlagen zurückfinden. Stichproben zeigen, daß die Darstellung auch sachlich im allgemeinen einwandfrei ist; über die eine oder andere Definition kann man verschiedener Meinung sein. So, wenn die Ausdrücke Gemisch und Gemenge im gleichen Sinne verwendet, oder die Adsorption nur auf die Oberfläche fester Körper bezogen wird.

Das Buch ist nicht nur Laien zu empfehlen, es dürfte z. B. auch Studenten als anregendes Repetitorium bei der Vorbereitung zum Examen dienen können.

H. v. Halban.

Tagesereignisse.

Die **Deutsche Glastechnische Gesellschaft** veranstaltet am 28. November in der Technischen Hochschule zu Dresden eine „Glastechnische Tagung".

Vortragsfolge

Freitag den 28. November 1924. Beginn vormittags 10 Uhr im Hörsaal Nr. 80 der Technischen Hochschule Dresden, Helmholtzstr. 5 I.

1. Dr. Ing. W. Friedmann, Frankfurt a. M.: Geblasene Gaserzeuger.
2. Chemiker K. Hesse, Penzig: Mikroskopische Struktur der Oberfläche mattierter Gläser.
3. Ingenieur H. Knoblauch, Freiberg i. S.: Bau und Wesen eines neuen Vielflammen-Hafenofens.
4. Geh. Rat Dr. Wendler, Berlin: Vollautomatisches Glasblasen.
5. Ingenieur Fox Maule, Ingelstad: Messung hoher Gastemperaturen zwecks richtiger Bemessung der Ofenelemente.
6. Geh. Rat Dr. Cramer, Cottbus: Der Glasmacherstar und seine Verhütung.
7. Oberingenieur O. Graf, Stuttgart: Beobachtungen über die Elastizität und Festigkeit von Glas.
8. Prof. Dr. W. Eitel, Königsberg: Der physikalisch-chemische Zustand des Glases.
9. Prof. Dr. G. Gehlhoff, Weißwasser: Über maschinelles Röhrenziehen.

Näheres durch die Geschäftsstelle der D.G.G., Frankfurt am Main, Gutleutstraße 8.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Ernannt: Der a. o. Professor Dr. R. Schachenmeier an der Technischen Hochschule Karlsruhe zum a. o. Professor an der Technischen Hochschule Berlin.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. F. Harms in Würzburg. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Digitized by Google

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

No. 22. 15. November 1924. 25. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 24 am 5. Dezember 1924.

INHALT:

E. Warburg, Karl Richard von Koch †. S. 577.

Originalmitteilungen:

H. Jordan, Über elastische Nachwirkung, elastische Hysteresis und innere Reibung. S. 579.

M. A. Schirmann, Bemerkung zur Veröffentlichung J. J. Tichanowsky, „Der Polychroismus der Himmelspolarisation". S. 584.

W. Hammer u. H. Pychlau, Über die Einwirkung eines longitudinalen elektrischen Feldes auf α-Strahlen des Radium F. S. 585.

Sartoriuswerke, Über eine neue Reitersicherung für Analysen- und Präzisionswagen. S. 587.

Vorträge und Diskussionen von der 88. Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte in Innsbuck:

H. Pettersson u. G. Kirsch, Über Atomzertrümmerung. S. 588.

E. Kara-Michailova, Quantitative optische Unterscheidung von α- und H-Teilchen. S. 595.

K. Fajans, Eigenschaften chemischer Verbindungen und Atombau. S. 596.

R. Mecke, Über Intensitätsanomalien bei Bandenspektra. S. 597.

L. Grebe, Über den Energieverbrauch bei der Luftionisation durch Röntgenstrahlenverschiedener Wellenlänge. S. 599.

J. Tuma, Kinematographische Darstellung Hertzscher Wellen. S. 601.

F. v. Rautenfeld, Elektrizitätsleitung in Steinsalz und Kalkspat bei hohen Temperaturen. S. 602.

Th. Kaluza, Zur Relativitätstheorie. S. 604.

H. Rausch v. Traubenberg, Über Asymmetrien in der Intensitätsverteilung des von Kanalstrahlen ausgesandten Lichtes. S. 606.

H. Rausch v. Traubenberg, Über das Verhalten des Leuchtens von Kanalstrahlen bei ihrem Übergang aus einem elektrischen Felde in einen feldfreien Raum. S. 607.

Besprechungen:

E. Pohle u. H. Jarre, Methodik der Röntgentiefentherapie vom physikalischen Standpunkt. S. 608.

B. Neumann, Lehrbuch der chemischen Technologie und Metallurgie. S. 608.

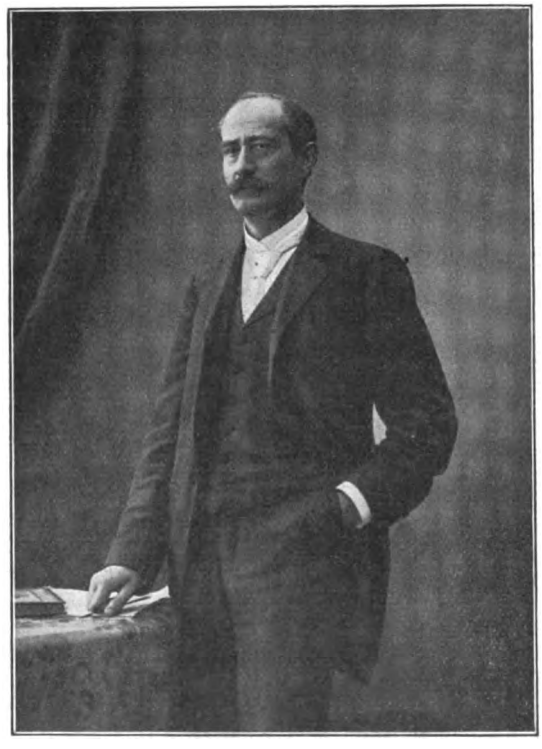
Berichtigungen. S. 608.

Personalien. S. 608.

Angebote. S. 608.

Karl Richard von Koch †.

Nachruf von E. Warburg.



Karl Richard Koch entstammte einer Kaufmannsfamilie in Stettin, wo er 1852 geboren wurde. Nach Ablegung der Abiturientenprüfung im Jahre 1870 studierte er in Bonn, Freiburg i. B. und Göttingen Naturwissenschaften und promovierte 1875 zum Dr. phil. in Freiburg. 1876 wurde er in Freiburg Bibliothekar und fing in dieser Stellung an, in dem damals von mir geleiteten physikalischen Institut der Universität erfolgreich zu arbeiten, war mehrere Jahre mein Assistent und habilitierte sich in Freiburg für Physik im Jahre 1881. 1882 ging er als Delegierter der deutschen Polarexpedition für meteorologische, magnetische und Polarlichtbeobachtungen nach Labrador, wurde 1886 zum außerordentlichen Professor in Freiburg ernannt und erhielt im Jahre 1888 einen Lehrauftrag an der technischen Hochschule in Aachen. 1891 folgte er einem Ruf als Ordinarius

Digitized by Google

für Physik an die technische Hochschule in Stuttgart. 1913 wurde ihm der Personaladel verliehen, 1919 legte er sein Amt wegen eines Herzleidens nieder und siedelte nach Bad Liebenzell über, wo er 1924 starb.

In Kochs wissenschaftlichen Arbeiten zeigt sich besonders das Interesse an der Ausarbeitung genauer Meßmethoden. Schon seine erste kleine Arbeit, in welcher er bei der Dickenmessung durch das Sphärometer die Berührung der Schraubenspitze mit der Unterlage durch das Wandern von Interferenzstreifen beurteilt, geht in dieser Richtung (Wied. Ann. **3**, 611, 1878), ebenso die von ihm angegebene Methode zur Prüfung von Mikrometerschrauben (Wied. Ann. **18**, 511, 1883), wobei er auf die Möglichkeit hinweist, „eine beliebige Länge durch Lichtwellen auszuwerten, das einzig wirkliche und für die gleiche Vibrationsintensität unveränderliche Naturmaß"; ein Vorschlag, der 12 Jahre später von Michelson ausgeführt wurde. Ferner ist in der erwähnten Beziehung zu nennen die Konstruktion eines Normalbarometers (Wied. Ann. **55**, 391, 1895), die Messung der Expositionsdauer eines Momentverschlusses (Zeitschr. f. Instrumentenkunde **15**, 244, 1895) sowie die Verbesserungen der Methode von Sterneck für relative Schweremessungen (Ann. d. Phys. (4) **15**, 146, 1904), nach welcher er im Auftrage der württembergischen Regierung in den Jahren 1906—1908 umfangreiche Beobachtungen gemacht hat.

Was nun die Tatsachen betrifft, welche Koch durch seine Untersuchungen ans Licht gebracht hat, so sei zunächst der interessanten, von Waitz bestätigten Entdeckung gedacht, daß die anodische Polarisation einer Platinelektrode bei Sauerstoff- oder Chlorausscheidung die Reibung zwischen der Elektrode und einer Glasfläche vergrößert (Wied. Ann. **8**, 92, 1879; **42**, 77, 1891), ferner hat er wertvolle Bestimmungen des Elastizitätsmodul für verschiedene Kristalle des regulären Systems in kristallographisch verschiedenen Richtungen geliefert (Wied. Ann. **5**, 251, 1878; **18**, 325, 1883), wobei er sich zur Messung der kleinen Durchbiegung kurzer Stäbchen der ihm vertrauten Methode der Interferenzen bediente. Untersuchungen über Elastizität hat er bis an sein Lebensende fortgeführt, in verschiedenen Arbeiten hat er die Elastizität von Metallen und Legierungen bis in die Nähe ihres Schmelzpunktes verfolgt (Ann. d. Phys. **47**, 197, 1915; **68**, 441, 1922) und sich auch mit der Elastizität des Eises vielfach beschäftigt (Wied. Ann. **25**, 438, 1885; Ann. d. Phys. (4) **41**, 709, 1913; **45**, 237, 1914). Auffällig sind die großen Unterschiede, welche sich hierbei gezeigt haben, indem, wenn man die Beobachtungen von Heß (Ann. d. Phys. **8**, 410, 1902) hinzunimmt, Werte für den Elastizitätsmodul bei Eis gefunden sind, die sich wie 1 : 5 verhalten. Eine Aufklärung dieser Diskrepanzen scheint sehr erwünscht, man würde sich dabei wohl am besten akustischer Methoden bedienen.

Zu allgemeinen Folgerungen ist Koch durch seine Untersuchungen nicht geführt worden, es war dies seine Sache nicht, indem seine Aufmerksamkeit mehr auf die Methoden als auf die Ergebnisse gerichtet war. Dagegen interessierten ihn die Anwendungen physikalischer Gesetze auf praktische Fragen und auf die Erscheinungen in der freien Natur. In ersterer Beziehung sind die umfangreichen Untersuchungen zu erwähnen, welche er mit Herrn Cranz über die Schwingungen des Gewehrlaufes ausführte (in den Abhandl. der bayr. Akad. d. Wissensch. 1899—1901); in letzterer Beziehung die Beobachtungen über das Polarlicht vom Jahre 1882 und 1883 in Kingua-Fjord und Nain (Deutsches Polarwerk, Bericht darüber in den Fortschr. d. Phys. **42**, III, 202 für 1886); ferner die Beobachtungen über die Bewegung der Gletscher (mit Klocke, Wied. Ann. **8**, 661, 1879; Beibl. 1881, S. 133) und eine künstliche Nachahmung der Gletscherbewegung (Wied. Ann. **51**, 212, 1894).

Digitized by Google

Ein schönes Denkmal hat Koch in dem Neubau des Physikalischen Instituts in Stuttgart vom Jahre 1910 hinterlassen. Das Institut ist nach dem Urteil seines Nachfolgers mit großer Liebe in seinen Einrichtungen durchdacht, besonders der Hörsaal ist in vieler Beziehung mustergültig, die Räume für das Anfängerpraktikum sind sehr zweckmäßig und auch den Zwecken der Forschungsarbeit ist befriedigend Rechnung getragen.

Koch war in jeder Beziehung ein einwandfreier Charakter, von größter Zuverlässigkeit, nicht nur in der wissenschaftlichen Arbeit, sondern auch im persönlichen Verkehr. Übereinstimmend wird von seinen Kollegen der liebenswürdige und zuvorkommende Mensch gerühmt, sowie seine Hilfsbereitschaft, die sich insbesondere im physikalischen Praktikum zeigte, wo er sich mit jedem einzelnen eingehend beschäftigte. Ein jeder, der, wie der Schreiber dieses, den Vorzug hatte, in ein näheres Verhältnis zu ihm zu treten, wird eine freundliche und wohltuende Erinnerung an diese aufrechte und sympathische Persönlichkeit bewahren.

Oktober 1924.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über elastische Nachwirkung, elastische Hysteresis und innere Reibung.

(Bemerkungen zu der Mitteilung des Herrn K. Bennewitz[1]).

Von H. Jordan.

Über die elastische Nachwirkung liegen eine große Zahl von zum Teil weit zurückliegenden Einzeluntersuchungen vor, die sich entsprechend ihrer Entstehungszeit vorwiegend nur mit der Feststellung der Gesetze des Verlaufs der Nachwirkung und gewisser Folgerungen aus diesen Gesetzen beschäftigen konnten. Wie die Arbeit des Herrn K. Bennewitz zeigt, ist jetzt Aussicht vorhanden, die Vorgänge der Nachwirkung unter Bezugnahme auf die Struktur zu deuten und dann umgekehrt die Nachwirkung zur Kennzeichnung gewisser Struktureigenschaften heranzuziehen. In beiden Richtungen finden sich bereits bemerkenswerte Ergebnisse in der Arbeit des Herrn Bennewitz.

Wegen der allgemeineren Bedeutung, die hiermit die Nachwirkungserscheinungen erhalten, ist wohl ein kurzer Hinweis auf die allgemeineren Gesetze der Nachwirkung angebracht, die bereits eine abschließende Darstellung erfahren haben durch die Theorie von Wiechert[2]). Vermittels dieser Theorie ist es möglich, die Beobachtungsergebnisse zum Teil sehr verschiedenen Charakters zur Darstellung zu bringen. Der von Herrn Bennewitz beobachtete Verlauf der Nachwirkung ist dabei ein Sonderfall und die Schwierigkeiten bei seiner Behandlung werden erst durch die allgemeine Theorie beseitigt. Die Heranziehung dieser Theorie ist umso aussichtsvoller als sie bereits zu dem Ergebnis geführt hat, daß die Nachwirkung stets als die Summe von sehr vielen ähnlichen, aber quantitativ sehr verschiedenen Einzelvorgängen aufgefaßt werden muß, die sich nach einem Verteilungsgesetz gruppieren. Es ist jetzt nur noch die Frage nach dem Sitz und der physikalischen Natur dieser Einzelvorgänge zu erörtern.

Die Theorie konnte als Beschreibung der entsprechenden Vorgänge auch auf die dielektrische[3]) und die magnetische[4]) Nachwirkung übertragen werden. Bei der Übertragung auf die dielektrische Nachwirkung konnte bereits in die Erörterung über die physikalische Natur[5]) der Vorgänge eingetreten werden.

Die älteren Beobachtungen haben ergeben, daß beim Übergang zu genügend kleinen Deformationen die Gesetze der Wiechertschen Theorie gelten. Beim Übergang zu größeren Deformationen bedarf dann öfters die Theorie einer Erweiterung. Während nämlich ein Haupt-

1) K. Bennewitz, Phys. Zeitschr. **25**, 417, 1924.

2) E. Wiechert, Dissertation Königsberg i. Pr. 1889 Wied. Ann. **50**, 335, 546, 1893.

3) H. Jordan, Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 451, 1912; K. W. Wagner, Ann. d. Phys. (4) **40**, 815, 1913; Elektrotechn. Zeitschr. 1913, S. 1279.

4) Tobusch, Ann. d. Phys. (4) **26**, 439, 1908; H. Jordan, Elektrische Nachrichten-Technik, Bd. 1, S. 7, 1924.

5) K. W. Wagner, Arch. f. Elektrot. II 371, 1914.

Digitized by Google

merkmal der Nachwirkung gemäß der Annahme der Theorie ist, daß ein Körper, nach beliebigen Beanspruchungen genügend lange sich selbst überlassen, seine ursprüngliche Form wieder annimmt, können dann dauernde Formänderungen (Rückstände) auftreten. Bekanntlich trifft die gleiche Fragestellung bei Einwirkung magnetischer Kräfte auf ferromagnetische Körper auf und hier hat Warburg bei Auftreten von Rückständen eine allgemeine Betrachtungsweise eingeführt. Die bekannten bei Einwirkung wechselnder Kräfte auftretenden Erscheinungen werden mit Hysteresis bezeichnet und es ergibt sich die auch von Herrn Bennewitz behandelte Frage nach den Bedingungen, unter denen Hysteresis und Nachwirkung auftritt. Daß unter gewissen Umständen und für bestimmte Körper ein vollständiges Analogon zur magnetischen Hysteresis bei mechanischen Beanspruchungen auftreten kann, ist erwiesen[6]). Hierhin gehören alle festen Körper, die unter Einwirkung von Kräften gewisser Größe Plastizität zeigen. Nicht nur die Hysteresis, sondern auch die Nachwirkung müssen nach dem Satz von Warburg zu Energieverlusten bei Einwirkung periodisch wechselnder Kräfte und somit zur Amplitudenabnahme bei freien Schwingungen führen. Da bei Deformationen stets eine oder beide Vorgänge auftreten, kann die Behandlung der Eigendämpfung freier Schwingungen als Wirkung einer inneren Reibung[7]) nach Art der Flüssigkeitsreibung aus der Betrachtung ausscheiden. Es handelt sich im wesentlichen nur noch um eine Frage: Wie verhält sich die Nachwirkung bei gleichzeitigem Auftreten der Hysteresis. Auf dies gleichzeitige Auftreten weisen die von Herrn Bennewitz erörterten Versuche der Herren Warburg und Heuse[8]) hin. Eine ältere Arbeit[9]) hatte bereits die Frage untersucht, ob beim Auftreten der Hysteresis die Nachwirkungsgesetze gültig bleiben. Gerade die Frage und die bereits gewonnenen Ergebnisse dürften für die physikalische Deutung der Vorgänge und für die Kennzeichnung der Struktur von Wichtigkeit sein. In derselben Arbeit sind auch bereits Beobachtungen mitgeteilt, die den Versuchen des Herrn Bennewitz zum Nachweis der Rekristallisation entsprechen.

Die folgenden Bemerkungen werden sich daher zunächst auf die Gesetze der Nachwirkung selbst beziehen. Es wird erläutert, wie sich der von Herrn Bennewitz beobachtete Verlauf der Nachwirkung in die Theorie von Wiechert einfügt, die diesen Verlauf als Sonderfall behandelt. Es wird ferner im Anschluß an die Theorie die Eigendämpfung freier Schwingungen durch Nachwirkung erörtert. Hieran schließen sich einige Bemerkungen zur Frage der Trennung von Hysteresis und Nachwirkung im Anschluß an die älteren Arbeiten, und es wird dabei eine zum Teil schon gebräuchliche Einschränkung im Gebrauch der Bezeichnung Hysteresis empfohlen. Zum Schluß wird auf die älteren Beobachtungen von Zink hingewiesen, die sich heute ohne weiteres durch Rekristallisation erklären lassen.

6) M. Cantone, Nuovo Cimento (4) 1, März, April 1895.
7) W. Voigt, Wied. Ann. 47, 671, 1892.
8) Warburg u. Heuse, Verh. d. D. Phys. Ges. 17, 206, 1914.
9) H. Jordan, Dissertation Göttingen 1907; Verh. d. D. Phys. Ges. 18, 423, 1915.

1. Das Nachwirkungsgesetz.

Die von Herrn Bennewitz ausgeführten Beobachtungen der Nachwirkung haben, wie bereits andere zahlreiche Beobachtungen, ergeben, daß die Änderungen der Deformationen y unter Einwirkung einer konstanten Kraft proportional dem Logarithmus der Zeit t, gezählt vom Beginn der Einwirkung der Kraft, anwachsen. Will man die Erfahrung rein als solche zum Ausdruck bringen, so wird man noch eine passend gewählte Einhaltszeit t_1 die in die Beobachtungszeit fällt, und die zu dieser Zeit auftretende Deformation y_1 einführen, und also schreiben:

$$y = y_1 + \eta \lg \frac{t}{t_1}. \qquad (1)$$

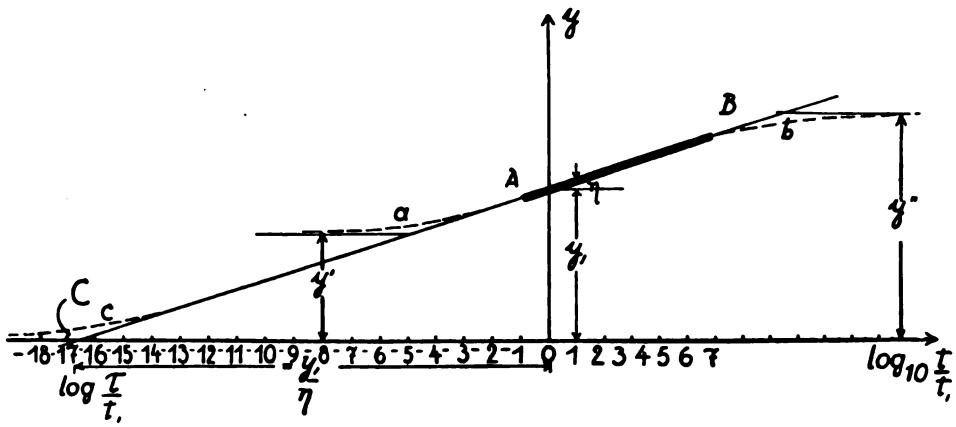
Das Eigentümliche bei diesem Verlauf der Nachwirkung besteht in der Tatsache, daß in vielen Fällen das Gesetz, soweit man nur die Beobachtung auszudehnen vermag, streng gilt, nämlich beginnend etwa in Bruchteilen einer Minute nach „Einschalten" der Kraft bis zu Wochen und Monaten danach. Betrachtet man solche Beobachtungsergebnisse für sich, so ist man versucht zu sagen: je besser sich die Darstellung bestätigt, um so unverständlicher ist der Vorgang. Es ist nichts dagegen anzuführen, daß die Deformation wenn auch logarithmisch ins Unendliche verläuft und was noch unangenehmer ist, daß sie formal wenigstens von $-\infty$ herkommt. Einen physikalischen Sinn kann der durchaus den Beobachtungen entsprechende Ausdruck erst von der Zeit τ an haben, zu welcher die Deformation y den Wert o ergibt.
Das tritt nach (1) ein für

$$\lg \frac{\tau}{t_1} = -\frac{y_1}{\eta}. \qquad (2)$$

Damit kann (1) auch geschrieben werden:

$$y = \eta \left(\lg \frac{t}{t_1} - \lg \frac{\tau}{t_1} \right) = \eta \lg \frac{t}{\tau}. \qquad (3)$$

Digitized by Google



Es kann also trotz der Übereinstimmung mit der Beobachtung behauptet werden, daß (1) sicher erst für $t > \tau$ gilt, ohne daß (3) sonst über die Erfahrung hinausgeht.

Es handelt sich nun bei der Nachwirkung um verhältnismäßig kleine Effekte. Selbst bei Beobachtungen, bei denen sich die Änderungen von t über 6—7 Zehnerpotenzen erstrecken, erreicht die gesamte Änderung des zweiten Gliedes in (1) nur wenige Hundertstel von y_1. In der Figur möge AB die tatsächlich beobachteten Werte von y, etwa bezogen auf den Briggschen Logarithmus und mit $t_1 = 1$ min. darstellen. Es ist η/y, etwa mit $^1/_{18}$ gezeichnet entsprechend einem Zuwachs der Deformation um $^1/_3$, während der ganzen Beobachtung. Tatsächlich kommt ein Wert von etwa $^1/_{100}$ für η/y_1 in Frage. (1) und (3) sind verschiedene Darstellungen der Geraden CB. Die Konstanten y_1 und η (vgl. Figur) für (1) liegen im Beobachtungsbereich. Bei (3) wird das weit außerhalb liegende τ verwandt, das durch den Schnittpunkt der Geraden mit der Abszisse gegeben ist.

Für die Rechnung ist es natürlich eine reine Zweckmäßigkeitsfrage, welche Darstellung der Geraden gewählt wird. Herr Bennewitz führt nun τ ein, und schreibt offenbar damit die Deformation in den ersten kleinsten, völlig unzugänglichen Zeitteilchen nach dem zeitlos gedachten „Einschalten" der Kraft zur Zeit $t = 0$ nicht negative Werte annimmt und sogar $-\infty$ wird:

$$y = \eta \lg \frac{t+\tau}{\tau}. \qquad (4)$$

an Stelle von (3) und erhält damit für Zeiten in der Nähe von τ entsprechend dem Ausdruck $y = \eta \lg(1 + t/\tau)$ einen durch die Kurve c bei C angedeuteten Verlauf. Man hat also keine Möglichkeit, die Berechtigung gerade dieses Ansatzes zu prüfen, da der Ausdruck für beobachtbare t in (3) übergeht. Jeder andere genügend unterhalb des Beobachtungsintervalls liegende Wert könnte mit der gleichen physikalischen Berechtigung an die Stelle von τ treten, wie etwa die Kurve a andeutet, die sich für $t = 0$, $\lg t/t_1 = -\infty$ einem endlichen Grenzwert y' nähert. In diesem Fall würde also ein Teil (y') der Deformation mit der Kraftänderung gleichzeitig erfolgen, also den Charakter einer elastischen Deformation haben. Durch die Annahme des Nachwirkungsvorganges nach (4) wird mittels einer außerordentlich weitgehenden, wenn auch sehr einfachen Extrapolation die gesamte Deformation als Nachwirkung angesehen. Quantitativ ist nochmals darauf hinzuweisen, daß die Figur sogar noch etwa um das Fünffache zugunsten dieser Vorstellung übertrieben ist.

Es ist nun gerade eine der Hauptleistungen der Wiechertschen Theorie der Nachwirkung, die Schwierigkeiten, die sich hier aus dem gewissermaßen hartnäckig logarithmischen Verlauf der Nachwirkung für die Vorstellung des Vorganges ergeben, überwunden zu haben. Das ist gelungen durch Heranziehung der sonst noch beobachteten Nachwirkungstypen und der Beeinflussung des Verlaufs der Nachwirkung durch die Temperatur. Wiechert gelangt nämlich durch gewisse Überlegungen zu einem Verlauf der Nachwirkung, der in groben Zügen durch den Kurvenzug $aABb$ dargestellt wird, der sich also zwischen den Asymptoten mit den Ordinaten y' und y'' bewegt und sich über ein sehr großes Zeitintervall erstreckt. Über die eben angestellte Betrachtung geht dieses Ergebnis hinaus, indem der gekrümmte Teil bei a ebenso wie bei b aus einer einheitlichen Darstellung folgen. Der Erfahrung wird dabei entnommen, daß in vielen Fällen auch Nachwirkungen beobachtet werden, die wie bei a oder wie bei b gekrümmt sind. In allen Fällen macht es die außerordentliche Ausdehnung der Nachwirkung unmöglich, mit

Digitized by Google

gewöhnlichen Mitteln den Gesamtverlauf kennen zu lernen. Ein interessantes Hilfsmittel größere Bereiche kennen zu lernen, folgt aus der näher begründeten Hypothese, daß sich die Nachwirkungskurven nahezu unverändert parallel zur logarithmischen Zeitachse verschieben, wenn man zu anderen Temperaturen übergeht. Wie Versuche gezeigt haben, kann man so tatsächlich größere Bereiche der Wiechertschen Nachwirkungsfunktion kennen lernen. Damit entfallen also die Schwierigkeiten für die Vorstellung, wenn auch einfache Versuche nach Art des oben besprochenen nicht erlauben die Grenzen y' und y'' der Nachwirkung zu bestimmen. Ausführlich geht Wagner anläßlich der Übertragung der Theorie auf die dielektrische Nachwirkung gerade auf diese Verhältnisse ein.

2. Das von der Nachwirkung herrührende Dekrement.

Der Umstand, daß ein Teil der Deformation den Kraftänderungen erst allmählich folgt, ist, wie noch näher erörtert wird, gleichbedeutend mit einem Verbrauch von Energie bei periodisch wechselnden Deformationen. Der Energieverbrauch wird bei freien Schwingungen durch das Dekrement, bei erzwungenen Schwingungen gleichbleibender Amplitude durch die Abweichung der Phasenverschiebung zwischen Kraft und Deformation von $\pi/2$ gemessen. Die Frage nach den Energieverlusten aus Nachwirkung ist wohl zuerst und am ausführlichsten für die dielektrischen Beanspruchungen untersucht. Das Auftreten von solchen „Verlustwinkeln“ oder Dekrementen dient hier als experimentell verhältnismäßig einfaches Hilfsmittel zur Untersuchung der Nachwirkung[10]). Herrn Bennewitz ist es gelungen, eine Versuchsanordnung auszubilden, die erlaubt, an denselben Proben die Eigendämpfung freier Schwingungen zu bestimmen, an denen auch die Nachwirkungsbeobachtungen ausgeführt wurden. Die Theorie ergibt, daß im allgemeinen das Dekrement von der Frequenz abhängig ist, daß sich aber gerade für den von Herrn Bennewitz untersuchten Sonderfall ein in weiten Grenzen nahezu konstantes Dekrement ergibt, nämlich soweit die Schwingungsdauer noch in die Zeiten fällt, für die das logarithmische Gesetz gilt. In einem Fall[11]) konnte dies für einen Zeitbereich von etwa 9 Zehnerpotenzen durch Schwingungs- und Nachwirkungsbeobachtungen nachgewiesen werden. Das Ergebnis des Herrn Bennewitz weist also in Übereinstimmung mit der Theorie auf diesen Sonderfall hin.

Durch eine für seinen besonderen Fall der Nachwirkung ausgeführte Berechnung kann Herr Bennewitz zeigen, daß das beobachtete Dekrement ausschließlich von Nachwirkung herrührt. Die entsprechende Rechnung auf Grund der Wiechertschen Theorie, die im allgemeinen ein von der Frequenz abhängiges Dekrement ergibt, hat Wagner[12]) durchgeführt.

3. Nachwirkung und Hysteresis.

Das eben erwähnte Ergebnis der Rechnung zeigt, daß es sich bei den Versuchen des Herrn Bennewitz um reine Nachwirkung handelt. Herr Bennewitz erörtert nun die Frage nach dem Zusammenhang mit der Hysteresis und nimmt dabei Bezug auf die Beobachtungen der Herren Warburg und Heuse[13]), die zu dem Ergebnis geführt haben, daß bei diesen Versuchen noch ein beträchtlicher oder sogar überwiegender Anteil von Hysteresis auftrat. Herr Bennewitz spricht nun die Ansicht aus, es dürfte überhaupt nicht zwischen Hysteresis und Nachwirkung unterschieden werden. Die allgemeine Unsicherheit im Gebrauch des Wortes Hysteresis macht zunächst eine Festlegung der Bezeichnung erforderlich.

Die Bezeichnung wurde für die bekannten Bahnen der Magnetisierung bei Einwirkung wechselnder Felder auf ferromagnetische Körper eingeführt. Der Satz von Warburg, daß der Inhalt der Schleife ein Maß für die verlorengegangene Energie bedeutet, gilt allgemein für den Fall, daß die „Verschiebung“ im besonderen, also die magnetische, keine eindeutige Funktion der Kraft ist. Dann treten immer solche Bahnen auf und die Fläche zeigt immer den Energieverlust an. Man hat nun vielfach die Bezeichnung Hysteresis auf Vorgänge übertragen, bei denen eine entsprechende Schleifenbildung auftritt (z. B. Lichtbogen-Hysteresis). Es könnte allgemein so verfahren werden, daß das Wort Hysteresis auf die Schleifenbildung hinweist. Herr Bennewitz scheint sich diesem Gebrauch anzuschließen, wenn er S. 422 sagt, er wolle annehmen, daß die Energieverluste (bei seinen Versuchen) ausschließlich aus Hysteresis erklärt würden und (S. 428), daß zwischen Nachwirkung und Hysteresis enge Beziehungen bestehen. Damit meint Herr Bennewitz aber, wie ja auch seine Rechnung zeigt, nichts anderes als die Warburgsche Beziehung zwischen Schleifenfläche und Energieverlust (Dekrement). Die Herren Warburg und Heuse haben gleichfalls,

10) H. Jordan, Elektrotechn. Zeitschr. **32**, 127, 160, 1911; K. W. Wagner, Elektrotechn. Zeitschr. **32**, 172, 1911.

11) H. Jordan, vgl. 3).

12) K. W. Wagner, vgl. 3).

13) Vgl. 8).

Digitized by Google

wenn auch für andere Versuchsbedingungen, die Schleife berechnet und sie andererseits (durch statische Beobachtungen) ausgemessen. Im Gegensatz zu den Versuchen des Herrn Bennewitz erhalten sie, wie bereits erwähnt, bei Messung eine größere Fläche, als berechnet wurde und führen den Überschuß auf Hysteresis zurück. Hier ist offenbar das Wort in einem anderen Sinn gebraucht. Es wird unter Hysteresis das vollständige Analogon zur magnetischen Hysteresis verstanden, die Schleife, deren Gestalt im Gegensatz zu den Nachwirkungsvorgängen durchaus unabhängig ist von dem zeitlichen Verlauf der Kraftänderungen. Es empfiehlt sich gerade bei Behandlung der Eigenschaften der festen Körper (der mechanischen, elektrischen und magnetischen) das Wort Hysteresis in diesem engeren Sinne zu gebrauchen, so daß beispielsweise das Auftreten bleibender Änderungen (Remanenz) ein Kennzeichen der Hysteresis ist. Bei beiden Bezeichnungsweisen fehlt dann noch eine weitere Bezeichnung. Im ersten Falle fehlt eine Kennzeichnung des besonderen Verhaltens, wie es die ferromagnetischen Körper zeigen, bei der zweiten Bezeichnungsweise fehlt eine feststehende zusammenfassende Bezeichnung, für die aber Ausdrücke, wie wegabhängige oder energieverzehrende Vorgänge zur Verfügung stehen.

In dem zweiten Sinne gesprochen also sagen die Versuche des Herrn Bennewitz über Hysteresis nichts aus, da der Fall reiner Nachwirkung vorlag. Die Theorie von Wiechert setzt nun voraus, daß die Deformationen stets so klein sind, daß keine dauernden Deformationen auftreten. Treten solche bei den einfachen Nachwirkungsbeobachtungen auf, so wird man zunächst annehmen, daß sich bei Einwirkung wechselnder Kräfte Hysteresis überlagert. Hierauf weisen die Herren Warburg und Heuse zur Deutung ihrer Versuchsergebnisse hin. Eine weitere Frage ist die, ob man berechtigt ist, einfache Überlagerungen anzunehmen. Daß man hierzu nicht ohne weiteres berechtigt ist, konnte bereits[14]) nachgewiesen werden. Bei Einwirkung kleinster magnetischer Felder auf ferromagnetische Körper führt diese Annahme zu einer sehr einfachen Darstellung ihres Verhaltens in weitgehender Übereinstimmung mit den Beobachtungen[15]).

4. Physikalische Deutung der Nachwirkung.

Nachweis der Rekristallisation.

Bei der Vollständigkeit, mit der die Theorie von Wiechert die verwickelten Nachwirkungsvorgänge darzustellen vermag, werden verhältnismäßig einfache Versuche ausgewählt werden können, um genügende Unterlagen für die physikalische Deutung und damit für die Kennzeichnung der Struktur eines Körpers in seinem jeweiligen Zustand zu erhalten. Es fragt sich dann weiter, was etwaige Abweichungen vom theoretischen Verlauf der Nachwirkung oder Änderungen der Konstanten auszusagen vermögen. Hierhin gehören das Auftreten der Hysteresis und die Beeinflussung der Nachwirkung[16]) durch diese, worauf nach den älteren Versuchen kurz hingewiesen werden möge.

Während bei kleinen Biegungsbeanspruchungen von *Al*-Stäben sich alles so verhielt, als ob Hysteresis und Nachwirkung nebeneinander bestehen, ohne sich zu stören, zeigten gußeiserne Stäbe bei den gleichen Beanspruchungen, daß die Nachwirkung unter gewissen Umständen fast völlig ausgelöscht werden kann durch die Hysteresis.

Es zeigte sich auch hier wieder (bei Aluminium nicht) die rein logarithmisch verlaufende Nachwirkung Die der Abbildung entsprechende Gerade konnte in einem sehr großen Zeitintervall verfolgt werden. Wurde der gleiche Versuch nach kurzer bestätigender Beobachtung des Anfangsverlaufes durch kurzzeitige Einwirkung einer Zusatzkraft unterbrochen, so hätte nach einiger Zeit die Nachwirkung wie beim ungestörten Dauerversuch weiter verlaufen müssen, da die Nachwirkung der kurzen Zusatzbeanspruchung schnell abklingt. Bei hinzutretender Hysteresis wäre nur noch eine Versetzung des zweiten Teils der Nachwirkung zu erwarten gewesen, da die zeitweilige zusätzliche Beanspruchung einem Übergang auf den zweiten Hysteresisast entspricht. Dem entsprachen die Beobachtungen bei Aluminium, nicht aber die bei Eisen. Nach Abklingen der Zusatznachwirkung trat ein Stillstand ein, in Zeiten, in denen der ungestörte Dauerversuch noch meßbare Änderungen der Deformationen erwarten ließ. Es handelt sich also um einen Fall, bei dem ein Teil der sich allmählich umlagernden Bestandteile endgültig eine neue Gleichgewichtslage eingenommen haben. Bei den gebräuchlichen Beobachtungen der Nachwirkung unter oder nach Einwirkung einer konstanten Kraft verhielt sich auch Gußeisen normal bezüglich der Nachwirkung. — Ebenso wie bei reiner Hysteresis ausschließlich an den Umkehrpunkten ausgeführte Beobachtungen reine Elastizität vortäuschen, können Beobachtungen der Nachwirkung ausschließlich bei nur einer Kraftstufe und der Kraft Null reine Nachwirkung

14) H. Jordan, vgl. 9).
15) H. Jordan, vgl. 4).
16) H. Jordan, vgl. 9).

Digitized by Google

vortäuschen. Die entscheidenden Ergebnisse erhält man erst bei der Beobachtung in der Mitte einer wechselnden Beanspruchsfolge. Je nach den Ergebnissen solcher mehrstufigen Nachwirkungsbeobachtungen wird man dann entweder die Hysteresis und die Nachwirkung verschiedenen Elementen oder Vorgängen zuschreiben, oder bei gegenseitiger Beeinflussung wenigstens zum Teil denselben Elementen oder Vorgängen.

Sehr interessant sind die Versuche des Herrn Bennewitz, bei denen er durch starke Beanspruchung den Aufbau des Materials beeinflußt. Das äußert sich durch eine Änderung der Nachwirkungskonstanten, die sich dann aber von selbst allmählich den Ausgangswerten nähern. Erst die Kenntnis der Rekristallisation erlaubt derartige Versuchsergebnisse zu deuten. Einen ähnlichen Charakter trugen Beobachtungsergebnisse[17]), die bei sehr kleinen Biegungsbeanspruchungen von gegossenen Zinkstäben erhalten wurden. Obgleich jetzt die Deutung durch Rekristallisation sehr nahe liegt, blieben diese äußerst charakteristischen Beobachtungen bisher unbeachtet, wohl weil sie damals nur formal beschrieben werden konnten.

Es wurde eine Belastung von 5 Min. Dauer in Abständen von 20 Min. wiederholt und die Nachwirkung unter Last und ohne Last beobachtet. Die Nachwirkung unter Last zeigte nahezu logarithmischen Charakter. Trug man die wiederholten Versuche nach Art der Abbildung auf, so ergaben sich geradlinige Stücke, deren Steilheit allmählich gegen eine Grenze abnahm und die übereinander lagen. Die Rückkehrkurven in den Zwischenzeiten verliefen im wesentlichen einander parallel mit Versetzungen, die also bleibenden Änderungen entsprachen. Die Beträge der Nachwirkungseffekte waren erheblich größer wie bei den übrigen Materialien, so daß sie besonders bequem und sicher zu beobachten waren.

War der Grenzzustand erreicht, und wurde der Stab dann längere Zeit (20 Stunden) sich selbst überlassen, begann das Spiel von neuem mit der starken Nachwirkung unter Last. Es wurde damals versucht, den Vorgang mit Hilfe eines Bildes zu beschreiben und es wurde ferner versucht, den Vorgang formal auf eine Änderung einer Wiechertschen Konstanten zurückzuführen. Wegen der Einzelheiten muß auf die ausführliche Darstellung in der Dissertation verwiesen werden. Leider ist es mir zurzeit nicht möglich, selbst die Versuche gemäß den anregenden Ausführungen des Herrn Bennewitz zu bearbeiten und fortzuführen. Vielleicht dient dieser Hinweis zur Verwertung der damals gefundenen Ergebnisse und als Anregung für weitere Versuche.

17) H. Jordan, vergl. 9).

(Eingegangen 17. Oktober 1924.)

Bemerkung zur Veröffentlichung J. J. Tichanowsky, „Der Polychroismus der Himmelspolarisation“ [1]).

Von M. A. Schirmann.

J. J. Tichanowsky, der in seiner vielversprechenden Arbeit unter obigem Titel den Weg zur weiteren Erforschung der Erscheinung des Polychroismus der Himmelspolarisation angibt und in seiner Einleitung auf das zuerst von mir theoretisch[2]) und experimentell behandelte Problem eines Polychroismus am Einzelteilchen wie im trüben Medium hinweist[3]), dürfte es entgangen sein, daß ich außer der von mir theoretisch vermuteten Analogie zwischen den betreffenden Polarisationserscheinungen im trüben Medium und in der Atmosphäre auch die Beobachtung eines Polychroismus der Himmelspolarisation in dieser Zeitschrift im Jahre 1922 veröffentlicht habe, denn er schreibt in der Einleitung zur oben zitierten Arbeit: „Man kann diese Polychroismuserscheinung, wie ich es noch im Jahre 1917 nachgewiesen habe, im natürlichen trüben Medium — in der Atmosphäre — beobachten.“

Zu dem letztzitierten Satz, nämlich der Beobachtungsmöglichkeit eines Polychroismus im natürlichen trüben Medium der Atmosphäre möchte ich nun folgendes bemerken: In meinen beiden Arbeiten „Veröffentlichung einer einheitlichen Erklärung der Erscheinungen der atmosphärischen Polarisation“[4]) und „Neue theoretische Untersuchungen über die Polarisation des Lichtes an trüben Medien und deren Konsequenzen für die Probleme der atmophärischen Polarisation“[5]) wurde der Versuch gemacht, für die Gesamtheit der bereits bekannten Erscheinungen der atmosphärischen Polarisation, die bisher niemals einheitlich gedeutet wurden, eine natürliche, einheitliche theoretische Grundlage zu finden. Diese ergab sich in der von mir entsprechend verarbeiteten strengen elektromagnetischen Beugungstheorie nach Mie-Debye. In der zweiten der beiden genannten Arbeiten[6])

1) Diese Zeitschr. **25**, 390, 1924.
2) Sitzungsber. d. Wien. Akad. d. Wiss. **127** (IIa), 8, 1918; Ann. d. Phys. 50, 493, 1919.
3) Diese Zeitschr. **23**, 441, 1922; Meteorol. Zeitschr. **37**, 22, 1920.
4) Ann. d. Phys. **61**, 105, 1920.
5) Meteorol. Zeitschr. **37**, 12—22, 1920.
6) Meteorol. Zeitschr. **37**, 19, 1920.

Digitized by Google

heißt es diesbezüglich: „Den Polarisationserscheinungen insgesamt, sowohl den an künstlichen trüben Medien, wie den an der getrübten Erdatmosphäre eine natürliche, einheitliche theoretische Basis zu geben und weiter noch auf neue Phänomene hinweisen zu können, ist der Inhalt meiner Untersuchungen über die Polarisation des zerstreuten Lichtes auf Grund der strengen elektromagnetischen Beugungstheorie nach Mie-Debye."

Die einzig neue Erscheinung, die sich aus der Theorie ergab und die bisher in der Atmosphäre nicht gefunden war, war die Erscheinung des Polychroismus der Himmelspolarisation. Dies brachte mich bereits 1920 auf den Gedanken, nach dieser Erscheinung in der Atmosphäre zu suchen. Meine ersten Versuche in dieser Richtung wurden damals in Upsala in Schweden mit einem Photopolarimeter angestellt und waren bloß visuelle Beobachtungen der Farben der beiden Polarisationskomponenten (des Rayleighschen und Wienerschen Vektors). Eine Veröffentlichung der positiven Resultate dieser Beobachtungen geschah damals noch nicht, da als Grundlage für eine analoge Deutung des atmosphärischen Polychroismus erst der Polarisationspolychroismus am allseitig symmetrischen Einzelteilchen gesucht[1]) und experimentell festgestellt werden sollte.

Die — meines Wissens nach — erste Veröffentlichung eines beobachteten Polychroismus der Himmelspolarisation geschah auch erst in meiner 1922 veröffentlichten Arbeit „Über die Erscheinungen der Polarisation des Lichtes an einzelnen submikroskopischen Teilchen der Größenordnung 10^{-5} cm"[2]) in folgendem kurzen Absatz: „Nicht unerwähnt möchte ich zum Schluß noch die Tatsache lassen, daß auch das sogenannte ‚blaue' Himmelslicht polychroitisch ist, nämlich grünblau-violett[3]). Auch die Bezeichnung „Polychroismus der Himmelspolarisation" wurde von mir bei dieser Gelegenheit zum erstenmal gebraucht.

Was die Deutung dieses Polychroismus des polarisierten Himmelslichtes betrifft, habe ich als die Grundlage dieser Erscheinung den Polychroismus der vielen einzelnen Fremdkörperpartikeln angesehen und die Funktion der überultramikroskopisch großen Partikeln, welche eine Trübung der Farben der Polarisationskomponenten bewirken und die Sättigung herabsetzen, als „Störungselemente" im außerordentlichen Zustand in der Atmosphäre gekennzeichnet.

Tichanowsky will den Polychroismus der Himmelspolarisation bloß aus der Wechselbeziehung einerseits des Faktors, der durch das Vorhandensein der größeren Teilchen in der Atmosphäre zur Auswirkung kommt und andererseits des Faktors der sogenannten sekundären Lichtzerstreuung an den Luftmolekeln erklären.

Diese Erklärungsweise nähert sich faktisch bereits der meinigen. Eine Entscheidung hierin können nur möglichst störungsfreie Beobachtungen bei ganz durchsichtiger Atmosphäre bringen.

Abgesehen von jeder Deutung ist die bloße Tatsache sehr erfreulich, daß die von mir zuerst auf Grund der strengen Beugungstheorie des Lichtes am ultramikroskopischen Einzelteilchen vermutete und durch visuelle Beobachtungen festgestellte Erscheinung eines Polychroismus der Himmelspolarisation nunmehr durch J. J. Tichanowsky[1]), der diese Frage jetzt beobachtend auf dem von ihm eingeschlagenen Wege der Untersuchung der Polarisationskomponenten in einzelnen Spektralabschnitten des Himmelslichtes weiterverfolgt, gründlichen atmosphärischen Untersuchungen zugeführt wird.

1) Wobei auch geplant war, als besonders wirksame Beleuchtungsquelle einen Lichtbogen mit erhöhter Flächenhelligkeit (etwa mit Beck-Goerz-Bogenlampenkohlen) zu verwenden.

2) Diese Zeitschr. **23**, 443, 1922.

3) Dieser wichtige meteorologische Befund konnte nur zum Schluß kurz Erwähnung finden, da es sich um einen kurzen Vortrag vom Deutschen Physikertag in Leipzig 1922 handelte.

1) Meteorolog. Zeitschr. **47**, 1, 1924; Phys. Zeitschr. **25**, 390, 1924.

Wien, III. physikalisches Institut der Universität, Oktober 1924.

(Eingegangen 31. Oktober 1924.)

Über die Einwirkung eines longitudinalen elektrischen Feldes auf α-Strahlen des Radium *F*.

Von W. Hammer und H. Pychlau.

Die positive Ladung der α-Teilchen läßt erwarten, daß sie in einem parallel zu ihrer Bahn verlaufenden elektrischen Feld, je nach dessen Richtung eine Erhöhung oder Verminderung ihrer Reichweite erfahren werden.

Eve[1]) und Reinganum[2]) haben bereits Versuche in dieser Richtung angestellt und haben gezeigt, daß der Effekt zwar tatsächlich von der theoretisch zu erwartenden Größenordnung ist. Ihre Resultate reichten aber zur qantitati-

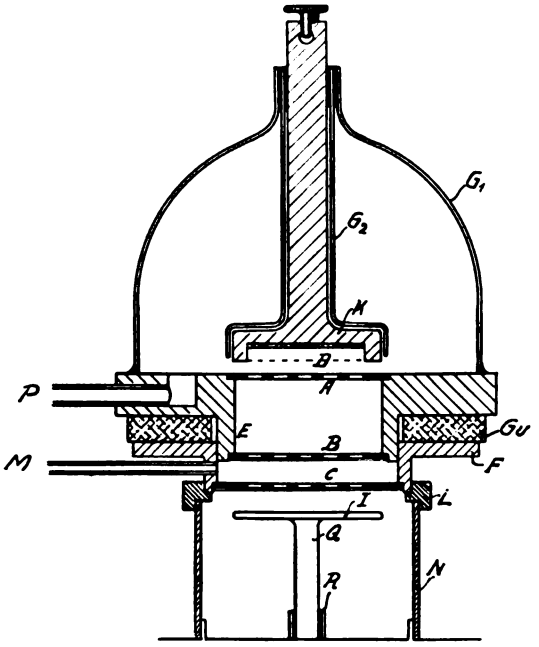
1) Eve, Phil. Mag. **6**, 15, 720, 1908.

2) Reinganum, Heid. Akad. d. Wissensch. **8**, 1910; Ann. f. Ph. **33**, 134, 1910.

Digitized by Google

ven Prüfung der Beziehung zwischen Feldstärke und Reichweite nicht aus.

Nach längeren Vorversuchen gelang es uns, eine Anordnung zu finden, die gestattet, den Effekt mit der erstrebten Genauigkeit zu messen.



Auf der Kupferplatte K (vgl. die Abbildung) war Radium F[1]) niedergeschlagen; die von diesem ausgehenden Strahlen gelangten durch das zum Schutz des Präparates bei etwa einsetzenden Entladungen angeordnete Drahtnetz D und die genau übereinanderstehenden Löcher von 4 mm Durchmesser in den Platten A, B und C in die Ionisationskammer I. Die Platten B und C waren mit luftdicht schließenden Metallfolien bedeckt, so daß der Raum oberhalb B evakuiert werden und in dem zwischen B und C befindlichen Raum der „Bremskammer" beliebige Drucke eingestellt werden konnten. Die Dicke der Folien und die Größe des Luftdruckes in der Bremskammer wurden so gewählt, daß die Strahlen nur ein kleines Stück in die Ionisationskammer I eindringen konnten. Wurde nun z. B. eine positive Spannung an den Präparathalter K gelegt, so mußten die Strahlen im Vakuum das auf die Platte A hingerichtete Feld durchlaufen, wurden beschleunigt und drangen daher etwas tiefer in die Ionisationskammer ein. Der Druck in der Bremskammer wurde dann so lange geändert, bis die Eintauchtiefe in die Ionisationskammer wieder die alte war. Der dieser Eintauchtiefe entsprechende Strom wurde durch die Aufladungsgeschwindigkeit eines Wulfschen Einfadenelektrometers gemessen. Aus der Differenz der Luftdrucke in der Bremskammer und dem bekannten Abstand zwischen den Platten B und C ließ sich dann die durch die Spannung hervorgerufene Reichweitenänderung leicht berechnen.

In den Platten A, B und C waren auf einer Fläche von 25 mm Durchmesser 19 Löcher von 4 mm Durchmesser gebohrt. Die Lochplatte B paßte in einen Ansatz des Rohres E und wurde dort nach Aufbringen einer Metallfolie festgekittet. P ist die nach den Pumpen führende Leitung; als solche dienten eine Gaedesche Quecksilberrotationspumpe in Verbindung mit einer Gaedeschen Kapselpumpe. Der Druck, der an einem Manometer nach Mc Leod abgelesen wurde. betrug 2—3 Zehntausendstel Millimeter.

Über den Rohransatz E konnte ein genau darüber passendes mit einem Flansch versehenes Rohr F gesetzt werden, in dem vorher die ebenfalls mit einer Metallfolie versehene Lochplatte C befestigt worden war. Ein zwischen der Messingplatte und dem Flansch liegender Gummiring Gu dichtete den Raum zwischen den Platten B und C gegen die Atmosphäre hin ab. Durch den Rohransatz M stand dieser dann noch mit einem Manometer und einer Druckregelvorrichtung in Verbindung. Einige geeignet gestaltete Klauen und Anschlagstifte sorgten dafür, daß der Abstand BC sich auch bei einem Wechseln des auf dem Gummiring liegenden äußeren Druckes nicht ändern konnte.

Dieser ganze Apparat war auf einem soliden eisernen Dreifuß so über dem Wulfschen Einfadenelektrometer befestigt, daß dessen entsprechend gestalteter Turmaufsatz N unter Zwischenschaltung eines Hartgummiringes L mit dem Rohransatz F verbunden war. Der in die Zuführungskammer P des Elektrometers eingesetzte Stift Q endete oben in einer Platte I. Der Raum zwischen der untersten Lochplatte C bzw. deren Folie, die durch eine Klingelfuß-Akkumulatorenbatterie auf ca. 160 Volt Spannung aufgeladen wurde und der Platte I bildete die Ionisationskammer.

Zur Erzeugung der für das Beschleunigungsfeld benötigten Spannung diente eine von einem Elektromotor angetriebene „Mercedes"Influenzmaschine mit zwei rotierenden Hartgummiplatten; eine größere Leidener Flaschenbatterie gewährleistete in Verein mit in die Leitung eingeschalteten hohen Widerständen und Spitzennebenschluß ein konstantes Potential.

1) Für die Überlassung der benötigten Radium F-Präparate sind wir Herrn Prof. Giesel zu großem Dank verpflichtet.

Digitized by Google

Tabelle.

Sp. Volt	Druckdifferenzen der Einzelmessungen								Mittel	Mittl. Fehler
+ 21 200	85,1	83,8	86,7	85,5	85,8	83,2	85,0	84,81	84,9	0,24
— 21 200	83,5	83,4	84,8	84,8	85,4	85,7	85,3	84,21		

Die Messung der Hochspannung geschah durch ein mit Influenzierungsaufsatz versehenes 2-Fadenelektrometer nach Wulf, das mittels Hochspannungsaggregat, Präzisionswiderstand und Milliamperemeter geeicht war.

In der obigen Tabelle sind die auf 15° C und 760 mm Hg Druck bezogenen Druckdifferenzen, die sich bei den einzelnen Messungen ergaben, und der aus ihnen berechnete mittlere Fehler des Mittelwertes aufgeführt.

Da sich der Abstand zwischen den Platten B und C bei unmittelbarer Ausmessung[1]) zu 4,28 mm ergab, berechnet sich die durch eine Spannung von $\pm$ 21 200 Volt hervorgerufene Reichweitenänderung in Luft von 15° C und 760 mm Druck zu 0,0478 cm bei einem mittleren Fehler des Mittelwertes von 0,0001 cm. Einer Spannung von 10000 Volt würde somit eine Reichweitenänderung von 0,0226 cm entsprechen.

Diese Meßresultate lassen sich nun zur Prüfung der auf Grund der Messungen anderer Beobachter aufgestellten Beziehungen zwischen Geschwindigkeit und Reichweite benutzen.

Die Wirkung des longitudinalen elektrischen Feldes auf die α-Strahlen besteht primär zweifellos in einer Geschwindigkeitsänderung. Sobald man daher einen Funktionalzusammenhang zwischen Geschwindigkeit und Reichweite besitzt, kann man die entsprechende Reichweitenänderung berechnen[2]).

Die älteste hierfür bekannte Formel ist die Rutherfordsche[3]) $v = c\,(R + 1{,}25)$; diese liefert jedoch für 10000 Volt eine Reichweitenänderung von 0,0198, was eine weit außerhalb der Fehlergrenze der Messung liegende Abweichung von dieser bedeutet.

Dagegen ergibt sich bei Verwendung der Geigerschen Formel[4]) $v^3 = a R$ für die bei einer Spannung von 10000 Volt auftretende Reichweitenänderueg der Wert 0,0226, also der gleiche Wert, wie der von uns gemessene.

1) Dieser Abstand wurde durch Aufsetzen eines in einer Führung gleitenden Stiftes auf die obere und die untere Platte und Ablesen der Höhendifferenz durch ein Zeißsches Mikroskop mit Schlittenführung gemessen.

2) Die Rechnungen, von denen hier nur die Ergebnisse angegeben sind, findet man ebenso wie eine ausführlichere Beschreibung des experimentellen Teiles in der Freiburger Dissertation (1923) von H. Pychlau „Über die Einwirkung eines longitudinalen elektrischen Feldes auf α-Strahlen des Radium F".

3) Rutherford, Phil. Mag. (6) **12**, 134 u. 348, 1906.

4) Geiger, Proc. Roy. Soc. A. 1910, S. 505.

Zusammenfassung.

Es wird eine Meßanordnung beschrieben, mit der die durch eine Spannung von 21 200 Volt hervorgerufene Reichweitenänderung der α-Strahlen des Radium F mit großer Genauigkeit gemessen wurde. Die nach der Geigerschen Formel berechnete Reichweitenänderung stimmt mit dem gemessenen Wert völlig überein.

Das zu der Arbeit benutzte Einfadenelektrometer nach Wulf verdanken wir der Notgemeinschaft deutscher Wissenschaft.

Freiburg i. Br., Physikal. Inst. d. Universität, 13. Juli 1923.

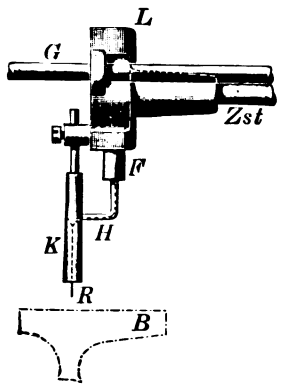
(Eingegangen 29. Oktober 1924.)

Über eine neue Reitersicherung für Analysen- und Präzisionswagen.

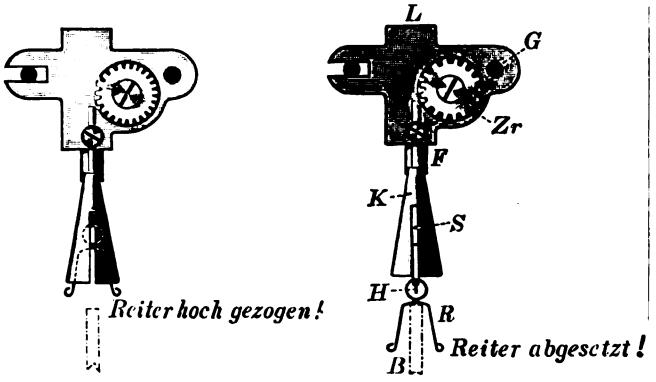
(Mitteilung aus den Sartoriuswerken, Göttingen.)

Bei Analysen- und Präzisionswagen hat sich bei Benutzung des Reiters der Übelstand bemerkbar gemacht, daß der Reiter bei Erschütterung oder bei schneller Verschiebung leicht herabfällt, oder wenigstens erst nach mehrmaligem Versuch auf den richtigen Skalenteil aufgesetzt werden kann. Diesen Nachteilen glauben wir durch die aus den untenstehenden Abbildungen ersichtliche sehr einfache Konstruktion abgeholfen zu haben.

An dem Körper L der Reiterverschiebung ist über dem Haken H noch ein Hohlkörper K angebracht, dessen Hohlraum annähernd der Form des Reiters entspricht. In einem Schlitz kann sich der Reiterhaken auf und ab bewegen, und es ist dadurch möglich, den Reiter in den Hohlraum des Körpers heraufzuziehen Da-



Digitized by Google



mit ist das Abfallen des Reiters selbst bei stoßweiser Bewegung der Reiterverschiebung unmöglich gemacht. Eine Drehung des Reiters ist ausgeschlossen, wodurch ein schiefes Aufsetzen deshalb vermieden wird; ebenso wird eine pendelnde Bewegung verhindert und dem Reiter von vornherein seine Richtung gewiesen, wodurch Fehlwägungen vermieden werden[1]).

1) Die Reitersicherung wird jetzt an allen neuen Sartoriuswagen angebracht: sie läßt sich auch an älteren Modellen nachträglich anbringen, sofern die Reiterverschiebungsform das gestattet.

(Eingegangen 3. November 1924.)

VORTRÄGE UND DISKUSSIONEN VON DER 88. VERSAMMLUNG DEUTSCHER NATURFORSCHER UND ÄRZTE IN INNSBRUCK[1]).

H. Pettersson und G. Kirsch (Wien), Über Atomzertrümmerung.

I. Methodik.

Von Hans Pettersson.

Ich werde hier zusammen mit Dr. Gerhard Kirsch einen kurzen Bericht ablegen über den Gang unsrer im Wiener Institut für Radiumforschung und im II. Physik. Institut der Universität seit etwa 2 Jahren, allerdings mit mehreren längeren Unterbrechungen ausgeführten Untersuchungen über Atomzertrümmerung. Ich werde dabei die Entwicklung einer neuen Methodik skizzieren und Dr. Kirsch überlassen, die bis jetzt gewonnenen Ergebnisse zu erläutern.

Einige kurze Bemerkungen über die Vorgeschichte dieses noch so jungen Forschungsgebietes dürften nicht unnötig sein. Die Frage von der Unzerstörbarkeit und von der Stabilität der Atome und die damit zusammenhängende Frage von der Möglichkeit einer Umwandlung der chemischen Elemente gehört ja zu den fundamentalsten Fragen der ganzen Materienforschung und ist durch Jahrhunderte der Gegenstand gewesen von viel Aberglauben, vielen Dogmen und, glücklicherweise von nicht wenig Häresie. Ich brauche kaum zu erinnern an die alte Proutsche Hypothese, daß der Wasserstoff der Urstoff aller anderen Elemente sei, welche, wie es schien, endgültig durch das Feststellen der exakten Atomgewichte erledigt wurde. Ebensowenig brauche ich an die schönen Untersuchungen von Fajans und Soddy über Isotopie zu erinnern oder an die später auf Basis dieser Vorstellungen folgenden Messungen mit dem Massenspektrographen von Aston, welche die Ganzzahligkeit von einer beträchtlichen Zahl der Atomgewichte darlegte und somit die Proutsche Hypothese wiederum plausibel machte.

Die Entdeckung der radioaktiven Phänomene brachte ja, richtig gedeutet den Beweis, daß wenigstens die schwersten Atome von beschränkter Stabilität sind und einem spontanen Zerfall unterliegen, brachte aber gleichzeitig Indizien für die gewaltigen Kräfte, welche die Stabilität der Atome aufrecht halten und bei ihrem Zerfall ins Spiel treten. Damit erschien aber anderseits die Möglichkeit, auf künstlichem Wege einen Atomzerfall zustandezubringen, außerordentlich fernliegend, schon wegen der relativen Machtlosigkeit der zur Verfügung stehenden physikalischen oder chemischen Hilfsmittel. Die Energiemenge, welche bei dem vollständigen Zerfall von 1 g Uran freigemacht wird, entspricht ja dem Hunderttausendfachen von der bei einer Explosion der gleich schweren Menge Knallgas entwickelten Wärme. Die Energie eines schnellen α-Teilchens von 7 cm Reichweite entspricht der kinetischen Energie der Atome in Helium bei einer phantastisch hohen Temperatur von 65 Milliarden Graden.

Der erste, welcher den richtigen Gedanken hatte diese enorm hochkonzentrierte Energie, welche bei dem radioaktiven Zerfall in der Gestalt von ausgeschleuderten α-Teilchen zutagetritt zum Hervorbringen eines künstlichen Zerfalls zu verwenden, war Sir William Ramsay. Seine Versuche, in mit Radiumemanation be-

1) Fortsetzung im nächsten Heft.

Digitized by Google

handelten Lösungen von Kupfer, Zirkon, Thor usw. sowie in reinem Wasser das Entstehen von anderen Elementen auf spektroskopischem Wege nachzuweisen, zeigten sich aber als nicht stichhaltig. In einer auf Ramsays Aufforderung 1912 geschriebenen und von ihm veröffentlichten Auseinandersetzung habe ich das Mißlingen dieser Versuche durch mangelnde Genauigkeit der verwendeten Beobachtungsmethoden zu erklären versucht unter Hervorhebung der schon damals bekannten Tatsache, daß die allergrößte Zahl der Zusammenstöße zwischen α-Teilchen und Atomen nur zu einem beinahe widerstandslosen Durchfliegen und einer Ionisation von den letzteren führt. Nur in außerordentlich seltenen Fällen wird ein undurchdringlicher Teil des Atoms, sein Kern, getroffen und nur bei diesen seltenen Kerntreffern wird eine der hohen Geschwindigkeit des α-Teilchens entsprechende Energieübertragung auf das Atom stattfinden. Ich sprach auch damals die Vermutung aus, daß eben bei diesen Ausnahmefällen der Kerntreffer zu einem Zerfall des getroffenen Atomkernes führen werde.

Daß diese Vermutung tatsächlich zutrifft, wurde dargelegt durch eine sieben Jahre später von Sir Ernest Rutherford ausgeführte experimentelle Untersuchung. Er benutzte dasselbe Angriffsmittel wie Ramsay, aber seine Beobachtungsmethode war der spektroskopischen unvergleichbar überlegen an Schärfe, indem er nach der Szintillationsmethode die individuellen Atomfragmente wahrnehmen konnte. Die hierzu benutzte Versuchsanordnung war außerordentlich einfach und ist in beinahe unverändertem Zustande während fünf Jahren für ähnliche Arbeiten im Cavendish-Laboratorium verwendet worden. Zuerst untersuchte er die Kollisionen zwischen schnellen α-Teilchen und Wasserstoffatomen. Es zeigte sich dabei, daß Wasserstoffkerne in einer Zahl von etwa 50 pro Million der ausgeschleuderten α-Teilchen in sehr rasche Bewegung versetzt werden, deren Geschwindigkeit sich nach den Stoßgesetzen als 60 Proz. höher als die der α-Teilchen berechnen läßt. In Übereinstimmung damit fand auch Rutherford, daß diese sogenannten natürlichen H-Teilchen eine Reichweite haben, die viermal so groß ist als die der α-Teilchen, also in Luft rund 30 cm. Die Szintillationen, welche diese H-Teilchen hervorrufen, sind bedeutend lichtschwächer als die von den α-Teilchen, ein Umstand, der ihre Beobachtung und Zählung bedeutend erschwert.

Mit reinem Stickstoff anstatt Wasserstoff erhielt Rutherford eine, allerdings viel kleinere Zahl ähnlicher Teilchen, deren Reichweite aber noch bedeutend größer war, bis über 40 cm in Luft. Kontrollversuche ließen keinen Zweifel übrig, daß diese Teilchen, deren Charakter von H-Partikeln er durch magnetische Ablenkungsversuche plausibel machen konnte, tatsächlich ausgesprengte Fragmente aus den getroffenen Stickstoffkernen sind. Der erste künstliche Atomzerfall war damit vollbracht und die Proutsche Hypothese von dem Wasserstoff als Urbaustein der anderen Elemente, wenigstens bei Stickstoff, bestätigt. Später hat Rutherford zusammen mit seinem Mitarbeiter Chadwick aus weiteren fünf Elementen Wasserstoffkerne erhalten von wechselnder Reichweite, welche in sämtlichen Fällen die der natürlichen H-Teilchen übersteigen. Letztere Reichweite bildete tatsächlich bei diesen Arbeiten eine untere Grenze für die Reichweite der sicher feststellbaren Atomfragmente wegen der Schwierigkeit Wasserstoff, entweder frei oder in Verbindungen, als Verunreinigung vollständig auszuschließen.

Meine eigene Arbeit im Radium-Institut und im II. Physikalischen Institut, deren Leitung ich das größte Entgegenkommen verdanke, fing an mit der Entwicklung einer, ursprünglich für andere Zwecke beabsichtigten Methode zur Erzeugung möglichst starker Präparate von Radium C. Diese Methode, welche ich sodann in Zusammenarbeit mit Dr. Kirsch, später auch mit einer Reihe von anderen Mitarbeitern für Versuche über Atomzertrümmerung benutzte, hat sich als sehr anpassungsfähig erwiesen und erlaubt, Präparate von sehr hoher Stärke und beinahe jeder erwünschten Form bequem zu erhalten.

Früher erzeugte man Radium C dadurch, daß man den zu aktivierenden Körper bei einem negativen Potential von ein paar hundert Volt in einen Emanationsbehälter brachte. Der gebildete aktive Niederschlag, von dem Feld einigermaßen auf den Körper angereichert, gab eine relativ kleine Ausbeute. Nach der neuen Methode wird die verfügbare Menge Emanation durch Abkühlung mit flüssiger Luft gezwungen, sich beinahe quantitativ auf die zu aktivierende Oberfläche zu kondensieren. Der größte Teil der entstandenen Rückstoßatome wird dann auf die Oberfläche abgesetzt oder vielmehr durch Rückstoßwirkung in dem Material eingehämmert, was für die feste Adhäsion des Niederschlages an die Strahlungsquelle sehr günstig wirkt. Es gelingt nach dieser Methode beispielsweise Radium-C-Präparate von mehreren hundert Millicuries Anfangsstärke zu erzeugen auf Scheibchen von etwa 1 qcm Oberfläche, und auch auf konischen Spitzen von 1 mm dicken Platindrähten bis 25 Millicuries RaC anzubringen[1]).

1) Für Einzelheiten über diese Methode sowie über die im Folgenden zu beschreibenden Methoden siehe Mitteil. Rad.-Inst. Nr. 155, 160, 163 u. 166—169.

Digitized by Google

Ehe wir dieses Kondensationsverfahren ausnützten, machten wir Versuche mit Emanation plus ihren Folgeprodukten als Strahlungsquelle. Radium-*C*-Präparate haben bekanntlich den Nachteil, relativ schnell an Stärke abzunehmen, halbieren sich in etwa einer halben Stunde, während ja für Emanation selbst die Halbierungszeit 3,8 Tage beträgt. Auch während langwieriger Messungen hält sich darum die aus einem mit Emanation beschickten „Atomzertrümmerungsgefäß" austretende Strahlung nahezu konstant an Stärke. Unsere ersten Versuche machten wir mit dünnwandigen Glaskapillaren, welche mit trockener Emanation gefüllt, über einen Teil ihrer Innenwand mit der zu untersuchenden Substanz ausgekleidet waren; ein Teil war unbedeckt für Kontrollversuche. Solche Kapillaren von der Länge 20 mm, dem Außendurchmesser 1 mm und mit 5 bis 20 Millicuries Emanation beschickt, haben abgesehen von ihrer konstanten Aktivität den Vorteil ihrer kleinen Dimension, bieten eine beinahe lineare Strahlungsquelle und können dazu unter solchen Bedingungen beschickt werden, daß jede wasserstoffhaltige Verunreinigung praktisch ausgeschlossen ist, damit auch die Gefahr von natürlichen *H*-Teilchen, die Hauptfehlerquelle bei Arbeiten nach der älteren Methodik. Über die mit ähnlichen Kapillaren gewonnenen Resultate wird Dr. Kirsch im Zusammenhang berichten. Hier brauche ich nur zu erwähnen, daß sich das Material der Kapillarwände selbst als zertrümmerbar erwies, sogar mit Kapillaren aus Quarz, wobei wir die Zertrümmerbarkeit von Silizium zum erstenmal feststellen konnten. Deshalb haben wir die Methodik unter Beibehaltung von Emanation als Strahlungsquelle folgendermaßen abgeändert.

In einem schmalen Streifen von Messingblech (später haben wir den Apparat aus Gold machen lassen) wird ein 2 mm breiter und 45 mm langer Schlitz ausgesägt, dessen obere Öffnung mit einem Deckel, die untere mit einer dünnen Kupferfolie hermetisch verschlossen wird. Durch vertikale, nicht ganz zum Deckel hinauf ragende Scheidewände wird das Gefäß in vier je 10 mm lange Abteilungen eingeteilt nebst einer kurzen Vorkammer. Auf die Kupferfolie in drei von diesen Abteilungen werden möglichst gleichmäßig sehr dünne Schichten von den zu untersuchenden Substanzen verteilt, eine Abteilung wird immer frei gelassen für Kontrolle mit dem bloßen Kupfer. Der Apparat wird sorgfältig getrocknet, zuletzt durch längeres Durchleiten von warmem Sauerstoff. Um den fertig beschickten Apparat mit stark konzentrierter Emanation zu füllen, wird letztere in einer zugeschmolzenen Glaspatrone eingeschlossen und diese unter einem quecksilbergedichteten Stempel zerquetscht in einem mit dem Gefäß verbundenen Patronenlager, wobei die Emanation in die vier Kammern eingetrieben wird. Sodann wird eine Zinnkapillare am entgegengesetzten Ende des Apparates zugequetscht und abgelötet; wonach die Emanation in diesem kleinen Atomzertrümmerungsgefäß hermetisch abgeschlossen verbleibt. Durch den Boden aus Kupferfolie, deren Absorptionsfähigkeit für α-Strahlen etwa 4 cm Luft gleichkommt, treten die Atomfragmente nach unten aus und werden nach der Szintillationsmethode gezählt und durch Einschalten von Absorptionsschirmen mit bekanntem durch direkte Eichung bestimmten Absorptionsvermögen auf ihre Reichweite untersucht. Die aus der unbelegten Abteilung austretenden Teilchen, welche viel seltener waren, wurden als Kontrolle gezählt. Dieser Apparat erlaubt die Grenze der Reichweite noch untersuchbarer Atomfragmente auf 10 bis 12 cm herabzusetzen, bedeutet also einen wesentlichen Fortschritt gegenüber der früheren Methodik. Die Komplikationen seitens natürlicher *H*-Teilchen ist größtenteils vermieden und jedenfalls durch die Kontrollversuche ohne Substanz vollständig auszuschalten. Ein von der Seite einiger Cambridger Forscher gemachter Einwand, daß eine von der Strahlungsquelle selbst stammende Primärstrahlung bei unsrer Versuchsanordnung in dem untersuchten Meßbereich mitgespielt hätte, wurde durch zwei Spezialuntersuchungen, über die Dr. Kirsch sprechen wird, erledigt. Allerdings bedeutet die Primärstrahlung eine bei der Reichweite der α-Teilchen aus Radium *C* einsetzende Komplikation, die ein weiteres Vordringen der Beobachtung gegen noch kürzere Reichweiten anscheinend aussichtslos machte. Wir sind aber auf Grund der später zu erwähnenden Explosionshypothese für den Mechanismus der Atomzertrümmerung auf eine ganz neue Methodik gekommen, wodurch wir das Gebiet der beobachtbaren Atomfragmente weit innerhalb dieser Grenze ausgedehnt haben. Es fliegen nämlich nach dieser Auffassung die Fragmente nach allen Richtungen aus, also auch senkrecht zur Richtung der inzidenten α-Strahlung. Nach dieser Richtung fliegen aber sehr wenige von den Primärteilchen, d. h. nur solche, welche eine entsprechend große Ablenkung bei etwas exzentrischen Kerntreffern erlitten haben. Die Zahl derartiger Primärteilchen ist bei Kerntreffern an den leichteren Atomen besonders klein und dazu ist noch ihre Reichweite stark herabgesetzt, gegen Lithiumkerne sogar auf nur 1,5 cm. Man ist also imstande, bis zu dieser Grenze herab und tatsächlich auch etwas innerhalb derselben die Atomfragmente von ähnlichen leichten Kernen zu beobachten.

Digitized by Google

Um die Ausbeute an Atomfragmenten, welche bei unsrem ersten nach dieser Methode gebauten Apparat sehr klein ausfiel, möglichst zu erhöhen, wurde bei einer abgeänderten Konstruktion die Primärstrahlung aus dem Radium *C* ringförmig ausgenützt, indem die aktivierte Scheibe in der oberen Öffnung eines innen mit der zu untersuchenden Substanz ausgekleideten Hohlkonus angebracht wurde und die von dem Hohlkonus nach einem symmetrisch zur Strahlungsquelle gestellten Zinksulfidschirm austretenden Atomfragmente gezählt wurden. Die Ausbeute bei dieser Anordnung ist relativ groß und erlaubt die Verwendung auch von schwachen *RaC*-Präparaten. Anderseits erfordert die Anordnung eine relativ sehr große Fläche von der zu bestrahlenden Substanz und ist außerdem nicht geeignet für die sehr wichtige Untersuchung der Fragmente, welche unter mehr als 90° Winkel zur Primärstrahlung austreten, die retrograden Teilchen.

Wir haben deshalb die Anordnung folgendermaßen verändert. Das Präparat hat die Gestalt eines kleinen Ringes aus dünnem Kupferblech auf einer Seite mit *RaC* aktiviert. Die davon austretenden α-Teilchen fallen auf die zu untersuchende Substanz, welche durch Drehen eines in der Apparatwand eingeschliffenen Stöpsels gegen eine andere, parallel zu untersuchende Substanz ausgetauscht werden kann. Die nach unten ausfliegenden Teilchen fallen durch einen Verschlußglimmer auf einen *ZnS*-Schirm, der durch Zwischenlagen von Blei gegen die α-Strahlung vom Präparat geschützt ist. Um die Reichweite der erzeugten Teilchen bestimmen zu können, werden zwischen Verschlußfolie und Schirm absorbierende Glimmerblätter eingeschoben. Mit reinem Helium im Apparat erreicht man, daß die Primärstrahlung sowohl als die Sekundärstrahlung einer minimalen Absorption unterliegt und vermeidet außerdem jede Komplikation seitens in der Gasfüllung erzeugter sekundären Teilchen. Bei Atmosphärendruck kann man mit diesem Apparat Teilchen von einer Reichweite, welche etwa 11 mm gleichkommt, noch beobachten und von dieser Absorption kommt der größte Teil auf den Verschlußglimmer und die äußere Luftstrecke zwischen letzterem und dem *ZnS*-Schirm.

Um die untere Grenze der Reichweite noch beobachtbarer Teilchen weiter herabzusetzen und um die retrograd ausfliegenden Teilchen bequemer untersuchen zu können, wird in der letzten Ausführungsform dieses Apparats die variable Glimmerabsorption ins Innere des Apparates verlegt und mit direkt an die Apparatwand angekittetem Schirm beobachtet. Um eine möglicherweise auf der Substanz selbst auftretende radioaktive Verseuchung, der Strahlungsquelle durch Aggregatrückstoß entstammend, zu verhüten bzw. ihr Vorhandensein feststellen zu können, kann die Strahlungsquelle mittels einer von außen zu betätigenden gut abschließenden Blende abgetrennt werden. Man erreicht mit dieser Anordnung eine minimale Absorption im Wege der Sekundärstrahlung von nur etwa 3 mm Luftäquivalent mit *He* von Atmosphärendruck im Apparat. Bei verkleinertem Druck kann die Absorption auf einen Bruchteil eines Millimeters herabgesetzt werden, die Wahrnehmung von möglicherweise auftretenden Atomfragmenten so kleiner Reichweite wird aber eine andere Beobachtungsmethode, z. B. die elektrische Zählkammer, erfordern.

Nachdem wir die rechtwinkelige Methode schon in mehreren Vorträgen beschrieben hatten, haben Rutherford und Chadwick über Versuche nach einer im Prinzip sehr ähnlichen Methode in einem Brief an die Nature berichtet und damit einige der von uns früher gewonnenen Resultate bestätigt gefunden. Allerdings scheinen sie bei diesen Versuchen keine Fragmente von weniger als 7 cm Reichweite beobachtet zu haben.

Ich habe in kurzen Zügen den Gang unserer die Methodik entwickelnden Arbeit angedeutet, deren Hauptergebnis sich so zusammenfassen läßt. Wir haben uns vor allem bemüht, den Bereich von beobachtbaren Atomfragmenten immer mehr zu erweitern durch Herabsetzen der unteren Grenze ihrer Reichweite. Beim Anfang unsrer Arbeit war diese Grenze in den meisten Fällen durch die Reichweite der natürlichen *H*-Teilchen bei etwa 30 cm markiert. Durch die Methode der Kapillaren und des Atomzertrümmerungsgefäßes konnten wir die Grenze bis auf etwa 10 cm herabsetzen und durch die Entwicklung der rechtwinkligen Methode gelang es uns auch innerhalb der von Primärstrahlung aus *RaC* bezeichneten Grenze von 7 cm zu kommen, wobei jede Komplikation durch die abgelenkten Primärteilchen bei den leichteren Elementen bis auf einige Zentimeter herab vermeidbar ist. Schließlich haben wir durch Arbeiten mit ringförmigen Präparaten und in reinem Helium es für möglich gefunden, die beinahe retrograd ausfliegenden Teilchen zu studieren bei Reichweiten von nur einigen Millimetern. Nebenbei hat uns die Kondensationsmethode in verschiedenen Entwicklungsformen ermöglicht, *RaC*-Präparate von beliebiger Form und Stärke herzustellen und die später zu erwähnende Methode des Photometrierens von Szintillationen erlaubt uns den Charakter der beobachteten Partikeln, ob *H*- oder α-Teilchen, in einfachster Weise festzustellen. Über einige bis jetzt mit diesen Methoden erreichte Resul-

Digitized by Google

tate wird Dr. Kirsch jetzt im Zusammenhang berichten.

II. Ergebnisse.

Von Gerhard Kirsch.

Mit der schon erwähnten Methode der emanationsbeschickten Kapillaren haben wir zunächst einige Elemente auf weitreichende *H*-Teilchen geprüft und zwar solche, welche nicht von Rutherford und Chadwick geprüft worden sind, nämlich reinstes Scandium als Oxyd, das uns von Prof. R. J. Meyer in Berlin freundlichst zur Verfügung gestellt wurde, Vanadium und Kobalt, auch als reine Oxyde und Arsen als Metallspiegel. Wir haben diese Elemente ausgewählt, weil sie die nächsten in dem periodischen System sind, welche sich den von Rutherford und Chadwick zuerst zertrümmerten Elementen anschließen. Das Ergebnis war, daß bis zu einem Minimum der Absorption von etwa 15 bis 20 cm herab, von dem Absorptionsvermögen der Kapillarenwand bestimmt, die Zahl der beobachteten, möglicherweise als Atomtrümmer aufzufassenden Teilchen höchstens einige pro 100 Millionen normaler α-Teilchen aus *RaC* beträgt. Da Zahlen von der gleichen Größenordnung auch mit den substanzfreien Teilen derselben Kapillaren erhalten wurden, dürfte man schließen, daß aus den betreffenden vier Elementen keine über die angegebene Grenze hinaus reichenden Atomfragmente ausgesprengt werden können. Die angegebene sehr kleine Zahl der tatsächlich beobachteten Teilchen entspricht nur ein paar Prozent von den z. B. bei Aluminium auftretenden Atomtrümmern gleicher Reichweite, was wiederum beweist, wie vollkommen die Kapillarenmethode betreffs Vermeidung von natürlichen *H*-Teilchen ist.

Mit einer von diesen Quarzkapillaren, deren substanzfreier Teil außergewöhnlich dünn war, machten wir die überraschende Beobachtung, daß bei einer Totalabsorption von etwa 11 cm Luftäquivalent eine relativ beträchliche Zahl von Szintillationen ausgesprochenen *H*-Charakters kamen. Da ihre Herkunft aus Wasserstoff ausgeschlossen war durch die Versuchsbedingungen (dazu betrug ihre maximale Reichweite nur etwa die Hälfte von der der natürlichen *H*-Teilchen), und da Sauerstoff nach früherem Befunde gar keine ähnliche Zahl von *H*-Teilchen oder anderen Atomtrümmern von mehr als 10 cm Reichweite gibt, so mußten wir schließen, daß die beobachteten Teilchen aus den Siliziumatomen in der Kapillare stammen und also Fragmente gesprengter *Si*-Kerne sind.

Damit war allerdings die weitere Arbeit mit siliziumhaltigen Substanzen als Unterlage ausgeschlossen, also auch mit Emationsbehältern aus Quarz. Wir sahen uns deshalb genötigt, den schon beschriebenen Atomzertrümmerungsapparat zu konstruieren, wo die zu untersuchenden Substanzen auf eine Kupferfolie von etwa 12 μ Dicke in sehr dünnen, möglichst gleichförmigen Schichten ausgebreitet lagen und zwar in der einen von den vier Abteilungen des Apparates Beryllium als reines Oxyd, in einer anderen Magnesium, auch als Oxyd, und in der dritten Abteilung Silizium als Element, währenddem in der vierten Abteilung die Kupferfolie im Apparat frei blieb für Kontrollversuche. Auch aus dieser substanzfreien Abteilung wurden einige Partikel beobachtet. Diese sind wahrscheinlich natürliche *H*-Teilchen, welche von restlichen Spuren von in der Kupferfolie okkludiertem Wasserstoff herrühren. Eine theoretisch bestimmte Absorptionskurve für solche *H*-Teilchen aus in der Folie gleichmäßig verteiltem Wasserstoff stimmte sichtlich gut mit der beobachteten Kurve für die leere Abteilung überein. Die Abweichungen der Kurven für die Teilchen aus den anderen, mit Substanz beschickten Abteilungen, von der Kurve für die leere Abteilung sind sehr beträchtlich und beginnen, von den höheren Absorptionswerten aus gerechnet, bei 18 cm für *Be*, bei 14 cm für *Mg* und bei 13 cm für *Si*. Hieraus ergeben sich unter Berücksichtigung der Absorption in den Substanzen selbst, die bei obigen Zahlen nicht mitgerechnet sind, die maximalen Reichweiten der Sekundärteilchen aus *Be* zu ca. 20 cm, aus *Mg* zu 16 cm und aus *Si* zu 15 cm. Ein genaueres Feststellen dieser Reichweiten als bis auf ein paar Zentimeter ist bei ähnlichen Szintillationszählungen kaum möglich.

Mit diesem Resultat, das später durch andere Messungen bestätigt worden ist, war erwiesen, daß auch andere Elemente als die sechs zuerst von Rutherford und Chadwick gesprengten tatsächlich zertrümmerbar sind unter Abgabe von *H*-Teilchen. Wir äußerten sogleich die Vermutung, daß das Vorkommen eines abtrennbaren *H*-Teilchens als Baustein in den verschiedenen Atomkernen überhaupt viel gewöhnlicher sein dürfte als man bisher geglaubt hatte. Diese unsre Vermutung ist später, sowohl durch unsre eigenen Untersuchungen als auch durch solche von Rutherford und Chadwick vollkommen bestätigt worden. Wenn man Wasserstoff und Helium ausnimmt, bleibt von den ersten 20 Elementen des periodischen Systems nur Sauerstoff übrig, woraus bis jetzt nicht mit einiger Sicherheit *H*-Teilchen erhalten worden sind. Die Vermutung, daß Zertrümmerbarkeit eine allgemeine Eigenschaft sämtlicher, also auch der schweren, Atome ist, lag nahe. Ob sie auch bei allen beobachtbar gemacht

Digitized by Google

werden kann, muß allerdings von der Möglichlichkeit abhängen, Atomfragmente von der allerkürzesten Reichweite wahrzunehmen. Mein Kollege hat schon den Entwicklungsgang unsrer Arbeiten nach dieser Richtung hin beschrieben, wodurch wir jetzt in der Lage sind solche Atomtrümmer, deren Reichweite nur einige Millimeter übersteigt, zu beobachten und zu zählen.

Ehe ich zu den noch nicht sehr umfangreichen Resultaten übergehe, welche wir nach dieser erst kürzlich fertig gebrachten Methodik schon gewonnen haben, muß ich mit einigen Worten eine Kontroverse erwähnen, die wir mit zwei Cambridger Physikern, Schülern von Rutherford, gehabt haben.

Gleich nach dem Erscheinen unsres ersten Briefes an die Nature, worin wir über die Zertrümmerung von drei neuen Elementen berichteten, erschien eine Antwort von den Herren Bates und Rogers, mit der Angabe, daß sie aus Radium *C* nicht weniger als 4 verschiedene Teilchengattungen größerer Reichweite als die normale gefunden hätten, nämlich drei Arten von α-Teilchen von den Reichweiten 9,3, 11,2 und 13,3 cm und dazu noch eine relativ beträchtliche Zahl von *H*-Teilchen noch größerer Reichweite. Sie sprachen die Vermutung aus, daß die von uns als Atomtrümmer aus *Be*, *Mg* und *Si* gedeuteten Teilchen tatsächlich identisch wären mit einigen von diesen neugefundenen Teilchen aus der Strahlungsquelle selbst, d. h. daß sie primären und nicht sekundären Ursprungs wären.

Gegen diese Vermutung konnten wir sofort erwidern, daß eine Verwechslung von *H*-Szintillationen mit α-Teilchen-Szintillationen, wie diese Vermutung voraussetzt, unwahrscheinlich ist wegen des beträchtlichen Unterschiedes an Lichtstärke. Später hat einer von uns zusammen mit Frau Dr. Kara-Michailova (die über dieses Thema selbst vortragen wird) eine Methode zum quantitativen Vergleich der Helligkeit verschiedener Szintillationen entwickelt. Durch Messungen nach dieser Methode ist es festgestellt worden, daß die Partikeln aus Silizium Szintillationen geben, deren relative Helligkeit, auf Szintillationen von Polonium-α-Partikeln bezogen, binnen der Messungsfehler übereinstimmt mit der Helligkeit der Szintillationen der natürlichen *H*-Partikeln. Daß die aus Silizium ausgesprengten Partikeln tatsächlich *H*-Kerne sind, erscheint in einfachster Weise bewiesen. Da außerdem das Verhältnis an Flächenhelligkeit zwischen Szintillationen von *H*- und α-Teilchen nahezu 1 : 3 beträgt und dazu die letztere eine bedeutend größere Ausdehnung haben, ist die Zumutung, daß wir bei unsren Versuchen α-Teilchen für *H*-Teilchen genommen haben, hinfällig.

Abgesehen von dem theoretischen Interesse hätte aber das von den Herren Bates und Rogers angenommene Vorkommen von ähnlichen weitreichenden Primärteilchen, sowohl der längeren α-Teilchen als auch besonders der *H*-Teilchen, eine Bedeutung für die weitere Arbeit über Atomzertrümmerung und würde eine notwendigerweise zu berücksichtigende Fehlerquelle ausmachen für alle weiteren Untersuchungen nach der direkten Methode.

Frau Dagmar Pettersson hat es übernommen, die Frage über diese weitreichenden Teilchen besonders aus diesem Gesichtspunkt näher zu studieren und hat es auch getan unter Verwendung von dünnen Folien aus Gold oder aus Kupfer, um die normalen α-Teilchen von 7 cm Reichweite zu bremsen. Bei der von den Engländern benutzten Versuchsanordnung geraten sie ungebremst in Luft oder in Glimmerblätter, wobei also eine ausgesprochene Gefahr besteht für die Erzeugung von Partikeln sekundärer Art, seien es Trümmer aus gesprengten Atomen oder natürlichen *H*-Teilchen aus wasserstoffhaltigen Verunreinigungen. Folien aus Kupfer und besonders aus Gold scheinen ein Minimum ähnlicher Gefahr zu bieten, haben allerdings anderseits auch den Nachteil, eine inhomogene Dicke zu besitzen. Mit Goldfolien gelang es darum nur, diese Prüfung auf eine minimale Reichweite von etwa 11 cm auszudehnen, wobei die gefundene Zahl der Teilchen nur einen kleinen Bruchteil der von Bates und Rogers angegebenen Zahlen entsprach. Das vollständige Fehlen von erstens weitreichenden *H*-Teilchen, zweitens der 13,3 cm α-Teilchen war damit erwiesen. Einige abschließende Versuche mit dünner Kupferfolie schienen dieses negative Ergebnis auch weiter auszudehnen, so daß es als festgestellt erscheint, daß auch die zweite Gruppe der weitreichenden α-Teilchen von 11,2 cm Reichweite fehlt. Bei noch kleineren Absorptionen war das Ergebnis weniger eindeutig als bei den weitergehenden Teilchengruppen, schon weil Kupferfolie nicht in demselben Grad als Gold von okkludiertem Wasserstoff befreit werden kann, so daß immer eine wenn auch kleine Zahl von natürlichen *H*-Teilchen mit auftritt, deren Unterscheidung von den eben am Ende ihrer Reichweite befindlichen α-Teilchen recht schwierig sein kann.

Jedenfalls war das Resultat dieser Untersuchung ausschlaggebend in der von uns erwarteten Richtung, indem die beiden Gruppen der weitreichenden Teilchen aus *RaC*, welche möglicherweise bei unsren Zertrümmerungsversuchen mitgespielt haben könnten, nämlich die weitreichenden *H*-Teilchen und die 13,3 cm α-Teilchen als gänzlich fehlend bewiesen wurden.

Digitized by Google

Dies ist seither auch das Resultat von einer soeben erschienenen ausführlichen Untersuchung von Rutherford und Chadwick, wo die Frage der weitreichenden Teilchen aus *RaC* diskutiert wird. Auf Grund von Versuchen nach mehreren Methoden wird aber behauptet, daß die 9,3 cm α-Teilchen-Gruppe tatsächlich vorhanden sein soll, allerdings in einer Zahl, die nur etwa $^2/_3$ von der von Bates und Rogers gefundenen ist. Auch von der 11,2-Gruppe wird behauptet, daß sie real ist, aber da ist die Reduktion an Zahl noch kräftiger, auf die Hälfte der angegebenen, etwa 5 Teilchen pro Million sollen eine Reichweite zwischen 9,3 und 11,5 cm haben. Die 13,3 cm α-Teilchen existieren überhaupt nicht, und von weitreichenden *H*-Teilchen aus der Strahlungsquelle selbst ist weiter keine Rede.

Die Existenz der beiden kürzeren Gruppen von α-Teilchen aus dem *RaC* hat für die Richtigkeit unsrer schon erwähnten Resultate keine Bedeutung, da sie nicht innerhalb des für die betreffenden Zählungen zugänglichen Bereiches an Reichweite fallen. Dagegen hat es selbstverständlich erhebliches Interesse allgemeiner Art, festzustellen, ob tatsächlich ähnliche Partikelgattungen bei einem noch unbekannten Zerfalle von *RaC* erzeugt werden. Abgesehen von den Resultaten der soeben erwähnten Untersuchung, deren absolute Beweiskraft in eben diesem Messungsbereich jedenfalls diskutiert werden kann, haben wir uns eine abweichende Meinung über ihre Herkunft gebildet, gestützt auf Messungen über die Zahl von weitreichenden α-Teilchen in Sauerstoff und Stickstoff. Die Zahl der α-Teilchen in den beiden Gasen ist ausgesprochen verschieden, nur etwa $^3/_4$ von der Zahl in Sauerstoff wird mit Stickstoff erhalten, und die Gestalt der Absorptionskurven ist auch nicht dieselbe. Die Untersuchungen über die Herkunft dieser Teilchen, für welche früher schon zwei andere Erklärungsversuche von seiten Rutherfords gemacht wurden, werden im Radium-Institut weiter geführt.

Ich werde nun in größter Kürze etwas über die Arbeiten nach der rechtwinkeligen Methode erwähnen. Schon am Anfang dieses Jahres wurde diese Methode von uns ersonnen und in verschiedenen Ausführungsformen versucht, und wir konnten dabei als erstes Resultat feststellen, daß auch Kohlenstoff, und zwar sowohl in Paraffin, als reinster Graphit und als pulverisierter Diamant *H*-Teilchen abgibt, welche rechtwinkelig zu der primären α-Strahlung eine maximale Reichweite von etwa 6 cm haben. Gleichzeitig fanden wir, daß auch von Beryllium und von Silizium unter demselben Winkel *H*-Teilchen austreten und zwar mit den ungefähren Reichweiten, von *Be* 9 cm und von *Si* 11 cm. Die letzterwähnten beiden Elemente senden ja, unsrem früheren Befunde nach, auch nach vorn *H*-Teilchen aus, *Be* solche von 20 cm Reichweite, *Si* von 15 cm Reichweite. Es fällt auf, daß das leichtere von den beiden Elementen nach vorn eine ausgesprochen größere, nach 90° eine kürzere Reichweite gibt als das schwerere, aber dieses Resultat steht in bestem Einklang mit der von uns behaupteten Explosionshypothese, welche wir aus Mangel an Zeit hier unerwähnt lassen müssen. Nachdem wir schon mehrmals in öffentlichen Vorträgen die von uns ersonnene rechtwinkelige Methode erwähnt hatten, brachte ein Brief von Rutherford und Chadwick an die Nature, 29. März 1924, die Nachricht, daß auch in Cambridge nach einer ähnlichen Methode gearbeitet wurde. Die mitgeteilten Ergebnisse bestätigten die von uns gefundene Tatsache, daß *Mg* und *Si* wirklich zertrümmerbar sind, und fügten noch dazu fünf andere zertrümmerbare Elemente, unter diesen auch Schwefel, also ein unzweifelhafter *He*-Multipel oder richtiger ein isotopenloses Element von dem Atomgewichtstypus $4 \cdot n$. Allerdings war die minimale Reichweite der untersuchbaren Atomfragmente bei diesen Zertrümmerungsversuchen angeblich 7 cm, was erklärt, warum sowohl von Kohlenstoff keine *H*-Teilchen gefunden wurden als auch daß mit *Be* das Resultat nicht eindeutig ausfiel.

Die Methode der Untersuchung von beinahe retrograden Partikeln, welche also in entgegengesetzter Richtung zu der der einfallenden α-Teilchen ausfliegen, nach welcher wir jetzt hauptsächlich arbeiten, erlaubt uns eine Frage von der allergrößten Bedeutung zu untersuchen, nämlich das Schicksal der die Zertrümmerung bewirkenden α-Teilchen. Die von ihnen, welche nach rückwärts fliegen, müssen ja notwendigerweise ein Maximum von Stoßimpuls auf den getroffenen Atomkern übertragen haben. Die Frage ist, prallen sie tatsächlich zurück? Nach unseren allerletzten, noch nicht abgeschlossenen Untersuchungen erscheint es, als ob dies nicht der Fall wäre, jedenfalls nicht bei Aluminium. Man gewinnt den Eindruck, als ob der Stoß unelastisch wäre, vielleicht sogar das α-Teilchen im zentral getroffenen Kern feststecken bliebe und sekundär eine weitere Instabilität veranlasse. Es muß aber betont werden, daß dies Ergebnis noch nicht als endgültig festgestellt angesehen werden darf. Aber er steht gewissermaßen im Einklang mit einigen im Cavendish-Laboratorium neulich gewonnenen Resultate von Bieler über die Zerstreuung der α-Teilchen über großen Winkel bei Aluminium und Magnesium, welche Resultate allerdings von ihm nach anderer Richtung als von uns gedeutet werden. Nach unsren Anschauungen ließe sich eine derartige

Digitized by Google

Synthese eines Atomkernes mit einem α-Teilchen durch einen zentralen Kerntreffer wohl erklären, ohne auf eine Zeichenumkehr im Coulombschen Gesetz zu deuten. Es muß in dieser Beziehung zu allerletzt betont werden, daß wir das Ziel unsrer Untersuchungen nicht auf das sozusagen nuklearchemische beschränken wollen: welche Grundstoffe sind zertrümmerbar und woraus bestehen ihre Trümmer?, sondern auch das nuklearphysische im Auge behalten werden muß, nämlich: welches sind die Kräfte, welche die Stabilität des Atomkernes aufrecht halten und wie werden sie bei der Kernzertrümmerung überwunden. Der Beantwortung dieser beiden Fragen näher zu kommen, ist der Zweck, zu welchem wir und unsre Mitarbeiter die hier beschriebenen methodischen Hilfsmittel weiter verwenden werden.

Elisabeth Kara-Michailova (Wien), Quantitative optische Unterscheidung von α- und H-Teilchen.

Die Unterscheidung von H- und α-Teilchen geschah bis jetzt nach der Szintillationsmethode, und zwar auf Grund des Helligkeitsunterschiedes beider Szintillationsgattungen. Schon in den ersten Arbeiten über H-Strahlen wird darauf hingewiesen und die Helligkeit einer H-Szintillation mit derjenigen einer α-Partikel mehrere Millimeter vor dem Ende ihrer Bahn verglichen[1]). Die von G. Kirsch und H. Pettersson[2]) gefundenen Strahlen aus *Be*, *Mg* und *Si* wurden ebenfalls auf Grund ihrer schwachen Szintillationen als H-Strahlen angesprochen. Dieses Resultat wurde aber angezweifelt[3]) unter der Behauptung, daß H-Teilchen mit weitreichenden α-Teilchen aus der Strahlenquelle selbst verwechselt worden seien. Es schien daher wünschenswert, den Helligkeitsunterschied der Szintillationen von H- und α-Strahlen bestimmter Restreichweite einem quantitativen Vergleich zu unterwerfen, insbesondere da ja auch α-Strahlen gegen Ende ihrer Reichweite nur mehr schwache Szintillationen erzeugen.

H. Pettersson und ich stellten uns daher die Aufgabe:

1. Den Helligkeitsunterschied von Szintillationen natürlicher H-Strahlen, später auch von Atomtrümmern einerseits, und solchen von α-Strahlen bekannter Restreichweite anderseits zu bestimmen.
2. Den Bereich, in welchem der Helligkeitsabfall von α Szintillationen stattfindet, näher zu untersuchen.

Die Versuchsanordnung bestand aus einem von C. Reichert in Wien bezogenen Vergleichsokular in Verbindung mit zwei Holoscopicobjektiven ($f = 16$ mm, $n \cdot a = 0{,}45$) von Watson in London. Oberhalb der Objektive war der Tubus durchschnitten, so daß Graugläser eingeschoben werden konnten. Ihre Absorption war spektrophotometrisch für eine mittere Wellenlänge von 520 $\mu\mu$ bestimmt. Unter jedem Objektiv befand sich ein Zinksulfidschirm. Das Zinksulfid war von der Firma Kunheim in Berlin bezogen und gab sehr schöne Szintillationen, Als H-Strahlen liefernde Präparate wurden verwendet: eine innen mit Paraffin bedeckte und mit *Ra-Em* gefüllte Glaskapillare; ein mit Wasserstoff und *Ra-Em* gefülltes Metallröhrchen, welches an einem Ende mit einer ca. 12 μ dicken Kupferfolie verschlossen war; zwei mit *Ra-Em* gefüllte Kapillaren aus Quarz und ein Quarzdünnschliff in Verbindung mit einem starken *RaC*-Präparat. Die beiden ersten Präparate lieferten natürliche H-Strahlen, die drei übrigen H-Teilchen aus zertrümmerten *Si*-Kernen. Die Präparate befanden sich in einem Magnetfeld, um die β-Strahlung zu beseitigen.

Als Vergleichspräparat wurde ein Poloniumpräparat in 7 mm Entfernung von dem Zinksulfidschirm benutzt. Um auch auf diesem Schirm dasselbe Leuchten hervorzurufen, wie das auf dem Schirm über den H-Strahlen liefernden Präparaten durch γ-Strahlung erregte, befand sich dicht neben dem Poloniumpräparat ein Radiumpräparat von ca. 30 mg *Ra*-Element in dickwandiger Hülle.

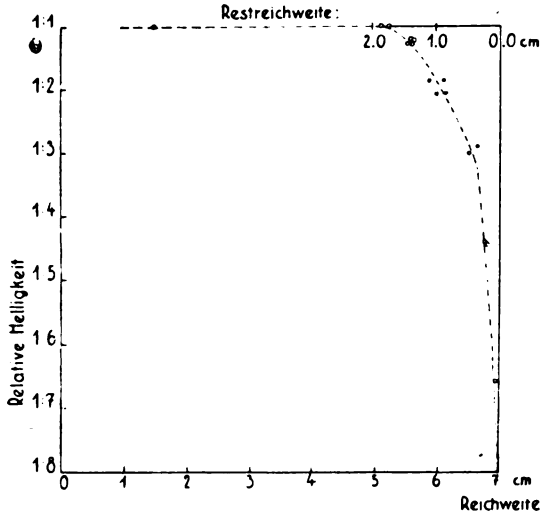
In dem Vergleichsokular konnte man nun beide Schirme abwechselnd oder gleichzeitig (als Halbfelder) beobachten. Es wurden nun über das Poloniumpräparat Graugläser verschiedener Absorption eingeschoben, bis dasjenige gefunden war, bei dem die α-Szintillationen den H-Szintillationen an Helligkeit gleich waren. Die Absorption des betreffenden Grauglases diente als Maß des Helligkeitsunterschiedes. Die so erhaltenen Werte sind praktisch dieselben für natürliche H-Strahlen als auch für Strahlen aus Quarz, und Schwanken von 1 : 2,6 bis 1 : 3. Es wurden auch einige Versuche gemacht, bei denen durch beiderseitiges Einschieben von Graugläsern die Szintillationen sowohl von α- als auch von den H-Strahlen zum Verschwinden gebracht wurden. Der Quotient aus den Absorptionen der beiden dazu benutzten Graugläser war fast derselbe, wie der durch Vergleich gefundene Wert des Helligkeitsunterschiedes. Außerdem wurden die Szintillationen von natürlichen H-Teil-

1) E. Rutherford, Phil. Mag. (6) **37**, 568, 1919.
2) G. Kirsch u. H. Pettersson, Mitteil. d. Ra.-Inst. Nr. 160; Wien. Ber. **132**, 299, 1923.
3) L. F. Bates u. J. S. Rogers, Nature **112**, 435, 22. September 1923.

Digitized by Google

chen mit denen aus einer Quarzkapillare stammenden verglichen — sie erwiesen sich als gleich hell. Durch eine gleichzeitige Reichweitenbestimmung der Partikeln aus einer Quarzkapillare wurde festgestellt, daß der Bereich, in dem die schwachen Szintillationen beobachtet und verglichen wurden, sich über mehrere Zentimeter erstreckte.

Dieselbe Apparatur diente auch zur Bestimmung des Helligkeitsabfalles der Szintillationen von α-Strahlen aus RaC gegen Ende ihrer Bahn. Zum Vergleich benutzten wir wiederum α-Strahlen aus Polonium von ca. 3,2 cm Restreichweite. Von der Benutzung eines Magnetfeldes und des Ra-Präparats konnte abgesehen werden, da nur schwache RaC-Präparate verwendet wurden. Das Präparat war auf einer Schubleere angebracht und die Distanz Präparat—Schirm genau ablesbar. Die Szintillationen aus Polonium wurden nun wieder durch Graugläser abgeschwächt, bis sie den Szintillationen aus RaC (an verschiedenen Punkten ihrer Bahn) an Helligkeit gleich waren. Es ergab sich eine konstante Helligkeit bis ungefähr 1,8 cm Restreichweite. Von da ab werden die Szintillationen lichtschwächer und in den letzten 5 mm nehmen sie rapid an Helligkeit und Größe ab. Einige



Versuche mit ThC und Po als Strahlungsquelle ergaben analoge Resultate. Analoge Versuche mit schnellen H-Strahlen wären erwünscht, scheitern aber an dem Umstand, daß es gegenwärtig unmöglich ist, ein genügend dichtes Bündel von H-Strahlen homogener Geschwindigkeit zu erzeugen. Die quantitative Festlegung des Helligkeitsunterschiedes beider Szintillationsgattungen ermöglicht es, die schwächeren Szintillationen der H-Strahlen aus einem gemischt aus H- und α-Teilchen bestehenden Bündel durch Auslöschen mittels eines Grauglases passender Absorption auszuschalten und nur die noch gut sichtbaren Szintillationen der α-Partikeln zu zählen. Dadurch wird also eine Trennung beider Partikelgattungen ermöglicht.

Außerdem ist es auf diese Weise möglich, eine orientierende Bestimmung der Masse noch unbekannter Partikeln bei bestimmter Restreichweite auszustellen.

Vorversuche zu einer Okularphotometrie der Fluoreszenz eines Zinksulfidschirmes bei Bestrahlung mit α-Partikeln verschiedener Restreichweite ergaben ähnliche Resultate, wie die mit dem Mikroskop angestellten Versuche. Ein ausführlicher Bericht erscheint demnächst in den Mitteilungen des Instituts für Radiumforschung Nr. 164, Wiener Berichte.

K. Fajans (München), Eigenschaften chemischer Verbindungen und Atombau.

Die Aufschlüsse, die die Bohrsche Theorie über die Verteilung und Bewegung der Elektronen in den Atomen verschiedener Elemente gebracht hat, gewähren einen Einblick in die spektroskopischen Eigenschaften der Atome und in großen Zügen auch in ihr Verhalten bei chemischen Prozessen. Die Nutzbarmachung dieser Erkenntnisse für das Verständnis der Eigenschaften chemischer Verbindungen ist nicht ohne weiteres möglich, denn in allen Fällen der Bildung beständiger Verbindungen aus neutralen Atomen erfahren die Elektronensysteme der letzteren und deshalb auch deren Eigenschaften eine tiefgehende Veränderung. Diese Veränderungen sind verschieden bei der Bildung der Verbindungen der zwei Typen, die gewöhnlich als polare und nichtpolare Verbindungen unterschieden werden und als idealisierte Extreme einer größeren Reihe von Übergangstypen angesehen werden können.

Bei dem Zustandekommen der ideal polaren oder Ionenbindung findet ein vollkommener Übergang von negativen Elektronen von einer Atomart zu einer anderen statt unter Bildung von positiv und negativ geladenen Ionen, wobei die elektrostatische Anziehung zwischen den Überschußladungen den Zusammenhalt der Ionen bedingt. (J. J. Thomson, Kossel). Bei der nichtpolaren Bindung nimmt man mit Bohr, Lewis, Langmuir an, daß gewisse Elektronen den verbundenen Atomen in gleichberechtigter Weise gemeinsam angehören.

Besonders einfache Verhältnisse sind bei der zuerst von Kossel untersuchten idealen

Digitized by Google

Ionenbindung zu erwarten. Eine Reihe von Eigenschaften (z. B. die optischen) müßte sich hier additiv aus den der freien Ionen zusammensetzen, bei anderen Eigenschaften ließe sich deren Abhängigkeit von den Eigenschaften der freien Ionen, besonders von deren Ladung und Größe, voraussehen. So müßte auf Grund elektrostatischer Betrachtungen die Energie der Bildung der Kristalle salzartiger Verbindungen aus freien gasförmigen Ionen (die Bornsche Gitterenergie) mit steigender Ladung und fallendem Radius der Ionen steigen, was durch die Tatsachen bestätigt wird. Die weitere Forderung, daß auch die Verdampfungswärmen bzw. die Siedepunkte der Salze in gleicher Weise von Ladung und Größe der sie anfbauenden Ionen abhängen müßten, wird bei Verbindungen der Leichtmetalle (z. B. Alkalihalogenide) zwar in groben Zügen, jedoch nicht ganz bestätigt und versagt weitgehend bei Heranziehung der Verbindungen der Schwermetalle.

Der Hauptgrund für diese Abweichungen wird darin gesehen[1]), daß bei Vereinigung freier Ionen zu Kristallen und ganz besonders zu dampfförmigen Molekeln die Elektronenhüllen bzw. Elektronenbahnen der Ionen nicht unverändert bleiben, sondern unter der Wirkung des elektrischen Feldes der Nachbarionen eine Deformation erleiden. Besonders anschaulich äußert sich dies, wenn beim Zusammentreten farbloser Ionen gefärbte Verbindungen entstehen, wie z. B. beim Bleijodid (Meisenheimer). Die Deformation ist umso beträchtlicher, je stärker das elektrische Feld des deformierenden Ions und je größer die durch die Molrefraktion gemessene Deformierbarkeit der Elektronenhülle ist. Es wird an Hand einer größeren Reihe von Eigenschaften, wie das Brechungsvermögen, die Farbe, Gitterenergie, Löslichkeit, lichtelektrische Leitfähigkeit (nach Gudden und Pohl), elektrolytische Leitung in festen Salzen gezeigt, wie sich der Begriff der Deformation der Ionen nutzbar machen läßt, um verschiedene Eigenschaften der Verbindungen zu verstehen und miteinander in Zusammenhang zu bringen. So setzt sich die Refraktion anorganischer Verbindungen nicht additiv aus der der beteiligten Ionen zusammen, weil hier die gegenseitige Deformation der Ionen eine große Rolle spielt[2]). Der auffallende Unterschied in vielen Eigenschaften zwischen den Verbindungen der Leicht- und der Schwermetalle ist zum Teil wenigstens dadurch bedingt, daß in letzteren die Deformationserscheinungen eine wesentlich größere Rolle spielen als in den ersten.

1) Die Naturwissenschaften 11, 165, 1923.
2) Fajans u. Joos, Zeitschr. f. Physik 23, 1, 1924.

In den meisten Fällen handelt es sich bei der Deformation um ein Herüberziehen der Elektronen der negativen Ionen in der Richtung zu den positiven, womit der streng polare Charakter der Verbindungen zum mindesten teilweise verwischt wird. Die Verbindungen mit deformierten Ionen kann man somit als Übergangsfälle zwischen den ideal polaren (salzartigen) und den nichtpolaren (etwa organischen Verbindungen) ansehen.

R. Mecke (Bonn), Über Intensitätsanomalien bei Bandenspektra.

Intensitätsfragen sind in der Spektroskopie neuerdings mehr in den Vordergrund des allgemeinen Interesses gerückt. Es sei deshalb im folgenden auf einige bemerkenswerte Intensitätsanomalien der Bandenspektra aufmerksam gemacht, deren weitere Klärung sicher für die Theorie bedeutsam werden dürfte, da wir gerade bei den Bandenspektren mit ihren zahlreichen energetisch eng benachbarten Termzuständen ein weitaus homogeneres und daher mit Hilfe des Korrespondenzprinzips leichter zu behandelndes Material antreffen als bei den Linienspektren.

Die erste hier zu erwähnende Anomalie bezieht sich auf eine deutliche Unsymmetrie in den Intensitäten der beiden Zweige einer Bande, die gelegentlich der Analyse einer Reihe von Bandenspektra beobachtet wurde. Es zeigte sich nämlich, daß stets der P-Zweig, dem bekanntlich der Quantensprung $m \to m + 1$ zukommt, intensiver war als der R-Zweig mit dem Quantensprung $m \to m - 1$, doch konnte bisher noch nicht festgestellt werden, wie sich hier der Nullzweig ($m \to m$) verhalten würde. Zuerst fand M. Schwan[1]) bei der bekannten Cyanbande λ 3883 einen derartigen Intensitätsunterschied, auf den auch schon R. T. Birge[2]) aufmerksam machte. Die Frage ließ sich aber beim Cyan noch nicht eindeutig entscheiden, da der R-Zweig durch die nächstfolgende Bande reichlich stark überlagert war und die Auflösung des Spektrums noch sehr zu wünschen übrig ließ. Bei den von R. Frerichs untersuchten Kupferbanden[3]) lag jedoch ein einwandfreies und vollständig aufgelöstes Spektrum vor, bei dem wieder der P-Zweig intensiver war, und dieses Resultat ließ sich jetzt bei den negativen Stickstoffbanden[4]), deren Auflösung auch durch-

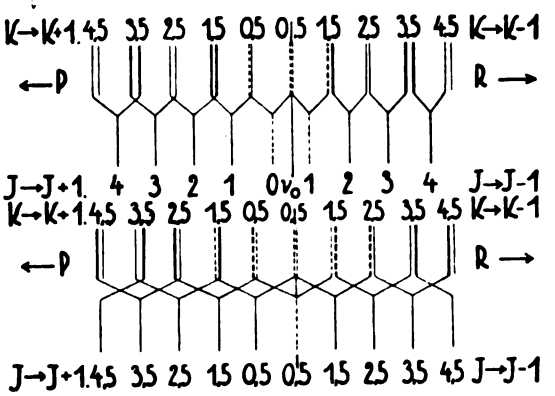
1) M. Schwan, Diss. Bonn, 1923.
2) R. T. Birge, Astroph. Journ. 55, 273, 1920.
3) R. Frerichs, Zeitschr. f. Phys. 20, 170–187, 1923.
4) M. Faßbender, Diss. Bonn. Zeitschr. f. Phys. 30, 1924.

Digitized by Google

aus befriedigend war, erneut feststellen. Wohl handelte es sich bei all diesen Intensitätskurven, die stets mit dem Registrierphotometer aufgenommen wurden, um mehr qualitative Werte, in denen noch die Plattenkonstanten (Gradation) steckten, doch kommen hier ja nur Intensitäts*unterschiede* in Betracht. Diese Tatsache machte es dann auch unmöglich, eine ins Gewicht fallende experimentelle Ursache anzugeben, die etwa einen derartigen Intensitätsunterschied vortäuschen könnte. Verschiedene Breite und Struktur der Linien oder photographische Eigentümlichkeiten der Platten kommen ebensowenig in Betracht.

Vom theoretischen Standpunkt aus müßten sich nun rein klassisch berechnet bekanntlich zwei zur Nullinie ($m = 0$) symmetrische Intensitätskurven ergeben, die im wesentlichen dem Maxwellschen Verteilungsgesetz folgten, und auch bei diskreter Energieverteilung würde ein Intensitätsverlauf zu erwarten sein, der korrespondenzmäßig um so weniger von dem klassischen abweichen sollte, je kleiner $\frac{\Delta m}{m}$ (mit $\Delta m = \pm 1$) wird. Quantentheoretisch ist aber die Intensität festgelegt durch die statistischen Gewichte vom Anfangs- und Endzustand und durch die Übergangswahrscheinlichkeit. Da nun ferner $R(m)$ und $P(m)$ denselben Anfangszustand (bzw. $R(m+1)$ und $P(m-1)$ denselben Endzustand) besitzen, und damit auch bei korrespondierenden Linien die statistischen Gewichte und die Anzahl der leuchtenden Moleküle gleich sind, so folgt aus einem Intensitätsunterschied der beiden Zweige, daß der Übergang von m nach $m+1$, d. h. nach energiereicheren und daher unstabileren Termzuständen, bevorzugt ist. Die experimentellen Unterlagen sind aber noch nicht geklärt genug, um hieran weitere Folgerungen knüpfen zu können.

Eine weitere Intensitätsanomalie hatte mich bereits früher an anderer Stelle[1]) zu wichtigen Aufschlüssen über den Bau der Stickstoffbanden und der damit in Zusammenhang gebrachten Frage einer zweckmäßigen Systematik der Bandenspektra geführt. Auch diese Intensitätsanomalie steht keineswegs vereinzelt da, sondern ist bereits bei einer Reihe von Bandenspektra beobachtet worden, so bei den Kohlebanden[2]), bei den positiven[3]) (2. Gruppe) und negativen[4]) Stickstoffbanden und neuerdings wieder bei Banden aus dem zweiten Wasserstoffspektrum[1]). Sie besteht in einem regelmäßigen Wechsel von starken und schwachen Linien in der Linienfolge einer Serie, worüber die Figur, deren oberer Teil den Serienverlauf



beim negativen Stickstoffspektrum in der Nähe der Nullinie, der untere eine Serie aus der zweiten positiven Stickstoffgruppe darstellt, die beste Auskunft geben dürfte. Bemerkenswert ist hier die Unstetigkeit in der Intensitätsfolge bei der Nullinie, die zu der in der Figur angedeuteten Zusammenfassung der Komponenten führte. Hinsichtlich der Numerierung der Linien und der Einführung der Impulsquantenzahlen J und K sei auf meine Arbeit verwiesen.

Man könnte nun zwar geneigt sein, an Stelle einer durchgehenden Numerierung der Linien jede zweite Linie zu überspringen und dann zwei neue Zweige einzuführen. Doch führt dies nur zu weiteren und bedenklicheren Schwierigkeiten. Aus dem Kantenschema sind uns ja diejenigen Banden bekannt, die denselben Anfangs- bzw. Endzustand besitzen; durch die Differenzbildung $R(m) - P(m)$ kann man ferner den Anfangsterm ausmerzen, und es müssen dann diese Differenzen bei allen Banden, die denselben Endzustand haben, übereinstimmen. Will man aber umgekehrt den Anfangsterm isolieren, so muß jetzt $R(m)$ mit $P(m-2)$ kombiniert werden, d. h. es muß in der Linienfolge des P-Zweiges um zwei Linien zurückgegangen werden. Führt man nun dieses Verfahren bei den Stickstoffbanden durch, so zeigt es sich, daß die Differenzen nur dann übereinstimmen, wenn man die Linien durchgehend numeriert. Wollte man aber trotzdem jede zweite Linie überspringen, so wäre man gleichzeitig gezwungen, je eine Hälfte der beiden Zweige als Q_1- und Q_2-Zweige mit dem Quan-

1) R. Mecke, Zeitschr. f. Phys. **28**, 261—277, 1924.
2) T. Heurlinger, Diss. Lund, 1918.
3) R. Mecke u. P. Lindau, Phys. Zeitschr. **25**, 277—288, 1924; P. Lindau, Zeitschr. f. Phys. **26**, 313—370, 1924.
4) M. Faßbender, Zeitschr. f. Phys. **30**, 1924.

1) G. H. Dieke, Koninklijke Akad. d. Wetenschappen, 390—400, 1924.

Digitized by Google

tensprung $m \rightarrow m$, die beiden anderen Hälften als R_1- und P_2-Zweig zu deuten, denn jetzt würde $Q_2(m) - P_2(m)$ den Endzustand, $Q_2(m) - P_2(m-1)$ den Anfangszustand isolieren, ebenso $R_1(m) - Q_1(m)$ bzw. $R_1(m) - Q(m-1)$.

Wegen der Feinstruktur hätte man also jetzt die vier Doppelzweige Q_1, Q_2, R_1, P_2, von denen Q_2 und R_1 auf der einen Seite, Q_1, P_2 auf der anderen Seite der Nullinie für sich auf streng kontinuierlichen Kurven lägen. Diese Deutung würde aber allen bisherigen Beobachtungen an Bandenspektren widersprechen und auch sonst das Verständnis für den Aufbau derartiger Spektra sehr erschweren.

Es ist zwar vorläufig noch schwer, den Ursachen dieser Intensitätsanomalie nachzuspüren. Die Tatsache aber, daß der regelmäßige Intensitätswechsel durch eine Ionisierung des Moleküls, also beim Übergang von den positiven zu den negativen Banden, nicht zerstört wird, zwingt uns dazu, die Ursache im inneren Elektronenaufbau des Moleküls zu suchen, der durch Abtrennung äußerer Bindungselektronen nicht wesentlich geändert werden dürfte. Durch eine derartige Abtrennung wird aber die Multiplizität der Feinstruktur geändert und damit gleichzeitig in charakteristischer Weise die Anordnung der Feinstrukturkomponenten, wie die Figur deutlich erkennen läßt. Wegen der weiteren Folgerungen, die sich hieraus ziehen ließen, sei auf meine frühere Veröffentlichung[1]) verwiesen. In diesem Zusammenhang möchte ich nur noch die Versuche von W. Steubing und M. Toussaint[2]) erwähnen, die bei den positiven Stickstoffbanden durch Beimengungen von Edelgasen zum Sticktoff eine Änderung des gegenseitigen Intensitätsverhältnisses der Tripletts fanden. Leider reicht die von ihnen angewandte Dispersion nicht aus, um hieraus Rückschlüsse auf die Beeinflussung des Intensitätswechsels ziehen zu können.

Zum Schlusse sei nun noch auf eine dritte und letzte Intensitätsanomalie hingewiesen, die in engem Zusammenhang mit den Störungen steht. Diese Störungen des Serienverlaufs einer Bande bestehen bekanntlich in einer plötzlichen anomalen Aufspaltung der Feinstrukturkomponenten einer Serienlinie und es wurde der Versuch gemacht, sie als eine Resonanzerscheinung miteinander gekoppelter Schwingungen zu deuten. Eine bestimmte Elektronenfrequenz soll mit der betr. Rotations- und Schwingungsfrequenz in Takt kommen und dadurch eine Linienverschiebung hervorrufen. Nun zeigt sich aber, daß eine derartige Störung auch gleichzeitig mit einer Herabsetzung der Intensität verbunden sein kann. Die Resonanz von Schwingungen würde also gewissermaßen dann die Emission der Linie erschweren. Doch braucht dies nicht unbedingt der Fall zu sein, denn Photometerkurven der charakteristischen Störung λ 3872 in der Cyanbande λ 3883 lassen eine erhebliche Abweichung vom regelmäßigen Intensitätsverlauf nicht erkennen. Bei einer großen Störung in den negativen Stickstoffbanden, die sich durch eine ganze Reihe von Linien hindurch verfolgen läßt, tritt diese Abschwächung jedoch deutlich zutage. Auch bei den positiven Banden finden wir eine Anzahl von Linien plötzlich geschwächt, ohne daß eine Verlagerung der Linien damit verknüpft zu sein scheint, einige Linien scheinen sogar gänzlich auszufallen. Da aber das ganze Tatsachenmaterial über Störungen noch zu ungeklärt ist, möge es mit diesen Hinweisen genügen.

1) R. Mecke, l. c.
2) W. Steubing u. W. Toussaint, Zeitschr. f. Phys. **21**, 128—137, 1924.

L. Grebe (Bonn), Über den Energieverbrauch bei der Luftionisation durch Röntgenstrahlen verschiedener Wellenlänge. (Nach Untersuchungen gemeinsam mit Herrn L. Kriegesmann.)

Die Frage nach dem Energieverbrauch bei der Ionisation durch Röntgenstrahlen ist deshalb von großer Bedeutung, weil fast alle quantitativen Messungen an Röntgenstrahlen sowohl wissenschaftlicher als praktischer Natur nach der Ionisationsmethode ausgeführt werden. Dabei ist meist stillschweigend oder ausdrücklich die Annahme gemacht worden, daß auch für verschiedene Wellenlängen der Ionisationsstrom ein Maß für die Strahlungsenergie bilde, wenn die Ionisation auf vollkommene Absorption der verwendeten Strahlung in dem ionisierten Gase umgerechnet wird. Bei Vergleichen der bolometrisch gemessenen Energie von Röntgenstrahlen zweier verschiedener Wellenlängen mit der durch sie verursachten Luftionisation fand nun Boos, daß der Energieverbrauch für beide Wellenlängen ein verschiedener war, indem ein Strahlengemisch von einer mittleren Wellenlänge 0,325 Å.-E. eine erheblich größere Energie verbrauchte als ein solches von im Mittel 0,56 Å.-E. Dieses Resultat nachzuprüfen und zu erweitern war der Zweck unserer Untersuchung. Die experimentelle Anordnung war die folgende: Ein Röntgenstrahlbündel von möglichst engem Wellenlängenbereich fiel auf eine Bleiplatte, die sich in einem Dewarschen Gefäße befand. In einem zweiten ebensolchen Dewarschen Gefäße befand sich eine gleichgroße Bleiplatte, die

Digitized by Google

elektrisch geheizt werden konnte. Beide Gefäße waren durch eine Kapillare verbunden, in der sich ein Flüssigkeitstropfen befand. Der Stand des Tropfens konnte durch ein 100fach vergrößerndes Mikroskop mit Okularmikrometer abgelesen werden. Der Heizstrom wurde so reguliert, daß der Tropfen bei einfallender Strahlung in Ruhe blieb. Dann ist das Quadrat der Heizstromstärke ein Maß für die Energie der einfallenden Strahlung. Die gleiche Strahlung wurde zur Ionisation der Luft in einer großen Ionisationskammer mit niedrig-atomigen Wänden benutzt. Die Stärke des Ionisationsstroms wurde durch den Abfall eines Fadenelektrometers bestimmt, das über die Sättigungsspannung aufgeladen war und dessen Abfallgeschwindigkeit mit einer Stoppuhr beobachtet wurde.

Eine gewisse Schwierigkeit ergibt sich für die bei unseren Versuchen benutzten kurzen Wellenlängen bei der Berechnung der in der Ionisationskammer wirklich absorbierten Strahlenmenge. Wir haben zu ihrer Berechnung die Messungen der Gesamtschwächung in Wasser, Sauerstoff und Stickstoff herangezogen, die von Richtmeyer und Hewlett herrühren. Für diese Untersuchungen braucht man jedoch nicht die Gesamtschwächungskoëffizienten, sondern die wahren Absorptionskoëffizienten, die aus jenen durch Subtraktion des Streukoëffizienten folgen. Experimentell sind in dem von uns untersuchten kurzwelligen Gebiet weder die Gesamtschwächungskoëffizienten der Luft, noch die Streukoëffizienten genügend bekannt. Es bleibt deshalb für die Bestimmung des wahren Absorptionskoëffizienten nur der Weg übrig, durch eine gewisse Extrapolation der vorhandenen Werte zum Ziele zu kommen. Wir haben zuerst[1]) die Bestimmung in der Weise versucht, daß wir die experimentell sehr gut gesicherten Werte für die Gesamtabschwächung des Wassers nach Messungen von Richtmeyer und Hewlett zugrunde legten und davon den theoretisch nach der Comptonschen Formel berechneten Streukoëffizienten subtrahierten. Wir nahmen dabei an, daß die so erhaltenen Werte des wahren Absorptionskoëffizienten nicht weit von den für Luft geltenden entfernt seien, weil im langwelligen Bezirk die Übereinstimmung recht gut ist. Ein anderer Weg zur Bestimmung der wahren Absorption der Luft ist von Küstner eingeschlagen worden,[2]) indem er die Gesamtschwächungsmessungen der Komponenten des Luftgemisches benutzte und für jede einzelne Komponente die Gültigkeit der Gleichung

$$\frac{\mu}{\varrho} = c \cdot \lambda^3 + \frac{\sigma}{\varrho}$$

annahm, wobei $\frac{\mu}{\varrho}$ der auf die Masseneinheit bezogene Gesamtschwächungskoëffizient und $\frac{\sigma}{\varrho}$ der Massenstreukoëffizient ist, der also hier als konstant angenommen wird. Nach einer von Glocker angegebenen Beziehung wird aus der Absorption der Komponenten die Absorption des Gemisches berechnet. Dieser Weg wäre der unbedingt vorzuziehende, wenn die Gültigkeit der obigen Gleichung für die von uns benutzten kurzen Wellen sichergestellt wäre. Das ist jedoch nicht der Fall, im Gegenteil ist die in der Gleichung enthaltene Konstanz des Streukoëffizienten sicher nicht vorhanden. Auch die Proportionalität des wahren Absorptionskoëffizienten mit der dritten Potenz der Wellenlänge erscheint für dieses kurzwellige Gebiet zweifelhaft, da der Absorptionsvorgang wegen des Auftretens der Streuelektronen nicht mehr der gleiche sein kann wie in dem langwelligeren Gebiet, in dem die Rückstoßelektronen nicht auftreten. Die hier besprochene Schwierigkeit bringt eine große Unsicherheit in die Auswertung unserer Messungen, da die beiden besprochenen Berechnungsmethoden zwar für die längsten der benutzten Wellenlängen eine ziemlich gute Übereinstimmung ergeben, für die kürzeren Wellen aber stark differieren. Es ist wohl anzunehmen, daß die aus der Wasserabsorption gefolgerten Absorptionskoëffizienten wegen des Vorwiegens des Sauerstoffs etwas zu groß, die aus der λ^3-Beziehung errechneten wegen des konstant angenommenen Streukoëffizienten zu klein werden, so daß die richtigen Werte zwischen beiden liegen dürften[1]). Doch glaube ich, daß die erste Methode die bessere Annäherung gibt. Bildet man in willkürlichem Maße das Verhältnis von Energie zu Ionisation, so ergibt sich folgende Tabelle:

Wellenlänge	$\left(\frac{E}{J}\right)_1$	$\left(\frac{E}{J}\right)_2$
0,397	10,4	10,1
0,333	12,4	11,2
0,275	18,8	14,2
0,205	26,5	14,2
0,166	33 5	15.7

Dabei bedeuten $\left(\frac{E}{J}\right)_1$ und $\left(\frac{E}{J}\right)_2$ die nach den beiden beschriebenen Methoden berechneten

1) Grebe u. Kriegesmann, Zeitschr. f. Phys. **28**, 91 ff., 1924.

2) Küstner, Strahlentherapie **27**, 1 ff., 1924.

1) Dasselbe folgt aus einer Arbeit von Küstner, Zeitschr. f. Phys. **27**, 124, der die Wirkung des Comptoneffektes in ähnlicher Weise diskutiert.

Digitized by Google

Werte. Man sieht, daß bei beiden Berechnungsarten der Energieverbrauch für gleiche Ionisierung in dem von uns untersuchten Wellenlängenbereich mit abnehmender Wellenlänge wächst, so daß sich also das seinerzeit von Boos gewonnene Resultat bestätigt. Die Zahlen für die Absolutwerte werden in der demnächst erscheinenden Dissertation des Herrn Kriegesmann mitgeteilt werden.

Was nun die Theorie der Erscheinung angeht, so habe ich vor kurzem versucht, wenigstens qualitativ die Art der Abhängigkeit zu erklären. Ich habe dabei mit Holthusen die Annahme gemacht, daß bei dem Ionisationsvorgang die absorbierte Röntgenstrahlenenergie sich in kinetische Energie von Elektronen umsetzt, die ihrerseits die Ionisierung bewirken. Holthusen hat unter Benutzung von Zahlen, die Lenard zusammengestellt hat, gezeigt, daß bei zunehmender Geschwindigkeit der Elektronen die gebildete Ionenzahl schneller steigt als die Energie der erzeugenden Elektronen. Um das Ergebnis des Experimentes zu erklären, müßte man also annehmen, daß bei den kurzen Wellen die gebildeten Elektronen im Durchschnitt langsamer seien, als bei den längeren Wellen. Das ist nun ganz im Widerspruch mit der bisher vertretenen Ansicht, daß die primären Elektronen einem lichtelektrischen Effekt ihre Entstehung verdanken. Dann müßte die Sache gerade umgekehrt sein, da die Photoelektronen mit abnehmender Wellenlänge des erregenden Lichtes immer schneller werden. Nun wissen wir aber durch die Untersuchungen von Compton, daß bei dem Vorgange der Streuung langsame Elektronen gebildet werden, deren Zahl gegen die Photoelektronen mit abnehmender Wellenlänge immer mehr zunimmt. Dann überwiegen also die kürzeren Wellen immer mehr diese langsamen Elektronen, die verhältnismäßig viel Energie verbrauchen, dabei aber eine verhältnismäßig schwache Ionisation liefern. Unser experimentelles Ergebnis wird also dem Sinne nach vollständig erklärt. Wie lange dieses Anwachsen des Energieverbrauchs nach kurzen Wellen dauert, kann natürlich nur durch eine quantitative Ausführung dieser Überlegung ermittelt werden, zu der aber wegen unserer Unkenntnis der Verteilung zwischen Photoeffekt und Comptoneffekt bisher die Unterlagen fehlen.

Diskussion.

Herr Kulenkampff: Seit längerer Zeit bin ich mit Messungen gleicher Art, unter Benutzung einer empfindlichen Thermosäule, beschäftigt; allerdings bei wesentlich weicherer Strahlung. Abschließende Resultate kann ich noch nicht angeben; nach den vorliegenden Messungen dürfte für die Wellenlänge 1,54 Å.-E. die zur Erzeugung je eines Ionenpaares nötige Energie etwa 30 Volt betragen. Andererseits hat C. T. R. Wilson aus seinen neuen Nebelaufnahmen für die Wellenlänge 0,56 Å.-E. diesen Betrag zu 26 Volt abgeleitet, so daß hier eine wesentliche Abhängigkeit von der Wellenlänge nicht vorhanden zu sein scheint.

Grebe: Auch ich glaube, daß die starke Wellenlängenabhängigkeit erst im kurzwelligen Spektralgebiet vorhanden ist, da hier erst die Compton-Elektronen entscheidend mitwirken. Übrigens mache ich nochmals auf die Unsicherheit in der Wellenlängenabhängigkeit infolge der ungenauen Kenntnis der wahren Absorptionskoeffizienten aufmerksam.

Anmerkung bei der Korrektur am 12. November 1924. Die absolute Auswertung der Resultate ergibt für die Wellenlänge 0,397 Å.-E., wo die Unsicherheit in den Absorptionskoeffizienten noch nicht besteht, einen Energieverbrauch von 87 Volt pro Ionenpaar. Dieses Resultat spricht in Verbindung mit dem Werte des Herrn Kulenkampff ebenfalls für eine Zunahme des Energieverbrauchs im Gebiete der kurzen Wellen.

J. Tuma (Prag), Kinematographische Darstellung Hertzscher Wellen. (Mit Tafel VI.)

Seit langem empfand ich bei meinen Vorlesungen das Bedürfnis, das Bild, welches man sich über die Konstitution und Ausbreitung eines elektrischen Feldes macht, eindringlicher vorzuführen, als dies mit den mir bekannten bisherigen Mitteln möglich ist. Schließlich entschloß ich mich, die kinematographische Darstellung zu versuchen. Heinrich Hertz hat in seiner Abhandlung über die Ausbreitung der elektrischen Kraft bekanntlich die Gleichungen für die Ausbreitung der von seinem Erreger erzeugten elektrischen Wellen aufgestellt und nach diesen in mehreren Figuren die Gestalt des Feldes in einigen Phasen konstruiert. Es handelte sich also nur darum, noch einige Zwischenphasen hinzuzufügen und die Bilder zu einem Trickfilm zu vereinigen. Fraglich aber erschien es, ob es besser sei, an der Darstellung des Feldes durch Zeichnen der Verschiebungslinien, wie man dies gewöhnlich macht, festzuhalten oder in geraden vom Zentrum des Erregers gezogenen Strahlen äquidistante Punkte in ihren jeweiligen Verschiebungsphasen zu markieren. Diese letztere Darstellungsweise hätte den großen Vorzug, daß sich dem Beschauer sofort die Transversalität der Wellen

Digitized by Google

bemerkbar machen würde, während die erstere durch die abwechselnde Verdichtung der Linien vielmehr den Eindruck eines longitudinalen Vorganges hervorruft. Leider tritt aber bei der punktweisen Darstellung das Wesentliche am Ausbreitungsvorgange derart in den Hintergrund, daß ich mich doch zur Verwendung der herkömmlichen Art entschließen mußte. Es bleibt also nichts anderes übrig, als die scheinbare Longitudinalität durch die Erklärung ins Transversale zu übersetzen, daß man sich richtigerweise an einer jeden Stelle die Ätherelemente in der Richtung der Verschiebungslinien um Strecken verschoben zu denken hat, welche einer von Hertz angegebenen Formel entsprechen.

Hertz hat bereits das Feld durch eine um den schwingenden Dipol gelegte Kugel derart geteilt, daß er die Gültigkeit seiner Gleichungen nur für deren Außenraum behauptet. Im Innenraum sind die Amplituden der dielektrischen Verschiebungen so groß, daß hier die Genauigkeit der Gleichungen nicht mehr ausreicht. Dies läßt sich dahin deuten, daß vor Eintritt der oszillatorischen Entladung zwischen den Erregerkörpern das von ihnen erzeugte elektrische Feld merklich nur auf diese Wirkungssphäre beschränkt ist. Was sich dann während der Schwingungen in derselben abspielt, zu erklären, ist eben wegen der Ungültigkeit der Hertzschen Gleichungen einigermaßen Sache der Phantasie. Ich pflege meinen Hörern etwa zu sagen: Wenn der erste Elektrizitätsübergang in Gestalt eines zentralen Fadens zwischen den Erregerkörpern einsetzt, so muß in dem diesen Faden umgebenden Raume in einem jeden Momente eine der übergegangenen Elektrizitätsmenge gleiche dielektrische Verschiebung verschwinden. Dies geschieht zunächst in unmittelbarer Nähe des Stromfadens und es wird gleichzeitig die Verarmung an dielektrischer Verschiebung aus der weiteren Umgebung zum Teile wieder ersetzt, indem von hier die Verschiebungslinien gegen den zentralen Faden rücken. In noch weiteren Gebieten kommt dieser Ersatz dadurch zustande, daß sich die Verschiebungslinien ein- und schließlich auch abschnüren.

Diesen letzteren Vorgang kann man dann schon an dem kinematographischen Bilde sehen. In diesem ist (Fig. 1) die statische Wirkungssphäre der Erreger durch eine dunkle Scheibe gekennzeichnet. Eine äquatoriale durch das Bild gezogene Gerade stellt in den ersten Bildern des Films, bei welchen vorausgesetzt ist, daß die Entladung noch nicht begonnen hat, zwei Strahlen in der Äquatorebene vor. Sobald die Entladung beginnt, kriechen aus der Wirkungssphäre Verschiebungslinien hervor (Fig. 2). Man sieht (Fig. 3), wie sich diese schließlich abschnüren. Die abgetrennten Verschiebungswirbel wandern fort und enthalten die ausgestrahlte Energie, während die innerhalb der Wirkungssphäre restierenden Verschiebungslinien sich in den Stromfaden zurückziehen und die Energie für die Fortsetzung der gedämpften Schwingungen enthalten. Allerdings wird dies, da es sich innerhalb der Wirkungssphäre abspielt, in dem kinematographischen Bilde nicht dargestellt. Um nun die Transversalität zum Ausdrucke zu bringen, wurden nach dem von Hertz aufgestellten Satze, daß die Verschiebungsamplituden einem einer jeden Verschiebungslinie zugeordneten Werte direkt und dem senkrechten Abstande von der Achse des Dipols verkehrt proportioniert ist, die Verbindungslinie der Elongationen der Punkte in den äquatorialen Strahlen gezeichnet, wodurch die nach beiden Richtungen als Beispiele eingezeichneten fortlaufenden Transversalwellen entstanden.

Der Film wurde nach den von meinen Assistenten angefertigten Zeichnungen im Atelier der Slaviafilm A. G. in Prag kostenlos hergestellt, wofür ich an dieser Stelle meinen Dank zum Ausdrucke bringe. Sollte jemand von den verehrten Herren Kollegen ebenfalls in den Besitz eines solchen Films kommen wollen, so erbitte ich eine diesbezügliche Nachricht an meine Adresse. Die bezeichnete Filmgesellschaft hat sich bereit erklärt, Kopien möglichst billig herzustellen.

Diskussion.

P. Cermak macht den Vortragenden aufmerksam, daß ein ganz ähnlicher Film im Gauverein Hessen vor Jahresfrist gezeigt wurde. Der dort gezeigte Film ist auf Veranlassung W. Königs (Gießen) vom verstorbenen Geh. Schulrat Münch konstruiert worden.

Friedrich v. Rautenfeld (Würzburg), Elektrizitätsleitung in Steinsalz und Kalkspat bei hohen Temperaturen. (Gekürzt.)

Die Röntgenspektrometrie erweist jeden Kristall als relativ starres Gitter aus Ionen, die nicht frei beweglich sind wie in flüssigen Elektrolyten. Trotzdem zeigen auch isolierende Kristalle bei hohen Temperaturen eine überraschend große Leitfähigkeit (*LF*). Einen Beitrag zu dieser Frage gab ich bereits früher [1]) und bringe dazu Ergänzungen, zugleich mit Berichtigung einiger Fehler [2]).

1) Ann. d. Phys. **72**, 617, 1923.

2) Die spezifischen *LF*-Werte sind um 1 Zehnerpotenz zu groß; außerdem sind sie in Tab. 1 und 2 zu multiplizieren mit 0,36 und in Tabelle 3d mit 0,9.

Digitized by Google

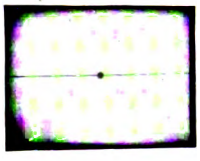


Fig. 1.

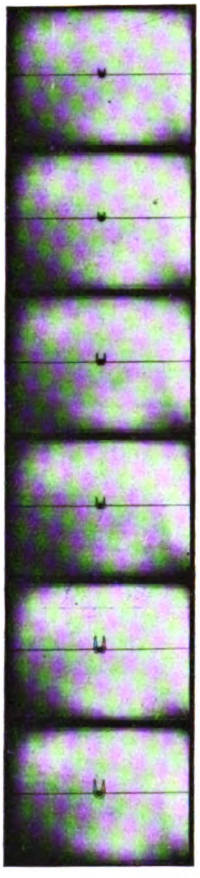


Fig. 2.

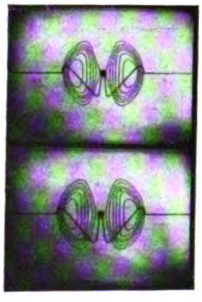


Fig. 3.

Digitized by Google

Digitized by Google

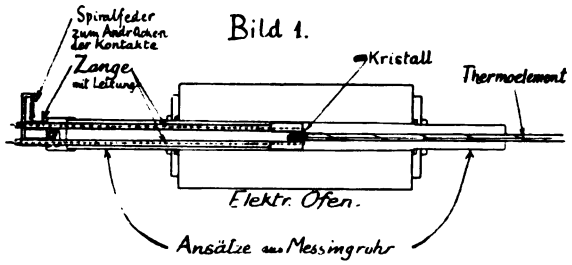


Bild 1.

Bild 1: Die Kristallplatten, beiderseits durch Kathodenzerstäubung mit Platin belegt, lagen zwischen Platinplättchen in einer Zange aus Marquardtrohren, durch welche die Leitungen zu einer Brückenanordnung für Wechselstrom der Frequenz 1000/sek mit Telephon führten. Die mittlere Spannung am Kristall betrug gegen 40 Volt, die Stromstärke 2—3 Milliamp., die Elektrodengröße 1 qcm, die Kristalldicke 2 mm.

Bild 2.

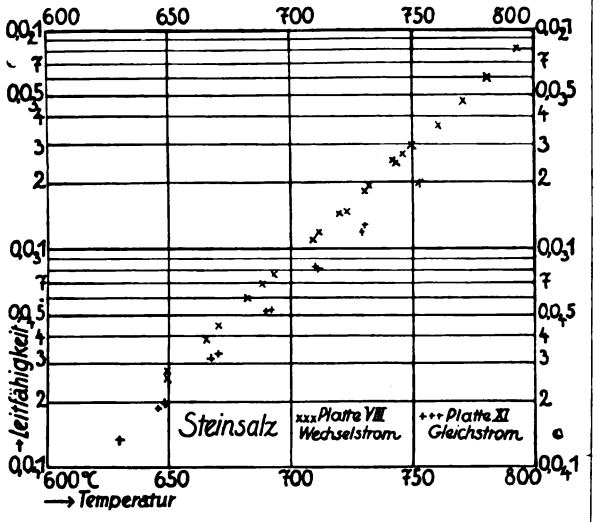


Bild 2: Steinsalz konnte ich zwischen 500 und 790 ^{0} C untersuchen. Es leitet, auch abgesehen von den Verunreinigungen, elektrolytisch, wie Noack[1]) durch Nachweis des Faradayschen Gesetzes gezeigt hat. Ich fand zwischen 650 und 790 ^{0} die Abhängigkeit der *LF* von der Temperatur, wie sie Benrath[2]) auch für andere Salze — allerdings in Pastillenform — mitteilt:

$$\sigma = a \cdot e^{b \cdot t} = a \cdot e^{b' \cdot T},$$

wo σ die *LF*, T die absolute Temperatur und a und b Konstanten sind. Das gilt für Spaltplatten sowohl bei Wechselstrom wie bei Gleichstrom. Die richtigen Werte zeigt Tab. I.

Tabelle I.

Spezifische Leitfähigkeit von Steinsalz.

Platte VIII, Wechselstrom		Platte XI, Gleichstrom	
Temperatur ^{0}C	Leitfähigkeit 1/cm Ohm	Temperatur ^{0}C	Leitfähigkeit 1/cm Ohm
649	$0{,}0_4256$	630	$0{,}0_4135$
682	593	670	333
709	$0{,}0_3109$	711	805
750	293	753	$0{,}0_31988$
793	813		

Bild 3.

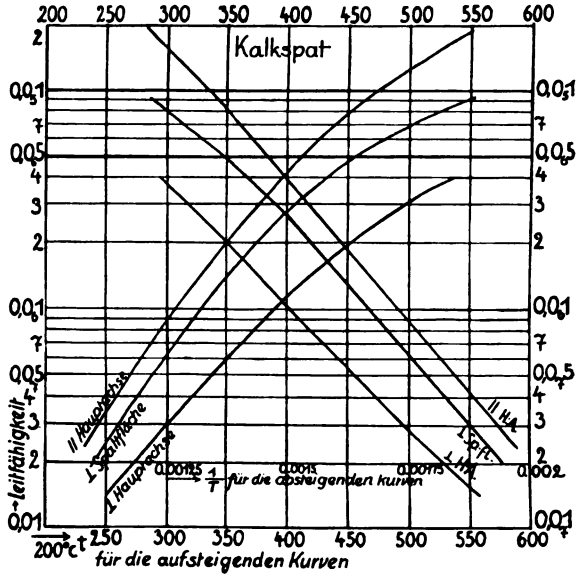


Bild 3: Anders bei Kalkspat, den ich nur bis 550 ^{0} C untersuchen konnte, ohne daß er zersprang, der aber nach Szlenker[1]) auch schon bei niederer Temperatur elektrolytisch leitet. Ich fand zwischen 250 und 550 ^{0} eine Abhängigkeit nach dem Gesetz für Isolatoren[2])

$\sigma = C \cdot e^{-\frac{\nu}{T}}$, wo C eine Konstante und ν eine konstante Wärmegröße ist. Diese Kurve finde ich für die *LF* in Richtung der Hauptachse, während senkrecht zu ihr — bei geringerer Genauigkeit — die Kurve vielleicht ähnlich, aber anders geneigt liegt; senkrecht zur Spaltfläche (Rhomboederfläche) scheint die Kurve unterhalb 400 ^{0} der ersten und oberhalb der zweiten Kurve parallel zu laufen.

1) F. Noack, Diss. Greifswald 1919. Nach freundlicher Mitteilung des Herrn Prof. Stark.
2) A. Benrath, Zeitschr. f. phys. Chem. **64**, 698, 1908.

1) K. Szlenker, Diss. München 1913.
2) Vgl. E. Rasch u. F. W. Hinrichsen, Zeitschr. f. Elektroch. **14**, 41, 1908.

Digitized by Google

Tabelle II.

Spezifische Leitfähigkeit von Kalkspat.

Temperatur °C	Leitfähigkeit in 1/cm Ohm in der Richtung: ∥ Hauptachse	⊥ Spaltfläche	⊥ Hauptachse (in Klammern Prozentwerte)	
250	$0{,}0_7$ 33 (100)	$0{,}0_7$ 24 (73)	$0{,}0_7$ 14 ($42\frac{1}{2}$)	
300	86 (100)	60 (70)	29 (34)	
350	$0{,}0_6$ 200 (100)	$0{,}0_6$140 (70)	58 (29)	
400	425 (100)	280 (66)	$0{,}0_6$110 (26)	
450	800 (100)	470 (59)	200 (25)	
500	$0{,}0_5$1300 (100)	690 (53)	310 (24)	
550	1900 (100)	910 (48)	430 (23)	
200° Verhältnis wie	1,4	zu 1	zu 0,77	

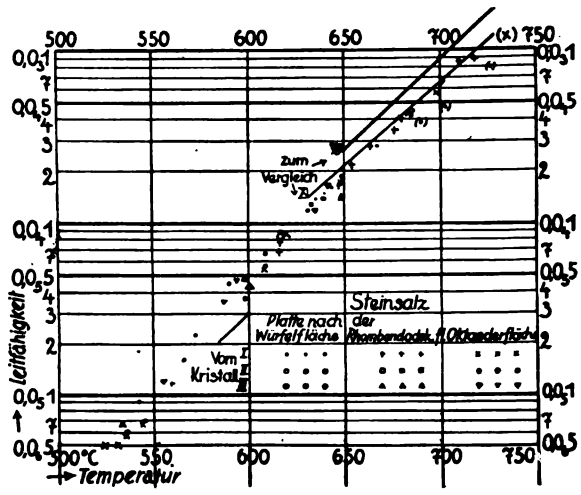
Tab. II enthält interpolierte *LF*-Werte und in Klammern Prozentzahlen. Für 200° hätte man Verhältnisse wie bei den Abständen der gleichnamigen Atome *Ca* oder *C* in den drei Richtungen oder wie bei den Dichten der jene drei Flächen durchstoßenden Ionenstäbe — letzteres aber nur dann, wenn die Stäbe in den beiden ersten Richtungen, wo sich *Ca* und *C* auf jedem Stab abwechseln, doppelt gezählt werden. Ohne auf Theorien einzugehen, gebe ich zu bedenken, daß vielleicht unter 500° die Eigenleitfähigkeit des Kristalls noch kaum in Erscheinung tritt.

Für Steinsalz hatte Braun[1]) ein anderes Verhältnis gefunden: entsprechend den linearen Dichten der Atome in den drei Flächen (des Würfels, Rhombendodekaeders und Oktaeders). Noack fand ähnliche Verhältnisse auch bei hohen Temperaturen. — Bild 4: Ich habe mit Wechselstrom zwischen 500 und über 700° C keine Unterschiede für die drei Richtungen finden können. Ebenso hat Joffé[2]) an reinen Alaunkristallen nachgewiesen, daß die *LF*-Fläche in regulären Kristallen eine Kugel ist.

Meine neueren Platten zeigten unterhalb 650° Abweichungen vom einfachen Exponentialgesetz in Richtung des Gesetzes für Isolatoren, was vielleicht auf Rechnung von Einschlüssen zu schieben ist. Ferner sank bei vielen Platten gegen 700° oder schon früher die *LF*, um auf einer niedrigeren Kurve parallel der früheren zu verlaufen (4 Werte sind auf Bild 4 eingeklammert). Das wiederholte sich bei neuem Erhitzen, während neues Bestäuben oft auf die alten Werte zurückführte. Das beruht wohl auf einer Veränderung der Platinschichten mit Verkleinerung der Kontaktoberflächen. Es können aber auch Bläschen eine Rolle spielen, die sich bei diesen Temperaturen besonders bei Stromdurchgang leicht bilden oder vergrößern.

1) F. Braun, Wied. Ann. **31**, 872, 1887.
2) A. Joffé, Ann. d. Phys. **72**, 495, 1923.

Bild 4.



Leider konnte ich, aus von mir unabhängigen Gründen, diese Fragen nicht weiter verfolgen. Ich will auch von Theorien noch absehen, so lange weitere Kristalltypen, auch bei anderen Temperaturen, nicht geprüft sind.

Diskussion.

Herr Gudden: Versuche in großem Temperaturbereich sprechen auch beim *NaCl* für die Überlegenheit der van t'Hoffschen Formel. Nur in einem kleinen Temperaturbereich in der Nähe des Schmelzpunktes paßt sich meist die einfache *e*-Funktion den Beobachtungen besser an.

Die höheren Leitfähigkeitswerte bei Ersterhitzung scheinen nach Beobachtungen v. Seelens mit der stets vorhandenen Spannungsdoppelbrechung zusammenzuhängen. Die Erscheinung fehlt in spannungsfreien Kristallen, wie sie bei sehr sorgfältigem Abkühlen erhalten werden können.

Herr v. Rautenfeld: Den Einfluß von Spannungen will ich nicht leugnen; ich möchte aber[1]) die zu kleinen *L·F*-Werte bei starker Erhitzung Unebenheiten der Elektrodenflächen zuschreiben, wie man sie auch unterm Mikroskop sehen kann.

1) Nachtrag bei der Korrektur.

Th. Kaluza (Königsberg), Zur Relativitätstheorie.

Das Interesse an den Grundlagen der speziellen Relativitätstheorie scheint trotz der stattlichen Reihe von Jahren, die seit ihrem Auftauchen verstrichen sind, und trotz der schier unübersehbaren Fülle von Arbeiten, die diese Grundlagen behandeln, noch immer nicht erloschen zu sein. Noch lange nicht verstummt

Digitized by Google

sind jedenfalls die Einwände, die von philosophischer Seite her immer wieder gegen diese Theorie erhoben werden, und wenn man auch — als Physiker — diesen Einwürfen im allgemeinen leicht entgegenzutreten vermag, so wird anderseits, glaube ich, auch mancher Physiker zugeben, daß man sich beim Durchdenken der Theorie hie und da nur schwer einer — ich möchte sagen: — unbehaglichen Regung des erkenntnistheoretischen Gefühls erwehren kann, etwa an der Stelle, an der das sogenannte „Lichtprinzip" (das Prinzip von der Konstanz der Vakuumlichtgeschwindigkeit) in den Aufbau der Relativitätslehre eingreift. Dies unbehagliche Gefühl verdichtet sich dann leicht bei den Philosophen zu dem Vorwurf, daß hier ein „spezieller" Naturvorgang, eben die Lichtausbreitung, zur Definition der Gleichzeitigkeit, also eines hochgradig aprioristisch anmutenden Begriffes benutzt wird; auf der andern Seite sind ja auch die nicht ganz unbeträchtlichen Meinungsverschiedenheiten wohlbekannt, die sich gerade bezüglich der Rolle, die dem Lichtprinzip zukommt, selbst bei berufenen Interpreten der Theorie vorfinden.

Es müßte nun, meine ich, durchaus erwünscht und befriedigend sein, wenn es gelänge, die Theorie, ohne an ihrem Ganzen etwas zu ändern, so aufzubauen, daß dem hervorgehobenen Einwand von vornherein der Boden entzogen wäre. Es sei mir nun gestattet, meine Überlegungen dazu in aller gebotenen Kürze hier vorzulegen.

Solange man sich von Anfang an auf die Betrachtung nur zweier gegeneinander bewegter Systeme beschränkt, verfällt man natürlich mit Sicherheit dem Circulus vitiosus, daß man — kurz gesagt — Geschwindigkeiten erst messen kann, wenn man die Zeitvergleichung beherrscht und vice versa; man kann diesem Dilemma tatsächlich wohl nur so entrinnen, daß man seine Zuflucht zu einer Art Normal- oder Eichgeschwindigkeit, eben der Lichtgeschwindigkeit nimmt.

Das Bild ändert sich aber wesentlich, wenn man von vornherein sein Augenmerk auf drei gegeneinander bewegte Systeme richtet. Man kann dann, und erst dann, ohne vorhergehende Zeitvergleichung und auch ohne an das Lichtprinzip zu appellieren, dennoch Daten angeben, die — allgemein gesprochen — das „Tempo" des ganzen Bewegungsablaufes charakterisieren. Dies geschieht in folgender Weise:

Die drei, der Einfachheit halber linear angenommenen Systeme seien S_1, S_2, S_3, ihre Nullpunkte bzw. O_1, O_2, O_3. Man kann jetzt — erstens — ohne jede Uhr feststellen, in welchem Punkte P_1 von S_1 die Nullpunkte O_2 und O_3 einander begegnen, oder um es ganz grob anschaulich zu machen: Wenn aus Richtung Kufstein zwei Züge, ein Güterzug und ein Schnellzug, gegen Innsbruck rollen, dann kann man erstens feststellen, bei welchem Kilometerstein der Strecke der Schnellzug den Güterzug überholt. Zweitens aber kann man, lediglich an einer einzigen Uhr in O_1 das Zeitintervall ablesen, das zwischen dem Durchgang von O_2 und O_3 durch O_1 verstreicht, oder, um auf das Bild zurückzugreifen, man kann an der (allein vorhanden gedachten) Bahnhofsuhr in Innsbruck feststellen, um wieviel Minuten der Güterzug später hier eintrifft als der Schnellzug; mit anderen Worten, man kann den Mehraufwand an Zeit feststellen, den etwa das System S_2 zum Durchlaufen der Strecke P_1O_1 braucht gegenüber dem System S_3 oder man kann, wenn man noch auf die Einheitsstrecke reduziert, „Aufwanddifferenzen" konstatieren. (Es ist eben hier, wie übrigens vielerorts in der Physik, zweckmäßig, anstatt des Begriffes „Geschwindigkeit" den zu ihm reziproken des (spezifischen) Zeitaufwandes oder kurz „Aufwandes" von der Dimension [cm sec^{-1}] zu benutzen). Über diese Feststellung von Aufwanddifferenzen hinaus gelangt man aber ohne neue Annahme nicht; man ist — vergleichsweise zu reden — etwa in der Lage, Temperaturdifferenzen messen zu können, ohne aber noch eine Skala κατ' ἐξοχήν, einen absoluten Nullpunkt zu besitzen.

Denkt man sich jetzt die Achse von S_1 dicht mit gleich schnellaufenden Uhren besetzt (zur Synchronisierung braucht man ja bekanntlich nur ein Homogenitätspostulat für Raum und Zeit), die aber nicht gegeneinander gestellt zu sein brauchen (also keine Zeitvergleichung nötig!), so kann man noch nachprüfen, ob die gemessene Aufwanddifferenz proportional mit der durchlaufenen Strecke wächst, mit anderen Worten, ob die Bewegungen von S_2 und S_3 „zueinander gleichförmig" erfolgen oder nicht. Ob jede einzelne Bewegung für sich gleichförmig vor sich geht, läßt sich natürlich nicht entscheiden, so lange es an einem ausgezeichneten Nullpunkt für die ganze Aufwandrechnung fehlt.

Auch die naheliegende Forderung, daß entgegengesetzte Bewegungsrichtung (die unmittelbare Erkennbarkeit der Richtung vorausgesetzt) auch entgegengesetztes Vorzeichen für die Aufwandgröße bedingt, vermag höchstens den gesuchten Nullpunkt an ein enges Intervall zu bannen, nicht aber ihn eindeutig festzulegen, da es ja nicht beliebig große Geschwindigkeiten (beliebig kleine Aufwände) gibt.

Und doch kommt man weiter und zwar, worauf es uns ja ankommt, ohne Benutzung des Lichtprinzipes, wenn man noch eine fast triviale Forderung hinzunimmt. Die Situation ist ja, da sich die für das erste System geschilderten Beobachtungen analog in S_2 und S_3

Digitized by Google

anstellen lassen, die folgende: Bezeichnet a_{ik} den auf S_i und irgendeinen Aufwandsnullpunkt bezogenen Aufwand der Bewegung von S_k (alle Bewegungen zueinander gleichförmig vorausgesetzt), so lassen sich von den sechs Größen

$$\begin{matrix} \cdot & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & \cdot & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & \cdot \end{matrix}$$

die drei Differenzen

$$\left.\begin{aligned} a_{12} - a_{13} &= d_1 \\ a_{23} - a_{21} &= d_2 \\ a_{31} - a_{32} &= d_3 \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

nach Obigem direkt beobachten; es fehlen also zur eindeutigen Ermittelung der a_{ik} noch drei Bedingungen. Wir benutzen dazu dreimal das naheliegende Postulat, daß der Aufwand von S_k auf S_i bezogen entgegengesetzt (der Richtungsumkehr wegen) gleich sein soll dem Aufwand von S_i bezogen auf S_k[1]), d. h.

$$a_{ik} + a_{ki} = 0 \text{ („Symmetriepostulat“).} \quad (2)$$

Es wird dann aus (1):

$$\left.\begin{aligned} a_{12} + a_{31} &= d_1 \\ a_{23} + a_{12} &= d_2 \\ a_{31} + a_{23} &= d_3 \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

mit der Lösung:

$$\left.\begin{aligned} a_{12} &= \tfrac{1}{2}(d_1 + d_2 - d_3) \\ a_{23} &= \tfrac{1}{2}(d_2 + d_3 - d_1) \\ a_{31} &= \tfrac{1}{2}(d_3 + d_1 - d_2); \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

damit sind die einzelnen Aufwände, somit auch die Aufwandsnullpunkte in den drei Systemen völlig bestimmt. Dadurch ist aber auch der Begriff der Gleichzeitigkeit implizit definiert; ich brauche ja nur die längs der einzelnen Systemachsen verteilten Uhren nachträglich so zu stellen, daß die nach (4) errechneten Aufwände von ihnen angezeigt werden, und dies alles ist möglich ohne jede Benutzung des Lichtprinzipes.

Über den Zusammenhang der Zeitsysteme in S_1, S_2 und S_3 ist damit aber noch nichts ausgemacht; dieser kann vorerst noch ein ganz beliebiger, unter anderem also der klassische oder der relativistische sein. Aus allgemeinen Erwägungen (Symmetrieverhältnisse, Homogenität der Welt, Eindeutigkeit des Naturgeschehens und ähnlichem) kann man höchstens schließen, daß sich dieser Zusammenhang in dem Verschwinden einer ganzrationalen symmetrischen Funktion in den Aufwänden a_{ik} kundtun muß, für die sich dann aus der Betrachtung von Sonderfällen (zwei der Systeme ruhen gegeneinander) im wesentlichen die Form ergibt:

$$a_{12}a_{23} + a_{23}a_{31} + a_{31}a_{12} + \text{const} = 0. \quad (5)$$

Verschwindet die Konstante, so drückt (5), wie leicht zu verifizieren, das klassische Additionstheorem der Geschwindigkeiten aus; ist die Konstante positiv, etwa gleich a^2, so hat man das Einsteinsche Additionstheorem vor sich und a erweist sich als invarianter Aufwand (entsprechend einer invarianten Geschwindigkeit); auch ist es leicht, von da aus, in bekannter Weise, zur Lorentztransformation zu gelangen. Wäre endlich die Konstante negativ, so hätte man eine andere Art „nichtgalileischer“ Physik, in der eine Spaltung nach Raum und Zeit nicht mehr angängig wäre.

Zur Entscheidung dieser Disjunktion muß natürlich das Lichtprinzip oder ein äquivalenter Ersatz herangezogen werden. Das in Aussicht gestellte Ziel aber, eine Zeitvergleichung ohne Bezugnahme auf die Lichtausbreitung durchzuführen, ist bereits vorher erreicht.

1) Die Bewegungen werden damit auch zu schlechthin gleichförmigen gestempelt.

H. Rausch v. Traubenberg (Prag), Über Asymmetrien in der Intensitätsverteilung des von Kanalstrahlen ausgesandten Lichtes[1]).

Die von J. Stark entdeckte und von ihm in Verbindung mit Kirschbaum und Lunelund[2]) näher untersuchte teilweise Polarisation der bewegten Intensität von Wasserstoff-Kanalstrahlen berechtigt zu dem Schluß, daß die bewegten, Licht emittierenden Atome im Kanalstrahl in gewisser Weise ausgerichtet fliegen. Dieses Verhalten der Atome sowie eine gewisse mögliche Asymmetrie des angeregten (bewegten) Wasserstoff-Atoms, welche ich aus den von mir beobachteten Polarisationserscheinungen von Wasserstoff-Kanalstrahlen im Magnetfelde[3]) vermutete, veranlaßte mich dazu, die Strahlungs-Intensität von Wasserstoff-Kanalstrahlen in Richtung ihrer Bewegung und entgegengesetzt zu vergleichen, um zu entscheiden, ob sich im Strahlungsfelde ebenfalls Asymmetrien bemerkbar machen würden. Der gleiche Versuch war bereits von J. Stark im Jahre 1910: „Zur experimentellen Entscheidung zwischen Lichtquanten-Hypothese und Äther-Wellentheorie“ angestellt worden[4]). Die Starkschen Messungen ergaben damals für Wasserstoff kein positives Ergebnis[5]). Ich bediente mich bei meinen Versuchen einer anderen Anordnung wie Stark und benutzte eine Kanalstrahlen-Röhre, welche aus einem langen nach oben gerichteten Teil, in welchem sich die Anode be-

1) Dieser und der folgende Vortrag wurden in Innsbruck wegen Zeitmangel nicht gehalten.

2) Stark u. Lunelund, Ann. d. Phys. **46**, 68, 1915.

3) Rausch v. Traubenberg, Die Naturwissenschaften 1924, S. 118.

4) J. Stark, Phys. Zeitschr. **11**, 179, 1910.

5) Bei *Hg*-Kanalstrahlen zeigte sich jedoch eine solche Asymmetrie.

Digitized by Google

fand, und einem kurzen horizontalen Teil bestand, welcher an einem Ende durch die ca. 3 cm lange Aluminium-Kathode (Bohrung 3 mm mit Planglas bedeckt) und am anderen Ende durch ein Planglas verschlossen war. Die Kathodenstrahlen wurden durch einen Magneten in den oberen Teil hineingebogen, in welchem sich auch das Glimmlicht ausbildete, so daß man die Möglichkeit hatte, den Kanalstrahl allein, ohne Anwesenheit störender leuchtender Teile der Entladung, von beiden Seiten zu beobachten.

Der Kanalstrahl hatte mit Pinsel eine Länge von ca. 4,5 cm. Die Röhre wurde auf einer Zeißschiene montiert, der Strahlengang durch gleiche Blenden nach beiden Seiten symmetrisch begrenzt. Die Intensität des vom Kanalstrahle ausgesandten Lichtes, wurde in beiden Richtungen mit Hilfe eines Spektralphotometers nach Lunkenheimer ausgemessen, welches in genau gleichem Abstand von der Kanalstrahlenmitte aufgestellt wurde. Dabei bildete der in seiner Länge ca. 1 mm begrenzte Spalt des Photometers die engste Blende. Für möglichste Konstanz der Entladungsbedingungen während einer Meßreihe wurde gesorgt. Die Messungen ergaben bei der Linie H_β (andere Linien konnten bei der Lichtschwäche der Optik nicht untersucht werden) in reinem Wasserstoff ein Überwiegen der Strahlungsintensität in der Bewegungsrichtung der Kanalstrahlen von ca. 40—50 Proz., während in absichtlich unreinem Wasserstoff nur ein erheblich geringerer Effekt beobachtet wurde. Ein deutlicher Einfluß der Entladespannung ließ sich nicht konstatieren[1]). Leider ließ die geringe Dispersion des Photometers keine Trennung von ruhender und bewegter Intensität zu. Immerhin zeigen die Versuche mit reinem und unreinem Wasserstoff, daß die Asymmetrie des Strahlungsfeldes wohl zum größten Teil im Verhalten der bewegten Intensität zu suchen sein wird, da nur in reinem Wasserstoff die bewegte Intensität relativ stark im Vergleich zur ruhenden ist. Die Erklärung des beobachteten Effektes bereitet vorläufig noch einige Schwierigkeiten. Jedenfalls haben wir es hier mit Lichtzentren zu tun, die bis zu einem gewissen Grade ausgerichtet sind und sich außerdem in einer bestimmten Richtung schnell bewegen, ein Umstand, der bei anderen Lichtquellen nicht erfüllt ist. Ob sich die Versuche nur im Sinne einer Nadelstrahlung oder auch auf Grund der Kugelwellenstrahlung deuten lassen, bleibt abzuwarten. Ebenso, ob Zusammenhänge bestehen zwischen der hier gefundenen Erscheinung und dem eigentümlichen von Wilsar und Stark gefundenen Intensitätsunterschied der Starkeffekt-Komponenten bei bremsenden und beschleunigenden Feldern. Versuche mit verbesserten Hilfsmitteln zur weiteren Prüfung des gefundenen Effektes sind beabsichtigt.

1) Außer bei sehr kleinen Spannungen unterhalb 0,5 mm Funkenlänge; hier wurden die Intensitäten in beiden Richtungen annähernd gleich. Das negative Glimmlicht erstreckte sich bei niedrigen Spannungen auch in den horizontalen Teil der Röhre.

H. Rausch v. Traubenberg (Prag), Über das Verhalten des Leuchtens von Kanalstrahlen bei ihrem Übergang aus einem elektrischen Felde in einen feldfreien Raum. (Nach Versuchen des Herrn B. M. Bloch.)

Im folgenden berichte ich über Versuche, die Herr B. M. Bloch auf meine Anregung im Physikalischen Institute der deutschen Universität in Prag angestellt hat und auf die er in seiner demnächst erscheinenden Dissertation näher eingehen wird. Zweck der Versuche war es zu beobachten, wie sich das Leuchten der Kanalstrahlen bei ihrem plötzlichen Übergang aus einem elektrischen Feld in einen feldfreien Raum verhält. Die Experimente wurden mit einer Lo Surdo-Röhre mit Wasserstoff-Kanalstrahlen ausgeführt. Die Kathode hatte statt der Durchbohrung einen 0,1 mm weiten Schlitz längs eines Durchmessers. Nach oben reichte der Schlitz bis zur halben Höhe der Kathode. Senkrecht zum Schlitz war nach dem Verfahren von Rau an der Kathode ein Glasstäbchen angebracht, das zum Nachweise des Dopplereffektes diente. Auf diese Weise war es möglich, den Kanalstrahl auf seinem ganzen Wege: Feld—Grenze—feldfreier Raum zu beobachten. Pinsel samt Schlitz wurden mit Hilfe eines Kondensors auf den Spalt eines Prismen-Spektrographen abgebildet. Die Röhrenspannung betrug ca. 2,5 mm Funkenstrecke, der Druck ca. 0,26 mm. Die aus dem Dopplereffekt berechnete Geschwindigkeit der Kanalstrahlen ergab sich von der Größenordnung 10^8 cm/sec. Die Aufnahmen zeigten nun, daß gleich hinter dem Felde — von einem minimalen Felddurchgriff abgesehen — die Aufspaltung im Starkeffekt zusammenbricht und die unzerlegte Linie wieder auftritt. (Der Durchgriff erstreckt sich über ein Gebiet, das ein Kanalstrahl von der angegebenen Geschwindigkeit in ca. 10^{-10} sec. durchläuft.) In dieser Tatsache kann man auch eine Bestätigung der neuen Bohrschen Theorie sehen, wonach ein strahlendes Atom sich „zeitlos" dem jeweiligen Feldzustand anpaßt[1]).

1) Bohr, Zeitschr. f. Phys. **24**, 81, 1924.

Digitized by Google

BESPRECHUNGEN.

E. Pohle und H. Jarre, Methodik der Röntgentiefentherapie vom physikalischen Standpunkt. Mit einer Einleitung von Fr. Dessauer. (Strahlentherapeutische Monographien Band 4.) Gr. 8°. 56 Seiten. Mit 21 Textabb. Dresden und Leipzig, Theodor Steinkopff. 1923. G.-M. 2.—.

Wie schon die Überschrift zeigt, handelt es sich um eine Arbeit aus dem Institut für physikalische Grundlagen der Medizin in Frankfurt, die unter der Leitung Dessauers entstanden ist. Sie kann daher als kurze praktische Anwendung der Dessauerschen Monographie derselben Serie „Dosierung und Wesen der Röntgenstrahlenwirkung in der Tiefentherapie vom psysikalischen Standpunkt" bezeichnet werden, die in Band 24 dieser Zeitschrift S. 271 referiert wurde.

Die wichtigste experimentelle Grundlage bildet die Bestrahlung mit „praktisch homogener" Strahlung unter Benutzung der Intensitätsverteilungsblätter (Flächen gleicher Intensität im biologischen Objekt bzw. Wasserphantom) von Dessauer-Vierheller (diese Zeitschr. **21**, S. 571, 1920 und Band 1 obiger Serie, wo auch die weitere Literatur zu finden ist). An 5 der Lage nach typischen Karzinomen wird die physikalische Dosierung vorgeführt und dabei die wichtigsten praktischen und theoretischen Fragen des Arztes und Physikers behandelt.

Es wäre nur zu wünschen, wenn die Schrift alle medizinisch-physikalischen Institute anregte, auch ihrerseits einmal klipp und klar zu publizieren, wie sie es machen und von welchen Grundsätzen sie ausgehen, damit zuverlässiges statistisches Material gesammelt werden könnte, in welcher Richtung ein Weiterarbeiten am erfolgreichsten erscheint, und andererseits dem Arzt Gelegenheit gegeben wird, sich die Schule auszusuchen, deren Methode ihn am meisten überzeugt. Gerade die vorliegende Schrift beweist, daß Dessauer die pädagogische Fähigkeit und Initiative besitzt, die zur Erziehung des Mediziners zu physikalischer Systematik so notwendig und so selten ist.

Seemann.

Bernhard Neumann, Lehrbuch der chemischen Technologie und Metallurgie. 2., neubearbeitete und erweiterte Auflage. Unter Mitwirkung hervorragender Fachleute herausgegeben. 8°. X und 1015 S. mit 454 Abbildungen im Text und 7 Tafeln. Leipzig, S. Hirzel. Preis geh. M. 14.—, geb. M. 17.—.

Seit dem Erscheinen der ersten Auflage dieses Buches sind 11 Jahre verflossen. Die chemische Technologie hat während dieses Zeitraumes, vor allem unter dem Einfluß der Kriegs- und Nachkriegsverhältnisse, auf manchen Gebieten wesentliche Veränderungen erfahren. Die neue Auflage ist dementsprechend an vielen Stellen umgearbeitet; kleinere Abschnitte über Tieftemperaturverkokung, Kalziumkarbid, Kalk-Stickstoff; Ferrosilizium, Karborund und Papier sind neu hinzugekommen.

Da die einzelnen Abschnitte von verschiedenen Bearbeitern stammen, die über besondere Erfahrung auf dem betreffenden Gebiete verfügen, gibt das Buch zuverlässige Auskunft und kann jedem empfohlen werden, der sich über einzelne Fragen der chemischen Technologie unterrichten will.

Dem Referenten will es aber scheinen, als ob die Lehrbücher der chemischen Technologie noch auf das Einsetzen einer Entwicklung warteten, welche die Lehrbücher der Chemie, vor allem der anorganischen Chemie, schon durchgemacht haben. So wie diese, werden wohl auch jene die reine Beschreibung zugunsten einer Darstellung verlassen müssen, die in ihrem ganzen Aufbau das physikalisch-chemische Gerippe erkennen läßt. Im Zusammenhang damit könnte auch versucht werden, eine allgemeine Darstellung der technisch-chemischen Arbeitsmethoden zu geben und diese nicht erst im Zusammenhang mit den besonderen Anwendungen zu besprechen.

H. v. Halban.

Berichtigungen.

In dem Aufsatze von Karl Lichtenecker (Reichenberg i. B.), Die Temperatur-Widerstands-Funktion metallischer Leiter (diese Zeitschr. **25**, 550, 1924) soll es auf S. 551 links oben heißen:

b) $\left(\frac{d^2w}{dT^2}\right)_{T=T_1+\varepsilon} = 0$, wo $\varepsilon \ll T$.

In der Arbeit von L. Schiller (Leipzig), Neue Versuche zum Turbulenzproblem (diese Zeitschr. **25**, 541, 1924) muß es auf

S. 542, Spalte 2, Z. 18 v. o. statt cm mm heißen; ferner auf

S. 543, Spalte 1, müssen die letzten 4 Zeilen der Spalte als 16. bis 19. Zeile eingeschaltet werden. Es muß also heißen: sondern auch den „praktischen" oberen Grenzwert .... entgegenstehenden von Ekman usw.;

S. 544, Spalte 2, letzte Zeile, muß es heißen: vgl. Fußnote 1 dieser Spalte.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Ernannt: Professor Guido Bargellini zum ord. Professor für organische Chemie an der Universität Rom, I. P. Cockcroft zum Dozenten für Elektrochemie an der Universität Manchester, der a. o. Professor für chemische Technologie an der Universität Bonn Dr. Carl Kippenberger zum ord. Professor ebenda, Dr. A. T. de Mouilpied zum Professor of science der Royal Military Academy in Woolwich.

Angebote.

Jüngerer Physiker

für das Laboratorium unserer **Glühlampenfabrik** zum baldigen Eintritt gesucht.

Ausführliche Angebote mit Lebenslauf, Zeugnisabschriften und Gehaltsansprüchen erbeten unter Kennwort „Lampen" an das Personalbüro der

Bergmann-Elektrizitäts-Werke A.-G.
Berlin N 65.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. F. Harms in Würzburg. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Digitized by Google

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

No. 23. 1. Dezember 1924. Redaktionsschluß für No. 1 am 10. Dezember 1924. 25. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

K. Vogtherr, Betrachtungen über die Zeit und Zeitmessung. S. 609.

Vorträge und Diskussionen von der 88. Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte in Innsbruck:

W. Gerlach, Neue Untersuchungen über magnetische Atommomente und Richtungsquantelung. S. 618.

J. Mattauch, Über eine Methode zur experimentellen Bestimmung eines Widerstandsgesetzes kleiner Kugeln in Gasen. S. 620.

H. Daecke, Mathematisch-statistische Untersuchungen über die Subelektronen. S. 624.

M. A. Schirmann, Über die Erzeugung, Erhaltung und Messung höchster Vakua (die Extremvakuumpumpe, das Adsorptionsmanometer). S. 631.

W. Schottky, Diffusionstheorie der positiven Säule. S. 635.

K. Przibram, Zur Verfärbung und Lumineszenz durch Becquerelstrahlen. S. 640.

R. Tomaschek, Über den Einfluß des Grundmaterials auf die Phosphoreszenzemission. S. 643.

A. Gockel, Über die Ionisation der Atmosphäre. S. 646.

Besprechungen:

A. Sieberg, Geologische, physikalische und angewandte Erdbebenkunde. S. 648.

Personalien. S. 648.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Betrachtungen über die Zeit und Zeitmessung.

Von K. Vogtherr.

Die große philosophische Leistung der Relativitätstheorie soll, wie behauptet wurde, in der „kopernikanischen Wendung" bestehen, durch die sie zu einer neuen Auffassung der Zeit, insbesondere der Gleichzeitigkeit voneinander entfernter Ereignisse gelangt[1]). Wir wollen im Folgenden versuchen, die Berechtigung dieser Ansicht zu prüfen. — Im Gegensatz zu der Gleichzeitigkeit zweier Empfindungen oder Wahrnehmungen (z. B. der gesehenen Zeigerstellung einer Uhr in dem Augenblick, da sie zu schlagen beginnt) ist die Gleichzeitigkeit von physikalischem Geschehen kein unmittelbar sinnliches Erlebnis, vielmehr beruht sie auf einer Leistung des Verstandes, für welche die Wahrnehmung nur das zu verarbeitende Rohmaterial darstellt. Nun ist der Begriff der Gleichzeitigkeit im objektiven Sinne der Gleichzeitigkeit objektiver materieller Vorgänge (also als physische Gleichzeitigkeit und nicht im subjektiven Sinne der Gleichzeitigkeit verschiedener Wahrnehmungen) einem unmittelbaren Erlebnis des reinen Verstandes (der „reinen Sinnlichkeit" nach Kant[1]) entnommen. Er läßt sich ebensowenig definieren, d. h. er enthält ebensowenig durch andere einfachere und ursprünglichere Begriffe ausdrückbare Merkmale, als sich die Begriffe Gerade, Punkt, blau, süß definieren lassen. Diese undefinierbare absolute Gleichzeitigkeit gehört zu den Grundvorstellungen, welche die in Raum und Zeit ausgedehnte eine objektive Natur und deren Gesetzmäßigkeit erst bestimmen und möglich machen[2]) und sie ist insofern ein dem reinen Verstande entstammender Begriff a priori.

1) Von manchen Relativisten wird dagegen behauptet, die von Einstein ausgeführte „Relativierung" betreffe ausschließlich die „physikalische Zeit" und berühre den „philosophischen Zeitbegriff" in keiner Weise (s. z. B. W. Bloch, Einführung in die Relat.-Theorie 1920, S. 85). Ersteres ist richtig, dagegen kann der physikalische Zeitbegriff nicht vom philosophischen abgesondert werden. Es verhält sich nicht so, daß es für den Physiker eine besondere physikalische Zeit gibt, für den Philosophen eine philosophische, für den Mathematiker eine mathematische und daneben etwa für das gewöhnliche Leben noch eine besondere Alltagszeit. Sondern es gibt für Physiker, Mathematiker, Philosophen ebenso wie für alle sonstigen Sterblichen nur eine einzige, wahre, objektive Zeit, nämlich die mathematische (oder physikalische oder physische) Zeit, welche allein über eine wirkliche und meßbare Dauer verfügt, während das »Zeitgefühl" (die unmittelbare Wahrnehmung) uns nur eine angenäherte und häufig eine falsche, scheinbare Dauer vermittelt (psychologische Zeit). Der Unterschied zwischen der wahrgenommenen und der mathematischen, meßbaren Zeit steht auf gleicher Stufe mit dem zwischen der wahrgenommenen und der mathematischen, meßbaren räumlichen Anordnung der Dinge.

1) Wir verstehen hier unter „reinem Verstand" ein intuitives, nicht wie Kant ein reflektierendes Vermögen, also etwas der reinen Anschauung (reinen Sinnlichkeit) Kants Analoges, welches die Erkenntnisfunktionen der mathematischen (objektiven) Zeit, des mathematischen (objektiven) Raumes in sich schließt.

2) Die Relativisten werden uns entgegenhalten, ihre Theorie zeige ja gerade, daß die Behauptung relativer Gleichzeitigkeit sich mit einer allgemeinen Ordnung und Gesetzmäßigkeit in der Natur verträgt. Wir entgegnen, sie erreicht es nur dadurch, daß sie die absolute Zeit (und damit auch absolute Gleichzeitigkeit) voraussetzt, indem sie die relative Systemzeit von der Relativgeschwindigkeit der Systeme gegeneinander abhängig macht, und damit auch von der Zeit, die zu dieser Geschwindigkeit gehört und die nicht selbst relative Systemzeit sein kann, sondern die bisherige absolute Zeit ist. (Näheres darüber soll an anderer Stelle ausgeführt werden.) — Die Relativisten lassen

Digitized by Google

Eine Definition erfordert dagegen die Methode, nach der die Gleichzeitigkeit voneinander entfernter Ereignisse gemessen werden kann, sonst hätte sie allerdings innerhalb des Bereiches der Physik keine Bedeutung; erst diese Definition bestimmt die Gleichzeitigkeit, mit der es ein beobachtender und messender Physiker zu tun hat[1]). Es muß also tatsächlich auch für die Messung der absoluten Gleichzeitigkeit voneinander entfernter Ereignisse eine Definition dem Verstande gegeben sein (oder unbewußt und noch nicht in Begriffe gefaßt in ihm vorliegen) ehe sie empirisch (annähernd) festgestellt werden kann. Dadurch, daß die eine, objektive und absolute Zeit durch eine Vorschrift des Verstandes meßbar wird, d. h. die einzelnen Zeitstrecken in ihr und das „Zugleich" überall im Raume durch Zahlen ausgedrückt werden können, wird die objektive Zeit zur physikalischen Zeit.

Das Einsteinsche Postulat der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit setzt bekanntlich die Gleichzeitigkeit an verschiedenen Orten durch eine — wie die Relativisten selbst einräumen — willkürliche Definition[2]) fest: solche System-„uhren" sollen als synchron gestellt gelten, deren Zeigerstellung die Lichtgeschwindigkeit in jedem der geradlinig-gleichförmig bewegten Systeme zu 300000 km/sec angibt. Es wird ferner behauptet, daß eine andere als willkürliche Festsetzung darüber, was an verschiedenen Orten als Gleichzeitigkeit gelten und wie die Gleichzeitigkeit entfernter Ereignisse gemessen werden soll, prinzipiell nicht möglich sei[3]). Diese Behauptung von der prinzipiellen Unmöglichkeit einer Vorschrift, welche es erlaubte, die Gleichzeitigkeit ohne Willkür als eine absolute zu messen, bildet gleichsam das wohlverschanzte Zentrum der relativistischen Stellung. Man kann freilich daran denken, die Gleichzeitigkeit an verschiedenen Orten dadurch zu messen, daß man genau gleich konstruierte Uhren, die man auf gleiche Ganggeschwindigkeit am gleichen Orte geprüft, bzw. deren konstante Gangdifferenz man festgestellt hat, an verschiedene Orte bringt[1]). Dann wird aber vorausgesetzt, daß Bewegung die Ganggeschwindigkeit einer Uhr nicht beeinflußt oder auf dem Hin- und auf dem Rückweg in gleicher Weise beeinflußt, so

die mathematische Zeit vom räumlichen Koordinatensystem abhängig sein, während in Wahrheit das, was dem Koordinatensystem des Raumes in der Zeit entspricht, der einfache aufgewiesene Zeitpunkt und der sich anschließende Zeitablauf ist und das räumliche Koordinatensystem auf die Größe zu messender Zeitstrecken keinerlei Einfluß haben kann.

1) Definition hier in dem weiteren Sinne von Fassung in Begriffe und Urteile gebraucht. — Die meisten Relativitätstheoretiker, die sich mit den Grundlagen befassen, begehen den Fehler, den Begriff der Gleichzeitigkeit (der auf Verstandesanschauung fußt) und die Vorschrift zur Messung der Gleichzeitigkeit nicht gehörig auseinanderzuhalten und nicht sich klar zu machen, daß es sich zwar wohl definieren läßt, wie man die Gleichzeitigkeit zu messen hat, daß es aber nichtsdestoweniger undefinierbar bleibt, was Gleichzeitigkeit ist. Die Gleichzeitigkeit entfernter Ereignisse geht keineswegs aus der Vorschrift zu ihrer Messung hervor, wird nicht von deren Definition erst geschaffen. Auch wenn es keine derartige Vorschrift und keine meßbare Gleichzeitigkeit gäbe, würde doch der Begriff der Gleichzeitigkeit entfernter Ereignisse als der unmittelbaren Verstandesanschauung entnommen zu Recht bestehen können, er ist also nicht durch diese Vorschrift erschöpft. (Vgl. die vorletzte Anmerkung.)

2) Einstein selbst gibt zu, daß seine Zeitdefinition eine willkürliche ist. Siehe Ann. d. Phys. 17, 891, 1905.

3) So sagt z. B. H. Reichenbach (Die Naturwissenschaften 1923, S. 31): „Was für Ereignisse gleichzeitig heißen sollen bestimmt erst die Einsteinsche Vorschrift mit Hilfe von Lichtsignalen. Diese Vorschrift ist willkürlich — jede andere Vorschrift wäre ebenfalls willkürlich". In „Relat.-Theorie und Erkenntnis a priori", Berlin 1920 wird dies von Reichenbach folgendermaßen begründet: „Einstein ging davon aus, daß man, um in einem gewählten Koordinatensystem an jedem Punkt die synchrone Zeit zu definieren, einen mit bestimmter Geschwindigkeit sich ausbreitenden physikalischen Vorgang braucht, der Uhren an verschiedenen Punkten zu vergleichen gestattet. Über den Bewegungszustand dieses Vorgangs gegen das Koordinatensystem muß man dann eine Hypothese machen; von dieser Hypothese hängt die Zeit des Koordinatensystems und die Gleichzeitigkeit an getrennten Punkten ab. Darum ist es unmöglich, diesen Bewegungszustand zu bestimmen; denn für die Bestimmung müßte eine Zeitdefinition vorausgesetzt sein" (S. 9). — Ferner: „Die ‚absolute' Zeit fordert einen Vorgang, der sich mit unendlicher Geschwindigkeit ausbreitet; ein solcher Vorgang würde aber unseren Vorstellungen über die kausale Wirkungsübertragung durchaus widersprechen" (S. 11). — (Unter „absoluter" Zeit versteht Reichenbach hier und im folgenden die Zeit, in welcher eine absolute, allgemeingültige, eindeutige und objektive Gleichzeitigkeit an verschiedenen Orten besteht.) — „Das Prinzip der Relativität aller Koordinatensysteme, auch nur angewandt auf eine bestimmte Klasse von Koordinaten (nämlich auf gegeneinander gleichförmig bewegte Systeme) und das Prinzip der Nahewirkung lassen die absolute Zeit nur dann zu, wenn eine obere Grenze für die physikalisch erreichbaren Geschwindigkeiten nicht existiert" (S. 13). — „Man kann das Prinzip der Nahewirkung genau so gut ein apriores Prinzip nennen, wie etwa Kant die Unzerstörbarkeit der Substanz apriorisch genannt hat. Die genaue Bestimmung der absoluten Zeit wird also durch ein apriores Prinzip auf jeden Fall ausgeschlossen. Es hätte höchstens Sinn, eine stetige Annäherung an die absolute Zeit als möglich festzuhalten" (S. 12). — Aber auch dies lehnt Reichenbach ab, indem er betont, „daß man auch nicht von einer allmählichen Annäherung an die absolute Zeit sprechen kann, daß man diesen Begriff auch nicht im Sinne eines zwar unerfüllten, aber doch stetig approximierbaren Ideals gelten lassen kann" (S. 19). — Und M. Born sagt kurz and bündig: „Da das absolute Zugleich nicht feststellbar ist, so muß die exakte Wissenschaft diesen Begriff aus ihrem System ausmerzen" (Die Relat.-Theorie Einsteins, Berl. 1921, S. 184). — Wir werden in folgendem zeigen, daß eine derartige prinzipielle Nötigung zur Ablehnung absoluter Gleichzeitigkeit, wie sie Reichenbach, Born und andere Relativisten annehmen, keineswegs zu Recht besteht, daß insbesondere die absolute Gleichzeitigkeit an getrennten Punkten sehr wohl mit dem „Prinzip der Nahwirkung" vereinbar ist.

1) Siehe H. Dingler, Krit. Bemerkungen zu den Grundlagen der Rel.-Theorie, Leipzig 1921, S. 19.

Digitized by Google

daß durch eine an ihren Ausgangspunkt zurückgebrachte Uhr dieser Einfluß festgestellt werden könnte. Diese Voraussetzung ist zwar plausibel, aber keineswegs selbstverständlich und unanfechtbar, wenn man an die Möglichkeit eines den Weltraum gleichmäßig erfüllenden unsichtbaren Mediums, des Äthers denkt, durch den sich die Erde und Gestirne hindurchbewegen. Die geänderte Relativbewegung gegen den Äther könnte die Ganggeschwindigkeit einer Uhr auf dem Transport beeinflussen und es ließe sich ohne Kenntnis der Größe und Richtung der Ätherbewegung ein derartiger Einfluß für den Hinweg allein nicht experimentell ermitteln und in Rechnung stellen. Die Gleichzeitigkeit hergestellt durch den Transport von Uhren wäre also eine bis zu einem gewissen Grade ebenfalls willkürliche Definition, wenigstens solange die Kenntnis der etwaigen Ätherbewegung fehlt.[1])

Eine zweite Methode die Gleichzeitigkeit an verschiedenen Orten durch Messung zu ermitteln ist die, ein Signal zu benützen. Hier besteht aber die gleiche Schwierigkeit, da man stets die Geschwindigkeit des Signals, genauer die Zeit, die es zum Hinwege allein braucht, kennen und in Rechnung stellen muß. Man kann aber eine Signalgeschwindigkeit, wie eine kurze Überlegung lehrt, nur dadurch messen, daß man die Länge der durchlaufenen Strecke und die Zeitdifferenz zwischen Abgang und Eintreffen des Signals an den Endpunkten der Strecke feststellt. Die Ermittlung dieser Zeitdifferenz scheint also die beobachtbare Gleichzeitigkeit an verschiedenen Orten bereits vorauszusetzen und man bekommt den Eindruck, als ob eine Geschwindigkeit nur unter Voraussetzung der bereits gegebenen und durch direkte Beobachtung konstatierbaren Gleichzeitigkeit an verschiedenen Orten exakt gemessen werden könnte. Man ist sich bis zur Relativitätstheorie dessen gar nicht deutlich bewußt gewesen, daß bei der Feststellung absoluter Gleichzeitigkeit durch Signale die auf den ersten Blick widersinnig anmutende Aufgabe vorliegt, die Geschwindigkeit eines physischen Etwas auf dem Wege von einem Ort zum andern, zu messen, ohne daß dabei die konstatierbare, d. h. an tatsächlichen Vorgängen wahrnehmbare und ablesbare Gleichzeitigkeit an verschiedenen Orten bereits irgendwie gegeben ist. Für die praktischen Zwecke genügt es freilich in den meisten Fällen, eine Geschwindigkeit mit der größten bekannten, der Lichtgeschwindigkeit zu vergleichen, diese als unendlich groß anzusetzen, oder, wenn man genauer verfahren will, als nach allen Richtungen konstant vorauszusetzen und mit ihrem angenäherten, unter dieser Voraussetzung experimentell ermittelten Wert in Rechnung zu stellen, wobei etwa vorhandene Unterschiede der Lichtgeschwindigkeit nach verschiedenen Richtungen, verursacht durch Relativbewegung des Lichtäthers („Ätherwind") unberücksichtigt bleiben. Theoretisch aber scheint, da die absolute Gleichzeitigkeit an verschiedenen Orten nicht als „Geschenk von oben" von vornherein irgendwie gegeben ist, sondern erst ermittelt werden müßte, die exakte Messung einer Geschwindigkeit und damit auch die exakte Feststellung der Gleichzeitigkeit an verschiedenen Orten durch Signale unmöglich zu sein. Sofern man sich nicht, wie die Relativitätstheoretiker, für berechtigt hält, durch ein willkürliches Postulat (man könnte auch sagen Dekret) vorzuschreiben, wie voneinander entfernte Uhren synchron gestellt werden sollen und die Messung der Gleichzeitigkeit exakt zu bewerkstelligen ist, scheint man sich also darauf beschränken zu müssen, die Durchschnittsgeschwindigkeit eines an seinen Ausgangspunkt zurückgesandten Signals für den ganzen Weg Hinweg plus Rückweg) exakt festzustellen.

Es scheint aber nur so. Natürlich könnte auch die Messung absoluter Gleichzeitigkeit niemals eine vollkommen genaue sein, so wenig wie irgendeine andere physikalische Messung, etwa die der Länge oder Masse eines Körpers. Dies steht auch hier nicht in Frage, sondern es handelt sich um die theoretische Möglichkeit, nicht die praktische Exaktheit der Messung der Gleichzeitigkeit entfernter Ereignisse. Was der Physiker vom Begriff der absoluten Gleichzeitigkeit fordern darf, ist ein exaktes Prinzip,

1) Zusatz bei der Korrektur: Selbst bei Kenntnis und Berücksichtigung der Ätherbewegung würde genau betrachtet die Ermittlung absoluter Gleichzeitigkeit durch den Transport von Uhren nicht verbürgt sein. Würde z. B. die Uhr auf einer Geraden senkrecht zur Ätherbewegung von A nach B und wieder zurück nach A gebracht werden, so wäre selbst in diesem Falle die Symmetrie der Bedingungen nicht zur Feststellung absoluter Gleichzeitigkeit hinreichend. Denn es ließe sich auf diese Weise nur ein etwa vorhandener Einfluß der durchschnittlichen Transportgeschwindigkeit auf die Ganggeschwindigkeit der Uhr feststellen. Die Methode, die Gleichzeitigkeit durch den Transport von Uhren zu ermitteln, müßte also der Bedingung unterworfen werden, daß der Transport stets mit gleichförmiger Geschwindigkeit vor sich geht. Es würde ja bei wechselnden Transportgeschwindigkeiten die Gleichheit der Bedingungen für den Uhrengang nicht ohne weiteres verwirklicht sein (solange nicht die Unabhängigkeit des Ganges einer Uhr vor deren Beschleunigung experimentell nachgewiesen ist, was aber gegebene Gleichzeitigkeit an verschiedenen Orten voraussetzt), mit anderen Worten: es würde das Axiom der gleichen Zeiten (siehe das Folgende) sich nicht auf den Gang und die Periode ungleichförmig transportierter Uhren anwenden lassen. Um aber eine gleichförmige Transportgeschwindigkeit der Uhr herzustellen oder zu ermitteln, muß die Gleichzeitigkeit an verschiedenen Orten bereits gegeben und konstatierbar sein. Diese Methode führt also auf das Dilemma zurück, zu dessen Beseitigung sie ausgedacht wurde.

Digitized by Google

das ihre Messung ohne Willkür vorschreibt; mit welcher praktischen Genauigkeit diese dann möglich ist, das ist eine andere Angelegenheit, eine Sache der physikalischen Kenntnisse und der Technik. Dieses die Messung absoluter Gleichzeitigkeit garantierende Prinzip lautet nun folgendermaßen:

Unter gleichen Bedingungen brauchen gleiche physikalische Vorgänge stets gleich lange Zeit. Daraus ergibt sich für die Signalgeschwindigkeit folgender wichtige Satz: Erfolgt die Bewegung desselben Körpers oder die Fortpflanzung desselben physikalischen Vorganges von A nach B unter genau gleichen Bedingungen wie von B nach A (bezw. sind diejenigen Bedingungen gleich, die in einer Kausalbeziehung zum Vorgang stehen), so braucht die Bewegung oder Fortpflanzung von A nach B ebenso lange Zeit wie von B nach A. Hier wird also die gleiche Geschwindigkeit auf dem Hin- und Rückweg eines Signals nicht eigens gemessen, sie wird aber auch nicht willkürlich durch Definition, wie bei Einstein, herbeigeführt, sondern sie folgt ohne Willkür (infolge der Symmetrie der Bedingungen) aus dem Kausalprinzip (man müßte denn dieses selbst eine willkürliche Voraussetzung nennen wollen). So ergibt sich die (zunächst nur theoretische) Möglichkeit, die absolute Gleichzeitigkeit an verschiedenen Orten durch ein Signal auch von endlicher Fortpflanzungsgeschwindigkeit festzustellen[1]).

1) Ins Gebiet des Meßbaren und Konstatierbaren übertragen wird also die Zeitanschauung des reinen Verstandes durch das Kausalprinzip (und ebenso auch die Raumanschauung, wie sich aus der richtigen Definition des „starren Körpers" ergibt). Ist die Gleichheit der ursächlichen Bedingungen auf dem Hin- und Rückweg realisiert, so ergibt sich, wie eine kurze Rechnung zeigt, für die zur Synchronstellung der Uhr in B erforderliche Korrektur K_B folgende Formel:

$$K_B = \frac{1}{2}\left(t_A + t_A' - t_B - t_B'\right).$$

Dabei ist

t_A = Zeigerstellung der Uhr in A bei Absendung des Signals,

t_A' = Zeigerstellung der Uhr in A bei Rückkunft des Signals,

t_B = Zeigerstellung der Uhr in B bei Ankunft des Signals,

t_B' = Zeigerstellung der Uhr in B bei Absendung des Signals.

Vorausgesetzt ist, daß die Uhren in A und B gleiche Uhren unter gleichen Bedingungen sind, also gleich rasch gehen. Unter dieser Voraussetzung ist es nicht notwendig, daß das Signal bei Ankunft in B ohne Zeitverlust zurückgegeben wird. Ist dies der Fall, wie bei der Spiegelung eines Lichtsignals, so ist $t_B' - t_B = 0$ und die Formel lautet:

$$K_B = \frac{1}{2}\left(t_A + t_A'\right) - t_B.$$

Diese beiden Sätze, welche das auf die Zeitdauer von materiellen Vorgängen angewandte Kausalprinzip — gleiche Bedingungen — gleiches Geschehen — enthalten, kann man das Axiom der gleichen physischen Zeitstrecken und der gleichen physischen Geschwindigkeiten nennen. Der erste Satz ermöglicht es unter Berücksichtigung der zurzeit zu Gebote stehenden physikalischen Kenntnisse an allen Stellen des Raumes Uhren aufzustellen, welche mit der größten zurzeit erreichbaren Genauigkeit gleich rasch gehen, also gleiche Zeitstrecken überall im Raume und zu jeder Zeit zu messen gestatten. Der zweite Satz gibt Anleitung zur Feststellung absoluter Gleichzeitigkeit überall im Raume und es wird des weiteren zu erörtern sein, wie durch Verwendung dieses (unbewußt von jeher zugrunde gelegten) Zeitaxioms dem Physiker die tatsächliche Festsetzung absoluter Gleichzeitigkeit möglich ist. Da ist zunächst zu sagen, daß er der Gesamtheit derjenigen physikalischen Kenntnisse, die bei dem betreffenden Vorgang in Frage kommen, sich bedienen muß, und daß ihn nicht willkürliche Zeitdefinitionen dessen entheben können. Er wird also nach den ihm zur Verfügung stehenden Kenntnissen die Symmetrie aller kausalen Bedingungen für den Hin- und Rückweg des Signals zu verwirklichen suchen, er wird dafür sorgen, nicht-symmetrische Einflüsse auf die Signalgeschwindigkeit zu eliminieren oder durch andere Einflüsse zu äquilibrieren oder, wenn beides nicht möglich oder nicht tunlich ist, in Rechnung zu stellen. Benützt er z. B. Schallsignale, so hat er (in erster Linie) auf Windstille zu achten, benützt er, wie es im Praktischen stets der Fall sein wird, Licht- oder elektrische Signale, so wäre Ätherwindstille notwendig; entzieht sich das elektromagnetische Medium seiner Beeinflussung, so wird er dessen Geschwindigkeit zu ermitteln suchen müssen, um sie dann in Rechnung zu stellen. Dazu dient ihm bekanntlich das Michelsonsche Interferometer. Man darf nun nicht etwa einwenden, daß die Ermittlung der Geschwindigkeit eines materiellen „Etwas" (des Äthers), das nicht mehr an seinen Ausgangspunkt zurückkehrt, also doch Voraussetzung der Messung absoluter Gleichzeitigkeit sein soll, während andrerseits die konstatierbare Gleichzeitigkeit an verschiedenen Orten doch offenbar Voraussetzung der Messung einer solchen Geschwindigkeit sei, daß wir uns also hier in einem

Es ist auch, theoretisch betrachtet, nicht notwendig, die größte bekannte Geschwindigkeit zur Feststellung der absoluten Gleichzeitigkeit zu benützen, wiewohl man aus praktischen Gründen der Meßgenauigkeit diese stets dazu verwenden wird.

Digitized by Google

Zirkel bewegen. Denn letztere Behauptung ist in diesem Fall unrichtig, weil die nicht an ihren Ausgangspunkt zurückkehrende Ätherbewegung hier mit der an ihren Ausgangspunkt zurückkehrenden Lichtbewegung durch das Unabhängigkeitsprinzip in eigenartiger Weise verkoppelt ist. Um dies nachzuweisen ist erforderlich, die die Zeit und Geschwindigkeit betreffenden Voraussetzungen zu betrachten, die bei Anstellung des Versuchs von Michelson stillschweigend gemacht wurden. Diese Voraussetzungen sind: 1. Das Licht hat relativ zum Äther nach allen Richtungen auf dem Hin- und Rückweg die gleiche Fortpflanzungsgeschwindigkeit, es ist in dieser Hinsicht keine Richtung von der andern unterschieden. Dieser Satz ergibt sich als Folgerung aus dem oben angeführten Satz der gleichen Zeiten: die ursächlichen Bedingungen der Lichtfortpflanzung sind nach allen Richtungen die gleichen, also auch die Geschwindigkeiten. Es wird angenommen, daß keine Einflüsse bestehen, welche die Lichtgeschwindigkeit relativ zum Äther (im Vakuum) abändern, wären sie bekannt (z. B. als Einfluß der Gravitation), so könnten sie in Rechnung gestellt werden. Die Relativbewegung des Äthers zur Luft hat keinen derartigen Einfluß auf Geschwindigkeit und Richtung des Lichts, wie das Experiment von Fizeau ergeben hat (bzw. der Einfluß ist außerordentlich gering, könnte aber in Rechnung gestellt werden). 2. Wird vorausgesetzt, daß die Strömung des Äthers an den einzelnen Stellen innerhalb des Apparates nach Größe und Richtung konstant ist. Dies ist aber keine notwendige Voraussetzung, denn ein Variieren der Spiegelabstände würde die Inkonstanz in dieser Hinsicht uns verraten. „Hinreichend kleine" Apparate würden durch Betrachtung an verschiedenen Orten und zu verschiedenen Zeiten auch die Gesetzmäßigkeit einer inkonstanten Ätherströmung erkennen lassen[1]). 3. Wird vorausgesetzt der Satz vom Parallelogramm der Geschwindigkeiten und 4. das Vorhandensein eines starren Körpers, der den konstanten Spiegelabstand herstellt, ersteres eine phoronomische Selbstverständlichkeit, letzteres ein Problem für sich, das übrigens zu ganz analogen Formulierungen führt wie das der absoluten Gleichzeitigkeit, jedoch hier nicht besprochen werden kann[2]).

Dagegen findet sich die von vornherein konstatierbare Gleichzeitigkeit an verschiedenen Orten nicht unter den Voraussetzungen[1]). Das Experiment von Michelson ermöglicht also durch seine Anordnung ohne die Voraussetzung derartiger Gleichzeitigkeit die Größe und Richtung der Geschwindigkeit des Lichtmediums zu messen, indem man durch Drehungen des Apparates diejenigen Stellungen ermittelt, welche die größte Verschiebung der Interferenzstreifen ergibt (wenn eine derartige Relativbewegung des Lichtmediums existiert[2]). Also kann auch ohne die Voraussetzung gegebener Gleichzeitigkeit an verschiedenen Orten auf diese Weise die Geschwindigkeit eines Körpers (des Äthers) gemessen werden, der nicht an seinen Ausgangspunkt zurückkehrt. Das Paradoxon ist somit aufgelöst. Bei dieser Messung wird in dem senkrecht zur Ätherströmung stehenden Schenkel des Apparates die Symmetrie der Bedingungen für Hin- und Rückweg realisiert, während bei der um 45° davon abweichenden Nullstellung (welche keine Streifenverschiebung ergibt) die Bedingungen für den Gang der Strahlen in beiden Schenkeln die gleichen (jedoch für Hin- und Rückweg im gleichen Schenkel verschieden) sind. Dieser Umstand ist es offenbar, der die Messung theoretisch möglich macht und damit auch die absolute Synchronstellung von Uhren durch Lichtsignale im strömenden Äther. Es wird dabei die Geschwindigkeit des Lichts zunächst in erster Annäherung unter Vernachlässigung der etwa vorhandenen Ätherströmung, z. B. mit Hilfe eines rotierenden Spiegels nach Foucault gemessen, ohne daß an verschiedenen Orten befindliche synchron gestellte „Uhren" dabei benützt werden. Aus dieser angenäherten Lichtgeschwindigkeit und der im Michelsonversuch

1) Es handelt sich hier nur um die theoretische Möglichkeit, nicht praktische Durchführbarkeit derartiger Messungen.

2) Näheres darüber soll an anderer Stelle mitgeteilt werden.

1) Dem Satz vom Parallelogramm der Geschwindigkeiten liegt allerdings die Vorstellung absoluter Gleichzeitigkeit an verschiedenen Orten zugrunde, jedoch setzt er damit nicht die gegebene, konstatierbare Gleichzeitigkeit an verschiedenen Orten voraus. Vielmehr ist es unbedingt gewiß und a priori feststehend, daß sich Geschwindigkeiten in der von ihm angegebenen Weise addieren.

2) Dabei ergibt sich der Richtungssinn der Ätherbewegung erst aus der Zu- oder Abnahme der Streifenverschiebung bei einer geänderten Geschwindigkeit des Apparats gegenüber dem Äther. Ein zweites, in Gedanken anzustellendes Experiment mit einem relativ zur Erde bewegten Interferometer oder auch die Änderung der Geschwindigkeit eines Punktes der Erdoberfläche infolge der täglichen und jährlichen Bewegung der Erde könnte dazu dienen, auch den Richtungssinn der Ätherbewegung zu ermitteln. Die Schwierigkeit oder Unmöglichkeit der praktischen Durchführung derartiger Beobachtungen ist ohne Belang, da es sich hier nur um die prinzipielle Möglichkeit der Feststellung absoluter Gleichzeitigkeit handelt. Praktisch genommen wäre schon die Feststellung der Größe und Richtung der Ätherbewegung wegen der geringen Verschiebung der Interferenzstreifen nur eine Schätzung oder ungenaue Messung.

Digitized by Google

ebenfalls ohne Benützung derartiger „Uhren" bestimmbaren Streifenverschiebung läßt sich nun durch Einsetzen in die Formeln des Michelsonversuchs eine genauere Lichtgeschwindigkeit ermitteln, welche nun den Bewegungszustand des Äthers berücksichtigt und unter Umständen relativ zur Erde nicht mehr den gleichen Wert nach den verschiedenen Richtungen hat, es ist also ein Fortschritt in der Genauigkeit der Feststellung absoluter Gleichzeitigkeit an entfernten Orten erzielt.

Man könnte vielleicht einwenden: zugegeben, daß der Michelsonversuch in bewegtem Äther angestellt positiv ausfallen müßte, so werde von uns bei den vorhergehenden Überlegungen vorausgesetzt, daß die Äthergeschwindigkeit klein im Vergleich zur Lichtgeschwindigkeit sei, und diese Voraussetzung sei, solange die Äthergeschwindigkeit noch nicht irgendwie gemessen sei, willkürlich, daher sei auch die Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit relativ zum Äther und somit auch die der absoluten Gleichzeitigkeit willkürlich (da man die Lichtgeschwindigkeit in die Formel einsetzen müsse, um aus der ermittelten Streifenverschiebung die Äthergeschwindigkeit zu berechnen). Dieser Einwand ist jedoch nicht stichhaltig, wie sich leicht zeigen läßt. Mißt man die Durchschnittsgeschwindigkeit eines in der Richtung der Ätherbewegung (die sich aus dem Michelsonversuch entnehmen läßt) laufenden Lichtsignals nach der Methode von Fizeau oder Foucault unter Verwendung der Formel $c_1 = \frac{2l}{t_1}$, so erhält man dafür den Wert

$$c_1 = \frac{c^2 - v^2}{c} = c\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)$$

(abgesehen vom Beobachtungsfehler); ebenso bei Messungen senkrecht zur Ätherströmung den Wert

$$c_2 = \frac{2l}{t_2} = \sqrt{c^2 - v^2} = c\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

und für alle übrigen Richtungen Werte der Lichtgeschwindigkeit, die zwischen diesen beiden Zahlen liegen. Das Verhältnis $\frac{v^2}{c^2}$ läßt sich durch den Michelsonversuch ermitteln, denn es ist bekanntlich $\Delta = a\frac{v^2}{c^2}$ (Δ = Unterschied der Lichtwege, a = Spiegelabstand)[1]). Also ist die von der Ätherbewegung losgelöste Lichtgeschwindigkeit

$$c = \frac{c_1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{2l}{t_1\left(1 - \Delta/a\right)}$$

welch letzterer Ausdruck nur experimentell ermittelbare Größen enthält, und es ist ferner die Geschwindigkeit des Äthers $v = c\sqrt{\Delta/a}$. Ein analoges Verfahren führt auch für jede andere Richtung, in welcher die Lichtgeschwindigkeit gemessen wird zum Ziel[1]).

Die Feststellung absoluter Gleichzeitigkeit durch Lichtzeichen oder sonstige Signale ist also möglich und sie geht einfach nach den Gesichtspunkten vor sich, welche für die Beeinflussung einer Signalgeschwindigkeit ganz im allgemeinen in Betracht kommen. Es sind dies folgende:

1. Ort, Lage und Bewegung des physikalischen Systems im völlig leeren Raum hat keinen Einfluß auf die immer nur relativ zu einem Körper oder Stoff feststellbare Richtung und Geschwindigkeit des Signals (Prinzip der Homogenität und Immaterialität des Raumes).

2. Aller Einfluß auf die Signalgeschwindigkeit, der von gewöhnlicher Materie ausgeht, kann prinzipiell durch Variation der Versuchsbedingungen bei genügend fortgeschrittenen physikalischen Kenntnissen und genügend feiner Technik erkannt, quantitativ ermittelt und dann bei Festsetzung der Gleichzeitigkeit eliminiert oder in Rechnung gestellt werden, ebenso auch der von kosmischen Massen und Kräften etwa ausgehende Einfluß (z. B. der der Gravitation) durch Betrachtung bei verschiedenen Konstellationen. Angenommen z. B. man würde auf die Annahme geführt, daß im Michelsonversuch der zentrale Spiegel bei der Reflexion das Licht durch Abstoßung gegenüber der Geschwindigkeit des einfallenden Strahls beschleunige, die peripheren Spiegel jedoch nicht, dann müßte ein Spiegel aus anderem Material, anderer Masse oder Dichte oder elektrischem Verhalten usw. eine andere Abstoßung ausüben, die Variation der Versuchsbedingungen ließe dies also auch quantitativ erkennen.

1) Diese Formel gilt nur angenähert. Wäre die Äthergeschwindigkeit nicht klein im Vergleich zur Lichtgeschwindigkeit, so könnte sie durch eine Formel ersetzt werden, welche höhere Potenzen von v/c berücksichtigt.

1) Ließen sich die Werte von t_1 = Zeit des Lichtsignals für Hin- und Rückweg parallel zur Ätherströmung und von t_2 = Zeit des Lichtsignals für Hin- und Rückweg senkrecht zur Ätherströmung bei der Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit nach Fizeau oder Foucault mit genügender Genauigkeit direkt der Beobachtung entnehmen (was erst bei einer Äthergeschwindigkeit von ca. 100000 km/sec möglich würde), so ließen sich die Werte von c und v ohne Anstellung des Michelsonversuchs aus den Formeln

$$c = \frac{2l/t_1}{t_2^2} \quad \text{und} \quad v = \frac{2l}{t_2^2}\sqrt{t_1^2 - t_2^2}$$

direkt berechnen.

Digitized by Google

3. Aller Einfluß, der von einer nicht experimentell beeinflußbaren Ätherbewegung ausgeht, muß in einem hinreichend kleinen Gebiet nach Größe und Richtung konstant sein, er ist daher in diesem nach der Methode des Michelsonversuchs, wie ausgeführt, bestimmbar.

Nun ist aber der Michelsonversuch bekanntlich negativ ausgefallen. Hätte er ein positives Ergebnis gehabt, so wäre man wohl niemals auf den Gedanken gekommen, daß es keine Gleichzeitigkeit voneinander entfernter Ereignisse im absoluten Sinne geben könne, denn solange sich das Licht im Äther als dem Bezugssystem seiner Geschwindigkeit fortpflanzt, besteht auch eine absolute Gleichzeitigkeit. Erst die Schwierigkeit, den negativen Ausfall dieses Versuchs zu erklären, brachte Einstein auf die Idee, sie durch den Begriff einer relativen Gleichzeitigkeit mitsamt dem Äther zu beseitigen. Es ist aber aus dem Experiment von Michelson nicht zu schließen, daß es keinen Äther gibt, denn das läßt die Erfahrungstatsache, daß die Lichtfortpflanzung unabhängig von der Bewegung der Lichtquelle ist, also auf irgendein anderes materielles Etwas bezogen werden muß, nicht zu, sondern daß entweder Erde und Äther relativ zueinander in Ruhe sind, oder daß die Bewegung des Äthers derart die starren Körper beeinflußt, daß der Wegunterschied der Lichtstrahlen im Interferometer ausgeglichen wird, wie dies H. A. Lorentz annahm (Kontraktionshypothese). Daß die erstere Annahme keine unüberwindlichen Schwierigkeiten macht, wurde von verschiedenen Seiten betont, sie hat überdies den Vorzug der Natürlichkeit[1]). Nach dieser Auffassung läßt sich also die absolute Gleichzeitigkeit an der Erdoberfläche durch optische und elektrische Signale ermitteln, ohne daß eine Korrektur nötig ist, welche dem Bewegungszustand des Äthers Rechnung trägt, und auch für den Himmelsraum sind Methoden prinzipiell denkbar, um die Strömungen des Äthers in ihm festzustellen und dadurch die absolute Gleichzeitigkeit kosmischer Ereignisse. Wenn man andererseits sich der Auffassung von Lorentz anschließt, die freilich das Schulbeispiel einer „Hypothese ad hoc" darstellt, dann würde allerdings der Bewegungszustand des Äthers sich durch optische und elektrische Experimente, soviel man sieht, auf keine Weise ermitteln lassen. Es wäre aber nicht ausgeschlossen, daß spätere Erfahrung ihn auf andere Weise feststellen könnte, man wäre also auch dann nicht berechtigt zu sagen: es gibt prinzipiell keine meßbare absolute Gleichzeitigkeit an verschiedenen Orten, sondern man dürfte nur folgern: vorläufig, nach unseren jetzigen Kenntnissen und Hypothesen läßt sich die absolute Gleichzeitigkeit an verschiedenen Orten nicht durch Messung ermitteln. Man darf die Möglichkeit nicht leugnen, daß spätere Experimente die ohnehin unwahrscheinliche Kontraktionshypothese umstoßen können oder daß auf sonst eine Weise spätere Erfahrungen aus der Verlegenheit helfen und diese Messung ausführbar machen.

Man wird uns vielleicht entgegenhalten: die Vorstellung, daß die Lichtgeschwindigkeit stets relativ zum Äther nach allen Richtungen konstant sei und sich nach dem Unabhängigkeitsprinzip zur Ätherbewegung geometrisch addiere, welche von uns zu den notwendigen Prämissen der Deutung des Michelsonversuchs und damit der exakten Feststellung der Äthergeschwindigkeit, Lichtgeschwindigkeit und absoluten Gleichzeitigkeit vermittelst Lichtsignalen gezählt wurde, sei eine willkürliche Voraussetzung oder zum mindesten eine bisher unbewiesene Hypothese. Dieser Einwand, welcher Beachtung verdient, kann natürlich nicht dahin verstanden werden, daß das Axiom der gleichen physischen Geschwindigkeiten, aus welcher wir die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit im freien Äther herleiteten, und das Unabhängigkeitsprinzip keine unbedingte Geltung beanspruchen können, sondern nur dahin, daß möglicherweise auch im freien Äther die Bedingungen der Lichtfortpflanzung nicht nach allen Richtungen die gleichen sind, was entweder auf einer Anisotropie des Äthers oder auf einer Anisotropie oder sonst abweichenden Verhalten des Lichts gegenüber dem Äther beruhen könnte. Man könnte sich, was letzteres betrifft, vorstellen, daß 1. in Wirklichkeit die Lichtgeschwindigkeit stets relativ zur Lichtquelle und nicht relativ zum Äther konstant ist, oder 2. daß für den im Äther bewegten Spiegel (bzw. für einen im Ätherwind ruhenden Spiegel) ein anderes Reflexionsgesetz als das bisher angenommene tatsächlich gilt, z. B. ein der Emissionstheorie entsprechendes, wonach der Reflexionswinkel gleich dem Einfallswinkel, aber auch die Geschwindigkeit des reflektierten Lichts gleich der Geschwindigkeit des einfallenden, beides bezogen auf das System des Spiegels wäre, oder daß 3. der Ätherwind das Licht, weil es transversale Masse besitzt, nur in der Richtung der Wellennormale so mit sich führt,

1) Siehe P. Lenard, „Über Äther und Uräther, 2. Aufl., Leipz. 1922, und Ann. d. Phys. **73**, 89, 1923; E. Gehrcke in Drudes Optik, 3. Aufl., S. 473 und Verh. d. D. Phys. Ges. 1918, S. 165 und 1919, S. 67; ferner K. Vogtherr, Astr. Nachr. **217**, Nr. 5203, 1922 und **222**, Nr. 5317, 1924.

Digitized by Google

wie es die bisherige Wellenlehre vorschreibt, nicht aber, oder nur allmählich, wenn die Lichtfortpflanzung senkrecht zum Ätherwind steht, so daß in diesem Falle keine momentane völlige Mitführung durch den Äther erfolgt. Dagegen ist zu sagen: allerdings würde in diesen Fällen die unter Voraussetzung der ausnahmslosen Konstanz der Lichtgeschwindigkeit relativ zum Äther berechnete Geschwindigkeit von Lichtsignalen nach verschiedenen Richtungen von der tatsächlichen etwas abweichen und damit auch die absolute Gleichzeitigkeit an verschiedenen Orten nicht richtig ermittelt werden. Aber es kommt bei allen diesen Hypothesen darauf an, ob auch die sonstige Erfahrung im Bereiche der Optik mit ihnen vereinbar ist, deren Zusammenhang allein zwischen den vorliegenden theoretischen Möglichkeiten entscheiden kann, und da ergibt sich denn sofort, daß dies, was das hier angenommene Verhalten des Lichts gegenüber dem Äther betrifft, nicht der Fall ist. Die Auffassung 1 widerspricht den Beobachtungen an Doppelsternen und dem Versuch von Sagnac, die Auffassung 2 ebenfalls (wenigstens was das irdische Licht betrifft) dem Versuch von Sagnac, und die Auffassung 3 würde in der vorliegenden Fassung, welche einen Ätherwind an der Erdoberfläche voraussetzt, ebenfalls in Widerspruch mit der Erfahrung stehen und fordern, daß der Reflexionswinkel in meßbarem Betrage vom Einfallswinkel abweicht. Aber auch wenn die eine oder andere dieser Auffassungen nicht der Erfahrung widerspräche, würde sie nichts gegen die Möglichkeit beweisen, die absolute Gleichzeitigkeit von Ereignissen an verschiedenen Orten zu ermitteln. Denn würde die Annahme 1 oder 2 von der Erfahrung gestützt, so wäre die Lichtgeschwindigkeit unabhängig von einer etwa vorhandenen Ätherbewegung und auf dem Hin- und Rückweg eines Lichtsignals unter sonst gleichen Umständen die gleiche, wenn die Annahme 3 den Tatsachen entspräche, so würde der Einfluß der Ätherbewegung auf die Lichtgeschwindigkeit auch für den Hinweg allein, trotz des ungleichen Verhaltens des Lichts gegenüber der Mitführung durch den Äther, sich nach dem Prinzip des Michelsonversuchs bestimmen lassen[1]) und das gleiche wäre auch bei allen übrigen derartigen Hypothesen der Fall.

Die einzige physikalische Bedingung (abgesehen von der bereits betrachteten Lorentzschen Kontraktionshypothese), welche dem ersten Anschein nach eine Bestimmung absoluter Gleichzeitigkeit an verschiedenen Orten unmöglich macht, wäre eine (in einer besonderen Struktur begründete) Anisotropie des Äthers in der Art, daß durch sie jede Signalgeschwindigkeit nur in einer bestimmten Richtung und nur auf dem Hinweg beeinflußt (vergrößert oder verringert) würde, auf dem Rückweg in gleicher Richtung und in den dazu senkrechten Richtungen dagegen nicht (oder in anderer Weise) abgeändert würde. Da eine derartige Anisotropie des Äthers auch die Ganggeschwindigkeit transportierter Uhren in ähnlich ungleicher Weise beeinflussen könnte, so ließe sich, soviel man sieht, die durch sie bewirkte Änderung der Signalgeschwindigkeit nicht von einer gleichmäßigen Beeinflussung derselben auf dem Hin- und Rückweg in einer bestimmten Richtung unterscheiden. So scheint also doch die von uns behauptete prinzipielle Möglichkeit der Feststellung absoluter Gleichzeitigkeit eine, wenn auch durch gekünstelte Annahmen und eigens darauf gerichtete Spitzfindigkeit erzwungene theoretische Lücke zu besitzen.

Nun ist aber folgendes zu bedenken: Ruft eine derartige Anisotropie des Äthers keinerlei Änderungen im physikalischen Verhalten gegenüber dem physikalischen Verhalten in einem homogenen Äther hervor, welche jemals beobachtbar werden, ist sie also prinzipiell unerfahrbar und ununterscheidbar von der Homogenität des Äthers, so wäre sie eine höchst unnütze Hypothese und die dann ebenfalls prinzipiell unerfahrbare Veränderung der Signalgeschwindigkeit durch die Anisotropie des Äthers bestände nur als ein gänzlich überflüssiges und daher unberechtigtes Gedankending. Was prinzipiell unerfahrbar, in seiner Existenz weder wahrnehmbar noch erschließbar ist, und dennoch als räumlich-körperlich existierend vorgestellt wird, ist eine metaphysische, für die Wissenschaft belanglose Erfindung und muß daher abgelehnt werden, ebenso wie eine Zeit, die prinzipiell unerfahrbare zeitliche Bestimmungen von Vorgängen enthalten soll, als metaphysische Zeit abgelehnt werden muß. Ist dagegen die Anisotropie von Einfluß auf physikalische Vorgänge und dieser Einfluß früher oder später erfahrbar, so wird man auch durch Naturbeobachtung auf die Hypothese der Anisotropie geführt werden und die betreffenden Erfahrungen lassen dann sehr wahrscheinlich Schlüsse auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Signale verschiedener Richtung im Äther auch in quantitativer Hinsicht zu. So wird z. B. wenn das Huygenssche

1) Es würde auch in diesem Falle, wenn die Geschwindigkeit der Lichtfortpflanzung ungeachtet der transversalen Masse stets relativ zum Äther konstant bleibt, die Formel $\Delta = l \frac{v^2}{c^2}$ gelten und ein positiver Ausfall in gleichem Betrag zu erwarten sein, wie nach der gewöhnlichen Auffassung.

Digitized by Google

Prinzip gilt, bei der angenommenen Beeinflussung der Lichtgeschwindigkeit durch einen anisotropen Äther der Reflexionswinkel am gleichen Spiegel bei gleichem Einfallswinkel von der Orientierung im Raume (zum Äther) abhängig und es läßt sich daraus, genügende Schärfe der Beobachtung vorausgesetzt, die variable Lichtgeschwindigkeit nach den verschiedenen Richtungen berechnen. Auch in diesem Falle wäre also die praktische Feststellung absoluter Gleichzeitigkeit nur abhängig von der genügenden Entwicklung der physikalischen Kenntnisse und einer hinreichenden Feinheit der Meßtechnik. Es geht aus derartigen Überlegungen deutlich hervor, daß eine Vorschrift, wie die absolute Gleichzeitigkeit an verschiedenen Orten durch Messung vermittelst Signale zu bestimmen sei, bereits in jeder eine Bewegung betreffenden berechtigten Hypothese, die wir an die Natur heranbringen, implicite enthalten ist, weil ihr die reine Verstandesanschauung der Zeit zugrunde liegt. Indem nun weitere Naturbeobachtung und neue Erfahrung im Laufe der Zeit zwischen den einzelnen möglichen Hypothesen auswählt, trifft sie auch zwischen den besonderen auf Hypothesen gegründeten Vorschriften, die Gleichzeitigkeit an entfernten Orten zu bestimmen, eine Auswahl. Diese ist daher ebensowenig willkürlich bestimmt, als eine durch Naturbeobachtungen bestätigte und mit den Erkenntnisgesetzen in Einklang stehende physikalische Hypothese willkürlich genannt werden kann. Sondern die physikalischen Hypothesen haben einen mehr oder weniger großen Wahrheitsgehalt, der Rest ist Willkür. So ist es auch mit jeder besonderen physikalischen Vorschrift zur Bestimmung der Gleichzeitigkeit entfernter Ereignisse: das, was an ihr willkürlich ist, beruht auf falschen Vorstellungen von dem Zusammenhang physikalischer Vorgänge und auf der Unvollkommenheit spezieller physikalischer Kenntnisse, nicht aber auf einer prinzipiellen Unvollkommenheit unseres Verstandes und der von ihm benutzten Zeitaxiome. Sondern die Möglichkeit einer nicht willkürlichen, mehr oder weniger angenäherten Feststellung der Gleichzeitigkeit ist prinzipiell auf jeder Entwicklungsstufe des physikalischen Wissens und der durch sie ermöglichten Genauigkeit gegeben.

Einer dritten und letzten Art, die Gleichzeitigkeit objektiv zu bestimmen, sei hier noch kurz Erwähnung getan. Sie beruht darauf, daß die phoronomische Gesetzmäßigkeit bewegter geometrischer Gebilde auch für physische Gegenstände Geltung hat (phoronomische Gleichzeitigkeit). Sätze wie: zwei gegen einander bewegte parallele Gerade berühren sich in allen Punkten gleichzeitig, oder: die Endpunkte zweier gleich langer Strecken, die sich auf einer Geraden gegen einander bewegen, begegnen sich gleichzeitig — um nur die einfachsten Fälle anzuführen — sind apodiktisch, a priori wahr, sie haben aber nichtsdestoweniger, ebenso wie die der (euklidischen) Geometrie, Geltung für die physische, körperliche Wirklichkeit, wenn sie auf physische Gebilde angewandt werden, die geometrische Gebilde realisieren (starre Körper, Lichtstrahlen), und sie ermöglichen so die Feststellung absoluter physischer Gleichzeitigkeit[1]). Diese Methode ist nicht nur in theoretischer Hinsicht höchst bemerkenswert, sondern auch von praktischer Bedeutung, indem die übliche Art, die Gleichzeitigkeit für verschiedene Orte der Erdoberfläche auf astronomischem Wege durch Beobachtung der Durchgangszeit eines Sternes durch den Meridian zu ermitteln[2]), auf phoronomischer Gleichzeitigkeit beruht. Hier ist die Erde und das mit ihr festverbundene Fernrohr der starre Körper, der sich gegen parallele Gerade (Lichtstrahlen) drehend bewegt. Genau genommen ist allerdings auch die Feststellung der Gleichzeitigkeit vermittelst der Sternzeit keine streng absolute, es wird vielmehr dabei stillschweigend vorausgesetzt, daß an den verschiedenen Punkten der Erdoberfläche nach Berücksichtigung des Einflusses der Erdrotation keine verschiedene Relativbewegung zum Äther mehr besteht. Die exakte Behandlung führt also auch in diesem Falle auf das Problem der Ätherbewegung (und der Gesetzmäßigkeit der Lichtausbreitung im bewegten Äther), wie jede andere zu ermittelnde objektive Gleichzeitigkeit gesehener Ereignisse.

1) Die angeführten Sätze zeigen aufs deutlichste, daß es eine reine und völlig bestimmte Verstandesanschauung nicht nur des Raumes, sondern auch der Zeit gibt. Es ist also die absolute allgemeingültige Gleichzeitigkeit nicht stets eine physische Gleichzeitigkeit wirklicher Ereignisse und es erweist sich so, daß die mathematische und physische Zeit, obwohl sie sich nie widersprechen, doch genau besehen voneinander unterschieden werden können. Sie stehen im gleichen Verhältnis zu einander, wie z. B. das gleichschenklig-rechtwinklige Dreieck der Geometrie, dessen räumliche Verhältnisse a priori feststehen, und ein physisches auf eine starre Ebene gezeichnetes gleichschenklig-rechtwinkliges Dreieck, für das die geometrischen Sätze Geltung haben.

2) Siehe v. Gleich. Zeitschr. f. Physik **25**, 235, 1924. Es wird hier der zur Korrektur der Sternzeit (zu ihrer Umrechnung auf absolute Weltzeit) nötige Wert der geographischen Länge eines Ortes als bekannt und richtig ermittelt vorausgesetzt. Diese Ermittlung erfolgt allerdings ursprünglich durch Beobachtung des Zeitpunkts, an welchem ein kosmisches oder irdisches Signal den Beobachter erreicht, also mit Hilfe der Signalgleichzeitigkeit, sie könnte aber, theoretisch betrachtet, auch durch eine vollkommene Erdmessung auf rein geometrischem Wege und ohne Benutzung der Signalgleichzeitigkeit ausgeführt werden.

(Eingegangen 22. Juli 1924.)

Digitized by Google

VORTRÄGE UND DISKUSSIONEN VON DER 88. VERSAMMLUNG DEUTSCHER NATURFORSCHER UND ÄRZTE IN INNSBRUCK[1]).

Walther Gerlach (Frankfurt a. M.), Neue Untersuchungen über magnetische Atommomente und Richtungsquantelung.

Auf Wunsch der Redaktion der Physikalischen Zeitschrift wird im folgenden ein kurzer Überblick über den Vortrag gegeben, der in ausführlicher, teilweise erweiterter Form in kurzem in den Annalen der Physik erscheinen wird.

Otto Stern hat vor drei Jahren auf dem Jenaer Physikertag eine Überlegung mitgeteilt, nach welcher es möglich erschien, nicht nur das magnetische Moment eines Atoms zu bestimmen, sondern auch die von Debye und von Sommerfeld zur modellmäßigen, quantentheoretischen Deutung des Zeemaneffektes erdachte Richtungsquantelung, welche von A. Sommerfeld sehr anschaulich dargestellt und zu einer allgemeinen Theorie der räumlichen Quantelung durchgeführt wurde, experimentell in ganz eindeutiger Weise zu prüfen. Es war dann auch bald gelungen, experimentell sowohl den einfachsten Fall der Richtungsquantelung nachzuweisen, als auch das magnetische Moment des normalen Silberatoms zu bestimmen; dieses ergab sich zu einem Bohrschen Magneton. Mittlerweile konnte man die Methode sowohl verbessern, als auch auf andere Elemente als Silber anwenden. Über einige der Fortschritte soll hier berichtet werden:

Zunächst sei ganz kurz das Prinzip der Methode wiederholt: Man arbeitet mit Atomstrahlen. Hierunter versteht man die 1892 von dem Amerikaner Anthony[1]) erstmalig dargestellte und richtig gedeutete Erscheinung: Atome, welche auf Grund ihrer Temperaturgeschwindigkeit im Hochvakuum sich in solchen Abständen geradlinig fortbewegen, daß sie sich gegenseitig nicht stören; insofern wird diese Atomstrahlung hier modifiziert, als durch Blenden dafür gesorgt wird, daß nur praktisch parallel fliegende Atome in die Untersuchungsapparatur hineinfliegen. Diese besteht wesentlich aus einem magnetischen Felde großer Inhomogenität solcher Art, daß Richtung des Feldes und Richtung der Inhomogenität einander parallel und beide senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung des Atomstrahls gerichtet sind. Haben die Atome ein magnetisches Moment, so werden sie im Felde aus ihrer Bahn abgelenkt. Gilt die Richtungsquantelung, so erhält man Ablenkungen der Atome um diskrete Winkel, also Aufspaltungen des Atomstrahls in mehrere diskrete Strahlen, wobei die Zahl der Aufspaltungen und ihre Größe durch das magnetische Moment des Atoms gegeben ist. Die klassische Theorie liefert — da nach ihr alle möglichen Stellungen der magnetischen Achse des magnetischen Atoms im Felde möglich sind — nur eine Verbreiterung des Atomstrahls unter der magnetischen Kraftwirkung. Tritt aber der Quantenfall ein und kennt man die Inhomogenität und die Geschwindigkeit, mit welcher die Atome durch das inhomogene Feld bekannter Länge fliegen, so ergibt sich aus der Größe der Ablenkung unmittelbar das magnetische Moment des Atoms, für welches Bohrs Theorie einen ganz bestimmten Wert liefert.

Das magnetische Feld eines großen Elektromagneten wirkt zwischen einem schneideförmigen Pol und einem spaltförmigen Pol nach Fig. 1. Seine Länge beträgt 30 bzw.

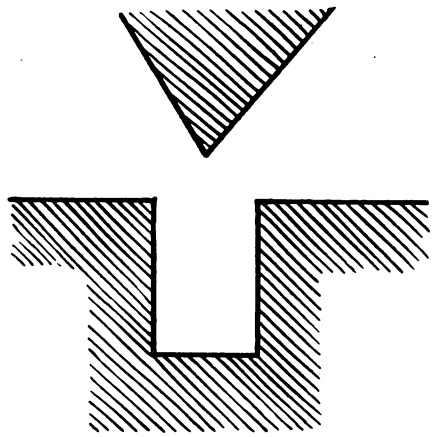


Fig. 1.

47 mm bei zwei Apparaten. Die Eisenschneide S_1 (Fig. 2) ist auf der einen Seite verlängert durch eine fest mit ihr verbundene Messingschneide S_2, welche zwei scharfkantige Spalte trägt, deren Breite gewöhnlich zwischen 30 und 70 μ beträgt. Die Schneide und der Spaltpol passen in zwei Eisenführungen, welche in ein Messingstück M eingelötet sind. Dieses besitzt zwei Schliffe. Über dem einen wird

1) Literatur usw. hierzu siehe Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften, Band III Artikel „Atomstrahlen" des Verf. 1924. S. 182—198.

Digitized by Google

eine, einen Konus tragende Metallplatte P gesetzt, an welcher sich ein Kühler K befindet, in welchem das Öfchen O gehalten ist, aus welchem der Atomstrahl herausverdampft. Über diese Platte wird eine Glasglocke luftdicht gesetzt (fehlt in der Figur), an welcher evakuiert wird. Der andere Schliff E trägt ein Gefäß zur Aufnahme eines Plättchens, auf welchem der Atomstrahl kondensiert wird; die Haltevorrichtung des Plättchens ist so eingerichtet, daß das Plättchen erforderlichenfalls mit flüssiger Luft gekühlt werden kann. — Schneide mit Spalten und Öfchenloch sind automatisch in einer Geraden justiert, welche parallel zur Magnetschneide verläuft.

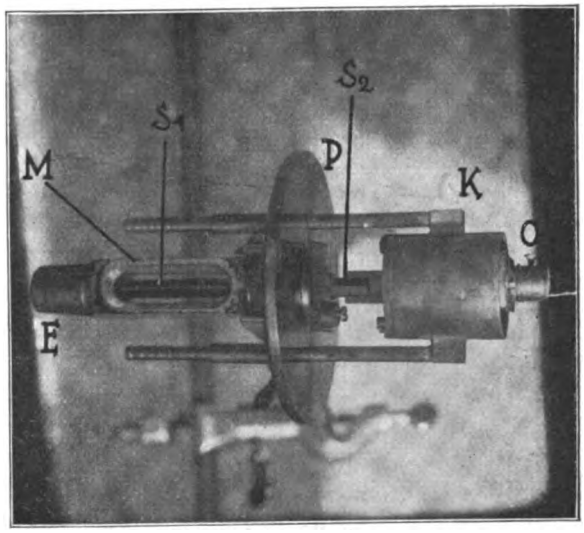


Fig. 2.

Fig. 2 gibt eine Photographie der wesentlichsten Teile. (Der spaltförmige Polschuh ist aus dem Messingmittelstück ausgelötet, so daß man direkt in den Apparat auf die Schneide sieht.)

Untersucht sind bisher 10 Elemente[1]).

1. Silber (8 neue Versuche). Das erste Ergebnis wurde stets bestätigt. Eine neue Magnetonmessung mit einer etwa doppelt so großen Aufspaltung wie früher (Ablenkung 0,22 mm) ergab gerechnet pro Mol $M = 5690$ Gauß · cm.

2. Kupfer (5 Versuche) verhält sich wie Silber. Quantitativ folgt — aus 2 Versuchen, welche zur Ausmessung geeignet waren — dasselbe magnetische Moment wie aus den Silberversuchen.

3. Gold (3 Versuche) verhält sich qualitativ und quantitativ wie Silber und Kupfer.

4. Thallium (4 Versuche) wird im Magnetfeld schwach beeinflußt: man beobachtet eine beiderseitige Verbreiterung mit solcher Intensitätsverteilung, daß unmagnetische Atome mit Sicherheit auszuschließen sind.

5. Zinn (9 Versuche) erleidet keinerlei Beeinflussung durch das Magnetfeld.

6. Blei (7 Versuche) verhält sich wie Zinn.

7. Antimon (5 Versuche) ist ebenfalls unbeeinflußt, doch ist es unsicher, ob Antimon atomar oder mehrfach molekular verdampft. Letzteres ist wahrscheinlicher.

8. Wismut (7 Versuche). Der Atomstrahl teilt sich in einen unbeeinflußten und einen stark angezogenen Teil auf. Es ist möglich, daß sich im Dampf neben Atomen auch Moleküle befinden.

9. Eisen (4 Versuche). Es wurde bisher keinerlei Beeinflussung durch das magnetische Feld gefunden. Sicher ist, daß unbeeinflußte Atome in starker Mehrzahl vorhanden sind. Das Ergebnis scheint mit dem Spektralverhalten nicht übereinzustimmen.

10. Nickel (11 Versuche). Der Atomstrahl wird im Feld in mehrere Teile aufgespalten. Bisher sind scharf erhalten O und $\pm i\,M$, wo i etwa gleich 2 ist. Es scheinen aber noch stärkere Aufspaltungen vorhanden zu sein. Doch überlagern sich diese offenbar wegen der Geschwindigkeitsverteilung der Atome im Strahl. Nickel liefert den ersten Fall des Nachweises eines Multipletts durch Atomstrahlversuche. Spektroskopisch ist der Normalzustand noch unbekannt. Fig. 3 zeigt eine Mikrophotographie der Nickelatomstrahlaufspaltung in etwa 9facher Vergrößerung.

Fig. 3.

1) Ein Teil der Ergebnisse siehe W. Gerlach u. A. C. Cillier, Zeitschr. f. Phys. **26**, 106—109, 1924. Die dort beschriebenen Versuche sind mittlerweile mit wesentlich verbesserten Hilfsmitteln wiederholt, so daß z. B. die noch vorhandene Unsicherheit bei Zinn beseitigt werden konnte.

Digitized by Google

Diskussion.

Herr Sommerfeld: Es ist anzunehmen, daß bei *Fe* nicht nur das energetisch tiefste Niveau des Grundquintetts (mit 9 magnetischen Komponenten), sondern auch die übrigen vier, energetisch benachbarten Niveaus angeregt werden (mit 7, 5, 3, 1 Komponenten). Da alle diese fünf Aufspaltungsbilder die Nullinie gemeinsam haben, würde in der Überlagerung derselben die Nullinie verstärkt erscheinen. Aber es ist theoretisch unbedingt zu erwarten, daß daneben mit abnehmender Intensität auch die anderen Linien (im Abstande $\pm\,{}^3/_2$, $\pm\,{}^6/_2$, $\pm\,{}^9/_2$, $\pm\,{}^{12}/_2$ Magnetonen) auftreten sollten.

Herr Gerlach: Ich weiß wohl, daß mein Ergebnis mit dem spektroskopischen in Widerspruch steht. 30—50 Proz. abgelenkte Atome hätte ich sicher an Intensitätsunterschieden erkannt. Ich möchte darauf hinweisen, daß man mit dem Unterwasserfunken zwischen Eisenelektroden bei geeigneter Anordnung Absorptionsspektra des Eisens erhalten kann, welche auffallend starke Absorptionslinien im Bereich 2200 bis 2100 AE. zeigen; diese Absorptionslinien lassen sich nicht in das Laportesche Schema einordnen. Es ist deshalb vielleicht noch nicht sicher, ob der Grotrian-Gieseler-Laportesche Grundzustand wirklich der Normalzustand des Eisenatoms ist.

Herr Joos: Die Verhältnisse beim Unterwasserfunken sind viel zu unübersichtlich, um aus seinem Spektrum Schlüsse ziehen zu können.

Herr Gerlach: Das kommt nur darauf an, wie man es macht. Mit systematischen Versuchen kann man sehr wohl definierte Verhältnisse und sichere Aussagen über Absorptionen und Serienzugehörigkeit erhalten, vor allem durch systematische Variation der Energie.

Herr E. Meyer: Ich weiß, daß Frl. Dr. Stücklen, Assistentin bei Prof. Henry in Zürich, der den Unterwasserfunken sehr gut kennt, Versuche gemacht hat, welche die Angaben von Herrn Gerlach über die Brauchbarkeit der Methode vollständig bestätigen. Versuche hierüber sind abgeschlossen und werden in kurzer Zeit erscheinen.

Herr R. Fürth: Ich möchte fragen, ob Herr Gerlach an Silber neue Präzisionsmessungen des Magnetons ausgeführt hat?

Herr Gerlach: Eine richtige „Präzisionsmessung" des Magnetons ist solange überhaupt unmöglich, als man nicht die Geschwindigkeitsverteilung berücksichtigen kann. Da aber doppelt so große Ablenkungen als früher erzielt wurden, sind die neuen Messungen des Magnetons wesentlich sicherer. Für Silber ist 5540 Gauß · cm pro Mol mit einem Meßfehler von etwa 3 Proz., für Kupfer und Gold der gleiche Wert mit einem Meßfehler von + 5 Proz. gefunden worden.

Josef Mattauch (Wien), Über eine Methode zur experimentellen Bestimmung eines Widerstandsgesetzes kleiner Kugeln in Gasen.

Bei der Ladungsbestimmung kleiner Probekörper (Pk) gehen Ehrenhaft und Millikan von verschiedenen Voraussetzungen aus. Millikan setzt voraus, daß die Ladungen verschiedener Tröpfchen untereinander gleich seien, bzw. daß diese Ladungen durch Teilung durch ganze Zahlen gleich gemacht werden können. So erhält er eine Beziehung zwischen verschiedenen Pk, die es ihm gestattet ein Widerstandsgesetz abzuleiten und daraus die Größe seiner Pk zu bestimmen. Gleichzeitig erhält er auf diesem Wege die gemeinsame Grundladung der verschiedenen Pk, das Elektron, dessen Existenz er also voraussetzt. Ehrenhaft setzt nichts über die Ladung der Pk voraus und berechnet die Radien seiner Pk nach dem Stokes-Cunninghamschen Widerstandsgesetze, dessen Gültigkeit er durch andere, namentlich optische, Versuche nachzuweisen sucht. Beiden gemeinsam ist die Voraussetzung, daß die Pk Kugeln von der Dichte des kompakten Materials sind:

$$mg = \frac{4\,a^3\,\pi\,\sigma\,g}{3} \qquad (1)$$

a = Radius, σ = Dichte

Rein mechanistisch wurde von Knudsen und Weber durch Modellversuche an großen Glaskugeln ein Widerstandsgesetz abgeleitet.

Seit es zum ersten Male durch Meyer und Gerlach gelungen ist ein und denselben Pk bei verschiedenen Gasdrucken zu beobachten, ist die Möglichkeit gegeben mit Hilfe der Voraussetzung (1) allein experimentell das Widerstandsgesetz zu bestimmen, und zwar auf folgende Weise:

Wir haben die Gleichungen:

$$mg \cdot B = v$$
$$e \cdot B = u = \frac{v + v_s}{\mathfrak{E}},$$

wobei v die Fallgeschwindigkeit im Schwerefelde, v_s die Steiggeschwindigkeit im elektrischen Felde von der Stärke $\mathfrak{E}$, ferner mg, e und B Gewicht, Ladung und Beweglichkeit des Pk bedeuten. Durch Division beider Gleichungen erhält man die Schwebespannung:

$$\mathfrak{E}^* = \frac{mg}{e} = \frac{v}{u}.$$

Als Beobachtungsmaterial wurden Flüssigkeiten, und zwar zunächst Öl gewählt, weil bei

Digitized by Google

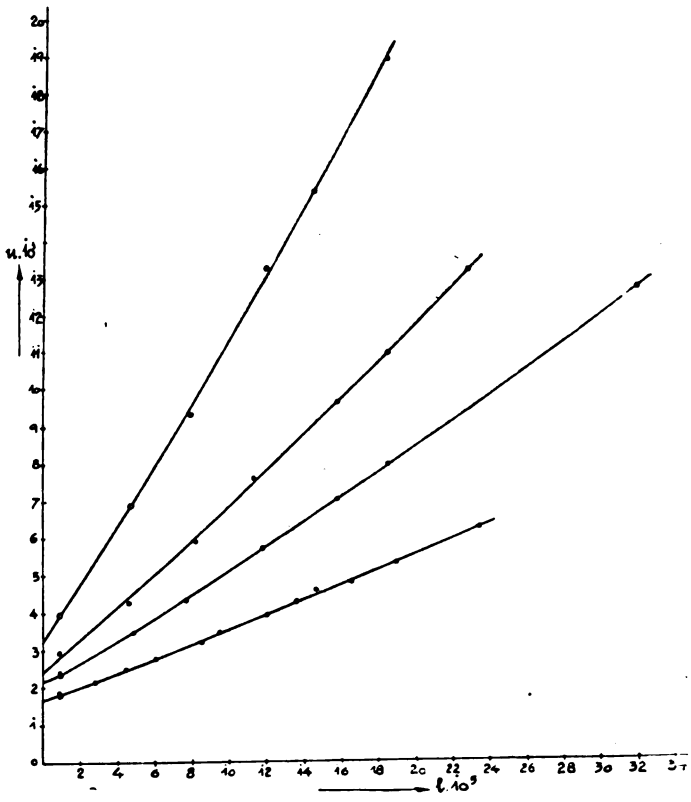


Fig. 1.

diesen die Voraussetzung der Kugelgestalt am besten garantiert ist und um einen Vergleich mit den Millikanschen Resultaten durchführen zu können. Wenn man v oder u, das sind direkt meßbare Größen, bei verschiedenen Gasdrucken bestimmt, so erhält man diese als Funktion der mittleren freien Weglänge l. Ich benütze in Hinkunft u allein, da dieses genauere Resultate ergibt. Denn ist der Pk bei der lange dauernden Beobachtung kleinen Massenschwankungen ausgesetzt, so ändert sich v ungefähr proportional mit a^2, während u sich prop. $\frac{1}{a}$ ändert. Wir machen nun den Ansatz:

$$B = \frac{1}{6\pi\mu a} f\left(\frac{l}{a}\right)$$

μ = Koeff. d. inneren Reibung,

wo für $l = 0$, $f\left(\frac{l}{a}\right) = 1$ wird. Ein anderer Ansatz ist wohl nicht möglich. Fig. 1 zeigt nun die experimentell gemessene Abhängigkeit zwischen den Größen u und l. Es ergeben sich durchwegs schwach nach aufwärts gekrümmte Kurven. Nachdem v und v_s bei mehreren Unterdrucken gemessen waren, wurde bei den meisten Pk wieder Gas bis zum Atm.-Druck eingelassen und der Pk noch einmal gemessen. Aus der Übereinstimmung des Anfangs- und Rückkehr-Punktes ergibt sich, daß sich während der Beobachtung an den Pk nichts geändert hat. Von diesen Kurven interessieren hauptsächlich die Abschnitte auf der Ordinatenachse. Dazu wird die Abhängigkeit der u von l in der Form:

$$u = \alpha_0 + \beta_0 l + \gamma_0 l^2$$

angesetzt, um der schwachen Krümmung Rechnung zu tragen, und die Konstanten α_0, β_0 und γ_0 durch Ausgleichsrechnung für jeden Pk bestimmt. Aus der Konstanten α_0 ergibt sich nun ein angenäherter Wert des Radius a_0, denn

$$\alpha_0 = \frac{2\sigma g}{9\mu \mathfrak{C}^*} \cdot a^2{}_0.$$

Auf diese Weise wurden 21 Öl-Pk in Stickstoff gemessen und gerechnet. Um zu prüfen, ob dieser Wert einen Sinn hat, beziehungsweise wie genau er ist, wurden einige der Pk nicht nur in N_2, sondern auch in einem anderen Gase in CO_2 ebenfalls bei verschiedenen Drucken gemessen. Aus den Messungen in CO_2 wurde ebenso wie aus denen in N_2 a_0 bestimmt. Die Radien weichen wie aus der Tabelle I ersichtlich, nur wenig voneinander ab. Dies beweist zugleich, daß das Verhältnis der benutzten μ-Werte von N_2 und CO_2 ziemlich gut sein muß. Bildet

Digitized by Google

Tabelle I.

Öl-Pk Nr.	$a_0 \times 10^5$ cm in N_2	$a_0 \times 10^5$ cm in CO_2
126	7,885	7,924
XXVI	9,910	10,061
127.	10,309	10,251
125	10,960	11,047

man nun für jeden gemessenen Punkt die Werte $\frac{u}{a_0}$ und $\frac{l}{a_0}$, so erhält man experimentell den Verlauf der Funktion $f\left(\frac{l}{a}\right)$, denn $\frac{u}{a} = f\left(\frac{l}{a}\right)$. Man erhält ein Diagramm, wie es Fig. 2 zeigt, mit

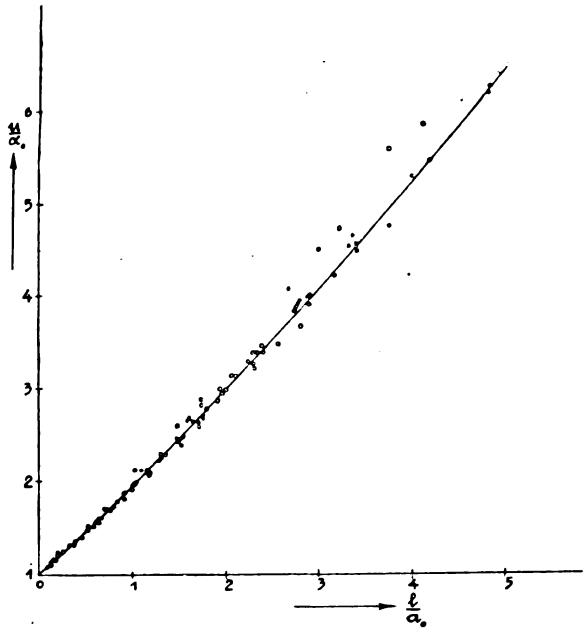


Fig. 2.

zirka 150 Punkten, da 21 Pk bei durchschnittlich je 7 Drucken gemessen wurden. Wenn man bedenkt, daß für jeden Pk aus den Beobachtungen bei verschiedenen Drucken gleichsam ein eigenes provisorisches Fallgesetz bestimmt wurde, denn etwas anderes ist die Bestimmung der 3 Konstanten α_0, β_0, γ_0 ja nicht, so ist es sehr erfreulich, daß die Punkte der verschiedenen Pk so schön in einer Kurve liegen, d. h. zunächst, daß für verschiedene Pk ein gemeinsames Fallgesetz existiert und die gemachte Voraussetzung zutrifft. Die ausgezogene Kurve stellt das Millikansche Fallgesetz für Öl in Luft dar. Man sieht deutlich, daß eine schwache Krümmung nach oben vorhanden ist. Deshalb wird es nun gestattet sein $f\left(\frac{l}{a}\right)$ in der Form anzusetzen:

$$f\left(\frac{l}{a}\right) = 1 + \frac{l}{a}\left(A + Be^{-c\frac{a}{l}}\right)$$

Das ist sowohl die Form des Knudsen-Weberschen, als auch die des Millikanschen Fallgesetzes. Die Form kann auch nicht gut anders sein, da der Klammerausdruck in obiger Gleichung zwischen den Extremfällen $l = 0$ und $a = 0$ zwischen den festen Grenzen A und $A + B$ bleiben muß. Nun wurden durch langwierigen zweimaligen Ausgleich die Konstanten A, B und c bestimmt. Dazu braucht man für B und c, da diese nicht linear auftreten, Näherungswerte. Als solche wurden die Knudsen-Weberschen benutzt. Diese sind $A = 0{,}683$, $B = 0{,}354$, $c = 1{,}85$. Für A, das für die Radienbestimmung aus den Punkten bei Atm.-Druck allein in Betracht kommt, da dort $Be^{-c\frac{a}{l}}$ zu vernachlässigen ist, wird kein Näherungswert benützt. Es ergibt sich so:

$$B = \frac{1}{6\pi\mu a}\left[1 + \frac{l}{a}\left(0{,}898 + 0{,}312 \cdot e^{-2{,}37\frac{a}{l}}\right)\right] \quad (2)$$

Jetzt lassen sich aus dem für alle Pk gemeinsamen Widerstandsgesetze die Radien genau berechnen und ebenso die Ladungen ohne etwas über ihre Gleichheit untereinander vorauszusetzen.

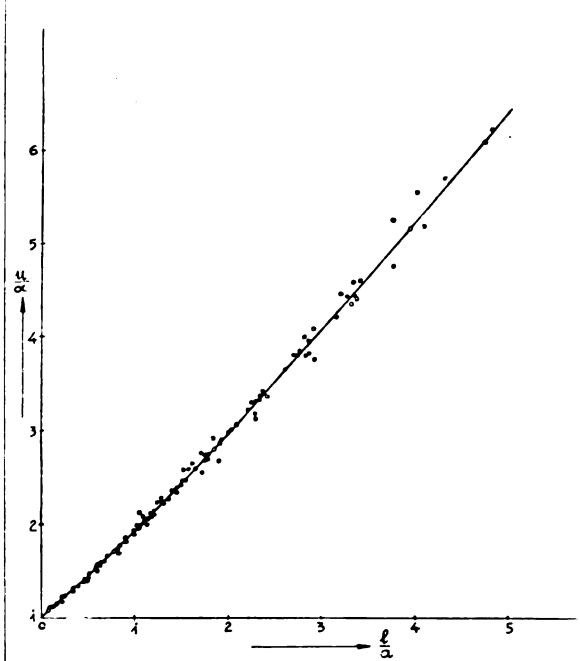


Fig. 3.

Die Fig. 3 zeigt, daß die mit den neuen Radien a und den $\alpha = \frac{e}{6\pi\mu a}$ berechneten Punkte mit den Kordinaten $\frac{u}{\alpha}$ und $\frac{l}{a}$ alle und besser als früher mit der gerechneten Kurve übereinstimmen. Das Millikansche Gesetz für Öl in

Digitized by Google

Tabelle II.

Öl-Pk Nr.	$a_0 \cdot 10^5$ cm	$a \cdot 10^5$ cm	$e \cdot 10^{10}$ el.-st. E.	Öl-Pk Nr.	$a_0 \cdot 10^5$ cm	$a \cdot 10^5$ cm	$e \cdot 10^{10}$ el.-st. E.
XIV	3,564	3,595	4,732	115	8,058	8,048	9,486 : 2 = 4,743
203	4,193	4,205	4,671	120	8,539	8,646	9,585 : 2 = 4,794
XVIII	4,566	4,310	4,730	118	8,599	8,700	9,639 : 2 = 4,819
XVII	5,082	4,747	4,709	105	9,047	9,095	9,454 : 2 = 4,727
130	5,194	5,176	4,686	114	9,538	9,514	9,454 : 2 = 4,727
XXIII	5,478	5,607	4,702	XXVI	9,910	9,905	9,317 : 2 = 4,659
106	6,235	6,307	4,537	127	10,309	10,324	14,415 : 3 = 4,805
XXV	6,673	6,776	4,583	125	10,960	10,991	19,097 : 4 = 4,774
122	6,981	7,024	4,764	119	11,510	11,524	19,857 : 4 = 4,714
108	7,265	7,323	4,660				
XXVII	7,287	7,338	4,653				
128	7,885	7,885	4,697				

Luft, das am ehesten damit zu vergleichen ist und das unter der Voraussetzung der Existenz des Elektrons abgeleitet wurde, lautet:

$$B = \frac{1}{6\pi\mu a}\left[1 + \frac{l}{a}\left(0{,}864 + 0{,}290 \cdot e^{-1{,}25\frac{a}{l}}\right)\right].$$

Die Millikansche Kurve unterscheidet sich so wenig von der nach Formel (2) gerechneten, daß sie nicht getrennt von dieser eingezeichnet werden konnte. Die Tabelle II enthält die a_0, a und l. Die a_0 sind, wie man sieht, nur wenig von den schließlich erhaltenen a verschieden. Dies zeigt wieder, daß es berechtigt war die a_0 als Näherungswerte einzuführen. Bei den größeren Pk konnten nicht mehr einfache Ladungen gemessen werden, da die zur Verfügung stehende Spannung hierzu zu klein war. Die durch entsprechende Teilung erhaltenen einfachen Ladungen stehen in der rechten Kolonne. Die Ladungen der verschiedenen Pk weichen höchstens um 2 bis 3,5 Proz. von dem gemeinsamen Mittelwert:

$$e = 4{,}709 \cdot 10^{-10}\ el.\text{-}st.\ E.$$

ab. Der hauptsächlichste Fehler dieses Mittelwertes rührt von einem eventuellen Fehler im Koeffizienten der inneren Reibung von N_2 her, für den es noch keine neuere Bestimmung gibt.

Aus dem III. physikalischen Institut der Universität Wien.

Diskussion.

Herr Schiller: Sind von dem Herrn Vortragenden auch schon entsprechende Widerstandsmessungen an festen Teilchen ausgeführt worden? Man könnte aus deren Ergebnis wohl auf ev. Abweichungen von der Kugelgestalt schließen und damit ein Urteil darüber gewinnen, ob die Zurückführung der Unterschreitungen des Elementarquantums auf Abweichung von der Kugelgestalt in solchen Fällen berechtigt ist.

Herr Ehrenhaft: Der nunmehr hier betretene Weg, das Widerstandsgesetz kleiner kugelförmiger Probekörper unabhängig von jeder Annahme über die atomistische Konstitution der Elektrizität experimentell zu ermitteln, scheint mir der einzig gangbare zu sein. Er entspricht auch durchaus jenen Bedingungen, die ich vor Jahren, das letzte Mal am Deutschen Physikertage zu Jena (Phys. Zeitschr. **22**, 615—618, 1921) für die Ermittlung des Widerstandsgesetzes vorgezeichnet hatte. Die außerordentlich großen experimentellen Schwierigkeiten, welche sich entgegenstellten, um denselben Probekörper bei verschiedenen Gasdrucken und in verschiedenen Gasen messend verfolgen zu können, sind hier in verdienstvoller Weise überwunden worden. Auf die soeben geäußerte Frage des Herrn Schiller, ob dieser Weg es ermöglichen werde, weitere Beweise für die Kugelgestalt zu erbringen und ob dieser Weg auch für andere Materialien bereits beschritten worden ist, bemerke ich, daß ich schon in unserer Arbeit Radioaktivität und Elektrizität (Ann. d. Phys. 1920, S. 785) solche Versuche ausgeführt habe. Dortselbst wurden einzelne Selenprobekörper bei verschiedenen abnehmenden Gasdrucken verfolgt und für die Konstante A des Stokes-Cunninghamschen Widerstandsgesetzes (identisch mit der Konstante A des Knudsen-Weberschen Gesetzes) unter Verwendung der normalen Selendichte der Wert 0,81 gefunden, der mit den früher von mir ausgebauten optischen Methoden in guter Übereinstimmung steht. Besonders interessant werden aber Versuche an kleineren Probekörpern unterhalb $3 \cdot 10^{-5}$ cm Radius, weil erst an diesen häufig Unterschreitungen des Elementarquantums zu erwarten sind und besonders auch Versuche an kleinen Quecksilberkugeln, weil hier große Schwierigkeiten zu obwalten scheinen. Schon seinerzeit habe ich Herrn Millikan geantwortet, daß selbst, wenn bei Öl bzw. Destillaten des Öls bevorzugte Ladungen zwischen 4 und $5 \cdot 10^{-10}$ elektrost. Einh. auftauchen, dies kein genügender Beweis für die Unteilbarkeit des Elektrons sei, sondern daß

Digitized by Google

dieses Elektron an allen Materialien und in allen Gasen, insbesondere auch an kleineren Probekörpern, ebenso resultieren müßte und daß auch an Öltröpfchen keine anderen Werte auftauchen dürften. Diesbezüglich sind zwei Mitteilungen sehr interessant. Ishida, der langjährige Mitarbeiter Millikans, mußte zugeben, daß, um an Öltröpfchen zum Elektronenwerte gelangen zu können, „einige Probekörper eliminiert werden mußten, da die Resultate aus unbekannten Gründen um 10—50 Proz. herausfielen" (Phys. Rev. **21**, 561, Zeile 9 v. u., 1923), eine Erfahrung, die durchaus auch mit der meinen übereinstimmt. Damit ist nach 15jähriger Diskussion ein großer Teil dessen von den Gegnern bereits zugegeben, was ich von anfang an behauptet hatte. Aber noch ein zweiter Punkt scheint besonders interessant, auf den Herr Sexl[1]) hingewiesen hat. Herr Millikan hat als zweites Material für die Bestimmung des Elementarquantums Quecksilberkügelchen herangezogen und in seinem bekannten Buche als Beweis für die universelle Existenz der Elektronenladung angeführt. Die ausführlichen Messungsprotokolle sind bei uns in Wien erst kürzlich bekannt geworden. Nach dem Bärschen Rechenverfahren könnte[2]) man an diesen Quecksilbertröpfchen, die Millikan als Beweisprobekörper für das Elektron herangezogen hat, schließen, daß diese großen Quecksilbertropfen „gewaltige Abweichungen von der Kugelgestalt oder aber eine schwammartige Struktur zeigen". Solche Schlüsse sind aber m. E. physikalisch unmöglich. Berechnet man aber die Quecksilberprobekörper Nr. 59 und 60, für welche allein ausführliche Angaben der Fallgeschwindigkeiten bei den verschiedenen Gasdrucken vorliegen, die mit diesen Messungen verträgliche Konstante des Stokes-Cunninghamschen Fallgesetzes, so erhält man $A = 0{,}8$, während Millikan mit $A = 0{,}7$ nur aus dem Grunde rechnet, um die Werte der Ladungen dieser Probekörper auf Multipla des Elektronenwertes $4{,}77 \cdot 10^{-10}$ elektrost. Einh. zu bringen. Dieser Wert $A = 0{,}7$ ist aber nicht nur unrichtig, weil er mit den Resultaten jener Versuche in Widerspruch steht, bei welchen man einzelne *Hg*-Kugeln aus dem Gase in die Flüssigkeit fallen ließ, sondern es würde sich unter Voraussetzung dieses Millikanschen Faktors als Dichte dieser Quecksilberkugeln statt 13,6 21 bzw. 28 ergeben! Mit dem mit den Fallversuchen verträglichen Widerstandsgesetze gerechneten A weichen aber die Ladungen dieser beiden Probekörper vom Elektronenwerte ab. Der Weg zur weiteren Klärung des Sachverhaltes ist also jetzt auf ganz enger Bahn gegeben. Es muß an verschiedenen Substanzen, insbesondere auch an nicht verdampfenden Flüssigkeitströpfchen höherer Dichte, zum Beispiel an gesättigter Lösung von Kaliumquecksilberjodid usw., und zwar an Probekörpern unterhalb $3 \cdot 10^{-5}$ cm Radius derselbe Probekörper bei verschiedenen Gasdrucken beobachtet und so das Widerstandsgesetz auch für diese aufgefunden werden. Dies ist der einzige Weg, der eine Entscheidung in der Elektronenfrage bringen kann.

1) Zeitschr. f. Phys. **26**, 371, 1924.
2) Ann. d. Phys. **59**, 398, 1919.

Herbert Daecke (Hamburg), Mathematisch-statistische Untersuchungen über die Subelektronen.

Der Streit über die Subelektronen ist wohl so hinreichend bekannt, daß es zur Einleitung genügt, kurz an die augenblickliche Lage zu erinnern. Die Diskrepanz zwischen Ehrenhaft und Millikan ist heute allerdings insoweit behoben, als alle Forscher, die bis zu einem genügend kleinen Radius herabgingen, Ladungen erhielten, die den Wert $4{,}77 \cdot 10^{-10}$ elst. E. weit unterschritten.

Nur teilen sich die Physiker hier in zwei Gruppen: die einen halten die Subelektronen für reell, während die anderen nur an eine scheinbare Existenz glauben, vorgetäuscht z. B. durch eine absorbierte Gashaut (Regener) oder eine veränderte Dichte (Bär) oder eine Abweichung von der Kugelgestalt (L. Schiller). Keine dieser Vermutungen hat bisher ihre allgemeine Gültigkeit erweisen können. Es erschien mir deshalb ratsam, die Frage einmal mit anderen als rein physikalischen, nämlich mit mathematisch-statistischen Methoden zu überprüfen.

In früheren Arbeiten pflegte man, wenn eine Reihe von Ladungsbeobachtungen vorlag, nach der hypothetischen Grundladung zu fragen, von der die beobachteten Ladungen ganzzahlige Vielfache waren. Dabei konnte man aber letzten Endes zweifelhaft sein, ob 3 Ladungen sich z. B. wie 1 : 2 : 3 verhielten oder in einem Verhältnis mit größeren Zahlen wie z. B. 10 : 19 : 31 stünden.

Ich habe dieselbe oder vielmehr eine ähnliche Frage für eine Reihe von Ladungen gestellt, die alle den Wert 4,77 wesentlich unterschreiten, und ich glaube bei der Formulierung und Beantwortung meiner Frage die eben erwähnte Unsicherheit wirklich ausgeschaltet zu haben.

Digitized by Google

Tabelle I.

$\varepsilon \cdot 10^{10}$	$\varepsilon \cdot 10^{10}$	$\varepsilon \cdot 10^{10}$	$\varepsilon \cdot 10^{10}$
4,56	—	4,09	—
4,33	8,83	4,55	—
4,16	8,82	4,40	—
4,81	8,90	4,25	—
4,76	9,35	4,34	—
4,56	—	3,98	—
4,37	—	4,49	8,81
4,07	—	3,04	
4,53	—		
3,99	7,90		

Teilchen-nummer	Radius $a \cdot 10^5$ cm	Ladung $\varepsilon \cdot 10^{10}$ elst. E.	Teilchen-nummer	Radius $a \cdot 10^5$ cm	Ladung $\varepsilon \cdot 10^{10}$ elst. E.
4e	1,173	3,78	12a	0,815	0,73
f		7,36	b		1,48
7	1,161	3,53	2a	0,780	1,01
20	1,073	3,94	b		2,03
23	1,043	2,78	22	0,675	0,541
5a	1,014	2,06	15a	0,652	0,49
b		4,03	b		0,95
19a	0,940	1,86	14a	0,553	0,60
b		3,59	b		1,20
11a	0,909	0,80	17a	0,451	0,55
b		1,62	b		1,13
16a	0,832	1,10			
b		2,23			

Ich habe in Tabelle I die Ergebnisse einer Arbeit von M. König[1]) mit Quecksilber in Luft. Es tritt hier mit abnehmendem Radius bei $1{,}2 \cdot 10^{-5}$ cm (nach König) ein Punkt auf, von wo die Ladungen weit unter 4,77 heruntersinken. Die Ladungen von diesem Radius ab stehen in der zweiten Hälfte der Tabelle, auf die wir jetzt besonderen Wert legen.

Ich stelle nun zunächst folgende Frage: Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß diese 24 Werte nur durch Fehlerstreuung verdeckte ganzzahlige Vielfache einer bestimmten Grundladung, z. B. von $0{,}50 \cdot 10^{-10}$ elst. E. sind?

Diese Frage kann ich beantworten mit der zyklischen Fehlertheorie, die R. v. Mises 1918 in der Physikalischen Zeitschrift[2]) entwickelt hat, oder vielmehr mit einem außerordentlich nützlichen Ganzzahligkeitskriterium, das er auf Grund der zyklischen Fehlertheorie aufgestellt und damals auf die Atomgewichte angewendet hat.

Wir rollen danach die Zahlenlinie mit unsern 24 Werten auf einem Kreis mit dem Umfang 0,50 (Fig. 1) auf und erhalten unser Ganzzahligkeitskriterium in der Größe

$$K = 2\pi \cdot C(kna)\, e^{kna \cos \alpha}$$

1) Zeitschr. f. Phys. 11, 253—259, 1923.
2) Phys. Zeitschr. 19, 490—500, 1918.

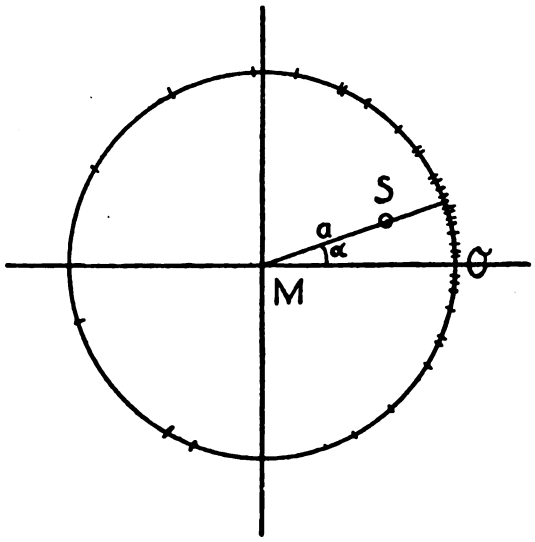


Fig. 1.

Je mehr K den Wert 1 überschreitet, desto mehr Wahrscheinlichkeit hat unsere Annahme für sich; ist $K = 1$, so ist jede andere Annahme ebenso wahrscheinlich; ist $K < 1$, so ist die Annahme zu verwerfen.

Die einzelnen Größen bedeuten folgendes: n ist die Anzahl unserer Beobachtungswerte, a und α sind die Polarkoordinaten des Schwerpunkts unserer Verteilung, k ist eine Größe, die dem Präzisionsmaß der linearen Fehlertheorie entspricht und aus a in folgender Weise berechnet werden kann:

$$a = -\frac{i\, J_1(ki)}{J_0(ki)},$$

wo $J_0(ki)$ und $J_1(ki)$ Besselsche Funktionen 0. bzw. 1. Ordnung des komplexen Argumentes ki sind. Daraus ergeben sich mit Hilfe der Reihenentwicklung der Besselschen Funktionen bequemere Ausdrücke zur Herstellung einer Tabelle. Ferner ist

$$C(kna) = \frac{1}{2\pi J_0(knai)}$$

Wir fragten bisher, wie groß K in bezug auf eine Wertereihe wie die von König für ein bestimmtes, vorgegebenes ε, z. B. $0{,}50 \cdot 10^{-10}$ ist. Rechnet man das durch, findet man hier $K = 2{,}21$. Dieser Wert überschreitet 1 immerhin schon um das Doppelte. Aber ich gehe jetzt über die Fragestellung von v. Mises hinaus. Denn es drängt sich uns doch sofort die Frage auf, ob in unserm Falle K nicht in der Nähe von 0,50, z. B. bei 0,53, noch größer wird.

Die weitgehendere und für unsern Fall interessantere Frage lautet also jetzt: Bei wel-

Digitized by Google

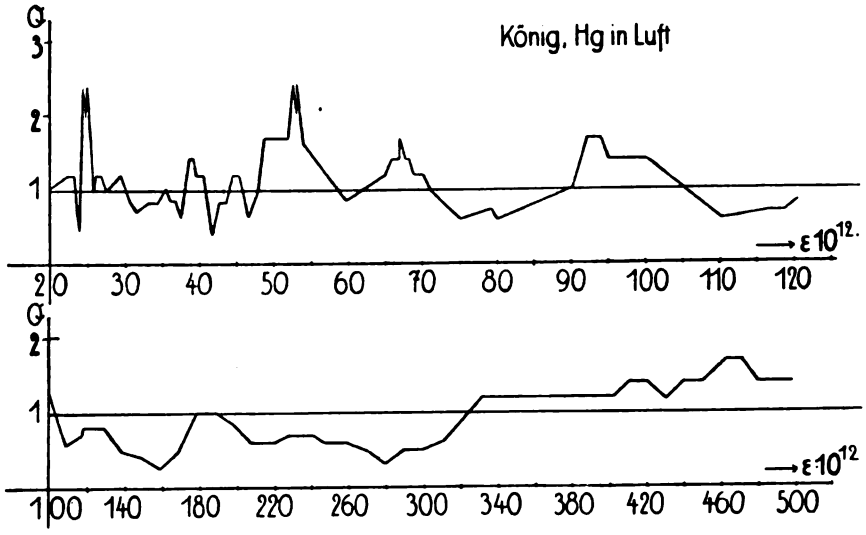


Fig. 2.

chen ε erreicht K ein relatives Maximum? Es würde doch z. B. ganz merkwürdig sein, wenn K bei zwei verschiedenen Arbeiten über Subelektronen an mehreren gleichen Stellen ein Maximum erreichen würde.

Da die Berechnung von K für viele Werte ε eine Unsumme von Arbeit nötig machen würde, müssen wir uns umsehen nach einer leicht berechenbaren Größe, die uns aber über die ungefähre Lage der Maxima von K hinreichend gut orientiert, so daß wir nur an diesen Stellen K für wenige ε zu berechnen brauchen.

Nun ist ganz klar, daß K um so größer wird, je mehr sich die Punkte in der Nähe des Nullpunktes häufen (s. Fig. 1), d. h. je mehr Punkte im 1. und 4. Quadranten liegen (desto größer wird nämlich a, desto kleiner α; beides macht aber K größer).

Es wird uns also der Quotient

$$Q = \frac{Z_1 + z_4}{z_2 + z_3}$$

(Z_i Zahl der Punkte im i. Quadranten)

eine gute Orientierung liefern. Je mehr er den Wert 1 übersteigt, desto größer wird auch K sein. Maxima von Q liefern also Maxima von K. Die Berechnung von Q ist einfach: man hat einfach die Differenzen unserer Ladungswerte gegen die Vielfachen des Umfangs jenes Kreises zu bilden, den man gerade betrachtet.

Mit diesen Hilfsmitteln ausgerüstet, gehen wir an unsere Beobachtungen heran. Aber wir erinnern uns daran, daß stets eine sorgfältige Auswahl des statistischen Materials notwendig ist.

Wir werden zunächst solche Versuchsreihen ausschalten, bei denen nicht alle Forscher wesentliche Unterschreitungen festgestellt haben. Damit fallen die Beobachtungen am Öl und am Paraffin fort.

Substanzen, an denen nun von vielen Physikern Ladungsunterschreitungen beobachtet wurden, sind Quecksilber, Platin, Gold, Silber, Kupfer, Schwefel und Selen. Davon schalten wir weiter noch Kupfer, Schwefel und Selen aus, weil diese Substanzen nur verhältnismäßig wenig untersucht wurden und ferner nicht denselben Anspruch auf möglichst vollständige, chemische Definiertheit und Stabilität machen können wie die Edelmetalle. Aber wir können doch Fehlerquellen, die uns vorher bekannt sind, von vornherein vermeiden.

Da weiter zur Anwendung des Stokes-Cunninghamschen Gesetzes die Kugelgestalt eine unbedingte Voraussetzung ist, scheide ich von den vier verbleibenden Metallen noch Platin, Gold, Silber aus; denn man könnte immerhin bei diesen Elementen die Annahme einer „fetzenförmigen" Gestalt, die etwa durch Zerreißen im elektrischen Lichtbogen entstanden wäre, noch plausibel finden. Beim Quecksilber dagegen bezweifelt wohl kaum jemand die Kugelgestalt. Das Quecksilber zeichnet sich außerdem noch durch ein starkes metallisches Reflexionsvermögen aus, so daß man es noch in einer Größenordnung sichtbar machen kann, wo andere Substanzen gar nicht mehr wahrnehmbar sind.

Von den vielen Untersuchungen am Quecksilber habe ich die vorhin schon erwähnte Arbeit von M. König und eine andere von Radel[1]) herausgegriffen. Bei diesen Arbeiten tritt nämlich mit abnehmendem Radius ein Punkt auf, wo die Ladungen weit unter 4,77 herunter-

1) Zeitschr. f. Phys. 3, 63—88, 1920.

Digitized by Google

sinken, und ich habe diese Tatsache als Einteilungsgrund für meine Statistik verwertet.

Wichtig ist zu bemerken, daß ich nur Ladungen verwende, die scheinbar gar nichts mit 4,77 zu tun haben. Bei Besprechung meiner Resultate wird es klar werden, daß dies einer der wesentlichsten Schritte meiner Arbeit ist.

Im einzelnen ist nun folgendes zu sagen. Bei der Königschen Arbeit (Quecksilber in Luft) handelt es sich für uns zunächst darum, Q für eine ganze Reihe von ε zu bestimmen, um die ungefähre Lage der Maxima zu erkennen. Man kann die Resultate in einer Tabelle und übersichtlicher in einer Figur vereinigen (Fig. 2). Man erkennt dann deutliche Maxima von Q an den Stellen: $\varepsilon = 0{,}25 - 0{,}26$, 0,53, 0,68, 0,93 — 0,94, 1,20, 1,90, 4,10 — 4,20, und schließlich bei 4,6 — 4,7. Ich bitte besonders auf folgendes zu achten: Bei Werten, die scheinbar gar nichts mit 4,77 zu tun haben, vielmehr bis auf einen Wert (7,36) alle wesentlich unter 4,77 liegen, tritt bei der Aufrollung auf einem Kreis schließlich für den Quotienten Q ein Maximum bei 4,6—4,7 auf.

An einigen Stellen, an denen Q besonders groß wird, untersuchen wir K genauer. Ich habe das an vier Stellen getan: bei $\varepsilon = 0{,}25$, $\varepsilon = 0{,}53$ (Fig. 3), $\varepsilon = 0{,}68$ (Fig. 4) und $\varepsilon = 0{,}93 - 0{,}94$. Die Resultate vereinigt Tabelle II.

Tabelle II.

Maximum bei	k	Es ist	Fehler in Proz.
$\varepsilon = 0{,}2527 \cdot 10^{-10}$	$k = 4{,}80$	$4{,}77 : 19 = 0{,}251$	0,677
$\varepsilon = 0{,}5242$	4,61	$: 9 = 0{,}53$	1,094
$\varepsilon = 0{,}674$	1,97	$: 7 = 0{,}6814$	1,086
$\varepsilon = 0{,}937$	1,95	$: 5 = 0{,}954$	1,782

Die ε-Werte sind entweder durch numerische oder graphische Interpolation gefunden.

Man macht beim genaueren Zusehen eine merkwürdige Entdeckung. Die vier ε-Werte lassen sich nämlich innerhalb der Grenzen des Beobachtungsfehlers mit ganzzahligen Submultipla (wobei zu beachten ist, daß wir nur kleine Nenner und den Zähler 1, gelegentlich auch 2, anwenden) des elektrischen Elementarquantums 4,77 identifizieren. Die äußerst kleinen Fehler sind in der 4. Spalte von Tabelle II angegeben.

Ich will gleich noch einen Einwand widerlegen. Man könnte z. B. fragen, warum ich 0,2527 nicht mit dem 18. Teil von 4,549 oder mit dem 20. Teil von 5,054 identifiziere. Man bedenke aber nur, daß dann die Annahme, die übrigen ε-Werte (0,5242, 0,674, 0,937) seien ebenfalls Submultipla von 4,549 bzw. von 5,054,

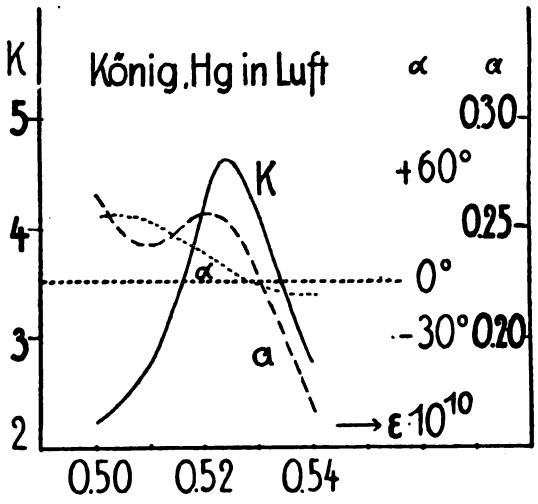


Fig. 3.

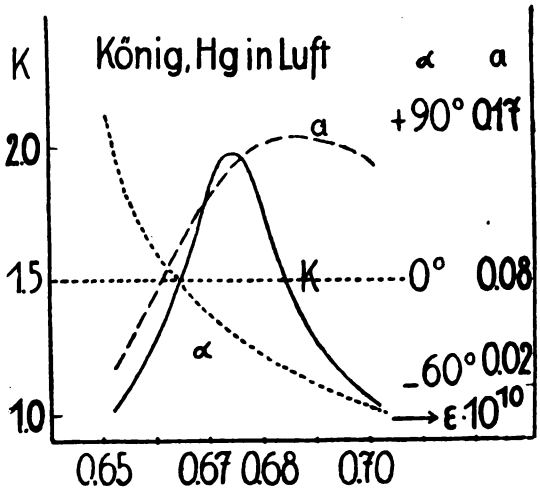


Fig. 4.

zu übermäßig großen Fehlern führt. Tabelle III veranschaulicht uns dies:

Tabelle III.

Annahme	von	Dabei macht man Fehler		
		0,5242	0,674	0,937
		Proz.	Proz.	Proz.
0,2527 sei der 17. Teil	4,2959	2,4	5,9	9,1
18. „	4,5486	3,7	3,7	3,0
19. „	4,8013	1,7	1,7	2,4
	4,77	1,094	1,090	1,782
20. „	5,054	3,7	6,6	7,3

Man erkennt die Richtigkeit unserer Annahme.

König hat nun außerdem noch Versuche mit Quecksilber in CO_2 gemacht. Hier habe ich 39 Ladungswerte untersucht, die ebenfalls

Digitized by Google

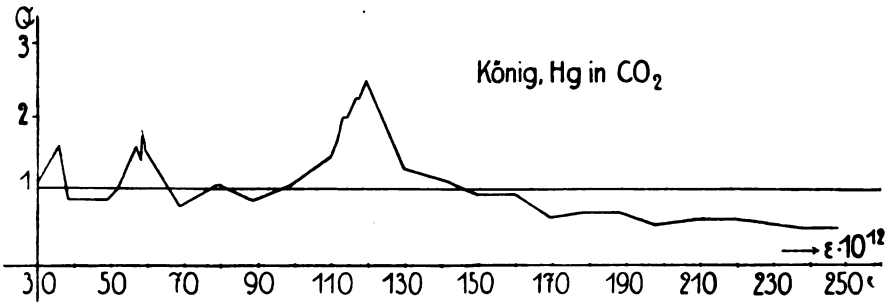


Fig. 5.

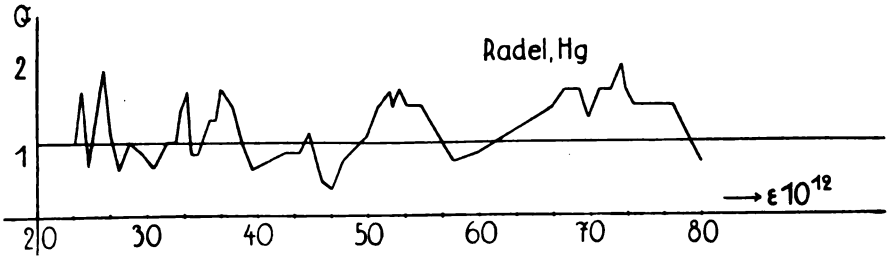


Fig. 6.

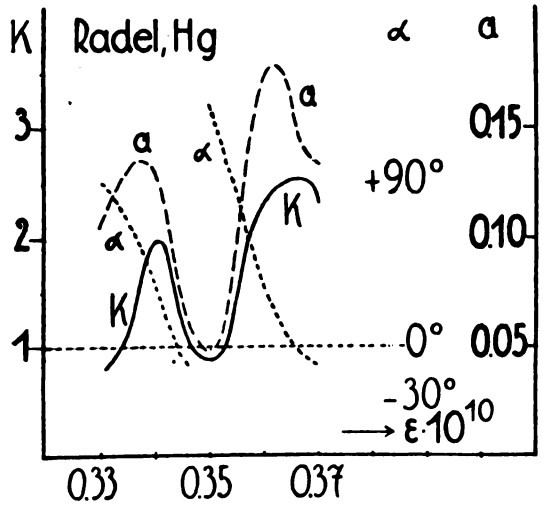


Fig. 7.

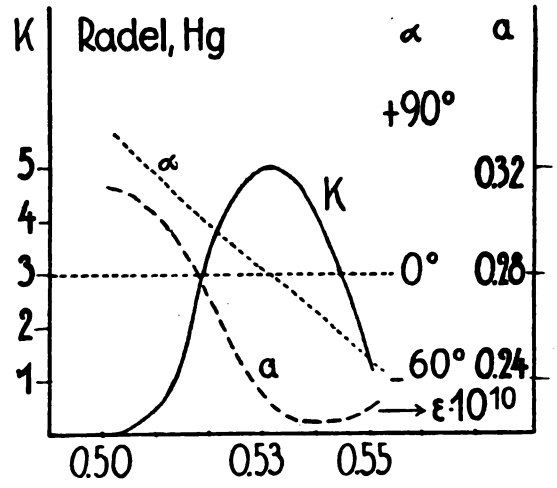


Fig. 8.

nichts mit 4,77 zu tun haben. Die Q-Kurve (Fig. 5) läßt deutlich Maxima bei $\varepsilon = 0{,}37$, 0,59, 0,80 und ein sehr großes Maximum bei 1,20 erkennen. Untersucht man K an der letzten Stelle, so findet man das Maximum bei 1,14 mit $K = 8{,}12$ (beachtenswert groß), während 1,1925 der 4. Teil von 4,77 ist. Bei 0,58 ist $K = 3{,}69$.

Ferner habe ich die Q-Kurve bei Radel mit 30 Ladungswerten hergestellt (Fig. 6). In diesem Falle habe ich ein kleineres Intervall etwas genauer untersucht. Maxima von Q finden sich bei $\varepsilon = 0{,}25-0{,}27$, 0,34, 0,36—0,37, 0,45, 0,53, 0,68, 0,73. An 5 Stellen ist K genauer berechnet, nämlich bei

$$0{,}251\left(\frac{e}{19}\right),\quad 0{,}265\left(\frac{e}{18}\right),\quad 0{,}3407\left(\frac{e}{14}\right),$$
$$0{,}367\left(\frac{e}{13}\right),\quad 0{,}53\left(\frac{e}{9}\right).$$

(Vgl. Fig. 7 u. 8.)

Es überrascht fast die Genauigkeit, mit der sich die Untersuchung selbst bei kleineren Teilen durchführen läßt: $\frac{e}{14}$ ist 0,3407; durch Interpolation finden wir bei 0,3413 einen höheren K-Wert. Dann geht die Kurve herunter, um bei 0,367 $\left(\frac{e}{13}\right)$ wieder anzusteigen. Sehr schön ist auch das Maximum bei 0,53 ausgeprägt $K = 4{,}94$.

Digitized by Google

Man könnte nun die mathematisch-statistischen Resultate unserer Untersuchung sehr schön finden, aber wegen des im allgemeinen kleinen n ($n = 24, 30, 39$) sich scheuen wollen, Schlüsse auf physikalischem Gebiet daraus zu ziehen. Dagegen kann als Beweis die außerordentlich gute Übereinstimmung des theoretischen zyklischen Fehlerintegrals mit der durch die wirkliche Fehlerverteilung bestimmten, entsprechenden Summenfunktion angeführt werden, die in drei Fällen graphisch dargestellt sind. Selbst bei kleinem K (König, Quecksilber in Luft, $\varepsilon = 0{,}67256$, $K = 1{,}96$) ist die Übereinstimmung eine prächtige (Fig. 9).

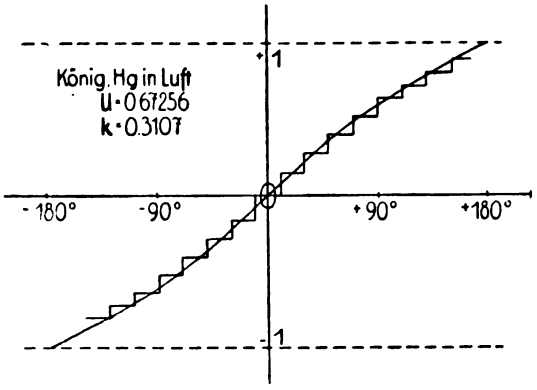


Fig. 9.

Zum Schluß möchte ich das Resultat der Untersuchung zusammenfassen. Wir untersuchten von 3 voneinander unabhängigen Arbeiten scheinbar gesetzlose Ladungswerte, die den Wert 4,77 wesentlich unterschreiten und stellten fest: Die Annahme, daß sie ganzzahlige Submultipla von 4,77 sind (mit kleinen Nennern), besitzt größere Wahrscheinlichkeit als jede andere Annahme.

Zur Erklärung möchte ich hier noch folgendes hinzufügen. Ich glaube nun nicht, daß notwendig alle 24 Werte von König z. B. ganzzahlige Vielfache von 0,53 oder alle ebenso von 0,6814 sind. Dann müßte unser Ausdruck K an diesen Stellen natürlich viel größer sein. Was wir vor uns haben, ist ein inhomogenes Material. Einige Ladungen sind als Vielfache von 0,53, andere als solche von 0,6814 usw. aufzufassen. Und nach unseren Ergebnissen wird es uns nun nachträglich — ich betone nachträglich — gelingen, einzelne von den Ladungen als Teile von 4,77 innerhalb der Beobachtungsfehler absolut sicher zu identifizieren. Z. B. bei König (s. Tabelle I) 0,60 als $\frac{e}{8}$, 1,20 als $\frac{e}{4}$, 0,95 als $\frac{e}{5}$, 0,80 als $\frac{e}{6}$ usw.

Vor bindenden Schlußfolgerungen auf physikalischem Gebiet will ich mich als mathematischer Statistiker hüten; immerhin drängt es auch mich zu gewissen Vermutungen.

Man könnte diese Tatsache einmal in folgender Weise verwerten. Sollen sich die Beobachtungen über die Unterschreitung des elektrischen Elementarquantums mit den vielen Beweisen für die Existenz eines solchen vereinen lassen, so muß doch in irgendeiner Weise eine Reduktion dieser Unterschreitungen auf 4,77 möglich sein. Vielleicht kann dazu die Tatsache nützlich sein, daß die scheinbar gesetzlosen Unterschreitungen doch in der oben erwähnten Beziehung zu 4,77 stehen.

Andererseits kann man auch den Schluß ziehen, daß nämlich bei kleinen Radien tatsächlich eine Teilung des Elektrons eintritt, und zwar zunächst in n ganze Teile, wobei dann wieder p von diesen n Teilen ($p < n$) zusammen auftreten können.

Die endgültigen Folgerungen aus meinen Resultaten aber überlasse ich den Physikern.

(Da manches aus diesem kurzen Bericht nicht klar werden könnte, verweise ich auf meine demnächst in der Zeitschrift für Physik erscheinende ausführliche Abhandlung.)

Diskussion.

Herr Edgar Meyer: Wenn Herr Daecke seine Rechnungen für andere Teilchenradien ausgeführt hätte, so ist klar, daß er zu anderen Resultaten gekommen wäre. Daraus scheint mir hervorzugehen, daß diesen Rechnungen kein physikalischer Sinn zukommt, um etwa auf diese Weise über die Existenz oder Nichtexistenz des Elektrons zu entscheiden, oder um die Größe der vermuteten Subelektronen zu bestimmen. Die Ergebnisse des Herrn Daecke deuten höchstens darauf hin, daß die systematischen Fehler der Versuche, die die Unterschreitungen des Elementarquantums bewirken, bei Teilchen derselben Radiengröße etwa gleichen Betrag haben. Denselben Schluß kann man übrigens direkter aus passend angeordneten Experimenten ziehen.

Herr Ehrenhaft: Ich habe schon im Jahre 1913 mit derselben Reserve, mit der ich in meinen früheren Publikationen auf die Unterschreitung des Elementarquantums der Elektrizität geschlossen hatte, die Vermutung geäußert (Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft 1913, S. 1201), daß das wiederholte Auftreten des dreiviertel, des halben und des einviertel Teiles des Elektrons $4{,}8 \cdot 10^{-10}$ elektrost. Einh. auffallend ist und daß man die Ladung des Elektrons etwa als eine räumlich

Digitized by Google

stabilere Anordnung kleinerer Konstitutionen (Subelektronen) auffassen könnte. Ich selbst habe sodann, als die von Misessche zyklische Fehlertheorie erschienen war, in meinem Institute durch Frl. Dr. Joh. Fürst Messungen an Probekörpern kugelförmigen Selens eigens für die Anwendung dieser Fehlertheorie ausführen lassen. Dabei wurde noch beachtet, daß man nur Messungen, die unter gleichen Versuchsumständen zustande kamen, der Berechnung zugrunde legte. Dieselbe hat Messungen in einem statischen Felde von 1,459 Einh., ferner beim doppelten und vierfachen Felde ausgeführt. Dabei hat sich ergeben, daß die kleineren Ladungen etwa beim halben Elementarquantum, bei höheren Feldstärken häufiger zur Messung gelangten. Dies ist auch nicht verwunderlich, weil bei Probekörpern annähernd gleichen Gewichtes, der Art der Versuche nach schwach geladene Probekörper erst bei höheren Feldstärken zur Messung gelangen können. Im ganzen scheint sich eine Abhängigkeit der Häufungen von den Versuchsumständen zu ergeben. Ladungen zwischen 4 und $5 \cdot 10^{-10}$ elektrost. Einh. verschieben sich bei höheren Feldstärken etwas nach unten. Die Häufungen um $2{,}3 \cdot 10^{-10}$ elektrost. Einh., die bei den Messungen bei der einfachen Feldstärke 1,459 elektrost. Einh. schon zum Ausdruck kommen, werden bei der doppelten Feldstärke häufiger und noch größer bei der vierfachen Feldstärke. Bei den beiden ersten Messungsserien kann das Misessche zyklische Fehlergesetz sicher zugrunde gelegt werden. Die Ganzzahligkeitspräzision der Selenreihe ist aber im Vergleich zur Ganzzahligkeit jener Knotenmessungen, die Kaiser mit Hilfe der Kundtschen Staubfiguren vorgenommen hat, auf die Frl. Dr. Fürst auch das Misessche Kriterium angewendet hat, geringer. Dabei ergaben sich bevorzugte Werte nicht nur zwischen 4 und $5 \cdot 10^{-10}$ elektrost. Einh., sondern auch bei ca. der Hälfte dieses Wertes. Die experimentelle Fehlerverteilungskurve stimmt mit der theoretischen sehr schön überein. Besonders merkwürdig sind Messungen an Tröpfchen aus gesättigten Lösungen von Kaliumquecksilberjodid, einer Flüssigkeit von der Dichte 3,19, die Herr Wasser jüngst in meinem Institute ausführte. Ein Probekörper zeigte dabei bei wiederholten Umladungen nachfolgende Ladungssprünge: 6,1 9,5 4,7 4,7 9,5 6,1 1,3 8,0 3,3 4,5 4,7 4,8 $9{,}8 \cdot 10^{-10}$ elektrost. Einh., also 8 Sprünge nach dem Elementarquantum und dessen Vielfachen, 5 nach Teilen desselben. Es muß also auf Probekörper, deren Größe und Ladung aus experimentell ermittelten Widerstandsgesetzen folgt, die Misessche zyklische Fehlertheorie angewandt werden. Allerdings dürfen dabei keine Probekörper weggelassen werden, wie dies in der Millikanschen Schule geschieht. Beispielsweise gibt Herr Ishida, der langjährige Mitarbeiter Millikans, an, daß bei Versuchen mit Öltröpfchen „einige Probekörper eliminiert werden mußten, da die Resultate aus unbekannten Gründen um 10—50 Proz. herausfielen". Wenn ich nun den derzeitigen Stand der Streitfrage um die Teilung des Elektrons erwäge, so will es mir nicht eingehen, warum gerade das Elektron unteilbar und gleichsam eine a priori gegebene Größe sein soll, während im Laufe der letzten Jahrzehnte schließlich jede physikalische Größe der Teilung anheimfiel. Das Atom war geteilt, seitdem man die Korpuskulartheorie der Kathodenstrahlen entworfen hatte und neuerdings haben wir sehr viel von Atomkernzertrümmerung gehört. Selbst wenn an manchen Substanzen an einzelnen Probekörpern gewisse bevorzugte Ladungen vorkommen, wie dies der Fall zu sein scheint, so steht das Problem einfach dahin, zu erklären, warum diese bevorzugten Ladungen auftauchen und nicht dahin, diese Ladungen einfach mit der Elektronenladung zu identifizieren. Überdies hat eine Reihe von Forschern wie Einstein, Poincaré, Weyl u. a. sich mit der Frage der Kohäsion und der Stabilität des Elektrons befaßt. Eine Entscheidung steht noch aus. Die Frage selbst beinhaltet jedoch implicite die Möglichkeit des Zerfalls, denn die Fragestellung hätte gar keinen Sinn, wenn man das Elektron von vornherein als absolut unteilbar ansehen würde.

Herr Reißner: Ich möchte mich Herrn Edgar Meyer darin anschließen, daß man mit der statistischen Erfassung von Erscheinungen, die physikalisch noch nicht vollständig gelöst sind, bzw. mit Schlußfolgerungen aus statistischen Ergebnissen sehr vorsichtig sein muß. Gerade die erste Anwendung der v. Misesschen Methode, und zwar auf die Frage nach der Wahrscheinlichkeit der Ganzzahligkeit der Atomgewichte hat dies wieder bekräftigt. Man würde heute, nachdem man weiß, daß jedes Atom nicht ein, sondern mehrere Atomgewichte seiner Isotopen besitzt, die statistische Frage und die Deutung des statistischen Ergebnisses ganz anders formulieren.

Deshalb scheint mir die Frage nach der Existenz von Subelektronen für eine statistische Entscheidung noch nicht reif zu sein, aber man wird vielleicht Herrn Daeckes Ergebnisse mit heranziehen können, nachdem die physikalischen Ursachen der behaupteten Ladungsunterschreitungen bejahend oder verneinend physikalisch weiter aufgeklärt worden sind.

Herr v. Mises: Vom Standpunkt der mathematischen Statistik drängen sich zunächst zwei

Digitized by Google

Bedenken auf: der Umfang der Versuchsreihe scheint etwas klein und die Genauigkeit der Messungen müßte im Verhältnis zur Größe der supponierten Einheit vielleicht etwas besser sein. Vor allem aber möchte ich die Frage stellen: wie groß sind eigentlich die tatsächlich beobachteten Vielfachheiten der supponierten Subelektronen? Es ist doch z. B. bei den Atomgewichten gerade dies das Merkwürdige, daß Vielfachheiten bis an 100 vorkommen, denen gegenüber die Abweichungen von der Einheit so klein sind.

Herr Daecke: Was zunächst den Umfang der Versuchsreihe anbetrifft, so kommen bei den 3 Arbeiten, die ich untersucht habe, 24, 30, 39 Beobachtungswerte in Betracht. Bei der Anwendung der zyklischen Fehlertheorie durch Herrn v. Mises auf die spezifischen Gewichte wie auf die Atomgewichte hat es sich auch nur um 21 bzw. 24 und 49 Einzelwerte gehandelt. Diese Zahlen liegen in derselben Größenordnung wie meine. Außerdem möchte ich noch darauf hinweisen, daß die lineare Fehlertheorie, die ich bei König (Quecksilber in Luft) in der Gegend um 0,53 angewendet habe, dieselben Resultate liefert, wenn auch nicht ganz so übersichtlich. Was die Vielfachheiten der supponierten Subelektronen anbetrifft, so kommt das ganz auf die Größe der Subelektronen an. Mit kleiner werdenden Subelektronen werden die Vielfachheiten größer. Z. B. ist die in Tabelle I vorkommende Ladung 3,78 etwa als das 7fache von 0,53 und als das 11fache von 0,3407 aufzufassen. Es liegt aber eine Grenze der Vielfachheit nach oben vor. Da nämlich fast alle Ladungen, die ich untersucht habe, kleiner als 4,77 sind, kann bei dem Subelektron $\frac{e}{n}$ höchstens das $(n-1)$fache vorkommen.

Herr v. Mises: Eine vollständige Beantwortung meiner Frage kann ich daraus nicht entnehmen, ich muß dann wohl die Publikation des Herrn Vortragenden abwarten. Die außerordentlich gute Übereinstimmung zwischen Rechnung und Beobachtung spricht jedenfalls für die Sache.

Marie Anna Schirmann (Wien), Über die Erzeugung, Erhaltung und Messung höchster Vakua (die Extremvakuumpumpe, das Adsorptionsmanometer).

§ 1. Einleitung.

Eine der Aufgaben der modernen Physik, nämlich die Erforschung einer ganzen Reihe verschiedener, meistens elektronischen Charakter tragenden Eigenschaften der Materie im gasförmigen, festen und flüssigen Zustande (besonders der Metalle und deren Dämpfe) ist mit der Erzeugung, Erhaltung und Messung niedrigster Gasdrucke notwendigerweise unlösbar verknüpft. Es sind dies alle jene Erscheinungen, bei welchen die Gase von sehr kleinem Partialdruck, also Gasreste, sei es durch chemische Verbindung oder Mischung mit anderen Gasen, oder durch Absorption auf der beliebig gearteten Oberfläche glatter und poröser Körper in halb- oder ganzchemischer Bindung also als Gasschichten oder als fremdstoffliche Belegungen, oder durch Okklusion in kapillaren und nichtkapillaren Poren, also als Inhomogenitäten und schließlich durch Absorption im Innern des ganzen Volumens des absorbierenden Körpers, also im gelösten Zustande, durch ihr Vorhandensein eine Anregung, eine Änderung oder eine Unterbindung der betreffenden, bisher meist als Homogen- und nicht als Gaseffekte aufgefaßten Erscheinungen verursachen.

Die im nachfolgenden angeführten Erscheinungen deuten auf einen derartigen Charakter hin: Die Glühemission, der lichtelektrische Effekt, die Sekundäremission ausgelöst durch Primärelektronen und Röntgenstrahlen, die gewöhnlichen elektrischen Entladungserscheinungen in evakuierten Räumen, die autoelektronische Entladung, hervorgerufen durch starke elektrische Felder, die Erscheinung der Kontaktelektrizität, dann die Erscheinungen, auf denen die Wirkung der Kristalldetektoren und Mikrophonkontakte beruht, die thermoelektrischen Erscheinungen, die elektrische Leitfähigkeit und deren Temperatur- und Lichtbeeinflussung, die Radiometerkräfte, Para- und Diamagnetismus, Fluoreszenz und Phosphoreszenz u. a. m.

Besonders was die Änderung der elektrischen Leitfähigkeit mit dem Gehalt an absorbiertem Gas anbelangt, worüber bereits einige einander im Wirkungssinn scheinbar widersprechende Untersuchungsergebnisse vorliegen, sei hier nur andeutungsweise auf eine von der Vortragenden zu einem ganz anderen Zweck angestellte Versuchsreihe hingewiesen, bei welcher die elektrische Leitfähigkeit eines Platindrahtes bei fortschreitender Entgasung mit den im folgenden zu erörternden Hilfsmitteln im extremsten Vakuum (stets bei Zimmertemperatur gemessen) bereits nach etwa 10stündiger Versuchsdauer eine Zunahme um 6,5 Proz. gegenüber dem Wert im gewöhnlichen Hochvakuum aufweist. Es ist hier durch das Austreiben der Gasreste der Elektrizitätstransport erleichtert worden; möglicherweise dadurch, daß sich die Metallkristallite enger aneinander gelagert haben. Die auf diese Weise möglicherweise entstandene Verkürzung des Drahtes (um 0,047 cm Längen-

Digitized by Google

einheit) ließe unter der Annahme, daß die ganze Widerstandserniedrigung durch eine Verkürzung zu deuten sei, die entsprechenden Volumteile ausgetriebenen Gases errechnen. Nur umfangreichere Versuchsreihen über die Widerstandsänderung mit der Entgasung können über die Ursache derselben eine Klärung bringen. Bei weiteren Entgasungen sind noch weitere Widerstandserniedrigungen zu erwarten.

§ 2. Die Erzeugung höchster Vakua (die Extremvakuumpumpe).

Die Entwicklung der modernen Hochvakuumphysik und -technik hat es mit sich gebracht, zumindest solche Vakua herstellen zu wollen, bei welchen als Kriterium für die Güte des Vakuums die gute Erfüllung der Raumladungsgleichung $i = C \cdot V^{3/2}$ gilt, also das Vorhandensein von nur minimalen restlichen positiven, die Raumladung aufhebenden Ionen. Derartige angenäherte Raumladungsvakua genügen aber weder für die Herstellung von großen technischen, bedeutende Metallmengen in ihrem Innern tragende Glühkathodenröhren noch für die physikalische Erforschung des Einflusses von Restgasspuren auf die elektronischen Eigenschaften der Materie.

Bevor auf die Erzeugung extremster Vakua eingegangen werden soll, möge der Begriff „Extremvakuum" (oft als „unbegrenztes Hochvakuum" bezeichnet) gegenüber dem des „Hochvakuums" einigermaßen definiert werden. Der Größenordnung nach liegt das, was man gewöhnlich „Hochvakuum" nennt, in der Größenordnung von 10^{-6} mm *Hg*, das „Extremvakuum" beginnt erst dort und wurde von der Vortragenden um ebenso viele Zehnerpotenzen weiter in die Größenordnung von etwa 10^{-12} und 10^{-13} mm *Hg* beobachtend verfolgt und reicht in jene Druckgrößenordnung, die bloß durch die Summe der Partialdrucke der ausgefrorenen Dämpfe und Gase und der festen Körper im Rezipienten (z. B. weißglühendes Wolfram) begrenzt ist; es hängt also von der Wahl der zur Verfügung stehenden Ausfriermittel und der festen Bestandteile der Apparatur ab.

Während das gewöhnliche Hochvakuum physikalisch unter anderem definiert ist durch den Eintritt großer freier Weglänge der Elektronen zu den Gefäßdimensionen, oder mehr oder weniger quantitativ genauer Erfüllung der Gesetzmäßigkeiten der glühelektrischen Elektronenemission, ist das Extremvakuum mehr physikalisch-chemisch definiert, nämlich durch den Einfluß der Absorption der letzten aus den Gefäßwänden und den eingeschlossenen Metallteilen ausgetriebenen, nunmehr im Raum spärlich verteilten Gasspuren in einem besonders sorgfältig entgasten, sehr aktiven Absorptionsmittel auf dessen elektronische Eigenschaften im gewöhnlichen Hochvakuum.

Die sich zur Herstellung hoher Vakua bietenden Evakuationsmöglichkeiten, wie Einzelpumpen, Pumpenaggregate mit einem bloß durch die Vorgänge im Rezipienten und in der Pumpleitung begrenzten Endvakuum, Absorptions- und Ausfriermittel als wirksame Pumpunterstützung müssen für die Erzeugung der Extremvakua zweckmäßig wirksamer gestaltet werden. Da es dabei theoretisch kein Grenzvakuum gibt, ist bloß die Sauggeschwindigkeit für die erzeugten Endvakua maßgebend. Nun beträgt aber die Sauggeschwindigkeit der gebräuchlichen Hochvakuumpumpen, auch der mit Kondenswirkung (bis auf die Stahlgehäusepumpen, die wegen ihrer besonders bei höheren Temperaturen fortwährenden Gasabgabe und Gasdiffusion von außen für die Erzeugung und Erhaltung extremster Vakua nicht in Betracht kommen) bestenfalls 3—7 Liter pro Sekunde.

Die Forderung, extremste Vakua durch große Sauggeschwindigkeit zu erreichen, glaubt die Vortragende durch die Konstruktion der Extremvakuumpumpe in Glas bzw. Quarz erfüllt zu haben; die Pumpe hat eine zehnfache Sauggeschwindigkeit als die anderen, mindestens 20 bis 30 Liter pro Sekunde.

Die Höhe der Sauggeschwindigkeit einer Hochvakuumpumpe ist wesentlich durch die Fläche der Kommunikation zwischen Vor- und Hochvakuum bestimmt. Darum ist bei den gewöhnlichen Spaltpumpen für keinen sehr wirksamen Abtransport der Gasmoleküle aus dem Hochvakuum in das Vorvakuum gesorgt. Die große Kommunikation zwischen Vor- und Hauptvakuum bei der Extremvakuumpumpe mit einer Ansaugfläche von ca. 100 cm^2 gegenüber 0,1 und 1 cm^2 bei den anderen Pumpen gewährleistet den enorm raschen Abtransport der Gasmoleküle aus dem Hochvakuum gegen das Vorvakuum. Das erforderliche Mindestvakuum beträgt 0,5 mm Hg. Die Pumpe wurde auch für bessere Vorvakua, nämlich 0,01 und 0,001 mm *Hg* konstruiert, wobei sich noch größere Sauggeschwindigkeiten (gegen 40 Liter pro Sekunde) ergaben. Bei geeigneter Parallelschaltung von mehreren derartigen Extremvakuumpumpen können Sauggeschwindigkeiten von über 100 Liter pro Sekunde erzielt werden. Auf diese Weise und unter Zuhilfenahme von Absorptions- und Ausfriermitteln sind Extremvakua von der Größenordnung von 10^{-12}—10^{-15} mm *Hg* bei Beachtung der im folgenden zu erörternden Methoden zur Erhaltung extremster Vakua unschwer zu erreichen.

Digitized by Google

Das Pumpen mit Absorptionsmitteln im hohen Vakuum (z. B. mit Kohle- oder Metallniederschlägen) ist kein schnelleres Verfahren, sondern höchstens dann ein annähernd gleichwertiges, wenn die Absorptionsmittel unter wirksamer Evakuation zuvor bereits äußerst entgast sind.

§ 3. Die Erhaltung höchster Vakua.

Die bloße Erzeugung extremer Vakua genügt jedoch nicht, da einerseits die industriemäßig erzeugten Glühkathodenröhren unter der Voraussetzung relativ konstant bleibender guter Vakua abgeschmolzen werden müssen, andererseits die für physikalische Versuchszwecke evakuierten Gefäße auch nicht ständig mit dem Pumpsystem in Verbindung bleiben können, wenn ganz konstante Druckbedingungen gefordert werden. Es ist deshalb zur Erhaltung konstanter Extremvakua notwendig, alle unter den im Betrieb vorhandenen Zustandsbedingungen als Gasquellen oder -senken wirkenden Apparaturbestandteile (wie Glaswände, Metallteile usw.) einem Absorptionsgleichgewicht zuzuführen.

Die als ziemlich wirksam erkannte Methode, durch hohes und andauerndes Erhitzen der betreffenden gas- und wasserhaltigen Apparaturbestandteile die als Molekeln oder Ionen darin gebundenen Gas- und Wasserspuren auszutreiben, hat sich nicht unter allen Versuchsbedingungen bewährt, zumal die meisten Gasmengen erst knapp unterhalb der Schmelztemperatur des Glases oder des Metalles abgegeben werden[1]). Praktisch kann man die Wärmebehandlung nicht sehr weit treiben, z. B. beim Glase nicht wegen der Glasdoppellötungen bei Gasfallen usw., bei Metalleinführungen nicht wegen der Springgefahr im Glase usw.

Darum hat man nach anderen Entgasungsverfahren gesucht. Ich erwähne die Wirbelstromheizung der Metalle und besonders das Elektronenbombardement, das auch bloß als Erhitzung durch Abgabe der kinetischen Energie der Elektronen an die jeweilige Anode betrachtet wird. Das Bombardement geschieht stets so, daß die entweder durch die natürliche Elektronenquelle der Stoßionisation in Entladungsröhren mit Elektroden oder durch die künstliche Elektronenquelle der Glühemission in Glühkathodenröhren erzeugten Elektronen in einem Felde hoher Spannung beschleunigt werden und auf die als Anode dienenden, bereits vorentgasten Apparatenteile anprallen.

In den beiden letzten Fällen, nämlich des Elektronenbombardements sind metallische Innenelektroden erforderlich, welche den Entgasungsvorgang nur komplizieren und hemmen, indem die Entgasung beeinflußt wird durch den Reinheitsgrad des Elektrodenmaterials, dessen Oberflächenbeschaffenheit, Gasbeladung, elektrische Doppelschichten usw.

Die Vortragende ist nun bei Entgasungen zur Aufrechterhaltung extremster Vakua von den üblichen Verfahren abgegangen und hat mit verhältnismäßig einfachen Mitteln in ganz kurzer Zeit hinsichtlich Gasspuren hohe und dauernde Reinheitsgrade erzielt. Und zwar geschah dies durch sogenannte „elektrodenlose Entladung"; dazu gehören auch jene Entladungen, bei denen der Entladungsraum mit den Elektroden in keiner direkten Verbindung steht, sondern durch die Glaswände der Röhre von ihnen getrennt ist, also Entladungen mit Außenelektroden und darum durch elektrische Wechselfelder meist hoher Frequenz. Ferner gehört dazu der „elektrodenlose Ringstrom", jene Gasentladung, welche auf elektromagnetischer Induktion seitens eines hochfrequenten magnetischen Wechselfeldes im Innern einer über die Entladungsröhre geschobenen Spule beruht.

Die Entgasung geschieht dann folgendermaßen: Das elektrische Feld innerhalb der Röhre bringt bei genügend großer Feldstärke im Entladungsraum eine selbständige Ionenstoßladung hervor. Da die Metallteile im Innern bzw. die Gefäßwände entweder bereits selbst genügend leitend sind oder leitend gemacht werden, kann auf sie (wegen des Fehlens einer Wandladung) ein kräftiges Ionen- bzw. Elektronenbombardement einsetzen. Für die Deutung der großen Wirksamkeit dieses Entgasungsverfahrens scheinen weniger thermische Effekte (wie lokale Erhitzungen) heranzuziehen sein als vielmehr mechanische Wirkungen der auftreffenden primären elektrischen Korpuskeln bzw. der durch sie ausgelösten sekundären elektrischen Korpuskeln, möglicherweise auch die zeitlich veränderlichen Ströme, die als Verschiebungsströme die anliegenden Schichten z. B. das Glas usw. durchsetzen, als Leitungsströme zufolge des Skineffektes die Metalle oberflächlich passieren.

Durch die Entgasung mittels elektrodenloser Entladung können ganze Apparaturen unbeschadet ihrer komplizierten Zusammensetzung wie Glasdoppellötungen bei Gasfallen, unvermeidliche Schliffe, dickwandige Kapillaren, Einschmelzungen usw., die sonst entweder gar nicht oder nur ganz ungenügend entgast werden

1) Bei diesen hohen Temperaturen soll bereits der Überdruck einer Atmosphäre von außen genügen, um gewisse Gase durch das Metall und Glas ins Vakuum diffundieren zu lassen, was die Entgasung zum Teil wieder rückgängig macht. Daher wären doppelwandige, im Zwischenraum evakuierte Wände zwischen Hochvakuum und Atmosphäre anzuwenden.

Digitized by Google

können, in kurzer Zeit praktisch gasleer gemacht werden[1]).

§ 4. Die Messung höchster Vakua (das Absorptionsmanometer).

Die Messung extremster Vakua mit Hilfe des Gasabsorptionsvermögens sorgfältig entgaster, sehr aktiver Substanzen (Kohlefäden, Metalldrähte und -folien usw.) bedeutet für die Hochvakuummeßtechnik dasselbe, was das „Dewarverfahren" für die Evakutionstechnik, nämlich das Pumpen mittels Absorbentien, unterstützt durch entsprechende Kältemittel. Alle Manometer, die nach dem Absorptionsprinzip konstruiert werden können, mögen als Absorptionsmanometer bezeichnet werden. Die Absorptionsmanometer sind eigentlich bloß für die Gasdruckmessung im extremsten Vakuum gedacht. Die als Absorbentien zur Verwendung gelangenden Substanzen sind zuvor weitgehend entgast und befinden sich im Hochvakunm auf hoher Temperatur. Soll der Gasdruck im Versuchsraum gemessen werden, so wird das Absorbens langsam abgekühlt, wobei es bekanntlich selbst bei niedrigsten Gasdrucken beträchtliche Gasmengen absorbiert. Bei geeigneter Wahl der Absorbentien für bestimmte Gase kann man große Absorptionsgeschwindigkeiten bei augenblicklicher Gleichgewichtseinstellung für die betreffende Meßtemperatur erzielen, was eine große Empfindlichkeit der Methode bei kurzer Meßdauer bedeutet.

Gerade durch die Wahl jener Erscheinung im Hochvakuum für Meßzwecke, welche infolge hartnäckiger Bindung von Gasresten weder eine homogene Gasverteilung an den Gefäßwänden und Metallteilen, noch extrem niedrige Drucke durch bloßes Evakuieren erreichen läßt, ist man imstande, in der Hochvakuummeßtechnik weit unter die Empfindlichkeitsgrenze der empfindlichsten Hochvakuummanometer zu gelangen.

Als Kriterien für die absorbierten Restgasmengen können alle jene eingangs erwähnten elektronischen Charakter tragenden Eigenschaften der absorbierenden Materie dienen, welche sich proportional der absorbierten Gasmenge ändern, z. B. die Glühemission.

Mit Hilfe der Absorptionsisotherme $v = kp$, die für niedrige Drucke und feste, von oberflächlichen Gasschichten befreite Körper gilt — wie es ja im Meßbereich der Absorptionsmanometer der Fall ist —, gibt die Gleichung für den emittierten Glühelektronenstrom $i = Cp$, deren Konstante C durch einige Vergleichsdruckmessungen mit einem anderen Manometer (bis 10^{-6} mm Hg etwa mit einem Mc Leodschen Manometer, von 10^{-6} mm Hg an mit einem Ionisationsmanometer) noch in etwas höherem Druckbereich genau bestimmt wird, die Beziehung zwischen dem vom absorbierten Gasvolumen bestimmten Emissionsstrom und dem Druck der Restgase an.

Der Meßvorgang ist unter Zuhilfenahme beispielsweise der Glühemission als Absorptionskriterium etwa folgender: Die Konfiguration des Meßsystems ist durch einen Barometerverschluß in Form eines Doppel-U gegeben, an dessen einem Schenkel das durch Hg absperrbare Pumpsystem und das beliebige Vergleichsmanometer angeschlossen werden, an dessen anderem Schenkel das zweite U mit den somit symmetrisch liegenden Anschlüssen an das Absorptionsmanometer einerseits und an den Rezipienten andererseits. Zuerst wird bei hochbelastetem Glühfaden eine Zwei-Elektrodenröhre bei bestimmten Strom- und Spannungsverhältnissen in der Röhre bis zu einer bestimmten Evakuationsstufe geschritten und das Pumpsystem abgeschlossen. Dann wird das Absorptionsmanometer geschlossen und der Heizdraht durch Herunterregulieren der Heizung bis auf einen bestimmten Heizspannungswert in einer bestimmten Anzahl von Sekunden langsam abgekühlt. Der Emissionsstrom steigt dann unter konstanter Heiz- und Anodenspannung proportional dem Druck an und der sich dabei einstellende Emissionsstrom gibt dann mit Hilfe der Konstante C den herrschenden Gasdruck des extremen Vakuums im ganzen System an.

Die große Aktivität und Absorptionsgeschwindigkeit der absorbierenden Medien gewährleistet bei dieser Art von Gasdruckmessung im extremsten Vakuum große Empfindlichkeit und kurze Meßdauer in einem Druckgebiet, wo die meisten anderen Meßmethoden bereits versagen.

Zur Empfindlichkeit der Absorptionsgasdruckmessungen mit Hilfe von Glühelektronenröhren sei noch folgende Bemerkung erlaubt: Seitdem man die Vorgänge der elektrischen Emission in Röhren gesetzmäßig zu erfassen glaubt, spielt die Erklärung der Hysteresisschleifen bei Aufnahme von Auf- und Abstiegkurven in Röhren (Emissionsstrom als Funktion des Heizstroms) für die Mitwirkung der Gasreste in der Röhre wie in den Elektroden an den gemessenen Stromwerten eine maßgebende Rolle. Hysteresisschleifen sind immer noch qualitativ ein sehr empfindliches Auskunftsmittel über unzureichende Evakuation und Entgasung. Im Gegensatz zu den

1) Für die Aufrechterhaltung noch höherer Vakua als der bisher erreichten ist wegen der bei den Entgasungsverfahren bei niedrigen Drucken möglicherweise eintretenden Gasdiffusion von außen mit den doppelwandigen im Zwischenraum evakuierten Glasröhren zu arbeiten (das Extremvakuum im Vakuum).

Digitized by Google

bisherigen Erklärungsversuchen der Hysteresisschleifen entweder durch langsames Abdampfen der Gasschicht oder durch Ionisation der abgegebenen Gasmengen, daher immer ein Ansteigen des für die vorhandenen Versuchsbedingungen gesetzmäßigen Elektronenstroms bei aufsteigenden wie bei absteigenden Kurvenaufnahmen, möchte die Vortragende nach ihren mit Röhren angestellten Versuchen[1]) die Hysteresiskurven auch mit Absorptionsvorgängen in Zusammenhang bringen und zwar derart, daß bei aufsteigenden Kurvenaufnahmen die gesetzmäßigen Elektronenströme durch Gasabgabe abnehmen, bei absteigenden Kurvenaufnahmen durch Gasaufnahme wieder zunehmen im Einklang mit dem Zusammenhang zwischen dem Einfluß der gelösten Gase auf die Elektronenemission.

§ 5. Schluß.

Nachdem es nun gelungen ist, mit Hilfe der Extremvakuumpumpe höchste Vakua zu erzeugen, mit Hilfe der elektrodenlosen Entladung höchste Entgasung zu erreichen und somit extremste Vakua aufrechtzuerhalten und sie mit Hilfe der verschiedendsten Absorptionsmanometer zu messen[2]), sind alle Hilfsmittel bereitgestellt, im extremsten Vakuum die Frage nach dem Ursprung jener Elektrizitätsträger zu erforschen, welche die Mannigfaltigkeit der elektronischen Eigenschaften der Materie verursachen.

Eine Reihe von Versuchen im extremsten Vakuum gibt bereits Anhaltspunkte dafür, daß die durch Licht, Glut usw. von der festen Materie losgelösten Elektronen nicht so sehr die durch das bloße Vorhandensein von gelösten Gasspuren als Katalysatoren im Dissoziationszustand befindlichen Metallelektronen darstellen, als vielmehr das durch die genannten verschiedenen Ursachen hervorgerufene Dissoziationsprodukt der Gasspuren selbst.

Wien, III. Physikalisches Institut d. Universität, September 1924.

Diskussion.

Herr Gaede: Soviel ich die Konstruktion der auf dem Tisch stehenden Glaspumpe ohne Zeichnung beurteilen kaun, ist diese Pumpe eine Diffusionsluftpumpe mit Drahtnetz als Diffusionsdiaphragma. Ich möchte fragen, ob die angegebenen großen Sauggeschwindigkeiten von 20 bis 40 Liter per Sekunde gemessen oder nur theoretisch vermutet sind. Soviel ich die Abmessungen der Pumpe abschätzen kann, gestattet der Strömungswiderstand des Ansaugerohres der Pumpe (Länge 17 cm, Durchmesser 15 mm) keine Saugleistung, die größer ist als 1 bis 2 Liter.

Frl. Schirmann: Die Konstruktion der auf dem Tisch aufgestellten einfachen Extremvakuumpumpe ist derart, daß die große Ansaugfläche dadurch erreicht ist, daß ein Quecksilberdampfstrahl tangential eine mit dem Hochvakuum kommunizierende Metalldrahtgitterfläche von ca. 100 cm^2 bestreicht; die große Kommunikation zwischen Vor- und Hochvakuum kann konstruktiv aber auch ganz anders erreicht werden, z. B. durch ein System von weiten Glasansaugröhren im Inneren der Pumpe. Die Pumpe ist eine Parallel-Dampfstrahlpumpe.

Die Sauggeschwindigkeit dieser Pumpe von 20—30 Liter/Sekunde ist durch Vergleichsmessung gegen eine Hochvakuumpumpe älteren Systems mit bekannter Sauggeschwindigkeit von 3 Liter/Sekunde bestimmt.

Das von Prof. Gaede genannte „Ansaugerohr der Pumpe" gehört gar nicht zur Pumpe, sondern ist noch ein restlicher Teil der daran gewesenen Vergleichsapparatur, wo gerade diese Zuleitungsdimensionen gewählt werden mußten, um gleiche äußere Bedingungen, nämlich in der Pumpleitung zu haben. Bei dieser Gelegenheit sei nochmals auf den Unterschied zwischen Saugleistung der Pumpe und Evakuierungsleistung in einer vorgegebenen, mit bestimmtem Strömungswiderstand behafteten Apparatur ausdrücklich hingewiesen. Die Sauggeschwindigkeit in der Extremvakuumpumpe ist 20—30 Liter/Sekunde; die Evakuierungsgeschwindigkeit ist stets von der gegebenen Apparatur mit abhängig; will man die hohe Sauggeschwindigkeit ausnutzen, muß man selbstverständlich kurze, weite Ansatzrohre verwenden, die aber dann zur Apparatur gehören.

W. Schottky (Rostock), Diffusionstheorie der positiven Säule.

Bei Entladungen in verdünnten Gasen und Dämpfen, die ja im allgemeinen einen sehr komplizierten und zusammengesetzten Charakter haben, wird doch das wesentlichste wissenschaftliche Interesse befriedigt sein, wenn es gelingt, anzugeben, wo und wie die Träger dieser Entladung entstehen und wie sie verschwinden. Was ich darüber zu sagen habe, bezieht sich auf den mittleren Teil der Entladung, in dem weder die besonderen Vorgänge an der Kathode noch an der Anode eine Rolle spielen, also auf das Gebiet der sogenannten positiven Säule. Wir betrachten ein Entladungsrohr von kreisförmigem Querschnitt, das in longitudinaler Rich-

1) Über diese Versuche soll in einer eigenen Abhandlung eingehend berichtet werden.

2) Die ausführliche Abhandlung über diesen Gegenstand soll demnächst in der Zeitschr. f. Phys. veröffentlicht werden.

Digitized by Google

tung von der Entladung durchströmt wird, und fragen nach der Gewinn- und Verlustbilanz der Ladungsträger in einem Raumteil, der zwischen zwei benachbarten Zylindern von den Radien r_1 und r_2 und von 1 cm Höhe liegt. Durch die

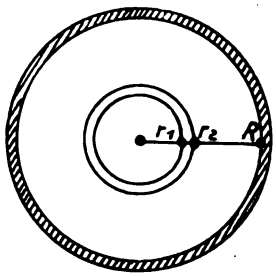


Fig. 1.

Stirnteile dieses ringförmigen Raumes werden im allgemeinen sowohl positive wie negative Teilchen ein- und austreten; wenn aber die Entladung innerhalb der ganzen positiven Säule den gleichen Charakter und die gleiche Stromstärke hat, so werden hier ebensoviele Teilchen jedes Vorzeichens ein- wie auswandern, eine Änderung der Teilchenzahl findet also durch diese achsiale Strömung nicht statt. Wir können also im stationären Zustand die Bilanz aufstellen: für jede Art von Elektrizitätsträgern muß der Unterschied zwischen der durch die innere Zylinderwand eintretenden und der durch die äußere Zylinderwand austretenden Teilchenmenge gleich der Zahl der in dem Raum neu gebildeten Teilchen sein. Haben wir nur eine Sorte positiver und eine Sorte negativer Teilchen und bezeichnen wir den in radialer Richtung fließenden Konvektionsstrom dieser Teilchen mit $\mathfrak{K}^+$ und $\mathfrak{K}^-$, so erhalten wir hieraus sowohl für $\mathfrak{K}^+$ wie für $\mathfrak{K}^-$ eine Gleichung von der Form:

$$\frac{\partial}{\partial r}(2\pi r \mathfrak{K}) = q \cdot 2\pi r$$

oder:

$$\frac{\partial}{\partial r}(r\mathfrak{K}) - rq = 0, \qquad (1)$$

wo q die Zahl der neu gebildeten Teilchen (allgemeiner: der Überschuß der gebildeten über die verschwindenden) pro Volumeneinheit ist. $q^+ = q^-$.

Die Theorie, die ich Ihnen vortragen möchte, beruht nun darauf, daß man in einem Falle, der für die meisten technisch verwerteten und wissenschaftlich untersuchten Entladungen typisch ist, sowohl die Teilchenströme $\mathfrak{K}^+$ und $\mathfrak{K}^-$ wie die neu gebildete Menge q in eine einfache Beziehung zur Dichte n^+ und n^- der positiven und negativen Teilchen setzen kann.

Die wichtigste Annahme, die wir einzuführen haben, ist die der „Quasineutralität" der Entladung; bei Entladungsstromstärken von etwa 10^{-4} Amp. an müssen in nicht zu verdünnten Gasen aus Raumladungsgründen überall im Innern der Entladung praktisch gleich viele positive und negative Teilchen vorhanden sein. Also:

$$n^+ = n^-. \qquad (2)$$

Eine zweite Annahme folgt aus der Voraussetzung, daß die Wand der Entladungsrohre isoliert, also nicht imstande sein soll, einen etwaigen Überschuß von Ladungen eines Vorzeichens wegzuführen. Dann muß der in radialer Richtung fließende Strom der positiven Teilchen gleich dem der negativen Teilchen sein, und die Wand erfüllt nur die Funktion, die beiden Teilchensorten anzuhalten und zur Vereinigung zu bringen, worauf sie dann als neutrale Teilchen zurückwandern. Wir haben es also, wenn überhaupt, so mit einer Strömung von Teilchen beider Vorzeichen zu tun; diesen für beide Teilchensorten gleichen Konvektionsstrom bezeichnen wir als ambipolaren Konvektionsstrom, $\mathfrak{K}_a$, und haben gemäß unserer Voraussetzung:

$$\mathfrak{K}^+ = \mathfrak{K}^- = \mathfrak{K}_a. \qquad (3)$$

(Übrigens ist wegen $q^+ = q^-$ die Voraussetzung der Ambipolarität schon in der Annahme der achsialen Unveränderlichkeit des Ladungszustandes enthalten.)

Zu dem Zusammenhang zwischen $\mathfrak{K}_a$ und n gelangen wir, wenn wir die Gründe untersuchen, die die Teilchen beider Vorzeichen in radialer Richtung treiben. Wir haben zwei Ursachen: Ungeordnete Bewegung, und seitliche elektrische Felder. Von diesen Ursachen ist aber, wie bei dem Konzentrationsgefälle in Elektrolyten, die zweite mit der ersten eng gekoppelt; die leichter beweglichen Teilchen — in den verdünnten Gasentladungen sind es die negativen Teilchen, speziell die Elektronen, — werden voraneilen und das sich dadurch einstellende Feld wird automatisch dafür sorgen, daß ebensoviele positive wie negative Teilchen in seitlicher Richtung abwandern. Indem wir die Beziehung $\mathfrak{K}^+ = \mathfrak{K}^-$ benutzen und die weitere Beziehung, daß die durch das elektrische Feld hervorgerufenen Ströme sich verhalten wie die Beweglichkeiten k^+ und k^- der beiden Teilchensorten[1]), gelingt es, $\mathfrak{K}_a$ durch die natürlichen Diffusionsströme $\mathfrak{K}_d^+$ und $\mathfrak{K}_d^-$ der beiden Teilchensorten auszudrücken:

$$\mathfrak{K}_a = \frac{\mathfrak{K}_d^+ k^- + \mathfrak{K}_d^- k^+}{k^+ + k^-}. \qquad (4)$$

1) Jedoch mit entgegengesetztem Vorzeichen. Diese Beziehung fließt, wie die folgende, aus der Annahme, daß jedes Teilchen, bevor es die Wand erreicht, eine ganze Reihe von Zusammenstößen mit Gasmolekülen erfährt. In hochevakuierten Entladungsgefäßen gelten andere Überlegungen.

Digitized by Google

Die natürliche Diffusion der Teilchen hängt nun von ihrer ungeordneten Bewegung ab und wird nur dann einen einfachen Charakter haben, wenn diese Bewegung als ganz ungeordnet, mit Maxwellscher Verteilung, angesehen werden kann. Diese Annahme scheint aber bei nicht zu geringen Stromdichten und Gasdrucken nach neueren Messungen für die Elektronen wenigstens zuzutreffen; doch ist es nicht die mittlere Temperatur des Gases, sondern im allgemeinen eine bedeutend höhere Temperatur von der Größenordnung 10000 Grad und darüber, die die ungeordnete Bewegung der Elektronen charakterisiert. Ist $\mathfrak{V}^-$ das Voltäquivalent dieser Temperatur, so besteht die einfache Beziehung:

$$D_d^- = k^- \cdot \mathfrak{V}^-, \tag{5}$$

wobei D_d^- die Diffusionskonstante in der Gleichung $\mathfrak{K}_d = -D_d^- \cdot \operatorname{grad} n$ ist.

Dieser Zusammenhang läßt sich entweder aus der Townsendschen Formel entnehmen, oder aus der Betrachtung eines Zustandes, in dem die natürliche Diffusion durch ein elektrisches Gegenfeld gerade aufgehoben wird.

Entsprechend können wir für die positiven Ionen setzen $D_d^+ = k^+ \cdot \mathfrak{V}^+$; $\mathfrak{V}^+$ kennen wir zwar nicht so gut wie $\mathfrak{V}^-$, doch können wir annehmen, daß es klein gegen $\mathfrak{V}^-$ ist, und daß infolgedessen an die Genauigkeit der Voraussetzungen hier überhaupt keine besonders hohen Ansprüche gestellt zu werden brauchen. Wir erhalten also durch Einsetzen in die obige Formel für $\mathfrak{K}_a$ im ganzen:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{K}_a &= -D_a \operatorname{grad} n, \\ D_a &= \frac{\mathfrak{V}^+ + \mathfrak{V}^-}{1/k^+ + 1/k^-}, \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

und falls:

$$k^+ \ll k^-$$
$$\mathfrak{V}^+ \ll \mathfrak{V}^-$$

ist, spezieller:

$$D_a = k^+ \cdot \mathfrak{V}^-.$$

Damit ist der Zusammenhang zwischen $\mathfrak{K}_a$ und n hergestellt.

Einfacher noch ist ein solcher Zusammenhang zwischen q und n zu finden, wenigstens wenn wir uns jetzt auf die Behandlung von Entladungen beschränken, in denen praktisch nur die Elektronen als negative Träger auftreten. Dann ist nämlich die Wiedervereinigung der Teilchen gegenüber der seitlichen Diffusion zu vernachlässigen, und q bedeutet einzig die Menge pro Volumeneinheit der innerhalb der Entladung neu entstehenden Teilchen beider Vorzeichen. Nun kommt die Neubildung von Trägern in einer verdünnten Entladung immer direkt oder indirekt durch Elektronenstoß zustande, und sieht man von den Beeinflussungen des Gaszustandes durch die Entladung in erster Annäherung ab, so wird man die neugebildete Menge q direkt proportional der Zahl n setzen können. Dabei ist es noch zweckmäßig, folgenden Umweg zu benutzen. Wir setzen:

$$q \cdot \varepsilon V_i = \varkappa \cdot i_H \cdot \frac{\partial V}{\partial z}. \tag{7}$$

Hierbei bedeutet der Ausdruck links die Energie, die zur Erzeugung der q Teilchen beider Vorzeichen nötig ist. (V_i Ionisierungsspannung), i_H bedeutet die Hauptstromdichte, $\frac{\partial V}{\partial z}$ den longitudinalen Potentialgradienten, das Produkt also die Gesamtleistung des Stromes pro Volumeneinheit; $\varkappa$ hat dann die Bedeutung eines Ausbeutefaktors, der angibt, der wievielte Teil der Energie dazu benutzt wird, um neue Ladungen zu bilden. Über diesen Ausbeutefaktor und seine Abhängigkeit von $\frac{\partial V}{\partial z}$ sowie vom Zustand des Gases lassen sich auf Grund der Kenntnis der Elementarvorgänge gewisse Aussagen machen; außerdem läßt er sich durch Messung der positiven Wandströme experimentell bestimmen.

Nun ist $i_H = \varepsilon n (k^+ + k^-) \frac{\partial V}{\partial z}$; lösen wir nach q auf, so erhalten wir:

$$q = \varkappa \frac{k^+ + k^-}{V_i} \left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2 \cdot n, \quad \text{abgekürzt } a \cdot n. \tag{8}$$

Der Faktor a ist räumlich konstant, wenn $\frac{\partial V}{\partial z}$ konstant ist — was wir angenommen haben — und wenn $\varkappa$ konstant ist. Das letztere wird im allgemeinen nicht zutreffen, da die Entladung selbst den Zustand des Gases, seine Temperatur, seine Dichte, seine Anregungsbedingungen ändern wird. Sorgt man aber dafür, daß diese Änderung von der Achse nach den Rändern zu nicht merklich ins Gewicht fällt, so wird man auch $\varkappa$ und damit a als räumlich konstant ansehen können und somit auch für die anderen Fälle eine erste Näherung erhalten. Mit ähnlicher Annäherung dürfen wir die räumliche Konstanz von $\mathfrak{V}$ und k, also von D_a voraussetzen.

Wir erhalten also die Differentialgleichung für n:

$$-\frac{\partial}{\partial r}\left(r D_a \frac{\partial n}{\partial r}\right) - r a n = 0,$$
$$\frac{\partial}{\partial r}\left(r \frac{\partial n}{\partial r}\right) + r \cdot \frac{a}{D_a} \cdot n = 0.$$

Diese Differentialgleichung läßt sich integrieren, ihre Lösung ist eine Besselsche Funktion nullter Ordnung von $\sqrt{\frac{a}{D_a}} \cdot r$:

$$n = n_0 \cdot J_0\left(\sqrt{\frac{a}{D_a}} \cdot r\right). \tag{9}$$

Digitized by Google

Da $J_0 = 1$ für $r = 0$ wird, so bedeutet n_0 die Teilchendichte in der Achse der Röhre. Nach außen nimmt n, wie der Gang der Funktion J_0 zeigt, zunächst ab (Fig. 2): der Grad der Abnahme und damit auch die Größe der ambipolaren Diffusionsströme würde sich bestimmen lassen, wenn $\frac{a}{D_a}$, oder außer den Elementarkonstanten noch $\frac{dV}{dz}$ bekannt wäre. Man kann aber auch ohne Kenntnis dieses Potentialgradienten etwas über den Gang von n aussagen; man kann behaupten, daß n nie negativ werden kann, und daß infolgedessen die äußere Begrenzung der Entladung, also der Rohrradius R, einem Punkt entsprechen muß, der vor der ersten Nullstelle der Funktion liegt. Eine nähere Untersuchung zeigt, daß, wenn die Wand alle dorthin gelangenden Teilchen absorbiert, und wenn viele freie Weglängen auf den Radius gehen, die Dichte an der Wand praktisch direkt gleich null gesetzt werden kann. Damit ist aber rückwärts der Faktor $\frac{a}{D_a}$ bestimmt; es muß sein:

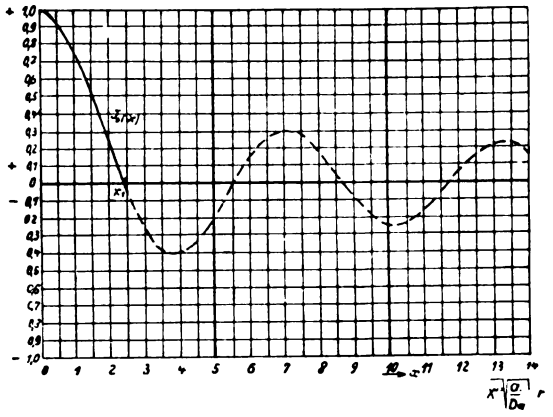


Fig. 2.

$$\sqrt{\frac{a}{D_a}} \cdot R = x_1 = 2{,}405, \qquad (10)$$

da dies der Wert ist, an dem die Funktion J_0 zum ersten Male verschwindet.

Damit ist aber eine völlige Übersicht über alle Verhältnisse des Entstehens und Verschwindens beider Ladungsträger gewonnen für den Fall, daß die Größen $\mathfrak{B}$, k und $\varkappa$ als räumlich konstant anzunehmen sind. Die Verteilung von n ist gegeben[1])[2]); proportional dieser Teilchenzahl ist die Dichte des Hauptstromes und die Neubildung von Teilchen innerhalb der Entladung. Der ambipolare Diffusionsstrom berechnet sich aus dem Gradienten von n; man sieht, daß seine Dichte ständig nach außen zunimmt.

Für $r = R$ ergibt sich der gesamte ambipolare Wandstrom pro Längeneinheit des Zylinders zu:

$$J_a = -2\pi R \varepsilon D_a \operatorname{grad} n_{(r=R)} =$$
$$= 2\pi \varepsilon D_a \cdot n_0 \cdot \frac{a}{D_a} \cdot R \cdot J_1\left(\sqrt{\frac{a}{D_a}} \cdot R\right),$$

wobei $J_1 = -\frac{\partial J_0}{\partial x}$ die Besselsche Funktion erster Ordnung bedeutet. Für die erste Nullstelle $x = x_1$ der Funktion J_0 wird $x_1 \cdot J_1(x_1) = 1{,}245$, mithin, da $\sqrt{\frac{a}{D_a}} \cdot R = x_1$ ist,

$$J_a = 7{,}83\, \varepsilon D_a n_0. \qquad (11)$$

Der ambipolare Diffusionsstrom ist also einfach der Achsendichte und dem ambipolaren Diffusionskoeffizienten proportional.

Zu einem Ausdruck für das Verhältnis von J_a zum gesamten Hauptstrom gelangt man übrigens durch eine Gl. (7) entsprechende, aber über den ganzen Querschnitt erstreckte Energiebilanz, welche bei räumlicher Konstanz von $\varkappa$ liefert:

$$J_a \cdot V_i = \varkappa J_H \frac{\partial V}{\partial z}, \qquad (12)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{J_a}{J_H} &= \frac{\varkappa}{V_i} \cdot \frac{\partial V}{\partial z} = \\ &= \frac{2{,}4}{R} \sqrt{\frac{\varkappa}{V_i}} \sqrt{\frac{k^+ k^-}{(k^+ + k^-)^2}} \sqrt{\mathfrak{B}^+ + \mathfrak{B}^-}, \end{aligned}\right| \qquad (13)$$

[unter Benutzung der weiter unten abgeleiteten Gl. (16)]. Aus dieser Gleichung folgt, daß der seitlich abwandernde Stromanteil mit wachsendem R mehr als umgekehrt proportional R abnimmt; das ergibt sich daraus, daß gleichzeitig [Gl. (16)] $\frac{\partial V}{\partial z}$ und damit der Ausbeutefaktor $\varkappa$ abnimmt.

In der Wand hört der ambipolare Diffusionsstrom auf, dort findet die Wiedervereinigung statt, die zugleich die entsprechende Energie frei werden läßt. Die der angegebenen Dichteverteilung entsprechende Potentialverteilung errechnet sich leicht aus den Voraussetzungen der ambipolaren Diffusion; es ist:

$$V - V_0 = \mathfrak{B}_a \cdot \ln \frac{n}{n_0}, \qquad (14)$$

1) Figuren siehe diese Zeitschr. **25**, 345, 346, 1924.

2) Bei dem mathematisch einfacheren Fall, in dem die Entladungsbahn seitlich durch zwei parallele Ebenen, statt durch eine zylindrische Rohrwand, begrenzt wird, tritt an die Stelle der Funktion J_0 einfach die Cosinusfunktion, und an die Stelle der Zahl 2,405 die Zahl $1{,}57 = \frac{\pi}{2}$.

Digitized by Google

wobei:

$$\mathfrak{B}_a = \frac{\mathfrak{B}^- k^- - \mathfrak{B}^+ k^+}{k^+ + k^-} \sim \mathfrak{B}^- \qquad (15)$$

ist. Dieser Verlauf ist in Fig. 2 der zitierten Arbeit dargestellt, falls man sich $\frac{V - V_0}{\mathfrak{B}_a}$ als Ordinate aufgetragen denkt.

Daß bei dieser Lösung V an der Wand negativ unendlich wird, beruht auf dem Versagen der Voraussetzungen in unmittelbarer Nähe der Wand.

Fast noch wichtiger als diese Übersicht über die Dichte- und Potentialverteilung, die verschiedener experimenteller Nachprüfungen fähig ist, scheint aber die Möglichkeit, den Potentialgradienten $\frac{\partial V}{\partial z}$ aus der Grenzbedingung $n_R = 0$ zu bestimmen.

Wir erhalten:

$$a = \left(\frac{2{,}405}{R}\right)^2 \cdot D_a,$$

oder, indem wir für a und D_a ihre Werte einsetzen und nach $\frac{\partial V}{\partial z}$ auflösen:

$$\frac{\partial V}{\partial z} = \frac{2{,}4}{R} \sqrt{\frac{V_i}{\varkappa}} \cdot \sqrt{\mathfrak{B}^+ + \mathfrak{B}^-} \cdot \sqrt{\frac{k^+ \cdot k^-}{(k^+ + k^-)^2}}, \qquad (16)$$

oder für $\mathfrak{B}^+ \ll \mathfrak{B}^-$:

$$\frac{\partial V}{\partial z} \sim \frac{2{,}4}{R} \sqrt{\frac{V_i}{\varkappa}} \sqrt{\mathfrak{B}^-} \sqrt{\frac{k^+}{k^-}}. \qquad (17)$$

Diese Formel, die den Potentialgradienten in der positiven Säule bei ungeänderten Konstanten $\varkappa$, $\mathfrak{B}$ und k umgekehrt proportional dem Rohrradius setzt, ist von der Erfahrung in großen Zügen bestätigt; besonders die Versuche von Claude[1]) in Neon zeigen eine weitgehende Konstanz von $\frac{\partial V}{\partial z} \cdot R$ bei Variation der Rohrweiten. Zur Diskussion der genaueren Abhängigkeiten wird man vor allem die Beziehung zwischen $\varkappa$ und $\frac{\partial V}{\partial z}$ heranziehen müssen, die, auch beim Fehlen sekundärer Wirkungen, die Abhängigkeit des Potentialgradienten von der Rohrweite etwas verwickelter gestaltet in dem Sinne, daß mit wachsendem R zugleich mit $\frac{\partial V}{\partial z}$ auch k abnimmt und dadurch den Gang mit $\frac{1}{R}$ zum Teil kompensiert. Der Einfluß der Gasart und der Gasdichte wäre durch deren Wirkungen auf $\varkappa$, $\mathfrak{B}$ und das Verhältnis $\frac{k^+}{k^-}$ zu diskutieren. Eine weitere Stufe der Genauigkeit wäre dann durch Berücksichtigung der Rückwirkungen des Stromes, insbesondere auf die Gasdichte zu erreichen; für eine letzte Annäherung wäre es jedoch auch noch notwendig, die räumliche Veränderlichkeit der Größen $\varkappa$, $\mathfrak{B}$ und k innerhalb des Entladungsquerschnittes zu berücksichtigen.

1) C. R. 479—482, 1914.

Diskussion.

Herr Partzsch: Nach der Formel für den Potentialgradienten $\frac{\partial V}{\partial z}$ würde der Potentialgradient vom Strom unabhängig sein, während die bisherigen Messungen eine starke Abhängigkeit desselben von der Stromstärke ergeben haben. Für welchen Strombereich gilt die abgeleitete Formel?

Herr Schottky: Die Formel für $\frac{\partial V}{\partial z}$ gilt ihrer Ableitung nach zunächst nur für Entladungen, bei denen der Zustand des Gases durch die Entladung selbst nicht geändert wird, also für sehr kleine (aber die Bedingung der Quasineutralität noch gewährleistende) Stromdichten.

Auch für größere Stromdichten wird die Formel jedoch noch in erster Annäherung gelten, wenn man den Gang ihrer Konstanten, insbesondere von $\varkappa$ und $\mathfrak{B}^-$, mit der Stromdichte berücksichtigt. Ein solcher Gang wird z. B. bei Quecksilberentladungen durch die sekundäre Erhöhung des Dampfdruckes mit der Stromstärke bedingt sein, ferner kann der Temperatur- und Anregungszustand des Gases durch die Erhöhung der Stromdichte geändert werden. Die Theorie gibt in allen diesen Fällen noch keine direkt verwendbare Formel, aber sie zeigt, welche Elementarabhängigkeiten erforscht werden müssen, um dieses ganze System von gegenseitigen Bedingtheiten in rationeller Weise aufzulösen und zu beherrschen.

Herr Marx: Da die Ableitungen des Herrn Schottky nur Gültigkeit haben, wenn die Rekombinationen zu vernachlässigen sind, können die Formeln für die geschichtete Säule doch wohl nicht anwendbar sein.

Herr Schottky: Das Auftreten von Schichten scheint ein sehr empfindliches Reagens auf das Vorhandensein elektronenaffiner Moleküle, d. h. auf die Bildung negativer Ionen und dadurch bedingte Rekombinationen zu sein. Die Bedingungen für das Auftreten dieser Schichtungen sind also aus unsern Voraussetzungen nicht zu entnehmen. Gleichwohl scheinen derartige optisch so auffallende Effekte für die mittlere Bilanz

Digitized by Google

der positiven Säule noch keine sehr große Bedeutung zn haben, da zwischen den mittleren longitudinalen (und transversalen) Potentialgradienten in geschichteten und ungeschichteten Entladungen kein erheblicher Unterschied gefunden wurde (vgl. z. B. die Messungen von Salinger). Mit einer gewissen Einschränkung wird man also auch die Vorgänge in der geschichteten Entladung wohl unter denselben Gesichtspunkten betrachten können.

Karl Przibram (Wien), Zur Verfärbung und Lumineszenz durch Becquerelstrahlen.

In der Zeitschr. f. Phys. **20**, 196, 1923 habe ich eine Übersicht der im Institut für Radiumforschung in Wien ausgeführten Arbeiten über Verfärbung und Lumineszenz durch Becquerelstrahlen gegeben. Heute möchte ich diese Übersicht durch einige neue Resultate ergänzen.

Allgemein bekannt ist, daß eine große Anzahl von Substanzen sich unter der Wirkung von Becquerelstrahlen verfärbt. Durch entsprechende Erwärmung kann die Verfärbung wieder rückgängig gemacht werden, wobei im allgemeinen ein mehr oder weniger helles Lumineszenzlicht ausgesandt wird (Thermolumineszenz). Auch durch Belichtung kann die Farbe vernichtet werden, und es lag die Frage nahe, ob auch in diesem Falle die Entfärbung mit Lumineszenz verbunden sei.

Vor vier Jahren habe ich gefunden, daß dies für Kunzit, Fluorit und eine Reihe anderer Mineralien tatsächlich zutrifft: diese Mineralien leuchten, mit Becquerelstrahlen vorbestrahlt, nach Belichtung mit sichtbarem Licht intensiv nach, eine Erscheinung, für welche ich die Bezeichnung Radio-Photolumineszenz vorgeschlagen habe, die sich wohl ungezwungen aus der E. Wiedemannschen Terminologie ergibt.

Ich möchte Ihnen zunächst einmal diese Erscheinung hier vorführen, damit Sie sehen, daß es sich nicht um einen unscheinbaren Effekt, sondern um eine recht auffallende Lichterscheinung handelt. Dem freundlichen Entgegenkommen des Herrn Direktors Dr. H. Michel vom Naturhistorischen Staatsmuseum in Wien verdanke ich ein schönes Stück madagassischen Kunzits, der, wie St. Meyer und ich festgestellt haben, den Effekt besonders schön zeigt. (Demonstration.)

Die Radio-Photolumineszenz ist wahrscheinlich als Ausleuchtung (im Lenardschen Sinne) der bei der β-γ-Bestrahlung aufgespeicherten Energie aufzufassen. Ausleuchtend wirkt das ganze sichtbare Spektrum, die Wirkung läßt sich aber auch ins Ultraviolett, ins Gebiet der Röntgenstrahlen und der γ-Strahlen selbst verfolgen. Frl. Kara-Michailova und ich haben beobachtet, daß ein mit Becquerelstrahlen vorbestrahltes Kunzitstück bei neuerlicher γ-Bestrahlung stärker nachleuchtet als ein nicht vorbestrahltes. Ich habe diese Erscheinung nun mit dem einfachen, von uns beschriebenen Photometer untersucht. Es wurde nicht nur der Abfall der Lumineszenz, sondern hauptsächlich der Anstieg der Helligkeit mit der Bestrahlungsdauer an frischen und vorbestrahlten Kunzitstücken verfolgt und der aus folgenden Kurven (Fig. 1) ersichtliche Sachverhalt fest-

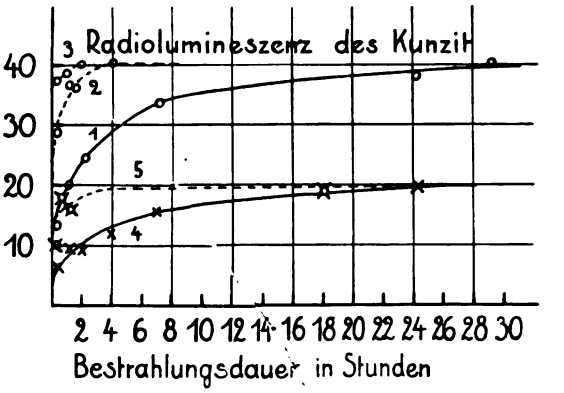


Fig. 1.

gestellt. Bei einem nicht vorbestrahlten Stück steigt vom Beginn der γ-Bestrahlung an die Helligkeit während einiger Stunden langsam an um dann nahezu konstant zu bleiben; (Kurve 1: 30,6 mg *Ra* in 2 mm Abstand; Kurve 4: 16,6 mg *Ra* in 2 mm Abstand) wird aber das Stück vorbestrahlt (29 bzw. 35 Stunden), dann abklingen gelassen und nun wieder der γ-Bestrahlung ausgesetzt, so erfolgt der Anstieg der Helligkeit viel rascher, und zwar um so rascher, je kleiner die Pause zwischen den beiden Bestrahlungen war, um dann denselben Grenzwert zu erreichen. (Kurve 2: 18^h Pause, Kurve 3: 10^m Pause, Kurve 5: 15^m Pause.) Ganz ähnliches Verhalten wurde bei Fluorit und einer Zinksulfidfolie (von Dr. Jahoda in Wien) gefunden. Letzterer Fall ist deshalb interessant, weil an einem Zinksulfidphosphor Herr F. Hauer[1]) dasselbe Verhalten bei der Erregung durch Licht, also bei der gewöhnlichen Phosphoreszenz, festgestellt hatte. Herr Hauer gibt der Erscheinung eine etwas andere Deutung, ich glaube aber, daß sie in allen angeführten Fällen wohl am einfachsten als Ausleuchtung aufzufassen ist, so daß hiermit abermals die Ausleuchtung $\frac{1}{2}$

1) Wiener Ber. (IIa) **127**, 369, 1918.

Digitized by Google

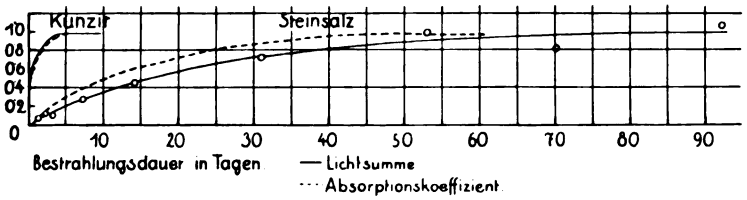


Fig. 2.

durch γ-Strahlen sichergestellt erscheint, allerdings immer mit dem Vorbehalt, daß es sich um eine sekundäre Wirkung des von den γ-Strahlen erregten Lumineszenzlichtes handeln könnte.

In den bisher besprochenen Fällen handelt es sich um eine länger dauernde, einer Phosphoreszenz ähnelnde Radio-Photolumineszenz. An einigen englischen Fluoriten haben Frl. Kara-Michailova und ich auch eine momentane Radio Photolumineszenz vom Charakter einer Fluoreszenz beobachtet: Stücke, die vor der Becquerelbestrahlung im gewöhnlichen Licht nicht oder blau fluoreszierten, zeigten nach der Becqueralbestrahlung eine schöne rote Fluoreszenz. Einen ähnlichen Fall habe ich nun an einer Gruppe von Steinsalzkristallen gefunden, die ich der Güte der Herren Prof. Dittler und Leitmeier vom Mineralogischen Universitätsinstitut in Wien verdanke. In dieser aus Staßfurt stammenden Druse sind mehrere Steinsalz- und Sylvinkristalle miteinander verwachsen. Sucht man sie im verdunkelten Zimmer mit einem engen Bündel konzentrierten Lichtes ab, so zeigen die Sylvinkristalle, wie dies immer der Fall zu sein scheint, einen deutlichen weißen Tyndallkegel, die Steinsalzkristalle sind optisch leer. Nach der Radiumbestrahlung, bei der der Sylvin rosa, das Steinsalz gelb wird, zeigt sich bei Wiederholung des Versuches an den Sylvinstücken keine Veränderung, die Steinsalzstücke aber zeigen jetzt einen starken gelbroten Fluoreszenzkegel. Diese Erscheinung eignet sich nicht zur Demonstration vor einem großen Auditorium, ich bin aber gern bereit, sie nach Schluß der Sitzung denen, die sich dafür interessieren, vorzuführen. Diese momentane Radio-Photolumineszenz scheint mit abnehmender Verfärbung abzunehmen[1]) und ziemlich gleichzeitig mit ihr zu verschwinden; da aber andere Steinsalzstücke, die sich genau so verfärben, den Effekt gar nicht zeigen, so muß es fraglich erscheinen, ob hier ein engerer Zusammenhang besteht.

Daß in manchen Fällen ein sehr inniger Zusammenhang zwischen Verfärbung und Lumineszenz besteht, ist wiederholt dargelegt worden. So konnten Frl. Kara-Michailova und ich feststellen, daß bei Kunzit die ausheizbare Lichtsumme mit wachsender γ-Bestrahlungsdauer annähernd in derselben Zeit einen Sattwert erreicht, wie die Verfärbung, gemessen durch den Absorptionskoeffizenten. Dasselbe ist nun auch bei Steinsalz von Wieliczka der Fall, wie folgende Kurven (Fig. 2) zeigen. Der Sattwert ist für Lichtsumme wie für Absorptionskoeffizient (nach Messungen von Frl. Bělař) gleich eins gesetzt. Der Vergleich mit den entsprechenden Kurven für Kunzit zeigt, daß für diese beiden Substanzen eine gewisse Übereinstimmung im Tempo der Verfärbung und dem Anwachsen der Lichtsumme besteht.

Mit der Konstatierung eines Zusammenhanges zwischen Verfärbung und Lumineszenz ist aber natürlich nicht gesagt, daß Substanzen, die sich stark verfärben, auch stark lumineszieren und umgekehrt. Es gibt Substanzen, die sich kaum verfärben und stark lumineszieren, wie etwa der Diamant. Es ist aber zu bedenken, daß die Verfärbung bisher nur nach dem Gesichtseindruck beurteilt, also nur im sichtbaren Gebiet festgestellt worden ist. Es ist aber möglich, daß durch die Becquerelbestrahlung auch im Ultraviolett eine Absorptionsbande erzeugt werden könnte, und ich habe deshalb zunächst für zwei Substanzen: Steinsalz und Kalkspat, die Änderung der Absorption bei β-γ-Bestrahlung auch im nahen Ultraviolett mittels einer Photozelle gemessen und dabei folgende Absorptionskurven erhalten (Fig. 3). Bei Steinsalz liegt das Maximum der Absorption im Violett bei etwa 460 $\mu\mu$, in guter Übereinstimmung mit den Messungen von Frl. Bělař[1]) (die in der Figur mit + bezeichneten Punkte); im Ultraviolett nimmt die Absorption rapid ab. Bei Kalkspat, der sich nur schwach gelblich färbt, liegt, wie man sieht, das Maximum der Absorption schon im Ultraviolett bei etwa 375 $\mu\mu$.

Schließlich möchte ich noch einiges über die Radiolumineszenz des Steinsalzes während der β-γ-Bestrahlung mitteilen. Steinsalz (von Wieliczka) zeigt im höchsten Grade die bekannte

1) Im Gegensatze zu anderen Steinsalzproben geht bei der vorliegenden die Verfärbung im Dunkeln bei Zimmertemperatur von selbst zurück und ist nach zwei Monaten fast ganz verschwunden.

1) Für die Abweichungen im langwelligen Gebiet lassen sich verschiedene Gründe anführen.

Digitized by Google

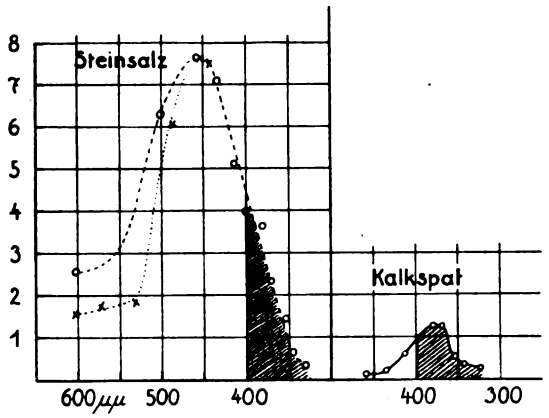


Fig. 3.

Ermüdungserscheinung: die Lumineszenzhelligkeit fällt bei der Bestrahlung mit 30 mg *Ra* (2 mm von der Präparatachse) in wenigen Stunden auf die Hälfte; von da ab ändert sie sich nur langsam, besonders wenn man, wie dies in der gestrichelten Kurve geschehen ist, die infolge der zunehmenden Verfärbung wachsende Absorption berücksichtigt (Fig. 4).

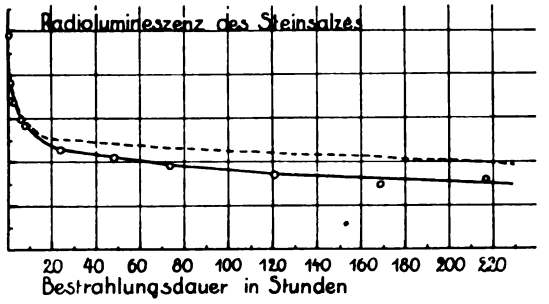


Fig. 4.

Durch Erhitzen wird das bestrahlte Steinsalz wieder in seinen Anfangszustand versetzt und leuchtet jetzt bei neuerlicher β-γ-Bestrahlung wieder hell auf. Interessanterweise regeneriert diese Lumineszenzfähigkeit, wenigstens teilweise, in diesem Falle auch von selbst, d. h. schon bei Zimmertemperatur, wie folgende Zahlen lehren, die die mittlere Lumineszenzhelligkeit des Steinsalzes in willkürlichen Einheiten in den ersten 2 bis 4 Minuten nach Beginn der Bestrahlung mit 30 mg *Ra* angeben:

Frisches *NaCl*-Stück	91
nach 12^d *Ra*-Bestrahlung . .	29,2
ausgeglüht	96,4
nach 20^d *Ra*-Bestrahlung . .	26,9
16^d dem Tageslicht ausgesetzt	86,3
nach 16^h *Ra*-Bestrahlung . .	40,7
$1^1/_2{}^h$ im Dunkeln	44,3
nach $9^1/_2{}^m$ *Ra*-Bestrahlung . .	43
21^h im Dunkeln	61,9
nach $2^1/_2{}^h$ *Ra*-Bestrahlung . .	43,5
11^d im Dunkeln	78,5
nach 52^m *Ra*-Bestrahlung . .	53
ausgeglüht	95,4
nach 62^m *Ra*-Bestrahlung . .	54,3

Falls Verfärbung und Lumineszenz hier wirklich, wie wiederholt dargelegt worden ist, auf einem Elektronenaustausch unter den Ionen des Kristallgitters beruhen, so wird man zur Erklärung der starken Anfangslumineszenz und ihrer Regenerierung vielleicht den Bestand besonders günstiger Konfigurationen annehmen müssen, die bei der Bestrahlung allmählich aufgebraucht, nach Schluß der Bestrahlung aber unter Erreichung eines thermischen Gleichgewichtes wieder gebildet werden, falls man nicht überhaupt zur Annahme eines komplizierteren Mechanismus (komplexer Zentren) genötigt wird.

Diskussion.

Herr Rupp: Ich habe in letzter Zeit[1]) Lenardsche Erdalkaliphosphore bei γ-Strahlerregung untersucht und dabei ähnliche Beziehungen für Erregung der Lichtsumme und für Ausleuchtung gefunden wie der Herr Vortragende. Verfärbung jedoch konnte nicht beobachtet werden. Phosphoreszenz und Verfärbung kommen wohl überhaupt ursächlich verschiedenen Vorgängen zu.

Herr Gudden: Für die nahe Übereinstimmung der Radiophotolumineszenz mit der Phosphoreszenz der Erdalkali- und Zinksulfide spricht folgende von uns gemachte Beobachtung. Durch Röntgenlicht gelb verfärbtes, dabei jedoch dauernd im Dunkeln gehaltenes Steinsalz zeigt schwaches, bald unmerklich werdendes Nachleuchten, rotes Licht hat danach keinen Einfluß; blaues Licht hingegen erregt deutliche und anhaltende Phosphoreszenz und nunmehr erfolgt in rotem Licht eine helle grüne Ausleuchtung. Man wird also wohl annehmen können, daß die kurzwellige Strahlung (Röntgen- und γ-Licht) Phosphoreszenzzentren schafft (teilweise auch erregt), die dann durch blaues Licht erregt und durch rotes ausgeleuchtet werden können.

Anm. bei der Korrektur: Vollerregung und Ausleuchtung lassen sich ohne merkliche Abnahme der Phosphoreszenzhelligkeit dutzende Male wiederholen. Es kann also bei den Erregungs- oder Emissionsvorgängen jeweils nur ein kleiner Bruchteil der Zentren, gewissermaßen mehr zufällig, zerstört werden.

Herr Przibram: Es hat mich außerordentlich gefreut, als mir Herr Gudden gesprächs-

1) Inzwischen erschienen: Ann. d. Phys. 75, 369, 1924.

Digitized by Google

weise von seiner schönen Beobachtung an Steinsalz Mitteilung machte, habe ich doch selbst von Anfang an[1]) beide Deutungsmöglichkeiten der Radiophotolumineszenz im Auge gehabt: Erzeugung von Lumineszenzzentren und Ausleuchtung. Da unsere Arbeiten im weiteren Verlauf keinen sicheren Beweis für erstere ergaben, habe ich mich mehr der zweiten zugeneigt. In dem von Herrn Gudden angeführten Fall ist wohl unzweideutig das Zutreffen der ersteren Deutung erwiesen. Es werden wohl beide Vorgänge vorkommen.

1) Wiener Ber. (IIa) 130, 266, 1921.

R. Tomaschek (Heidelberg), Über den Einfluß des Grundmaterials auf die Phosphoreszenzemission.

1. Bezüglich des Einflusses des Grundmaterials auf die Erregungsverteilung der Phosphore besteht die Beziehung

$$\lambda_0 = \frac{\lambda}{\sqrt{D}},$$

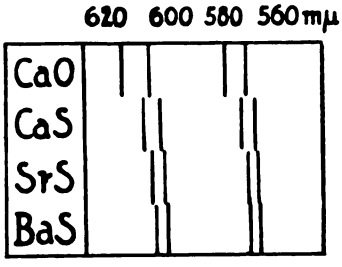
wobei λ die gemessene Wellenlänge, D die Dielektrizitätskonstante des Grundmaterials und λ_0 die sog. absolute Wellenlänge bedeutet[1]). Letztere zeigt sich in weitgehendem Maße als sowohl vom Grundmaterial wie auch vom Schwermetall unabhängig.

Versucht man diese Formel auf die Emissionswellenlängen anzuwenden, so ergibt sich keine befriedigende Übereinstimmung[2]). Während beispielsweise für Kupfer noch annähernde Konstanz von λ_0 vorhanden ist, ist dies für Blei und Mangan durchaus nicht der Fall und der Gang der Verschiebung ist sogar in den letzteren beiden Fällen entgegengesetzt.

2. Genauere Aufschlüsse über das Verhalten der Emission gestattete nun eine Untersuchung über die Phosphoreszenzeigenschaften der seltenen Erden[3]), einerseits da deren Phosphoreszenzspektren scharf und gut auswertbar sind, andererseits aber auch da nur ein geringer Einfluß der äußeren Kraftfelder der Zentren zu erwarten ist, wie die Schärfe der Emission anzeigt. Hierbei erwiesen sich besonders die Samariumphosphore infolge der Schärfe der Linien und der Einfachheit des Emissionsspektrums als sehr geeignet.

Ihr Spektrum setzt sich aus drei Häufungsstellen (Teilgruppen) zusammen, deren jede wieder einen Aufbau aus mehreren Linien zeigt, die den Eindruck magnetisch aufgespaltener Multiplette machen. Die Untersuchungen wurden hauptsächlich an den beiden kürzerwelligen Teilgruppen angestellt. Diese zeigen einen annähernd symmetrischen Aufbau aus etwa je sechs Linien, worunter in jeder Teilgruppe ein mittleres Dublett sehr stark an Intensität hervorragt. Den weiteren Untersuchungen wurden die Messungen an diesen Hauptlinien zugrunde gelegt.

3. Untersucht man nun die Emission in verschiedenem Grundmaterial, so ergibt sich folgendes Bild.



Es zeigt sich, wenn man etwa die Sulfidphosphore betrachtet, daß beim Übergang zum Erdalkali mit höherem Atomgewicht eine Verschiebung nach kürzeren Wellen erfolgt. Außerdem werden die Dublettabstände kleiner.

Betrachtet man ferner bei ein und demselben Erdalkali die Verschiebung bei Wechsel des Gattungsatoms, also etwa bei Übergang von Schwefel zu Sauerstoff, so ergibt sich hierbei eine Verschiebung nach längeren Wellen und eine starke Verbreiterung des Dublettabstandes. Die Verschiebungen erfolgen also im entgegengesetzten Sinne als es der Einfluß der Dielektrizitätskonstante erwarten lassen würde.

4. Die Deutung dieser Verhältnisse und auch der Emissionseigenschaften der Schwermetallphosphore überhaupt scheint mir, von Herrn Lenards Vorstellungen ausgehend, zu folgendem Bilde vom Aufbau der Phosphoreszenzzentren zu führen[1]).

Das phosphoreszenzfähige Zentrum wäre hiernach im chemischen Sinne aufzufassen als eine Additionsverbindung (etwa vom Typus der Kristallwasserverbindungen) des Zentrenkomplexes und der Schwermetallverbindung.

Die Ausbildung der Zentren, welche bei den Erdalkaliphosphoren als Gebilde von sperriger Struktur aus bis zu 100 000 Atomen anzunehmen sind[2]), ist als eine besondere chemische Eigen-

1) P. Lenard, Ann. d. Phys. 31, 661, 1910; F. Schmidt, Ann. d. Phys. 64, 713, 1921.

2) Vgl. die Tabelle bei F. Schmidt, a. a. O. S. 725; ferner Ann. d. Phys. 74, 362, 1924.

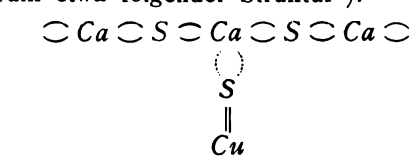
3) R. Tomaschek, Ann. d. Phys. 75, 109, 1924.

1) Bezüglich der eingehenderen Beweisführung siehe Ann. d. Phys. 75, 561, 1924.

2) Es ist wahrscheinlich, daß der Chemismus des Zentrenkomplexes bei anderen Phosphorarten, so auch schon beispielsweise bei *Zn S* ein etwas anderer ist. Näheres hierüber siehe Ann. d. Phys. a. a. O.

Digitized by Google

schaft der Erdalkalisulfide zu betrachten, die mit der Phosphoreszenz zunächst nichts zu tun hat. Erst durch Anlagerung der Schwermetallverbindung wird hieraus ein „Phosphoreszenz"-zentrum etwa folgender Struktur[1]):



5. Der Phosphoreszenzvorgang ist in folgender Weise vor sich gehend anzunehmen: Die lichtelektrische Wirkung, als welche primär die Erregung aufzufassen ist, greift an dem Brückenatom an. Dessen Elektronen müssen, infolge der vielseitigen Valenzbetätigung dieses Atoms, als dem selektiven lichtelektrischen Effekt besonders zugänglich betrachtet werden, in vollkommener Analogie zu dem selektiven lichtelektrischen Effekt an Metallen, wo ebenfalls die Lockerung der chemischen Bindung durch Gasbeladung wesentlich zu sein scheint. Hierbei ist, wie die im folgenden erörterten Erfahrungen nahelegen, anzunehmen, daß es die für die Bindung mit dem Zentrum maßgebenden Elektronen sind, welche lichtelektrisch beeinflußt werden, daß aber gleichzeitig infolge der eintretenden Änderungen des elektromagnetischen Feldes des Gattungsatoms auch die vom Schwermetall zum Gattungsatom übergreifenden Felder eine Änderung erfahren (Deformation von Elektronenbahnen und Hebung von Elektronen auf höhere Energiestufen). In diesen in dem Kraftfeld des Gattungsatoms verlaufenden Vorgängen ist der schon früher aus verschiedenen Erfahrungen geschlossene Übertragungsmechanismus auf das Metallatom zu suchen. Durch die Rückkehr des lichtelekrischen Elektrons zum Gattungsatom wird dieser Deformationszustand des Schwermetalls unter Lichtemission wieder rückgängig gemacht.

6. Das entwickelte Bild gestattet nun eine einheitliche Zusammenfassung der bis jetzt vorliegenden Erfahrungen über die Phosphoreszenzemission. Es bedarf dazu noch eines Schrittes, nämlich der Feststellung des Zusammenhanges zwischen chemischer Bindung und Emissionsspektrum. Hier liegt nun namentlich von seiten der organischen Chemie ein großes Material vor, und es ist das Verdienst von J. Stark, dieses unter einem einheitlichen Gesichtspunkt zusammengefaßt und zu einem großen Teile selbst zutage gefördert zu haben. Er hat gezeigt[1]), daß Vergrößerung der Bindungsenergie („Verfestigung" der Bindung) das Spektrum, welches durch das elektromagnetische Feld der Bindung bestimmt ist, nach kürzeren Wellen, Verminderung der Bindungsenergie („Lockerung" der Bindung) es nach längeren Wellen verschiebt.

Die erwähnten spektralen Veränderungen der Samariumphosphore führen demnach zu dem Schluß, daß bei Übergang von Kalzium gegen Barium eine Verschiebung der Festigkeit der Bindung gegen das Samariumatom hin erfolgt, indem die fester gebundenen Elektronen in Analogie zu den zahlreichen sonstigen Beispielen[2]) eine kürzerwellige Emission geben. Umgekehrt wird bei dem gleichen Übergang die Bindung gegen das Erdalkaliatom schwächer. Es genügt bereits eine geringere Energie zur Lostrennung der Elektronen, die Erregungsverteilung rückt gegen längere Wellen.

7. Es sprechen nun verschiedene Gründe dafür, daß diese Änderungen des Bindungszustandes tatsächlich vorhanden sind. Vor allem der Gang der molekularen Bildungswärmen der Verbindungen Gattungsatom — Erdalkali zeigt das zu erwartende Parallelgehen mit der spektralen Verschiebung (vgl. Tabelle). Ferner deutet

Grundmaterial	Mittellage der Teilgruppe $m\mu$		Dublettbreite	Mittlere Verschiebung gegen Kalzium	Mol. Bildungswärme d. Grundmaterials
	α_b	α_c	$m\mu$	$m\mu$	cal
CaS	604,2	568,0	5,25		111,2
SrS	602,5	566,3	4,25	1,7	110,2
BaS	601,5	565,5	(4,25)	2,6	102,5
CaO	610,1	572,2	8,9	10,1	151,9
BaO	600	562	(7,5)		125,9

die stärkere Neigung zur Polysulfidbildung bei Übergang von Kalzium gegen Barium auf eine geringere Absättigung der Valenzen und das Wachsen der Dielektrizitätskonstante in derselben Richtung scheint auf eine größere Lockerheit der Valenzfelder schließen zu lassen.

Eine zweite wichtige Stütze des Bildes ist die Tatsache, daß in den Erregungsverteilungen die absoluten Wellenlängen derselben eine weitgehende Unabhängigkeit vom Schwermetallatom zeigen[3]). Dies ist aber unserer Anschauung gemäß zu erwarten, da die Erregung im wesent-

1) Über die Art der jedenfalls ringförmigen Bindung der Zentrenatome untereinander soll obige Formel nichts aussagen. Wie die leichte Beeinflußbarkeit der chemischen Bindung der Zentren (z. B. durch Druck) nahelegt, ist wohl anzunehmen, daß die Verbindung zwischen je einem Kalziumatom und einem Schwefelatom polarer Natur ist, während der Zusammenhang der Gruppen untereinander durch Nebenvalenzen erfolgt.

1) Prinzipien der Atomdynamik II, 1911 und III, 1915; Hirzel, Leipzig.

2) Vgl. J. Stark, a. a. O. II, 108; III, 202.

3) Siehe die ersten beiden Anmerkungen.

Digitized by Google

lichen eine Funktion des Valenzfeldes Gattungsatom — Erdalkaliatom ist.

Man kann umgekehrt dazu übergehen, aus unserem Bilde eine Erklärung für das Auftreten der verschiedenen Arten von Serien in den Erregungsverteilungen abzulesen. Es muß nämlich ein größerer Sprung in der Valenzbetätigung des Schwermetallatoms sich in seiner Wirkung auch auf das Brückenatom übertragen. Hierdurch wird die von ihm abhängige Erregungsverteilung stark beeinflußt. Es liegen nun die Verhältnisse tatsächlich so, daß die sehr stark von dem Verhalten der meisten Phosphore abweichende und sehr gut bekannte Serie I (in der Schmidtschen Bezeichnung) dem Wismut angehört, welches auch das einzige gut untersuchte dreiwertige Element ist. Hingegen ist die am häufigsten auftretende Serienart II den zweiwertigen Atomen zuzuschreiben[1]).

Drittens wird auch verständlich, weshalb es vor allem farbige Sulfide sind, welche sich als phosphoreszenzfähig erweisen. Ihre Farbigkeit deutet auf eine starke Lockerung der äußeren Elektronen und damit auf die Fähigkeit, leicht Anlagerungsverbindungen einzugehen.

8. Aber auch die Veränderung der Dublettbreite ergibt sich zwanglos aus unserem Bilde. Unserer Auffassung entsprechend, daß es sich um magnetisch aufgespaltene Multiplette handelt, zeigt uns die Veränderung des Emissionsbildes bei Übergang von Kalzium gegen Barium, daß die magnetischen Einflüsse auf die Emissionselektronen schwächer werden.

Dies deutet darauf hin, daß sich, wie die neueren Anschauungen über den Atomaufbau lehren, die magnetischen Wirkungen der einzelnen Elementarkreisströme stärker kompensieren. Wir sind aber im Vorstehenden zu dem Ergebnis gelangt, daß die Bindung des Schwermetallsulfids an das Zentrum, also auch seine Gestörtheit, von Kalzium zu Barium abnimmt. Dem entspricht aber auch tatsächlich der Gang der magnetischen Aufspaltung. Wir sehen also, daß die Gesamtverschiebung des Spektrums und die Änderung der Dublettabstände im Grunde die gleiche Ursache besitzen, wodurch ihr Parallelgehen verständlich wird.

9. Man kann nun auch versuchen, Anhaltspunkte für eine quantitative Bestimmung der Änderung der Wellenlängen der Emission zu geben, wobei einerseits der Einfluß des äußeren Feldes des Zentrums, andererseits die Änderung des Bindungszustandes der Emissionselektronen zu berücksichtigen ist. Man gelangt hierbei zu einem Ausdruck etwa folgender Form:

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \lambda_1 \frac{\sqrt{D_2} - \sqrt{D_1}}{\varkappa \sqrt{D_1}} + \\ + z[(V_2 - V_1) m V' - n (V_2 - V_1)]$$

Hierbei bedeuten λ_1, λ_2 die Emissionswellenlängen im Grundmaterial 1 bzw. 2; D_1, D_2, die betreffenden Dielektrizitätskonstanten, V_1, V_2 die Bindungsenergie der reinen Verbindung Gattungsatom — Erdalkalimetall, V' die der reinen Verbindung Gattungsatom — Schwermetall, $\varkappa$ einen Faktor, der ein Maß für die Geschütztheit der für die Emission maßgebenden Elektronenbahnen angibt (für PbS etwa gleich 1, für die seltenen Erden sehr groß), wie es sich aus anderweitigen spektralen Erfahrungen gewinnen läßt, z einen Faktor, der vom angewendeten Maßsystem abhängt; m und n Faktoren, die durch den Zentrenbau bestimmt sind[1]).

Diese Beziehung scheint auch das Verständnis der bei den Manganphosphoren vorliegenden Eigentümlichkeit der Verschiebung der Emission in Strontium zu kürzeren Wellen zu ermöglichen. Die helle Farbe der Manganoverbindungen, ebenso wie seine Stellung (gemäß der Bohrschen Anschauungen) in der Mitte einer gestörten Gruppe des periodischen Systems analog den seltenen Erden, lassen einen großen Wert von $\varkappa$ erwarten und demnach ein Überwiegen des zweiten Gliedes, wie es bei den seltenen Erden hervorgetreten ist. Dem entspricht auch tatsächlich das Verhalten der Emission, die im Gegensatz zu den übrigen Schwermetallphosphoren eine Verschiebung nach kürzeren Wellen beim Übergang von Kalzium zum Strontium ergibt.

10. Man kann nun aber auch versuchen, ungefähr wenigstens den Wert anzugeben, wo $mV' < n$ wird, also der Einfluß des zweiten Gliedes der Formel mit dem der Dielektrizitätskonstante gleichgerichtet wird. Wenn man nämlich innerhalb einer Serienart die Änderung der Emissionswellenlängen (unter Berücksichtigung des Ganges von $\varkappa$) bei Übergang von Strontiumsulfid zu Kalziumsulfid betrachtet, so findet man, daß ihre Verschiebung einen merklich parallelen Gang mit den Bildungswärmen der betreffenden Schwermetallsulfide zeigt, wie es auch unseren obigen Vorstellungen entspricht. Während nämlich hierbei das zweite Glied der Formel für Mangan (Bw. des Sulfids = 63 cal/Mol) noch einen stark positiven Wert hat, ebenso für Samarium (dessen Bildungswärme des Sulfids auch ziemlich groß

1) Auch das Auftreten zweier Emissionsgruppen bei den Praseodymphosphoren und die Existenz der Terbiumphosphore stützt diese Anschauungen.

1) Da m wahrscheinlich, wenn auch in geringem Maße, ebenfalls von V' abhängig ist, ist die Proportionalität dieses Teiles des Bindungseinflusses mit I'' nur als vorläufige Näherung zu betrachten.

Digitized by Google

ist), wird es bei CuS (Bw. ungefähr 19) schon sehr klein und bei Übergang zu PbS (Bw. etwa 19) bereits negativ.

In analoger Weise ist auch die Verschiebung des Spektrums der Samariumphosphore bei Übergang von Sulfid zu Oxyd aus den bezüglichen Bildungswärmen (Sulfid 111,2; Oxyd 151,9 cal/Mol) verständlich.

Diskussion.

Herr Gudden: Unsere älteren Beobachtungen über die Änderung der Dielektrizitätskonstanten des $ZnSCu\alpha$-Phosphors bei Belichtung können zwar im Sinne der geschilderten Zentrenvorstellung gedeutet werden, ermöglichen aber bei der Unsicherheit der Rechnungsgrundlagen keinesfalls eine Entscheidung zwischen dieser Vorstellung und der Auffassung der Phosphoreszenzzentren als deformierte Stellen im Kristallgitter. Gerade im Fall der ZnS-Phosphore hält überdies ja auch der Herr Vortragende die zweite Auffassung für wahrscheinlich.

Die Druckzerstörbarkeit scheint mir keine Schwierigkeit für die Annahme deformierter Kristallbezirke im Sinne von Herrn Schleede, dagegen läßt sich die zeitliche Nachwirkung ausleuchtender Belichtung bei dieser Auffassung vorerst noch nicht deuten.

Herr Tomaschek: Ich habe die Beobachtungen Herrn Molthans in der der Bemerkung Herrn Guddens vorangehenden Diskussion erwähnt, weil sie zeigen, daß man die bei den Erdalkaliphosphoren so bewährte Zentrenvorstellung ganz wohl auch auf die Zinksulfidphosphore anwenden könnte, also auch für diese die Annahme einer Kristalldeformation nicht ohne weiteres feststeht. Diese in der vorangehenden Diskussion erörterte Annahme einer Deformation der Kristallgitter jedoch scheint mir für diejenigen Phosphorarten, welche eine Druckzerstörung zeigen, also vor allem für die Erdalkaliphosphore, auf sehr starke Schwierigkeiten zu stoßen, besonders da die Druckzerstörbarkeit bereits ohne Vorhandensein eines für die Phosphoreszenz wirksamen Schwermetalls besteht. Andererseits zeigen gerade diejenigen Phosphore, für welche ein Zusammenhang zwischen Emissionsfarbe und Kristallform des Grundmaterials festgestellt ist, keine merkliche Druckzerstörung. Die betreffenden Banden zeigen auch untereinander eine identische Erregungsverteilung. Das Auftreten von verschiedenen Banden in den Erdalkaliphosphoren bei Anwesenheit eines und desselben wirksamen Schwermetalls hingegen hängt offensichtlich vom Schwermetallatom und nicht vom Grundmaterial ab, da das Auftreten der verschiedenen Banden von Schwermetall zu Schwermetall weitgehend variiert, sowohl was Bereitungstemperatur, als auch was Temperaturlagen und Erregungsteilung betrifft. Dieser Umstand macht die Deutung, daß es sich auch bei den Erdalkaliphosphoren in diesem Falle um eine verschiedene Kristallform des Grundmaterials handeln sollte, sehr unwahrscheinlich. Auch die große Energieisolation der Phosphore scheint mir, wie auch Herr Gudden bemerkt, eine wesentliche Schwierigkeit für die Anschauung der Kristalldeformation zu sein.

A. Gockel (Schweiz), Über die Ionisation der Atmosphäre.

Der Zweck meines Vortrages ist, als Grundlage für die folgenden Besprechungen, einige Punkte hervorzuheben, die mir einer weiteren, und zwar gemeinschaftlichen Untersuchung bedürftig erscheinen.

Zu den luftelektrischen Erscheinungen, die noch verhältnismäßig wenig studiert sind, gehört der tägliche und jährliche Gang der Leitfähigkeit. Während die Kurven für das Potentialgefälle an den verschiedenen Orten der Erde einen in großen Zügen recht gut übereinstimmenden Gang aufweisen, ist der Gang der Leitfähigkeit, soweit man nach dem spärlichen Beobachtungsmaterial schließen kann, von Ort zu Ort verschieden. Bei Betrachtung der an den einzelnen Stationen erhaltenen Kurven sieht man ohne weiteres, daß die Schwankungen der Leitfähigkeit in erster Linie von der Erwärmung der untersten Bodenschichten abhängen in der Weise, daß die Erwärmung des Bodens und die damit verbundene Erhebung von Dunstschichten die Leitfähigkeit heruntersetzt. Im Sommer bewirkt dann gegen Mittag die Zerstreuung des Dunstes, vielleicht auch die Verminderung der relativen Feuchtigkeit, an einigen Orten (Potsdam, Freiburg i. Ue.) eine Erhöhung der Leitfähigkeit, an anderen (Davos, Simla) bleibt die Leitfähigkeit auch über Mittag niedrig. Der Unterschied zwischen dem sommerlichen und winterlichen Verhalten des täglichen Ganges ist in Davos gering, vermutlich weil dort auch im Sommer nur mäßig hohe Temperaturen erreicht werden.

Es ist im Gegensatz zu dem, was wir bei dem P. G. beobachten, nicht möglich, die tägliche Schwankung der Ionisation als eine Übereinanderlagerung von 2 Sinuswellen darzustellen. Die Annahme, daß bei vorgegebenem Strom das P. G. sich spiegelbildlich zur Leitfähigkeit der unteren Schichten ändere, ist unhaltbar, vielleicht ist dieses aber der Fall für die durchschnittliche Leitfähigkeit der ganzen Troposphäre. Um diese auch nur ungefähr kennen zu lernen, genügen sommerliche Beobachtungen auf Bergspitzen nicht; denn dort haben wir die Störungen

Digitized by Google

durch die mittägigen Wolkenbildungen. Anders wird es im Winter sein, wenn ein Hochdruckgebiet über dem Gebirge liegt und eine von der Sonne durchwärmte Luftschicht über dem Nebel des Tieflandes schwimmt.

Die auffallendste Erscheinung des täglichen Ganges der Leitfähigkeit im Tiefland sind die Minima, die sich nach Sonnenaufgang und zur Zeit des Sonnenunterganges einstellen, sowie das um 4^h auftretende Maximum. Chree hat bei Messungen mit dem Owensschen Staubzähler auch ein Minimum des Staubgehaltes früh 4^h und am frühen Nachmittag gefunden, aber im Sommer schiebt sich das Frühminimum des Staubgehaltes bis gegen Mitternacht vor, während das Maximum der Leitfähigkeit ebenso wie das Minimum des P. G. mit auffallender Beharrlichkeit stets auf 4^h fällt. Übrigens scheint es mir auch nicht leicht zu erklären, warum das Minimum des Staubgehaltes im Winter gerade auf 4^h fällt. Noch merkwürdiger erscheint, daß dieselbe Periode des Staubgehaltes uud der Leitfähigkeit von Schenk anch im abgeschlossenen Keller beobachtet wurde.

Die Einwirkung des Staubes ist natürlich so zu denken, daß durch die Staubkerne entweder eine vollständige Neutralisierung oder wenigstens eine Verminderung der Beweglichkeit der Ionen bewirkt wird. Sowohl nach den Messungen Kohlrauschs in Seeham als auch nach den von mir an den verschiedenen Orten der Schweiz ausgeführten ändert sich die Ionenbeweglichkeit, solange nicht Niederschläge fallen oder Bildung von Nebeln oder Dunstschichten eintritt, nur wenig, d. h. die Leitfähigkeit ist proportional den Ionenzahlen und ihre Verringerung erfolgt dadurch, daß die Ionen vollständig verschwinden, d. h. daß ihre Beweglichkeit, wie es sich aus meinen Messungen der schweren Ionen ergibt, so weit herabgesetzt wird, daß sie in dem Ebertschen Apparat überhaupt nicht mehr abgefangen werden (unter 0,04 cm/sec).

Eine eingehendere Untersuchung der Beweglichkeit der sich bildenden Aggregate ist natürlich von Interesse, weil sich daraus Schlüsse über die Natur der Dunstteilchen ziehen lassen.

Wichtiger aber und einer gemeinsamen Untersuchung bedürftig erscheint mir die Frage, ob sich auch eine jährliche und tägliche Periode des ionenerzeugenden Faktors feststellen läßt, hauptsächlich schon wegen der Bedeutung, welche die Frage nach dem Vorhandensein eines kosmischen Faktors durch die Arbeiten L. A. Bauers gewonnen hat. Ich möchte daher vorschlagen, daß an möglichst vielen Orten Messungen der Intensität des ionenerzeugenden Faktors nach der von v. Schweidler ausgearbeiteten Methode ausgeführt werden. Es hat zwar den Anschein, als ob die Schwankungen der Ionisation und der Leitfähigkeit mehr von dem ionenvernichtenden als von dem ionenerzeugenden Faktor abhängen, in einzelnen Fällen zeigt aber auch der letztere entschiedene Schwankungen.

Ich habe schon in einer früheren Arbeit über die schweren Ionen darauf hingewiesen, daß vor Gewittern sowohl die Zahl der schweren als auch der leichten Ionen steigt, daß also die Stärke des ionenerzeugenden Faktors eine Steigerung erfährt. Dasselbe Resultat ergibt sich auch aus den Tabellen der v. Schweidlerschen Arbeit. v. Hann sagt in seinem Lehrbuch, das Vorhandensein einer $Cu—Ni$ Wolke genüge nicht zum Ausbruch eines Gewitters, es müsse noch ein unbekanntes Etwas hinzukommen. Vielleicht ist das eben die Steigerung des ionenerzeugenden Faktors, der elektrische Ladungen und Kondensationskerne erzeugen kann.

Der Zusammenhang der Ionisation mit dem Luftdruck ist bis jetzt hauptsächlich unter dem Gesichtspunkt der Ebertschen Theorie untersucht worden. Durch die Untersuchungen der Carnegie Institution, speziell durch die Arbeiten L. A. Bauers ist die Betrachtung jetzt in ein neues Stadium getreten. Es scheint mir wenigstens wahrscheinlich, daß die Sonnentätigkeit nicht direkt die luftelektrischen Faktoren beeinflußt, sondern indirekt durch Vermittlung der Luftdruckschwankungen. Daß die atmosphärische Zirkulation von der Sonnentätigkeit abhängt, hat unter andern Hanzlik nachgewiesen. Conrad glaubte auch in den Kremsmünsterer Zerstreuungsmessungen einen Einfluß der Sonnenfleckenperiode gefunden zu haben. Solche Untersuchungen sollten meines Erachtens noch weiter ausgedehnt werden. Dazu müßte aber besonders bezüglich der Leitfähigkeit noch mehr Material vorliegen.

Und zum Schlusse möchte ich noch ausgedehntere Messungen des luftelektrischen Vertikalstromes in Vorschlag bringen. Wenn dieser durch kosmische Einflüsse bedingt wird, so ist anzunehmen, daß sein Gang über weiten Gebieten der Erde derselbe ist. Messungen des Leitungsstromes, die ich seinerzeit gemeinschaftlich mit Herrn Huber in Altdorf ausführte, haben diese Erwartung nicht bestätigt. Wenn auch in den Hauptzügen der Gang ein gleichmäßiger war, so ergaben sich im einzelnen doch von den lokalen Witterungsverhältnissen abhängige Abweichungen. Möglich ist es aber, daß direkte Strommessungen nach der Wilsonschen Methode ein anderes Resultat ergeben. Dort wo zwei annähernd in derselben Vertikale gelegene Stationen vorhanden sind, ließe sich auch prüfen, ob der Strom wirklich, wie bis jetzt meistens angenommen wird, längs seiner vertikalen Erstreckung konstant ist.

Digitized by Google

BESPRECHUNGEN.

A. Sieberg, Geologische, physikalische und angewandte Erdbebenkunde. Mit Beiträgen von B. Gutenberg. 8°. XIII und 572 S. Mit 178 Textabb. und 1 farbigen Weltkarte und 17 Hilfstafeln. Jena, Gustav Fischer. 1923. M. 18.—, geb. M. 20.—.

Die Fülle der Neuerscheinungen auf dem Gebiete der Geophysik zeigt, daß diese junge Wissenschaft in schneller Entwicklung begriffen ist. In den letzten beiden Jahren sind drei verschiedene Sammlungen geophysikalischen Inhalts entstanden: Probleme der kosmischen Physik (Henry Grand, Hamburg), geodynamische Probleme (Borntraeger, Berlin), geophysikalische Schriften (Borntraeger, Berlin), ferner zwei Zeitschriften, die Zeitschrift für angewandte Geophysik und die Zeitschrift für Geophysik. An wichtigen Handbüchern erschienen unter anderen: Einführung in die Geophysik, Prey, Mainka. Tams, 1921; Earth Evolution and its facial Expression, W. H. Hobbs 1921; The Earth, its origin, history and physikal constitution, H. Jeffreys, 1924 Andere, wie z. B. „Die Physik der Erde und des Kosmos"; B. V des Lehrbuches der Physik von Müller-Pouillet ist in Vorbereitung.

Das hier vorliegende Werk behandelt in dankenswerter Ausführlichkeit eins der wichtigsten Teilgebiete der Geophysik, die Erdbebenkunde. Das Buch enthält eine Einleitung: „Physikalische und geologische Grundlagen der Erdbebenforschung"; ferner sieben Abschnitte, in denen die Erdbeben von verschiedenen Gesichtspunkten aus behandelt werden. I. Begriff und Erscheinungsform: Die Art, Dauer und Richtung der Bewegung, die Wirkung auf Menschen, Bauwerke, auf die Erdoberfläche und das Meer. Stärke und Periodizität der Beben, Licht- und Schallerscheinungen bei Erdbeben. Im II. Abschnitt, Mechanik der Erdbeben, werden die instrumentellen Aufzeichnungen besprochen und im Anschluß daran Herd und Energie des Bebens und die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Bebenwellen. Der III. Abschnitt beschäftigt sich mit den verschiedenen Entstehungsarten, Einsturz-, Ausbruch-, Dislokations-Beben, der IV. Abschnitt (von B. Gutenberg) behandelt die physikalische Theorie der Erdbebenwellen und unsere Kenntnis vom Erdinnern auf Grund seismischer Forschung. Hierbei werden die verschiedenen Wellenarten besprochen, die bei Fern- oder Nahbeben auftreten, ferner auch verschiedene Versuche zur Ermittlung der Herdtiefe. Abschnitt V: Geographie der Erdbeben gibt eine Übersicht über das seismische Verhalten der verschiedenen Kontinente und Meere. Im VI. Abschnitt, Erdbebeninstrumente werden die gebräuchlichen Apparate beschrieben, sowie ihre praktische Handhabung und ihre Theorie (letztere von B. Gutenberg.) Abschnitt VII: Seismische Untersuchungsmethoden enthält die makroseismische Bearbeitung von Einzelbeben, Isoseisten-Karten, Erdbebenverwerfungen, Höhenänderung und ferner auch die Bearbeitung instrumenteller Aufzeichnungen und die Ermittlung der Bewegungsform und des Epizentrums aus ihnen.

Die Theorie der Erdbebenwellen und der Erdbebeninstrumente ist in dem vorliegenden Werke doppelt behandelt. Einmal ganz elementar, für Leser ohne besondere physikalische Vorbildung, ein Verfahren, das natürlich seine Gefahren besitzt, und zweitens für physikalisch vorgebildete Leser. Eine solche doppelte Behandlung hat ihre Vorteile, macht aber Wiederholungen und Längen unvermeidlich.

Das sehr reichaltige Buch gibt einen guten Überblick über die gesamte Fülle von Arbeiten, die die seismische Forschung bisher angehäuft hat, in geographischer, geologischer und physikalischer Richtung.

Die vielen Einzelheiten, die zahlreichen Bilder, graphischen Darstellungen und Tabellen machen das Buch sehr instruktiv und zur Einführung in die Erdbebenkunde geeignet. Leider sind jedoch, wohl wegen der Unkosten, verhältnismäßig wenig Seismogramme wiedergegeben. (Abb. 63, 64, 113, 126.) Es fehlt z. B. eine Wiedergabe der drei Komponenten eines Bebens.

Sehr wertvoll sind die eingehenden Literaturangaben, die am Schluß jeden Abschnittes zusammengestellt sind.

Der Physiker, für den vor allem Abschnitt IV und VI in Betracht kommt, wird vielleicht aus dem Buch den Eindruck gewinnen, daß in der Erdbebenkunde noch mancherlei ungeklärte Vorstellungen über die physikalische Natur der elastischen Deformationen bei Erdbeben und über ihre Fortpflanzung bestehen. Es möge ihm dies ein Ansporn zur Mitarbeit an der Lösung dieser Probleme sein. Die dazu nötige Orientierung über das vorliegende Beobachtungsmaterial und den heutigen Stand der Theorie läßt sich aus dem vorliegenden Werke wohl gewinnen.

G. Angenheister.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Ernannt: Der Privatdozent für Chemie an der Universität Marburg Dr. Friedrich Krollpfeiffer zum Mitglied des Direktoriums der Behring-Werke in Marburg, der Assistent für Physikalische und Elektro-Chemie an der Deutschen Technischen Hochschule Prag Dr. techn. Ing. Chem. Ferdinand Müller zum definitiven Professor an der Deutschen Handelsakademie in Prag, Professor Luigi Rolla zum Ordinarius für organische Chemie am Institut für höhere Studien in Florenz, A. C. Shead zum assistant Professor der Chemie an der Universität von Illinois, I. R. Withrow zum Professor der Chemie an der Ohio State University, der Dozent der organischen Chemie an dem University College Nottingham, H. Lambourne zum Leiter der Abteilung Chemie am Borough Polytechnic Institute London.

Ehrung. Dr. Raphael Ed. Liesegang in Frankfurt a. M. der Felix Cornu-Preis

Verliehen: Dem früheren Leiter der Abteilung Organische Chemie der Universität Leeds Dr. I. B. Cohen die Bezeichnung Professor emeritus.

Gestorben: Der ord. Professor der theoretischen Astronomie und Astrophysik an der Universität München und Direktor der Sternwarte daselbst Geheimer Rat Dr. Hugo von Seeliger.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. F. Harms in Würzburg. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Digitized by Google

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

No. 24. 15. Dezember 1924. 25. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 2 am 5. Januar 1925.

INHALT:

A. Kalähne, Dem Andenken an Georg Quincke. S. 649.

Originalmitteilungen:

J. R. Katz, Die Bedeutung der Röntgenspektrographie für die Quellungsprobleme. S. 659.

K. Lichtenecker, Über eine Analogie im Verhalten leitender und nichtleitender Mischkörper. S. 666.

Vorträge und Diskussionen von der 88. Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte in Innsbruck:

H. Liebster u. L. Schiller, Kinematographische Messungen der Fallbewegung von Kugeln in zäher Flüssigkeit, auch in nächster Nähe einer Wand. S. 670.

W. Schottky, Vorführung eines neuen Lautsprechers. I. S. 672.

E. Gerlach, Vorführung eines neuen Lautsprechers. II. S. 675.

R. Fürth, Dielektrizitätskonstanten guter Leiter. S. 676.

H. Bongards, Messungen des Gehalts der Luft an radioaktiven Zerfallsprodukten vom Flugzeug aus. S. 679.

V. Oberguggenberger, Erdstrombeobachtungen im Gebirge. S. 682.

A. Wigand, Luftelektrische Untersuchungen bei Flugzeugaufstiegen. S. 684.

L. Vegard, Das Nordlichtspektrum und die höheren Atmosphärenschichten. S. 685.

M. Berek, Demonstration einiger Photogramme zur Theorie der optischen Abbildung. S. 689.

Besprechungen:

W. Kohlhörster, Die durchdringende Strahlung in der Atmosphäre. S. 690.

R. Courant u. S. Hilbert, Methoden der mathematischen Physik. S. 691.

Czapski-Eppenstein, Grundzüge der Theorie der optischen Instrumente nach Abbe. S. 691.

E. Marx, Röntgenstrahlen, Radium und die Materie. S. 691.

H. Poincaré, La Mécanique Nouvelle. S. 692.

P. Günther, Tabellen zur Röntgenspektralanalyse. S. 692.

Personalien. S. 692.

Dem Andenken an Georg Quincke.

Von Alfred Kalähne.

Der Nestor der deutschen Physiker, Georg Hermann Quincke, ist am 13. Januar dieses Jahres im neunzigsten Lebensjahre von uns geschieden, dem jüngeren Geschlecht schon ferngerückt, den Älteren von uns bekannt als eine der ausgeprägtesten Persönlichkeiten der wissenschaftlichen Welt, von wenigen der Alten vielleicht noch gekannt als kraftstrotzende Gestalt im reifen Mannesalter, wo er als einer der anregendsten Lehrer und Forscher galt. Sein Bild hier zu zeichnen soll meine Aufgabe sein.

Es ist nicht ganz leicht, dem jetzigen Geschlecht das wissenschaftliche Wirken dieses Mannes klarzulegen, dessen Vorstellungs- und Denkweise in vielem von der modernen grundverschieden war, die daher auch manchmal mit ihr in Zwiespalt geriet. Und doch sind bei tieferem Eingehen Anklänge an modernste Gedankengänge, ja solche Gedankengänge selbst bei ihm zu finden, und seine

Digitized by Google

ganze Art zu arbeiten, die Probleme anzupacken, zeigt besonders in seinen jüngeren Jahren mehr Verwandtschaft mit modernster Art, als vielfach angenommen wird. Leicht aber wird es für jeden, der Gelegenheit hatte, längere Zeit mit Quincke zu verkehren, den Menschen zu schildern; denn offen lag sein Wesen da. Keine von gesellschaftlicher Konvention gewobenen Hüllen verdeckten es, keine Absonderlichkeiten, wie man sie so gern bedeutenden, etwas abseits vom gewöhnlichen Wege gehenden Menschen nachsagt, störten es und hinderten den freien Einblick in das harmonische, in sich gefestigte Gefüge des Geistes und der Seele dieses Mannes. Was etwa den Fernerstehenden ungewöhnlich oder absonderlich an ihm erschien, das war nicht in den rein menschlichen Eigenschaften, sondern in seiner Art der wissenschaftlichen Arbeit und Denkweise zu finden. Dazu gehört besonders das bis zum äußersten getriebene Streben, alle minder wichtigen Arbeiten mit einfachsten und billigsten Mitteln auszuführen, ein Streben, dem die Ausarbeitung eines ganzen Systems einfachster, anderswo unbekannter Apparate entsprang, die im physikalischen Praktikum, ja gelegentlich auch bei wissenschaftlichen Messungen angewandt wurden. Dazu gehört auch sein unentwegtes Festhalten an gewissen Vorstellungen, die er sich über die Natur gebildet hatte, besonders über die Struktur der Materie, die von den üblichen so außerordentlich abwichen. Von diesen Dingen soll aber noch an späterer Stelle die Rede sein.

Quinckes Lebenslauf, sowohl der wissenschaftlich-berufliche, wie auch der bürgerliche und familiäre, ist ein selten glücklicher gewesen. Der einzige wirklich schwere Schlag, der ihn getroffen hat, ist wohl der Tod des ältesten seiner drei Enkel gewesen, der 1914 als Kriegsfreiwilliger bei Neuve Chapelle an der Westfront im Weltkrieg fiel. Seine nächsten Verwandten bestätigen mir die Tatsache eines sehr glücklichen Privatlebens, und für das berufliche Leben zeugen die schon im frühen Mannesalter beginnenden Berufungen auf verschiedene Lehrstühle, die Ernennungen zum Mitglied gelehrter Gesellschaften und Akademien, seine Wahl in den Vorstand mehrerer von ihnen. Hervorgehoben werden muß allerdings, daß er besonders in den ersten Jahren seiner Lehr- und Forschertätigkeit infolge Fehlens eines richtigen Laboratoriums, als dessen Ersatz er seine Wohnung nehmen mußte, nicht gerade ein bequemes Leben führte; aber er konnte sich — was gewiß hoch anzuschlagen ist — ohne eigentliche Sorgen und ohne Ablenkung durch Nebenarbeiten ungestört seiner Haupttätigkeit widmen.

Geboren ist Quincke am 19. November 1834 in Frankfurt a. d. Oder, wo sein Vater, der einer westfälischen Familie entstammte, praktischer Arzt war. Seiner Mutter Marie, geb. Gabain, aus einer französischen Emigrantenfamilie stammend, verdankt er wohl den heiteren Grundzug seines Wesens und die Neigung zur Kunst, das Bestreben, alles um sich „ein bischen hübsch zu machen", sogar die einfachen Apparate des Laboratoriums. Von seinem Vater hatte er die große kraftvolle Gestalt geerbt; er verfügte über bedeutende Körperkräfte. Und gerade diese in Verbindung mit außerordentlicher Ruhe, Sicherheit und Feingefühl der Hand befähigten ihn, mit ganz primitiven, aus einfachsten Elementen zusammengebauten Apparaten feine Untersuchungen auszuführen, wozu andere die Hilfsmittel der Präzisionsmechanik, wie Schrauben zur Feineinstellung und dergl., unbedingt brauchen.

Im Jahre 1843 zogen die Eltern nach Berlin — der Vater wurde hier später Geheimer Medizinalrat —, und der junge Georg, der älteste von fünf Brüdern, erhielt hier seine Schulausbildung auf dem Friedrich-Werderschen-Gymnasium. 1852

Digitized by Google

verließ er die Schule mit dem Zeugnis der Reife und begann das Studium der Physik, das er an den Universitäten Königsberg (besonders unter F. E. Neumann), Berlin (Mitscherlich, Kummer, Magnus) und Heidelberg (G. Kirchhoff, Bunsen) durchführte. Seine ersten veröffentlichten Arbeiten stammen aus jener Heidelberger Studienzeit, eine chemische (Gesteinsanalyse) bei Bunsen und eine physikalische bei Kirchhoff ausgeführte (Verlauf der elektrischen Stromlinien in einer rechteckigen Metallplatte und Brechung derselben an der Grenze zweier Leiter, am Stromlinienverlauf in einer halb aus Kupfer, halb aus Blei bestehenden Platte nachgewiesen). In Berlin fand dann 1858 die Promotion zum Dr. phil. statt auf Grund einer später auch in Poggendorffs Annalen der Physik und Chemie erschienenen Arbeit über die Kapillarkonstanten des Quecksilbers (de constantibus Mercurii capillaribus), in der er aus der Größe und Gestalt von Quecksilbertropfen auf einer ebenen Unterlage die Kapillarkonstante bestimmte nach Formeln, die er aus der Theorie entwickelte. Diese Arbeit war für ihn der Wegweiser in eins der Gebiete, die er in seiner weiteren Forschertätigkeit mehrfach behandelt hat, vielleicht kann man sagen, sein Lieblingsgebiet. Die ganze Untersuchung, die Anlage und die Art der Durchführung ist charakteristisch für Quincke. Genau dieselbe Art und Weise finden wir in allen späteren Arbeiten: die Anwendung einfacher Methoden, äußerst geschickte Ausnutzung der experimentellen Hilfsmittel, das Streben nach Sicherstellung und Kontrolle der gewonnenen Ergebnisse durch Benutzung verschiedener Meßmethoden am gleichen Objekt.

Ein Jahr später (21. Juni 1859) habilitierte sich Quincke fünfundzwanzigjährig an der Berliner Universität als Privatdozent für Physik. Eine besondere Habilitationsschrift ist nicht vorhanden; die vorhergehenden Veröffentlichungen und die sonstigen wissenschaftlichen Leistungen des jungen Gelehrten wurden offenbar für ausreichend gehalten. Das in ihn gesetzte Vertrauen rechtfertigte er bald durch Veröffentlichung ausgezeichneter Arbeiten aus verschiedenen Gebieten. Die erste behandelte 1859 seine Entdeckung der Diaphragmenströme, d. h. der elektrischen Strömung, die entsteht, wenn man eine elektrisch-neutrale Flüssigkeit durch ein ungeladenes Diaphragma hindurchpreßt. Quincke wies nach, daß der hierbei auftretende elektrische Strom seine Ursache in den an der Grenze zweier verschiedener Körper immer vorhandenen Ladungen besitzt, die an den Körperteilchen haften und mit dem Flüssigkeitsstrom fortbewegt werden. Die Umkehr der Erscheinung ist die Fortführung körperlicher Teilchen in einer Flüssigkeit durch den elektrischen Strom, wenn er durch ein Diaphragma fließt. Auch diese hat Quincke ausführlich 1861 behandelt, und ist später, 1871, von anderen Gesichtspunkten aus (Elektrizitätsleitung in Flüssigkeiten und Elektrolyse) noch einmal darauf zurückgekommen. Will man den Wert jener Arbeiten richtig einschätzen, so muß man sich vergegenwärtigen, daß sie in der damaligen wissenschaftlichen Welt ungefähr das Aufsehen erregten, wie in neuerer Zeit die Entdeckung der Röntgenstrahlen oder die ersten Hertzschen Arbeiten über elektrische Wellen, wenn sie auch für die Weiterentwicklung nicht die grundlegende Bedeutung hatten wie diese.

Die folgenden Arbeiten führen in das Gebiet der Optik, mit dem sich Quincke nun genau ein Jahrzehnt beschäftigt hat; sie sind, abgesehen von einigen Veröffentlichungen in den Berliner Akademieberichten, in fortlaufender Reihe als „Optische Experimentaluntersuchungen“ in Poggendorffs Annalen der Physik und Chemie erschienen. Mit staunenswerter Rührigkeit und bewunderungswürdigem Fleiße hat er in ihnen wohl alle erdenklichen Erscheinungen verfolgt, die bei irgendeiner Beeinflussung

Digitized by Google

des Ganges der Lichtstrahlen auftreten können, Brechung, Beugung, Eindringen und Absorption, Reflexion, Interferenz getrennter und verschieden behandelter Lichtbündel, immer mit einem bestimmten Ziele, sei es um die Ergebnisse der Rechnung zu prüfen, wie bei der ersten Arbeit über die astigmatischen Kummerschen Strahlenbündel, sei es um gewisse allgemeine Fragen der optischen Theorien zu entscheiden, z. B. die Frage, ob die Schwingungen der Ätherteilchen eines linear polarisierten Lichtstrahles parallel oder senkrecht zur Polarisationsebene erfolgen, sei es um eigene besondere Vorstellungen vom Wesen dieser Erscheinungen zu prüfen, z. B. über das Eindringen des Lichtes in Metalle. Der Zeit entsprechend bewegen sich alle Gedankengänge im Bannkreis der mechanischen Lichttheorie, was natürlich nicht auf die Versuchsergebnisse als solche, wohl aber auf ihre Deutung vielfach von Einfluß ist. Die elektromagnetische Lichttheorie, wie überhaupt die ganze moderne Faraday-Maxwellsche Theorie der Elektrizität und des Magnetismus lagen damals noch ziemlich fern; und Quincke ist trotz seiner Bewunderung Faradays und seiner Hinneigung zu englischen Physikern, wie William Thomson und anderen, in diesen Anschauungen nie recht heimisch geworden, vielleicht deshalb, weil die sehr mathematische Einkleidung der von Faraday entwickelten Vorstellungen durch Maxwell und die immer stärkere Betonung der formalen mathematischen Behandlungsweise, z. B. in der Vektorrechnung, seiner intuitiven Arbeits- und Denkweise gar nicht entsprachen. Er hat niemals in seinen Arbeiten große theoretische Untersuchungen mathematischer Natur ausgeführt. Die mathematischen Teile sind eigentlich durchweg nur die praktische Auswertung von Formeln, die von einer Theorie geliefert sind und ihre Anwendung auf besondere Fälle finden. Wo elektrische und magnetische Theorien in Quinckes Arbeiten hineinspielen, sind es stets die anschaulichen einfachen Faradayschen Formen, nicht die moderne mathematische Weiterentwicklung derselben. Er hielt auch nicht allzuviel von modernen Theorien, die ja meist in streng mathematischem Gewande auftreten. Sein Intuitionsvermögen befähigte ihn aber, in vieles ohne mathematische Analyse einzudringen und in kühnem Gedankenfluge auch steile theoretische Höhen zu erreichen. So erinnere ich mich, daß er — schon in späteren Jahren, etwa 1907 muß es gewesen sein, als ich Assistent bei ihm war — in einem physikalischen Kolloquium aus dem Stegreif Ansichten über die Entstehung der verschiedenen Linien einer Spektralserie entwickelte, die — abgesehen vom Fehlen des die quantitativen Beziehungen regelnden Bohrschen Prinzips — sehr nahe an die modernsten Vorstellungen hierüber heranreichten.

Kehren wir nach dieser Abschweifung wieder zurück zur Forscher- und Lehrtätigkeit Quinckes in der Zeit um 1870. Ich sehe absichtlich von der Besprechung und Bewertung einzelner Arbeiten ab, da hierzu der knappe Raum dieses Aufsatzes nicht entfernt hinreicht und nur ein sehr unvollkommenes Bild entstehen würde. Eine der Haupterrungenschaften dieser optischen Untersuchungen möge aber erwähnt werden: die einwandfreie Feststellung, daß der optische Brechungsexponent von Silber und einigen anderen Metallen für gewisse Strahlen des sichtbaren Spektrums kleiner als 1, die Lichtgeschwindigkeit in ihnen also größer als im Vakuum oder freien Äther ist. Von besonderem Werte sind auch die in diese Untersuchungsreihen fallenden Versuche über Totalreflexion, die über das Eindringen des Lichtes in das reflektierende Medium Aufschluß geben sollten.

Neben der Forschertätigkeit hat Quinckes Lehrtätigkeit schnell Anerkennung gefunden. Noch im Jahre der Habilitation (1859) war er Lehrer der Physik an der Gewerbeakademie in Berlin, der späteren

Digitized by Google

Technischen Hochschule geworden, eine Stellung, die er bis 1872 innegehabt hat. Daneben erhielt er 1862 für mehrere Jahre den Lehrauftrag für Physik und Chemie an der Bauakademie und las über mathematische Physik an der Universität; es war also eine sehr umfangreiche Lehrtätigkeit, die er ausübte und die viel Zeit und Kraft in Anspruch nahm, zumal da er kein staatliches Laboratorium zur Verfügung hatte und die Apparate zur Vorlesung jedesmal aus seiner Wohnung, die zugleich Laboratorium war, nach den Hörsälen schaffen mußte. Im Jahre 1865 erfolgte eine weitere Anerkennung durch Übertragung einer außerordentlichen Professur für Physik an der Universität Berlin, womit aber die Lehrtätigkeit an der Gewerbeakademie keineswegs beendet war. Sie fand ihren Abschluß erst im Jahre 1872 durch Quinckes Berufung an die Universität Würzburg als ordentlicher Professor und Nachfolger von Kundt, der an die neugegründete Reichsuniversität Straßburg im Elsaß ging. Während seiner Berliner Zeit hatte er sich in hohem Maße die Wertschätzung und Anerkennung zahlreicher Schüler erworben, die seinen klaren, lebendigen und fesselnden Vorträgen zugeströmt waren. Die letzte Zeit seit 1870 war noch dadurch ausgezeichnet, daß er nach dem Tode des Ordinarius der Physik an der Universität, Professor Magnus, auch das von diesem gegründete physikalische Kolloquium leitete.

Die Berliner Zeit war auch noch in anderer Hinsicht bedeutungsvoll für Quincke; während ihr gründete er 1863 seine Familie durch Heirat mit der Tochter Rebecca, des als Verfasser der Lehre von der Reibungselektrizität bekannten Physikers Peter Rieß. Ein glückliches Familienleben hat beide bis ins höchste Alter vereinigt; sie konnten mit ihren Kindern und Enkeln — ein Sohn und eine Tochter entstammten der Ehe — 1913 die goldene, 1923 die diamantene Hochzeit feiern. Wenige Monate nach dem Tode des Gatten — im August 1924 — ist ihm seine Lebensgefährtin in die Ewigkeit gefolgt. Ein harmonisches Zusammenleben fand damit seinen Abschluß, ein auf gegenseitiges Verstehen gegründetes Zusammenarbeiten, das zweifellos viel zur Stärkung seiner Schaffenskraft beigetragen hat.

Mit der Übersiedlung nach Würzburg im Jahre 1872 beginnt Quinckes süddeutsche Zeit; er hat zwar niemals den Norddeutschen, insbesondere den richtigen Berliner im guten Sinne, der er in früher Jugend geworden war, verleugnen können, und auch gewiß nicht verleugnen wollen; aber die sonnige, frohe Natur des süddeutschen Landes hat auch ihn wie wohl alle, die vom Norden dorthin kommen, mit ihrer Wärme und Heiterkeit erfüllt und seinem Wesen zu der ihm ursprünglich eigenen Gemütlichkeit noch etwas von heiterer Leichtigkeit hinzugefügt. Quincke liebte frohe Geselligkeit und wurde darin von seiner Gattin und später — in Heidelberg — besonders von seiner Tochter mit ihrem außerordentlich lebendigen Wesen aufs glücklichste unterstützt. Die Zusammenkünfte und Feste im Quinckeschen Hause gehörten zu den Glanzpunkten des dortigen gesellschaftlichen Lebens.

Die Berufung nach Würzburg hatte ihm im Alter von 37 Jahren die Stellung eines Ordinarius und Hauptvertreters seines Faches gegeben, nachdem er in den sechziger Jahren Rufe nach Zürich und Marburg erhalten und abgelehnt hatte, denen später in den siebziger Jahren noch ein Ruf an das Astrophysikalische Observatorium in Potsdam, ebenfalls von ihm abgelehnt, folgte. Der Würzburger Aufenthalt dauerte jedoch nur 3 Jahre, bis 1875. In diesem Jahre bekam er den ehrenvollen Ruf an die Universität Heidelberg als Nachfolger seines berühmten, nach Berlin berufenen ehemaligen Lehrers Gustav Kirchhoff. Damit beginnt der letzte große Abschnitt seines Lebens; Hei-

Digitized by Google

delberg ist er bis zum Ende seines Lebens treu geblieben.

Die letzten Berliner Jahre hatten neben den optischen Arbeiten noch eine Arbeit über einen Interferenzapparat für Schallwellen (Quinckesche Interferenzröhre) gebracht, sowie Untersuchungen über das Gebiet, das er schon mit seiner Dissertation betreten hatte, und das wohl recht eigentlich als sein Lieblingsgebiet bezeichnet werden kann, die Kapillarität. Diese Arbeiten sollen im Zusammenhang mit seinen späteren besprochen werden.

Und nun Quinckes Heidelberger Zeit! Von 1875 bis Oktober 1907 hat er als Ordinarius der Physik im physikalischen Institut der Universität, dann bis 1924 im Ruhestande im eigenen Hause gearbeitet, in dem er sich ein kleines Laboratorium nach seinem Geschmack eingerichtet hatte. Eine große wissenschaftliche Bibliothek und eine reichhaltige Sammlung guter, zum Teil kostbarer Apparate ermöglichten ihm hier, auch nach dem Ausscheiden aus dem Lehramte ohne Hilfe staatlicher Mittel seine Untersuchungen weiterzuführen und bis kurz vor seinem Tode — die letzte mir bekannte Veröffentlichung im 33. Band der Kolloid-Zeitschrift stammt aus dem Jahre 1923, also dem 89. Lebensjahre — wissenschaftlich tätig zu sein. Naturgemäß aber ist seine Hauptwirksamkeit in den Jahren bis zu seiner Emeritierung (1907) zu suchen. Als Lehrer wie als Forscher hat er in eigenartiger, von der gewöhnlichen Form vielfach abweichender Weise gewirkt. Allen, die unter ihm in Heidelberg gearbeitet oder studiert haben, wird das Physikalische Institut im Friedrichsbau, einem größeren Gebäude ziemlich am Anfang der Hauptstraße, das auch noch das Mineralogische Institut, das Mathematische Seminar und den Hörsaal und in dem daneben im Garten liegenden Gebäude das Anatomische Institut beherbergte, unverlöschlich im Gedächtnis haften. Ein Institut im modernen Sinne mit allen technischen Einrichtungen war es nicht; Quincke hatte es von seinem Vorgänger Kirchhoff übernommen und im wesentlichen unverändert in seiner einfachen Form belassen. Auch die Art des Unterrichts, insbesondere das alle Woche einmal für Fortgeschrittene stattfindende physikalische Seminar neben der allgemeinen fünfstündigen Experimentalvorlesung hatte er beibehalten. Ein Praktikum, für alle Studierenden, wie es jetzt üblich ist, gab es anfangs nicht. Erst Ende der achtziger Jahre wurde es eingerichtet. Und die Einrichtung dieses Praktikums ist eine der originellsten Taten Quinckes, die seinen Namen auch Fernerstehenden bekannt gemacht hat. Die einfache Form der dabei benutzten und meist selbst hergestellten Apparate, die von vielen als übertrieben, ja sogar gesucht bezeichnet wird, hat ihren Ursprung einesteils in der Knappheit der zur Verfügung stehenden Geldmittel, anderseits aber in der aus Quinckes Natur fließenden Vorliebe für einfachste experimentelle Mittel. Er hat hier geradezu vorbildlich gewirkt und gezeigt, wie man mit überall zur Verfügung stehendem Material (Glasplatten, Korke, Holz, Siegellack und anderen Klebemitteln, wie Wachs, Kolophoniumkitt, nebst dem unumgänglich nötigen Zubehör an Leitungsdraht, Kautschuckschlauch, Glaslinsen, Prismen usw.) Apparate herstellen kann, die ziemlich hohen Ansprüchen an Genauigkeit genügen, ja die in der Hand geübter Experimentatoren teilweise dasselbe leisten, wie teure aus Metall hergestellte Apparate mechanischer Werkstätten. Ihr nicht zu unterschätzender Vorzug ist neben dem billigen Preis und der leichten Herstellbarkeit die Durchsichtigkeit ihres Aufbaues, wodurch sie für Lehrzwecke sehr wertvoll werden. Quinckes Schüler, mindestens diejenigen, die selbständig urteilen können — und auf diese, nicht auf die große Menge kommt es doch wohl immer an —, haben das wohl alle anerkannt und den Nutzen, den ihnen

Digitized by Google

das Bekanntwerden mit dieser Quinckeschen physikalischen Werkstätte gebracht hat, hoch angeschlagen. Man kann getrost sagen, daß gerade die neueste Zeit mit ihrem Streben nach Selbstherstellung einfacher Apparate — ich denke insbesondere an die gerade jetzt moderne Anfertigung von eigenen Rundfunk-Empfangsapparaten — dieser Quinckeschen Art der physikalischen Technik mehr Verständnis entgegenbringt als vergangene Zeiten. Sie hat außerordentliche Vorzüge, wenn sie nicht einseitig wird, vielmehr durch Bereitstellung auch nichtbehelfsmäßiger Apparate zu Unterrichtszwecken die Handhabung auch dieser dem Lernenden vermittelt wird. In solchem Sinne muß man das Quinckesche von einem Spötter in Anlehnung an die Bezeichnung Zentimeter-Gramm-Sekunden-System einmal scherzweise Glas - Kork - Siegellack - Pfennig - System genannte System bewerten, um der Arbeit seines Schöpfers gerecht zu werden. Seine eigene Veröffentlichung hierüber im Jahre 1892 in der „Zeitschrift für den physikalischen Unterricht" ist außerordentlich lesenswert und bietet viele Anregungen. Eine schöne Würdigung hat Quinckes Laboratorium von einem seiner englischen Schüler, E. H. Stevens, in der englischen Zeitschrift Nature gefunden.

Die wissenschaftlichen Arbeiten der Heidelberger Zeit bewegen sich zunächst auf dem Gebiet der Kapillarität; sie sind die Fortsetzung der Berliner Arbeiten. Die Dissertation hatte zum Ziel die Bestimmung der Kapillarkonstanten aus der Gestalt liegender Tropfen gehabt; die Messungen hatten gezeigt, daß einer einwandfreien Feststellung dieser Größe ihre Veränderlichkeit mit der speziellen Oberflächenbeschaffenheit (Reinheit der Oberfläche!) hindernd im Wege steht. Schaffung reiner Oberflächen, beispielsweise durch Erneuerung der jeweiligen Oberfläche vor der Messung, wird daher das Ziel der weiteren Arbeiten. Am besten wird es bei den dynamischen Methoden erreicht, bei denen die Oberfläche in Bewegung ist und sich dabei immer erneuert. Nichtsdestoweniger sind auch bei diesen vielfach von anderer Seite angewandten Methoden die Ergebnisse nicht so übereinstimmend, wie man erwartete, und immer wieder hat Quincke versucht, durch Verbesserung der Methoden, besonders durch Beschleunigung der Messung, den Einfluß der zeitlichen Änderung, die fast immer in einer Verkleinerung des Wertes der Kapillarkonstante besteht, unschädlich zu machen. Er hat die verschiedenen teils von ihm selbst, teils von anderen ersonnenen Meßmethoden auf eine ungeheure Zahl von Stoffen, sowohl einheitliche, als auch zusammengesetzte, wie Lösungen, angewandt. Auch auf feste Körper dehnte er das Verfahren aus, indem er die betreffenden Stoffe in geschmolzenem Zustande Tropfen bilden ließ, die dann erstarrten. Bei Flüssigkeiten untersuchte er den Einfluß von Beimischungen, bei Lösungen die Abhängigkeit von der Konzentration, wie immer in zahlreichen Variationen. Randwinkelmessungen, Beobachtung über die Ausbreitung von Flüssigkeiten auf festen Körpern vervollständigten das sehr umfangreiche von ihm darüber angesammelte und veröffentlichte Beobachtungsmaterial. Quincke war auf diesem Gebiete zu Hause wie kein zweiter; es war, kann man sagen, seine Domäne. Vielleicht hat er manchmal einseitig geurteilt und fremde Arbeiten sehr scharf kritisiert, schärfer als nötig war; aber sein eigenes Verdienst um das Gebiet bleibt ungeschmälert und unbestritten. Zu bedauern war es vielleicht, daß so bedeutende Geisteskraft und Arbeit auf ein Gebiet verwandt worden ist, das von sehr vielen als minder wichtig angesehen wurde und wird, so daß diese Leistung nicht ganz die gebührende Einschätzung findet.

Es war aber keineswegs sein einziges Arbeitsgebiet. Er hat in Heidelberg, von 1880 angefangen, eine Reihe großer Arbeiten unter der gemeinsamen Bezeichnung

Digitized by Google

„Elektrische Experimentaluntersuchungen" veröffentlicht, die eine außerordentlich große Menge wertvoller Beobachtungen bergen. Das mechanische und optische Verhalten zahlreicher Stoffe im elektrischen und magnetischen Feld ist ihr Hauptinhalt. Um nur einiges herauszugreifen: Die elektrische Anziehung geladener Leiter in verschiedenen Dielektrika, gemessen durch ein sinnreiches Wägungsverfahren mit als bewegliche Kondensatorplatten ausgebildeten Wagschalen, die Volumenänderung eines Dielektrikums unter dem Einfluß starker elektrischer Kräfte (Elektrostriktion), die hydrostatischen Druckkräfte in elektrischen und magnetischen Feldern (magnetisches Manometer), Nachprüfung der von Kerr entdeckten elektrischen Doppelbrechung in Flüssigkeiten und andres. Dazu kamen akustische Arbeiten, insbesondere Ausarbeitung akustischer Methoden zur Messung der Schallgeschwindigkeit in Röhren; Aufgaben, die er zum Teil seinen Schülern und Mitarbeitern zuwies. Gerade für die akustischen Arbeiten hat Quincke großes Interesse gezeigt, obwohl er im landläufigen Sinne ganz unmusikalisch war, so daß das Gebiet der Töne nur wenig Reiz für ihn haben konnte.

Die letzten Jahre oder eigentlich Jahrzehnte sind aber ausgefüllt mit Arbeiten, die alle dem Gebiet der Kapillarität angehören, mindestens eng mit ihm zusammenhängen. Sie erhalten mehr und mehr den Stempel der eigenartigen Vorstellungen Quinckes über die Struktur der Materie. Die Beschäftigung mit den Kapillarkräften, die in der Oberflächenspannung dünner Flüssigkeitshäutchen sichtbaren Ausdruck finden, führte ihn zu der Vorstellung, daß überall da, wo irgendwelche Inhomogenität in einem Körper sich zeigt — und das ist eigentlich bei allen Körpern der Fall —, diese Inhomogenität durch Bildung von Zellen bedingt sei, welche von dünnen Flüssigkeitshäutchen begrenzt sind. Das ist seine Theorie der Schaumzellen und Schaumwände, die er nun mehr und mehr ausbaut. Hatte er in früheren Jahren in geistreicher Weise die Größe der Molekularkräfte, die sich in allen Kapillarerscheinungen offenbaren, bestimmt — es sei dabei an den sinnreichen Versuch erinnert, die Wirkungsweite der Molekularkräfte zu ermitteln, indem diejenige kleinste Dicke einer sehr dünnen keilförmigen Jodsilberschicht bestimmt wurde, bei welcher der Randwinkel einer an diese Schicht grenzenden Flüssigkeit (Wasser oder Quecksilber) konstant wird, wo also keine Wirkung der unter der Jodsilberschicht sitzenden Glasunterlage mehr merkbar ist, ein Versuch der zu der Größenordnung 50 $\mu\mu$ führte und wohl die originellste Frucht seiner Berliner Arbeit ist — hatte er also damals diese Kräfte gewissermaßen an bevorzugten Stellen, nämlich an den freien Oberflächen der verschiedenen Körper untersucht, so verlegte er jetzt diese Untersuchungen in das Innere der Körper, die nach seiner Auffassung alle nur scheinbar homogen sind, in Wahrheit aber aus zahllosen heterogenen Elementen aufgebaut sind, und führte als diese Aufbauelemente seine Schaumzellen ein. Indem er diese Vorstellung konsequent auf alles ausdehnte und alle Erscheinungen aus ihr zu erklären suchte, ging er wohl etwas über den Rahmen der strengen, nur auf Tatsachen fußenden Theorien hinaus; andererseits blieb er mit dieser Vorstellung beschränkt auf ein Gebiet gewisser Größenordnung der Dimensionen, unter das er nicht hinabgehen konnte, ohne auf Widersprüche zu stoßen, kurz er verschloß sich damit selbst, ohne es zu wollen, das Gebiet der heute so ergiebigen Molekular- und Atomphysik und kam vielfach mit den Anschauungen anderer Physiker in Konflikt. Es ist schwer zu sagen, welche Beurteilung diese letzten Arbeiten Quinckes später finden werden, und ob die in ihnen enthaltenen Gedankengänge einmal eine Würdigung erfahren werden, die ihnen

Digitized by Google

zur Zeit ihrer Veröffentlichung nicht mehr zuteil wurde, schon weil die allgemeine Forschungsrichtung eine ganz andere war als die Quinckesche. Schwierig wird es immer bleiben, sich durch die ungeheure Fülle des angesammelten Beobachtungsmaterials hindurchzuarbeiten und sie zu verwerten.

Der hier unternommene Versuch, auf eng umgrenztem Raum eine weit umfassende wissenschaftliche Tätigkeit mit so ausführlicher Berichterstattung über das Beobachtete, wie sie Quincke eigen war, zu besprechen und zu würdigen, kann nur sehr unvollkommen sein und nur ein schwaches Bild von der Arbeitskraft und Regsamkeit des heimgegangenen Forschers geben. Seine wissenschaftlichen Zeitgenossen haben sein Verdienst anerkannt und ihn geehrt durch Verleihung akademischer Würden, sowie durch Wahl in den Vorstand zahlreicher wissenschaftlicher Vereine und durch Berufung als Mitglied in gelehrte Gesellschaften. Er war Mitglied der Akademien und Gesellschaften von Göttingen, London, Berlin, München, Edinburg, Upsala, Brüssel, der Leopoldina in Halle, Ehrendoktor der Universitäten Würzburg, Oxford, Glasgow, Cambridge, Heidelberg. Von wissenschaftlichen Vereinen, denen er angehörte, seien genannt: die Berliner, später Deutsche physikalische Gesellschaft, die Gesellschaft Deutscher Naturforforscher und Ärzte, der Naturhistorisch-medizinische Verein Heidelberg, der Physikalische Verein zu Frankfurt a. Main, die Physical Society of London, die British Association for the Advancement of Science in London, die Royal Institution ebendort. In vielen derselben hat er tätig im Vorstand und in Ausschüssen mitgearbeitet. Auch seiner langjährigen Zugehörigkeit zum Kuratorium der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in Charlottenburg ist hier zu gedenken. Überall wo er eine solche ehrenamtliche Tätigkeit übernahm, hat er sie mit äußerster Gewissenhaftigkeit und Aufopferung ausgeübt. Und es waren nicht bloß wissenschaftliche Ehrenämter, sondern auch andere, die ihm das Vertrauen seiner Kollegen und seiner Mitbürger übertrug.

Daß er in seiner langen akademischen Laufbahn auch ein Jahr lang das hohe Ehrenamt eines Rektors der Universität bekleidet hat, ist eigentlich selbstverständlich; daß es gerade im Jahre 1885 geschah, dem Jahr der Vorbereitung für das folgende Jahr der 500jährigen Jubelfeier der Universität Heidelberg, darf als besonderer Beweis des Vertrauens seiner Kollegen in sein organisatorisches Geschick und seine Fähigkeit, schwierige Verhandlungen zu leiten, gelten. Daß er auch in rein bürgerlichen Angelegenheiten Vertrauen genoß, dafür zeugt seine Zugehörigkeit zur Stadtverordnetenversammlung, in die er hineingewählt wurde, von anderen weniger wichtigen Ehrenposten zu schweigen.

Unter den wissenschaftlichen Vereinen und Gesellschaften, denen er angehörte, sind auffallend viele englische. Das hängt zweifellos mit den Freundschaftsbeziehungen zusammen, die ihn mit hervorragenden englischen Gelehrten, teilweise aus der Studienzeit her, verbanden. Insbesondere sind zu nennen: als ältester Freund Henry Roscoe, William Thomson (Lord Kelvin), Arthur Schuster, Bottomley in Glasgow, weiter Stokes, Lord Rayleigh, Tait, Tyndall, Lockyer, der Mathematiker Jack in Glasgow, Hugo Müller in London, Rücker und andere mehr. Er hat auch stets mit größtem Interesse die englische wissenschaftliche Literatur verfolgt, und seine Bibliothek umfaßte eine große Reihe englischer und amerikanischer physikalischer Zeitschriften außer den führenden deutschen und anderen ausländischen. Die hohe Wertschätzung, die er der englischen Wissenschaft und ihren Vertretern zuteil werden ließ, wurde ihm von dort vielfach erwidert; seine englischen und amerikanischen Schüler, deren Zahl nicht gering ist, haben stets eine große Anhänglichkeit bezeugt. Einer von ihnen, E. H. Stevens,

Digitized by Google

der in Heidelberg unter Quinckes Leitung zum Dr. phil. promoviert wurde, hat wie oben erwähnt, in der Londoner Zeitschrift Nature im Jahre 1902 „The Heidelberg Physial Laboratory" äußerst anschaulich und lebendig geschildert. Sogar der Weltkrieg hat die alten Beziehungen nicht ganz zerstört.

Selbstverständlich sind Quinckes Freunde nicht bloß in England zu suchen, den Hauptteil bilden die Deutschen: Landolt, Beilstein, Carius, Pebal, Wild in St. Petersburg, alle von der Studienzeit her befreundet, Wilhelmy, der ihn in der ersten Berliner Zeit tatkräftig mit wissenschaftlichen Apparaten unterstützte, Werner Siemens, Hittorf, F. Kohlrausch, der Mathematiker Clebsch in Göttingen, der Botaniker Pringsheim in Berlin, der Chemiker Wislicenus, der Würzburger Physiologe Fick und andere mehr, alles Namen vom besten Klange, die einen wahrhaft wissenschaftlichen Freundeskreis darstellen. Und zu ihnen treten die zahlreichen Schüler und jungen Mitarbeiter, die diesen Kreis noch erweitern. Sie alle zu nennen ist kaum möglich. Namen, die in der ganzen Welt bekannt sind, wie Philipp Lenard, Ferdinand Braun, Albert Michelson sind darunter; andere, die in engerem wissenschaftlichen Kreis ebenso guten Klang haben, neben vielen der Öffentlichkeit weniger bekannten; um einige zu nennen, die auch F. Braun in seiner kleinen Festschrift zum 70. Geburtstag Quinckes im 15. Band von Drudes Annalen der Physik 1904 zum Teil aufgeführt hat: Grotrian, Hagen, Voller, Winkelmann, Wernicke, Schwalbe, Seebeck, Elster, Geitel, Börnstein, W. König, Max Wolf, R. H. Weber, Precht; von ausländischen Gelehrten noch Willard Gibbs, E. H. Stevens, der Astronom Keeler.

Diese lange Reihe zeigt, wie umfangreich, anregend und fruchtbringend Quinckes Lehrtätigkeit gewesen ist. Und wahrlich seine Schüler können ihm Dank wissen für vieles, was er ihnen vermittelt hat, vor allem für die strenge Schulung in der Handhabung der experimentellen Hilfsmittel, die für Quincke geradezu kennzeichnend war; nicht minder aber für die vielseitigen Anregungen, die der immer rege, nie rastende Geist dieses Mannes mit seiner lebendigen Art, die Dinge zu behandeln, ihnen jederzeit gab. Denn nicht darauf kommt es ja an, ob alle Vorstellungen, die sich ein Forscher gebildet hat, alle Hypothesen, mit denen er arbeitet, und alle Schlüsse, die er zieht, richtig sind, viel wesentlicher ist es, daß er versteht, seine Schüler anzuregen und die Triebkräfte selbständigen wissenschaftlichen Denkens und Fühlens in ihnen zu wecken und zu stärken. Das hat Quincke in seiner Weise ausgezeichnet, in seinen besten Jahren nach allseitigem Zeugnis ganz hervorragend gekonnt. Daß er dabei seinem Wesen gemäß nicht in den Bahnen strenger mathematischer Theorien wandelte, seine Schüler eher von diesen fernhielt, statt sie darauf hinzuweisen, und daß er hier gelegentlich vielleicht auch hemmend wirkte, ist natürlich und tut seiner Bedeutung im ganzen keinen Abbruch.

In seinem Wesen ist sich Quincke auch sonst treu geblieben. Klarheit des Denkens, Sicherheit in der Wahl der Mittel und des Augenblicks zum Handeln, Raschheit des Entschlusses und Zähigkeit und Festigkeit in der Verfolgung des gesteckten Zieles zeichnen ihn sein ganzes Leben auf allen Gebieten aus. Dies noch genauer nachzuweisen fehlt der Raum, der Hinweis auf diese Eigenschaften muß genügen. Mit dem scharfen Verstand und dem zähen Willen verband sich aber ein heiterer Sinn, ein wohlwollendes Gemüt, ein glücklicher Optimismus, der die Dinge des Lebens und der Wissenschaft stets von der guten Seite ansah und Schwierigkeiten beiseite räumen half. Konnte er — bei seiner Kraftnatur kein Wunder — gelegentlich aufs heftigste aufbrausen und in Erregung geraten, was seine Schüler und Mitarbeiter wohl alle einmal miterlebt haben, so hielten solche Stimmungen nie lange an

Digitized by Google

und hinterließen in den seltensten Fällen eine länger oder gar dauernd anhaltende Mißstimmung oder Entfremdung. Besonders in den späteren Jahren seines Heidelberger Wirkens, über die ich von 1898 an aus eigener Erfahrung berichten kann, war Quinckes Verhältnis zum Physikalischen Institut mit allem was dazu gehörte, ein — man kann sagen — väterliches. Er war mit seinen Einrichtungen geradezu verwachsen, und er behandelte seine Mitarbeiter, Assistenten und Diener nicht wie fremde Angestellte, sondern mehr wie Hausgenossen. Das schöne gesellige Leben, das in den Heidelberger akademischen Kreisen herrschte und im gastfreien Quinckeschen Hause einen seiner Mittelpunkte besaß, war zweifellos diesem liebenswürdigen Zuge seines Wesens förderlich, und es wurde selbst wieder durch die vornehme, gewinnende Art des Herrschers dieses kleinen Kreises gefördert und ermöglicht. Die Erinnerung an diesen Mann, der bis ins höchste Alter hinein sich neben fast ungeschwächten körperlichen Kräften auch seine edlen geistigen und seelischen Fähigkeiten bewahrte, muß für alle, die ihn näher gekannt haben, ein goldenes Blatt ihrer Lebensgeschichte bilden. Denen, die ihn aus dieser oder aus anderen Schilderungen kennen, möge das darin gezeichnete Bild zur Nacheiferung dienen. Der wissenschaftlichen Welt aber wird er durch seine Veröffentlichungen und durch die von ihm der Experimentalphysik geschenkten Versuche und Apparate, die seinen Namen tragen, dauernd bekannt bleiben.

Danzig, im November 1924.

(Eingegangen 3. Dezember 1924.)

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Die Bedeutung der Röntgenspektrographie für die Quellungsprobleme.

Von J. R. Katz.

I. Bisherige Untersuchungen über das Wesen der Quellung.

Bekanntlich versteht man unter Quellung die auffällige Erscheinung, daß Substanzen, meist von pflanzlichem oder tierischem Ursprung, in Wasser größer werden. Laminaria, Erbsen, Gelatine, Faserstoffe, Holz usw. sind bekannte Beispiele. Für die Biologie ist diese physikalisch-chemische Erscheinung von hervorragender Bedeutung, da auch die Protoplasten selber — welche bekanntlich die Träger des Lebens sind — quellbare Körper sind. Andererseits quellen Kautschuk und Zelluloseester in vielen organischen Flüssigkeiten.

Der wissenschaftliche Begriff Quellung wurde von den Biologen und Physiologen um 1850 bis 1880 geprägt. Sie verstanden darunter die Aufnahme einer Flüssigkeit in einen festen Körper, die durch drei Merkmale bestimmt wird[1]):

a) der feste Körper war vor der Flüssigkeitsaufnahme homogen bei mikroskopischer Untersuchung und bleibt es bei der Flüssigkeitsaufnahme;
b) die Dimensionen des festen Körpers nehmen bei der Flüssigkeitsaufnahme zu, er „quillt"; das Volum vermehrt sich bei erster Annäherung um das Volum der aufgenommenen Flüssigkeit; Quellungen bis auf die doppelte Größe und mehr sind bekannt;
c) die „Kohäsion" des festen Körpers nimmt bei der Flüssigkeitsaufnahme ab und bei starken Quellungen sehr erheblich ab; exakter beschrieben: der Elastizitätsmodul nimmt stark ab, die Kraft, bei der die Substanz bricht, wird viel kleiner, der Dehnungsgrad, bei dem sie bricht, nimmt zu.

Zur Erklärung dieser merkwürdigen Erscheinungen — die eine auffällige Ausnahme zu bilden schienen von der alten Regel, daß keine Mischbarkeit im festen Zustande besteht — streiten von alters her zwei Erklärungen um den

1) Für nähere Besonderheiten verweise ich auf meine Monographien: Die Gesetze der Quellung, Kolloidchemische Beihefte **9**, 1, 1916 und Die Quellung, I. Teil, Ergebnisse der exakten Naturwiss. III, 316, 1924.

Digitized by Google

Vorrang. Nach der einen Hypothese, die von C. v. Nägeli herrührt und 1858 zuerst ausgesprochen wurde[1]), wird das Wasser nicht zwischen die einzelnen Moleküle, sondern zwischen größere Einheiten submikroskopischer Größe, welche aus vielen einfachen Molekülen bestehen, aufgenommen. In doppelbrechenden quellbaren Substanzen (Faserstoffen, Sehnen usw.) zeigen diese Mizellen offenbar Doppelbrechung; ihre Anordnung (parallel, spiralförmig, radiär usw.) erklärt dann die merkwürdigen Eigentümlichkeiten dieser Doppelbrechung. Ob die Mizellen als große (aus vielen Einzelmolekülen bestehende) Moleküle oder als kleine Kristalle zu betrachten seien, wurde verschiedentlich angenommen; auch wir wollen diese Frage anfänglich offen lassen.

Es wurde aber nicht genügend deutlich, warum es notwendig sein sollte, die Doppelbrechung größeren Einheiten als Molekülen zuzuschreiben; der Kerr-Effekt — der auch bei Substanzen auftritt, bei denen man doch sicher keine Mizellarstruktur anzunehmen braucht — ist in dieser Hinsicht bezeichnend. Und es ließe sich daher die Quellung einfach als eine homogene Verteilung des Wassers zwischen die Moleküle des festen Körpers auffassen. Diese Erklärung ist von Hugo de Vries[2]) angenommen worden und von H. A. Lorentz[3]); sie ist von mir[4]) auf Grund von neuen experimentellen Arbeiten ausführlich verteidigt worden.

Eine Entscheidung ließ sich aber nicht erreichen mit den damals bekannten Untersuchungsmethoden. Wohl ließ sich zeigen, daß die zweite Hypothese, die ich kurzweg die Mischungshypothese nennen werde, die sämtlichen Beobachtungen über Quellung ungezwungen erklären konnte, auch die Form der quantitativen Gesetze, während die erstgenannte das vorläufig nicht kann. Abgesehen von der Frage der theoretischen Erklärung der Quellung besteht empirisch zwischen Quellung und Auflösung eine bis in Einzelheiten gehende Analogie; es zeigen Wasserdampfspannung, Wärmetönung und Volumkontraktion bei Mischung und Quellung eine vollkommene Analogie in der Form ihrer Abhängigkeit vom Wassergehalt[5]). Diese Analogie geht so weit, daß z. B. das Verhältnis zwischen Volumkontraktion und Wärmetönung bei Quellung und bei Mischung gleich groß ist und in weitem Grade unabhängig von der Natur der quellbaren bzw. mischbaren Körper ist. Diese Tatsachen zeigen, daß es jedenfalls eine nützliche Arbeitshypothese ist, bei der Untersuchung von quantitativen Quellungsgesetzen die Analogie mit der Auflösung im Auge zu behalten. Wie gesagt, läßt sich die Mizellarhypothese zurzeit noch nicht so weit entwickeln, daß sie die quantitativen Quellungsgesetze voraussagen kann. Das beweist aber nicht, daß sie unrichtig ist. Aber umgekehrt geht man viel zu weit, wenn man — wie das von kolloid-chemischer Seite vielfach geschehen ist — die Mizellarhypothese einfach als die sicher richtige betrachtet.

Bei der Erklärung mehr komplizierter Quellungserscheinungen haben die älteren Untersucher vielfach Annahmen gemacht über die Änderung der Zusammensetzung, der Größe, der Form, der Orientierung der Mizellen (bzw. der Moleküle) bei der Quellung. Aber meistens waren so viele Unsicherheiten im Problem, daß diese Annahmen nur eine Möglichkeit bildeten, aber keineswegs zwingend waren. Darum wurde es allmählich wenig verlockend, solche Änderungen experimentell zu studieren; und diese Sachlage hat das Studium der Quellung in den letzten Jahrzehnten sehr gehemmt.

II. Die Einführung der Röntgenspektrographie als neue Untersuchungsmethode.

In zwei früheren Experimental-Untersuchungen haben wir gesehen, daß die Röntgenspektrographie gewisse Aufschlüsse über diese Probleme geben kann[1]), weil sie direkt die Identitätsperiode des Gitters, sowie die Anordnung eventueller Mizellen zu bestimmen gestattet.

Es wird sich daher die Mühe lohnen, jetzt zu studieren, wie weit die neue Untersuchungsmethode in den Quellungsproblemen führen kann und wo ihre natürlichen Beschränkungen liegen. Denn die Gefahr liegt nahe, daß man sonst aus den Versuchen Schlußfolgerungen ziehen könnte, welche nicht berechtigt sind.

Die folgenden Quellungsprobleme lassen sich nun meiner Ansicht nach röntgenspektrograpisch behandeln, leider alle nur bei kristallinischen quellbaren Körpern und nicht bei amorphen.

1) C. v. Nägeli, Die Stärkekörner. Zürich 1858; siehe auch: Theorie der Gärung, 1879; Nägeli und Schwendener, Das Mikroskop, 417—422.

2) Hugo de Vries, Leerboek der Plantenphysiologie, I. Aufl. 1880, S. 135—144.

3) H. A. Lorentz, Leerboek der Natuurkunde, II. Aufl. I. S. 419.

4) Zitt. Verslagen Kon. Akad. v. Wetensch. Amsterdam Nov. 1910.

5) J. R. Katz, Zitt. Verslagen Kon. Akad. v. Wetensch. Amsterdam, Nov. und Dez. 1910; Vortrag auf der deutschen Bunsen-Gesellschaft f. angewandte physikal. Chemie. Zeitschr. f. Elektrochemie 17, 800—805, 1911.

1) J. R. Katz, Röntgenspektroskopische Untersuchungen über das Wesen der Quellung bei Substanzen, welche ein Faserdiagramm geben. Diese Zeitschr. **25**, 321—326, 1924; J. R. Katz und H. Mark, Röntgenspektrographische Untersuchungen über das Wesen der Quellung bei einigen Substanzen, die ein Debye-Scherrer-Diagramm geben. Diese Zeitschr. **25**, 431—435, 1924.

Digitized by Google

1. beruht die Zunahme der Größe der sichtbaren Dimensionen der quellbaren Körper auf einer Vergrößerung des Gitters oder bleibt das Gitter unverändert? Im zweiten Falle wird die Zunahme der Größe bei der Quellung in anderer Weise erklärt werden müssen; und das ist dann wohl nur möglich durch Annahme der Mizellarhypothese.

Bis jetzt wurde gefunden, daß bei der Quellung von Zellulose, Hydratzellulose, Chitin und Seidenfibroin im Wasser die röntgenographischen Identitätsperioden sich nicht ändern, während bei der Quellung des Inulins in Wasser das Gitter eine Größenzunahme erfährt, die ungefähr mit der beobachteten Zunahme der sichtbaren Dimensionen übereinstimmt. Es scheint daher die Quellung je nach der untersuchten Substanz intermolekular oder intermizellar zu geschehen. Und die Röntgenspektrographie kann ein neues und wichtiges Mittel bilden, beide zu unterscheiden.

Damit aber diese Schlußfolgerung aus den Versuchen zwingend sei, müssen einige Bedingungen erfüllt sein, die ich jetzt ausführlich studieren will:

a) die Substanz, welche die Röntgeninterferenzen gibt, muß dieselbe sein wie die, welche quillt (oder wenigstens den hauptsächlichen Beitrag zu der Quellung liefern). Daß das nicht selbstverständlich ist, zeigen solche quellbaren Körper wie Elfenbein und gewisse Tone, in denen nicht quellbare Kristalle den Hauptbestandteil des Körpers bilden, aber von einer quellbaren Bindesubstanz zu einem Ganzen verbunden sind. Wenn in einem solchen Körper das Röntgenspektrogramm sich nicht ändert, so beweist das nichts. Denn das Bindemittel, das allein quillt, kann amorph sein oder in zu kleiner Menge anwesend, um ein eigenes Röntgenogramm auf der Platte zu zeichnen. Ändert sich aber das Diagramm, so ist das wohl beweisend. Liegt diese Komplikation vor bei den bis jetzt untersuchten Substanzen, deren Diagramm sich nicht ändert (Zellulose, Hydratzellulose, Seidenfibroin, Chitin)? Wir haben hier bestimmten Grund anzunehmen, daß sie keinen großen Einfluß hat. Denn die Intensität der Interferenzen ist gleich stark wie die von anderen organischen Körpern, die sicher nur aus Kristallen bestehen und aus denselben Atomen aufgebaut sind (z. B. Glukose, Ureum). Es muß daher die Substanz ganz oder zum größeren Teil aus derjenigen Verbindung aufgebaut sein, welche das Röntgenspektrum gibt. Während anderseits die Quellung eine so starke ist, daß sie nicht nur auf der Quellung einer in kleinen Quantitäten vorliegenden Zwischensubstanz beruhen kann. Auch die chemischen Tatsachen reden bei der Zellulose in der gleichen Richtung; da ist es wohl wahrscheinlich, daß bei gereinigten Zellulosefasern neben der Zellulose andere Substanzen — soweit anwesend — nur in kleinen Mengen vorliegen. Eine andere Sache ist freilich, ob die Röntgeninterferenzen der Zellulose nicht mehr als einer Substanz angehören; und ob nicht etwas Bindesubstanz die Mizellen zusammenkittet. Bei Seidenfibroin ist das schon weniger sicher[1]). Bei Substanzen mit schwachen Röntgeninterferenzen wie Schweinsborsten (Keratin?) ist aber als ernste Möglichkeit in Betracht zu ziehen, ob nicht die Substanz, welche das Spektrum gibt, nur eingelagert ist in eine amorphe Substanz, welche die eigentlich quellende ist. Und bei allen quellenden Substanzen bleibt etwas Unsicherheit bestehen.

b) die röntgenographische Identitätsperiode muß wenigstens so groß sein wie die Größe der Moleküle. Wenn gewisse Gruppen in einem komplizierten Molekül sich wiederholen (oder ungefähr wiederholen), wäre mit der Möglichkeit zu rechnen, daß die Identitätsperiode die Hälfte, ein Drittel, ein Viertel der Molekülgröße wäre. In dem Falle wäre ein Unverändertbleiben der Identitätsperioden nicht ohne weiteres beweisend, daß die Quellung nicht intermolekular geschieht.

c) das Wasser kann ins Gitter gehen und dennoch die Identitätsperioden nicht verändern, wie L. Vegard beim Zeolith Chabasit festgestellt hat[2]). Vegard fand, daß die Lage der Interferenzen beim Wasserverlust unverändert blieb, aber daß deren Schärfe stark abnahm. Offenbar geriet durch den Wasserverlust das Gitter teilweise in Unordnung. Ähnliches scheint beim Amylodextrin (nach C. v. Nägeli) vorzuliegen[3]).

Dagegen ist es — wie gesagt — beweisend für eine intermolekulare Quellung, wenn das Gitter sich vergrößert bei der Quellung, falls nur:

a) die Änderung des Gitters — wie die Änderungen der sichtbaren Dimensionen des quellenden Körpers — nach einer kontinuierlichen Funktion vom Wassergehalt abhängt;

b) beide prozentual von der gleichen Größenordnung sind.

2. Wird bei der Quellung eine bestehende Ordnung der Mizellen gestört? Dort, wo die Mizellen alle der Faserachse parallel liegen, gibt der Körper ein typisches Diagramm, ein sogenanntes Faserdiagramm oder

1) Siehe R. Brill, Ann. d. Chem. **434**, 204–217, 1923. Diss. Berlin 1923.
2) L. Vegard, Ann. d. Phys. **54**, 160—164, 1918.
3) J. R. Katz u. H. Mark, loc. cit. S. 434.

Digitized by Google

Vierpunktdiagramm, das M. Polanyi enträtselt hat[1]). Wird diese Ordnung komplett aufgehoben, so muß der Körper nachher ein Debye-Scherrer Diagramm geben. Wird sie nur teilweise aufgehoben, so entsteht ein Zwischending: während bei einem echten Vierpunktdiagramm von jedem Debye-Scherrer-Kreis nur vier (oder zwei) symetrisch gelegene Punkte geschwärzt werden, wird jetzt jeder dieser Punkte zu einem viel längeren Kreisbogen (während schwächer der ganze Kreis sich abzeichnet). Aus dem Grade der Verbreiterung der Punkte zu Kreisbogen, aus der Intensität der zwischen den Punkten gelegenen Kreisbogen (Photometrieren!) läßt sich dann der Grad der Unordnung quantitativ ablesen. Es wäre leicht, dafür Formeln abzuleiten. Experimentell läßt es sich aber nur bei starken Graden von Unordnung machen; denn bei schwächeren Graden werden die Versuche zu unsicher gemacht durch mögliche Mängel in der Parallelordnung der Fasern im Faserbündel, das man durchstrahlt. Wie leicht verständlich, ruft eine solche mehr oder weniger ähnliche Änderungen im Diagramm hervor. Was wir hier vor allem brauchen, ist eine gute Methode, Fasern in einem Faserbündel so zu parallelisieren, daß die Abweichungen von der Parallelität sehr klein — und wenn möglich meßbar — werden. Ein solches gibt es bis jetzt nicht.

Aber bei höheren Graden von Unordnung genügt es, die Fasern sorgfältig parallel zu kämmen. In dieser Art ließ sich die Frage z. B. bei den starken Quellungen untersuchen, welche Ramie in konzentrierten Lösungen von neutralen Salzen und von Alkalihydroxiden erfährt (eine Untersuchung, die ich in Gemeinschaft mit H. Mark durchgeführt habe). Während stärkste Quellung in gewissen neutralen Salzlösungen (Zinkchlorid spez. Gew. 1,80; Rhodankalzium spez. Gew. 1,80) nach Auswaschen des Quellungsmittels keine Verschmierung des Vierpunktdiagramms zu Debye-Scherrer-Kreisen zeigte, hatte eine in 27 Proz. *NaOH* gequollene Ramie nach dem Auswaschen ein aus konzentrischen Kreisen bestehendes Diagramm, in dem nur noch das intensivste Paar Äquatorialstreifen als solche sichtbar sind (als Verstärkung eines der Kreise); die Schichtlinien[2]) aber sind ganz verschwunden[3]). Hier liegt sicher eine hochgradige Störung der Parallelität der Kristallite vor. Es ist übrigens auch nicht zu verwundern, daß eine intermizellare Quellung — wie sie bei Zellulose vorzuliegen scheint, wenn sie nur stark genug ist, zu einer Desorientierung der parallel gerichteten Mizellen führt. Denn wenn die Mizellen nur stark genug auseinander zu liegen kommen durch die zunehmende Ausbildung von Wasserhüllen um die Einzelmizellen, muß doch in einem gewissen Moment die Parallelordnung gestört werden; es wäre im Gegenteil unerklärlich, wenn das nicht auftreten würde. Unklar ist noch, warum bei den starken Quellungen in neutralen Salzlösungen eine solche Unordnung nicht auftritt. Vielleicht werden die Zellulose-Mizellen durch eine Kittsubstanz verbunden, die von Natronlauge angegriffen wird, von den Salzlösungen nicht. Vielleicht ist die Quellung in Natronlauge stärker als in den anderen Lösungen; dieser Punkt wird jetzt untersucht. Und endlich ist es vielleicht wichtig, daß bei der Quellung in starken Natronlaugen das Spektrum der Zellulose verschwindet, also die Zellulose-Mizellen in Mizellen einer anderen chemischen Verbindung umgelagert werden, während bei der Quellung in den genannten Salzlösungen das Spektrum der Zellulose unverändert bleibt[1]). Es wäre ja denkbar, daß durch die Pseudomorphose-Bildung der Zusammenhang der Mizellen sich lockert. Das müssen weitere Untersuchungen lehren; ich möchte nur auf diese verschiedenen Möglichkeiten hinweisen als Warnung, diese Erscheinungen nicht zu simplistisch zu deuten.

3. Wird bei der Quellung oder Entquellung die Ordnung der Moleküle im Gitter gestört? Diese Frage ist nur dann zu stellen, wenn die Zusammensetzung der Mizellen bei Quellung und Entquellung sich ändert; sonst hat sie keinen Sinn. Bis jetzt habe ich zwei Gruppen von Tatsachen kennen gelernt, die möglicherweise zu dieser Kategorie gehören.

Einmal ist es die Veränderung des Röntgenspektrums bei Substanzen der Stärkegruppe bei Quellung und Entquellung in Wasser. Schon den ersten Untersuchern, die mit Röntgenspektrographie an die Stärkegruppe herangingen, fiel es auf, daß diese Substanzen meist ein so schlechtes Diagramm gaben. Eine der Ursachen davon fand ich dann in der Änderung des Spektrums bei Wasserverlust. Bei vielen dieser Substanzen besteht das Diagramm der feuchten Substanz (im Quellungsmaximum) aus schön ausgebildeten Debye-Scherrer-Kreisen, während die sehr intensiv getrocknete Substanz (z. B. bei 100° C in vacuo über Schwefelsäure) unscharf ist, zuweilen ein so unscharfes Dia-

1) M. Polanyi, Zeitschr. f. Physik **7**, 149—180, 1921; Naturwissenschaften **9**, 339, 1921.

2) Im Sinne M. Polanyis (siehe z. B. Naturwissenschaften **9**, 339, 1921).

3) Das Diagramm ist abgebildet worden in J. R. Katz, Physikal. Zeitschr. **25**, 321—326, 1924, Tafel II.

1) J. R. Katz und H. Mark, Die Änderungen im Faserröntgenogramm der Zellulose bei der Quellung in konzentrierten wässerigen Lösungen. Zeitschr. f. physik. Chemie, Herbst 1924.

Digitized by Google

gramm gibt, daß es nicht mehr ein richtiges Debye-Scherrer-Diagramm zu nennen ist.

Die Erscheinung erinnert auffällig an die Änderungen im Laue-Diagramm bei der Entwässerung von kristallwasserhaltigen Mineralien, welche G. Aminoff bei seinen schönen Untersuchungen über Röntgenasterismus studiert hat. Auch dort wird das Diagramm teilweise ausgewischt, ohne ganz zu verschwinden. Aminoff kommt auf Grund seiner ausführlichen Studien zu der Schlußfolgerung, daß es zwei Typen von Unregelmäßigwerden eines Kristallgitters gibt (sei es durch Wasserverlust, sei es durch mechanische Deformationen). Bei der einen Form werden alle Elementarteile des Gitters einfach etwas unregelmäßig in ihrer Lagerung zueinander; dann werden alle Interferenzen unscharf. Bei der zweiten — die Aminoff besonders schön studiert hat — verschiebt das Gitter sich parallel einer einzigen Gleitebene, aber diese Verschiebungen sind unregelmäßig. Es bleibt daher nur in einer Richtung eine Identitätsperiode bestehen, und die kristallinische Substanz verwandelt sich von einer Materie, die in drei verschiedenen Richtungen eine Identitätsperiode besitzt ineine solche, die nur in einer Richtung eine Identitätsperiode besitzt. Überdies werden in beiden Fällen die äußeren Interferenzen viel mehr geschwächt als die inneren, ja es bleibt nur ein kleiner Kern von Interferenzen übrig, während die äußersten ganz verschwunden sind[1]). Solchen Röntgenasterismus der zweiten Art fand Aminoff z. B. bei Brucit und bei Parisit bei Wasserverlust aus dem Kristallgitter und bei Brucit beim Pressen in der Kristallpresse. Ähnlichen Röntgenasterismus hat man neuerlich bei mechanisch stark behandelten Metallen gefunden. Alle diese Erfahrungen wurden an Laue-Aufnahmen gewonnen.

Etwas Ähnliches liegt nun — nach meiner Erfahrung — bei verschiedenen Repräsentanten der Stärkegruppe vor. Ich will in zwei Fällen die Erscheinungen genauer beschreiben. Beim Amylodextrin z. B. (nach C. v. Nägeli dargestellt) sieht man, daß die inneren Ringe gröber werden, so daß je zwei benachbarten Ringe zu einem verschmelzen; aber eine Verschiebung von Ringen scheint nicht vorzuliegen. Bei der löslichen Stärke (Amylum solubile von E. Merck) ist die Sachlage weit interessanter. Da verschwindet beim Trocknen (alles bei 100° über Schwefelsäure in vacuo) das ganze Debye-Scherrer-Diagramm, welches bei der feuchten Substanz so deutlich war. Nur ein innerer dunkler feiner Ring bleibt übrig und bekommt einen etwas kleineren Diameter (der kontinuierlich vom Wassergehalt abzuhängen scheint). Weiter hat sich etwas gebildet, das wie ein amorpher Ring aussieht (nur vielleicht etwas scharf begrenzt ist für einen solchen). In diesem „amorphen Ring" liegt der oben genannte scharfe schwarze Kreis, nahe bei dem inneren Rande des erstgenannten.

Eine zweite Gruppe von Erscheinungen, die vielleicht mit einem durch Quellung unregelmäßigen Gitter zusammenhängen, ist die Tatsache, die schon P. Scherrer[1]) und R. O. Herzog und W. Jancke[2]) beschrieben haben: daß Eiweißkristalle kein Röntgenspektrum geben. Da die Möglichkeit bestand, daß diese Autoren Kristalle untersucht hatten, welche durch Austrocknen oder durch Quetschung Röntgenasterismus zeigen, habe ich diese Kristalle noch einmal unter strengster Vermeidung dieser Möglichkeiten untersucht. Das war um so mehr notwendig, als diese Kristalle im feuchten Zustand zuweilen eine Konsistenz wie Butter aufweisen (plastisch und weich sind), im trockenen Zustand aber hart und spröde sind. Wo die Kristalle in dem feuchten Zustand, in dem sie sich aus ihrer Mutterlauge abscheiden, so weich und plastisch sind, besteht sehr die Gefahr, daß sie durch äußere Einflüsse deformiert werden. Auch Austrocknen könnte hier leicht das Gitter stören (um so mehr als man große Kristalle dabei leicht unregelmäßige Formen annehmen sieht) durch allerlei Verkrümmungen.

So habe ich die Kristalle unter Vermeidung aller dieser Störungen untersucht. Und dennoch zeigten sie kein Linienröntgenogramm. Ich komme darauf bald an dieser Stelle zurück, möchte aber jetzt schon betonen, daß ein Einfluß der starken Quellung, wodurch die Beweglichkeit der Moleküle und der Atomgruppen im Gitter abnorm groß geworden ist, diese Tatsachen sehr gut erklären könnte[3]).

4. Gehen bei der Quellung die Mizellen in amorphe Körperchen über?

5. Gehen bei der Quellung die Mizellen in solche, welche aus einer anderen chemischen Verbindung bestehen, über?

Beide Fragen werden am besten gleichzeitig behandelt. Denn in beiden Fällen wird das Diagramm der ursprünglichen Substanz bei der Quellung verschwinden; und es wird meistens nicht leicht sein zu unter-

1) Das hat — wie Herr S. Faxén (Upsala) mich aufmerken ließ — wohl einen ähnlichen Grund als wie das Verschwinden der äußeren Interferenzen durch die Wärmebewegung (Debye-Faktor).

1) P. Scherrer in R. Zsigmondys Kolloidchemie, III. Aufl. 1920.

2) R. O. Herzog u. W. Jancke, Naturwissenschaften 9, 320, 1921.

3) Für eine andere mögliche Erklärung siehe eine Fußnote in Abschnitt III.

Digitized by Google

scheiden, welcher dieser beiden Fälle vorliegt. Zwar wird im ersten Falle nichts oder ein amorpher Ring auftreten müssen, im anderen Falle das Diagramm der neuen Verbindung. Aber oft werden die Verhältnisse nicht so leicht zu deuten sein; nur wenn man das neue Spektrum mit dem Diagramm einer bekannten Substanz vergleichen kann, wird es möglich sein, die neue Substanz zu identifizieren. Auch kann es schwierig sein, zu entscheiden, ob die neuen Streifen einer neuen Substanz angehören, oder ob sie der durch intermolekulare Quellung veränderten Substanz angehören.

Ein solches Verschwinden des Spektrums liegt z. B. vor bei der Quellung von Zellulose (Ramiefasern) in konzentrierten Alkalihydroxyd-Lösungen. In diesem Falle, den ich zusammen mit H. Mark untersucht habe, verschwindet — wie gesagt — das ganze Zellulose-Spektrum und statt dessen tritt ein neues Diagramm auf, bestehend aus einer Reihe von konzentrischen Ringen und zwei neue Äquatorialstreifen; die Schichtlinien sind verschwunden. Hier lagert entweder die Zellulose sich um in eine neue Verbindung; oder eine amorphe Zwischensubstanz (Kittsubstanz?) bekommt unter dem Einfluß des Alkalis kristallinische Beschaffenheit, so daß sie eigene Interferenzen geben kann; oder beides ist zu gleicher Zeit der Fall. Solche Fragen werden oft sehr schwierig zu entscheiden sein. Dort wo sehr starke Quellungen vorliegen, muß aber immer diskutiert werden, ob nicht die Verdünnung der reflektierenden Substanz ein Verschwinden des Spektrums vortäuscht. Aber die Hauptsache: daß die Mizellen so tiefgehend verändert sind, daß sie aufgehört haben ihr charakteristisches Röntgenspektrum zu geben, läßt sich sicher aus solchen Diagrammen ablesen.

6. Zerspalten sich die Mizellen in kleinere Mizellen? Die früheren biologischen Autoren über Quellung haben oft solche Zerspaltungen angenommen, z. B. um eine erhöhte Quellbarkeit nach irgendeinem Eingriff zu erklären. Röntgenspektrographisch müßte eine solche Veränderung sich äußern in einer Verbreiterung der Interferenzringe im Debye-Scherrer-Diagramm (bei gleicher Dicke des Präparats). Scherrer[1]) hat beim kolloidalen Golde gezeigt, wie man in solchen Fällen (falls die Kristallite kleiner als etwa 100 $\mu\mu$ werden, und das sind sie bei vielen quellbaren Körpern) aus der Halbwertsbreite der Interferenzen — nach einer Formel von Debye — die mittlere Größe der Kristallite schätzen kann. In unserem Falle müßten also die Ringe sich verbreitern. Geht die Zerspaltung aber sehr weit — wie bei Quellungen, die der Auflösung unmittelbar vorangehen —, so könnte das Spektrum ganz verschwinden, da allzu kleine Mizellen gar keine Interferenzen geben (obwohl Scherrer bei Gold noch schöne Interferenzen bekam bei Kriställchen, die auf jeder Kantenlänge bloß 4 bis 5 Atome enthielten; aber Gold „reflektiert" kraft seines viel höheren Atomwertes vielmals stärker als organische Substanzen). Diese extreme Mizellarzertrümmerung, welche die älteren Biologen oft als Hypothese angenommen haben, ließe sich — soweit ich sehe — nur sehr schwierig unterscheiden vom Übergang der Kristallite in amorphe Mizellen. Nur wo nach der Quellung der alte Zustand unverändert zurückkehrt, ist Mizellarzertrümmerung nicht wahrscheinlich. Übrigens können auch in kolloidalen Lösungen ev. bestehende Mizellen, welche ein Raumgitter aufweisen, röntgenspektrographisch nachgewiesen werden, falls sie nur genügend stark „reflektieren", um in der gegebenen Konzentration die photographische Platte zu schwärzen[1]).

Endlich muß auf eine, bei allen diesen Untersuchungen notwendige Zurückhaltung im Ziehen von Schlüssen hingewiesen werden, daß nämlich die photographische Platte einen „Schwellenwert" hat, wodurch Interferenzen zu schmal ausfallen oder überhaupt fehlen können, falls die Belichtung zu knapp war. Bei zu starker Belichtung fällt sie zu groß aus. Nur wenn diese Fehlerquellen vermieden werden, haben solche Bestimmungen der Teilchengröße Wert. Überdies machen diese Eigentümlichkeiten unserer photographischen Platten, daß man den Aufnahmen nie ganz vertrauen darf, wenn eine gesuchte schwache Interferenz fehlt.

III. Sind die Mizellen der quellbaren Körper als kleine Kristalle oder als große, assoziierte Moleküle zu betrachten?

Der Gründer der Mizellartheorie hat anfänglich beide Möglichkeiten in Betracht gezogen und sich erst später auf die Hypothese, die Mizellen seien submikroskopische Kristalle, festgelegt. Diese Frage scheint mir in der letzten Zeit wiederum aktuell geworden zu sein, und zwar durch die bekannten Untersuchungen von P. Karrer[2]), H. Pringsheim[3]) und K. Heß[4])

1) P. Scherrer in R. Zsigmondys Lehrbuch der Kolloidchemie, IV. Aufl., 387—409, 1922.

1) Siehe F. Haber, Ber. d. deutschen chem. Ges. **55**, 1717, 1924; Niklassen u. Böhm, Zeitschr. f. anorg. Chem. 1924.

2) Zusammengefaßt: Zeitschr. f. angewandte Chem. **35**, 85—90, 1924.

3) Zusammengefaßt: Die Polysaccharide, II. Aufl. Berlin, Julius Springer, 1923; Naturwissenschaften **12**, 360—364 (9. Mai 1924).

4) Ann. d. Chem. **435**, 1—144.

Digitized by Google

über die chemische Struktur der Polysaccharide (Körper wie Zellulose, Stärke, Inulin). Allgemein nimmt man jetzt an, — sagt H. Pringsheim[1]) — daß diese Körper Polymerisationskomplexe sind eines relativ einfachen, aus einem oder wenigen Zuckerresten bestehenden Grund- oder Elementarkörpers, der für jedes Polysaccharid eine charakteristische Zusammensetzung hat. Während in diesem Elementarkörper die einzelnen Zuckermoleküle unter Anhydridbildung durch Hauptvalenzen zusammenhängen, sollen die einzelnen Elementarkörper durch Rest- oder Nebenvalenzen zusammenhängen und zu den genannten großen Polymerisationskomplexen verbunden sein. Welcher Natur sind nun diese größeren Komplexe? Da gehen die Meinungen der Polysaccharidforscher auseinander. Karrer[2]) faßt sie als Kristalle auf, und zwar als solche, in denen die einzelnen Moleküle so fest aneinander gebunden sind, daß es sehr schwer fällt, sie molekulardispers in einem Lösungsmittel zu verteilen. Pringsheim[3]) dagegen möchte eher besondere Einheiten — nennen wir sie vorläufig die assoziierten Moleküle — annehmen, die dann ihrerseits, wo Kristallstruktur vorliegt, zu einem Raumgitter angeordnet sind. Nach dieser Auffassung bilden dann eine gewisse Anzahl Grund- oder Elementarkörper das assoziierte Molekül der Substanz; und zwar kann eine Substanz in verschiedenen Modifikationen auftreten, je nachdem der Polymerisationsgrad verschieden ist (beim gleichen Grundkörper). Kristallisiert eine solche Substanz, so sind die assoziierten Moleküle die Einheiten, die zu einem Raumgitter zusammentreten, in dem sie in drei Dimensionen in einer regelmäßigen Ordnung liegen.

Vor kurzem hat dann Emil Abderhalden für die Eiweißkörper eine ähnliche Struktur angenommen. Hier besteht dann der Grundkörper aus einer gewissen Anzahl von Amidosäuren, die unter Anhydridbildung zu dem Grundkörper zusammentreten[4]).

Wo diese bekannten Forscher auf Grund der chemischen Eigenschaften dieser hochmolekularen Substanzen die Möglichkeit diskutieren, besondere Einheiten — assoziierte Moleküle — anzunehmen, in denen ein relativ einfacher Elementarkörper sich regelmäßig wiederholt, da ist es — scheint mir — nicht mehr überflüssig, zu diskutieren, ob bei denselben Körpern — falls Quellungsuntersuchungen die Existenz einer Mizellarstruktur nachweist — die Mizellen kleine Kristallen sind oder große assoziierte Moleküle.

Bekanntlich hat nun die Röntgenspektrographie zu dem überraschenden Ergebnis geführt, daß diese bis jetzt für hochmolekular gehaltenen Substanzen (wie Zellulose[1]), Seidenfibroin[2]), Stärke[3]), Kautschuk einen nur kleinen röntgenographischen Elementarkörper besitzen. Während man bis jetzt Molekulargewichte von einem bis vielen Zehntausenden angenommen hatte, hat der röntgenographische Elementarkörper bloß ein „Molekulargewicht" von 200 bis 600.

Die Frage erhebt sich nun: ist es wohl sicher, daß die beobachteten Linieninterferenzen dieser Substanzen Kristallinterferenzen sind? Könnten es nicht intramolekulare Röntgeninterferenzen sein innerhalb der assoziierten Moleküle (also eine neue Art Röntgeninterferenzen)?

Die Frage scheint mir noch nicht reif für eine eingehende Diskussion, weil die Gründe für die Existenz dieser neuen Einheiten noch nicht besonders zahlreich und zwingend sind. Dabei stehe ich vorläufig auch noch etwas skeptisch gegenüber der Annahme, daß im Molekül Einheiten in drei Richtungen (genau wie in einem Kristall) nach einem Raumgitter regelmäßig geordnet sein könnten. Aber es scheint mir doch notwendig, beide Auffassungen als möglich gelten zu lassen und in jedem einzelnen Falle zu diskutieren, welche die wahrscheinlichere ist[4]). Nur so wird eine aprioristische Einseitigkeit in den Diskussionen vermieden; und eben dadurch wird meiner Ansicht nach die Röntgenspektrographie für die Chemie und die physikalische Chemie der hochmolekularen Körper fruchtbar werden können.

Experimentell erhebt sich vor allem die Frage, ob es in gut ausgebildeten, makroskopischen Kristallen gelingen wird, neben der röntgenologischen Identitätsperiode (welche mit dem kleinen Grundkörper übereinstimmt) andere Interferenzen nachzuweisen, welche einer mehrfach größeren Identitätsperiode entsprechen.

1) Naturwissenschaften, l. c.
2) l. c. S. 90.
3) Naturwissenschaften, l. c.
4) Emil Abderhalden, Das Eiweiß als eine Zusammensetzung assoziierter, Anhydride enthaltender Elementarkomplexe. Naturwissenschaften **12**, 716—720, 5. Sept. 1924.

1) Herzog, Jancke, Polanyi. Zeitschr für Physik **3**, 343 u. M. Polanyi, Naturwissenschaften **9**, 339, 1921.
2) R. Brill, Diss. Berlin 1923; Ann. d. Chemie **434**, 204—217.
3) Sponsler, Journal General Physiology **5**, 757—776, 1923.
4) In dieser Hinsicht sind meine Ansichten verschieden von denen mehrerer Herren des Kaiser-Wilhelm-Instituts für Faserstoffchemie, welche es als sicher betrachten, daß die Interferenzen Kristallinterferenzen sind und daß der Elementarkörper nicht kleiner als das Molekül sein kann. Der Leser findet meine Ansichten — die auch in anderen Punkten von denen der genannten Forscher abweichen — zusammengestellt in meinem Aufsatz: Die Quellung, Ergebn. der exakten Naturwissenschaften **3**, 316, 1924. Berlin, Julius Springer.

Digitized by Google

IV. Zusammenfassung.

Es wurde eine Übersicht gegeben der Quellungsprobleme, die sich mit Hilfe der Röntgenspektrographie behandeln lassen; die Vorsichtsmaßregeln, welche bei solchen Versuchen oder bei Schlußfolgerungen aus denselben notwendig sind, wurden aufgezählt. Die Beispiele, die bis jetzt von diesen Möglichkeiten bekannt sind, wurden beschrieben. In dieser Art werden viele Quellungsprobleme, die man bis jetzt nur mit Vermutungen nahe treten konnte, der experimentellen Untersuchung zugänglich.

Die Quellungsprobleme waren bis jetzt vergleichbar mit einer Erscheinung, die man durch eine Gleichung zwischen mehreren Unbekannten beschreiben kann. Eine solche Gleichung läßt sich nicht lösen. Die Röntgenspektrographie gestattet nun das Problem von einer neuen Seite zu studieren, so daß eine zweite Gleichung zwischen den Unbekannten gefunden wird. Im allgemeinen ist es auch jetzt noch nicht möglich, das Problem ganz zu lösen — obwohl in gewissen Fällen schon. Aber jedenfalls wird die Zahl der möglichen Lösungen sehr beschränkt gegenüber früher. Wenn auch dieses Gleichnis (wie jedes Gleichnis) nur teilweise richtig ist, so gibt es doch treffend an, was wir von der neuen Methode erwarten dürfen und was nicht.

Amsterdam, September 1924.

(Eingegangen 20. September 1924.)

Über eine Analogie im Verhalten leitender und nichtleitender Mischkörper.

(Leitfähigkeit metallischer Aggregate und Dielektrizitätskonstante des Wienerschen Mischkörpers.)

Von Karl Lichtenecker[1]).

Kürzlich habe ich eine Untersuchung über die elektrische Leitfähigkeit künstlicher und natürlicher Mischkörper veröffentlicht[2]). Es gelang, den spezifischen elektrischen Leitwiderstand bzw. die spezifische Leitfähigkeit zwei- und dreidimensionaler Aggregate verschiedener Zusammensetzung zwischen neue, enge Schrankenwerte einzuschließen. Sodann wurde der Widerstand und zugleich die Leitfähigkeit des Aggregates durch eine gemeinsame, allgemeine Funktion der Widerstände bzw. der Leitfähigkeiten der Bestandteile dargestellt. Die Werte dieser Funktion liegen in ihrem ganzen Bereiche etwa in der Mitte des durch die aufgezeigten Schrankenwerte gebildeten engen Intervalles und stimmen auch mit den von Matthiesen an Metallegierungen gemessenen Werten innerhalb der experimentellen Unsicherheitsgrenzen vollkommen überein.

Herrn Geheimrat O. Wiener verdanke ich die Anregung, die so erhaltenen Ergebnisse mit experimentellen und theoretischen Ergebnissen in Vergleich zu ziehen, die er und seine Schüler auf einem ganz anderen Gebiete, nämlich bei der Untersuchung des Brechungsverhältnisses und der Dielektrizitätskonstante von Mischkörpern erhalten haben[1]).

Schon im Jahre 1902 hat O. Wiener gezeigt[2]), daß die Dielektrizitätskonstante (DK) eines geschichteten Dielektrikums sich nach den Formeln

$$\varepsilon = \vartheta_1 \cdot \varepsilon_1 + \vartheta_2 \cdot \varepsilon_2 \qquad (1)$$

bzw.

$$\frac{1}{\varepsilon} = \frac{\vartheta_1}{\varepsilon_1} + \frac{\vartheta_2}{\varepsilon_2} \qquad (2)$$

berechnet, je nachdem der elektrische Kraftfluß den Schichtgrenzen parallel ist (1) oder auf ihnen senkrecht steht (2). Dabei bedeuten ϑ_1 und ϑ_2 die verhältnismäßigen Dicken der beiden Bestandteile, somit auch die Raumanteile derselben am Mischkörper, so daß die Beziehung gilt:

$$\vartheta_1 + \vartheta_2 = 1. \qquad (3)$$

ε_1 und ε_2 sind die Dielektrizitätskonstanten der Bestandteile und ε bezeichnet die Dielektrizitätskonstante des Mischkörpers in der betreffenden Richtung[3]).

Es sind dies, wie man unmittelbar sieht, genau die beiden äußeren Schranken, zwischen denen, wie der Verf.[4]) dargetan hat, die Leitfähigkeit eines vollkommen beliebig zusammengesetzten Leiteraggregates zweier Bestandteile liegen muß; man hat bloß in den beiden Formeln (1) und (2) die spezifischen Leitfähigkeiten der Bestandteile und des Mischkörpers an Stelle der entsprechenden Dielektrizitätskonstanten einzusetzen.

---

1) Auszug aus den Berichten der mathematisch-physischen Klasse der Sächsischen Akademie der Wissenschaften zu Leipzig. 76. Band. Sitzung vom 24. Oktober 1924.

2) K. Lichtenecker, Physik. Zeitschr. 25, 169, 193, 225, 1924.

1) O. Wiener, Lamellare Doppelbrechung, Physik. Zeitschr. 5, 332, 1904. Zur Theorie der Stäbchendoppelbrechung Lpzg. Akad. Ber. 61, 113, 1909. Die Theorie des Mischkörpers. Lpzg. Akad. Abhdlg. 1912, S. 509.

2) Vortrag, gehalten vor der Leipziger Akademie, „Zur Theorie des optischen Verhaltens von Mischkörpern mit geschichtetem Bau". Lpzg. Ber. 54, 282, 1902.

3) Der Buchstabe δ der Wienerschen Abhandlungen, der sich zunächst nur auf die Dicken der Teilschichten bezog, ist hier durch den in meinen Arbeiten verwendeten Buchstaben ϑ ersetzt, der das räumliche Teilverhältnis beliebig gestalteter und gelagerter Bestandteile, somit einen beliebigen echten Bruch bezeichnet.

4) K. Lichtenecker, Physik. Zeitschr. 19, 374, 1918.

Digitized by Google

Auf Veranlassung von O. Wiener hat dann Herr E. Ficker[1]) verschiedenartig aufgebaute Mischkörper untersucht, für die in den meisten Fällen von vorneherein zu erwarten war, daß sich die DK im allgemeinen nach keiner der beiden Wienerschen Formeln (1) und (2) ergeben könne, da es sich nicht mehr um einfach geschichtete Mischkörper, sondern um aus eingelagerten Würfeln, Kugeln, Hohlkugeln und Zylindern aufgebaute Aggregate handelte.

Da nun die äußeren Schrankenwerte für leitende und nichtleitende Mischkörper sich vollkommen analog aus den entsprechenden Werten der Bestandteile ergeben, ist es von Interesse, zu prüfen, inwieweit nun auch innerhalb dieser gemeinsamen Schranken die Ergebnisse der Untersuchung des Verfassers ex 1924 über die Leitfähigkeit bestimmter körperlicher Aggregate mit den an Mischkörpern aus Isolatoren experimentell gefundenen Verhältnissen übereinstimmen.

Im Folgenden wird diese Überprüfung auf zahlenmäßige Übereinstimmung für die einzelnen, von Herrn Ficker untersuchten Mischkörperanordnungen der Reihe nach durchgeführt.

Wir werden dabei in folgender Reihenfolge vorgehen: zunächst sind die Versuche zu behandeln, bei denen die Materialgrenzen der das Aggregat aufbauenden Bestandteile mit der Richtung des Kraftflusses zusammenfallen, was dem Grenzfall der Parallelschaltung entspricht. Zur Untersuchung gelangten Prismen aus Hartgummi in verschiedenen Anordnungen und zylindrische Säulen aus Schwefel in quadratischer Flächengitteranordnung . . . . . (I)

Bei allen übrigen Versuchen fielen die Materialgrenzen weder mit Linien des Kraftflusses, noch mit Flächen gleichen Potentials zusammen. Dabei waren zwei- und dreidimensionale Aggregate zu unterscheiden.

Als zweidimensionale Aggregate in dem hier verwendeten Sinne sind planparallele Platten von beliebiger Dicke bezeichnet, bei denen die Stromrichtung in der Plattenebene verläuft und sämtliche Materialgrenzen normal zur Plattenebene stehen. Als einziges, in diesem Sinne zweidimensionales Aggregat wurden Kreisscheiben in quadratischer Flächengitteranordnung untersucht . . . . . (II)

Die dreidimensionalen Aggregate sind entsprechend der Untersuchung des Verf. in „gleichberechtigte" und „nicht gleichberechtigte" zu unterscheiden. Dabei sind Aggregate als nicht gleichberechtigt bezeichnet, bei denen der eine der beiden Bestandteile ganz oder vorzugsweise im anderen, zusammenhängenden Bestandteil eingesprengt auftritt.

A. An „nicht gleichberechtigten" dreidimensionalen Anordnungen wurden untersucht:

Eingesprengte Würfel . . . . (III)
Eingesprengte Kugeln . . . . (IV)

In beiden Fällen war die Anordnung der eingesprengten Partikel ein tesserales Raumgitter und der eingesprengte Bestandteil hatte die größere Dielektrizitätskonstante (bessere Leitfähigkeit), als die Muttersubstanz.

B. „Gleichberechtigte" räumliche Anordnungen:

Hohlkugeln: Beide Leiter ineinander eingesprengt; Hartgummikugeln eingesprengt in Luft; Luftkugeln eingesprengt in Hartgummi . . . . . (V)

Orthogonal sich durchsetzende prismatische Stäbe: Beide Bestandteile vollkommen gleichartig und gleichberechtigt in sich zusammenhängend . . . . (VI)

Für das erste der angeführten dreidimensionalen Aggregate, eingesprengte Würfel in tesseraler Raumgitteranordnung (III), konnten die neuen, engen Schrankenwerte zum Vergleiche herangezogen werden, die der Verf. für diese Konstellation streng analytisch hergeleitet hat.

In den übrigen Fällen (IV—VI) räumlicher Anordnungen war das allgemeine Widerstandsgesetz — die logarithmische Mischungsregel — zur Prüfung heranzuziehen.

Die Sachlage ist also die: Eine im Falle III festzustellende Übereinstimmung bedeutet eine Bestätigung der Richtigkeit und Genauigkeit der Fickerschen Meßmethode; die dann weiter festzustellende Übereinstimmung in den Fällen IV bis VI liefert umgekehrt eine Bestätigung des vom Verf. aufgestellten Widerstandsgesetzes durch die im Falle III erhärtete Fickersche Experimentalmethode.

Ein besonderes Interesse wendet sich dabei naturgemäß den letztbehandelten Fällen V und VI zu, weil es sich dabei um „gleichberechtigte" Aggregate handelt, für welche das logarithmische Mischungsgesetz unmittelbar und ohne Korrekturen in Anwendung zu bringen ist.

Es sei bei dieser Gelegenheit gestattet, das in der mehrfach angezogenen Arbeit des Verf. aufgestellte „logarithmische Mischungsgesetz" für zwei- und dreidimensionale Aggregate in einer Form mitzuteilen, die der Gleichberechtigung der Bestandteile am Aggregat und der Homogenität der Gleichung vollkommen Rechnung trägt.

1) Leipziger Diss. 1909.

Digitized by Google

Tabelle.

Dielektrizitätskonstante der Mischkörper, berechnet und gemessen.

		Mischungsregel (Newton)	Formel nach Lorenz	Formel nach Wiener	Fickers Messung	Das neue strenge Intervall	Log. Mischungsregel
Geschicht. Aggregate	Parallelschaltung (I)	1,89 1,89	—	—	**1,89** **1,86**	—	—
Zweidim. Aggregate	Kreisscheiben (II)	(3,33)	(2,89)	**(2,73)**	**(2,69)**	—	**(2,80)** [1]
Dreidim. Aggregate „nicht gleichberechtigte“	Würfel (III)	1,91 1,23	1,70 1,15	— —	**1,73** **1,15**	**1,66** bis **1,74** **1,12** „ **1,18**	— —
	Kugeln (IV)	1,95	1,74	—	**1,73**	—	**1,74**
Dreidim. „gleichberechtigte“	Hohlkugeln (V)	1,43	1,29	—	**1,32**	—	**1,31**
	Säulendurchdringung (VI)	1,88	1,67	—	**1,73**	—	**1,72**

Sind

w_1 und w_2 die spezifischen Widerstände,

λ_1 „ λ_2 die spezifischen Leitfähigkeiten,

ferner ϑ_1 „ ϑ_2 die Raumanteile der beiden Bestandteile (1) und (2), so gilt für zweidimensionale „gleichberechtigte“ Aggregate

$$w = w_1^{\vartheta_1} w_2^{\vartheta_2}$$

und daher auch gleichzeitig

$$\lambda = \lambda_1^{\vartheta_1} \lambda_2^{\vartheta_2}.$$

Für dreidimensionale Aggregate tritt diesem Wert gegenüber eine geringe Erhöhung der spezifischen Leitfähigkeit (der DK) ein, die dargestellt werden kann durch reduzierte Raumverhältnisse Θ_1 und Θ_2:

$$w = w_1^{\Theta_1} w_2^{\Theta_2}$$

und gleichzeitig

$$\lambda = \lambda_1^{\Theta_1} \lambda_2^{\Theta_2}.$$

Das dreidimensionale Aggregat verhält sich wie ein zweidimensionales, bei welchem der besser leitende Bestandteil (1) einen etwas größeren und der schlechter leitende Bestandteil (2) einen etwas kleineren Raumanteil am Aggregat hat gemäß der Gleichungen:

$$\Theta_1 = \vartheta_1 + \vartheta_1 \vartheta_2 \varkappa,$$
$$\Theta_2 = \vartheta_2 - \vartheta_1 \vartheta_2 \varkappa,$$

so daß wieder:

$$\Theta_1 + \Theta_2 = 1,$$

d. h.: die Summe der reduzierten Raumanteile ist wieder gleich der Einheit. Dabei ist die kleine Größe $\varkappa$ zu bestimmen aus der Abweichung des Aggregatwiderstandes w eines 50proz. Aggregates [2]) beider Bestandteile vom geometrischen Mittel

$$\sqrt{w_1 w_2}.$$

In der obenstehenden Tabelle finden sich die nach den verschiedenen Formeln berechneten und die von Ficker gemessenen Werte der DK der Mischkörper zusammengestellt. Es sei hinzugefügt, daß die hier verwendeten Meßergebnisse nicht etwa willkürlich herausgegriffen sind, sondern das ganze, von Ficker selbst aus seinen Versuchen hergeleitete Zahlenmaterial umfassen.

Ergebnis.

1. Die in der vorliegenden Mitteilung untersuchte Analogie zwischen leitenden und nichtleitenden Mischkörpern besteht in vollem Umfange.

2. Die von Ficker auf Veranlassung von O. Wiener gemessenen Werte erfahren eine Bestätigung insofern, als sie sehr gut innerhalb der neuen, vom Verf. aufgestellten engen Schranken liegen, wo diese bestimmt sind.

3. Die vom Verf. aufgestellte „allgemeine Widerstandsfunktion“ (logarithmische Mischungsregel) für zwei- bzw. dreidimensionale Aggregate stimmt mit den von Ficker experimentell gefundenen Werten ausnahmslos überein.

---

1) Die Werte dieser Zeile beziehen sich auf Schwefel—Luft-Aggregate, alle anderen Zeilen auf Hartgummi—Luft-Aggregate, bei denen die erreichte Genauigkeit wegen der größeren Homogenität des Materials wesentlich größer war.

2) K. Lichtenecker, Physik. Zeitschr. **10**, 1005, 1909.

Digitized by Google

Die Differenz beträgt in allen Fällen jedenfalls weniger als 1 Prozent. Sie bleibt damit innerhalb der Fehlergrenze der experimentell gefundenen Werte.

4. Die Formel von Lorenz-Lorentz liefert mit den von Ficker gemessenen und nach der logarithmischen Mischungsregel berechneten Werten Übereinstimmung bei denjenigen Aggregaten, bei denen der Bestandteil mit größerer DK (mit besserer Leitfähigkeit) eingesprengt auftritt, dagegen liefert die Formel von Lorenz-Lorentz zu niedrige Werte, wenn beide Bestandteile des Mischkörpers eingesprengt oder wenn beide zusammenhängend im Aggregate auftreten, also in dieser Beziehung als „gleichberechtigt" bezeichnet werden können.

5. Die von Wiener für den Fall von in quadratischer Gitteranordnung eingesprengten Kreisscheiben aufgestellte Formel liefert einen Wert, der zwischen dem von Ficker gemessenen und dem aus der allgemeinen Widerstandsfunktion sich errechnenden Werte liegt.

Zum Schlusse sei noch auf zwei wichtige, aus der Abhandlung von O. Wiener: „Die Theorie des Mischkörpers" sich ergebende Punkte eingegangen.

I. Ein theoretischer Vorzug der logarithmischen Mischungsregel vor der Formel von Lorenz-Lorentz.

Mit Recht hebt O. Wiener[1]) hervor, daß die Formel von Lorenz-Lorentz[2]) schon deshalb gar nicht allgemein richtig sein kann, weil sie einem einfachen Satze der Elektrostatik widerspricht, dem Satze nämlich, daß die DK des Mischkörpers den m-fachen Wert annehmen muß, wenn man die DK der Bestandteile ver-m-facht.

Demgegenüber wird die „logarithmische Mischungsregel" diesem elektrostatischen Satze streng gerecht.

Ist

$$\log \varepsilon = \vartheta_1 \log \varepsilon_1 + \vartheta_2 \log \varepsilon_2$$

oder

$$\varepsilon = \varepsilon_1^{\vartheta_1} \cdot \varepsilon_2^{\vartheta_2}$$

und setzt man

$$\varepsilon_1' = m\varepsilon_1, \quad \varepsilon_2' = m\varepsilon_2,$$

so erhält man:

$$\varepsilon' = m^{\vartheta_1} \varepsilon_1^{\vartheta_1} \cdot m^{\vartheta_2} \varepsilon_2^{\vartheta_2} = m^{\vartheta_1 + \vartheta_2} \cdot \varepsilon_1^{\vartheta_1} \varepsilon_2^{\vartheta_2} = m \cdot \varepsilon,$$

da ja die Summe der Raumanteile beider Bestandteile, $\vartheta_1 + \vartheta_2$, gleich Eins ist.

Man sieht unmittelbar, daß der oben ausgesprochene elektrostatische Satz nicht bloß für zweidimensionale Aggregate erfüllt ist („Stäbchenaggregate"), sondern für beliebige dreidimensionale Aggregate, bei denen beide Bestandteile gleichberechtigt am Aufbau des Mischungskörpers teilnehmen.

Für solche dreidimensionale Aggregate gilt nämlich:

$$\varepsilon = \varepsilon_1^{\Theta_1} \cdot \varepsilon_2^{\Theta_2},$$

wo Θ_1 und Θ_2 die „reduzierten Raumanteile" bedeuten. Da nun auch

$$\Theta_1 + \Theta_2 = 1,$$

so folgt aus

$$\varepsilon_1' = m\varepsilon_1 \text{ und } \varepsilon_2' = m\varepsilon_2$$

auch hier:

$$\varepsilon' = m^{\Theta_1} \cdot \varepsilon_1^{\Theta_1} \cdot m^{\Theta_2} \cdot \varepsilon_2^{\Theta_2} = m\varepsilon.$$

II. Zwei Grenzwerte von O. Wiener und der Wert für die DK nach der Methode des Verfassers vom Jahre 1909.

Eine besonders weitgehende Bestätigung der vom Verf. in seiner Abhandlung aus dem Jahre 1909 ausgeführten Berechnungsweise von Mischkörpern mit gleichen Raumanteilen

$$\vartheta_1 = \vartheta_2 = 50 \text{ Proz.}$$

ergibt sich durch den Vergleich mit dem Ergebnis zweier Formeln, die O. Wiener auf Grundlage eines von Poisson stammenden Rechnungsverfahrens abgeleitet hat[1]). Diese Formeln

$$\frac{\varepsilon_m - \varepsilon_2}{\varepsilon_m + 2\varepsilon_2} = \vartheta_1 \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + 2\varepsilon_2}, \quad \frac{\varepsilon_m - \varepsilon_1}{\varepsilon_m + 2\varepsilon_1} = \vartheta_2 \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\varepsilon_2 + 2\varepsilon_1}$$

ergeben für die Annahme, daß $\vartheta_1 = \vartheta_2 = \frac{1}{2}$ und $\varepsilon_1 = 2$, $\varepsilon_2 = 1$ ist,

falls der Körper mit größerer DK eingesprengt ist (besserer Leiter) . . . . . $\varepsilon_m = 1{,}429$,

falls der Körper mit kleinerer DK eingesprengt ist (schlechterer Leiter) . . . . . $\varepsilon_m = 1{,}454$.

Für das räumliche Schachbrettmodell, also einen 50proz. Mischkörper, bei dem der eine Bestandteil genau ebenso im zweiten eingesprengt ist, wie umgekehrt, ergibt sich nach dem Verfahren des Verf. vom Jahre 1909 aus der dort abgeleiteten Formel[2]):

$$\frac{1}{\varepsilon} = w = \frac{2w_1 w_2}{w_1 + w_2}(1 + 2h(v - 1) - 4h^2 v)$$

für die DK des obigen Mischkörpers der Wert

1) O. Wiener, Die Theorie der Mischkörper. Abh. d. Kgl. Sächs. Akad. d. Wiss. **32**, 511, 1912.
2) H. A. Lorentz, Wied. Ann. **9**, 641, 1880.

1) O. Wiener, a. a. O. S. 515ff.
2) K. Lichtenecker, Physik. Zeitschr. **10**, 1005, 1909. Hierbei bezeichnet v das Verhältnis der beiden Widerstände, bzw. der beiden DK, und h kennzeichnet die Tiefe, auf welche die Stromfäden über die Materialgrenzen hinaus in den besseren Leiter eindringen.

Digitized by Google

$\varepsilon = 1{,}438$, also ein Wert in der Mitte des nur $1^1/_2$ Proz. betragenden Wienerschen Intervalls[1]).

1) Herr Esmarch hat nunmehr (Physik. Zeitschr. **25**, 484, 1924) ausdrücklich hervorgehoben, daß seine von mir (Physik. Zeitschr. **25**, 169, 1924) als theoretisch unmöglich beanstandete Meßreihe „offenbar systematische Fehler" enthält, während seine übrigen Meßreihen sich dem von mir aufgezeigten engen Intervall voll einordnen, so daß nunmehr „erfreuliche Übereinstimmung zwischen Rechnung und Experiment herrsche".

Ferner gesteht Herr Esmarch nunmehr selbst zu, daß die einzelnen, von ihm gemessenen Werte um 2 Proz. und mehr ihres Betrages im Diagramm schlottern können. Das von mir aufgezeigte enge Intervall, innerhalb dessen der Widerstand des Aggregates liegen muß, beträgt aber für die in Rede stehenden Verhältnisse nur 1,3 Proz. Es war daher voll berechtigt, zu sagen, daß die Leistungsfähigkeit der analytischen Untersuchung nunmehr auch diese Versuche bereits überholt hat.

Reichenberg, 5. August 1924.

(Eingegangen 15. November 1924.)

VORTRÄGE UND DISKUSSIONEN VON DER 88. VERSAMMLUNG DEUTSCHER NATURFORSCHER UND ÄRZTE IN INNSBRUCK.

H. Liebster und L. Schiller (Leipzig), Kinematographische Messungen der Fallbewegung von Kugeln in zäher Flüssigkeit, auch in nächster Nähe einer Wand[1]).

Während durch neuere Göttinger Versuche[2]) der Verlauf des Widerstandskoeffizienten für die Kugel im Bereich der Reynoldsschen Zahl ($R = \frac{v\,d}{\nu}$, v = Geschwindigkeit, d = Durchmesser, ν = kinematische Zähigkeit) 10^3 bis 10^6 wohl recht gut festgelegt ist, ist im Bereich der kleineren R-Werte das Material noch lückenhaft und teilweise mit ziemlichen Streuungen behaftet. Wir haben es deswegen unternommen, in dem Gebiete kleiner R-Werte von 0,04 bis 10^3 mit Hilfe einer kinematographischen Methode an fallenden Kugeln neue Bestimmungen auszuführen. Das Gebiet der kleinsten R-Werte ist hierbei noch von besonderem theoretischem Interesse, da es für die Prüfung der interessanten neueren Oseenschen Theorie in Frage kommt, wie sie für die Kugel neuerdings durch Faxén weiter ausgebaut wurde.

Als Fallobjekt dienten fast durchweg Stahlkugeln von 0,1 bis 0,7 cm Durchmesser; Abweichungen von der Kugelform lagen auch bei den kleinsten unter $^1/_2$ Proz. des Durchmessers. Das verhältnismäßig hohe spezifische Gewicht der Kugel und die entsprechende höhere Fallgeschwindigkeit bietet den Vorteil, daß ungewollte Strömungen dagegen zurücktreten. Als flüssige Medien dienten Glyzerin, Zuckerlösungen und Wasser (kinem. Zäh. zwischen 0,005 und 4,1).

1) Vorgetragen von L. Schiller auf der 88. Naturforscherversammlung in Innsbruck am 24. Sept. 1924.

2) C. Wieselsberger, Weitere Feststellungen über die Gesetze des Flüssigkeits- und Luftwiderstandes. Diese Zeitschr. **23**, 219, 1922, und L. Prandtl, Ergebnisse der aërodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen, II. Lieferg., 28, 1923.

Als Versuchsgefäß diente vorwiegend ein Trog mit 4 Glasfenstern und den Abmessungen $8 \times 8 \times 26\,\text{cm}^3$. Im Bedarfsfalle konnte dieses Gefäß zur besseren Erhaltung der Temperatur noch in ein weiteres Wasserbad gestellt werden. Temperaturschwankungen während eines Versuchs maximal $0{,}1^0$. Die Zeitregistrierung wurde in ähnlicher Weise wie in der Göttinger Dissertation von Hirsch mit Hilfe eines rotierenden Zeitrades mit feststehendem Zeiger vollzogen, das mit aufgenommen wurde und dessen volle Umläufe mit einem Chronographen festgelegt wurden. Als Aufnahmeapparat[1]) diente ein Ernemannapparat Modell A, Objektiv Ernemann Anastigmat „Ernon" 1:3,5, $f = 8$ cm; die Aufnahmegeschwindigkeit betrug 20 bis 40 Bilder in der Sekunde. Als heller Hintergrund diente eine durch Bogenlampe beleuchtete weiße Fläche.

Die Ergebnisse der Fallversuche sind in der bei aërodynamischen Versuchen üblichen Weise in Fig. 1 in dimensionslosen Koordinaten logarithmisch dargestellt. Abszisse Reynoldssche Zahl (Kennziffer) $\frac{v\,d}{\nu}$, Ordinate Widerstandskoeffizient $\psi = \frac{2\,W}{\varrho r^2 \pi v^2}$ (W = Widerstand, r = Halbmesser). Was zunächst den Bereich größerer R-Werte anlangt, so ergeben unsere Versuche befriedigenden Anschluß an die ebenfalls eingezeichneten Versuche von Allen, Wieselsberger und Schmidt. Allerdings ist die Streuung um $R = 1000$ herum verhältnismäßig groß, was vielleicht damit zusammenhängt, daß in dieser Gegend der Übergang zur Strömung mit Wirbelablösung liegen dürfte. Eine Nachrech-

1) Der Apparat wurde uns durch die Helmholtz-Gesellschaft zur Verfügung gestellt, wofür auch hier unser Dank ausgesprochen werde.

Digitized by Google

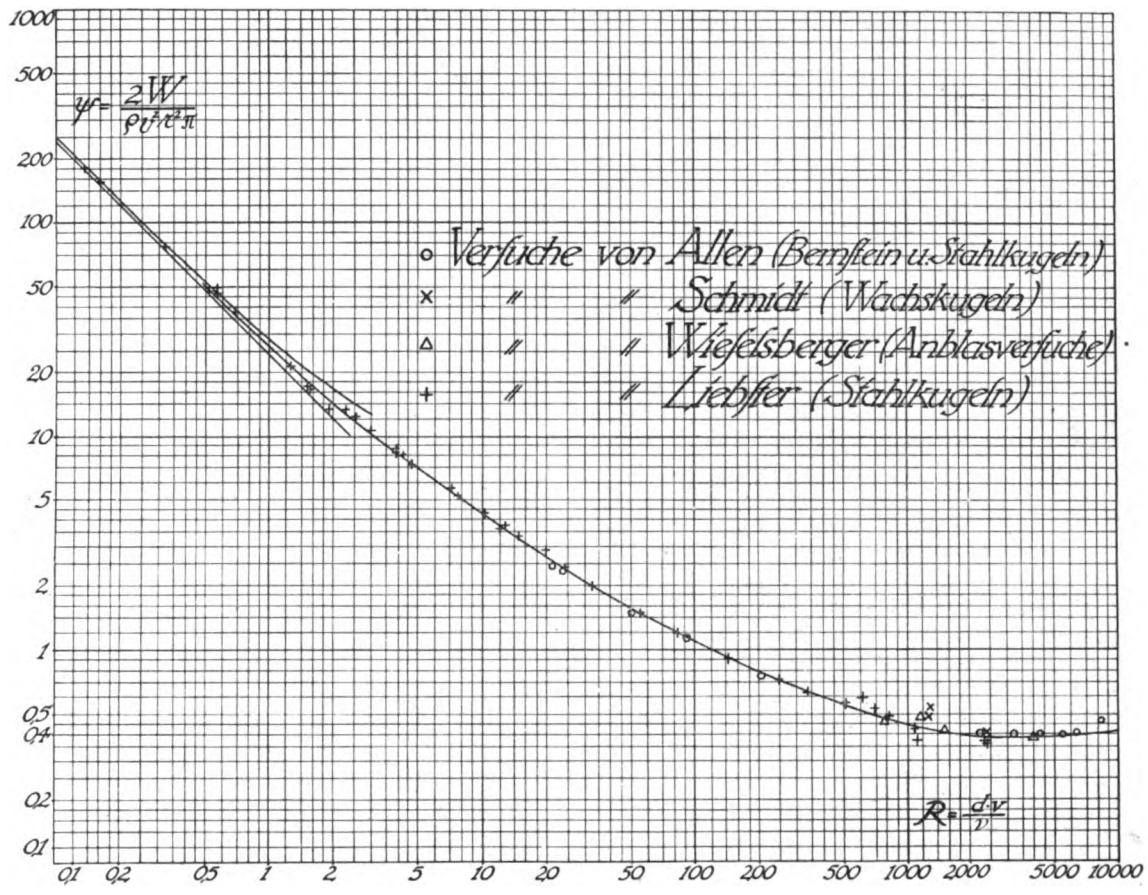


Fig. 1.

nung der Allenschen Versuche in dieser Gegend brachte diese übrigens besser in Einklang mit den übrigen Versuchen, als bei Wieselsberger angegeben.

Bei kleinen R-Werten finden sich noch die beiden für dieses Gebiet aufgestellten Theorien eingezeichnet, die Stokessche Gerade und die Oseensche Widerstandskurve. Um den eingezeichneten Versuchspunkten einerseits universelleren Charakter zu verleihen und gleichzeitig im Rahmen der Figur einen Vergleich mit der Theorie zu ermöglichen, war es hier nötig, die ψ-Werte nicht einfach der obigen Definition folgend einzusetzen, sondern sie erst durch Berücksichtigung des Wandeinflusses auf unendliches Medium umzurechnen, da sowohl die Stokessche als auch die Oseensche Gleichung nur hierfür Gültigkeit hat. Es kann sich hierbei nur um mehr oder weniger zutreffende Schätzung handeln, da die theoretischen Grundlagen in beiden Fällen (für Stokes durch Lorentz-Ladenburg, für Oseen durch Faxén) nur für zylindrische Wandung vorliegen und wir mit einem rechteckigen Trog arbeiteten. In Fig. 1 sind die experimentellen ψ-Punkte nach Oseen-Faxén auf unendliches Medium umgerechnet. Im Durchschnitt liegen bis $R = 0{,}7$ (höher darf Übereinstimmung nicht erwartet werden) die experimentellen Werte etwas unter den Oseenschen[1]). In Fig. 2 sind entsprechend die Versuchswerte nach Stokes-Lorentz-Ladenburg auf unendliches Medium umgerechnet. Hier liegen die Versuchswerte durchschnittlich etwas zu hoch. Nimmt man noch eine weitere Reduktion wegen des Boden- und Deckeneinflusses vor in der Art, wie es von Ladenburg geschehen ist, so ergeben sich die Werte der

1) Zusatz bei der Korrektur: Da infolge Verkleinerung der Fig. 1 in der Wiedergabe die Versuchswerte bei kleinen R etwas undeutlich sind, seien im Folgenden die Zahlenwerte für R, ψ_{exp} und die zugehörigen Werte der Oseenschen Kurve als ψ_{os} wiedergegeben:

$R =$	0,1355	0,160	0,316	0,511	0,566	0,568	0,681
$\psi_{exp} =$	179,4	156,8	78,3	47,8	47,8	45,0	37,8
$\psi_{os} =$	181,8	154,5	80,3	51,5	48,4	46,8	39,8
$R =$	1,530	1,492	1,927				
$\psi_{exp} =$	16,44	16,87	13,23				
$\psi_{os} =$	20,24	20,60	16,94				

Die Tabelle enthält gleichzeitig gegenüber der Figur zwei Richtigstellungen für ψ_{exp} bei $R = 0{,}566$ und 0,568. Für die gleichen R sind in Figur 3 die Oseen-Faxénwerte (Kreuze) zu verbessern in 46,1 und 43,6.

Digitized by Google

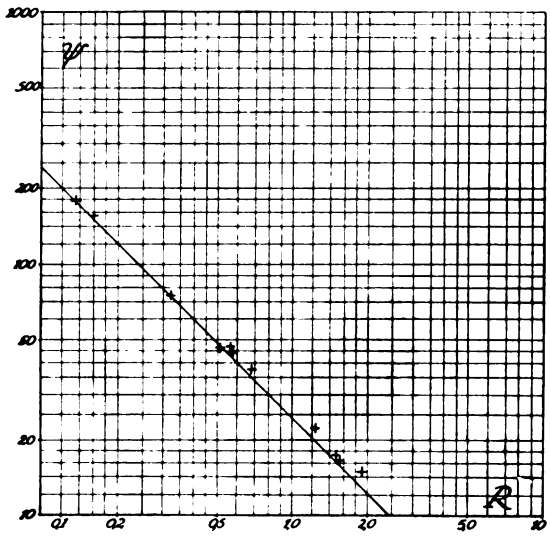


Fig. 2.

Fig. 3. In diesem Fall verschiebt sich das Bild zugunsten der Stokesschen Gleichung. Es muß jedoch darauf hingewiesen werden, daß besonders dieser Teil der Ladenburgschen Theorie nicht unwidersprochen ist.

Weitere Versuche dienten der unmittelbaren Ermittelung des Wandeinflusses bei großer

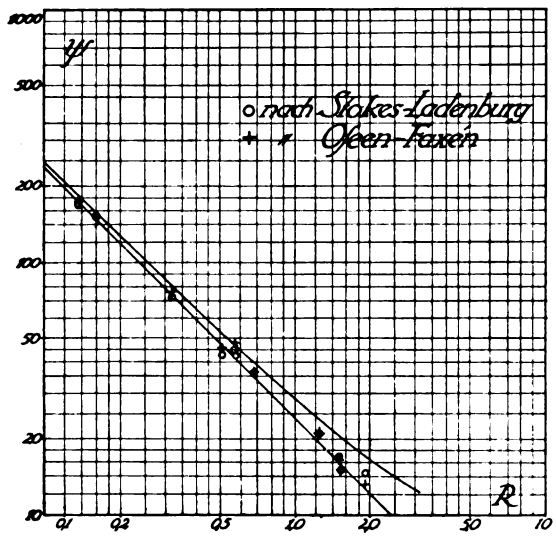


Fig. 3.

Wandnähe. Da bei völlig senkrechter Wand infolge der Wandabstoßung sich die Kugel bald in einen wenig wirksamen Bereich entfernt, wurde mit ganz schwachen Wandneigungen (1 bis 2 Grad) gearbeitet. Es besteht dann im Idealfall der Parallelbewegung zur Wand Gleichgewicht zwischen der abstoßenden Kraft und der entsprechenden Schwerkraftkomponente. Gewöhnlich näherte oder entfernte sich die Kugel etwas von der Wand, jedoch so wenig, daß die Bewegung wohl noch als Parallelbewegung behandelt werden darf. Die Versuchsergebnisse zeigt Tab. I. Sie enthält Kugeldurchmesser,

Tab. I.

Nr	d_{cm}	ζ_{cm}	R	W_F	W_L	W_S	W
1a	0,0961	0,163	0,163	0,288	0,279	0,286	0,298
b	0,0961	0,110	0,141	0,287	0,267	0,282	0,298
2a	0,1023	0,109	0,223	0,344	0,320	0,340	0,360
b	0,1023	0,088	0,217	0,368	0,326	0 356	0,360
3a	0,1023	0,105	0,226	0,348	0,320	0,341	0,360
b	0,1023	0,104	0,213	0,328	0,302	0,324	0,360
4a	0,1503	0,116	0,449	1,280	1,086	1,207	1,142
b	0,1503	0,095	0,383	1,388	0,972	1,150	1,142
5a	0,1503	0,150	0,563	1,139	1,023	1,090	1,142
b	0,1503	0,110	0,470	1,138	0,934	1,058	1,142
6	0,1503	0,161	0,475	1,130	1,005	1,068	1,142
7a	0,1510	0,159	0,728	1,132	1,000	1,064	1,160
b	0,1510	0,146	0,685	1,096	0,960	1,032	1,160
8a	0,1510	0,280	0,816	1,162	1,045	1,066	1,160
b	0,1510	0,312	0,807	1,172	1.050	1,065	1,160
9	0,1503	0,387	0,610	1,101	1,024	1,037	1,142
10a	0,1988	0,238	1,70	3,00	2,24	2,35	2,64
b	0,1988	0,283	1,75	3,06	2,24	2,32	2,64
11a	0,1988	0,281	1,73	3,05	2,26	2,34	2,64
b	0,1988	0.323	1,77	3,07	2,26	2,32	2,64
12	0,1988	0,339	1,23	2,94	2,46	2,52	2,64
13a	0,1988	0,373	1,15	2,97	2,51	2,56	2,64
b	0,1988	0,406	1,15	2,96	2,50	2,53	2,64
14	0,1988	0,514	1,36	2,78	2,23	2,25	2,64

Wandabstand, Reynoldssche Zahl, die Widerstandswerte nach den Theorien von Faxén, Lorentz und Stock und schließlich den experimentell gefundenen Widerstand. In der ersten und zweiten Gruppe der kleineren und mittleren Kugeln erweist sich die Faxénsche Theorie entschieden überlegen. In der dritten Gruppe der größeren Kugeln liegt Faxén zu hoch, die beiden anderen zu niedrig. Jedoch sind hier die Reynoldsschen Zahlen schon ziemlich hoch, so daß die Voraussetzungen der Theorie nicht mehr restlos erfüllt sind.

W. Schottky (Rostock), Vorführung eines neuen Lautsprechers. I. (Gekürzt vorgetragen.)

Der Apparat, den wir Ihnen vorführen wollen, ist der sogenannte Bandlautsprecher, der von Herrn E. Gerlach und mir im Zentrallaboratorium des Wernerwerks der Siemens & Halske-A.-G. entwickelt worden ist. Gestatten Sie, daß ich Ihnen zunächst über die Gedankengänge berichte, die uns zu dieser Konstruktion geführt haben; über den schwierigeren Teil unseres Weges, die praktische Durchbildung des

Digitized by Google

Apparates, wird dann Herr Gerlach einige Angaben machen.

Der Grundgedanke, von dem wir im Anfang unserer Versuche, im Herbst 1920, ausgingen, war der einer „luftleichten" Membran, einer Membran, die im wesentlichen nur auf Luft arbeiten sollte, bei der also sowohl die elastischen Kräfte wie die Massenträgheit kleiner sein sollte als die Reaktionskräfte, die die in Bewegung gesetzte Luft (bei freier Schallausbreitung) auf die Membran ausübt. Diese Forderung ist damals keineswegs zum erstenmal erhoben worden; wir erfahren z. B., daß schon während des Krieges von Prof. Gerdien ein elektrostatischer Lautsprecher nach diesem Gesichtspunkt konstruiert wurde, und ebenso ergibt sich diese Forderung aus den zunächst für Wasserschallapparate ausgeführten Untersuchungen von Hahnemann und Hecht. Was uns damals zu Versuchen in dieser Richtung veranlaßte, waren vor allem die schlechten Erfahrungen, die wir mit schweren Membranen gemacht hatten; mochten wir diese Membranen direkt oder unter Verwendung von Übertragungen, Resonanzböden, vielfachen Abstimmungen anregen, immer hatten wir mit starken Selektivitäten, Nachhallen, Oberschwingungen zu kämpfen, die sich bei dem frei strahlenden Lautsprecher noch viel unangenehmer bemerkbar machen als bei den ans Ohr gepreßten Telephonen.

Für die Verwirklichung des Prinzips der luftleichten Membran standen zwei Wege zur Verfügung, die den Vorteil der Einfachheit mit dem einer völlig gleichmäßig angreifenden Membrankraft verbanden. Gefordert wurden — wir kommen darauf noch zurück — Membrangewichte von einigen mg pro qcm, d. h. bei Verwendung von Metallfolien Dicken von der Größenordnung 5—10 μ. Solche Folien konnte man entweder in ein starkes elektrostatisches Feld bringen und durch abwechselnd positive und negative Aufladung hin und her bewegen (elektrostatisches Telephon) oder in einem starken Magnetfeld ausspannen und quer zur Richtung der Kraftlinien gleichmäßig von einem Wechselstrom durchfließen lassen. Für das erste Verfahren ergaben Rechnung und Versuch unter den bequem erreichbaren Bedingungen einen schlechteren Wirkungsgrad und geringere Grenzlautstärken als für das zweite; wir sind also durch eine Art von negativem Ausleseprozeß auf das Prinzip des Bandsprechers geführt worden, das sich dann auch, dank der von Herrn Gerlach geleisteten Entwicklungsarbeit, als brauchbar erwiesen hat.

Wenn ich mich jetzt der Theorie des stromdurchflossenen Bandes im Magnetfelde, der Theorie des Bandsprechers und Bandmikrophons, zuwende, so habe ich auch da früherer Versuche auf diesem Gebiet zu gedenken, die uns während unserer Entwicklungsarbeit an dem Apparat zur Kenntnis gekommen sind. Vor allem ist hier M. Reinganum in Freiburg zu nennen, der schon in der Physikalischen Zeitschrift 1910 ein „Folientelephon" beschreibt, das aus einem dünnen stromdurchflossenen Aluminiumblatt besteht, welches allseitig auf einem Rahmen aufgeklebt und in ein starkes Magnetfeld gebracht wurde. Kurz vor dem Kriege haben unabhängig von Reinganum die Herren H. Herrmann und W. Kunze in Halle für physiologische Versuche mit dem Prinzip gearbeitet und die Hintereinanderschaltung mehrerer stromdurchflossener Bänder zum Patent angemeldet[1]). die wichtigsten Vorzüge des Bandsprechers: sanftes Arbeiten, Fehlen ausgesprochener Eigenschwingungen, sind von Reinganum und diesen Autoren bereits richtig erkannt worden; die gute Wirksamkeit des Bandsprechers und Bandmikrophons ist aber doch an Bedingungen gebunden, die keineswegs allein mit den seither erzielten Fortschritten der Verstärkertechnik zusammenhängen. Diese Bedingungen, die zum Teil eine über unseren speziellen Apparat hinausgehende Bedeutung haben, möchte ich Ihnen jetzt kurz charakterisieren.

Es wurde schon bemerkt, daß es zur Erzielung eines möglichst guten und gleichmäßigen Wirkungsgrades notwendig ist, sowohl die elastischen Kräfte wie die Massenträgheit der benutzten Membran möglichst klein gegen die Reaktionskräfte der in Bewegung zu setzenden Luft zu machen. Es genügt also nicht, daß man etwa die Grundschwingung der Membran möglichst tief legt und dabei mit verhältnismäßig schweren Massen arbeitet; man muß vielmehr mit sehr leichten Massen arbeiten und die Eigenelastizität und die Spannung der Membran trotzdem so gering wählen, daß die Eigenschwingung bei tiefen Frequenzen liegt. Dies läßt sich durch geeignete Hilfsmittel (vgl. den folgenden Vortrag von Herrn E. Gerlach) erreichen; wir können also das Problem vereinfachen, indem wir die elastischen Kräfte überhaupt vernachlässigen und nur die Massenträgheit der Membran in Betracht ziehen. Dann ergibt sich für das Frequenzgebiet, in dem die Membran eine gute Wirksamkeit zeigt, eine obere und eine untere Grenze, die beide von ganz verschiedenen Faktoren abhängen.

Die obere Grenze der guten Wirksamkeit ist tatsächlich durch die Masse der Membran gegeben. Den anschaulichsten Ausdruck für

1) Auf diese letzteren Arbeiten hat in Innsbruck Herr Dr. Herrmann in der Diskussion hingewiesen.

Digitized by Google

die Rolle der Membranmasse erhält man, wenn man diese Membranmasse pro Oberflächeneinheit durch die Höhe einer äquivalenten über der Membran errichtet gedachten Luftsäule von 1 qcm Basis ausgedrückt denkt. Da 1 qcm Luft 1,3 mg wiegt, ist die äquivalente Luftlänge l_0 einer Membran gegeben durch:

$$l_0 = \frac{s \cdot d}{1{,}3 \cdot 10^{-3}} \text{ cm},$$

wobei s das spezifische Gewicht, d die Dicke der Membran in Zentimetern ist. Für eine Aluminiummembran von .5 μ Dicke ($s = 2{,}9$, $d = 5 \cdot 10^{-4}$ cm) wird beispielsweise $l_0 = \frac{2{,}9 \cdot 5 \cdot 10^{-4}}{1{,}3 \cdot 10^{-3}} = 1{,}1$ cm; für die Eisenmembran des normalen Fernhörers ergibt sich eine Äquivalentlänge von etwa 83 cm, für die des normalen Magnetlautsprechers sogar von etwa 250 cm. Diese Länge l_0 ist nun zu vergleichen mit der durch 2π dividierten Wellenlänge der zu übertragenden Frequenz, die wir, da sie ungefähr den Bereich wiedergibt, in dem in der fortschreitenden Welle die Amplitude noch als gleichphasig angesehen werden kann, als „Phasenlänge" der betreffenden Welle bezeichnen wollen; für diese mit l zu bezeichnende Phasenlänge gilt also:

$$l = \frac{\lambda}{2\pi}.$$

Die Regel, die die Wirksamkeit eines Membransprechapparates nach oben begrenzt, ist nun einfach die, daß der Apparat zu versagen beginnt für Frequenzen, für die $l < l_0$ ist. Nun hängt die Frequenz n mit der Phasenlänge l durch die Beziehung zusammen:

$$n = \frac{a}{2\pi l} \quad (a \text{ Schallgeschwindigkeit}) = \frac{5460}{l}.$$

Die oberen Grenzen der guten Wirksamkeit ergeben sich also für freistrahlende Membranen von der angegebenen Äquivalentenlänge zu etwa $n = 6000$, $n = 650$ und $n = 200$ Hertz. Aus dieser einfachen Überlegung geht hervor, daß hohe Töne, Konsonanten und Zischlaute nur von „luftleichten" Membranen im natürlichen Verhältnis zu den tieferen Tönen übertragen werden können[1]).

Die untere Grenze der Wirksamkeit eines frei ausstrahlenden Sprechapparates hängt jedoch von einer ganz anderen Größe ab, die wir als den Divergenzradius der Welle unmittelbar über der Membran bezeichnen möchten. Die Einführung dieses Maßes beruht auf dem Vergleich der von der Membran ausgehenden Schallausbreitung mit der einer Kugelwelle, die von einer pulsierenden kugelförmigen Membran ausgeht. In beiden Fällen kann man untersuchen, wie der für die Schallausbreitung in Frage kommende Querschnitt mit der Entfernung von der Membran zunimmt, und wenn innerhalb einer Phasenlänge Entfernung von der Membran dieses Ausbreitungsgesetz nicht allzu unregelmäßig ist, so kann man es durch eine einzige Konstante charakterisieren, nämlich eben den Radius der Kugel, die eine Welle mit gleicher Divergenz ausstrahlen würde.

Dieser Divergenzradius ist nun für Membranen, deren Abmessungen klein gegen die wiederzugebenden Wellenlängen sind und die nicht in Wände oder Trichter eingebaut sind, außerordentlich klein. Bei der in eine starre Wand eingebauten Kolbenmembran von mittlerer Größe hängt der Divergenzradius von der Frequenz ab; er zeigt für Wellenlängen, die mit den Membranabmessungen vergleichbar sind, unregelmäßige Schwankungen, um bei noch tieferen Frequenzen dann konstant zu werden. Für Membranen, die klein gegen die wiederzugebenden Wellenlängen sind, ist der einzige Weg, zu frequenzunabhängigen und genügend großen Divergenzradien zu gelangen, die Benutzung trichterförmiger Ansätze; die Membran muß auf dem Grunde eines Trichters, im engsten Anschluß an dessen Wände schwingen, wenn die Divergenz der Welle nicht zu groß, der Divergenzradius nicht zu klein werden soll.

Nach dieser „Transformation auf Kugelwellen" läßt sich die Bedeutung des Divergenzradius für die Wirksamkeit eines Schallapparates bei tiefen Frequenzen ohne weiteres aus der Theorie der Kugelwelle ableiten, wie sie 1916 von Hahnemann und Hecht formuliert wurde[1]). Die Wirksamkeit einer Kugelmembran beginnt bei Frequenzen zu versagen, bei denen die Phasenlänge l größer wird als der Divergenzradius R. Gut erreichbar sind mit kurzen Trichtern Divergenzradien 3—5 cm, mit Trichtern von Meterlängen 30 cm und darüber; frei gespannte Bändchen von 1 cm Breite würden dagegen, soweit man bei ihnen überhaupt von einer kugelartigen Ausbreitung sprechen kann, nur Divergenzradien von Bruchteilen eines Zentimeters haben.

1) Die bei schwereren Membranen verwendete Verengung der Schallführung unmittelbar vor der Membran vermag die Schwere der Membran allerdings bis zu einem gewissen Grade auszugleichen. Dadurch wird aber der Wirkungsgrad in anderen Bereichen herabgedrückt, der anzuwendende Trichter verengt, verlängert usw. Das absolute Optimum für einen großen Frequenzbereich liegt bei der luftleichten Membran.

1) Ich darf bemerken, daß wir selbst durch eine Korrespondenz mit Prof. Aigner-Wien sehr in der Durchdringung der maßgebenden akustischen Verhältnisse gefördert worden sind.

Digitized by Google

So sehen wir also das Gebiet, in dem ein Lautsprecher eine gute Wirksamkeit entfalten kann, von zwei Seiten bedroht; bei den tiefen Frequenzen ist es die Scylla des Divergenzradius, hei den hohen die Charybde der äquivalenten Phasenlänge der Membran. Der Lautsprecher gibt — bei im übrigen richtig gewählten Verhältnissen — das Gebiet $R > l > l_0$ gut und gleichmäßig wieder, darüber und darunter beginnt er, wenn auch zunächst noch nicht sehr rapide, zu versagen. Die Zahl der gut wiedergegebenen Oktaven ist also durch das Verhältnis $\frac{R}{l_0}$ gegeben; nehmen wir auf jeder Seite noch eine Oktave hinzu, so erhalten wir $p = \frac{\log R/l_0}{\log 2} + 2$ annähernd gleichmäßig wiedergegebene Oktaven[1]). Mit dem Bändchen läßt sich $l_0 = 1$ cm, $R = 10$ cm leicht erreichen, wir haben also hier wenigstens $p =$ ca. 5,5

Von den Schwierigkeiten, die die Verwendung sehr dünner Membranen in mechanischer Beziehung bietet, und die noch nicht vollständig überwunden sind, will ich hier nicht sprechen, und ebensowenig über das Problem, die elastischen Hemmungen einer solchen Membran genügend zu reduzieren; über die Maßnahmen, die speziell bei unserem Apparat angewandt worden sind, wird Herr Gerlach einiges angeben. Ich möchte nur noch kurz einiges über die theoretisch errechneten Wirkungsgrade sagen. Diese hängen natürlich nicht nur von der Umsetzung der an der Membran angreifenden Kraft in Schallbewegung ab, sondern auch noch von dem Grade, in dem es gelingt, eine gegebene elektrische Wechselstromenergie zu Kraftwirkungen auf die Membran nutzbar zu machen. Glücklicherweise lassen sich die Verhältnisse hier theoretisch vollkommen übersehen; man findet, daß es wesentlich der Widerstand des Bändchens und die Stärke des Magnetfeldes sind, welche den Wirkungsgrad bestimmen. Da die Masse des Bändchens mit der Dicke wächst, der Widerstand jedoch abnimmt, existiert ein Optimum für die Bändchendicke. Wählt man dieses, so ergeben sich unter Vernachlässigung von Reibungsverlusten bei unserem großen Elektromagnetapparat ($H = 10000$ Gauß) Wirkungsgrade von 40 Proz., linear 62 Proz. für ω 5000, und lineare Wirkungsgrade von 33 Proz, für ω 50000, 45 Proz. für $\omega = 270$. Bei Magnetfeldern von 3000 Gauß, wie wir sie bei den kleineren Apparaten mit Permanentmagnet zu erreichen hoffen, errechnet sich ein optimaler Wirkungsgrad von etwa 25 Proz. linear; für hohe Frequenzen fällt der lineare Wirkungsgrad auf etwa 10 Proz. ab. Gelänge es, diesen theoretisch möglichen Werten tatsächlich nahe zu kommen, so würde auch der Bandlautsprecher mit Permanentmagnet wirksam mit dem magnetischen Lautsprecher konkurrieren können.

Bezüglich der Verwendung des Bandsprechers als Aufnahmeapparat sei nur bemerkt, daß wir uns hier der endgültigen Lösung schon näher glauben, als bei der Verwendung des Apparates als Schallgeber, da gewisse Schwierigkeiten, die die Amplituden- und Haltbarkeitsfragen betreffen, hier nicht auftreten. Theoretische Gesichtspunkte, die den Wirkungsgrad eines Apparates als Aufnahme- und Sendeapparat zu vergleichen gestatten, sowie eine ausführlichere Theorie des Bändchenlautsprechers sollen in einer demnächst erscheinenden Veröffentlichung besprochen werden.

1) Durch die oben erwähnte Verengung der Schallführung läßt sich bei schweren Membranen, wo an sich meist $R << l_0$ ist, der Wert von p etwas verbessern.

E. Gerlach (Berlin-Siemensstadt), Vorführung eines neuen Lautsprechers. II.

Als Material für die Bänder des Bandlautsprechers und Mikrophons kommt eigentlich nur Aluminium, oder vielmehr einige der bekannten Aluminiumlegierungen mit erhöhten Festigkeitseigenschaften in Frage. Wir erhalten dann eine günstige Vereinigung folgender drei Eigenschaften:

1. Geringes Gewicht. (Spezifisches Gewicht etwa 2,9.)
2. Gute elektrische Leitfähigkeit (halb so gut wie Kupfer).
3. Verhältnismäßig hohe Zerreißfestigkeit.

Um nun die Nachgiebigkeit der Bänder weiterhin zu erhöhen, werden sie mit einer wellblechartigen Querriffelung versehen. Dadurch wird ferner erreicht, daß die Eigenschwingung der Bänder unhörbar tief gelegt wird, und daß das Band in der Querrichtung vollkommen stabil wird.

Zur Hervorbringung des Magnetfeldes kann man Permanentmagnete oder Elektromagnete verwenden, und zwar sowohl beim Mikrophon wie beim Lautsprecher.

Da die Lautstärke erheblich mit der Feldstärke ansteigt, so lohnt es sich (besonders beim Lautsprecher) recht kräftige Elektromagnete zu verwenden. Der große Lautsprecher, den Sie nacher hören werden, besitzt einen Elektromagneten mit etwa 200 Watt Erregerleistung. Er liefert ein Feld von über 10000 Gauß in einem Luftspalt von 10 Millimeter. Das Mikrophon besitzt einen kleinen Elektromagneten mit

Digitized by Google

etwa 4000 Gauß, der von dem Heizsammler der Verstärkerschaltung gespeist wird.

Es dürfte Sie interessieren, einige Zahlenangaben über die Bänder zu hören. Die wichtigsten sind in folgender Tabelle zusammengestellt:

	Lautsprecher	Mikrophon
Banddicke	10 μ	3 μ
Bandlänge	10 cm	7cm
Bandbreite	10 mm	3 mm
Gewicht	30 mg	2 mg
Widerstand	50 m Ohm	200 m Ohm
Strom	max. 10 Amp.	—
Spannung	max. 500 m Volt	5 μ Volt
Leistung	max. 5 Watt	—
Amplitude	max. 5 mm	0,1 μ

Die kleinen Ohmschen Widerstände der Bänder machen es nötig, Übertrager anzuwenden, wenn man Verstärkerröhren zwischenschalten will.

Diese Übertrager erhalten ein verhältnismäßig hohes Übersetzungverhältnis, z. B. 1 : 500. Dieses hohe Übersetzungsverhältnis ist natürlich an sich kein Nachteil, sondern eher ein Vorteil, weil die aus dickem Kupfer bestehende Primärwicklung relativ weniger Wickelraumverlust durch Isolation aufweist. Durch Übertrager können auf zwei verschiedene Weisen Verzerrungen hervorgebracht werden, nämlich einmal durch ihre Eigenschwingung. Wählt man die Wickeldaten so, daß diese Übertrager-Eigenschwingung unhörbar hoch liegt, so ist diese Art von Verzerrung praktisch nicht mehr merklich. Weiterhin kann eine Sprachverzerrung entstehen durch falsche Anpassung der Übertrager. Wählt man aber die Wicklungen beispielsweise beim Mikrophonübertrager so, daß der Widerstand des Übertragers bei allen Frequenzen groß ist gegen den Generatorwiderstand, so ist praktisch immer die Klemmenspannung gleich der elektromotorischen Kraft, d. h. es liegt immer die volle Generatorspannung an den Primärklemmen des Transformators und es erscheint somit die mit dem Übersetzungsverhältnis multiplizierte Spannung an den Sekundärklemmen, d. h. am Gitter des ersten Rohres.

Die Verstärkerschaltung besteht aus sechs Rohren in Reihe. Sie ist eine sogenannte Widerstands-Kapazitäts-Kopplungsschaltung, d. h. die Spannungsschwankungen an den Anoden werden hervorgebracht durch den frequenzunabhängigen Spannungsabfall in Ohmschen Widerständen und von einem Rohr auf das andere übertragen ebenfalls frequenzunabhängig durch Blockkondensatoren.

Es folgt Vorführung einer Apparatur, bestehend aus Bandmikrophon, Verstärkerschaltung und Bandlautsprecher, und zwar wird zunächst ein Elektromagnet- und ein Permanentmagnet-Bandsprecher im Hörsaal vorgeführt mit Sprache, Streichinstrumenten und verschiedenen Geräuschen; zum Schluß wird von außen Piston aus 80 m Entfernung mittels Lautsprecher mit Trichter wiedergegeben.

Innsbruck, am 25. September 1924.

Reinhold Fürth (Prag), Dielektrizitätskonstanten guter Leiter.

Die Bestimmung der DEK. guter Leiter ist mit großen experimentellen Schwierigkeiten verbunden. Es gibt im wesentlichen zwei Methoden, die in verschiedenen Modifikationen meist angewendet werden.

Die erste, die man als Kapazitätsmethode bezeichnen kann, besteht darin, daß ein Kondensator mit der Substanz als Dielektrikum gefüllt und seine Kapazität gemessen wird. Ist die Substanz ein Leiter, so entlädt sich der Kondensator umso rascher, je größer ihre Leitfähigkeit ist, und man ist daher genötigt, mit Schwingungen zu arbeiten, die so rasch erfolgen müssen, daß sich der Kondensator während einer Periode nur wenig entlädt, also mit umso rascheren Schwingungen, oder umso kürzeren Wellen, je größer die Leitfähigkeit ist. Nun weiß man jedoch, daß die DEK. eine Funktion der Schwingungszahl ist, es gibt im allgemeinen eine Dispersion auch im Gebiete der langen, elektrischen Wellen, und gerade die Abhängigkeit der DEK. von der Wellenlänge, die Gestalt der Dispersionskurve ist von besonderem physikalischen Interesse, da sich aus ihr in bezug auf die molekulare Konstitution der Substanz Schlüsse ziehen lassen. Infolge des oben erwähnten Umstandes ist man bei der Kapazitätsmethode an eine obere Grenze der Wellenlänge gebunden, und die Aufnahme der ganzen Dispersionskurve also unmöglich.

Die zweite Methode kann als Kraftwirkungsmethode bezeichnet werden. Sie beruht darauf, daß man die Kräfte zur Messung bringt, die in einem elektrischen Felde auf die Grenzflächen zwischen den das Feld erfüllenden Substanzen ausgeübt werden. Auch hier stößt man bei leitfähigen Substanzen auf eine große Schwierigkeit. In diesem Falle nämlich wird sich gleichzeitig mit dem elektrischen Feld auch ein stationäres Stromfeld ausbilden, und dieses wieder bewirkt, daß an den Grenzflächen von denen oben die Rede war, freie Ladungen entstehen. Die zu messenden Kräfte hängen dann einerseits von dem Kraftlinienverlauf im Felde,

Digitized by Google

andererseits von der Verteilung dieser freien Ladungen ab, so daß das Problem im allgemeinen recht unübersichtlich wird und nur dann zu einer einwandfreien Meßmethode für die DEK. herangezogen werden kann, wenn es sich vollständig durchrechnen läßt. Dies begegnet aber im allgemeinen unüberwindlichen mathematischen Schwierigkeiten.

Vor kurzem habe ich nun gezeigt[1]), daß man in einem bestimmten Spezialfall das Problem mathematisch vollkommen durchrechnen kann, und so zu einer Methode zur Bestimmung der DEK. beliebig leitfähiger Substanzen gelangt. Das Prinzip der Methode besteht in folgendem: die zu untersuchende, flüssige Substanz mit der DEK. ε_0 und der Leitfähigkeit σ_0 wird zwischen zwei parallele, vertikale Metallplatten gebracht, an die man ein konstantes oder ein Wechsel-Potential anlegt. Inmitten des Raumes zwischen diesen Platten schwebt, an einem Torsionsfaden aufgehängt, ein aus einer festen Substanz mit der DEK. ε und der Leitfähigkeit σ hergestelltes Rotationsellipsoid, am besten ein abgeplattetes, so, daß die Rotationsachse horizontal steht und mit der Ebene der Platten einen Winkel von 45^0 einschließt. Beim Anlegen des Feldes wird auf das Ellipsoid ein Drehmoment ausgeübt, derart, daß sich die Achse beim abgeplatteten Ellipsoid zu den Platten parallel zu stellen sucht, und dieses kann durch Messung der Torsion des Fadens leicht gemessen werden. In der zitierten Arbeit wurde nun für dieses Drehmoment eine Formel abgeleitet, die außer der Feldstärke und den geometrischen Abmessungen des Ellipsoids nur das Verhältnis der beiden Leitfähigkeiten σ/σ_0 und die DEK. der Flüssigkeit ε_0 enthält. Da sich nun das erstere leicht bestimmen läßt, bleibt als einzige unbekannte Größe ε_0 übrig, die also auf diese Weise zur Messung gelangt. Die Größe ε fällt bemerkenswerterweise heraus.

Diese Tatsache und ferner der Umstand, daß man die beiden Leitfähigkeiten in der Endformel quantitativ in Evidenz setzen kann, sind gerade darauf zurückzuführen, daß der Aufhängekörper die Form eines Ellipsoids hat, und es ist daher bei der Anwendung der Methode strenge darauf zu achten, daß diese Form so genau wie möglich eingehalten wird. Die Methode stellt daher einen wesentlichen Fortschritt gegenüber ähnlichen, schon früher benutzten Methoden dar[2]), die als Aufhängekörper kein Ellipsoid benutzen, da bei diesen weder der Einfluß der Leitfähigkeit noch der der DEK. des Aufhängekörpers abgeschätzt werden kann.

Da ferner in die Endformel die Potentialdifferenz zwischen den Platten nur mit ihrem Quadrat eingeht, ist der Ausschlag unabhängig von dessen Vorzeichen und es können daher die Messungen auch mit Wechselfeldern und zwar von beliebiger Schwingungszahl ausgeführt werden, d. h. es kann die ganze Dispersionskurve aufgenommen werden, was, wie eingangs hervorgehoben wurde, zu fordern ist.

Vorläufige Versuche mit dieser Methode wurden nun in jüngster Zeit im Institut für theoretische Physik der deutschen Universität in Prag von mir angestellt. Es wurde hierbei ein abgeplattetes Ellipsoid aus Nickel verwendet, mit einem Achsenverhältnis 1:20, das an einem dünnen Quarzfaden aufgehängt war. Die Verdrehungen desselben wurden mit Spiegel und Skala abgelesen. Das Spiegelchen ragte aus der Flüssigkeit heraus und war mit dem Ellipsoid durch eine dünne Glaskapillare starr verbunden. An die Platten wurde ein variables und mit dem Voltmeter ablesbares Wechselpotential von 50 Per. pro Sek. angelegt.

Um die Zuverlässigkeit der Methode zu erproben, wurden zunächst folgende Messungen angestellt:

1. Wurde die DEK. des Wassers bestimmt, im Verhältnis zu Luft, wobei sich dieselbe für destilliertes und Leitungs-Wasser als identisch herausstellte und zwar zwischen $\varepsilon = 76$ und $\varepsilon = 82$, was also innerhalb der Versuchsfelder mit den bereits bekannten Werten übereinstimmt.

2. Wurde die DEK. von Rohrzuckerlösungen in Abhängigkeit von der Konzentration gemessen, wobei sich folgende Werte ergaben:

Rohrzuckerlösung in Wasser.

Konz.	ε
20 Proz.	71
40 „	61,5
60 „	53

Diese Werte sind in fast vollständiger Übereinstimmung mit Werten, die nach der Drudeschen Methode mit Wellen von ca. 70 cm Länge von mir früher erhalten wurden[1]), so daß man sieht, daß diese Substanzen im Gebiete der langen elektrischen Wellen zwischen 10000 km und 70 cm Wellenlänge keine nennenswerte Dispersion aufweisen.

Nachdem so die Brauchbarkeit der Methode

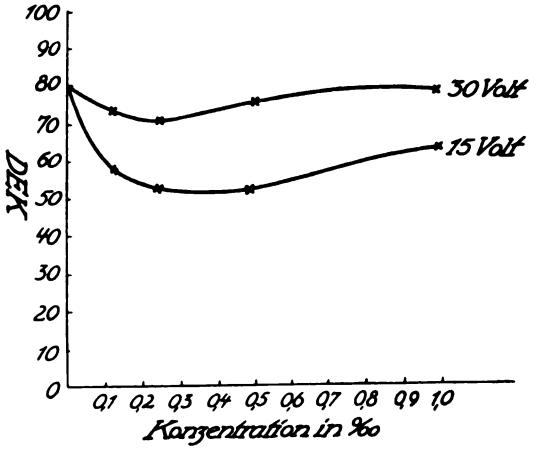
1) U. a. F. J. Smale, Ann. d. Phys. **60**, 625, 1897.
2) R. Fürth, Zeitschr. f. Phys. **22**, 98, 1924.

1) R. Fürth, Ann. d. Phys. **70**, 63, 1923.

Digitized by Google

geprüft war, wurde versucht, DEK. von Elektrolytlösungen zu bestimmen. Die DEK. der wäßrigen Elektrolytlösungen sind bis jetzt nur sehr selten untersucht worden und es liegen einander widersprechende Ergebnisse vor. Während eine Reihe von Autoren eine Erhöhung der DEK. des Wassers durch Lösung eines Elektrolyten beobachtet[1]), bekommen andere eine Erniedrigung[2]) und eine dritte Gruppe behauptet, daß die DEK. der Lösung sich von der des Wassers überhaupt nicht wesentlich unterscheidet[3]).

Bisher wurden Versuche von mir nur an *NaCl*-Lösungen gemacht und zwar in Abhängigkeit von der Konzentration bis zu 1 Promille *NaCl* in Wasser. Höhere Konzentrationen zu messen gelang bisher nicht, da dann durch die schon recht starken Ströme, die durch die Lösung hindurchgehen, Gasentwicklung an den Elektroden und Konvektionsströme durch Erwärmung auftreten, die eine ruhige Ablesung nicht mehr zulassen. Bis zu diesen Konzentrationen jedoch gelingen die Messungen ohne Schwierigkeiten. Spätere Versuche werden durch geeignete Maßnahmen diese Fehlerquellen vermeiden, so daß man zu größeren Konzentrationen vordringen wird.



Die Messungen wurden bei zwei Spannungen, nämlich 15 Volt und 30 Volt effektiv ausgeführt und hatten das durch die Figur dargestellte Ergebnis. Man sieht, daß die DEK. des Wassers durch das *NaCl* zunächst bei kleinen Konzentrationen erniedrigt, dann jedoch wieder erhöht wird und bei größeren Konzentrationen den Ausgangswert wahrscheinlich überschreiten wird. Man sieht ferner, daß die für die zwei Spannungen gemessenen DEK. nicht miteinander übereinstimmen und daß das Minimum für sie nicht an derselben Stelle liegt.

Diese Erscheinung bietet möglicherweise eine Erklärung dafür, warum wie oben erwähnt, in der Literatur betreffend DEK. von Elektrolytlösungen so widersprechende Angaben vorliegen. Es kommt eben darauf an, mit welcher Spannung der betreffende Experimentator gearbeitet hat, ob er Erhöhung, Erniedrigung, oder keine Veränderung gegenüber der DEK. des Wassers beobachtet hat.

Obzwar es nicht ganz ausgeschlossen ist, daß Polarisationseffekte noch mitgespielt haben könnten, scheint doch dieses Verhalten, wie es durch die Figur dargestellt wird, theoretisch mit unseren derzeitigen Vorstellungen in recht gutem Einklang zu sein. Was zunächst die anfängliche Erniedrigung anlangt, so hat in letzter Zeit Herr Blüh[1]) darauf hingewiesen, daß diese nach der Dipoltheorie zu erwarten ist. Bei geringen Konzentrationen nämlich ist das Salz vollkommen dissoziiert und die Ionen werden in ihrer Umgebung die Dipole des Wassers kräftig richten, so daß sie sich durch das äußere Feld nicht einstellen können. Die Gebiete um die Ionen herum gehen also für die Polarisation durch das äußere Feld verloren und das heißt nichts anderes, als daß die DEK. der Lösung mit der Konzentration abnimmt. Es ist nun ohne weiteres klar, daß dieser Effekt um so mehr in Erscheinung treten muß, je schwächer das äußere Feld ist, was mit den Beobachtungen im Einklange steht.

Bei weiterer Erhöhung der Konzentration nun geht aber die Dissoziation zurück, es bilden sich Dipole von *Na* und *Cl*, in deren Umgebung einerseits der oben erwähnte Richteffekt der Wasserdipole verschwindet, andererseits werden diese Dipole nunmehr selbst im Felde gerichtet, wodurch der entgegengesetzte Effekt zustandekommt, die DEK. nimmt wieder zu. Weitere Versuche werden über die Richtigkeit oder Unrichtigkeit dieser Hypothese zu entscheiden haben.

Die Versuche sollen in nächster Zeit auf andere Elektrolyte bis zu höheren Konzentrationen und bei veränderter Wechselzahl ausgedehnt werden und es soll ferner versucht werden, die DEK. eines flüssigen Metalles, z. B. des Quecksilbers, zu messen, was im Prinzipe mit dieser Methode durchführbar sein müßte.

1) W. Nernst, Ann. d. Phys. **60**, 612, 1897, F. J. Smale, Ann. d. Phys. **60**, 625, 1897.

2) Lattey, Phil. Mag. **41**, 829, 1921; Sommer, Unveröffentlichte Berliner Dissertation.

3) P. Drude, Zeitschr. f. phys. Chem. **23**, 267, 1897; A. de Forest-Palmer, Phys. Rev. **14**, 38, 1902.

1) O. Blüh, Zeitschr. f. Phys. **25**, 220, 1924.

Digitized by Google

Diskussion.

Herr Busch: Ich möchte mir eine Frage zur Meßmethode gestatten. Es ist ja ein sehr auffallendes Ergebnis, daß das Drehmoment nach den Rechnungen des Herrn Vortragenden sich zwar abhängig von der Leitfähigkeit aber unabhängig von der Dielektrizitätskonstante des Ellipsoids ergibt, während man doch sonst gewohnt ist, daß bei derartigen Problemen die Dielektrizitätskonstante ε stets in der Verbindung $\sqrt{(4\pi\sigma)^2+\omega^2\varepsilon^2}$ (bzw. $4\pi\sigma+j\omega\varepsilon$) auftritt ($\sigma$ = Leitfähigkeit, ω = Kreisfrequenz). Ich möchte nun fragen: 1. Gilt dieses Ergebnis streng unter beliebigen Versuchsbedingungen oder ist es nur als Annäherung zu betrachten? 2. Könnte der Herr Vortragende vielleicht mit wenigen Worten erklären oder plausibel machen, wie die Unabhängigkeit des Drehmoments von der Dielektrizitätskonstante des Ellipsoids herauskommt?

Nachtrag bei der Niederschrift: Ich habe inzwischen nach Durchsicht der früheren Arbeit des Herrn Vortragenden (Zeitschr. f. Phys. **22**, 98, 1924) festgestellt, daß darin meine erste Frage von Herrn Fürth selbst dahin beantwortet wird, daß bei Messungen mit Wechselspannung, die ja praktisch fast ausschließlich in Frage kommen, die Fürthschen Formeln nur als Näherungen anzusehen sind, die nur unterhalb einer gewissen Grenzfrequenz mit genügender Genauigkeit gelten. Es wäre im Interesse der praktischen Brauchbarkeit der Methode erwünscht, wenn der Herr Vortragende die Formel für diese Grenzfrequenz mitteilen würde, unterhalb deren die Messung, sagen wir auf 1 Proz. genaue Resultate liefert.

Herr Fürth: Die angegebene Formel für die Dielektrizitätskonstante gilt streng unter der Voraussetzung, daß Strom und Spannung im ganzen Feld, d. h. zwischen den Platten stationär ist. Bei Verwendung von Wechselstrom ist diese Voraussetzung streng genommen nicht mehr erfüllbar, in diesem Falle also gilt die besagte Formel nur angenähert. Diese Annäherung ist aber praktisch unter allen Umständen ausgezeichnet, wenn man den Strom und Spannungsverlauf als „quasistationär" ansehen kann, d. h. solange die Wellenlänge der verwendeten elektrischen Schwingung groß ist gegen die Abmessungen der Apparatur. Dadurch ist also eine obere Grenze für die Frequenz festgelegt.

Eine ganz rohe Abschätzung würde etwa so lauten: Die Messung ist auf 1 Proz. genau, wenn die Plattendistanz 1 Proz. der Wellenlänge ausmacht, d. i. bei meinen Versuchen eine Wellenlänge von etwa 4 m. Praktisch ist man also, da man mit der Wellenlänge fast stets über 100 m bleibt, berechtigt, die Formel als genau gültig in allen Fällen anzusehen.

Die Unabhängigkeit des Drehmomentes von der Dielektrizitätskonstante des Aufhängekörpers kommt dadurch zustande, daß die Maxwellschen Spannungen, die an dem Ellipsoid angreifen, sich aus zwei Teilen, den äußeren und den inneren, zusammensetzen und daß bei der Integration über die inneren Spannungen aus Symmetriegründen die letzteren herausfallen. Dies ist aber nur dann der Fall, wenn das elektrische Feld im Innern des Körpers homogen ist und dies trifft nur beim Ellipsoid zu, sonst aber nicht.

Bei jeder anderen Form des Aufhängekörpers ist also auch Abhängigkeit von der Dielektrizitätskonstante des Körpers da; das trifft z. B. auch auf die nach einer ähnlichen Methode früher von Smale auf Anregung von Nernst unternommenen Versuche zu, die auch in der Tat von den aus anderen Methoden sich ergebenden Werten der Dielektrizitätskonstante von Elektrolytlösungen abweichen.

Herr Zahn: Ich habe ebenfalls Messungen der Dielektrizitätskonstante gutleitender Elektrolytlösungen vorgenommen, und zwar nach der Kondensatormethode bei Anwendung von Wechselströmen hoher Frequenz ($n = 10^6$). Die Kapazität eines schwingungsfähigen Systems bestand aus einem Luftkondensator mit einem in Reihe geschalteten Elektrolytkondensator; Frequenzänderungen beim Einfüllen verschiedener Lösungen wurden mittels der Überlagerungsmethode nachgewiesen. Auf diese Weise wurde allerdings nicht der absolute Wert von Dielektrizitätskonstanten, sondern die Differenz von Dielektrizitätskonstanten verschiedener Lösungen gleichen Leitvermögens bestimmt. Es ließ sich z. B. nachweisen, daß Lithiumchloridlösungen eine niedigere Dielektrizitätskonstante besitzen als Natriumchloridlösungen gleicher Leitfähigkeit.

H. Bongards (Göttingen), Messungen des Gehalts der Luft an radioaktiven Zerfallsprodukten vom Flugzeug aus.

Ergebnisse von Messungen des Gehalts der Luft an radioaktiven Zerfallsprodukten in größeren Höhen der freien Atmosphäre sind bisher nicht bekannt geworden. Bei der großen Bedeutung, welche den radioaktiven Stoffen für die Ionisation der Luft zukommt, ist die Kenntnis ihrer Verteilung in der Atmosphäre besonders wünschenswert. Bereits im Jahre 1919 habe ich den Vorschlag gemacht, Messungen dieser Art vom Flugzeug aus vorzu-

Digitized by Google

nehmen und habe eine Zusammenstellung von Apparaten beschrieben, mittels deren eine Methode, die von Gerdien und Mache und Rimmer angegeben war, den besonderen Bedingungen im Flugzeug angepaßt wird. Bei dieser Methode wird ein meßbares Luftquantum durch einen Zylinderkondensator getrieben, in dem ein so starkes elektrisches Feld hergestellt wird, daß alle geladenen Teilchen an einer Elektrode niedergeschlagen werden. Da ein gewisser Prozentsatz der Teilchen von *Ra-A* positive Ladung trägt, so kann man durch Beobachtung des Spannungsabfalls, den die negative Elektrode nach Beendigung der Aktivierung in der Ionsationskammer eines Elektrometers hervorruft, den Emanationsgehalt der Luft berechnen.

Die Ausführung der Messungen gelang erst in diesem Jahre in den Monaten Juli bis September, nachdem die Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft die Mittel für den Bau der Zylinderkondensatoren zur Verfügung gestellt hatte. Während die Apparate im Bau waren, teilte mir Herr Abbot mit, daß in den Monaten Juli bis September die Smithsonian Institution in Washington. Strahlungs- und Ozongehaltsmessungen aus höheren Luftschichten erhalten würde, und regte an, zu gleicher Zeit in Deutschland Messungen der Luftaktivität zu machen. Ein Freund der Smithsonian Institution stellte die erforderlichen Mittel zur Verfügung. Die Unterstützung des Unternehmens ließen sich besonders angelegen sein: das Preuß. Aeronautische Observatorium Lindenberg, die Versuchsanstalt der Deutschen Seewarte, das Geophysikalische Institut der Universität Göttingen und das Preuß. Meteorologische Observatorium Potsdam.

Am 18. Juli konnte vom Flugplatz Staaken aus mit einem Flugzeug des Observatoriums Lindenberg der erste Aufstieg unternommen werden. Hierbei ergab sich die Notwendigkeit eines Umbaus der Apparatur, der den Transport der Apparate nach Hamburg bedingte. Da es sich in der Folge herausstellte, daß die fortdauernde Überwachung der Apparate durch einen Mechaniker erforderlich war, so wurden die weiteren Aufstiege vom Flugplatz Fuhlsbüttel bei Hamburg aus unternommen. Leider waren noch während der Übersiedelung nach Fuhlsbüttel die Flugzeuge der Deutschen Seewarte betriebsunklar geworden. Da stellte die Firma Bäumer-Aero in Hamburg entgegenkommenderweise eines ihrer Flugzeuge zur Verfügung, das sich für die vorliegende Aufgabe, namentlich was die Steigfähigkeit anlangt, als besonders geeignet erwies.

Die Apparatur sah in ihrer endgültigen Form folgendermaßen aus: den Zylinderkondensator bildete ein Rohr von 12 cm Durchmesser, das aus drei Teilen von 40, 40 und 80 cm Länge bestand, in dessen Achse ein Messingdraht von 1 mm Durchmesser und 120 cm Länge isoliert so gespannt war, daß der vordere 40 cm lange Teil des Rohrs feldfrei blieb. Am hinteren Teile des Rohrs war ein Flügelrad mit Zähler angebracht, der das Luftquantum maß, das durch das Rohr hindurchging. Dieses Rohr wurde unter dem Rumpf des Flugzeugs befestigt. Das Zählwerk des Flügelrades war so angeordnet, daß es mit einem Drahtauslöser (Bowden-Zug) vom Sitz des Flugzeuges aus ein- und ausgeschaltet werden konnte. Im Sitz des Flugzeuges befand sich ferner ein Kasten, in dem die Apparate zur Erzeugung der Hochspannung sich befanden. Diese Apparate waren von den Physikalischen Werkstätten in Göttingen nach meinen Angaben hergestellt worden und bestanden aus einem kleinen Funkeninduktorium, das durch eine fünfzellige Batterie von Nickel-Eisen-Akkumulatoren betrieben wurde. Ein Holtzsches Ventilrohr unterdrückte den Schließungsstrom, so daß an den beiden Klemmen des Kastens praktisch eine Gleichspannung von 5—7000 Volt herrschte. Diese Spannung konnte während des Flugs mit einem Papierblatt-Elektrometer nach einem Vorschlag von Herrn Krönke kontrolliert werden, das außen auf dem Kasten angebracht war. Außerdem gestattete ein Amperemeter den Primärstrom zu überwachen. Die negative Klemme war durch den Drahtauslöser des Zählwerks mit dem äußeren Rohr des Zylinderkondensators verbunden, das Flugzeugschluß hatte. Die positive Klemme war durch ein Hochspannungskabel mittels einer bernsteinisolierten Klemme an den Innendraht angeschlossen. Ein Drehschalter gestattete die bequeme Ein- und Ausschaltung der Spannung. Diese Apparatur wurde im Sitz des Flugzeugs dem Beobachter gegenüber angebracht und hat sich durchaus bewährt. Zwar wäre eine Hochspannungsbatterie vielleicht bequemer und zuverlässiger gewesen, aber es ist mir bisher keine Ausführung in den erforderlichen geringen Abmessungen und Gewichtsgrenzen bekannt geworden, so daß sie im Flugzeug verwendbar wäre. Außer der elektrischen Apparatur wurde von der Versuchsanstalt der Seewarte bei allen Flügen ein Meterorograph eingebaut, der eine Registrierung von Druck, Temperatur und relativer Feuchtigkeit lieferte.

Die Aufstiege vollzogen sich nun in folgender Weise: das Flugzeug wurde in möglichst

Digitized by Google

schnellem Steigen auf eine Höhe von 3000 m gebracht. Hier wurde die Spannung angelegt und gleichzeitig das Zählwerk des Flügelrades eingeschaltet. Von nun ab wurde jede schnelle Höhenänderung eine Stunde lang vermieden, während welcher Zeit der Zylinder aktiviert wurde. Ein Vorversuch hatte ergeben, daß der Zylinder nach einem Flug von $1^1/_2$ Stunden Dauer keinerlei Aktivität zeigte, wenn keine Spannung angelegt wurde. Während dieser Stunde durchmaß das Flugzeug in langsamem Steigen die Schicht von etwa 3000—4500 m. Nach Beendigung der Stunde wurde die Spannung abgenommen und das Zählwerk ausgeschaltet, worauf möglichst schnell zur Landung geschritten wurde. So konnte im allgemeinen schon 20 bis 30 Minuten nach Beendigung der Exposition der durch den radioaktiven Niederschlag hervorgerufene Spannungsabfall an einem Wulfschen Zweifadenelektrometer gemessen werden. Dabei dienten die drei Teile des äußeren Rohrs mit einem aufgesetzten Deckel auf dem Teller des Elektrometers als Außenwand der Ionisierungskammer.

Es wurden insgesamt 26 Flüge ausgeführt. Namentlich im letzten Teil der Beobachtungsperiode machte das andauernd schlechte Wetter die Flüge unmöglich, da das Durchfliegen einer stärkeren Wolkendecke ohne einen zuverlässigen Neigungsmesser bei der Eigenart des verwendeten Flugzeugs zu gefährlich war.

Einiges von den Ergebnissen der Aufstiege kann ich jetzt schon, allerdings mit allem Vorbehalt, berichten, da die Auswertung der Beobachtungsdaten so kurze Zeit nach Beendigung der Messungen naturgemäß noch nicht weit fortgeschritten ist.

Durchweg bei allen Messungen scheint sich auf dem mittleren Zylinder der stärkste Niederschlag zu befinden. Ich habe daher die Abklingungskurven für diesen Teil des Kondensators von 11 Flügen, die während der Zeit vom 20. August bis 4. September d. J. stattfanden, ausgewertet und nach einer von H. W. Schmidt gegebenen Tabelle den Anfangswert der Aktivität extrapoliert. Als Maß für die Aktivität ist in der Tabelle als ε der Sättigungsstrom in statischen Einheiten eingetragen, den die im cm^3 erhaltenen Atome des *Ra-A* von der entsprechenden Beweglichkeit allein liefern. In dieser Reihe heben sich gleich auf den ersten Blick zwei Gruppen von Werten scharf voneinander ab. In dem ersten Teil finden sich Werte, die nur etwa den zehnten bis hundertsten Teil derjenigen betragen, die in der Nähe des Bodens von Gerdien, Kohlrausch, Kurz, Heß und Schrödinger gemessen worden sind. Nach dem 1. September dagegen finden wir Werte, die in der Größe etwa den am Boden gemessenen entsprechen. In der letzten Spalte sind einige Ergebnisse der gleichzeitigen Messungen am Boden eingetragen, die Herr Brandt am Geophysikalischen Institut in Göttingen gemacht hat. Es sind zunächst nur die Werte für den Spannungsabfall pro Stunde, da die Auswertung noch nicht weit genug fortgeschritten ist. Wir sehen aber in diesen Werten einen ganz ähnlichen Gang, wie in den Flugzeugmessungen, nur daß die Maxima sich hier um ein bis zwei Tage verspäten.

Datum	$\varepsilon \times 10^{11}$	t (3600 m)	ΔV (Boden)
20. Aug.	0,099	— 12,2	29
21. „	0,10	— 12,0	23
22. „	0,16	— 10,2	—
23. „	0,27	— 8,6	—
26. „	0,37	— 8,4	42
28. „	0 25	— 9,0	48
29. „	0 46	— 7,4	—
30. „	0,15	— 9.3	30
1. Sept.	6,67	— 5,8	32
2. „	1,21	— 6,6	58
3. „	—	—	55
4. „	0,78	— 4,8	30

In der mittleren Spalte habe ich die gleichzeitig in 3600 m Höhe gemessenen Temperaturen eingetragen. Der Gang der Temperatur in dieser Höhe erweist sich, wenn man von dem Einzelwert am 4. September absieht, als völlig gleichsinnig dem der Aktivität. Andeutungen für einen derartigen gleichsinnigen Gang von Temperatur und Aktivität habe ich schon in früheren Messungen an Drachendrähten gefunden, und diese Andeutungen brachten mich zu der Vermutung, daß die in den höheren Luftschichten enthaltenen radioaktiven Stoffe durch eine Atomstrahlung von der Sonne in die Atmosphäre transportiert würden. Eine Stütze fand diese Vermutung in einem Vergleich der damaligen Beobachtungen mit gleichzeitigen Messungen in Manila, die einen überraschend übereinstimmenden Verlauf zeigten. Der in der diesjährigen Beobachtungsreihe sich zeigende gleichsinnige Gang der Aktivität und der Temperatur deutet erneut auf die Beziehung zu einer Strahlung, da die beim Zerfall frei werdende Wärme nicht für derartige Temperaturänderungen in Betracht kommt. Schließlich zeigten auch in diesem Jahr wieder einzelne Abklingungskurven Anzeichen von Thorium, doch muß es noch dahingestellt bleiben, ob bei der nicht ganz ausreichenden Empfindlichkeit der Meßmethode dieser Thoriumanteil quantitativ einwandfrei festgestellt werden kann. Unter den Beobachtungsergebnissen des Jahres 1913 fand sich eine Abklingungs-

Digitized by Google

kurve, die besonders deutlich das Vorhandensein von Thorium zeigt. Da die Thoriumemanation, die als Gas allein für einen Transport von der Erde in die Luft in Frage kommt, nur eine mittlere Lebensdauer von 79 Sek. hat, so würde der einwandfreie Nachweis von Thorium in größeren Höhen schon allein die außerirdische Herkunft dieser Substanz nachweisen.

Es ist zu erwarten, daß die endgültige Bearbeitung der Messungen und ihre Vergleichung mit den Ergebnissen der Strahlungsmessungen in Amerika interessante Aufschlüsse geben wird, und ich möchte zum Schluß der Hoffnung Ausdruck geben, daß derartige Messungen noch weiter fortgesetzt werden. Bisher hat man der dauernden Beobachtung radioaktiver Stoffe in der Atmosphäre auch in der Nähe des Bodens an den meisten Observatorien merkwürdig wenig Beachtung geschenkt.

V. Oberguggenberger (Innsbruck), Erdstrombeobachtungen im Gebirge.

Der Zweck der Arbeit war, das zur Zeit noch sehr dürftige Beobachtungsmaterial, das uns über das Wesen des vertikalen Erdstroms Aufschluß geben soll, nach gewissen Richtungen hin zu erweitern. Es sollte Größe und Richtung der E. K. des Erdstroms in ihrer Abhängigkeit von der Höhendifferenz der Elektroden in möglichst allen Azimuten beobachtet, ferner der Einfluß meteorol. Faktoren, wie auch der Einfluß der Fehlerquellen der Meßanordnung untersucht werden.

Die Meßanordnung besteht darin, daß zwei gut gereinigte oxydierte Eisenplatten von möglichst gleichartiger Beschaffenheit in größerer Entfernung voneinander in möglichst homogenes Erdreich versenkt, und durch eine Leitung verbunden werden. In diese Leitung wurde nun das Meßinstrument eingeschaltet. Als solches benutzte ich ein tragbares Drehspulengalvanometer von Hartmann und Braun mit einer Empfindlichkeit von $3 \cdot 10^{-6}$ Amp./Skalenteil. Die E. K. des Erdstr. wurde nach einer Kompensationsmethode bestimmt.

Die Beobachtungen und Resultate.

Nach einer Reihe von Vorversuchen, die für die Wahl des Instrumentes und die Methode der Beobachtung maßgebend waren, wurden Messungen an der neuerbauten Hochspannungsleitung von St. Anton nach St. Christoph am Arlberg durchgeführt. Richtung der Leitung Ost—West; Länge 3123 m; Höhendifferenz der Erdplatten 532 m. Resultat $e =$ 0,1040 Volt pro km Leiterlänge (unter der Annahme der Proportionalität zwischen E. K. des Erdstroms und Plattendistanz, welche Annahme von mir bei mehreren Gelegenheiten nachgeprüft wurde). Durch Abänderung der Meßanordnung wurde festgestellt, daß die gemessene E. K. unabhängig ist von den Größenverhältnissen der verwendeten Elektroden, des weitern, daß die Verwendung verschiedener Erden, wie auch verschiedener Eisensorten das Resultat in keiner Weise beeinflußt.

Analoge Versuche wurden auch an der Rauchschen Bahn in Mühlau bei Innsbruck, deren Fahrdraht mir durch einen Monat lang zur Verfügung stand, und an selbstverlegten kurzen Leitungen durchgeführt. Es ergab sich dabei folgendes: Bei Beobachtungen in geneigten Leitern von über 100 m Länge ist der Einfluß der Plattenströme so gering, daß das Resultat dadurch nicht merklich verfälscht wird, vorausgesetzt, daß auf die Erdung die nötige Sorgfalt verwendet wird. Zu den vielen Winken, die bei Besprechung der Fehlerquellen in der einschlägigen Literatur gegeben werden, möchte ich noch mit folgendem beitragen: Alle Verbindungsstellen, besonders aber die Verbindung der Erdplatten mit dem Leiter, müssen trocken und vor äußeren Einflüssen geschützt sein. Lötstellen sind womöglich zu vermeiden. Die Meßgeräte müssen vor starker Sonnenbestrahlung und hauptsächlich vor Tau geschützt sein. Eine Erdung der Elektroden im fließenden Wasser hat sich als nicht günstig erwiesen.

Die Messungen an der Rauchschen Bahn in Mühlau.

Benutzt wurde der Fahrdraht von 1035 m Länge. Die Luftentfernung der Erdplatten betrug 870 m. Höhendifferenz 33 m. Die Messungen konnten nur vor 6 Uhr früh und nach 11 Uhr abends durchgeführt werden, da das Streufeld der mit 1000 Volt Gleichstrom betriebenen Bahn Innsbruck—Hall, die in nächster Nähe meines Beobachtungsortes vorbeiführte, ein Arbeiten unmöglich machte. Die Streuströme dieser Leitung verseuchen den Boden in einer Breitenausdehnung von gut 5 km. Die Störungen machen sich in der Nähe des störenden Feldes in einem fortlaufenden Wechsel, sowohl der Größe als auch der Richtung der E. K. bemerkbar. In ca. 3000 m Entfernung zeigt sich das Vorhandensein dieser vagabundierenden Ströme noch durch ein kurzperiodisches Schwanken der Galvanometernadel um die Ruhelage an.

Auch dieser Moment erfährt in der Literatur keine Erwähnung, obwohl, wie es ja ganz

Digitized by Google

Zusammenfassung der Beobachtungen.

Ort der Messung	Entfernung der Elektroden	Höhendifferenz der Elektroden	Richtung des Leiters	Neigung des Leiters	Resultat in Volt/km
Neuerbaute Hochspannungsleitung St. Anton–St. Christoph. Arlberg	3123 m	532 m	Ost—West	9°43′	0.1040
Rauchsche Bahn. Mühlau bei Innsbruck	870 m	33 m	So.—Nw.	2°	Mittel aus 10 Beobachtungstagen 0,0881 ± 0,005
Seilbahn zur Hungerburg. Innsbruck	390 m	170 m	Süd–Nord	25°50′	Mittel aus 12 Beobachtungstagen 0,2038 ± 0,023
			Schönwetterlage	—	0,3141 ± 0,014
			Schlechtwetterlage	—	0,1486 ± 0013
Bergisel bei Innsbruck	180 m	95 m	So.—Nw.	33°	0,2340
Höttingergraben bei Innsbruck .	75 m	75 m	vertikal	90°	0,4890
	180 m	75 m	Ost—West	24°38′	0,1290

selbstverständlich ist, sehr viele Erdstrombeobachtungen in der Nähe größerer Städte vorgenommen wurden. Mancher Fehler kann sich vielleicht auf diese Weise unbemerkt eingeschlichen haben.

Die Messungen ergaben im Mittel aus 10 Beobachtungstagen $e = 0{,}0881$ Volt/km. Die Trennung nach Morgen- und Abendwerten, wie nach Schön- und Schlechtwetterlage ergab nichts Bemerkenswertes. Anders fielen die Messungen an der Seilbahn des Mühlauer Schotterwerkes, welche Bahn sich in der Richtung Nord—Süd, parallel der Hungerburgbahn erstreckt, aus. Die Distanz der Platten betrug hier 390 m bei einer Höhendifferenz von 170 m. Im Mittel aus 12 Beobachtungstagen ergab sich die E. K. des Erdstroms zu 0,2038 Volt/km. Die Trennung nach Schön- und Schlechtwetterlage ergab die Werte 0,3141 Volt/km und 0,1486 Volt/km. Es zeigt sich also in stark geneigten Leitern ein ausgesprochener Einfluß der Witterungslage auf die E. K. des Erdstroms.

Ordnet man die bis jetzt angeführten Messungen nach steigenden Neigungswinkeln des Leiters, bzw. nach der Höhendifferenz der Elektroden, so springt sofort ein Anwachsen der Werte mit zunehmender Höhendifferenz in die Augen. Um nach dieser Hinsicht weiter zu arbeiten, habe ich in der Sillschlucht am Südosthange des Bergisels eine Leitung unter 32° Neigung verlegt. Die E. K. ergab sich hier zu 0.2340 Volt/km.

Mein Bestreben bei möglichst vertikaler Anordnung der Elektroden Messungen vorzunehmen, führte mich schließlich zu Erdstrombeobachtungen in Bergwerken. Ein Stollen im Höttinger Graben schien mir zu diesem Zweck besonders geeignet. Im Innern des Stollens wurde eine Felsnische mit Schlemmsand gefüllt und die Elektrode darin eingestampft. Nun wurde an der Erdoberfläche die zweite Elektrode möglichst genau in der Lotlinie geerdet, was bei dem übersichtlichen Terrain und dem geradlinigen Verlauf des Stollens nicht so schwierig war. Die barometrisch festgelegte Höhendifferenz betrug 76 m. Die gemessene E. K. $e = 0{,}4890$ Volt/km. Wurde die Elektrode aus dem Innern des Stollens an die Erdoberfläche beim Stolleneingang verlegt, so ergab sich bei einer Neigung des Leiters von 24°38′ die E. K. zu $e = 0{,}1290$ Volt/km.

Ein weiterer Versuch wurde im aufgelassenen Steinölbergbau am Seefelder See durchgeführt, wo die Erdplatten bei horizontaler Anordnung infolge der schrägen Bankung des Gesteins in verschiedene Schichten zu liegen kamen. Auch hier ergaben sich weit höhere Werte, als sie sich bei analoger Anordnung an der Erdoberfläche ergeben würden.

Diese Erfahrungen, im Zusammenhange mit den, am Gschwandkopf bei Seefeld sich ergebenden Unstimmigkeiten in der Strömungsrichtung der Erdströme, führten mich zu der Anschauung, daß die im Gebirge auftretenden vertikalen Erdströme ein wesentlich komplizierteres Phänomen darstellen. Am Zustandekommen dieser vertikalen Erdströme sind außer luftelektrischen und meteorologischen Faktoren, sicherlich auch thermoelektrische, in der Erdrinde auftretende Ströme maßgebend beteiligt. Der geologische Aufbau der Berge, Schichtungsverhältnisse usw., können zu ganz bestimmten Strombahnen Veranlassung geben, und dadurch den einzelnen Beobachtungen ein ganz lokales Gepräge verleihen.

Während bei allen bisher durchgeführten Beobachtungen in geneigten Leitern die Erdströme konstant bergaufließend gefunden wurden, ergaben die Messungen am Gschwand-

Digitized by Google

kopf, das ist eine in das Inntal bei Seefeld vorgeschobene Kuppe, in der sich die letzterwähnten Stollen befinden, folgendes Bild der Stromrichtung. Die Beobachtungen wurden an 6 Tagen im Sommer 1923 und 1924, bei im magnetischen Achsenkreuz verlegten Leitern durchgeführt. Die Ströme wurden im Süden stets bergauf, im Norden bergabfließend gefunden. Im Ost- und Westhange des Gipfels jedoch in wechselnder Richtung. Es kann sich hier nur um lokale Einflüsse handeln, bedingt durch die, den geologischen Verhältnissen sich anpassenden Strombahnen.

Zusammenfassend ergibt sich: Die E. K. des, in kurzen, geneigten Leitern fließenden Erdstroms ist von der Größenordnung 0.09—0.50 Volt/km. Sie ist eine Funktion der Neigung in dem Sinne, daß mit zunehmender Neigung des Leiters auch die E. K. zunimmt.

Die Amplitude der Schwankung ist in stark geneigten Leitungen größer, als in schwach geneigten.

Ein Einfluß meteorologischer Faktoren auf die Größe der E. K. kommt nur in stark geneigten Leitern zum Ausdruck. Schönwetterlage entsprechen die höheren Werte der E. K.

Die Richtung des Erdstroms wurde mit einer einzigen Ausnahme bergaufließend gefunden.

Als Ursache des vertikalen Erdstroms kommen außer luftelektrischen und meteorologischen Faktoren die in der Erde auftretenden thermoelektrischen Potentiale in Betracht. Die Strömungslinien der Erdströme sind bedingt durch den geologischen Aufbau, daher können lokale Verhältnisse zu Unstimmigkeiten in den Meßergebnissen führen.

A. Wigand (Halle a. S.), Luftelektrische Untersuchungen bei Flugzeugaufstiegen[1]).

Die besonderen Vorzüge des Flugzeugs zur Bearbeitung luftelektrischer Probleme sind vom Vortragenden gemeinsam mit den Herren Koppe, Schlomka und Wenk zur Ausführung von 3 Untersuchungen benützt worden, indem zunächst allgemein die physikalischen Arbeitsbedingungen im Flugzeuge studiert und sodann die entsprechenden Meßmethoden ausgebildet wurden.

Zur Messung zeitlicher Mittelwerte des Ionengehalts E der Luft[2]) wurde der Ebertsche Ionenzähler den Versuchsbedingungen im Flugzeuge angepaßt und bei zwei Flügen erprobt. Zwischen 3,3 und 5,2 km Höhe nimmt E mit der Höhe zu, und es ist in 5,2 km Höhe der Gehalt an positiven Ionen größer als der an negativen. Eine Methode zur Bestimmung von Momentanwerten des Ionengehalts und der Leitfähigkeit im Flugzeuge durch Strommessung wurde angegeben.

Ein brauchbares Verfahren zur Messung elektrischer Spannungen vom Flugzeug und Luftschiff aus wurde entwickelt[3]), besonders durch Ausbildung eines, in seiner kräftigen Wirkung vom Flugwind unabhängigen radioaktiven Kollektors mit Radiothor als aktiver Substanz, der sich zur Untersuchung der räumlichen und zeitlichen Feinstruktur des atmosphärischen Spannungsgefälles eignet. Die Messungen im fliegenden Flugzeug ergaben, übereinstimmend mit früheren Laboratoriumsmessungen, eine beträchtliche positive Selbstaufladung des Motors und negative Ladung der Auspuffgase. Die Höhe dieser Ladung des Flugzeugs hängt gesetzmäßig von der Motorleistung ab und kann bis zu 10 000 Volt steigen; das dadurch in der Nähe des Flug-

Flug Nr.	Datum	Seehöhe m	Radiumemanations-Gehalt Curie / $10^{18} \cdot cm^3$	Wetterlage	Höhe der unteren Sperrschichtgrenze m
I	30. 10. 1923	900	190	antizyklonal mit Randstörung	850
II	31. 10. 1923	1150	228	„ „	800
		2350	0	„ „	
III	8. 2. 1924	600	168	antizyklonal	(keine Sperrschicht)
		2300	24	„	
		3800	0	„	
IV	6. 3. 1924	300	42	„	1100
		350	24	„	
		1300	< 267	„	
V	20. 8. 1924	350	426	zyklonal	800
		1450	28	„	
		2000	0	„	

1) Ausführlich in „Fortschr. d. Chem., Physik u. physik. Chem.", Borntraeger, Berlin 1925.

2) H. Koppe, Ill. Flugwelt 1, Heft 9, 1919; A. Wigand, Phys. Zeitschr. 22, 36, 1921; A. Wigand u. H. Koppe, Mitt. d. Naturf. Ges. Halle 6, Nr. 1, S. 3, 1921.

3) A. Wigand u. T. Schlomka, Zeitschr. f. Flugtechn. u. Motorl. 15, 153 u. 185, 1924; Ann. d. Phys. (IV) 75, 279, 1924.

Digitized by Google

zeugs erzeugte Spannungsgefälle ist höchstens 2000 Volt/m. Eine Beseitigung der Eigenladung des Flugzeugs durch Ausgleicher ist möglich in einem für technische Zwecke (Zündungsgefahr von Luftschiffen) genügenden Maße. Zur Messung richtiger Werte des luftelektrischen Spannungsgefälles läßt sich das Flugzeng jedoch seiner Selbstaufladung wegen nur dann verwenden, wenn man gleichzeitg mehrere Meßkollektoren benutzt und dadurch zugleich Eigenladung und luftelektrisches Spannungsgefälle bestimmt.

Zur direkten Messung des Gehalts der Luft an Radiumemanation wurde eine Kondensationsmethode mit flüssigem Sauerstoff für das Flugzeug ausgebildet, die es gestattet, bei einem Flugzeugaufstieg 3 Messungen mit je nur 3—7 Minuten Dauer zu machen, wobei die Fehlergrenze etwa auf 15×10^{-18} Curie im cm^3 zu schätzen ist. Die Messungen bei 5 Flügen bis zu 3,8 km Höhe ergaben, wie die Tabelle zeigt, eine schnelle Abnahme des Radiumemanations-Gehalts mit zunehmender Höhe auf sehr kleine Werte, unter erheblichem Einfluß der Luftschichtung. Die Herkunft der Radiumemanation in der Atmosphäre von der Erdoberfläche ist damit erwiesen.

L. Vegard (Christiania), Das Nordlichtspektrum und die höheren Atmosphärenschichten.

Ich habe heute die Ehre vor der Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte eine Übersicht über die Resultate von meinen Untersuchungen zu geben, welche sich mit denjenigen Prozessen beschäftigen, die sich in den höheren Atmosphärenschichten während eines Nordlichts abspielen. Genauer gesagt handelt es sich um das Nordlichtspektrum und seine physikalische Deutung auf Grundlage bestimmter Anschauungen über die Konstitution der höheren Atmosphärenschichten.

Nachdem ich schon früher, zuerst 1912—13, Beobachtungen über das Nordlichtspektrum gemacht hatte, konnte ich vor ein paar Jahren mehr systematische Untersuchungen über das Nordlichtspektrum anfangen.

Für den Zweck hatte ich im ganzen vier Spektrographen machen lassen, einen großen Glasspektrographen, einen großen Quarzspektrographen und zwei kleine aber möglichst lichtstarke Glasspektrographen. Die beiden ersten waren für genaue Wellenlängenbestimmungen bis ins Ultraviolette bestimmt. Da man sehr lange Expositionszeiten, bis 6—8 Wochen, verwenden mußte, war es notwendig besondere Vorrichtungen für Temperaturregulierung zu verwenden. Die Apparate wurden in kleine um eine horizontale und eine vertikale Achse drehbare Kasten eingebaut, und die Temperatur wurde automatisch reguliert. Die kleinen Spektrographen waren besonders für Untersuchungen der Variation bestimmt.

Mit dieser Apparatur haben wir in den letzten Wintern an dem Geophysikalischen Institut in Tromsö gearbeitet. Die Ergebnisse sind noch nicht gänzlich bearbeitet, und nur für das Material von dem ersten Winter sind die erhaltenen Linien ausgemessen. Bis jetzt habe ich etwa 35 Linien und Bänder ausgemessen, und mit Ausnahme von der starken grünen Linie (5577) und einigen sehr schwachen diffusen Bändern gehörten sämtliche Linien dem Stickstoff an. Die nicht identifizierten Linien konnten auch nicht auf andere in Betracht kommenden Gase zurückgeführt werden.

Obwohl die stärkeren Linien sehr stark überexponiert waren, traten kein Wasserstoff oder Helium auf.

Es konnte gezeigt werden, daß die grüne Nordlichtlinie überhaupt nicht von einem leichten Gas wie Wasserstoff, Helium oder „Geokoronium" stammen konnte. Denn Nordlichtspektren aus verschiedenen Höhen zeigten, daß die grüne Nordlichtlinie im Vergleich mit den Stickstoffbändern mit steigender Höhe nicht stärker, sondern etwas schwächer wurde. Da alle identifizierbaren Linien dem Stickstoff angehörten und da die Nordlichtlinie dem Stickstoff in die Höhe folgt, so müßte aller Wahrscheinlichkeit nach auch die grüne Linie von dem Stickstoff stammen. Die Bedingungen, unter welchen der Stickstoff in der Nordlichtregion angeregt wurde, mußten sich von den Bedingungen der bisherigen Laboratoriumsversuche wesentlich unterscheiden. Ich wurde schließlich zu der Ansicht geführt, daß der Stickstoff der höchsten Atmosphärenschichten in Form äußerst kleiner Kristalle existierte.

Sind die Partikelchen von molekularer Größenanordnung, so hat der Zustand viel Ähnlichkeit mit demjenigen eines gewöhnlichen Gases, unterscheidet sich aber wesentlich von einem Gase dadurch, daß die Partikeln nicht alle die gleiche Atomzahl enthalten, und vor allem sollten die Atome in der für den festen Zustand charakteristischen Koppelung gebunden sein. Der Zustand ist gewissermaßen zwischen einem Gas und einem festen Körper, und wird als Pseudogas bezeichnet.

Schon in früheren Veröffentlichungen habe ich erwähnt, daß man meine Ansicht von der Deutung des Nordlichtspektrums einer genaueren Prüfung durch Gefrieren von Stickstoff zu fester Form mittels z. B. flüssigen

Digitized by Google

Wasserstoffs unterwerfen konnte, wenn man dann den Stickstoff mit elektrischen Strahlen bombardierte.

Um diese Versuche auszuführen reiste ich diesen Winter nach Leiden. Hier hat die größte jetzige Autorität auf diesem Gebiet — Kamerlingh Onnes — ein Laboratorium geschaffen, wo man die allerbesten Bedingungen für die Ausführung solcher Versuche findet.

Im Januar d. J. habe ich die ersten Versuche ausgeführt, welche, wie ich erwartet hatte, zeigten, daß fester Stickstoff mit Kathodenstrahlen bombardiert ein eigenartiges, intensives Leuchten zeigte, das in den wesentlichsten Zügen dem ganz eigenartigen Nordlichtspektrum entsprach.

Der Apparat besteht im wesentlichen aus den Teilen I und II. I ist eine Kühlanordnung, bestehend aus einem inneren Metallbehälter für den flüssigen Wasserstoff, der von einem Glasbehälter umgeben ist. Der Zwischenraum ist luftleer gepumpt. Von dem Metallbehälter führt ein Kupferstab, der in einer schräggestellten Fläche endet, nach unten.

Im Rohr II werden die Kathodenstrahlen durch eine Wehneltkathode hervorgebracht, durchdringen einen engen Kanal in einem Metallzylinder, worauf sie gegen die erwähnte Kupferfläche anstoßen.

Während der Versuche ist diese Fläche auf eine Temperatur von 233° abgekühlt. Ein Strom von Stickstoff aus einem Reservoir, wird gegen die Kupferfläche geführt und der Stickstoff schlägt sich in fester Form nieder und bildet einen Eismantel rings um die Endfläche. Die Strahlen werden angestellt — die Fläche leuchtet intensiv auf — und das Licht kann durch einen vor dem Rohre aufgestellten Spektralapparat studiert werden.

Es gelang mir bei der ersten Versuchsreihe im Januar, 5 Spektrogramme aufzunehmen.

Erstes Spektrum, Kathodenstrahlengeschwindigkeit entsprechend 200 Volt,
zweites Spektrum, Kathodenstrahlengeschwindigkeit entsprechend 500 Volt,
drittes Spektrum, Kathodenstrahlengeschwindigkeit entsprechend 350 Volt,
viertes Spektrum, Kathodenstrahlengeschwindigkeit entsprechend 700 Volt,
fünftes Spektrum, Kathodenstrahlengeschwindigkeit entsprechend 750 Volt.

Wenn die Geschwindigkeit der Kathodenstrahlen über eine gewisse Grenze wuchs, bekam ich ein intensives, grünes Leuchten. Das Spektrum zeigte zwei Bänder im Grünen, die ich N_1 und N_2 genannt habe, samt einer Serie von Banden in dem blauen und dem violetten Teil. Das grüne Band N_2 war recht scharf und hatte eine Wellenlänge von 5230 Å, und es zeigte sich, daß es einer grünen Linie im Nordlichtspektrum entsprach, die man während starker Nordlichter beobachten kann.

Das Band N_1 war breiter und streckte sich nach beiden Seiten der starken grünen Nordlichtlinie 5577 Å. Man konnte sehen, daß das Band N_1 eine Struktur hatte, in dem deutlich zwei Maxima zu erkennen waren.

Aus den Spektren ergibt sich, daß die Übereinstimmung sich nicht allein auf den grünen Teil erstreckt, sondern wir bekommen auch im blauen und violetten dieselben typischen Banden wie im Nordlichtspektrum und mit derselben typischen Intensitätsverteilung.

Obwohl die Linien im Grünen, besonders diejenige, die der Nordlichtlinie entspricht, unter den Versuchsbedingungen den Charakter von Banden hatten, war doch die Übereinstimmung zwischen dem Nordlichtspektrum und dem Leuchten des festen Stickstoffs so charakteristisch, daß ich es für zweifellos hielt, daß man es in beiden Fällen mit demselben höchst eigentümlichen Lichteffekt zu tun hatte.

In späteren Versuchen habe ich zeigen können, daß die Übereinstimmung noch weiter geht.

Um das Spektrum des festen Stickstoffs eingehender zu studieren, habe ich, als ich Ende Februar nach Leiden zurückkam, einen großen Spektrographen mit großer Dispersion mitgebracht. Schon kurze Zeit nachher gelang es mir, Spektrogramme von dem neuen Lichteffekt mit diesem Apparat aufzunehmen. Und während meines viermonatlichen Aufenthalts in Leiden habe ich eine große Anzahl Spektrogramme aufgenommen und eine Reihe von Beobachtungen von dem Effekte unter den verschiedenen Arten von elektrischen Strahlen mit verschiedener Geschwindigkeit gemacht, und habe außer dem Stickstoff das Leuchten von folgenden Gasen in fester Form untersucht: Sauerstoff, Argon, Ammoniak und Stickstoffoxydul.

Das umfangreiche Material ist noch nicht bearbeitet, und ich kann hier nur eine sehr summarische Übersicht über einige der wichtigsten Ergebnisse geben.

Mit Hilfe eines Quarzspektrographen habe ich auch für den ultravioletten Teil Spektrogramme aufgenommen. Wenn fester Stickstoff mit langsamen Kathodenstrahlen bombardiert wird, so bekommt man auch im Ultravioletten genau dieselben typischen positiven Banden wie im Nordlichtspektrum und mit derselben typi-

Digitized by Google

schen Intensitätsverteilung. Auch im Roten gibt fester Stickstoff zwei Banden, welche innerhalb der Meßgenauigkeit zwei im Nordlichtspektrum vorkommenden Banden entsprechen.

Fester Stickstoff mit langsamen Wehneltkathodenstrahlen bombardiert, gibt also in den wesentlichen Zügen das ganze Nordlichtspektrum wieder.

Es erhebt sich jetzt die wichtige Frage, ob auch positive Strahlen das typische Nordlichtspektrum erregen können. Um diese Frage zu beantworten, habe ich festen Stickstoff mit Kanalstrahlen von Stickstoff, Wasserstoff und Helium angeregt. Das Studium des hervorgebrachten Leuchtens bietet interessante Einzelheiten, hier will ich nur folgendes erwähnen:

Die Banden N_1 und N_2 wurden auch durch Kanalstrahlen angeregt. Im Blauen, Violetten und Ultravioletten ergaben die positiven Strahlen ein bis jetzt unbekanntes Bandenspektrum, welches nicht im Nordlichtspektrum vorkommt.

Hieraus können wir den wichtigen Schluß ziehen, daß der überwiegende Teil des Nordlichts durch Kathodenstrahlen verursacht wird, ein Ergebnis, welches mit demjenigen meiner früheren Untersuchungen über die Struktur des Nordlichts und die Richtung der Bogen in Übereinstimmung steht.

Wie wir aber sehen werden, macht sich das Leuchten von positiven Strahlen in anderen kosmischen Erscheinungen geltend.

Eine Reihe von mit dem großen Spektrographen von großer Dispersion aufgenommenen Spektrogrammen zeigten, daß das Band N_2 noch das Aussehen einer diffusen Linie hatte, das Band N_1 aber zeigte 3 Maxima, indem eines von den früher gefundenen bei der größeren Dispersion sich als doppelt erwies. Sowohl Kathodenstrahlen als Kanalstrahlen ergaben dieselbe Struktur der Banden N_1 und N_2. Die Lage der drei Maxima von N_1 variiert etwas mit den Versuchsbedingungen. Eine meiner Platten ergab für das Hauptmaximum 5555 Å und für die beiden schwächeren 5611 und 5649. Nun ist aber die Nordlichtlinie sehr scharf, und wie ich in früheren Publikationen erwähnt habe, ist die Sache so zu deuten, daß die Breite des Bandes von der Partikelgröße abhängt, und daß die Nordlichtlinie dem pseudogasförmigen Zustand entspricht.

Professor Mac Lennan in Toronto, hat diese Erregungsversuche in festem Stickstoff wiederholt, und er findet dieselben drei Maxima. Da, wie wir sahen, keines von den drei Maxima mit der Nordlichtlinie zusammenfällt, will er den Schluß ziehen, daß das Band N_1 nichts mit der Nordlichtlinie zu tun hat. Der Schluß ist aber ganz unberechtigt und beruht darauf, daß er den neuen Leuchteffekt behandelt, als ob man es mit einem Leuchten von einer gasförmigen Quelle zu tun hätte. Man muß aber darauf achten, daß man es hier mit einem eigenartigen Effekt zu tun hat, welcher in einem festen System auftritt. Die Verhältnisse des Experiments unterscheiden sich wesentlich von denjenigen der höheren Atmosphärenschichten. Die Nordlichtlinie ist als Grenzfall des Bandes N_1 zu betrachten, und entsteht, wenn die Teilchengröße von molekularer Größenanordnung wird.

Ich habe die Natur des Effekts näher verfolgen können und es geht direkt aus meinen experimentellen Ergebnissen hervor, daß der Schluß von Mac Lennan unhaltbar ist. Freilich habe ich nicht erreicht, pseudogasförmigen Stickstoff herzustellen, es ist mir aber gelungen, diesem Zustand etwas näher zu kommen und zu zeigen, daß dadurch der Effekt sich in der erwarteten Richtung ändert. Ich habe dies dadurch erreicht, daß ich Mischungen von Stickstoff mit einem inaktiven Gas (Argon) kondensiert habe. Die Stickstoffpartikelchen sind dann in dem inaktiven festen Argon eingebettet, und eine Abnahme der Stickstoffkonzentration wird die durchschnittliche Teilchengröße herabsetzen. Es zeigte sich, daß Spuren von Stickstoff genügten, um einen sehr kräftigen Stickstoffeffekt zu geben. Spektrogramme bei verschiedenen Stickstoffkonzentrationen wurden aufgenommen. In Übereinstimmung mit meiner Ansicht wurde bei abnehmender Konzentration das Band N_1 schärfer, indem die beiden schwachen Maxima allmählich verschwanden, also nur das Hauptmaximum zurückblieb. Gleichzeitig verschob sich das Hauptmaximum in die Richtung der Nordlichtlinie.

Wir haben schon erwähnt, daß die Kanalstrahlenerregung im Blauen, Violetten und Ultravioletten eine Serie von diffusen Banden ergab. Im Argongemisch erleiden diese Stickstoffbanden eine ähnliche Veränderung wie das Band N_1. Für geringe Konzentration und Partikelgröße werden die Banden schärfer, und ihre Maxima verschieben sich gegen kürzere Wellenlängen.

Im Blauen und Violetten wird das Spektrum von zwei Doppelbanden beherrscht, eine mit Wellenlängen 4523, 4473 und die andere 4236, 4211. Diese Banden entsprechen innerhalb der Genauigkeitsgrenze, den von Lord Ray-

Digitized by Google

leigh neulich im Leuchten des Nachthimmels entdeckten Banden. Das Leuchten des Nachthimmels sollte also in dem Falle, wo die Rayleigh-Banden auftreten, durch positive Strahlen verursacht werden. Ein derartiges Leuchten ist gerade zu erwarten; denn in der oberen elektrisch geladenen Schicht müssen wir erwarten, daß einige der geladenen kleinsten Teilchen so große Geschwindigkeit erreichen, daß sie beim Anstoß die Atmosphäre zum Leuchten anregen.

Eine Eigentümlichkeit dieser Leuchterscheinung des festen Stickstoffs ist die große Veränderlichkeit in bezug auf die relative Intensität der Spektrallinien. Wir können z. B. das Intensitätsverhältnis N_1/N_2 der beiden grünen Banden N_1 und N_2 betrachten. Für ihre Emission ist erstens eine gewisse Strahlengeschwindigkeit notwendig. Für Kathodenstrahlen habe ich N_2 bis zu einer geringsten Spannung von 78 Volt, N_1 zu einer Spannung von 165 Volt verfolgen können. Das Intensitätsverhältnis N_1/N_2, wächst mit steigender Strahlengeschwindigkeit. Dies gilt sowohl für Kathodenstrahlen als für Kanalstrahlen. Diese Regel hat jedoch möglicherweise nur innerhalb eines gewissen Geschwindigkeitsbereiches Geltung. Das Intensitätsverhältnis N_1/N_2 hängt auch von der Strahlendichte ab. Wird ein Strahlenbündel auf eine sehr kleine Fläche konzentriert, wird N_1/N_2 sehr groß, und N_2 kann manchmal beinahe verschwinden. Auch eine Verminderung der Teilchengröße verursacht eine starke Vergrößerung von N_1/N_2. Wenn eine Argonfläche nur Spuren von Stickstoff enthält, wird N_2 beinahe verschwindend im Verhältnis zu N_1. In der Nordlichtregion, wo die Partikeln sehr klein sind, muß also die Nordlichtlinie (5577) gegenüber (5230) dominieren, was ja in der Tat zutrifft. Diese Zunahme von N_1/N_2 mit abnehmender Teilchengröße geben auch Kanalstrahlen, also auch das Leuchten des Nachthimmels.

Nach Entfernung der erregenden Strahlen bleibt die Stickstoffläche leuchtend. Gewöhnlich sieht man im Nachleuchten nur N_2 und im Falle, daß die roten Banden stark auftreten, sieht man auch ein scharfes, rotes Band, welches sich im Nachleuchten wie N_2 verhält. Das Nachleuchten dauert gewöhnlich nur einige Minuten; wenn aber die Stickstoffläche einige Zeit der Wirkung von Kanalstrahlen oder schnellen Kathodenstrahlen ausgesetzt ist, kann das Nachleuchten beinahe permanent werden. Nur die ersten paar Minuten nach Entfernung der Strahlen bemerkt man eine Abnahme, wonach das Leuchten sich stundenlang ohne merkbare Abnahme halten kann. Dieses dauerhafte Leuchten zeigt gewöhnlich nur N_2, aber in einigen Fällen, wenn es sehr stark gewesen ist, habe ich auch N_1 und ein diffuses Band im Blauen gesehen. Der neue Lichteffekt ist also eine Art von Phosphoreszenz, und diejenigen Banden und Linien, welche im Nachleuchten auftreten, sind für die feste Form charakteristisch. Der Lichteffekt ist von physikalischem Gesichtspunkt auch dadurch sehr bemerkenswert, daß man es hier mit einem phosphoreszenzfähigen Element zu tun hat.

Wenn der flüssige Wasserstoff verschwindet und die Temperatur allmählich auf einen gewissen Punkt steigt, fängt der Stickstoff an, sehr intensiv aufzuleuchten, indem die aufgespeicherte Energie, welche das Nachleuchten unterhält, plötzlich frei wird. Die Farbe dieses Aufleuchtens ist zuerst grün, geht aber bald ins Blaue über. In Spektroskop sieht man wenigstens anfangs N_1 und N_2 sehr stark, und außerdem Banden in Rot, Blau und Violett. Dieses Aufleuchten ist von einer Umwandlung des festen Stickstoffs begleitet. Von einer eisähnlichen Konsistenz bekommt der feste Stickstoff das Aussehen eines lose zusammengeketteten Pulvers, und die ganze Masse löst sich von der Kupferfläche und fällt oft herunter. Es findet also eine kristallinische Umlagerung statt. Die Existenz eines solchen Umwandlungspunktes ist schon aus früheren Versuchen über die spezifische Wärme bekannt[1]). Die Umwandlung findet bei etwa $35{,}5^0$ statt. Nach der Umwandlung hat der feste Stickstoff ganz andere Erregungseigenschaften bekommen. Bombardement mit elektrischen Strahlen gibt nur ein sehr schwaches Leuchten und das Spektrum hat sich fundamental geändert, N_1 und N_2 werden nicht emittiert. Man beobachtet auch kein Nachleuchten. Der Phosphoreszenzeffekt ist also für die unter $35{,}5^0$ existierende Kristallform charakteristisch, und nur in dieser Form kann die Substanz eine Phosphoreszenzenergie enthalten. Diese

1) Siehe: W. H Keesom und H. Kamerlingh Onnes, Proc. Roy. Akad. Amsterdam 24, S. 1315.

Digitized by Google

Energie kann nicht in die zweite nicht phosphoreszenzfähige Modifikation übergehen, deshalb das Aufleuchten beim Übergangspunkt.

Diese Eigentümlichkeit des festen Stickstoffs hat ganz interessante Beziehungen zu kosmischen Erscheinungen. In dem Teil der Atmosphäre, wo die Nordlichtlinie auftritt und die große Erregbarkeit des Stickstoffs stattfindet, muß die Temperatur unter $35{,}5^0$ abs. liegen, und man bekommt in der Weise ein „Thermometer" für die höchsten Atmosphärenschichten. Die isotherme Fläche in der Atmosphäre, welche $35{,}5^0$ abs. entspricht, trennt eine obere leicht erregbare Schicht von einer unteren, welche diese hohe Erregbarkeit verloren hat. In dieser Weise erklären sich ohne weiteres die von Lindemann gefundenen bemerkenswerten Verhältnisse bei dem Auftreten der Meteore. Er findet, daß die Häufigkeit der Meteore als Funktion der Höhe zwei von einem ausgeprägten Minimum getrennte Maxima aufweist. Das obere Maximum entspricht dem leicht erregbaren Stickstoff über der $35{,}5^0$ Isotherme. Unter dieser Fläche verschwinden oft die Meteore wegen der geringen Erregbarkeit. Erst wenn sie weiter herunterdringen, werden sie wegen der großen Dichte zum Leuchten erhitzt. Die isotherme Fläche $35{,}5^0$ muß höher im Sommer als im Winter liegen, und in Übereinstimmung damit findet Lindemann, daß das höhere Maximum im Sommer in einer Höhe von 85 km liegt, während es im Winter 10 km tiefer liegt. Das Maximum sollte annähernd mit der 35,5 Isotherme zusammenfallen. Unter gewissen Umständen kann der Stickstoff über der $35{,}5^0$ Fläche zu schwachem, dauerhaftem Nachleuchten angeregt werden. Wenn dieser Stickstoff sinkt und die $35{,}5^0$ Fläche passiert, wird er die aufgespeicherte Phosphoreszenzenergie abgeben müssen, und es bildet sich eine leuchtende Schicht.

In dieser Weise bekommt man eine natürliche Erklärung der leuchtenden Nachtwolken, die ja gerade in Höhen von etwa 80 km auftreten, oder in etwa derselben Höhe wie das obere Häufigkeitsmaximum der Meteore.

Zum Schluß will ich noch erwähnen, daß neugebildeter, fester Stickstoff nicht durch ultraviolettes Licht von einem Aluminiumfunken erregt werden könnte. Im Zustand des dauerhaften Nachleuchtens dagegen konnte man mit einer gewöhnlichen Glühlampe ein helles Aufleuchten der Fläche hervorrufen. Röntgenstrahlenerregung ergab das gewöhnliche Nachleuchten.

Die anderen untersuchten Gase O, Ar, NH_3 und N_2O gaben in reinem Zustand mit elektrischen Strahlen nur ganz schwaches Leuchten und kein Nachleuchten.

Von den untersuchten Gasen ist es also nur Stickstoff in der unterhalb 35,5 abs. existierenden Kristallform, der das ganz besonders starke Phosphoreszenzleuchten zeigt, und nur dieses Leuchten korrespondiert mit dem Nordlichtspektrum.

M. Berek (Wetzlar), Demonstration einiger Photogramme zur Theorie der optischen Abbildung.

Das M. v. Lauesche Äquivalenzprinzip[1]) besagt: Wenn die Öffnung der beleuchtenden Strahlen ein gewisses, durch die Öffnung des abbildenden Systems bestimmtes Maß übersteigt, wird ein Nichtselbstleuchter wie ein Selbstleuchter abgebildet.

Dieses Äquivalenzprinzip ist noch einer Erweiterung fähig, die insbesondere im Hinblick auf die Dunkelfeldmikroskopie von Interesse ist. Offenbar ist das Wesentliche für die Möglichkeit äquivalenter Abbildungen, daß die vom Objekt ausgehenden Wellenzüge einer nach dem Lambertschen Gesetz ausgesandten Strahlung äquivalent sind. Bei einem nicht selbst leuchtenden Objekt kann dies einmal dadurch in Annäherung erreicht werden, daß die Öffnung der beleuchtenden Strahlen ein gewisses, durch die Öffnung des abbildenden Systems bestimmtes Maß übersteigt (Äquivalenzfall nach M. v. Laue). Aber auch bei beliebiger Beleuchtung, im Extremfall auch bei Beleuchtung mittels nur einer ebenen Welle, kann bei Vorhandensein gewisser Struktureigenschaften im Objekt die an ihm erfolgende Beugung einen Effekt auslösen, der einer Strahlung des Objekts nach dem Lambertschen Gesetz gleichwertig ist. Das gilt z. B. in hinreichender Annäherung für den vom abbildenden System aufgenommenen Teil einer Beugungswelle, wie sie an einem ultramikroskopischen Teilchen gemäß den Untersuchungen v. G. Mie erzeugt wird. Um zu einer allgemeineren Form des Äquivalenzgesetzes zu gelangen, ist es daher zweckmäßig, bei der Betrachtung nicht die Beleuchtungsart zu bevorzugen, sondern Beleuchtungsart und Objektstruktur zu berücksichtigen. Man kann dies in sehr einfacher Weise tun, wenn man der Formulierung des Äquivalenzsatzes die Lichtverteilung in der Öffnungsblende des abbildenden Systems zugrunde legt.

1) M. v. Laue, Ann. d. Phys. **43**, 165—168, 1914; siehe auch L. Mandelstam, Ann. d. Phys. **35**, 881—897, 1911.

Digitized by Google

In dem Maße, wie in der Öffnungsblende des abbildenden Systems ausgesprochene Maxima und Minima der Intensität fehlen und die Intensitätsverteilung sich einer solchen, wie sie bei Strahlung nach dem Lambertschen Gesetz vorhanden ist, nähert, nähert sich auch die Abbildung eines Nichtselbstleuchters der eines Selbstleuchters gleicher Struktur.

Für die Hellfeldbeobachtung im Mikroskop erhält man bei der Berechnung des Auflösungsvermögens sowohl nach der Helmholtzschen Formel (Selbstleuchterabbildung) wie nach der Abbeschen Formel (Nichtselbstleuchterabbildung) praktisch dieselbe Auflösungsgrenze. Anders bei der Dunkelfeldbeobachtung. Hier führt die Abbesche Abbildungstheorie, konsequent durchgeführt, worauf zuerst M. J. Cross[1]) aufmerksam gemacht hat, auf die Auflösungsgrenze

$$\varepsilon = \frac{2\lambda}{A_k + A_v},$$

worin A_k die obere Grenzapertur der Beleuchtung und A_v die der Beobachtung ist. Das Auflösungsvermögen erscheint also gegenüber dem Hellfeld und damit auch gegenüber dem bei einer Selbstleuchterabbildung beträchlich vermindert. In der Tat ist namentlich anschließend an Untersuchungen, welche später H. Siedentopf[2]) ausgeführt hat, in der Literatur die Ansicht vorherrschend geworden, daß die Dunkelfeldbeobachtung hinsichtlich des erreichbaren Auflösungsvermögens der Hellfeldbeobachtung wesentlich unterlegen sei. In Wirklichkeit gilt dies nur für periodisch struierte Objekte mit hinreichend großer Wiederholung der Periode, aber nicht für die überwiegende Mehrzahl der Objekte, auf welche in der praktischen Mikroskopie die Dunkelfeldbeobachtung angewandt wird; deren Abbildung fällt vielmehr unter die Bedingungen des oben formulierten Äquivalenzsatzes. Auch die Abbildung einfacher spaltförmiger Strukturen (z. B. der als Diplokokken bekannten Pilzkörper) vollzieht sich, wie aus den hiermit im Dunkelfeld angestellten Beobachtungen und Messungen folgt, noch durchaus entsprechend den Verhältnissen, wie sie für eine Selbstleuchterabbildung maßgebend sind, d. h. ohne vermindertes Auflösungsvermögen, so daß zu schließen ist, daß die Abbesche Betrachtungsweise des Abbildungsvorganges nur den sehr extremen Fall periodischer Strukturen mit hinreichend großer Wiederholung der Periode betrifft. Diesen Standpunkt hat im wesentlichen bereits 1880 der Leipziger Anatom R. Altmann[1]) gegenüber E. Abbe verfochten, ohne daß indes seine Anschauungen von nachhaltigem Einfluß gewesen wären.

1) M. J. Cross, Knowledge 1912, S. 37.
2) H. Siedentopf, Zeitschr. f. wiss. Mikr. **32**, 16–33, 1915.

1) R. Altmann, Archiv f. Anat. u. Entwickelgsgesch., Anatom. Abteilg. 1880, S. 111–184.

BESPRECHUNGEN.

W. Kohlhörster, Die durchdringende Strahlung in der Atmosphäre. (Probleme der kosmischen Physik V.) 8°. 72 S. mit 5 Abb. Hamburg, H. Grand. 1924. Br. M. 3.60.

Die vorliegende monographische Darstellung des in seinen auf die durchdringende Höhenstrahlung bezüglichen Teilen besonders interessanten und noch problematischen Grenzgebietes zwischen Meteorologie (Luftelektrischer Forschung) und Physik der radioaktiven Erscheinungen wird vielleicht dazu beitragen, mehr als dies bisher leider der Fall war die Aufmerksamkeit auch der Physiker auf die fundamental wichtige Frage nach der Herkunft dieser Höhenstrahlung zu lenken. Ein günstiges Zusammentreffen ist dabei, daß kürzlich ein zusammenfassender Bericht von Wigand erschienen ist und in manchen Richtungen zur Ergänzung herangezogen werden kann. Denn um die allgemeine Charakterisierung der Ausführungen Kohlhörsters gleich vorwegzunehmen: Alles, was über meßtechnische Dinge gesagt wird — die gerade hier, wo es sich häufig um die quantitative Untersuchung von Effekten eben an der Grenze des noch Feststellbaren handelt, von besonderer Bedeutung sind — ist ganz vorzüglich, konnte so nur auf Grund eigener langer Erfahrung geschrieben werden und enthält eine Menge wertvoller, zum Teil an anderer Stelle sonst noch nicht mitgeteilter Angaben und Hinweise. Zu kurz gekommen aber ist die allgemeine theoretische Auswertung und die kritische Diskussion des bisher vorliegenden Beobachtungsmaterials. Die Ergebnisse der diesbezüglichen Untersuchungen werden zwar ziemlich vollständig mitgeteilt, allzu ängstlich ist aber alles „Mathematische" vermieden und gar nicht eingegangen ist auf die mancherlei mit den ionisierenden Strahlungen in der Atmosphäre zusammenhängenden Fragen von allgemeinem luftelektrisch-theoretischen Interesse.

Der reichhaltige Inhalt ist gegliedert in ein einleitendes Kapitel, in drei folgende über die Grundtatsachen der Radioaktivität und die Meßmethoden und in den fünf Kapitel umfassenden Hauptteil, der zunächst eine allgemeine Übersicht gibt und dann in gesonderten eingehenden Ausführungen die Reststrahlung, die Luftstrahlung, die Erdstrahlung und die durchdringende Höhenstrahlung behandelt und unsere heutige Kenntnis auf Grund des bereits sehr umfangreichen Beobachtungsmaterials dem Leser vermittelt. Ein besonderes Kapitel ist den Hypothesen über die Herkunft der durchdringenden Höhenstrahlung gewidmet und ein vollständiges Verzeichnis von 154 Arbeiten beschließt das gute und nützliche Buch. R. Seeliger.

Digitized by Google

R. Courant und S. Hilbert, Methoden der mathematischen Physik. (Erster Band. Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Bd. XII.) 8°. 450 S. mit 29 Abb. Berlin, J. Springer. 1924. Geh. M. 22.50, geb. M. 25.—.

Das ganz vorzügliche Werk dürfte einen langgehegten Wunsch vieler theoretischer Physiker, den Wunsch nach einer zusammenfassenden Darstellung der modernen mathematisch-physikalischen Methoden, voll und ganz erfüllen. Wie die Verf. in der Vorrede selbst hervorheben, „spielen die Gesichtspunkte der Variationsrechnung durchwegs die beherrschende Rolle"; nur durch die konsequente Anwendung bestimmt gerichteter (und wie sich gezeigt hat so überaus fruchtbarer) Methoden konnte dem vielseitigen Inhalt ein so imponierend einheitlicher Charakter gegeben werden. Und demgegenüber dürfte es von geringer Bedeutung sein, daß naturgemäß manches fortbleiben mußte, weil es diese Einheitlichkeit gestört hätte (so z. B. — um ein typisches Beispiel zu nennen — die oft nützlichen allgemeinen Diskussionsmethoden der Integrale von Differentialgleichungen etwa nach Birkhoff). In seinen fünf Kapiteln (Die Algebra der linearen Transformationen und quadratischen Formen; Das Problem der Reihenentwicklung willkürlicher Funktionen; Theorie der linearen Integralgleichungen; Die Grundtatsachen der Variationsrechnung; Die Schwingungs- und Eigenwertprobleme der mathematischen Physik; Anwendung der Variationsrechnung auf die Eigenwertprobleme. Spezielle durch Eigenwertprobleme definierte Funktionen) enthält es eigentlich fünf kurze, jeweils das Wesentliche in knapper und klarer Form enthaltende Lehrbücher, die mit Ausnahme weniger Stellen jedes für sich zu verstehen sind und durch ein sehr ausführliches Inhaltsverzeichnis zusammengehalten werden. Als charakteristisch für die Darstellungsweise und als besonderer Vorzug sei hervorgehoben, daß der letzte Abschnitt eines jeden Kapitels in „Ergänzungen und Aufgaben" anschauliche speziellere Beispiele zu den allgemeinen Ausführungen bringt und durch ein gerade den Physikern sicher erwünschtes Verzeichnis der wichtigsten Literaturstellen beschlossen wird und daß auch in den allgemeinen Teilen neben aller abstrakten Schärfe stets und reichlich Problemstellung, Denkweise und Bedürfnisse der theoretischen Physik nicht nur berücksichtigt, sondern in den Vordergrund gestellt sind. Erwartungsvoll sieht man jedenfalls dem zweiten Band entgegen, der sich mit Existenzfragen und mit der numerischen Berechnung der Lösungen beschäftigen wird. Sicherlich haben sich die Verfasser und die Herausgeber der Sammlung mit diesem ebenso schönen wie brauchbaren Buch den Dank aller mathematisch interessierten Physiker erworben. R. Seeliger.

Czapski-Eppenstein, Grundzüge der Theorie der optischen Instrumente nach Abbe. Herausgegeben von H. Erfle † u. H. Boegehold. Gr. 8°. XX, 747 S. mit 316 Abb. 3. Auflage. Leipzig, Johann Ambrosius Barth, 1924. G.M. 30.—, geb. G.M. 33.—.

Mit großer Freude ist es zu begrüßen, daß sich die Mitarbeiter der Firma C. Zeiss der großen Mühe unterzogen haben das rühmlichst bekannte Czapskische Handbuch neu herauszugeben. Sind doch seit dem Erscheinen der letzten Auflage fast 20 Jahre verflossen, so daß eine Zusammenfassung der inzwischen erschienenen vielen Untersuchungen längst notwendig geworden war.

Durch die Verarbeitung dieser theoretischen Fortschritte, wie auch durch die eingehende Erweiterung der geschichtlichen Überblicke am Schlusse der einzelnen Kapitel ist der Umfang des Handbuches wesentlich gewachsen (von 471 auf 747 S.), doch ist es den Herausgebern gelungen, den Charakter desselben im Sinne der früheren Anlage durch Abbe und Czapski vollkommen zu wahren.

Besonders hervorzuheben — auf alle Einzelheiten einzugehen ist bei der Fülle des gebotenen Stoffes nicht möglich — sind die Neubearbeitung der von Boegehold übernommenen Abschnitte. Es werden sowohl die Arbeiten von Hamilton, Bruns usw. eingehender berücksichtigt, wie auch die neueren Untersuchungen Gullstrands, Lihotzkis, Stäbeles, Kühls usw. verarbeitet. Völlig neu ist vom selben Verfasser das Kapitel über die medizinischen Höhlen- oder Röhrengucker, und besonders das über die Beugungserscheinungen, in dem vor allem die Arbeiten Strehls in übersichtlicher Weise dargestellt werden.

Fast ganz umgearbeitet sind ferner die von Erfle übernommenen Abschnitte, der darin die große Anzahl seiner eigenen Spezialuntersuchungen verarbeitet hat, so besonders — um nur einiges herauszugreifen — Kap. X: Die Prismen und Kap. XX: Das Fernrohr; hier fällt vor allem auf die klare und anschauliche Behandlung der Spiegelung an Umkehrprismen. Ein tragisches Geschick hat den Verfasser die Früchte seiner hervorragenden Arbeiten nicht mehr erleben lassen.

Trotz einiger Lücken, die sich wohl kaum völlig vermeiden lassen, ist das mit großer Sorgfalt vervollständigte Namensverzeichnis zu begrüßen, das nach der ersten Veröffentlichung durch v. Rohr auf den vierfachen Umfang angewachsen ist.

Zusammenfassend sei nochmals hervorgehoben: eine verdienstvolle Arbeit der bewährten Verfasser, eine für den wissenschaftlichen Optiker unerschöpfliche Fundgrube praktischer und theoretischer Anregung. Möchte das Werk auch eine seinem hohen Wert entsprechende Verbreitung finden! Linnemann.

E. Marx, Röntgenstrahlen, Radium und die Materie. (Zellenbücherei Nr. 68.) 8°. 81 S. mit 6 Abbildungen auf 2 Tafeln. Leipzig, Dürr & Weber, m. b. H. 1923. M. 1.50.

Die kleine Schrift wendet sich an den Laien, um ihm jene Erscheinungsformen nahe zu bringen, die ihm deshalb ganz besonders interessant und geheimnisvoll erscheinen, weil er kein Organ zu ihrer Wahrnehmung besitzt.

Über die Entdeckung der Kathodenstrahlen und ihrer Eigenschaften gelangen wir zur Entdeckung der Röntgenstrahlen. Die Impulstheorie derselben wird gestreift und entsprechend unserer heutigen Auffassung werden sie als Lichtwellen gedeutet. Es folgt Technisches über Röntgenröhren und Herstellung harter und weicher Strahlen und Aufnahmen. Um das Wesen der charakteristischen Röntgenstrahlung zu erläutern, werden akustische Resonanzerscheinungen als Gleichnis herangezogen. Die Ionisation durch Röntgenstrahlen wird an Hand der bekannten Wilsonschen Nebelaufnahmen behandelt, von denen die Tafeln einige recht gut wiedergeben. Die Entdeckung der Röntgeninterferenzen erläutern Aufnahmen nach der Laue- und Bragg-Methode in guter Reproduktion. Die Ver-

Digitized by Google

schiedenartigkeit der radioaktiven Strahlungen und ihre Ursache, der Atomzerfall, die Umwandlungen und ihre Gesetze werden besprochen und durch eine Tabelle dem Verständnis nahe gebracht. Dann wird der Leser mit den Versuchen Rutherfords über den Durchgang von α-Strahlen durch Materie und seine künstlich erzwungene Atomzertrümmerung, mit Astons Untersuchungen über die Isotopen und mit unseren heutigen Vorstellungen vom Aufbau der Materie bekannt gemacht und das alte Alchimistenproblem, unedles Metall in Gold zu verwandeln, wird gestreift.

Das Büchlein bietet vieles, was heute jeder Gebildete wissen sollte, auf wenig Raum und in leicht faßlicher Form. Hans Küstner.

Henri Poincaré, La Mécanique Nouvelle. Conférence, mémoire et note sur la theorie de la relativité. XVI u. 81 S. Paris, Gauthier-Villars. 1924.

Fast gleichzeitig mit der berühmten, die Relativitätstheorie begründenden Abhandlung Einsteins aus dem Jahre 1905 erschien in den Rendiconti del Circolo Mathematico di Palermo, eine Arbeit von Henri Poincaré unter dem Titel: Sur la dynamique de l'électron. In dieser auf der Lorentzschen Elektrodynamik bewegter Körper fußenden Abhandlung formulierte Poincaré unabhängig von Einstein das Relativitätsprinzip, erkannte die Gruppeneigenschaft der Lorentz-Transformation, leitete das Additionstheorem der Geschwindigkeiten ab und empfahl die vierdimensionale Darstellung der Raum—Zeitgesamtheit. Die Ideen, die zur Relativitätstheorie führen mußten, lagen eben damals in der Luft und wurden in verschiedenen Ländern gleichzeitig und unabhängig voneinander aufgegriffen und der geistigen Einstellung des betreffenden Forschers entsprechend bearbeitet. Hätte Poincaré den revolutionären Mut Einsteins besessen, die Lorentzsche Ortszeit mit der Zeit schlechtweg zu identifizieren, so würde der Schöpferruhm der Relativitätstheorie beiden Gelehrten in gleicher Weise gebühren.

Die vorliegende Broschüre enthält einen Neudruck dieser historisch sehr interessanten Abhandlung Poincarés sowie einer in den Comptes Rendues publizierten Note, die kurz vor der grundlegenden Abhandlung Einsteins erschienen ist und zum ersten Male das Postulat der Relativität erwähnt. Den beiden Aufsätzen vorangestellt ist eine Konferenz, die Poincaré 1909 auf dem Kongreß der Association Française in Lille hielt, und die eine überaus lebendige Darstellung der Krise gibt, in die die klassische Mechanik durch den Relativitätsgedanken gebracht wurde.

Thirring.

P. Günther, Tabellen zur Röntgenspektralanalyse. gr. 8°. 61 S. mit 4 Abbildungen. Berlin, Julius Springer. 1924. M. 4.80.

Die tabellarischen Zusammenstellungen dieses Buches wenden sich vor allem an den Chemiker, um ihm die Auswertung eines linienreichen Röntgenspektrums ohne große Rechenarbeit zu ermöglichen. Vorausgeschickt ist eine kurze Einführung in die Grundbegriffe der Röntgenspektroskopie; sie wird aber auch den, der sich etwa nur „nebenamtlich" mit diesem Gebiete beschäftigen will, nicht von der Verpflichtung befreien können, ein ausführlicheres Werk zu Rate zu ziehen.

Den größten Teil des Büchleins füllt eine sorgfältige Zusammenstellung aller Röntgenspektrallinien und Absorptionskanten, mit der Angabe der Wellenlängen, des Elementes, dem sie angehören, und — bei den stärksten Linien — der Reflexionswinkel für die gebräuchlichsten Kristalle. Abweichend von der sonst üblichen Ordnung nach Serien sind hier, entsprechend dem besonderen Zweck der Tabelle, alle Linien eingereiht nach wachsenden Wellenlängen, und zwar findet man auch die Linien in zweiter und dritter Reflexionsordnung eingeordnet mit den „scheinbaren" Wellenlängen, wie sie sich unmittelbar bei einer photographischen Aufnahme ergeben. Wo es sich also darum handelt, sich rasch und bequem über das Spektrum eines unbekannten Gemisches zu orientieren, wird diese Zusammenstellung sicher gute Dienste leisten können. Für den Physiker allerdings bietet eine derartige Anordnung wohl selten besondere Vorteile. Bedauerlich ist es, daß den Berechnungen offenbar nicht immer die besten und neuesten Werte der Wellenlängenmessung zugrunde gelegt wurden; denn ohne eine ziemlich erhebliche Genauigkeit dürfte es überhaupt kaum möglich sein, mittels Röntgenspektren die Analyse eines vollkommen unbekannten Gemisches auszuführen. Recht problematisch sind die Angaben über die Intensitäten der Linien, die teilweise auf unsicheren Schätzungen beruhen, teilweise aber auch — in der K-Serie wird das Verhältnis $\alpha_1 : \alpha_0$ stets mit 10:8 angegeben — den vorliegenden Messungen nicht entsprechen.

Angefügt sind noch einige Tabellen, die dem Siegbahnschen Buche „Spektroskopie der Röntgenstrahlen" entnommen sind, so daß hier auf knappem Raume das wichtigste Zahlenmaterial dieses Gebietes vereinigt ist. Kulenkampff.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Ernannt: Der a. o. Prof. der Mathematik an der Universität Rostock Dr. Ernst Pohlhausen zum ord. Professor ebenda, der Privatdozent an der Universität Jena Dr. Georg Joos zum nichtplanmäßigen a. o. Professor ebenda, der Professor der anorganischen Chemie an der Technischen Hochschule Trondhjem Dr. O. E. Collenberg zum ord. Professor für Chemie an der Universität Lund, der Instruktor der anorganischen Chemie an der Staatsuniversität von Iowa Dr. J. L. Whitman zum Professor der Physikalischen Chemie daselbst (an Stelle von D. H. Cameron, der zur Celite Products Co. in Los Angelos übergetreten ist), der Professor an der Universität von Aberdeen A. Findley zum stellvertretenden Professor der Chemie an der Stanford Universität California.

Verliehen: Dem Dozenten der Chemie am Polytechnikum Cöthen Dr. Philipp Fischer die Amtsbezeichnung Professor.

Ehrung: Der a. o. Professor der Physik an der Universität Berlin und Mitdirektor des Kaiser-Wilhelm-Institutes für Chemie in Dahlem Dr. Otto Hahn wurde zum ord. Mitglied der Physikalisch-mathematischen Klasse der Preußischen Akademie der Wissenschaften in Berlin ernannt.

Gestorben: Der Honorarprofessor der Mathematik an der Technischen Hochschule Berlin Dr. Georg Wallenberg, der emer. o. Professor für elektrische Anlagen und Bahnen an der Technischen Hochschule Hannover Geh. Regierungsrat Dr. Carl Helm, der Dekan der chemischen Abteilung der Georgia School of Technology Dr. Wm. Emerson.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. F. Harms in Würzburg. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Digitized by Google

MAR 10 1924

Phys.

Physikalische Zeitschrift

begründet von **E. Riecke** und **H. Th. Simon**

vereinigt mit dem

Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik

begründet von **Johannes Stark**

Herausgeber:

Prof. Dr. **P. Debye**, Prof. Dr. **F. Harms** und Prof. Dr. **R. Seeliger**

Die Physikalische Zeitschrift erscheint monatlich zweimal im Umfange von zwei bis vier Bogen und wird vierteljährlich für Goldmark 11.— postfrei geliefert. Für das Ausland beträgt der Preis 15.— schweiz. Frcs. vierteljährlich. Bestellungen nehmen jede Buchhandlung sowie die Verlagsbuchhandlung entgegen. Anzeigen werden für die einmal gespaltene Millimeterzeile mit Goldmark —.20, Beilagen mit Goldmark M. 25.— für je Tausend berechnet.

Alle Manuskripte und darauf bezügliche Zuschriften sind an Prof. Dr. F. Harms, Würzburg, Bismarckstr. 1, zu senden, mit Ausnahme der zusammenfassenden Berichte, deren Redaktion Prof. Dr. R. Seeliger, Greifswald, Loitzerstr. 43, führt. Büchersendungen und Anzeigen-Aufträge direkt an den

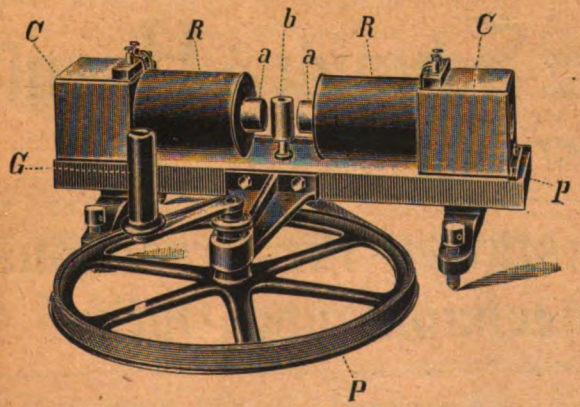
Verlag von **S. Hirzel** in Leipzig, Königstraße 2.

No. 1. Leipzig, 1. Januar 1924. 25. Jahrgang.

No. 653. Printed in Germany.

Phys.-mech. Institut von Prof. Dr. M. Th. Edelmann & Sohn,

München.



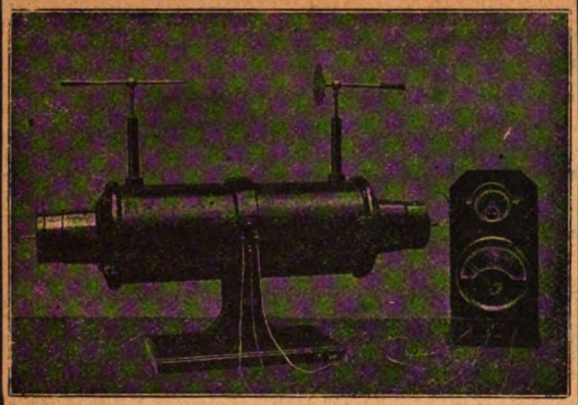
Elektromagnet

mit Rotationsapparat zur Demonstration des Äthersiedens in einem rotierenden Kupferzylinder.

Katalog 30 erschienen und ebenso wie Spezialliste No. 29 über Saitengalvanometer und Registrierapparate, Spezialliste No. 31 über einfache Präzisionsschulapparate gratis und franko.

Abonnentenzahl etwa 1500.

Digitized by Google



Induktorium

Patent Klingelfuß

mit eingebauter Meßspule und eingeschaltetem Sklerometer und Milliampèremeter. Beide Instrumente sind spannungslos gegen Erde und können in beliebiger Entfernung vom Induktorium und der Röntgenröhre aufgestellt werden.

Fr. Klingelfuß & Co. Basel.

Carl Schleicher & Schüll

Düren, Rheinland

Schutz-Marke: Skizzir- Profil- Papier. S.&S.

empfehlen

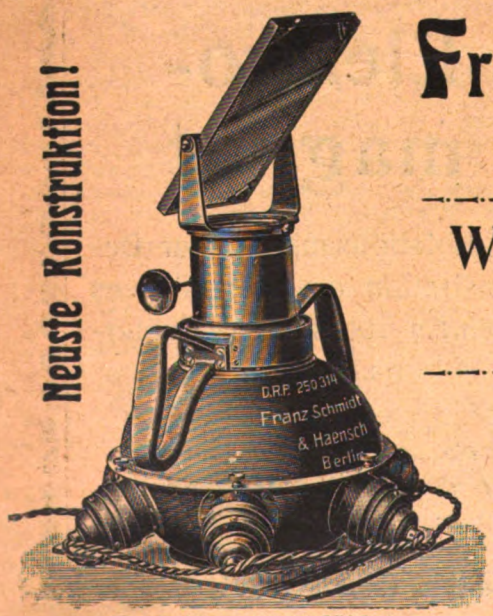
Millimeter-, Koordinaten-, Logarithmen-, Sinus- und Windrosenpapiere in anerkannt feinster u. vielseitiger Ausführung

Blätter f. Registrierapparate aller Art

Neuheit: Unser Handbuch: **Graphische Papiere und ihre vielseitige Anwendung**, bearbeitet von Prof. Dr. W. Grosse, Direktor des Meteorol. Observatoriums Bremen.

Einbanddecken zur Physikalischen Zeitschrift 1923 sind vorrätig und können zum Preise von G.-M. 5.— durch jede Buchhandlung oder vom Verlag S. Hirzel in Leipzig, Königstr. 2 bezogen werden.

Neuste Konstruktion!



Kugelepiskop. D.R.P. 250314.

Franz Schmidt & Haensch

Berlin S. 42, Prinzessinnenstraße 16

Werkstätten für Präzisions-Mechanik und Optik.

Neue optische Spezialinstrumente eigener Konstruktion, Polarisations-, Spektral-, Projektionsapparate, Episkope u. a.

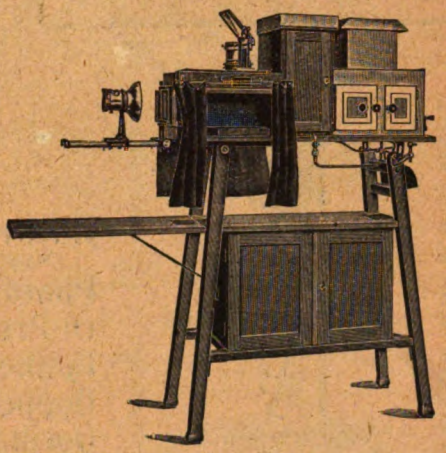
Preislisten kostenlos.

Digitized by Google

MAX KOHL A.G. Chemnitz

Physikalische Apparate
Funken-Induktoren
Ölluftpumpen
Experimentier-Schalttafeln
Projektions-Apparate
Laboratorienmöbel
in gediegener Ausführung.

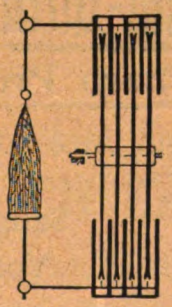
Weltausstellung Brüssel: 4 Große Preise;
Turin: 2 Große Preise; Dresden: Großer Preis.



Kohls Megadiaskop. Projektions-Apparat für alle im Unterricht gebräuchlichen Projektionsarten, z. B. für durchfallendes Licht, für auffallendes Licht, für Mikroprojektion, Spektral-, Polarisations-Interferenzerscheinungen usw.

Prismen, Linsen, Platten
aus
Kalkspat, Flußspat, Quarz,
Steinsalz, Glas.
Gyps- und Glimmerpräparate.
Preisliste gratis.
B. Halle Nachfolger, Optisches Institut.
Berlin-Steglitz.

D.R.P. **Wommelsdorfsche** *Neu!*
Kondensatormaschinen



Neue Type. Leistung wie 10-30 Influenzmaschinen gleicher Größe. Betriebssicher. Idealer Laboratoriumsgenerator für Gleichstrom v. 100–250000 Volt, Röntgen, Braunsche Röhre, Hochfrequenz.

Influenzmaschinen

Wommelsdorfscher Elektrophor und Verstärkungsflasche (variabel).

Berliner Elektros-Ges. m. b. H.
Berlin-Schöneberg, Mühlenstr. 10

G. E. Stechert & Co. in Leipzig, Hospitalstr. 10
kaufen stets gegen Bezahlung in **Dollars**
Wissenschaftliche Zeitschriften in vollständigen Reihen
z. B.
Annalen der Physik — Annalen der Chemie — Mathematische Annalen — Journal für praktische Chemie — Monatshefte für Chemie — Physikalische Zeitschrift — Zeitschrift für physikalische Chemie — Meteorologische Zeitschrift — Zeitschrift für Mathematik usw.
Angebote mit Preisangabe erbeten.

Digitized by Google

Pfeiffer's

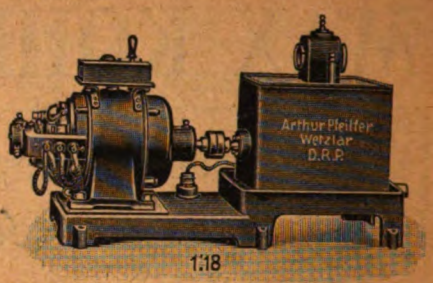
1:20

Quecksilber-Dampfstrahlpumpe ganz aus Stahl D. R. P. angem.

15 Liter bis zum Aussetzen jeder Entladung in **10 Sek.** vom Vorvakuum ab.

Listen von Abt. H anfordern.

Vgl. Techn. Physik, 1922, Heft 12. Phys. Ztschr. 1922, pag. 463.



1:18

Rotierende Öl-Luftpumpe D.R.P.

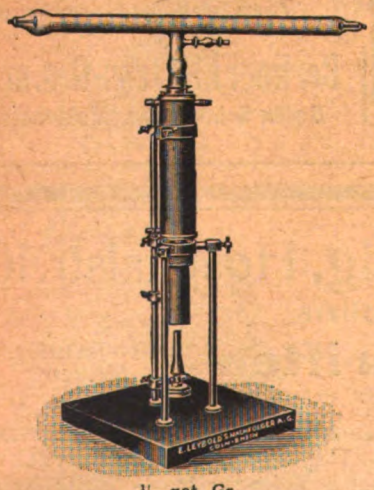
Hochvakuum-Pumpen, Vakua bis $^1/_{1\,000\,000}$ mm Hg.
Saugleistung bis 50 cbm per Stunde
Photometer aller Systeme
Öl-Prüfapparate, Schnellviskosimeter usw.
Funken-Induktoren bis 1000 mm Funkenlänge
Doppel-Pendelgleichrichter
Oscillographen

Arthur Pfeiffer
Wetzlar 8

Telegr. Vakupfeif. — Tel. 85 u. 86.

Neue Hochvakuum-Diffusions-Pumpe aus Metall
nach Prof. Gaede

D.R.P. und Auslandspatente angemeldet


$^1/_{25}$ nat. Gr.

Saugleistung: 15 Liter per Sek.
Vorvakuum: 20 mm

„Vergl. Zeitschrift für Technische Physik, Jahrg. 1923, Nr. 10"

Alleinige Hersteller

E. Leybold's Nachfolger A.-G.
Köln a/Rhein, Brüderstr. 7

Sonderliste auf Wunsch

Für den Anzeigenteil verantwortlich S. Hirzel in Leipzig. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Digitized by Google

Tpr I.

Stanford Library
FEB 3 1925
Phys

Physikalische Zeitschrift

begründet von **E. Riecke** und **H. Th. Simon**

vereinigt mit dem

Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik

begründet von **Johannes Stark**

Herausgeber:

Prof. Dr. **P. Debye**, Prof. Dr. **F. Harms** und Prof. Dr. **R. Seeliger**

Die Physikalische Zeitschrift erscheint monatlich zweimal im Umfange von zwei bis vier Bogen und wird vierteljährlich für Goldmark 11.— postfrei geliefert. Für das Ausland beträgt der Preis $ 3.— vierteljährlich. Bestellungen nehmen jede Buchhandlung sowie die Verlagsbuchhandlung entgegen. Anzeigen werden für die einmal gespaltene Millimeterzeile mit Goldmark —.25, Beilagen mit Goldmark 60.— berechnet.

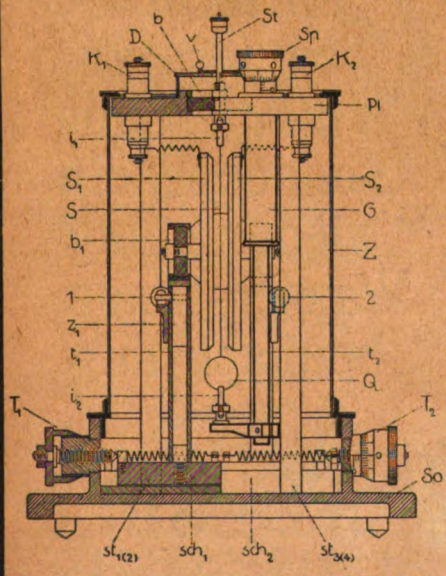
Alle Manuskripte und darauf bezügliche Zuschriften sind an Prof. Dr. F. Harms, Würzburg, Bismarckstr. 1, zu senden, mit Ausnahme der zusammenfassenden Berichte, deren Redaktion Prof. Dr. R. Seeliger, Greifswald, Loitzerstr. 43, führt. Büchersendungen und Anzeigen-Aufträge direkt an den

Verlag von **S. Hirzel** in Leipzig, Königstraße 2.

No. 24. Leipzig, 15. Dezember 1924. No. 676. Printed in Germany. **25. Jahrgang.**

Phys.-mech. Institut von Prof. Dr. M. Th. Edelmann & Sohn,

München.



Saiten-Elektrometer

nach Lutz-Edelmann (neue Form).

C. W. Lutz, Physik. Zeitschrift, 24. Jahrgang. 1923. Seite 166—170.

Katalog 30, Spezialliste No. 32 über Saitengalvanometer und Registrierapparate, Spezialliste No. 31 über einfache Präzisionsschulapparate gratis und franko.

Mit einer Beilage von Theodor Steinkopff in Dresden, betreffend: W. Georgii, Wettervorhersage.

Digitized by Google

Eingegangene Bücher.

(Eingehende Besprechung vorbehalten. Rücksendung nicht besprochener Bücher erfolgt in keinem Falle.)

Bryk, E., Experimentalphysik. 6. Aufl. Bearb. v. J. Regler. (Breitensteins Repetitorien Nr. 35.) 8°. VI u. 162 S. Leipzig, Johann Ambrosius Barth. 1924. M. 3.90.

Czochralski, J., Moderne Metallkunde in Theorie und Praxis. 8°. XIII u. 292 S. Mit 298 Textabb. Berlin, Julius Springer. 1924. Gebunden M. 12.—.

Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften. Bd. III. 8°. III u. 404 S. Mit 100 Abb. Berlin, Julius Springer. 1924. Geh. M. 18.—, geb. M. 19.20.

Findlay, A., Einführung in die Phasenlehre und ihre Anwendungen. (Handbuch der angew. Physik, Chemie, Bd. VI.) 2. Aufl. 8°. X u. 248 S. Mit 158 Fig. Leipzig, Johann Ambrosius Barth. 1925. Gm. 13.—, geb. Gm. 15.—.

Freundlich, H., Kolloidchemie und Biologie. Zugleich 3. Aufl. von Kapillarchemie und Physiologie. 8°. 47 S. Mit 4 Abb. Dresden u. Leipzig, Theodor Steinkopff. 1924. M. 2.—.

Gauß' Werke. Elfter Band, Zweite Abteilung, 1. Abhandlung: Halle, A., Über die geodätischen Arbeiten von Gauß. 4°. 165 S. Berlin, Komm.-Verlag v. Julius Springer. 1924.

Georgii, W., Wettervorhersage. (Wiss. Forsch.-Ber. Naturw. Reihe, Bd. XI.) 8°. VIII u. 114 S. Mit 58 Abb. Dresden u. Leipzig, Theodor Steinkopff. 1924. M. 4.50.

Günther, P., Tabellen zur Röntgenspektralanalyse. 8°. IV u. 61 S. Berlin, Julius Springer. 1924. Gm. 4.80.

Haas, A., Atomtheorie in elementarer Darstellung. 8°. VIII u. 204 S. Mit 56 Fig. u. 2 Tafeln. Berlin u. Leipzig, W. de Gruyter & Co. 1924. Geh. M. 5.40, geb. M. 6.80.

Herz, N., Allgemeine Theorie zentrierter Linsensysteme. 8°. IV u. 68 S. Leipzig u. Wien, F. Deuticke. 1924. M. 5.—.

Jakob, M. u. S. Erk, Der Druckabfall in glatten rohen und die Durchflußziffer von Normaldüsen. (Forschungsarb. a. d. Geb. d. Ingenieurwesens H. 267.) 8°. 28 S. Mit 14 Zahlentafeln u. 17 Fig. Berlin, DI-Verlag. 1924. M. 4.—.

Jovitchitch, M. Z., Über den Wert der Relativitätstheorie Einsteins. 8°. 30 S. Wien-Leipzig, Hölder-Pichler-Tempsky A.-G., G. Freytag, G. m. b. H. 1924. G.-M. 1.—.

Kamerlingh-Onnes, H., Fourth international Congress of Refrigeration, London June 1924. Reports and Communications. 8°. Leiden, E. Ijdo. 1924.

Kähler, K., Die Elektrizität der Gewitter. (Sammlung Borntraeger Bd. 3). 8°. 148 S. Mit 9 Abb. Berlin, Gebr. Borntraeger. 1924. Geb. Gm. 4.50.

Kiebitz, F., Drahtlose Telegraphie und Telephonie. (Bücherei der Volkshochschule, Bd. 51). kl. 8°. 127 S. Mit 70 Abb. Bielefeld und Leipzig, Velhagen & Klasing. 1924. Kart. Gm. 1.50.

Koertz, A., Atmosphärische Störungen an der drahtlosen Nachrichtenübermittlung. (Die Hochfrequenztechnik in Einzeldarstellung Bd. 1.) 8°. Berlin, M. Krayn, 1924. M. 10.—.

Lietzmann, W., Methodik des mathematischen Unterrichts. III. Teil. (Handb. d. naturw. u. math. Unterr. VII, 3.) 8°. XI u. 234 S., Mit 4 Taf. u. 50 Fig. i. Text. Leipzig, Quelle & Meyer. 1924. Geb. M 10.—.

Nernst, W., Die theoretischen und experimentellen Grundlagen des neuen Wärmesatzes. 8°. VIII u. 232 S. 2. Aufl. (Manuldruck). Halle (Saale), Wilhelm Knapp. 1924. Geh. M. 12.—, geb. M. 13.50.

Neuburger, M. C., Kristallbau und Röntgenstrahlen. 8°. VI u. 110 S. Mit 10 Abb. S.-A. a. Samml. chem. u. chem.-techn. Vorträge Bd. 27. Stuttgart, F. Enke. 1924. M. 4.—.

Ollivier, H., Travaux pratiques de Physique générale. 8°. 102 S. Mit 63 Fig. u. 5 Tafeln. Paris, Librairie Scientifique J. Hermann. 1924. Frcs. 12.—.

Schwerdt, H., Lehrbuch der Nomographie. 8°. VIII u. 267 S. Mit 137 Textabb. u. 151 Aufgaben mit Lösungen. Berlin, Julius Springer. 1924. Geb. 12.90.

Zimmermann, H., Zur Relativitätstheorie. 8. VIII u. 52 S. Mit 6 Bildern. Berlin, Wilhelm Ernst & Sohn. 1924. M. 2.70.

S. HIRZEL IN LEIPZIG

C. Runge
o. Prof. a. d. Univers. Göttingen

Vektoranalysis

Band I: Die Vektoranalysis des dreidimensionalen Raumes. VIII u. 195 S. Groß-8°. 1919.

Preis: Gm 5.—, $ 1.20, geb. Halbleinen Gm. 7.—, $ 1.65.

Band II befindet sich in Vorbereitung.

Runges Darstellung ist meisterhaft. Die beiden ersten Kapitel behandeln die Vektoren und Plangrößen nebst den Regeln zu ihrer Differentiation und Integration. Das äußere und das vektorielle Produkt werden sauber unterschieden, Ergänzung eines Vektors und Ergänzung einer Plangröße werden eingeführt, desgleichen der Nabla-Vektor und seine Ergänzung. Der Graßmannsche Gedanke wird zur Geltung gebracht. Das dritte Kapitel handelt von den Tensoren und dürfte ganz besonderer Beachtung sicher sein. Das Buch kann Mathematikern sowohl wie Physikern und Technikern aufs angelegentlichste empfohlen werden.

(Elektrotechnische Zeitschrift.)

Präzisionsinstrumente
(registrierend und nicht registrierend)
für
Luftdruck
Temperatur
Windmessung
Sonnenschein
Niederschlag
Wasserstands-beobachtung

R. FUESS
BERLIN-STEGLITZ

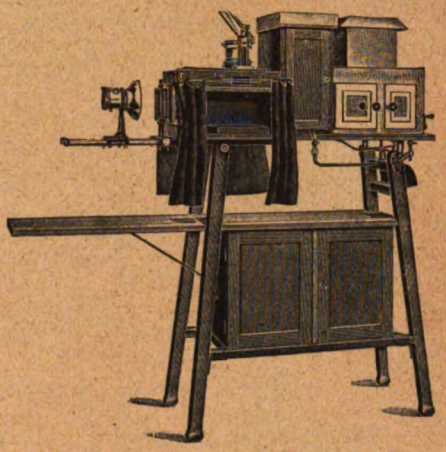
Digitized by Google

Max Kohl A.G. Chemnitz (4)

Physikalische Apparate

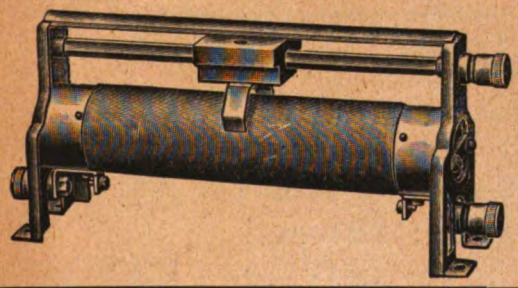
Funken-Induktoren
Ölluftpumpen
Experimentier-Schalttafeln
Projektions-Apparate
Laboratorienmöbel
in gediegener Ausführung.

Weltausstellung Brüssel: 4 Große Preise;
Turin: 2 Große Preise; Dresden: Großer Preis.



Kohls Megadiaskop. Projektions-Apparat für alle im Unterricht gebräuchlichen Projektionsarten, z. B. für durchfallendes Licht, für auffallendes Licht, für Mikroprojektion, Spektral-, Polarisations-Interferenzerscheinungen usw.

PHYWE-Gleitwiderstände



Absolut zuverlässig
Denkbar einfach — Unerreicht billig
Verlangen Sie Liste PZW.

Physikalische Werkstätten A.-G.
Göttingen

VERLAG VON S. HIRZEL IN LEIPZIG

ISOTOPE

von **Prof. Dr. F. W. Aston, Cambridge.**

Autorisierte Übertragung ins Deutsche von Dr. Else-Norst-Rubinowicz.
IX u. 162 S. mit Register. Mit 21 Figuren im Text, 4 Tafeln und einem Bildnis des Verfassers.
Geh. G.-M. 4.—, Schw. Fr. 5.—, geb. G.-M. 6.—, Schw. Fr. 7.50.
Aus dem Inhalt: Einleitung: Die Hypothesen von Dalton und Prout. Die Meta-Elemente. Die Entdeckung der Isotopen / Die radioaktiven Isotopen / Kanalstrahlen / Neon / Der Massenspektrograph / Zerlegung der Elemente / Die elektrische Theorie der Materie / Isotope und Atomnummern / Die Spektra der Isotopen / Die Trennung der Isotopen.

Digitized by Google

Pfeiffer's

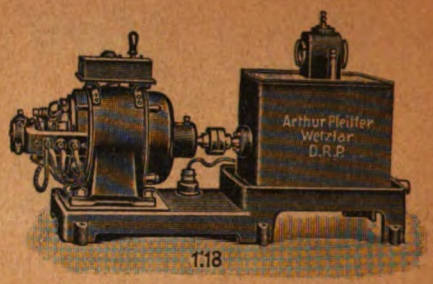
1:20

Quecksilber-Dampfstrahlpumpe ganz aus Stahl D. R. P. angem.

Vgl. Techn. Physik, 1922, Heft 12. Phys. Ztschr. 1922, pag. 463.

15 Liter bis zum Aussetzen jeder Entladung in 10 Sek. vom Vorvakuum ab.

Listen von Abt. H anfordern.



1:18

Rotierende Öl-Luftpumpe D.R.P.

Hochvakuum-Pumpen, Vakua bis $^1/_{1\,000\,000}$ mm Hg.
Saugleistung bis 120 cbm per Stunde

Photometer aller Systeme

Öl-Prüfapparate, Schnellviskosimeter usw.

Funken-Induktoren bis 1000 mm Funkenlänge

Oscillographen

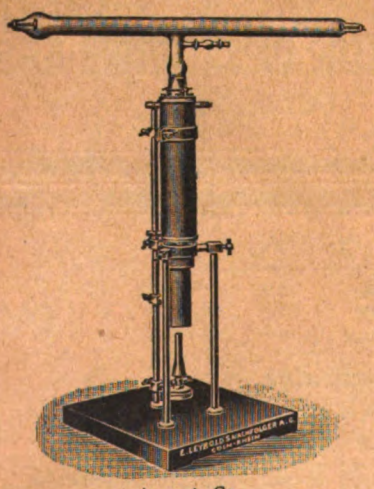
Arthur Pfeiffer
Wetzlar 8

Telegr. Vakupfeif. — Tel. 85 u. 86.

Neue Hochvakuum-Diffusions-Pumpe aus Metall

nach Prof. Gaede

D.R.P. und Auslandspatente


$^1/_{28}$ nat. Gr

Saugleistung: 15 Liter per Sek.
Vorvakuum: 20 mm

„Vergl. Zeitschrift für Technische Physik, Jahrg. 1923, Nr. 10"

Alleinige Hersteller

E. Leybold's Nachfolger A.-G.
Köln a/Rhein, Brüderstr. 7

Sonderliste auf Wunsch

Für den Anzeigenteil verantwortlich S. Hirzel in Leipzig. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Digitized by Google

Digitized by Google

STANFORD UNIVERSITY LIBRARY

To avoid fine, this book should be returned on or before the date last stamped below.

AUG 7 [illegible]

MAY 28[illegible]

JUN 7 - 1982

Digitized by Google

646

530.5
P578
v.25
1924

MEZZANINE

330094

Digitized by Google